



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I – CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

LEANDRO ARAÚJO BEZERRA

**APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA: SENOS,
COSSENO E TANGENTE.**

CAMPINA GRANDE

2011

LEANDRO ARAÚJO BEZERRA

**APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA: SENO,
COSSENO E TANGENTE.**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito final para a
obtenção do título de Licenciado em
Matemática, pelo Curso de Licenciatura
em Matemática da Universidade
Estadual da Paraíba

ORIENTADOR: Prof^o. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo.

Campina Grande

2011

B469a Bezerra, Leandro Araújo.
Aplicação do geogebra no estudo da trigonometria
[manuscrito]: seno, cosseno e tangente / Leandro
Araújo Bezerra. – 2011.
32 f. : il.

Digitado.

**Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba,
Centro de Ciências Tecnológicas, 2011.**

“Orientação: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo,
Departamento de Matemática e Estatística”.

1. Ensino de Matemática. 2. Aprendizagem. 3.
Trigonometria. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

LEANDRO ARAÚJO BEZERRA

APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA: SENO,
COSSENO E TANGENTE.

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação
em Licenciatura em Matemática da
Universidade Estadual da Paraíba,
Campus I – Campina Grande, em
cumprimento à exigência para
obtenção do grau de Licenciado em
Matemática.

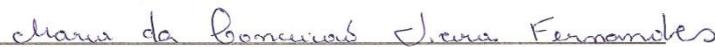
Aprovado em 29/06/2011



Prof^oDr. Rômulo Marinho do Rêgo
Orientador



Prof^o. Msc. Aníbal de Menezes Maciel/UEPB
Universidade Estadual da Paraíba
Examinador



Prof^o. Msc. Maria da Conceição Vieira Fernandes/UEPB
Universidade Estadual da Paraíba
Examinador

Campina Grande, Junho de 2011.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter permitido que eu trilhasse esse caminho até aqui, com saúde e paz espiritual.

Aos meus pais Maria do Socorro e Divanilson, meus irmãos José Carlos, Jonas Thadeu e Lucineide e minha noiva Ana Paula que sempre acreditaram em mim e me ajudaram a vencer esse e outros desafios de minha vida, sendo, portanto a razão da minha vida sempre.

A minha segunda família que conheci nestes 4,5 anos de convivência na universidade: Joselito, José Elias, Luanna, Renata, Luciano, Arthur, Samara, Maria do Socorro, Renato, Janaina, Ewerton, Melânia e Waldênia que com certeza foram e serão muito importantes para minha existência.

Aos professores Rômulo, Conceição, Fernando, Aníbal, Vandenberg, Luiz Havelange, Samuel, Cícero, Abigail, Lúcia, Ernesto, Silvânio, Milla, Aldo Trajano e Osmundo por contribuírem de diversas formas para minha formação profissional e como cidadão.

Que Deus abençoe a todos que participaram direta e indiretamente dessa fase vencedora da minha vida. Obrigado.

Leandro Araújo Bezerra

*Ao meu Deus, a minha
família, a minha noiva, e aos
meus amigos.*

“Seis coisas há que o Senhor odeia e uma sétima que lhe é abominação: olhos altivos, língua mentirosa, mãos que derramam sangue inocente, um coração que maquina projetos perversos, pés pressurosos em correr ao mal, um falso testemunho que profere mentiras e aquele que semeia discórdias entre irmãos”.

(Provérbio 6, 16-19)

SUMÁRIO

RESUMO.....	8
INTRODUÇÃO	8
OBJETIVOS GERAIS.....	10
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
A MATEMÁTICA E AS NOVAS TECNOLOGIAS	11
UM POUCO DE HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA	13
A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	14
O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO	15
O QUE É O GEOGEBRA?	16
METODOLOGIA.....	16
IDÉIAS DE SENO, COSSENO E TANGENTE	17
ATIVIDADE 1: CONHECENDO O GEOGEBRA.....	18
ATIVIDADE 2: CONSTRUINDO O CICLO TRIGONOMÉTRICO	22
CONSTRUINDO O CICLO TRIGONOMÉTRICO USANDO APENAS A ENTRADA DE COMANDOS	23
CONSTRUINDO O GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO.....	25
PRÉ-TESTES.....	26
PÓS-TESTES.....	29
CONSIDERAÇÕES FINAIS	32

APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA: SENO, COSSENO E TANGENTE.

BEZERRA, Leandro Araújo

Resumo: Esse estudo tem como linha de pesquisa o “Uso das Tecnologias no ensino de matemática” e consiste no desenvolvimento de uma abordagem didática do ensino da matemática tendo como objetivo introduzir as funções seno, cosseno e tangente, a nível de 1º ano do ensino médio da escola PREMEN em Campina Grande, na qual enfatizamos a realização de atividades envolvendo situações problemas fazendo uso do software matemático “GeoGebra” como ferramenta e recurso didático. Usamos fortemente este recurso para levar o aluno a visualizar gráficos das referidas funções, por meio da comparação de gráficos associados a diferentes parâmetros. Com esta abordagem esperamos que o aluno desenvolva uma compreensão destas funções, considerando inclusive aspectos dinâmicos, se familiarize com o uso de computadores em matemática, tenha uma maior participação em sala de aula e desenvolva algumas aplicações destas funções em diversos contextos. Esperamos que esse estudo possa contribuir promover uma inovação e dinamização no ensino de alguns conteúdos de matemática, tentando tornar assim o ensino da matemática mais atrativo e significativo para os alunos.

Palavras-chave: Matemática. Trigonometria. Ensino. Tecnologia.

INTRODUÇÃO

Este trabalho visa apresentar uma proposta de intervenção didática da matemática fazendo uso das tecnologias da informação, tendo como tema o ensino de trigonometria por meio da resolução de problemas e utilizando software GeoGebra¹. Destinada às turmas de primeiro ano do ensino médio, tem como objetivo tentar fornecer condições para que o aluno desenvolva de maneira adequada processos cognitivos associados a este conteúdo e que fazem parte das demandas educacionais da sociedade contemporânea. Nesta direção, procura introduzir metodologias de ensino que permitam inserir o aluno na cultura de uso de computadores e ferramentas da informática direcionadas para o ensino de matemática, na perspectiva de inseri-lo em práticas de ensino que sejam ao mesmo tempo mais dinâmicas, eficientes e prazerosas.

Vários autores destacam as dificuldades de ensino de geometria e de trigonometria no ensino fundamental e médio, havendo mesmo alguns que caracterizam a situação como de crise. Deve-se destacar que nos cursos de

¹ Neste trabalho foi usada a versão GeoGebra 3.2.47.0 disponível no site: <http://www.geogebra.org/>

formação de professores de matemática não se explora devidamente estes conteúdos matemáticos, concentrando-se principalmente no ensino de Geometria Euclidiana, mais voltado para o desenvolvimento de uma abordagem lógico-dedutiva da geometria, incluindo aspectos relacionados às funções trigonométricas. A revisão efetuada de trigonometria, geralmente feitas em disciplinas introdutórias às licenciaturas, se limitam a suprir algumas lacunas trazidas do ensino médio, sem a preocupação em associar estes conhecimentos a práticas de sala de aula.

Tendo em vista os anseios dos jovens por processos educacionais contemporâneos, é papel do educador possibilitar condições para que o aluno desenvolva de maneira satisfatória o processo ensino-aprendizagem, utilizando novas metodologias de ensino que façam uso das tecnologias recentes e que sejam motivadoras e adaptáveis a realidade vivenciada pelos nossos alunos.

Além disso, na formação inicial sentimos falta de um trabalho mais consistente com a representação de figuras geométricas, e observamos que o ensino da geometria e trigonometria se torna muitas vezes uma tarefa muito difícil, principalmente para aqueles professores que possuem pouca habilidade para de desenhar, ou seja, de representar os objetos matemáticos graficamente. Esse problema pode prejudicar a visualização e a interpretação das ideias geométricas ou conceitos mais abstratos representados por figuras, podendo provocar interpretações equivocadas entre os estudantes. Podemos apresentar como exemplo a representação geométrica das diagonais de um cubo ou até mesmo a de um plano na lousa. Veja na figura 1 um cubo com uma de suas diagonais traçadas com auxílio do GeoGebra.

