UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

SAMUEL CARLOS VIEIRA DA SILVA

EM BUSCA DE UMA METODOLOGIA EFICAZ PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Campina Grande - Paraíba

Maio/2011

SAMUEL CARLOS VIEIRA DA SILVA

EM BUSCA DE UMA METODOLOGIA EFICAZ PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Aníbal de Menezes Maciel

Campina Grande - Paraíba

Maio/2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S586 Silva, Samuel Carlos Vieira da.

Em busca de uma metodologia eficaz para o ensino e aprendizagem de frações [manuscrito] / Samuel Carlos Vieira da Silva. – 2011.

57 f.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Tecnológicas, 2011.

"Orientação: Prof. Me. Aníbal de Menezes Maciel, Departamento de Matemática".

1. Ensino de Matemática. 2. Aprendizagem. 3. Fração Matemática. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

SAMUEL CARLOS VIEIRA DA SILVA

EM BUSCA DE UMA METODOLOGIA EFICAZ PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

BANCA EXAMINADORA
DATA 12/05/11

Aníbal de Menezes Maciel

Prof. Ms. Aníbal de M. Maciel
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Orientador

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Prof. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Examinador

Fernando L. T. da Silva

Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Examinador

Campina Grande – Paraíba

Maio/2011

AGRADECIMENTOS

A Jesus Cristo, que me concedeu o dom da vida, abençoando cada dia que se passa em minha vida, tornando meus sonhos em realidade.

A minha família, por esta sempre ao meu lado, auxiliando-me nos momentos difíceis, em especial a minha Mãe: Gerusa de Arruda Vieira da Silva, e a minha esposa: Fernanda de Torres Sidrônio Silva.

A todos meus amigos que verdadeiramente se consideram meus amigos sinceros, em especial a: Antônio Carlos Mascarenhas Tejo, por ser o mais próximo em todo decorrer do curso.

Ao professor e amigo, Mestre Aníbal de Menezes Maciel, pelos dedicados ensinamentos e orientações, e pela sua fundamental importância para a conclusão do meu curso.

A todos os professores e funcionários da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), pela dedicação e pelo convívio ao longo destes anos, onde se firmaram amizades sinceras em todo decorrer da minha graduação.

Primeiramente a Deus, segundo meus pais que muito contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional.

ÍNDICE

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo estudarmos as frações, através da aplicação de uma proposta metodológica inovadora, em busca da compreensão de um conteúdo que não é tão fácil a sua assimilação. Nós como professores temos a responsabilidade de nos atualizarmos, buscando inovações e renovações, usando recursos didáticos (material concreto), envolvendo situações problemas do nosso cotidiano. Com isso o aluno irá assimilar e compreender melhor o conteúdo, ao contrário do ensino tradicional que utiliza aulas expositivas, usando apenas como recursos didáticos o quadro, giz e o livro, apresentando fórmulas de forma mecânica, fazendo com que o aluno crie aversão à matemática. Iniciamos este trabalho, realizando uma pesquisa bibliográfica sobre o ensino e aprendizagem de fração, relatando sua história e abordando o ensino de fração através de livros didáticos distintos. Logo depois aplicamos em sala de aula o kit pedagógico de frações numa Escola Estadual de Queimadas – PB, observando os benefícios alcançados. Desta forma, desenvolvemos este trabalho em busca de uma metodologia voltada para o ensino-aprendizagem, procurando nos identificar com situações problemas em nosso cotidiano, voltado ao conteúdo de frações, o qual é de grande importância para o ensino de matemática.

Palavras – chave: frações, ensino, metodologia e material didático manipulável.

INTRODUÇÃO

O que me motivou a escolher essa temática foi à curiosidade de saber o porquê de tantas dúvidas quando falamos de frações, onde os alunos apresentam muitas dificuldades na compreensão do conteúdo de frações, pois é muito importante tentarmos solucionar esse problema, tendo em vista a grande aplicabilidade em nosso cotidiano.

Antigamente, os números naturais resolviam a maioria dos problemas do nosso dia-a-dia, até surgir uma grande necessidade de dividir um todo em várias partes. Diante dessa dificuldade houve uma enorme urgência em criar um novo conjunto de números, denominados números fracionários, que passou a facilitar o entendimento sobre razões, proporções, porcentagens, a partir dessa necessidade mencionada, o ser humano começou a utilizar os números fracionários, inicialmente, trabalhando com frações da unidade como: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. Assim, do ponto de vista matemático o referido conteúdo é de suma importância, pois o seu desenvolvimento favorece o estudo de vários outros conteúdos citados acima. Atualmente o uso das frações se tornou mais freqüentes em nosso meio, pois hoje são comuns as seguintes expressões encontradas em nosso cotidiano: “Comprei meio $(\frac{1}{2})$ litro de leite, Comi a metade $(\frac{1}{2})$ do bolo, Gastei um quarto $(\frac{1}{4})$ do meu salário”.

Desta forma socialmente, também, justifica-se um trabalho com esse tema. Principalmente num momento que se busca e se discute nos meios educacionais a importância de um ensino de matemática que dentro do possível, possa partir da realidade do aluno, procurando uma identidade com seu cotidiano, ou seja, primeiro o professor trabalharia a matemática dita utilitária, para posteriormente formalizar os conceitos abordados, possibilitando assim o acesso à abstração matemática. Tal procedimento é bem mais fácil no ensino fundamental.

Portanto o objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia destinada a ensinar frações, salientando a equivalência como conceito básico para desenvolver esse conteúdo principalmente as operações, a partir da utilização do material didático manipulável. Os objetivos específicos são: construir kit pedagógico; apresentar uma matemática lúdica e prática; aplicar metodologia para o ensino de frações avaliando e discutindo os impactos dessa metodologia.

O presente trabalho foi dividido em capítulos. No primeiro fizemos algumas considerações sobre o ensino de matemática dentro da perspectiva do ensino tradicional e o ensino dessa disciplina hoje. Enquanto no segundo capítulo abordamos um pouco de história da matemática notadamente envolvendo o assunto em tela. Já no terceiro capítulo fizemos análise de três livros didáticos quanto à abordagem do conteúdo de fração nos mais diversos aspectos. Por fim, reservamos o último capítulo para relatar e analisar os aspectos metodológicos da aplicação da metodologia proposta.

CAPÍTULO I

1-CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

A razão fundamental para o investimento no acesso a matemática através do seu ensino é que ela fornece instrumentos efetivos para compreender e atuar no mundo que nos cerca, com grande importância na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, os quais estão mais presentes em nosso dia-a-dia, a todo o momento estamos relacionando, classificando, fazendo representações (esquemas, tabelas, figuras e outros), utilizando princípios e conceitos matemáticos. Assim as situações vividas no nosso cotidiano devem ser valorizadas e estimuladas pela escola, levando o aluno a sistematizar o conhecimento adquirido aleatoriamente, aprendendo como organizar e trabalhar com dados, por exemplo. Desta forma o conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como problemas propostos pelo mundo real, esta tem sido uma fonte de inspiração e renovação dos métodos de ensino dessa disciplina.

Esse contexto possibilita ver a matemática em sua prática filosófica, científica e social que contribui para formação do indivíduo, o acesso a esse conhecimento tem sido facilitado através do uso de recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros. Através dessas experiências pedagógicas o aluno aprende a perceber a importância da matemática e passa a ver o seu valor no mundo em que vive.

Estas mudanças devem ser formuladas essencialmente obedecendo a dois princípios básicos: primeiro, que o material a ser utilizado favoreça a compreensão do mundo que nos cerca; segundo, esses recursos devem considerar as condições necessárias para o desenvolvimento da própria matemática. Essas inovações devem ser inseridas de uma forma progressiva, de modo a permitir uma adaptação contínua a novas condições de ambas as partes (professor-aluno).

O ensino de matemática antes era transmitido de forma mecânica, no qual se priorizava as “decorebas” a partir das apresentações de estruturas já prontas.

Segundo D’ambrósio:

> O professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicações que nada mais são de que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor (1994, p.57)

Em geral os professores mostravam os conteúdos de forma tradicional e ainda agem assim, onde transcreviam o que já estava pronto nos livros didáticos e faziam aplicações de exercícios. Com essa forma de ministrar aulas ao aluno não era dado, em nenhum momento, a oportunidade de criar ou até mesmo expressar opiniões, levantar questionamentos, com isso os alunos passavam a acreditar que a aprendizagem de matemática se dava através de acúmulo de fórmulas e algoritmos, seguindo aplicações e regras.

Nos dias atuais o ensino de matemática junto com ação pedagógica busca um maior aperfeiçoamento e desempenho possível no decorrer do aprendizado do aluno, a importância dada na sua formação é vista através do desempenho de um papel ativo, pelo aluno da construção do seu conhecimento, como ser criativo, da motivação pela busca de soluções de problemas, ressaltando a curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema vivido no seu cotidiano, destacando, por exemplo, as situações surgidas do uso da tecnologia e do acompanhamento permanente de suas renovações.

É de se perceber, nesse novo contexto a matemática na construção social do ser humano na tentativa de compreender e agir sobre o objeto de conhecimento, como instrumento de sobrevivência neste mundo que esta cada vez mais complexa, a partir da convivência e experiência do cotidiano, pois na verdade a matemática foi construída a partir de necessidades do homem de dominar a natureza, garantindo a sua sobrevivência e seu bem estar, como também na busca de respostas aos seus desejos.

De acordo com PCN's:

> A atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade (2001, p. 19).

As mudanças ora corrente estão relacionadas à prática pedagógica, a qual reflete muito mais do que renovações de conteúdos, mas sim uma filosofia de ensinar e aprender. Esses novos procedimentos têm a necessidade urgente não só de ensinar, como também do ensinar, avaliar e organizar as situações de ensino e aprendizagem.

A matemática no ensino de séries iniciais, como nós sabemos é à base de tudo, como meio facilitador para a estruturação e desenvolvimento do pensamento da criança. Portanto, o seu ensino tem que dar importância a situações pedagógica, que lhe permitam visualizar os fatos fundamentais das operações, levantando hipóteses, testando-as podendo voltar atrás e refazer trajetórias. Segundo PCN's, mesmo no ensino fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos (2001, p.36).

Assim, a matemática tem uma grande influência, no que diz respeito à estruturação do pensamento, na esperteza do raciocínio dedutivo do aluno, na resolução de problemas envolvendo situações da vida cotidiana, do trabalho e atividades do mundo que nos cerca, no apoio a construção de conhecimento em outras áreas. Como também devemos levar em conta as relações sociais e culturais de cada um, pois trazem consigo a diversidade e a riqueza do conhecimento matemático que nosso aluno traz para a sala de aula, com isso valorizando a participação ativa de sua transformação.

Não podemos esquecer a grande importância do ensino e aprendizagem de matemática nas suas diversas áreas (aritmética, álgebra, geometria), de forma interdisciplinar com outras áreas, tais como a saúde, ética, meio ambiente, cidadania entre outros, estabelecendo uma conexão em busca de possibilidades de aumento de uma visão do mundo. Desta forma é necessário que os professores de matemática busquem cada vez mais se relaciona com colegas de outras áreas, para que juntos desenvolvam ações conjuntas através de projetos pedagógicos proporcionando um trabalho bem mais elaborado e mais interessante, voltados a problemas da realidade, pois a matemática serve de base para o desenvolvimento de novos conhecimentos nas diversas áreas. Com isso o ensino de matemática contribui, dependendo da forma que forem exploradas as metodologias, para o aumento da capacidade de conhecer e enfrentar desafios.

Assim, a prática da dita matemática tradicional justifica ser vista com outros olhos pelos que não assimilam direito o conteúdo. O gosto por matemática só será possível a partir do incentivo a procedimentos de busca exploratória, desenvolvendo-se uma atitude de situação-problema, buscando com isso que os alunos desenvolvam a compreensão das idéias do conteúdo matemático, como: conceitos, procedimentos e atitudes. O professor por sua vez, tem que saber qual a forma mais simples de desenvolver seu trabalho, assim será melhor compreendido, permitindo que novas abordagens sejam introduzidas, como por exemplo, recursos didáticos (calculadoras, computadores, jogos e outros), tornando-as aulas mais prazerosas e proveitosas, em relação ao ensino e a aprendizagem.

Nesse sentido uma das mais inovadoras propostas de trabalho foi o surgimento da etnomatemática, que tem como objetivo eliminar o método de ensino tradicional, o qual mostra que o conhecimento matemático é adquirido apenas no ambiente escolar. Por sua vez etnomatemática valoriza as diferentes culturas adquiridas por cada um, dentro ou fora do ambiente escolar.

1.1-O ENSINO DE FRAÇÕES: DIFICULDADES X ALTERNATIVAS

A escolha do tema do presente trabalho, mostrar que o ensino de frações deve-se ser trabalhado em função da nossa percepção e das dificuldades por parte dos professores para ensinar tal conteúdo e por parte dos alunos na aprendizagem do referido assunto.

Sabemos que o conceito de números fracionários é difícil de ser compreendido, com isso temos que buscar auxílios no material concreto, onde o aluno ira manipular o material de forma simples e objetiva, para facilitar o entendimento das frações. Os professores devem planejar as suas aulas em busca de permitir a assimilação do conteúdo pelos alunos, que é de fundamental importância em sua formação, pois a matemática faz parte da vida de todos nós, ao utilizarmos em situações do dia-a-dia, como: organização de atividades no decorrer do dia (horários), nas contagens, nos cálculos relacionados a salários, pagamentos, gastos, juros e outros. Devido essas situações é importante que o professor procure alternativas que proporcione ao aluno uma melhor compreensão sobre o ensino de frações, e que de forma criativa e reflexiva, procure diminuir as dificuldades geradas a partir do trabalho com esse conteúdo.

O ensino de frações tem que ser desenvolvido de uma forma contínua, relacionando com outros conteúdos, como (números decimais, porcentagens e outros), de forma concreta, através de situações-problemas, que associem a representação fracionária e a identificação de frações equivalentes. O material concreto ajudará os alunos a enriquecerem o seu conhecimento de números fracionários. Com a ajuda de diversos recursos didáticos a aula ficará mais prática e com bastante clareza, podemos confeccionar material a ser trabalhado utilizando (cartolina, EVA, isopor, cola, tesoura e outros), fazendo com que os alunos desenvolvam o seu material de trabalho em busca de assimilação do conteúdo. Por exemplo: os alunos podem formar frações no formato de pizza, todos do mesmo tamanho e daí fazer representações: inteiros, meios, terços, quartos, quintos e assim por diante.

O ensino de frações deve ser trabalhado sempre com atividades bem elaboradas, relacionando-as com o cotidiano dos alunos, com isso podemos gerar o interesse e a atenção deles para aula ministrada em busca de uma possível aprendizagem. O ensino de frações depende muito do professor que vai ministrar o conteúdo, o qual pode contar com o auxilio de livros didáticos, materiais alternativos e outros. Cabe ao professor adequar o conteúdo ao nível da turma, conciliando os objetivos de ensino com o conhecimento dos alunos, permitindo desenvolver um ensino qualitativo, tanto como, quantitativo.

CAPÍTULO II

2 - HISTÓRIA DA FRAÇÃO

Desde a Antigüidade as águas do rio Nilo sobem metros acima de seu leito normal, inundando uma vasta região ao longo de suas margens. Quando as águas baixam descobrem uma estreita faixa de terras férteis, beneficiando a agricultura. Foi nas terras férteis do vale desse rio que se desenvolveu a civilização egípcia. Cada metro de terra era precioso e tinha de ser muito bem cuidado.

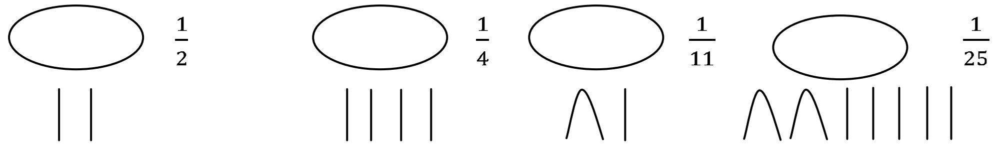
Segundo Boyer (1906), a concepção do conceito de fração surgiu há 3000 anos antes Cristo. Sesóstris (antigo faraó), segundo o historiador Heródoto repartiu estas terras entre uns poucos agricultores privilegiados.

Todos os anos, durante o mês de junho, o nível das águas do rio Nilo subia. Era o início da inundação, que durava até setembro. Ao avançar sobre as margens, o rio derrubava as cercas de pedra que cada agricultor usava para marcar os limites de seu terreno. E quando as águas baixavam, funcionários do governo traçavam os limites do terreno de cada agricultor. Usavam cordas para fazer a medição. Havia uma unidade de medida a qual era marcada na própria corda. As pessoas encarregadas de medir esticavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Daí, serem conhecidos como estiradores de cordas.

No entanto, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida, dificilmente cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno. Foi por essa razão que os egípcios criaram um novo tipo de número: o número fracionário.

Os egípcios interpretavam a fração somente como uma parte da unidade. Por isso, utilizavam apenas frações unitárias, isto é com numerador igual a 1.

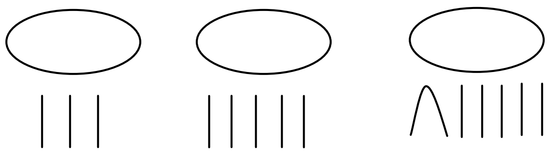
Para escrever as frações unitárias, colocavam um sinal oval alongado sobre o denominador:



As outras frações eram expressas através de uma soma de frações de numerador1. A fração $\frac{3}{5}$ era escrita através da soma: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

Veja: $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}=\frac{5+3+1}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

Na notação egípcia:

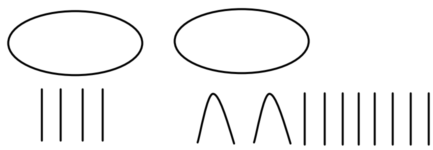


Os egípcios não colocavam o sinal de adição $+$ entre as três frações, porque os símbolos das operações ainda não tinham sido inventados. Aliás, nunca ficou muito claro para os matemáticos por que os egípcios escolheram exatamente estas três frações para decompor $\frac{3}{5}$, e não esta outra forma: $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$

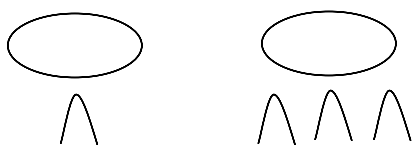
Os cálculos com frações egípcias eram realmente muito difíceis! Um estudioso da Matemática tinha de se empenhar muito para descobrir, por exemplo, que a fração $\frac{2}{7}$ podia ser obtida por meio da soma de $\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{28}=\frac{7+1}{28}=\frac{4}{28}=\frac{2}{7}$$

Que os egípcios representavam assim:



Também não era fácil descobrir, por exemplo, que a fração $\frac{2}{15}$ podia ser expressa desta forma:

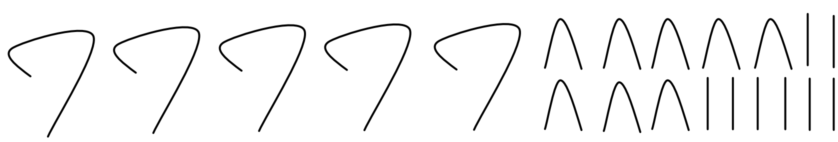


Ou seja: $\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$

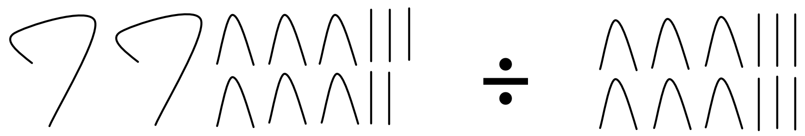
$$\frac{1}{10}+\frac{1}{30}=\frac{3+1}{30}=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$$

No sistema de numeração egípcio, os símbolos repetiam- se com freqüência. Por isso, tanto os cálculos com números inteiros quanto aqueles que envolviam números fracionários eram muito complicados.

Compare como nós escrevemos a quantidade de elementos de um conjunto formado por 5 centenas, 8 dezenas e 8 unidades com o modo como os egípcios representavam esta quantidade há 4.000 anos. Por exemplo: 588



Agora imagine - se no Antigo Egito, tendo que efetuar este cálculo:



Assim como os egípcios, outros povos também criaram o seu próprio sistema de numeração. Porém, na hora de efetuar os cálculos, em qualquer um dos sistemas empregados, as pessoas sempre esbarravam em alguma dificuldade.

Apenas por volta do século III a.C. começou a se formar um sistema bem mais prático e eficiente do que todos os outros criados até então: o **sistema de numeração romano**.

2.1 - CONTRIBUIÇÕES DO MATEMÁTICO SIMON STEVIN

Simon Stevin nasceu em Brugues, no ano de 1548, exerceu por algum tempo, a função de perito contador em Antuérpia e aos 33 anos (1581), resolveu estudar em Leiden, onde dois anos mais tarde ingressou na universidade local na qual após formar-se, passou a ensinar matemática. Filho ilegítimo de cidadãos flamengos, pouco se sabe sua infância. Sabe-se apenas que depois de completar vinte anos de idade, viajou pela Noruega, Polônia e Dinamarca; voltando em seguida para atual Holanda, onde se estabeleceu. Ele viveu em uma época que a disseminação da matemática se processava com intensidade. A transição dessa ciência atravessava a fase "clássica" para atingir à "moderna" opera-se na mão de Copérnico, Steven, Willian Gilbert e Galileu.

Em meios a esses estudiosos destacamos Steven, como um importante colaborador para o desenvolvimento da física, matemática e engenharia. Dentre os livros e trabalhos de Steven, destacamos La Tende (O Décimo) de 1585, no qual ele apresentou um valor perfeito e elementar das frações decimais e o uso diário delas. Deve-se a Steven o primeiro estudo metódico e minucioso das frações decimais e suas aplicações, como também pela criação de uma notação para a escrita dos números decimais fracionárias, que posteriormente resultou no uso da vírgula. Não podemos deixar de mencionar que ele também fez um tratamento unificado das equações quadráticas e apresentou métodos para obtenção de soluções aproximadas de equações algébricas de qualquer grau, foi o primeiro a traduzir Diofanto em uma linguagem moderna.

Algumas das principais contribuições suas à ciência foram: Demonstrou em 1586, a pressão exercida por um líquido sobre uma superfície, depende da altura da coluna do líquido e da área ocupada pela superfície, independe do tamanho do recipiente, daí surgiu à ciência da Hidrostática; Provou a impossibilidade de pelo menos um tipo de movimento perpétuo, para isso, usou um corrente sem fim e dois planos inclinados reunidos em um triângulo e determinaram, geometricamente, que a corrente deveria permanecer imóvel. Prosseguiu, assim, o estudo da Estática no ponto em que a deixou Arquimedes, cujas obras haviam sido recentemente traduzidas;

Finalmente, realizou uma experiência capital ligada indissoluvelmente-e erroneamente, ao seu jovem contemporâneo Galileu. Deixou cair, simultaneamente, dois objetos de pesos diferentes da mesma altura e observou que ambas atingiam o chão ao mesmo tempo. Steven também foi o primeiro,em 1599, a calcular o valor da declinação magnética em pontos específicos da terra, mais exatamente em 43.

Em 1599, publicou o projeto de uma carroça movido a vela, cujas rodas dianteiras podiam servir para dirigi-la (primeira referência á tração dianteira). Steven escrevia em Holandês, dando inicio assim ao latim como linguagem universal européia cientifica. Outros, eruditos também já usavam a linguagem vulgar: Albert e Galileu, o italiano e Descartes, o francês. Contudo, a mudança havia de ser lenta, um século depois de Steven, Newton ainda escrevia sua grande obra em latim.

Não se conhece a data exata de sua morte, apenas sabe-se que faleceu em Leiden (ou segundo alguns autores, em Haia), entre 20 de fevereiro de abril de 1620. Sabe-se também que se casou consideravelmente tarde, com 64 anos de idade e que deixou quatro filhos.

CAPÍTULO III

3-ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

No presente capítulo realizamos uma análise crítica de livros didáticos de 5ª série (6º ano), observando o conteúdo, a forma de abordagem, conceitos, exercícios práticos, ilustrações e contextualização.