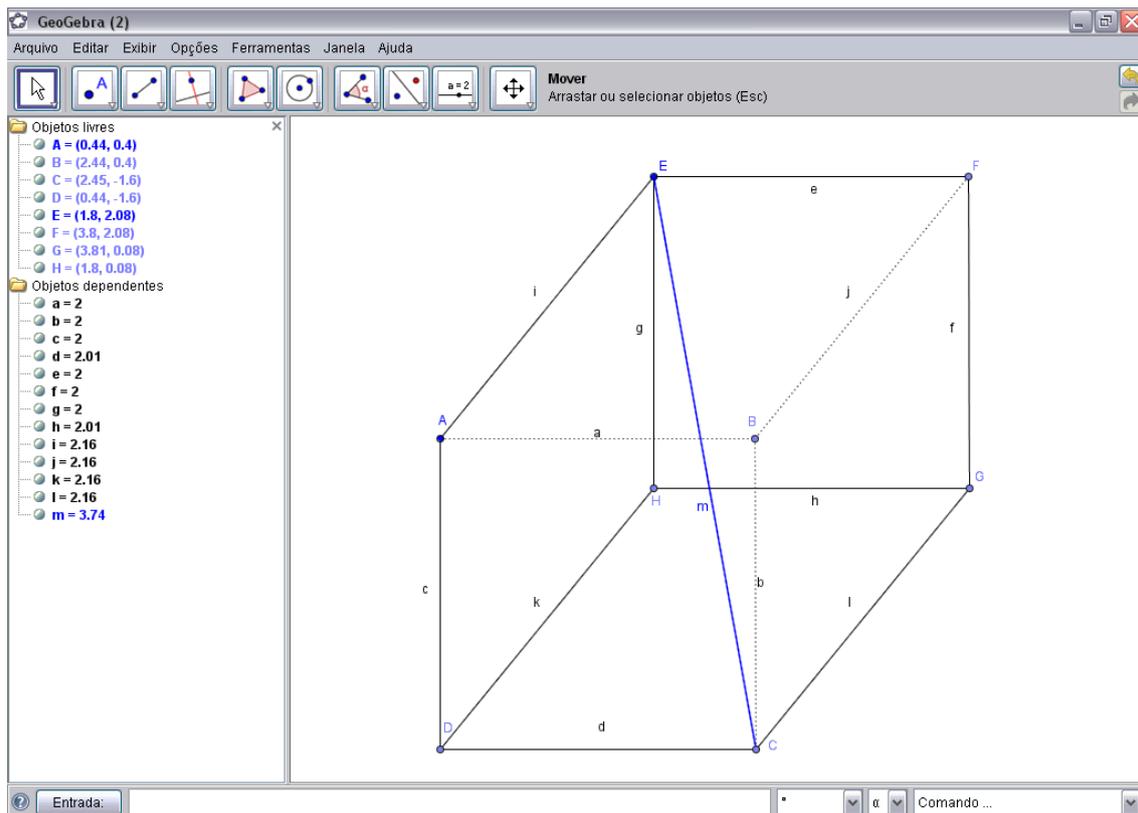


Figura 1: cubo em três dimensões com uma diagonal traçada: feito no GeoGebra

Muitas vezes os alunos não conseguem imaginar situações simples, mesmo que o professor insista na questão, como a diagonal da figura 1. Dessa forma acredito que a utilização de imagens geradas por softwares computacionais, a exemplo do GeoGebra, constitui uma ferramenta que pode amenizar tais dificuldades, tanto para o professor de matemática quanto para os estudantes, pois nele podemos simular estas situações como se estivéssemos trabalhando na lousa. Isto porque ele trabalha em ambiente de duas dimensões.

OBJETIVOS GERAIS:

Desenvolver uma proposta de ensino de trigonometria introduzindo os conceitos de seno, cosseno e tangente por meio de recursos computacionais; aplicar em sala de aula; verificar a sua adequação aos objetivos educacionais definidos para este nível de escolaridade e fornecer ferramentas e subsídios para que possa despertar nos alunos a motivação para o estudo e aplicação da trigonometria utilizando o software matemático GeoGebra como ferramentas

que nos possibilite relacionar teoria e prática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Elaborar uma proposta de ensino de trigonometria envolvendo a construção do conceito de funções seno, cosseno e tangente em nível de 1º ano do ensino médio.
- Avaliar o impacto de uma abordagem de ensino de trigonometria envolvendo a construção do conceito de funções seno, cosseno e tangente em nível de 1º ano do ensino médio com apoio do Software.
- Possibilitar o contato dos estudantes com a matemática por meio de novas tecnologias de informação, especificamente o software matemático GeoGebra, trabalhando fortemente visualização de gráficos de funções trigonométricas procurando relacionar mudanças de parâmetros com mudanças nos gráficos.
- Ampliar o campo de visão do educando, através de uma metodologia de ensino que possibilite a participação dos mesmos na construção do conhecimento.

A MATEMÁTICA E AS NOVAS TECNOLOGIAS

O ensino da matemática é praticado desde muito tempo, em muitas escolas públicas de nosso país, com pouca preocupação de mostrar que tal ciência está ligada diretamente com nossas vidas e em nosso cotidiano. Isso não acontece apenas no ensino básico e médio, mas também na esfera acadêmica. Esta forma de ensinar acaba causando no aluno um repúdio a matemática e até mesmo o medo da disciplina, levando ao fracasso escolar muitos estudantes já nos anos iniciais dos estudos.

Antes, a situação era muito grave e com o avanço da tecnologia, a chegada e a popularização momentânea da internet o problema tem se intensificado ainda mais. Uma vez que o aluno não vê significado em estudar a matemática das escolas, procura outras fontes mais atrativas que a escola. Da forma como esta o sistema educacional sem um direcionamento por parte de professores de matemática na prática docente com uso das tecnologias como ferramenta complementar nas suas aulas, o aluno não vê interligação entre sua

vida, que é muitas vezes de horas no computador ou manipulando eletrônicos diversos, e o conhecimento matemático. Desta forma, procura em outras fontes formas de “passar o tempo” e vê, principalmente hoje, a internet tornar-se opção fácil e rápida de entretenimento, deixando assim o estudo em segundo plano ou até mesmo em último plano.

Nas últimas décadas, a relação entre o ensino de matemática e as novas tecnologias é objeto de estudos de muitos pesquisadores. A exemplo temos Ubiratan D`Ambrosio (1999) que relaciona matemática e tecnologia da seguinte forma:

A matemática e a tecnologia, entendida como a convergência do saber [ciência] e do fazer [técnica], são intrínsecas à busca solidária de sobreviver e de transcender. A geração do conhecimento matemático não pode, portanto, ser dissociada da tecnologia disponível. Os primeiros passos para a elaboração desse conhecimento remontam aos australopitecos e às primeiras manifestações de conhecimento socialmente organizado dos homínídeos.(Ubiratan D`Ambrósio, 1999)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's (1997) recomendam como objetivo do ensino fundamental que os alunos sejam capazes de saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos. Mais isso não é o que acontece e muitos chegam ao ensino médio sem ter adquirido essa competência e a partir de então nota-se que a defasagem começa desde muito cedo, ou seja, podemos perceber que os problemas relacionados as questões de ensino-aprendizagem da matemática está presente já nas séries iniciais. No contexto das novas tecnologias e sobre o computador, os PCN's (1997) afirmam que:

Ele é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seja pela sua destacada presença na sociedade moderna, seja pelas possibilidades de sua aplicação nesse processo(PCN's, 1997)

Tendo em vista a forte presença das novas tecnologias da informação na sociedade contemporânea torna-se necessária e indispensável sua

implantação no sistema de educacional, introduzindo metodologias no ensino da matemática tendo como base a utilização destas ferramentas. Defendemos que os professores de matemática devam estar preparados para fazer uso dos computadores e os diversos softwares de matemática nas suas aulas. Programas como o GeoGebra, Poly, Régua e Compasso, entre outros, podem auxiliar no trabalho em sala de aula, principalmente na visualização de gráficos e construção das figuras geométricas, desenvolvendo formas de relacionar diferentes gráficos de diferentes funções. É neste sentido, o emprego das novas tecnologias de informação na prática docente, que pretendemos efetivar este estudo, voltando-se principalmente para o ensino de conceitos básicos das funções trigonométricas fundamentais, utilizando como ferramenta metodológica o software matemático GeoGebra.

UM POUCO DE HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA

Quanto ao início da trigonometria não se sabe ao certo qual foi o primeiro passo ou o primeiro homem que a deu origem, até porque não foi só um homem. Temos indícios que muitos antigos egípcios e babilônios contribuíram um pouco para seu desenvolvimento. No entanto, pode-se dizer que o início do desenvolvimento da trigonometria se deu especialmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV ou V a.C. É possível encontrar problemas envolvendo a cotangente no Papiro Rhind. Também uma notável tábua de secantes na tabula cuneiforme babilônica Plimpton 322.

Segundo EVES (2004) a palavra trigonometria significa medida das partes de um triângulo. Não se sabe ao certo se o conceito da medida de ângulo surgiu com os gregos ou se eles, por contato com a civilização babilônica, adotaram suas frações sexagesimais. Mas os gregos fizeram um estudo sistemático das relações entre ângulos - ou arcos - numa circunferência e os comprimentos de suas cordas.

O astrônomo Hiparco de Nicéia, por volta de 180 a 125 a.C., ganhou o direito de ser chamado "o pai da Trigonometria", pois, na segunda metade do século II a.C., fez um tratado em doze livros em que se ocupou da construção

do que deve ter sido a primeira tabela trigonométrica, incluindo uma tábua de cordas. Evidentemente, Hiparco fez esses cálculos para usá-los em seus estudos de Astronomia. Hiparco foi uma figura de transição entre a astronomia babilônica, como destaca “Howard Eves”(2004) no seu livro “Introdução à história da matemática” que diz:

As realizações de Hiparco na astronomia são menos importantes que o papel que ele teve no desenvolvimento da trigonometria. O comentador Têon de Alexandria (sec.IV) atribui a Hiparco um tratado em doze livros que se ocupa da construção de uma *tabua de cordas*(EVES,2004, p.203)

As principais contribuições à Astronomia, atribuídas a Hiparco se constituíram na organização de dados empíricos derivados dos babilônios, bem como na elaboração de um catálogo estelar, melhoramentos em constantes astronômicas importantes - duração do mês e do ano, o tamanho da Lua, o ângulo de inclinação da eclíptica - e, finalmente, a descoberta da precessão dos equinócios. Como diz EVES;

O trabalho grego definitivo sobre astronomia foi inscrito por Claudio Ptolomeu de Alexandria, por volta de 150 d.C.Baseado nos escritos de Hiparco, esse tratado de influencia científica rara é famoso por sua compacidade e elegância (EVES,2004 , p.204)

O autor EVES(2004) afirma também que a palavra cosseno surgiu somente no século XVII, como sendo o seno do complemento de um ângulo. Os conceitos de seno e cosseno foram originados pelos problemas relativos à astronomia, enquanto que o conceito de tangente, ao que parece, surgiu da necessidade de calcular alturas e distâncias.

A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A História da trigonometria faz-nos pensar no momento atual e a sua aplicabilidade em situações do cotidiano. Há diversos ramos da sociedade que usam a trigonometria, tais como: a navegação aérea e marítima, a engenharia, a arquitetura, a astronomia, a física e as ciências da saúde (em muitos diagnósticos, como exemplo, a optimetria). Estes dados históricos podem se tornar uma importante fonte para motivar os alunos a terem uma maior compreensão e alcance da trigonometria.

Agora, questionemos o seguinte: *Por que há pouca preocupação em contextualizar a matemática hoje se o que mais se fez na história foi isso?*

A partir desses fatos podemos crer que a história da matemática pode servir de ferramenta didática imprescindível para promover a construção do conhecimento do estudante de forma histórico-contextualizada. Dessa forma, ao se trabalhar o conteúdo de Trigonometria, utilizando-se também a história da matemática para contextualizar e motivar a aprendizagem de tal disciplina, e diria também que o fazer docente, passa-se então, a dar significado a aplicações e objetivos matemáticos. Dessa maneira oportuniza-se ao aluno maior facilidade em compreender e utilizar este conteúdo em seu cotidiano.

O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Uma das maiores dificuldades encontradas no fazer docente é ensinar de diferentes maneiras o mesmo conteúdo, algo do qual os educadores devem ter a obrigação de saber, visto que, cada educando tem a sua forma de compreensão, seu próprio raciocínio e mesmo estando muitas vezes em meios sociais completamente distintos, cada estudante possui suas peculiaridades. Essa pode ser uma “fórmula” ou “receita” fundamental para que o aluno possa “visualizar” melhor os conteúdos e os conceitos principais, fazendo com que a aula fique mais atrativa e menos tediosa.

Sabendo que a Trigonometria é em muitos casos de difícil compreensão, sugere-se que haja maior contato entre o aluno e o conteúdo. O GeoGebra pode ser uma ótima alternativa para este fim; mas como conseguir que isto ocorra, uma vez que os profissionais da educação podem estar

sendo pouco atuantes neste sentido? Não é algo simples, mas há técnicas a serem desenvolvidas e outras já prontas. Com a utilização destas técnicas e, por exemplo, o auxílio de materiais concretos e inclusive os softwares, o aluno poderá manusear aquilo que construíram o que facilitará a fixação dos conteúdos.

O GeoGebra pode ser um grande parceiro do professor nas atividades de apresentação das funções trigonométricas no ensino médio. Uma vez que no ensino fundamental educando está mais acostumado com o conteúdo de geometria associado as relações existentes entre comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, no ensino médio tal estudo se relaciona com as funções trigonométricas, que estudam os fenômenos periódicos por meio de seno e cosseno e as que delas derivam. Essa nova abordagem pode provocar dificuldades na compreensão de tais conteúdos e é nesse ponto que o software pode ajudar a melhorar o entendimento tais conceitos, geométricos e também algébricos, pois permite o dinamismo das imagens ou dos objetos matemáticos através do movimento, permitindo visualizar suas correlações, como por exemplo, colocar um ponto à percorrer a circunferência e deformar ou expandir as figuras geométricas ao mesmo tempo que suas estruturas algébricas também se modificam dependendo das mudanças feitas anteriormente nas figuras. Esse é um grande diferencial do GeoGebra.

O QUE É O GEOGEBRA?

O GeoGebra é um software de matemática dinâmico que junta geometria, álgebra e cálculo. Foi desenvolvido por Markus Hohenwarter (markus@geogebra.org) e uma equipe internacional de programadores para ensinar matemática nas escolas e fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica, ou numérica, e a Folha de Cálculo. Elas permitem mostrar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (pontos, gráficos de funções), algebricamente (coordenadas de pontos, equações) e nas células da folha de cálculo. Assim, todas as representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças realizadas em qualquer delas, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados

(Manual oficial do GeoGebra, p. 6).

METODOLOGIA

O trabalho pedagógico consistiu numa apresentação do software matemático GeoGebra e suas ferramentas básicas no ensino de trigonometria.

Os alunos foram divididos em grupos, sendo responsáveis pelas seguintes atividades.

1. Construção de diversas figuras geométricas usando o GeoGebra, sendo essas figuras previamente escolhidas pelo professor;
2. Analisar as estruturas matemáticas inerentes aos objetos matemáticos desenhados;
3. Desenvolver cálculos matemáticos sobre cada uma das figuras desenvolvidas;
4. Resolver alguns problemas que envolvem o seno, cosseno e tangente através dos recursos do GeoGebra.