Para efeito de praticidade fizemos a seguinte observação em relação aos livros: chamamos de livros A, B e C, onde fica definido assim:

Quadro I

EDITORA	SÉRIE	LIVRO	AUTOR
MODERNA	5ª	A	BIANCHINI/ MIANI
MODERNA	5ª	B	ÊNIO SILVEIRA/ CLAÚDIO MARQUES
ÁTICA	5ª	C	OSCAR GUELLI

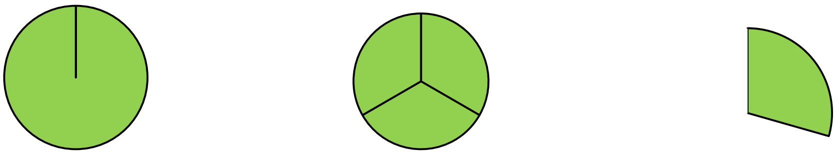
3.1-CONTEÚDO TRABALHADO

Quadro II

EDITORA SÉRIE	LIVRO A	LIVRO B	LIVRO C
5ª	- Representando partes de um inteiro (como se lêem as frações) - Frações impróprias (números misto) - Problemas envolvendo frações - Frações equivalentes (encontrando frações equivalentes, simplificando frações, comparando frações) - Adição e subtração de frações - Aplicação das operações estudadas na resolução de problemas	- A idéia de um número fracionário - Leitura de uma fração - Tipos de fração - Número misto - Frações equivalentes - Classe de equivalência - Simplificação de frações - Redução de frações a um mesmo denominador - Os números racionais absolutos -comparação de números racionais absolutos	- Frações - Fração de um número - Interpretação de gráficos e tabelas - Construção de problemas - Frações equivalentes - Comparação de frações - Adição e subtração de frações - Trabalhando com uma informação: a terra dos faraós - Probabilidade - Multiplicação e divisão de frações

3.2-A idéia de um número fracionário

O livro A começa com um exemplo prático do dia-a-dia: Dona Márcia está preparando um bolo para ser repartido igualmente entre seus filhos casados. O bolo ficou pronto! Luiz, um dos filhos já estava esperando para levar a sua parte. E agora? Como encontrar a parte que lhe cabe? Essa é uma situação fácil de resolver, dividimos o bolo em três partes iguais:

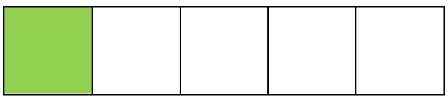


Um terço

Cada uma dessa partes é uma fração do bolo. Logo a fração é um terço, que indicamos por $\frac{1}{3}$. Portanto, cabe a Luiz $\frac{1}{3}$ do bolo.

O livro B, começa com um exemplo de querer dividir uma folha de cartolina em cinco partes iguais.

A folha representa uma unidade ou um inteiro

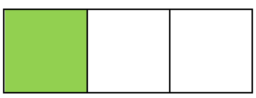


Cada uma dessas partes corresponde a um quinto da unidade ou a quinta parte da folha ($\frac{1}{5}$ lê-se um quinto).

O livro C, começa afirmando que no dia-a-dia usamos com freqüência as frações: comprei três quartos de queijo; um terço dos alunos desta classe são meninas. Em todas essas afirmações há um inteiro ou uma unidade que se considera que foi dividida ou repartida em partes iguais.

É comum representarmos uma fração por meio de uma figura geométrica:

$\frac{3}{4}$ (lê-se: três quartos)



$\frac{1}{3}$ (lê-se: um terço)

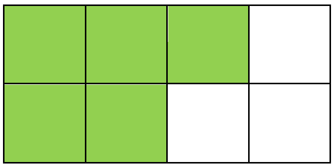
Observe que em cada caso, a fração está representada por um par de números naturais. Em $\frac{3}{4}$ por exemplos, os números naturais 3 e 4 são os termos da fração: O 4 é o denominador - expressa em quantas partes foi dividida a unidade; 3 é o numerador - índica quantas dessas partes serão consideradas.

Os três livros trazem consigo a idéia de um número fracionário, com bastante clareza. Os livros A e C mostram com exemplos práticos do nosso dia-a-dia. Já o livro B chama atenção no que desrespeito as observações levantadas:

- Toda fração pode ser representada, de modo genérico, por $\frac{a}{b}$, com a Є IN e b Є IN*. De acordo com essa definição: $\frac{5}{0}, \frac{7}{0}, \frac{8}{0}$, não são frações.
- Tem origem latina a nomenclatura dos termos da fração. *Numeratus* significa "contar"; *denominatus* significa "dar nomes".

Todos os três livros trazem exercícios de fixação, na forma geométrica:

O livro A

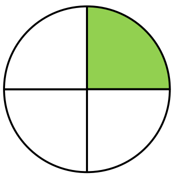


-O inteiro foi dividido em 8 partes iguais.

-Foram coloridos 5 partes.

-Representamos a parte colorida por $\frac{5}{8}$

O livro B

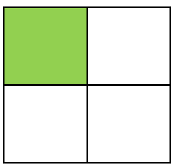


-O círculo representa uma unidade

-A unidade foi dividida em quatro partes iguais.

-Representamos a parte colorida por $\frac{1}{4}$

O livro C



-O inteiro foi dividido em 4 partes iguais.

-Foi colorida uma parte.

-Representamos a parte colorida por $\frac{1}{4}$

3.3-Leitura de frações

Os três livros fazem a leitura de frações, no mesmo nível de clareza, Inicialmente lê-se o numerador e, a seguir o termo correspondente ao denominador.

- Denominador menor que 10.

Quadro III

Denominador	Lê-se
2	Meios
3	Terços
4	Quartos
5	Quintos
6	Sextos
7	Sétimos
8	Oitavos
9	Nonos

- Denominador é uma potência de 10.

Quadro IV

Denominador	Lê-se
10	Décimos
100	Centésimos
1000	Milésimos
10000	Décimos milésimos
100000	Centésimos milésimos
1000000	Milionésimo

- Nos demais casos: lê-se o numerador e em seguida o denominador acrescido da palavra “avos”.

  $\frac{4}{13}$ (lê-se “quatro treze avos”). $\frac{7}{11}$ (lê-se “sete onze avos”).

Os três ainda apresentam alguns exercícios claros de fixação em relação as leitura de frações, tais, como:

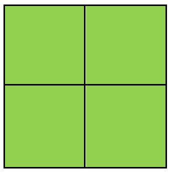
$\frac{3}{7}$(três sétimos) $\frac{1}{6}$(um sexto) $\frac{4}{10}$(quatro décimos)

$\frac{5}{100}$(cinco centésimos) $\frac{9}{13}$(nove treze avos) $\frac{3}{17}$(três dezessete avos)

3.4-Tipos de frações

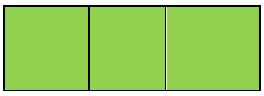
O livro A, começa falando de frações impróprias, como: uma fração pode também representar um inteiro, um inteiro mais uma parte dele, dois inteiros, dois inteiros mais uma parte dele, e assim por diante. Exemplos:

a) A figura foi dividida em quatro partes iguais, foram coloridas as 4 partes.



Representamos a parte colorida por $\frac{4}{4}$ (lê-se quatro quartos); Note que $\frac{4}{4}$ da figura representa toda a figura, ou seja, $\frac{4}{4}$ =1(um inteiro).

b) Cada figura representa um inteiro

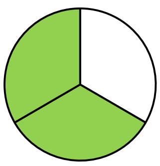
 $\frac{3}{3}$ +  $\frac{1}{3}$

A fração corresponde á parte colorida é $\frac{4}{3}$ observe que essa fração representa um inteiro mais uma parte dele, ou seja, $\frac{4}{3} > 1$.

Observação: Como você já sabe, toda fração imprópria é maior ou igual a 1 inteiro.

O livro B, aborda com exemplo prático, onde:

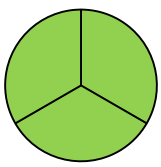
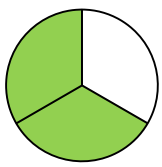
- Ana dividiu uma torta em três partes iguais e comeu duas delas.



Ana comeu $\frac{2}{3}$ da torta, a fração $\frac{2}{3}$ tem o numerador menor que o denominador; denominamos esta fração de fração própria.

Fração própria é aquela cujo numerador é menor que o denominador. Exemplos $\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{1}{8}$.

- Luis dividiu duas tortas, cada uma delas em três partes iguais e comeu cinco dessas partes.

Luis comeu $\frac{5}{3}$ da torta.

A fração $\frac{5}{3}$ tem numerador maior que o denominador;

Denominamos esta fração de fração imprópria.

O autor definiu, inicialmente, fração como parte de um inteiro, daí a denominação de própria para fração como parte de um inteiro. Por sua vez, denominou de imprópria a fração que representa o próprio inteiro (numerador igual ao denominador) ou mais de um inteiro (numerador maior que o denominador).

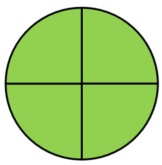
Fração imprópria é aquela cujo numerador é maior ou igual ao denominador.

Exemplos $\frac{7}{4}, \frac{3}{2}, \frac{8}{8}$

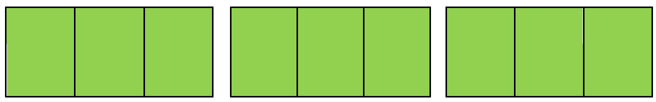
Entre as frações impróprias, existem aquelas em que o numerador é múltiplo do denominador. Para essas frações chamou-os de frações aparentes, pois corresponde aos números naturais que obtêm dividindo o numerador pelo denominador.

Fração aparente é aquela cujo numerador é múltiplo do denominador.

Exemplos



$\frac{4}{4} = 1$



$\frac{9}{3} = 3$

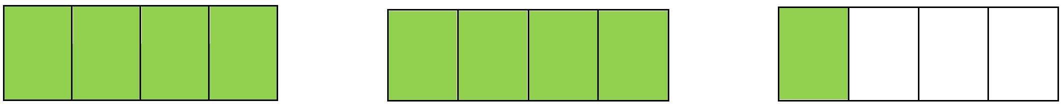
Ainda, traz consigo algumas observações:

1- As frações aparentes são sempre frações impróprias.
2- Uma fração indica, também, a divisão entre o numerador e o denominador. Exemplo: $\frac{8}{2} = 2$, ou seja, $8 \div 2 = 4$.
3- Todo número natural pode ser representado por uma fração de denominador igual a 1. Exemplos: $\frac{9}{1} = 9$; $\frac{18}{1} = 18$; $\frac{1}{1} = 1$
4- As frações aparentes representam sempre números naturais. São por tanto numerais de números naturais. Exemplos: $\frac{6}{6} = 1$; $\frac{70}{7} = 10$; $\frac{16}{8} = 2$
5- As frações cujos denominadores são potência de 10, denomina-se frações decimais, e as demais, frações ordinárias. Exemplos: $\frac{7}{10}, \frac{13}{100}, \frac{1}{1000}$ (são frações decimais), e $\frac{1}{7}, \frac{4}{11}, \frac{67}{85}$ (são frações ordinárias).

O livro C, não faz nenhuma abordagem em relação aos tipos de frações.

3.5-Número misto

O livro A traz exemplos do que é um número misto representado na forma geométrica, como: os retângulos abaixo são do mesmo tamanho. Cada um representa um inteiro e está dividido em 4 partes iguais:



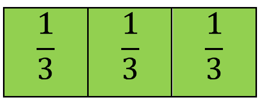
$\frac{4}{4} = 1$ $\qquad$ $\frac{4}{4} = 1$ $\qquad$ $\frac{1}{4}$

Observação: $\frac{8}{4} = 2$ inteiros e $\frac{1}{4}$ do inteiro. A fração corresponde á parte colorida é $\frac{9}{4}$.

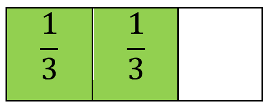
Como a parte colorida é composta de dois inteiros e de um quarto de outro inteiro, podemos representá-la por: $2\,\frac{1}{4}$ (lê-se dois inteiros e um quarto). Esse é um exemplo de um número misto, porque é composto de um número natural e de uma fração.

O livro B traz um exemplo prático, com barras de chocolate representadas abaixo. Cada uma das barras de chocolate possui três partes iguais.

Exemplo: Bruno ficou com cinco dessa partes. A fração corresponde á parte de Bruno é $\frac{5}{3}$, ou seja, uma barra inteira e mais $\frac{2}{3}$ da outra barra.



$\frac{3}{3} = 1$ Unidade



$\frac{2}{3}$

$\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$, ou simplesmente $1\frac{2}{3}$.

O número $1\frac{2}{3}$ é de uma parte inteira e de uma parte fracionária e por isso, é denominado número misto. $1\frac{2}{3}$ (lê-se “um inteiro e dois terços”).

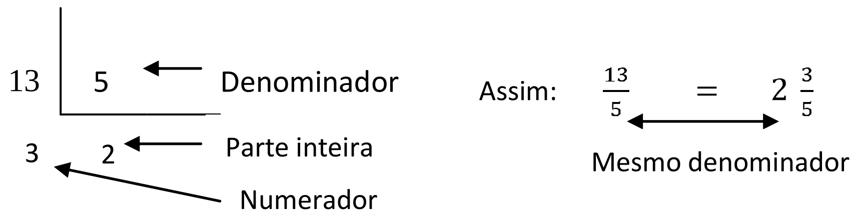
Observe a figura e verifique sua representação na forma mista e na forma de fração imprópria.

- Forma mista: $1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$
- Forma imprópria: $\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Ele ainda traz consigo:

- ✓ A conversão de uma fração imprópria em um número misto (extração de inteiros). Para se extrair os inteiros de uma fração imprópria, dividi-se o numerador pelo denominador da mesma. O quociente indicará a parte inteira do número misto e o resto será o numerador da parte fracionária que conserva o denominador primitivo.