Cada figura construída foi supervisionada pelo professor.

O trabalho ocorreu em dois momentos:

1º momento: Abordagem teórica sobre a trigonometria, incluindo fatos históricos.

2º momento: Atividades referentes ao GeoGebra e a trigonometria que foram as seguintes :

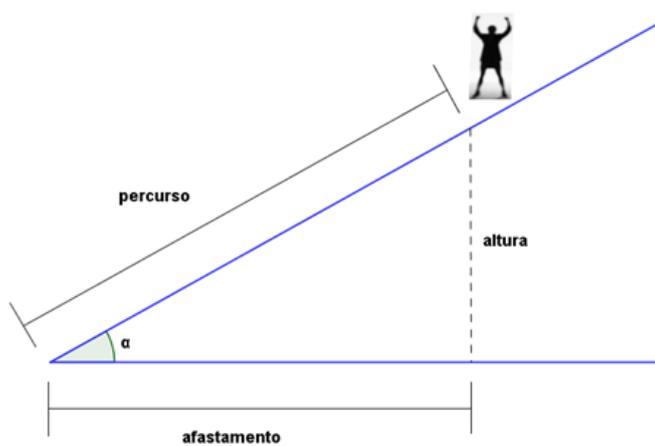
- Atividade 1: conhecendo o GeoGebra e resolvendo problemas;
- Atividade 2: construir o ciclo trigonométrico em conjunto com os alunos e depois resolver um questionário em grupo;
- Atividade 3: Resolver alguns problemas propostos.

1º momento

IDÉIAS DE SENO, COSSENO E TANGENTE

Ao subirmos uma rampa podemos determinar a razão entre a altura e o

afastamento, o afastamento e o percurso, entre outras, e essas razões nos indicam o quanto a subida é íngreme ou declivada:

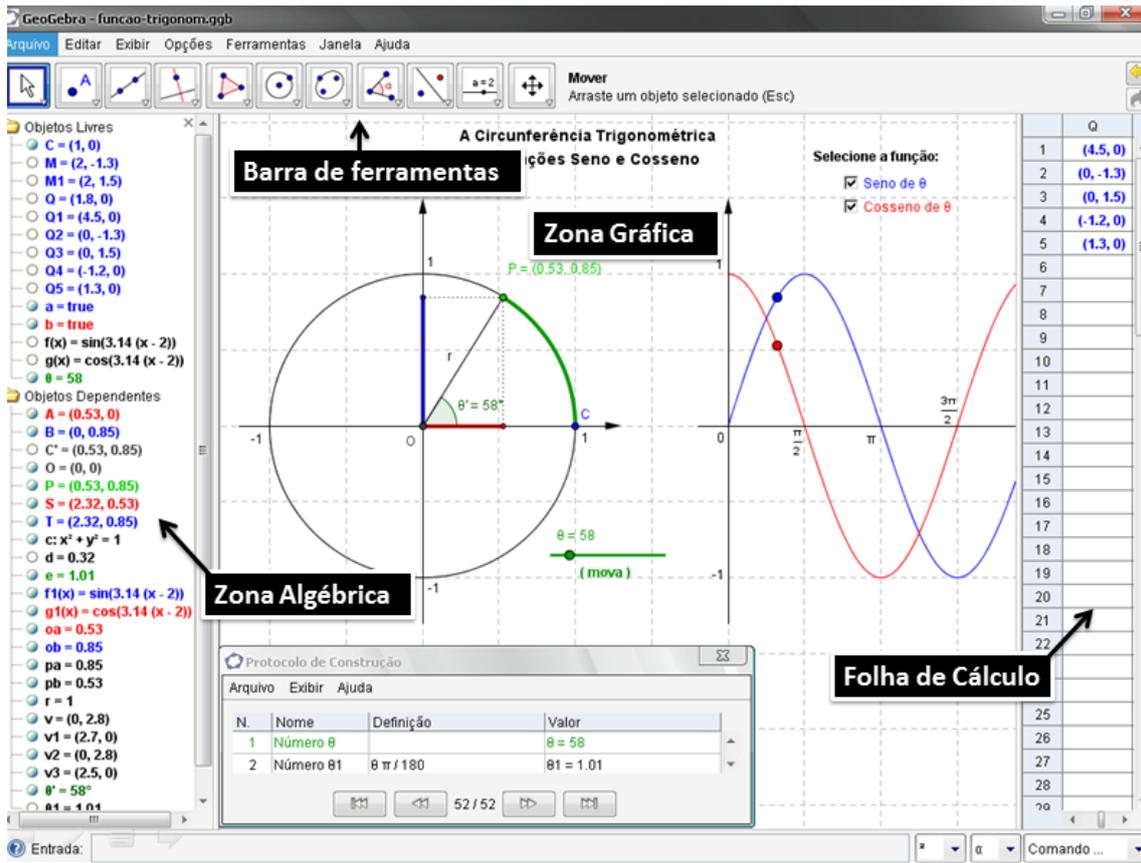


- $\text{sen } \alpha = \frac{\text{altura}}{\text{percurso}};$
- $\text{cos } \alpha = \frac{\text{afastamento}}{\text{percurso}};$
- $\text{tg } \alpha = \frac{\text{altura}}{\text{afastamento}} = I.S^*$

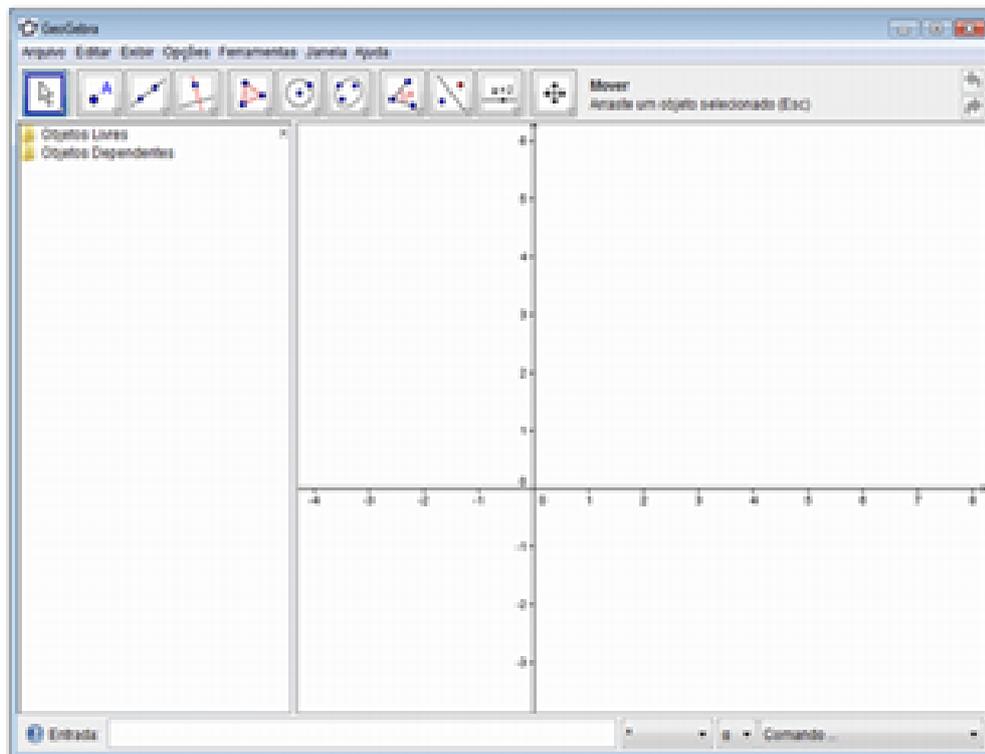
* Índice de subida

Atividades referentes ao GeoGebra

Atividade 1: conhecendo o GeoGebra e resolvendo problemas



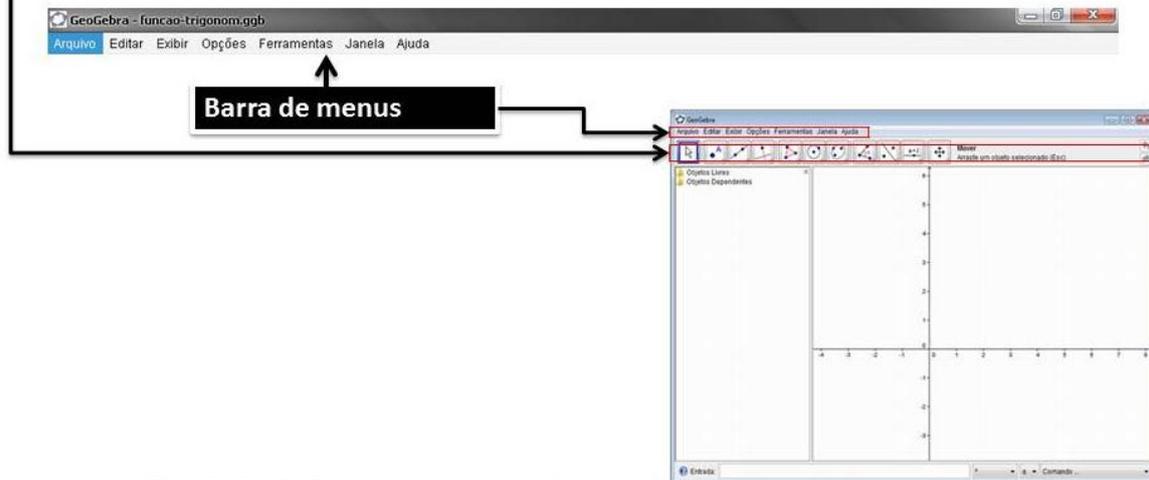
1ª) Inicie o aplicativo GeoGebra (a parecerá a seguinte tela):



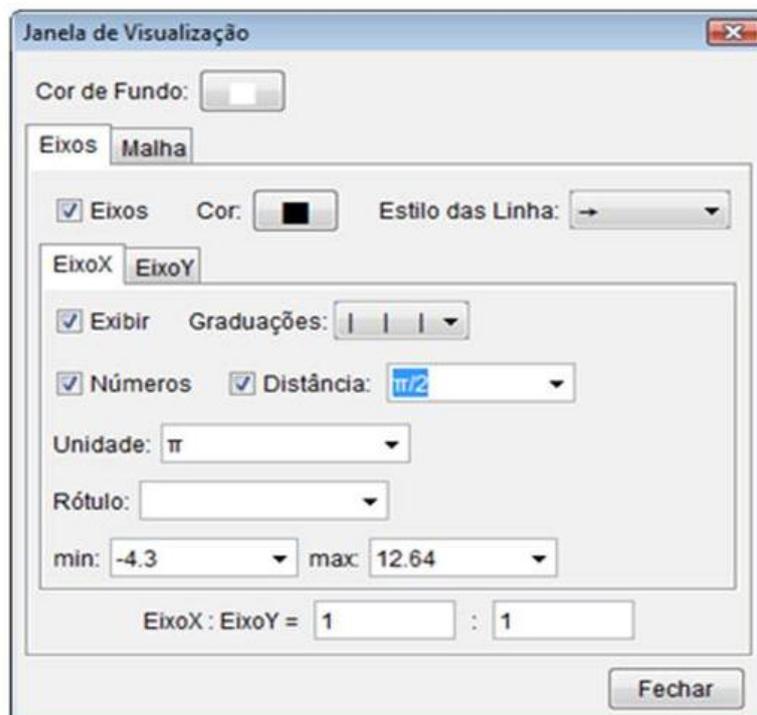
2ª) Verificando as opções na barra de ferramentas:



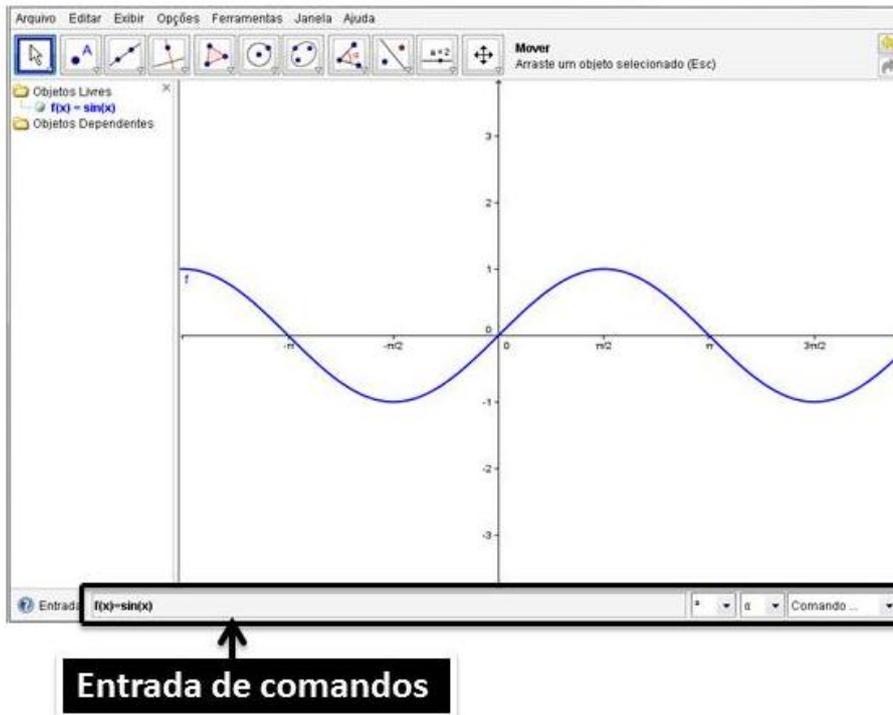
3ª) Explorando a barra de menus:



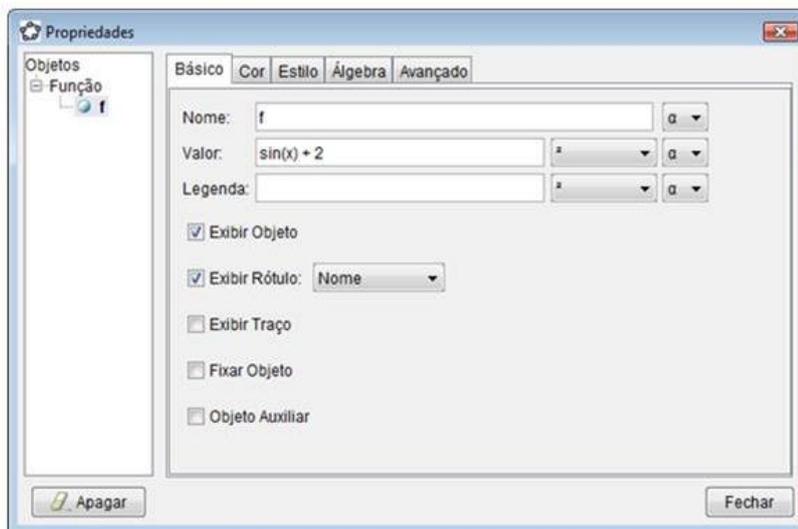
4ª) Trocar as unidade de medida para radiano no eixo x (Opções – Janela de visualização):



5º) Inserir funções na entrada de comando e visualizar seus gráficos:



6º) Analisando as propriedades do objeto (clique com o botão direito do mouse e depois em propriedade):



Usando as várias ferramentas do GeoGebra realize a atividade abaixo:

1. Construa dois círculos concêntricos, de centro $(2, 1)$ e raios 2 e 5 respectivamente;
2. Determine o círculo de centro $(3, 5)$ e raio 4, determine o círculo tangente a este de centro $(5, 3)$. E um tangente a estes dois de raio 3;
3. Utilizando a ferramenta polígono construa um polígono qualquer, e determine suas bissetrizes e movimente os vértices dos polígonos.
4. Divida o ciclo em 6 partes iguais, a partir do ponto $A=(1,0)$, e sejam M_1, M_2, M_3, M_4 e M_5 os demais pontos encontrados. Calcule o comprimento dos arcos AM_1, AM_2, \dots, AM_5 (meça partindo de A no sentido anti-horário).