Exemplo: Transforme em número misto a fração imprópria $\frac{13}{5}$.



- ✓ A conversão de um número misto em fração imprópria. Inversamente pode-se passar de uma forma mista para a de fração imprópria, construindo-se uma fração de mesmo denominador e de numerador igual ao produto do número inteiro pelo denominador somado com o numerador.

Exemplo: Transforme em fração imprópria o número misto $3\frac{1}{7}$.

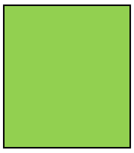
$$3\frac{1}{7} = \frac{3\times7+1}{7} = \frac{22}{7}$$ Mesmo denominador

O livro C, não faz abordagem em relação a o que é número misto.

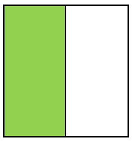
Os três livros apresentam os conteúdos de formas distintas, onde o livro A, deixa a desejar em relação aos tipos de frações, pois só aborda frações impróprias e número misto, já o livro C, não faz nenhuma abordagem, tornando-se um livro falho em relação aos tipos de frações e o que é um número misto, mas o livro B, é o que podemos chamar de livro padrão, pois aborda o que significa: Frações (própria, imprópria e aparente), e que é número misto, com bastante clareza e objetividade, aborda cada item mencionado, em busca de facilitar o ensino-aprendizagem do professor-aluno na assimilação do conteúdo de frações.

3.6-Frações equivalentes

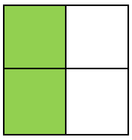
O livro A, começa abordando na forma geométrica, com um desenho representado na forma retângulo:



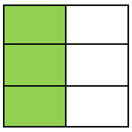
1 (lê-se “um inteiro”) usando essa figura como o inteiro:



$\frac{1}{2}$ (lê-se “um meio”)



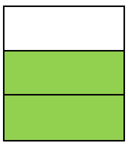
$\frac{2}{4}$ (lê-se “dois quartos”)



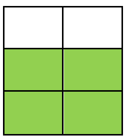
$\frac{3}{6}$ (lê-se “três sexto”)

Observe que as frações $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$, embora escritas de modo diferente, representam a mesma parte do inteiro. Elas são exemplos de frações equivalentes. Sendo assim, podemos escrever: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

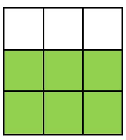
O livro B, aborda em forma de figura geométrica, exemplos:



$\frac{2}{3}$ (lê-se “dois terço”)



$\frac{4}{6}$ (lê-se “quatro sexto”)



$\frac{6}{9}$ (lê-se “seis nono”)

Verifique que as frações $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}$, representam a mesma parte da unidade. Por esse motivo, dizemos que estas frações são equivalentes (*equi* significa "igual", *equivalente* quer dizer "de igual valor"), ou seja: Duas ou mais frações que representam a mesma parte da unidade são chamadas equivalentes.

As frações $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}$, são equivalentes e podem ser assim representadas: $\frac{2}{3} \sim \frac{4}{6} \sim \frac{6}{9}$, onde ($\sim$) é o sinal de equivalência (lê-se "equivalente"). Na prática, o sinal de equivalência ($\sim$), pode ser substituído pelo sinal de igualdade (=). Assim: $\frac{2}{3} \sim \frac{4}{6} \sim \frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$

- Propriedade fundamental das frações

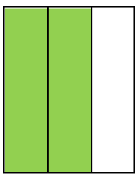
Verifique que as frações $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}$ ·, são equivalentes. Observe que:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad \rightarrow \quad \frac{2\times2}{3\times2} = \frac{4}{6} \qquad\qquad \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{4\div2}{6\div2} = \frac{2}{3}$$

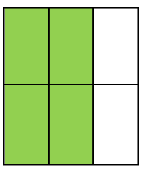
$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \quad \rightarrow \quad \frac{2\times3}{3\times3} = \frac{6}{9} \qquad\qquad \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{6\div3}{9\div3} = \frac{2}{3}$$

Podemos conclui que: Multiplicando ou Dividindo, os termos de uma fração por um mesmo número natural diferente de zero, obtém-se uma fração equivalente á fração dada.

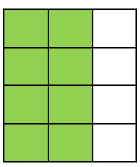
O livro C aborda em forma de figuras, fazendo uma pergunta: que fração representa a parte colorida de cada figura?



$\frac{2}{3}$ (lê-se "dois terço")



$\frac{4}{6}$ (lê-se "quatro sexto")



$\frac{8}{12}$ (lê-se "oito doze avos")

As três figuras são do mesmo tamanho. Por isso, as partes coloridas de cada uma, também são do mesmo tamanho. Dizemos que as frações $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{8}{12}$, são equivalentes. Para expressar que as frações são equivalentes usamos o sinal (=).

Exemplos:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad ; \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad ; \quad \frac{4}{6} = \frac{8}{12} \quad ; \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$$

Para obtermos frações equivalentes, por exemplo, $\frac{2}{3}$, multiplicamos o numerador e o denominador por um mesmo número natural.

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \quad ; \quad \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15} \quad ; \quad \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{18}{27} \text{ , observe: } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15} = \frac{18}{27}$$

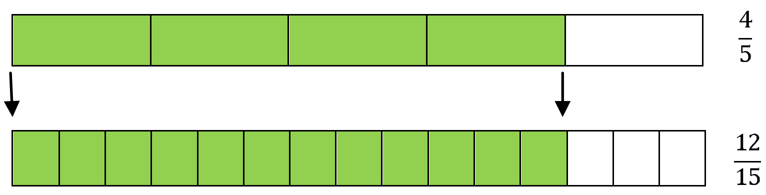
Se dividirmos ambos os termos de uma fração por um número natural, obtemos uma fração equivalente a ela:

$$\frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{10 \div 2}{12 \div 2} = \frac{5}{6} \quad ; \quad \frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2} \text{ , observe } \frac{6}{9} = \frac{2}{3}; \frac{10}{12} = \frac{5}{6}; \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Os três livros fazem abordagens claras e bem objetivas, no que desrespeito a frações equivalentes, onde o livro B, leva vantagens sobre os outros por ser o mais explicito (completo), pois é o mais objetivo em relação a o que significar equivalência.

Exemplo: "Classe de equivalência''Seja a fração $\frac{1}{2}$, multiplicando-as seus termos por $1, 2, 3, 4, \ldots$, obtermos de acordo com a propriedade fundamental, frações equivalentes a $\frac{1}{2}$. Assim: CE $\left(\frac{1}{2}\right) = \left\langle \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \ldots \right\rangle$,então : O conjunto das frações equivalentes a uma dada fração,constitui a classe de equivalência (CE) dessa fração.

Os três livros ainda trazem exercícios de fixação, de forma objetiva, como a forma de determinar frações equivalentes, e sua representação gráfica: Represente graficamente as frações $\frac{4}{5}$ *e* $\frac{12}{15}$ e demonstre se são equivalentes.



$$\frac{4}{5} \sim \frac{12}{15}$$

3.7-Simplificação de frações

O livro A afirmar que simplificar uma fração é determinar uma fração equivalente a ela que tenha termos menores.

Exemplo: Simplificar a fração $\frac{24}{36}$

Vamos dividir por 2 $\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18}$

Com isso simplificarmos a fração $\frac{24}{36}$, pois a fração $\frac{12}{18}$ é equivalente a ela e seus termos são menores. Se quisermos, podemos continuar a simplificar a fração até obtermos uma fração em que os termos não tenham divisores comuns diferentes de 1. Dizemos, nesse caso, que a fração é irredutível.

Exemplo: $\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$

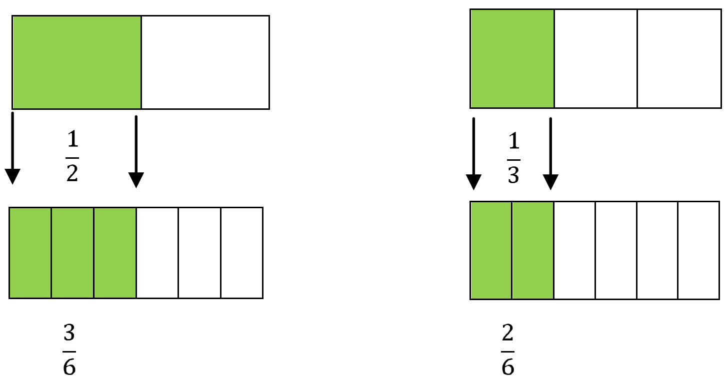
O livro B aborda o mesmo tema de forma clara, como: Considere a fração $\frac{10}{20}$. Podemos obter uma fração equivalente a mesma, dividindo ambos os termos por 2. Assim: $\frac{10 \div 2}{20 \div 2} = \frac{5}{10}$

Obtivemos uma fração equivalente mais “Simples”, quando dividimos os termos de uma fração por um divisor comum. Estamos simplificando a fração, ou seja: portanto **simplificar uma fração** significa obter uma fração equivalente de termos menores que os iniciais. Observe que a fração $\frac{5}{10}$, ainda pode ser simplificada, ou seja: $\frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$. observem que a fração $\frac{1}{2}$ não pode mais ser simplificada, pois seus termos são primos entre si (não tem nenhum divisor comum com exceção da unidade). Essa fração é, portanto, irredutível, ou seja: **Frações irredutíveis** são aquelas cujos termos são primos entre si. Exemplo $\frac{5}{8}$ é uma fração irredutível, pois 5 e 8 são primos entre si.

O livro C aborda de forma rápida: quando dividimos ambos os termos de uma fração por um mesmo número natural, dizemos que simplificamos a fração. Exemplo a fração $\frac{36}{60}$, testamos se o numerador e o denominador são simultaneamente divisíveis pelos números primos 2, 3, 5, 7, 9, 11, etc.$\frac{36}{60} \div 2 = \frac{18}{30}$; $\frac{18}{30} \div 2 = \frac{9}{15}$; $\frac{9}{15} \div 3 = \frac{3}{5}$. Ela está na forma irredutível: Não existe nenhum número natural diferente de 1, que seja ao mesmo tempo divisor de 3 e 5.

Os três livros abordam simplificações de frações de forma objetiva e com bastante clareza. O livro B expressar o conteúdo de forma mais detalhada (completa), e de maneira mais atrativa a compreensão do aluno, como também traz consigo algo de grande importância para o ensino e aprendizagem das frações.

- Redução de frações a um mesmo denominador



Verifique que as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ são equivalentes, respectivamente $\frac{3}{6}$ e $\frac{2}{6}$, que possui o mesmo denominador. Assim:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	Frações originais (denominadores diferentes).
$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	Frações equivalentes as originais, com o mesmo denominador.

- Processo prático

Reduza ao menor denominador comum as frações: $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}$ e $\frac{5}{12}$.

1-Determine o mmc dos denominadores: mmmc (4, 6, 12,15) =60

2-Dividi-se o mmc (60) pelo denominador das frações, o quociente obtido em cada caso multiplica-se pelo numerador da fração correspondente.

Frações originais (denominadores diferentes) Frações equivalentes ás originais

$\frac{3}{4} = 60 \div 4 = 15$	$15 \times 3 = 45$	$\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$
$\frac{1}{6} = 60 \div 6 = 10$	$10 \times 1 = 10$	$\frac{1}{6} = \frac{10}{60}$
$\frac{5}{12} = 60 \div 12 = 5$	$5 \times 5 = 25$	$\frac{5}{12} = \frac{25}{60}$

Determinou-se, portanto, as frações $\frac{45}{60}, \frac{10}{60}\, e \frac{25}{60}$, que possuem os mesmo denominadores e são equivalentes, respectivamente a: $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}\ e\ \frac{5}{12}$.

3.8-Números racionais absolutos

O livro A e C não fazem nenhuma abordagem. Já o livro B, traz consigo: Cada classe de frações equivalentes entre si é denominado número racional absoluto, que pode ser representado por qualquer uma das frações da classe.

Exemplos:

CE $(\frac{3}{4}) = \langle \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16} \ldots \rangle$, essa é classe equivalência de $\frac{3}{4}$; essa classe é chamada número racional $\frac{3}{4}$ ou número racional $\frac{6}{8}$, etc.

CE $(\frac{5}{1}) = \langle \frac{5}{1}, \frac{10}{1}, \frac{15}{3}, \frac{20}{4} \ldots \rangle$, essa classe equivalência de $\frac{5}{1}$; essa é chamada número racional 5(verifique que 5 é número natural e número racional).

Podemos então definir: Número racional absoluto é todo número que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com $a\ e\ b$, naturais e b diferente de zero.

O conjunto dos números racionais absolutos é representado por Q +.

O termo $\frac{a}{b}\ (b \neq 0)$ é um numeral que pode representar:

- Número racional natural: Quando a é múltiplo de b.

Exemplos: $\frac{2}{1} = 2$; $\frac{9}{3} = 3$; $\frac{0}{3} = 0$

- Número racional fracionário: Quando a não é múltiplo de b.