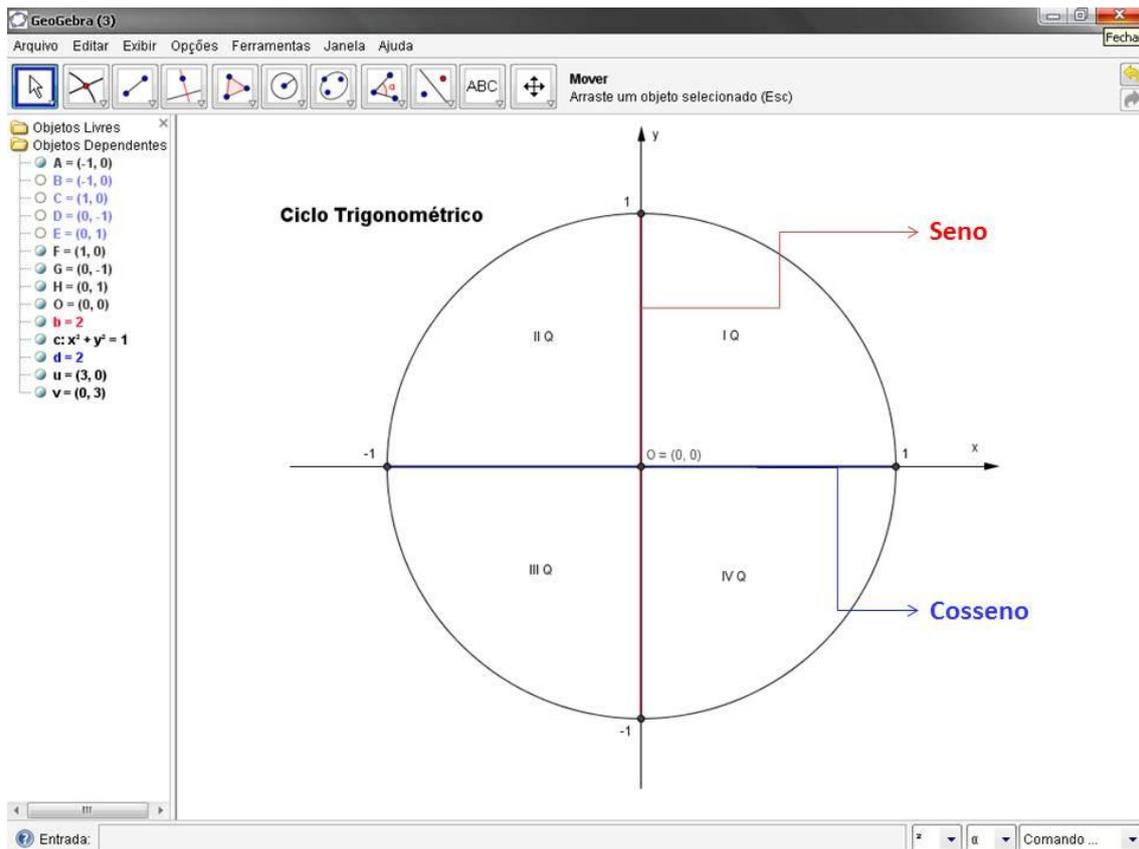
Construindo o ciclo trigonométrico

Ciclo trigonométrico

Definição: A circunferência orientada de centro na origem do sistema cartesiano (*ponto* $(0,0)$), de raio unitário ($r = 1$) e cujo sentido positivo é o anti-horário, é denominada circunferência trigonométrica ou ciclo trigonométrico.

O ciclo é dividido pelos eixos cartesianos em quatro partes iguais, chamadas *quadrantes*.

Observação: no ciclo trigonométrico o seno e o cosseno de um ângulo agudo estão sobre o eixo y e o eixo x , respectivamente.



Construiremos o ciclo trigonométrico apenas usando a entrada de comandos

Passos:

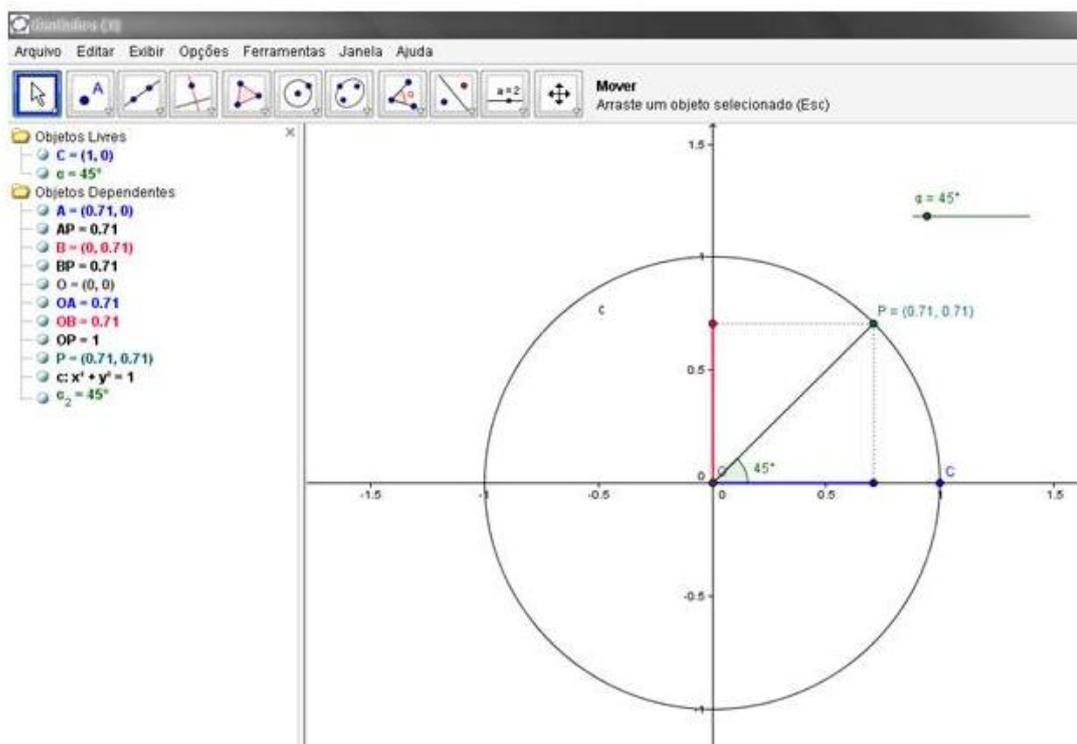
1. Clique em Seletor na barra de ferramentas e crie um seletor de ângulo α sem alterar as configurações padrões;
2. O centro do ciclo. Para encontrar esse ponto :
 - Digite na entrada de comandos $O = \text{interseção}[\text{EixoX}, \text{EixoY}]$.
3. Construir o ciclo de centro O e raio 1:
 - Digite $c = \text{círculo}[O, 1]$
4. Marcar um ponto sobre o ciclo c em função do seno e cosseno:
 - Digite $P = (\cos(\alpha), \sin(\alpha))$;
 - Mova o ponto do seletor.

Construiremos o ciclo trigonométrico apenas usando a entrada de comandos

4. Criando os segmentos que representam o seno e cosseno:
 - Digite $A=(x(P),0)$ e $B=(0,y(P))$ - pontos sobre o eixo x e y e que estão em função de P;
 - Digite $OA=\text{segmento}[O,A]$, $OB=\text{segmento}[O,B]$, $OP=\text{segmento}[O,P]$, $AP=\text{segmento}[A,P]$ e $BP=\text{segmento}[B,P]$.
5. Exibir o ângulo de referência:
 - Construa o ponto $C=(1,0)$;
 - Digite $\text{ângulo}[C,O,P]$.

Pronto! o ciclo trigonométrico está construído; agora para uma melhor visualização vá na propriedade e edite convenientemente os objetos criados.