Exemplos: $\frac{1}{5}, \frac{7}{4}, \frac{2}{3}$

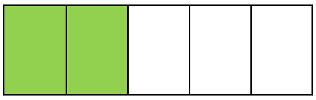
Ainda faz algumas observações:

1-A palavra racional é de origem latina. Origina-se de Ratio, que significa “divisão”, veja que até hoje usamos a palavra Rateio com significado de dividir.

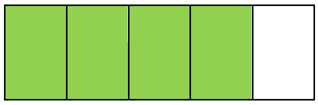
2-Da união dos conjuntos dos números naturais e dos números fracionários origina o conjunto dos números racionais absolutos. $\langle$naturais$\rangle \cup \langle$fracionários$\rangle$ = Q_{+}, ou seja: IN $\subset Q_{+} \rightarrow$ O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números racionais.

3.9-Comparação de frações

O livro A aborda de forma geométrica, onde representa figura referente ao mesmo tamanho:



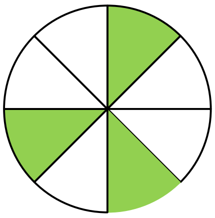
$\frac{2}{5}$



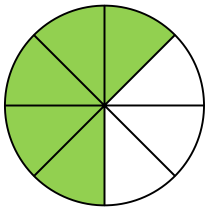
$\frac{4}{5}$

Observa-se pela figura que $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$.

Veja agora a representação de outras frações correspondente a um mesmo inteiro:



$\frac{3}{8}$



$\frac{5}{8}$

Assim podemos dizer que $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$.

Observações: E quando os denominadores não forem iguais, como é que eu comparo duas frações? Fácil. É só escrever frações equivalentes ás frações dadas e que tenham o mesmo denominador.

Vamos comparar as frações $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{8}$, escrevendo frações equivalentes a elas.

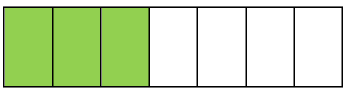
$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \cdots \qquad \frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \cdots$$

Como $\frac{20}{24} > \frac{9}{24}$, então $\frac{5}{6} > \frac{3}{8}$.

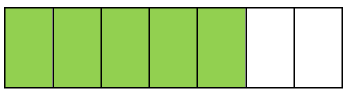
O livro B traz em uma linguagem coloquial: Comparar dois números racionais absolutos significa estabelecer uma relação de igualdade ou de desigualdade entre eles. Considere dois casos:

1º-Os denominadores são iguais.

Exemplo:



$\frac{3}{7}$



$\frac{5}{7}$

Assim, $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$, pois 5>3.

Assim: Dois números racionais têm o mesmo denominador, o maior é o que tem maior numerador.

2º-Os denominadores são diferentes.

Exemplo: Escrevam em ordem crescente e decrescente as seguintes frações:$\frac{2}{5},\frac{3}{4},\frac{1}{2}$··

reduzindo ao mesmo denominador comum,

Obtemos $\frac{2}{5},\frac{3}{4},\frac{1}{2}=\frac{8}{20},\frac{15}{20},\frac{10}{20}$. mmc(5,4,2) =20.

Concluímos que:

Como $\frac{8}{20}<\frac{10}{20}<\frac{15}{20}$·, então $\frac{2}{5}<\frac{1}{2}<\frac{3}{4}$, ordem crescente.

Como $\frac{15}{20}>\frac{10}{20}>\frac{8}{20}$·, então $\frac{3}{4}>\frac{1}{2}>\frac{2}{5}$·, ordem decrescente.

Assim: Se dois números racionais têm denominadores diferentes, devemos reduzi-los ao mesmo denominador comum para, em seguida compará-las.

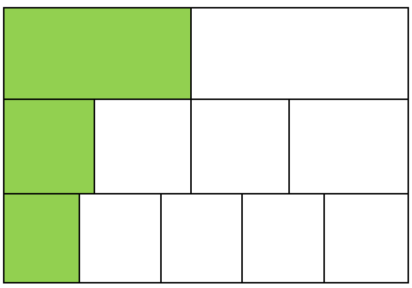
Observações: Quando várias frações têm o mesmo numerador, a maior delas é a que tem menor denominador.

Exemplo: Coloquem em ordem crescente as seguintes frações: $\frac{5}{7},\frac{5}{4},\frac{5}{9},\frac{5}{3}$.

- $\frac{5}{3}$(maior fração), menor denominador.
- $\frac{5}{9}$(menor fração), maior denominador.

Assim: $\frac{5}{9}<\frac{5}{7}<\frac{5}{4}<\frac{5}{3}$.

O livro C aborda relacionando a problemas do nosso dia-a-dia: Um agricultor repartiu um terreno em três lotes de medidas iguais e plantou tomates, alfaces e berinjelas em cada lote, respectivamente:



$\frac{1}{2}$ *tomate*

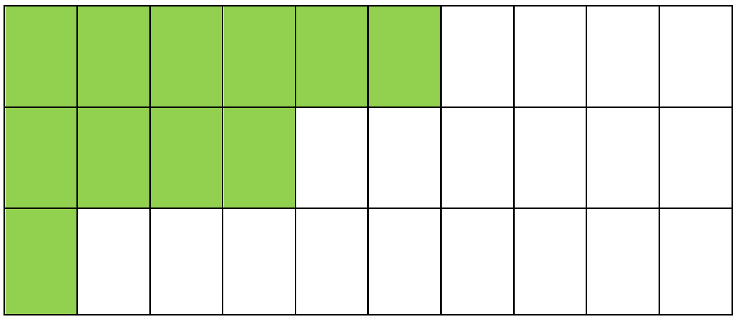
$\frac{1}{4}$ *alface*

$\frac{1}{5}$ *berinjela*

Ele plantou berinjelas no pedaço menor e tomates no pedaço maior. $\frac{1}{5}<\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$.

Assim: Se duas ou mais frações têm numeradores iguais, a menor é aquela que tem o maior denominador.

No ano anterior, ele tinha dividido o terreno de outro modo e plantado couve, agrião e hortelã, sendo couve no pedaço maior e hortelã no pedaço menor.



$\frac{6}{10}$ $couve\ flor$

$\frac{4}{10}$ $agrião$

$\frac{1}{10}$ $hortelã$

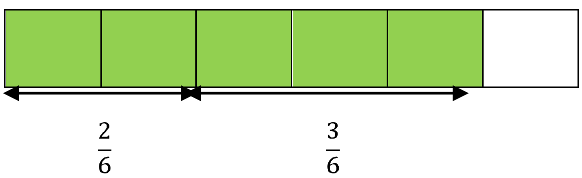
Assim: $\frac{1}{10} < \frac{4}{10} < \frac{6}{10}$. Logo se duas frações têm denominadores iguais, a menor é a que tem o menor numerador.

Os três livros fazem abordagens claras e objetivas, onde o livro A levanta uma hipótese que é muito importante no estudo de frações, que é relacionado à quando os denominadores forem diferentes, que é só achar frações equivalentes, que tenha o mesmo denominador. Já o livro C explorar de forma importante, pois faz exemplos de nosso dia-a-dia, com isso facilitando na aprendizagem do aluno. Os três livros ainda apresentam exercícios de fixação com bastante clareza, com isso facilitando o aprendizado por parte do aluno. Enquanto o livro B é o que aborda de forma mais detalhada, ou seja, passo a passo, o qual facilita a assimilação do conteúdo do estudo de frações.

3.10-Operações com números fracionários

Adição e Subtração

O livro A faz uma abordagem rápida em relação à (adição e subtração), com problema relacionado ao nosso cotidiano, como: Em um domingo, Paula foi a um circuito para caminhadas. Caminhou $\frac{2}{6}$ do circuito, deu uma pequena parada e caminhou mais $\frac{3}{6}$, cansou e parou definitivamente. Para saber que parte do circuito ela percorreu, devemos calcular $\frac{2}{6} + \frac{3}{6}$? Para isso, vamos representar o circuito por um retângulo e colorir as partes correspondentes ao trajeto feito por Paula.



Pela figura, podemos verificar que:

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

Agora, Paula irá voltar. Do ponto onde esta, ela volta $\frac{3}{6}$ do circuito. Para saber que parte do circuito falta para Paula voltar ao ponto de partida, devemos calcular $\frac{5}{6} - \frac{3}{6}$?

$\frac{5}{6}$

$\frac{3}{6}$

Pela figura, podemos verificar que:

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6}$$

Nos casos em que os denominadores são iguais fica muito fácil efetuar as operações. Mas, e se eles forem diferentes?

Vamos calcular $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$? Para isso devemos encontrar frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ que tenham denominadores iguais:

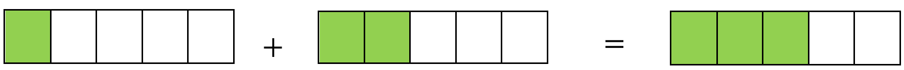
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} \ldots \qquad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} \ldots$$

Assim: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$

O livro B aborda na forma de desenho geométrico, que detalha a (adição e subtração), em dois casos:

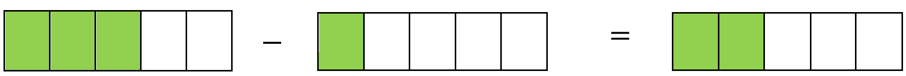
1º- Caso: Frações com mesmo denominador. Exemplos:

Adição: $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$



$\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$

Subtração: $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$

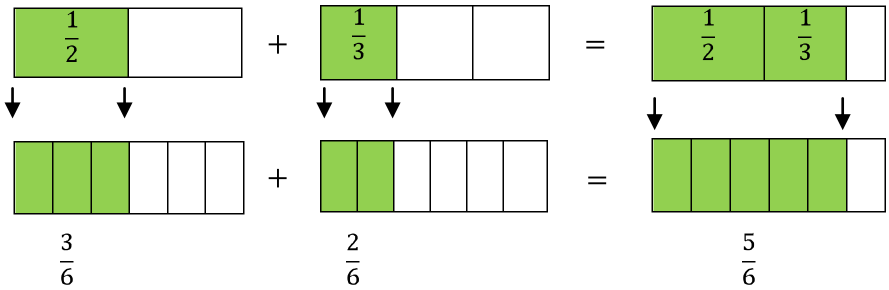


$\frac{3}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$

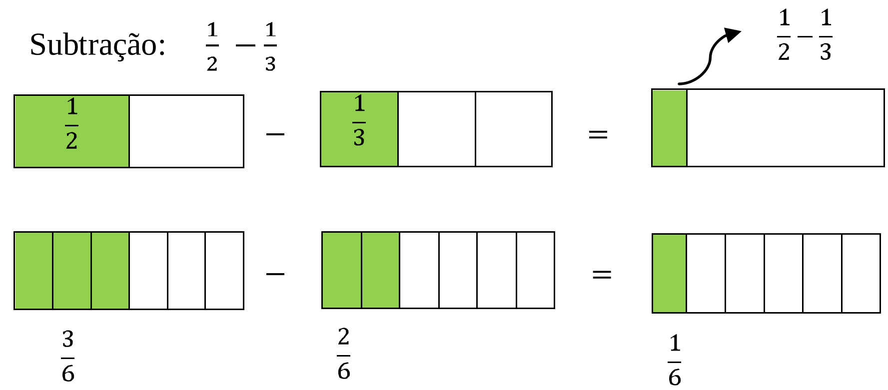
Assim podemos concluir: Numa (adição ou subtração) de frações com os mesmo denominadores, (somam-se ou subtraem-se), os numeradores e conserva-se o mesmo denominador.

2º-Caso: Frações com denominadores diferentes. Exemplos:

Adição: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$



Subtração: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$



Assim concluímos que: Numa (adição ou subtração), de frações com denominadores diferentes, devemos inicialmente reduzi-las ao menor denominador comum, para em seguida efetuar a (adição ou subtração).

Ainda traz consigo algumas observações:

1-Numa adição ou subtração de mais de duas frações, reduzimos todas ao mesmo denominador para, em seguida, efetuarmos a operação. Exemplo:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{15} + \frac{1}{6} = \frac{10}{30} + \frac{4}{30} + \frac{5}{30} = \frac{19}{30}$$

2-Numa adição ou subtração envolvendo número misto pode transformá-lo inicialmente em fração imprópria. Exemplo:

$$2\frac{1}{5} - \frac{2}{3} = \frac{11}{5} - \frac{2}{3} = \frac{33}{15} - \frac{10}{15} = \frac{23}{15}$$

O livro C, aborda de forma rápida, envolvendo problemas de nosso dia-a-dia, como: Um agricultor tem uma horta dividida em 12 partes iguais. Ele plantou $\frac{5}{12}$ da horta com tomates e $\frac{3}{12}$ com abobrinhas. Que fração da horta está plantada? Expressamos em forma de fração a parte já plantada: $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5+3}{12} = \frac{8}{12}$

Assim, a soma de duas frações que têm denominadores iguais é uma fração cujo numerador é a soma dos numeradores e o denominador é igual ao denominador dessas duas frações. Podemos também expressar em forma de fração a parte a mais plantada de tomates do que de abobrinhas: $\frac{5}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5-3}{12} = \frac{2}{12}$

Assim, a diferença de duas frações que têm denominadores iguais é uma fração em que o numerador é a diferença dos numeradores e o denominador é igual ao denominador dessas duas frações.

Exemplo: O chão da sala de jantar da casa de Denise está sendo acarpetado. Num dia foi colocado carpete em $\frac{5}{6}$ do chão, e no dia seguinte, em $\frac{2}{15}$. Que fração representa a parte acarpetada? $\frac{5}{6} + \frac{2}{15}$.

Para efetuarmos uma adição ou subtração de duas frações com denominadores diferentes, obtemos duas frações equivalentes a elas e realizamos a operação. Podemos fazer os cálculos mais rapidamente se escolhermos duas frações cujos denominadores sejam o mínimo múltiplo comum dos denominadores das frações dadas:

$$6 = 2 \times 3 \quad ; \qquad 15 = 3 \times 5 \quad ; \quad mmc(6{,}15) = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{15} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} + \frac{2 \times 2}{15 \times 2} = \frac{25}{30} + \frac{4}{30} = \frac{29}{30}$$

Que fração representa a parte do chão acarpetada a mais no primeiro dia em relação ao segundo? $\frac{5}{6} - \frac{2}{15}$

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{15} = \frac{25}{30} - \frac{4}{30} = \frac{21}{30} = \frac{21 \div 3}{30 \div 3} = \frac{7}{10}$$

Multiplicações e Divisão

O livro A não faz nenhuma abordagem em relação á multiplicação e divisão de números fracionários.

O livro B aborda detalhadamente em forma geométrica, a multiplicação de um número natural por uma fração e a multiplicação de uma fração por outra.

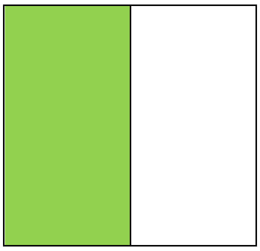
1º- Multiplicação de um número natural por uma fração, exemplo: $2 \times \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$ $\qquad$ $\frac{2}{5}$ $\qquad$ $\frac{4}{5}$

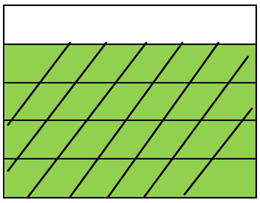
Assim: $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = 2 \times \frac{2}{5} = \frac{2\times 2}{5} = \frac{4}{5}$

Numa multiplicação de um número natural por uma fração, multiplicamos o número natural pelo numerador, conservando o denominador.

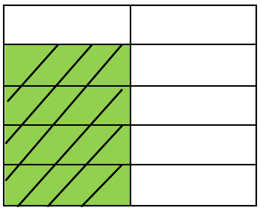
2º-Multiplicação de uma fração por outra fração, exemplo: $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$



"A parte pintada representa $\frac{1}{2}$ da figura"



"A parte hachurada e pintada representa $\frac{4}{5}$ da figura"



"A parte ao mesmo tempo hachurada e pintada corresponde a $\frac{4}{5}\ de\ \frac{1}{2}$, e representa $\frac{4}{10}$ da figura"

Ou seja, $\frac{4}{5}\ de\ \frac{1}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4\times 1}{5\times 2} = \frac{4}{10}$

O produto de duas frações é uma fração onde o numerador é o produto dos numeradores; e o denominador, o produto dos denominadores das frações dadas.

Exemplos: ■ $\frac{5}{4} \times \frac{3}{11} = \frac{15}{44}$ ■ $3\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$

Ainda traz algumas observações:

1-Na prática substituiu a preposição "de", pelo sinal da multiplicação.

Exemplos: ■ $\frac{3}{4}\ de\ 7 = \frac{3}{4} \times 7 = \frac{21}{4}$ ■ $\frac{1}{2}\ de \frac{5}{7} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{14}$

2-O produto de três ou mais frações é uma fração onde o numerador é o produto dos numeradores e o denominador, o produto dos denominadores das frações dadas.

Exemplo: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{7}{10} = \frac{1\times 3 \times 7}{2\times 5\times 10} = \frac{21}{100}$

3-O inverso ou recíproca de uma fração $\frac{a}{b}$ é a fração $\frac{b}{a}$ (com $a \neq 0$ e $b \neq o$).

Exemplos: O inverso de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$ O inverso de $\frac{1}{5}$ é 5

O inverso de 7 é $\frac{1}{7}$ O inverso de $2\frac{1}{5}$ $\left(\frac{11}{5}\right)$ é $\frac{5}{11}$

4-O produto de duas frações inversas ou recíprocas é igual a 1.

Exemplos: $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{30}{30} = 1$

5-Não existe inverso do número zero.

Cancelamento: É uma técnica utilizada para facilitar a determinação de um produto. Dois casos:

1º-Caso: Existem fatores iguais no numerador e denominador. Exemplos:

▪ $\frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{7} = \frac{2}{7}$

O fator 3 do numerador da 2ª fração foi cancelado com o fator 3 de denominador da 1ª fração.

▪ $\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}} \times \frac{3}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{4}}{19} = \frac{3}{19}$; Os fatores 4 e 5 foram cancelados.

2º-Caso: Existem múltiplos de um mesmo número, no numerador e denominador.

▪ $\frac{\cancel{4}}{9} \times \frac{7}{\cancel{6}} = \frac{2 \times 7}{9 \times 3} = \frac{14}{27}$; 4 e 6 são múltiplos; Ambos foram divididos por 2.

▪ $\frac{\cancel{24}}{\cancel{21}} \times \frac{\cancel{49}}{\cancel{60}} \times \frac{\cancel{30}}{\cancel{72}} = \frac{1 \times 7 \times 1}{3 \times 2 \times 3} = \frac{7}{18}$; 21 e 49 são múltiplos de 7; Ambos foram divididos por 7; 30 e 60 são múltiplos de 30; Ambos foram divididos por 30; 24 e 72 são múltiplos de 24. Ambos foram divididos por 24.

O livro B aborda detalhadamente a divisão em três casos:

1º-Caso: Divisão de um número natural por uma fração.

Exemplo: $2 \div \frac{1}{4}$, a operação consiste em determinar quantas vezes $\frac{1}{4}$ cabe em duas unidades. Assim:

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Observe que $\frac{1}{4}$ cabe 8 vezes em duas unidades.

Calculando: Representando por x o quociente de 2 por $\frac{1}{4}$···, temos:

$2 \div \frac{1}{4} = x \Leftrightarrow x \cdot \frac{1}{4} = 2$, multiplicando os dois membros da igualdade por $\frac{4}{1}$ (o inverso da fração $\frac{1}{4}$), obtemos: $x . \cancel{\frac{1}{4}} . \frac{\cancel{4}}{1} = 2 . \frac{4}{1} = 8$; $x = 8$

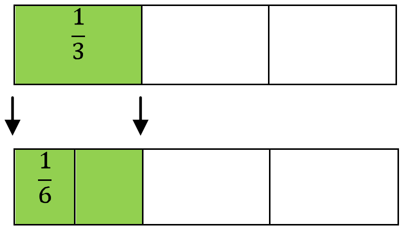
Multiplicação do 1º termo pelo inverso do 2º.

Logo o quociente de 2 por $\frac{1}{4}$ é 8.

2º-Caso: Divisão de uma fração por um número natural.

Exemplo: $\frac{1}{3} \div 2$, a operação consiste em determinar a metade de $\frac{1}{3}$.

Assim:



Representa $\frac{1}{3}$ da unidade.

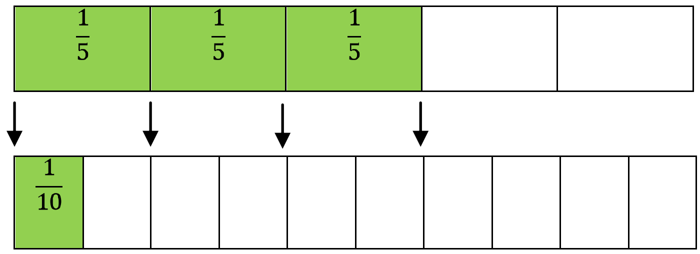
Representa a metade de $\frac{1}{3}$.

Observamos que $\frac{1}{6}$ é a metade de $\frac{1}{3}$.

3º-Caso: Divisão de uma fração por uma fração.

Exemplo: $\frac{3}{5} \div \frac{1}{10}$, a operação consiste em determinar quantas vezes $\frac{1}{10}$ cabe em $\frac{3}{5}$.

Assim:



Observamos que $\frac{1}{10}$ cabe 6 vezes em $\frac{3}{5}$.

Daí, podemos estabelecer que: Para dividir um número racional absoluto por outro (diferente de zero), devemos multiplicar o primeiro pelo inverso do segundo.

Exemplos: ■ $\frac{3}{5} \div \frac{7}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{9}{7} = \frac{27}{35}$ ■ $8 \div \frac{1}{10} = 8 \times 10 = 80$

O livro C aborda de forma simples a multiplicação, como: O produto 3×9 indica uma soma de três parcelas iguais a 9.

■ $3 \times 9 = 9 + 9 + 9 = 27$

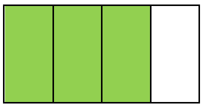
Do mesmo modo, o produto $4 \times \frac{1}{5}$ expressa uma som de quatro parcelas iguais a $\frac{1}{5}$.

■ $4 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

Mas o produto $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ apresenta uma dificuldade. Não podemos pensar numa soma de “meia parcela igual a três quartos”. Então este, desenhos podem ajudar a entender como multiplicar duas frações. Exemplo: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}$

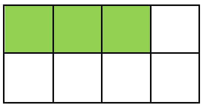
$$\frac{1}{2}\ de\ \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$



$\frac{3}{4}$

$$ou$$

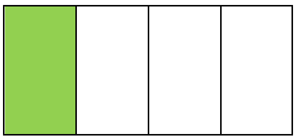
$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$



$\frac{3}{8}$

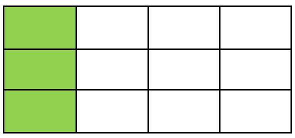
O produto de duas frações cujo numerador é o produto dos numeradores e o denominador é o produto dos denominadores dessas duas frações.

O livro C aborda a divisão de forma geométrica, como desenhar esta figura e pintar um quarto dela:



“Dividir a parte colorida em 3 partes iguais. Cada uma dessas partes representa $\frac{1}{12}$ da figura”.

Veja: $\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{12}$



Podemos efetuar essa divisão mais rapidamente, assim: $\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.

Observação: Quando multiplicamos um número por outro e o produto é igual a 1. Dizemos que esses números são inversos um do outro.

Assim, $2\ e\ \frac{1}{2}\cdots$, são inversos um do outro, pois $2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{2\times1}{1\times2} = \frac{2}{2} = 1$. Do mesmo modo, o inverso de $\frac{3}{4}$ é $\frac{4}{3}$, pois $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3\times4}{4\times3} = \frac{12}{12} = 1$.

Como fazemos para efetuar a divisão $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$? Multiplicamos o numerador e o denominador pelo inverso do denominador.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}}{1}$$

Se dividimos um número por 1, o resultado é o próprio número

$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2\times4}{3\times3} = \frac{8}{9}$

O quociente de uma fração por outra diferente de zero é o produto da primeira fração pelo inverso da segunda. Exemplos:

■ $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{2 \times 2}{3 \times 1} = \frac{4}{3}$ ■ $\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 1}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$

Os três livros fazem abordagens claras, porém o livro A deixa a desejar em relação a (multiplicação e divisão), pois não faz nenhuma abordagem, já o livro C faz abordagens simples e rápidas de todas as operações, tornando-se mais difícil a compreensão por partes dos alunos, por ser um conteúdo que deve ser bem trabalhado, desde seu conceito, frações equivalentes, operações e outros. Mas o livro B, como já mencionado, ele é o que dar maior ênfase a cada detalhe do assunto relacionado ao estudo de frações, com isso facilitando no ensino-aprendizagem do professor-aluno.

3.11-Potenciação

O livro A e C não fazem abordagens alguma, em relação á potenciação de frações.

O livro B aborda de forma clara e objetiva, como: de acordo com a definição de potenciação, podemos escrever:

Exemplos: $(\frac{2}{5})^4 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2^4}{5^4} = \frac{16}{625}$

Assim, para se elevar uma fração a um dado expoente, devemos elevar o numerador e o denominador a esse expoente.