Exemplo de edição do ciclo

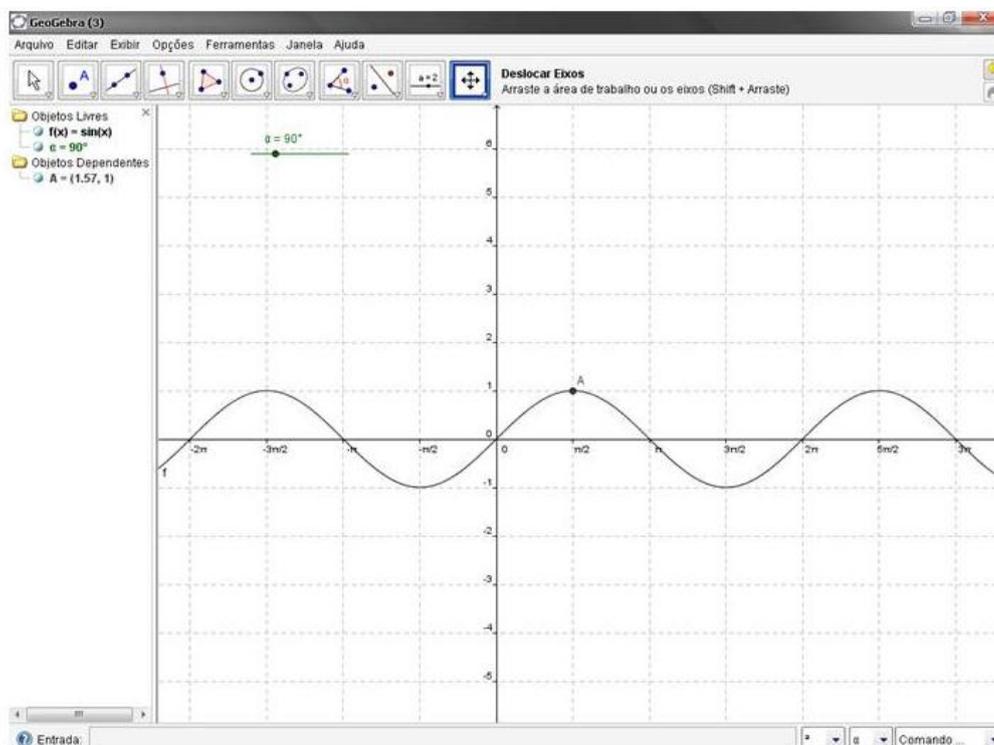


Agora responda o questionário abaixo usando o ciclo construído.

- Determine o valor de:
 - $\sin(900^\circ)$;
 - $\sin(-1620^\circ)$;
 - $\sin(6\pi)$.
- Sabendo que $\alpha = \pi/6$, determine o valor da expressão
$$E = 1 - 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha$$

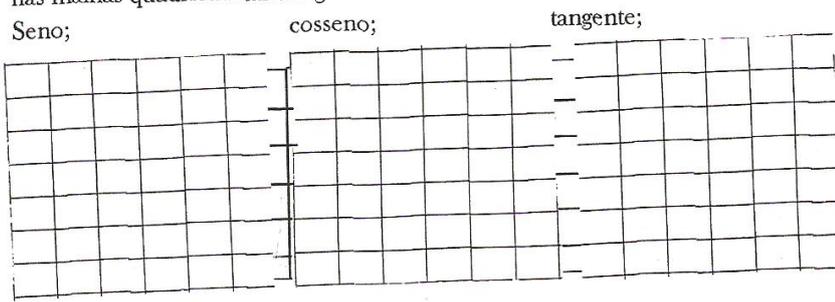
Construindo o gráfico da função seno

No menu arquivo abra uma “nova janela”. Agora crie um seletor de ângulo e aplique. Digite na entrada de comandos a função seno: $f(x)=\sin(x)$. Vamos criar um ponto dependente de α e de $f(\alpha)$: digite $A=(\alpha, f(\alpha))$ na entrada de comandos e movimente o ponto do seletor. Mude a unidade do eixo x para radiano.



Agora responda o questionário abaixo de acordo com o gráfico acima.

1º) Como você representaria o gráfico da função seno, cosseno e tangente qualquer nas malhas quadriculadas a seguir:



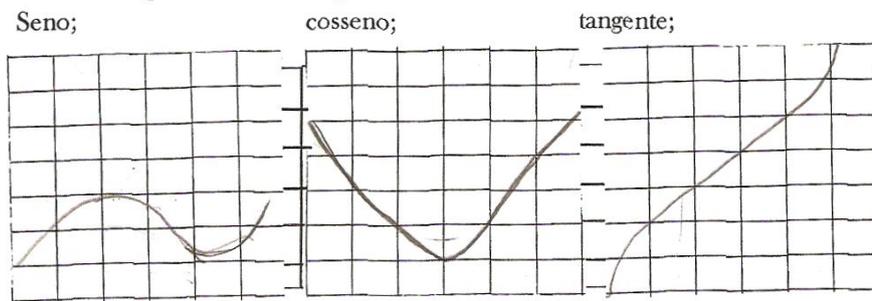
2º) Escreva o que você entende por função seno:

3º) Escreva o que você entende por função cosseno:

4º) Escreva o que você entende por função tangente:

5º) O que você lembra sobre funções trigonométricas. E como você associa as mesmas ao seu dia a dia.

1º) Como você representaria o gráfico da função seno, cosseno e tangente qualquer nas malhas quadriculadas a seguir:



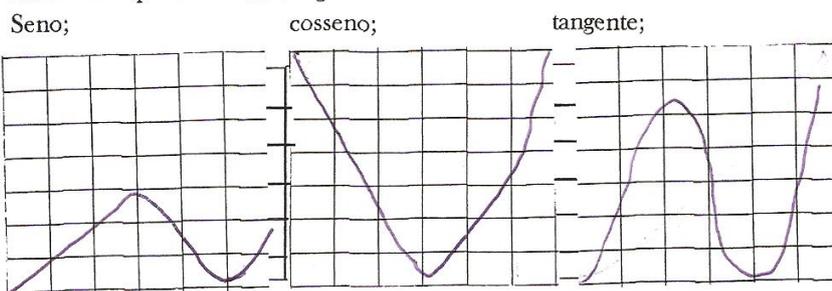
2º) Escreva o que você entende por função seno:

3º) Escreva o que você entende por função cosseno:

4º) Escreva o que você entende por função tangente:

5º) O que você lembra sobre funções trigonométricas. E como você associa as mesmas ao seu dia a dia.

1ª) Como você representaria o gráfico da função seno, cosseno e tangente qualquer nas malhas quadriculadas a seguir:



2ª) Escreva o que você entende por função seno:

3ª) Escreva o que você entende por função cosseno:

4ª) Escreva o que você entende por função tangente:

5ª) O que você lembra sobre funções trigonométricas. E como você associa as mesmas ao seu dia a dia.

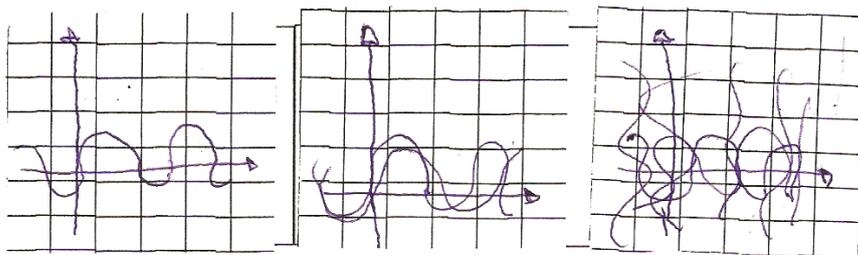
PÓS-TESTES

Avaliação pós mini curso

1º) Em sua opinião este mini curso foi proveitoso? Justifique.

Sim. É interessante e divertido aprender que nos ajuda a desenvolver tais coisas, com facilidade.

2º) Você poderia representar o gráfico das funções seno, cosseno e tangente nas malhas quadriculas a seguir:



3º) Escreva da forma que você entende o que é função: seno, cosseno e tangente.

Ainda não sei!

4º) Em que situações podemos associar a trigonometria ao nosso dia a dia.

Se você quiser uma escada, a medida uma distância entre o lugar onde estou.

5º) Nos dê sugestões para melhorar este mini curso e os próximos mini cursos.

Se meu eu foi muito bom, mas poderia ter mais tempo, e até mesmo mais dias.

Parabéns!

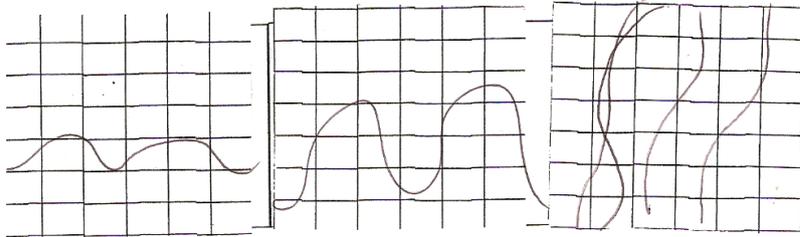
Vocês são bons.

Avaliação pós mini curso

1º) Em sua opinião este mini curso foi proveitoso? Justifique.

Sim. Por que nos ajuda a usar ferramentas do software Geogebra para facilitar a resolução de problemas da tri-

2º) Você poderia representar o gráfico das funções seno, cosseno e tangente nas malhas quadriculas a seguir: re-
tria



3º) Escreva da forma que você entende o que é função: seno, cosseno e tangente.

sen $a = \frac{\text{cat oposto}}{\text{hipotenusa}}$ cos $a = \frac{\text{cat adjacente}}{\text{hipotenusa}}$ tg $a = \frac{\text{cat oposto}}{\text{cat adjacente}} = 1,5$

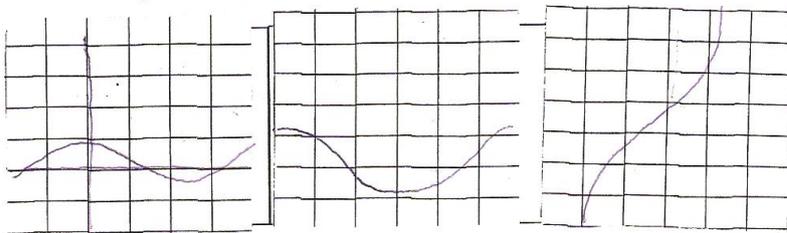
4º) Em que situações podemos associar a trigonometria ao nosso dia a dia.

Ajudar a calcular distâncias que não se pode medir por metros.

1º) Em sua opinião este mini curso foi proveitoso? Justifique.

Sim. pois os conhecimentos adquiridos ~~no~~ vão ajudar bastante em problemas futuros em aula ou em trabalhos.

2º) Você poderia representar o gráfico das funções seno, cosseno e tangente nas malhas quadriculas a seguir:



3º) Escreva da forma que você entende o que é função: seno, cosseno e tangente. seno - a ^{função} ~~razão~~ e a ^{razão} ~~função~~ entre cateto oposto e a hipotenusa.
cosseno - a razão entre cateto adjacente sobre hipotenusa.
tangente - a razão entre cateto oposto sobre cateto adjacente.

4º) Em que situações podemos associar a trigonometria ao nosso dia a dia.

~~no~~ Na própria forma de subir uma rampa, ou para medir a altura de uma montanha.

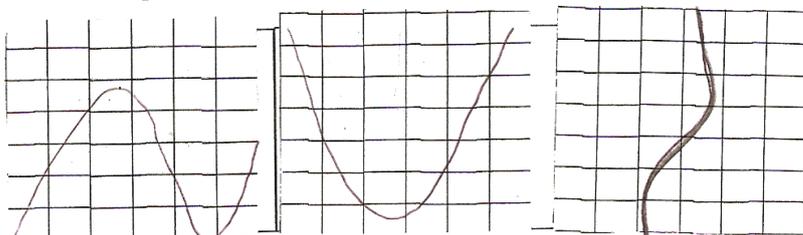
5º) Nos dê sugestões para melhorar este mini curso e os próximos mini cursos.

o curso esta bom atualmente.

1º) Em sua opinião este mini curso foi proveitoso? Justifique.

Sim, pois obtive novos conhecimentos nessa área

2º) Você poderia representar o gráfico das funções seno, cosseno e tangente nas malhas quadriculas a seguir:



3º) Escreva da forma que você entende o que é função: seno, cosseno e tangente.

as 3 são relações, com a finalidade de resolver questões que não seria capaz de ser resolvida sem a trigonometria

4º) Em que situações podemos associar a trigonometria ao nosso dia a dia.

A altura de um prédio, Distância para fazer uma rede de internet

5º) Nos dê sugestões para melhorar este mini curso e os próximos mini cursos.

Além de manter o que já tem, melhorar o material de experiências

Fazendo uma quantificação em relação aos testes verificou-se os seguintes resultados:

Pré-teste						
Questões	1	2	3	4	5	
Atitude para responder	5 de 13	1 de 13	1 de 13	2 de 13	1 de 13	MP = Muito pouco
Domínio dos conceitos	MP	DG	DG	1: DF	NR	DG = Definição Geométrica
Acertos	0 de 13	1 de 13	1 de 13	1 de 13	0 de 13	DF = Definição da Função
Erros	4 de 13*	**	**	**	0 de 13	NR = Não Respondeu
Não respondeu	9 de 13*	12 de 13	12 de 13	10 de 13	0 de 13	* Nove não responderam toda a questão ** Apenas um reposndeu
Pós-teste						
Questões	1*	2	3	4	5*	* A questão 1 e 5 no pós-teste foi referente ao minicurso
Atitude para responder	13 de 13	12 de 13	12 de 13		13 de 13	
Domínio dos conceitos		7 de 13	6 de 13	12 de 13		
Acertos		7 de 13	7 de 13	12 de 13		
Erros		4 de 13	6 de 10	1 de 13		
Não respondeu		1 de 13	1 de 13	1 de 13		

Observamos que a quantidade de acertos foi bem maior e também a iniciativa em resolver o questionário foi muito acentuada no pós-teste, uma vez que alguns estudantes sequer responderam as perguntas no pré-teste. Isso

mostra que de alguma forma a metodologia apoiada no GeoGebra despertou nos educandos o interesse por aquilo que estava sendo estudado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa proposta quanto à utilização das novas tecnologias no ensino de trigonometria, tem como objetivo chamar a atenção dos alunos para algo que lhes interesse, pretendemos que o ensino torne-se mais atrativo para os mesmos. Além disso, influenciar de alguma forma na melhora do ensino de matemática de forma inovadora, fazendo uso de softwares. Sabemos que na história da matemática que muitas contribuições foram dadas para que a trigonometria se desenvolvesse; temos a pretensão de dá mais um passo a mais de contribuição para o desenvolvimento do ensino de trigonometria. Pretendemos com tal estudo motivar os alunos ao interesse pela disciplina e até os professores a planejarem aulas que procure atender os anseios dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. D'Ambrósio, Ubiratan. **A influência da tecnologia no fazer matemático ao longo da história**. In: VII Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, São Paulo, 1 a 4 de agosto de 1999. Disponível em: <<http://vello.sites.uol.com.br/snhct.htm>> Acesso em: 15 maio. 2011.
2. EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Campinas-SP: Unicamp, 2004.
3. BRASIL, **Secretaria da Educação Fundamental**. (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais – Educação Fundamental: matemática – Ensino de 1º à 4º série. Brasília: MEC/SEF.
4. **GeoGebra**, versão 3.2.47.0, 2011: Software livre para a matemática de ensino e aprendizagem. Markus Hohenwarter e outros. Disponível em: <http://www.geogebra.org/>. Acesso em: 17 de abril de 2011.
5. Um pouco da História da Trigonometria. Disponível em: <http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm>. Acesso: 27 de maio de 2011.