Exemplos: ■ $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9}$ ■ $(1\frac{2}{5})^2 = (\frac{7}{5})^2 = \frac{7^2}{5^2} = \frac{49}{25} = 1\frac{24}{25}$

Ainda traz algumas observações:

- Toda potência de expoente 1 é igual á base.

Exemplos: ■ $(\frac{1}{7})^1 = \frac{1}{7}$ ■ $(\frac{4}{13})^1 = \frac{4}{13}$

- Toda potência de expoente zero é igual a 1.

■ $(\frac{3}{5})^0 = 1$ ■ $(\frac{7}{200})^0 = 1$

3.12-Raiz quadrada

O livro A e C não fazem nenhuma abordagem, em relação á raiz quadrada de frações.

O livro B aborda de forma clara e objetiva, como: de acordo com a definição de raiz quadrada, podemos escrever:

Exemplo: $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$, pois $(\frac{4}{5})^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$

Assim para se extrair a raiz quadrada de uma fração, devemos extrair a raiz quadrada do numerador e denominador.

3.13-Expressões numéricas

O livro A e C não fazem nenhuma abordagem em relação á expressões numéricos, envolvendo frações.

O livro B aborda de forma clara e objetiva, como: o cálculo dessas expressões é feito seguindo a mesma ordem estudada no cálculo das expressões numéricas com os números naturais:

1º-As potências e radiciações, na ordem em que aparecem.

2º-As multiplicações e divisões, na ordem em que aparecem.

3º-As adições e subtrações, na ordem em que aparecem.

Há expressões onde aparecem os sinais de associações e que devem ser resolvidas nesta ordem.

1º-parênteses ( )

2º-colchetes [ ]

3º-chaves { }

Exemplo: Resolva $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + (\frac{1}{2})^3$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{8} = \frac{2}{3} - \frac{3}{20} + \frac{1}{8} = \frac{40}{60} - \frac{9}{60} + \frac{1}{8} = \frac{31}{60} + \frac{1}{8} = \frac{62}{120} + \frac{15}{120} = \frac{77}{120}$$

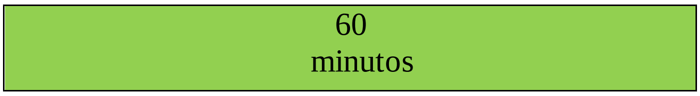
3.14-Problemas envolvendo frações

O livro A aborda de forma clara relacionando com exemplos de nosso dia-a-dia, esclarecendo como se deve proceder: ao resolver problemas que envolvem frações, você poderá se valer de figuras que vão auxiliar na visualização dos dados do problema e, conseqüentemente, na sua resolução. A figura mais usada, pela facilidade de sua construção, é o retângulo, tomando como o inteiro.

Exemplo 1: Num programa de auditório apresentado na tevê foi feita a seguinte pergunta a um casal que representava uma escola: “Quantos minutos tem um quarto de hora?” O rapaz e a garota fizeram muita festa. Consultaram-se. Abraçaram-se. No auditório, seus colegas vibraram. A pergunta era de fato muito fácil. E o apresentador voltou á pergunta: “Quantas minutos tem um quarto de hora”. A garota, toda sorridente, respondeu: “20 minutos”. E o apresentador: “A resposta está e, e, eee...”

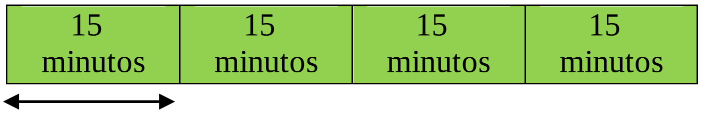
Como 1 hora tem 60 minutos, devemos calcular $\frac{1}{4}$ de 60.

Representemos o inteiro pelo retângulo abaixo:



Para obter $\frac{1}{4}$ do inteiro, devemos dividir esse retângulo em 4 partes iguais

$(60 \div 4 = 15)$.

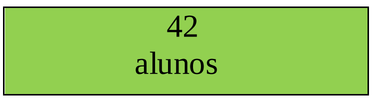


$\frac{1}{4}$ do inteiro

Logo, $\frac{1}{4}$ de 60 = 15, ou seja, um quarto de hora tem 15 minutos.

Exemplo 2: Uma classe tem 42 alunos, dos quais $\frac{2}{3}$ são meninas. Quantas são as meninas dessa classe? Queremos calcular $\frac{2}{3}$ de 42.

Representamos o inteiro pela seguinte figura.



O denominador da fração (3) indica que o inteiro deve ser dividido em 3 partes iguais.

Cada uma dessas partes representa 14 alunos (42÷3).

O numerador (2) indica que devemos tomar duas dessas partes.

14 alunos	14 alunos	14 alunos

Assim, $\frac{2}{3}$ de 42= 2x14=28. Logo, a classe tem 28 meninos.

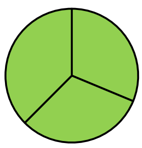
O livro B aborda de forma detalhada com bastante facilidade de compreensão, com exemplos práticos de nosso cotidiano. Ele começa fazendo uma afirmação, como: “Não esqueça que na solução de problemas com frações, o todo pode ser representado por qualquer fração de numerador e denominador iguais”. Exemplos:

Um barril cheio de vinho pode ser representado por: $\frac{2}{2}$ ou $\frac{3}{3}$ ou $\frac{4}{4}$ ... $\frac{12}{12}$ $etc.$

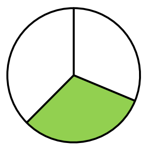
1º- Problema: Aninha quer um bolo que custa 12,00 reais. Pergunta-se:

a) Quanto custa $\frac{1}{3}$ desse bolo?

O bolo (o todo) será representado nesse item pela fração $\frac{3}{3}$.



$\frac{3}{3} \rightarrow 12{,}00\ reais$

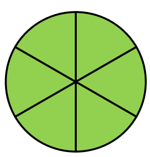


$\frac{1}{3} \rightarrow 12{,}00 \div 3 = 4{,}00\ reais$

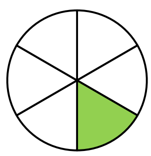
Logo $\frac{1}{3}$ do bolo, custa 4,00 reais

b) Quanto custa $\frac{5}{6}$ desse bolo.

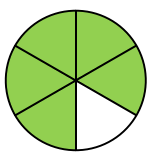
Nesse item, o bolo (o todo) será representado pela fração $\frac{6}{6}$.



$\frac{6}{6} \rightarrow 12{,}00\ reais$



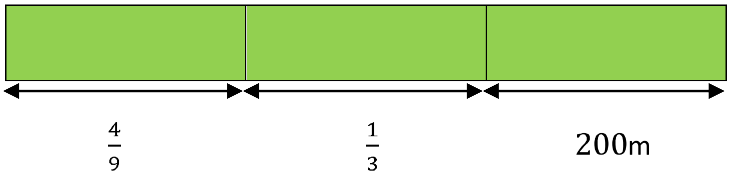
$\frac{1}{6} \rightarrow 12{,}00 \div 6 = 2{,}00\ reais$



$\frac{5}{6} \rightarrow 12{,}00 \times 5 = 10{,}00\ reais$

Logo $\frac{5}{6}$ do bolo, custa 10,00 reais

2º - Problema: Um pedestre percorre $\frac{4}{9}$ de uma estrada, depois percorre mais $\frac{1}{3}$ da mesma e ainda faltam 200m para chegar ao seu final. Qual o comprimento da estrada?



Percurso já realizado: $\frac{4}{9}+\frac{1}{3}=\frac{4}{9}+\frac{3}{9}=\frac{7}{9}$.

Faltam ainda 200m que corresponde a: $\frac{9}{9}-\frac{7}{9}=\frac{2}{9}$.

Assim: $\frac{2}{9} \rightarrow 200m$

$\frac{1}{9} \rightarrow 200m \div 2 = 100m$

$\frac{9}{9} \rightarrow 100m \times 9 = 900m$ Logo, o comprimento da estrada é de 900m.

O livro C aborda de forma clara e objetiva, com exemplos de nosso convívio, como: Maurício está atravessando a piscina a nado. Já nadou $\frac{2}{5}$ do comprimento da piscina. Quantos metros faltam?

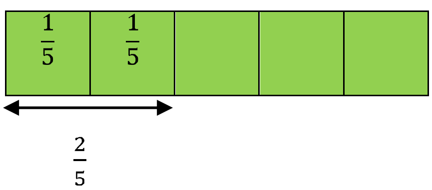
Observação: No problema falta um dado. Vou escolhê-lo na opção abaixo. Mas não devo escolher uma informação que já é um dado do problema nem uma informação que não tenha relação com o enunciado.

1º- Maurício já nadou $\frac{2}{5}$ do comprimento.

2º- Maurício tem 14 anos.

3º- A piscina tem 25 metros de comprimento.

Escolhemos a terceira informação, a piscina tem 25m de comprimento, e resolvemos o problema:



$\frac{2}{5}$ De 25 = 25 $\div 5 \times 2 = 10;\ 10m$

$(25-10) = 15m.$

Maurício ainda tem de nadar 15m.

Os três livros são muitos bons, relacionando problemas que envolvem frações com o nosso dia-a-dia. O livro B é o que mais chama atenção por expressar seu conteúdo, com mais detalhe e mais completo, em busca da assimilação do assunto por parte do aluno.

3.15-Conclusão da análise

Analisando os livros didáticos, através de pesquisas feitas com livros de 5ª série (6º ano) de três autores diferentes, observamos que o conteúdo de frações é abordado de várias maneiras diferentes, onde cada autor tenta passar o conteúdo de forma clara e objetiva, buscando um melhor desempenho e uma possível aprendizagem dos alunos. Em relação ao assunto de frações, observamos: a forma introdutória do seu conceito; o que representa; como se representa e como se lê; tipos de frações; como achar frações equivalentes; operações, problemas relacionados com nosso cotidiano e outros. Dos três livros analisados, todos abordam "problemas", envolvendo situações do nosso dia-a-dia. Os livros A e C são os que envolvem situações problemas no decorrer da pesquisa com mais freqüência, porém deixam a desejar em vários itens de grande importância para o ensino-aprendizagem do conteúdo de frações, como tipos de frações, número misto, operações e outros, pois alguns itens não são mencionados e quando são, é de forma rápida, com isso dificultando a aprendizagem do conteúdo. Já o livro B é o que aborda com maior ênfase, cada item citado no conteúdo de frações, de forma bem detalhada, ou seja, o passo a passo dos itens estudados de forma objetiva e clara, dando importância a cada um dos tópicos, pois sabemos que o conteúdo de frações deve ser bem trabalhado, desde o seu conceito a problemas que envolva situações relacionadas com nosso dia-a-dia, para com isso desempenhar uma assimilação por partes dos alunos e uma possível aprendizagem do conteúdo de frações.

CAPÍTULO IV

4-ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Esse capítulo é voltado para o desenvolvimento do kit pedagógico, que é de grande importância para o ensino-aprendizagem, onde o material concreto serviu de auxílio ao nosso trabalho, fazendo com que a aula ficasse mais dinâmica e conseqüentemente mais atrativa, com isso o estudo sobre frações tornou-se bastante claro. Promovemos atividades práticas para que os alunos utilizassem o material e construíssem os conceitos esperados.

4.1-SUJEITO DA PESQUISA

A experiência foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio **Francisco Ernesto do Rêgo,** no município de **Queimadas-PB.** O assunto abordado foi Estudo de Frações, contando com o auxilio do material concreto. A série trabalhada foi o 6º ano (5ª Série). A classe tinha 30 alunos. A duração da aula foi de 90 minutos. Assim optamos trabalhar numa série superior a título de revisão, haja vista que não houve disponibilidade de tempo de trabalhamos no 6º ano, como também o período que foi aplicado à experiência não correspondia ao assunto que estava sendo trabalhado na série corrente.

4.2-Justificativa

O conteúdo abordado é de suma importância, tanto no aspecto social, os quais encontraram inseridos na vida dos alunos auxiliando como instrumento na resolução de diversos problemas encontrados no nosso cotidiano, como no aspecto do currículo, haja vista ser conteúdo base para o desenvolvimento de outros, tal como números decimais.

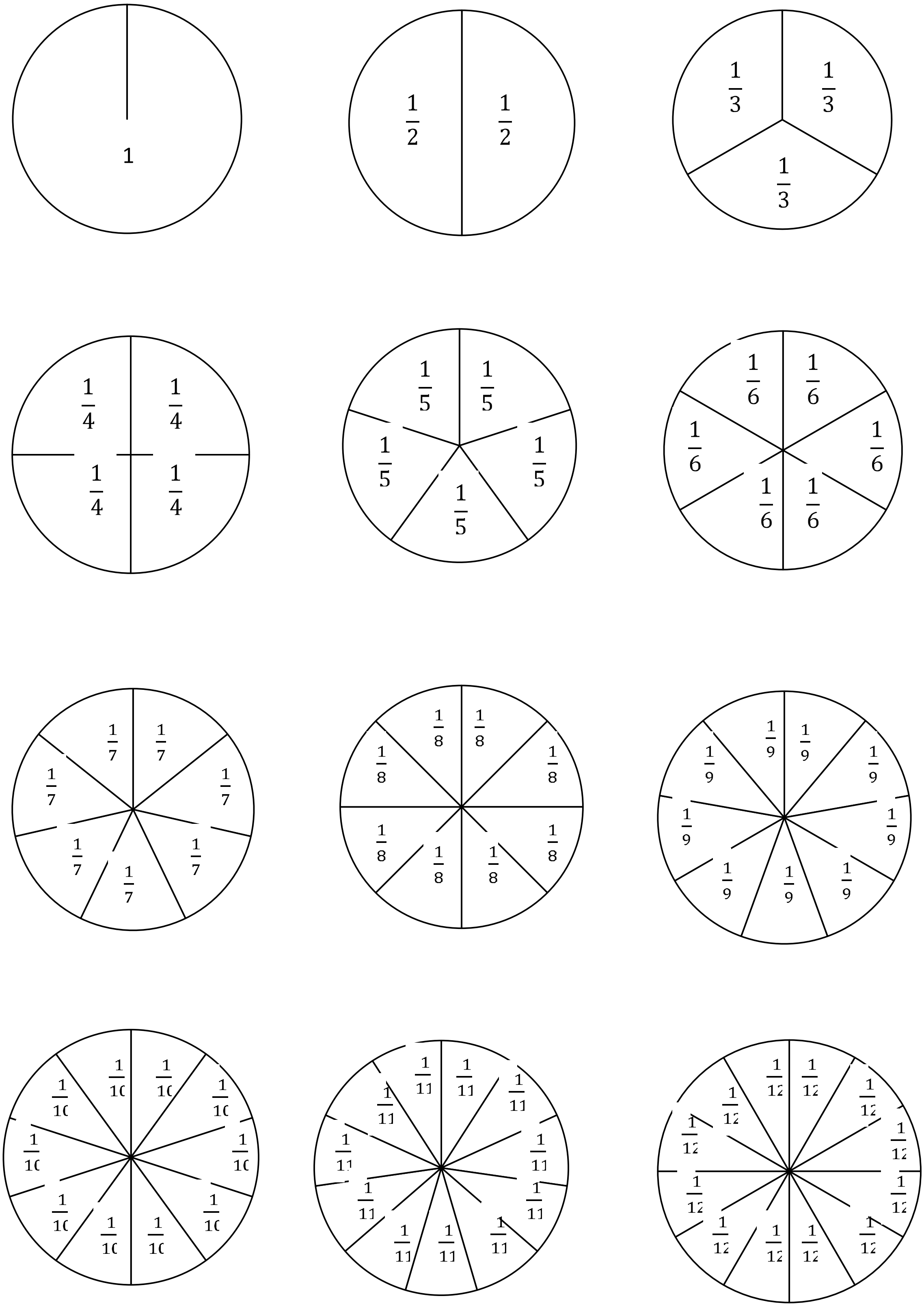
4.3-Objetivos

- ✓ Manuseia o material de forma correta;
- ✓ Compreender o conceito de fração e suas aplicações;
- ✓ Construir frações equivalentes, tanto quanto, desenvolver as operações;

4.4-Kit pedagógico

Foram utilizados Kit's de frações do laboratório da UEPB e Kit's confeccionados por nós em forma de pizza. O material foi dividido em até doze partes iguais. Cada uma foi feita de cores diferentes em busca de facilitar o manuseio.

Frações na forma de pizza



4.5-Recursos didáticos

Frações em forma de pizza, confeccionado com: cartolina guache, EVA, cola tesoura, giz de cera, régua, marcador para retroprojetor (kit pedagógico), e ainda usamos na sala de aula (quadro, giz, livros didáticos).

4.6-Metodologia

Entregamos uma Xerox contendo revisão sobre fração e exercícios práticos e em seguida o material didático. Discutimos oralmente cada situação, e manuseamos o material para solucionarmos os problemas propostos.

4.7-Experiência pedagógica

A turma utilizada para que desenvolvermos a experiência já tinha estudado frações no 6º ano (5ª Série). Revisamos alguns conceitos importantes sobre frações, mas ao iniciamos a aula com uma pergunta: qual é a idéia do que seja um número fracionário e suas representações? A maioria dos alunos não soube responder. Após trabalharmos este aspecto introduzimos: leitura de frações, tipos de frações, número misto, frações equivalentes dando mais ênfase por ser o mais importante, e assim por diante. Mas o intuito deste trabalho que vivenciamos foi mostrar que as frações podem ser vista de forma clara e atrativa, por isso é que confeccionamos o material didático e daí passamos a utilizá-lo para solucionarmos nossos problemas. Dividimos a turma em três grupos, e aplicamos o exercício, como: Encontre frações equivalentes a $\frac{1}{2}$?

De inicio acharam complicado o manuseio do material, mas passamos em cada grupo ajudando-os a encontrar as frações equivalentes ($\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} \ldots$). Todos eles conseguiram. Logo em seguida pedimos a eles que adicionassem $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ e dissessem por que foi fácil? Muitos responderam errados, afirmando que era $\frac{3}{8}$, alguns ficaram calados, dois alunos responderam correto, observamos que a grande maioria não sabia o processo para calcular (adição ou subtração) de frações com mesmo denominador, então mostramos a eles usando o material concreto, o que dá $\frac{3}{4}$, e daí pudemos concluir que repete o denominador e (soma ou subtrai) os numeradores.

Em seguida pedimos que adicionassem $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, porém não obtivemos uma resposta correta. Tivemos resposta do tipo, $\frac{2}{5}$, entre outros, ou seja, eles adicionaram numerador com numerador e denominador com denominador, mostrando novamente que não sabiam o processo para resolver essa situação, em que os denominadores são diferentes. Mas com auxilio do material didático encontramos frações equivalentes as mesmas, logo perceberam que tínhamos duas frações com denominadores iguais ($\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$), onde era só repetir o denominador e somar os numeradores encontrando $\frac{5}{6}$. Assim pudemos daí concluir a grande importância de transformar as frações em frações equivalentes, ou seja, denominadores iguais, donde surge a regra prática do mmc (mínimo múltiplo comum).

Já na multiplicação de frações, não houve problemas por ser tão direto, como: (numerador vezes numerador e denominador vezes denominador), mas procuramos mostrar a eles que numa multiplicação de um número inteiro por outro surge preposição "de", por exemplo: 2x3 é igual a dois grupos de três (3+3=6), desta forma, transportamos essa idéia para multiplicação de frações a fim de facilitar a compreensão, mostramos vários exemplos, como: $2 \text{ x } \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3} \text{ x } 2$.

A divisão, não foi tão simples, pois o aluno não tinha base para interpretar exemplos do tipo, quanto é $\frac{1}{3} \div 2$? E depois compare com o resultado de $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$? Em seguida conclua a regra da divisão? No entanto, com auxilio do material concreto, tentamos buscar a melhor forma possível de visualizar a operação desejada: "a operação consiste em determinar a metade de $\frac{1}{3}$" que é $\frac{1}{6}$, e comparando com o resultado da multiplicação $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$, as soluções são idêntica. Em outra situação, perguntamos quanto seria $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$? E compare com resultado da multiplicação de $\frac{1}{2} \times 3$? Neste caso é tão simples a visualização, onde a operação consiste em: "determinar quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe em $\frac{1}{2}$", que é $\frac{3}{2}$ vezes, e comparando com resultado da multiplicação $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$, mais uma vez as soluções foram idêntica, daí pudemos concluir a regra prática da divisão que é "repete a primeira fração troca o sinal da divisão por multiplicação e inverte a segunda fração".

A revisão foi muito boa, pois os alunos ficaram muito entusiasmados e viram como é bem mais fácil assimilar o conteúdo sobre frações usando o material didático (concreto), que até brincaram em fala com o professor deles que estava presente em toda aula de revisão, dizendo "professor é melhor o senhor deixar ele ficar dando aula a gente", acredito que falaram isso por ser uma aula diferenciada (divertida), não uma aula que está acostumada a assistir de forma mecânica.

4.8-Aspectos positivos

- A facilidade de aprendizagem dos alunos em manuseia o material concreto, resultando em um bom aproveitamento.
- O uso do material concreto, que é muito importante na visualização e entendimento das frações, tornado a aula mais dinâmica.
- Trabalho em grupo, a interação entre os alunos, participação de todos.

4.9-Aspectos negativos

- A quantidade grande de alunos, dificultando o nosso trabalho, pois nem sempre pudemos dar a atenção necessária a todos.
- A falta de mais material concreto, com os quais poderíamos fazer grupos menores e assim aumentar a aprendizagem.

5-CONCLUSÃO

Na maioria das escolas, os alunos aprendem frações de forma mecânica (tradicional), nós como educadores temos que buscar inovar nossas práticas pedagógicas e assim desenvolver melhor o conteúdo trabalhado: desde o conceito de frações a sua aplicabilidade em nosso dia-a-dia. Assim nossos alunos irão assimilar melhor o conceito de frações, tornando-se mais fácil o estudo das operações fracionárias e outras aplicações, desta forma, utilizamos o material manipulável (concreto), pois é muito importante para que o aluno assimile melhor o estudo sobre frações.

Essa experiência que desenvolvemos foi de grande importância em nossa formação a qual nos permitiu olhar de forma diferente a atuação do professor, não só como proceder em sala de aula, mas também como devemos preparar nossas aulas. O material concreto apresentado em nosso trabalho ajudou muito na compreensão do conteúdo sobre frações, fazendo com que a aula ficasse mais prazerosa e proveitosa.

Esperamos ter contribuído, com o estudo das frações de forma simples e objetiva para o ensino-aprendizagem da matemática, cujo intuito foi de melhorar o conhecimento dos alunos e desenvolver uma aprendizagem eficaz.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIANCHINI, Edwaldo, 1935-**Construindo conhecimentos em matemática**: 5º série/ Edwaldo Bianchini, Marcos Miami. -1. ed. – São Paulo : Moderna, 2000.

BOYER, Carl. Benjamim, 1906. **História da matemática**, Tradução: Elza F. Gomide. Ltda, 2 ed.- São Paulo. Edgard Blucher, 1996.

D´AMBRÓSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje** ? In: Revista temas e debates, Ano VII. 2ª ed – nº 1 e 2 – SBEM - 1994

EVES, Howard, **Introdução á história da matemática**, Tradução: Higino H. Domingues,- Campinas: São Paulo, 1995.

GUELLI, Oscar, 1943- Matemática: **Uma aventura do pensamento**: livro do professor / Oscar Guelli. – São Paulo: Ática, 2002.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: MATEMÁTICO/Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. -3. ed. – Brasília: A Secretaria,2001.

RAMOS, Luzia Faraco. **Frações sem mistério**, 12ª, ed ática, São Paulo – SP, 1995.

SILVEIRA, Ênio, 1958-Matemática/**Ênio Silveira, Cláudio Marques**. – São Paulo: Moderna, 1995.

ANEXOS

Fotos da experiência pedagógica-Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Francisco Ernesto do Rêgo

Foto 1

Foto 2

EXERCÍCIOS

1- Observe as figuras e diga se são frações? Justifique sua resposta?

2- Ana comeu três oitavos de uma pizza?

3- Mamãe ganhou dois sexto de um bolo?

4- Faça a leitura das frações? $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{3}{11}$; $\frac{2}{10}$; $\frac{9}{100}$; $\frac{4}{1000}$; $\frac{5}{10000}$; $\frac{13}{100000}$; $\frac{12}{1000000}$?

5- Transforme o número misto em fração imprópria e vice-versa? $1\frac{1}{2}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{13}{4}$?

6- Encontre frações equivalentes a: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{2}$?

7- Simplifique se possível as frações: $\frac{12}{15}$; $\frac{19}{9}$; $\frac{18}{16}$; $\frac{28}{10}$; $\frac{39}{20}$?

8- Responda qual é a: $>$(maior), $<$(menor),ou $=$(igual): a) $\frac{1}{2} \ldots \frac{6}{12}$ b) $\frac{1}{3} \ldots \frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{6} \ldots \frac{1}{8}$?

9- Resolva as operações: a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$? b) $\frac{2}{5}-\frac{1}{5}$? c) $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$? d) $\frac{1}{6}-\frac{1}{4}$? e) $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$? f) $\frac{3}{2}\div\frac{3}{4}$?

10- No período da manhã do colégio Nóbrega, os meninos representam $\frac{2}{5}$ do número de alunos. Qual a fração correspondente ás meninas?