



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VIII
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLOGIA E SAÚDE
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

DEIVIDY LEM MACÊDO DA ROCHA CALIXTO

**ANÁLISE DOS FATORES QUE INFLUENCIAM NO DIMENSIONAMENTO À
PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO**

**ARARUNA
2016**

DEIVIDY LEM MACÊDO DA ROCHA CALIXTO

**ANÁLISE DOS FATORES QUE INFLUENCIAM NO DIMENSIONAMENTO À
PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Engenharia civil.

Orientador: Prof. Pedro Filipe de Luna Cunha

**ARARUNA
2016**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

C153a Calixto, Deividy Iem Macêdo da Rocha

Análise dos fatores que influenciam no dimensionamento à punção em lajes lisas de concreto armado [manuscrito] / Deividy Iem Macêdo da Rocha Calixto. - 2016.

102 p. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Tecnologia e Saúde, 2016.

Orientação: Esp. Pedro Filipe de Luna Cunha, Departamento de Engenharia Civil.

1. Concreto armado. 2. Lajes. 3. Estruturas I. Título.

21. ed. CDD 620.137

DEIVIDY LEM MACÊDO DA ROCHA CALIXTO

**ANÁLISE DOS FATORES QUE INFLUENCIAM NO DIMENSIONAMENTO À
PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Programa de Graduação em Engenharia
Civil da Universidade Estadual da Paraíba,
como requisito parcial à obtenção do título de
bacharel em Engenharia civil.

Área de concentração: Estruturas

Aprovado em: 24/05/2016.

BANCA EXAMINADORA

Pedro Filipe de Luna Cunha
Prof. Pedro Filipe de Luna Cunha (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Laércio Leal dos Santos
Prof. Dr. Laércio Leal dos Santos (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Valdecir Alves dos Santos Junior
Prof. Me. Valdecir Alves dos Santos Junior (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico este trabalho aos meus pais, **Luiz Calixto da Silva** e **Maria Rejane Macêdo da Rocha Calixto**, meus primeiros mestres. E em especial ao meu filho **Davi Oliveira Calixto**, por ser a inspiração e luz do meu futuro.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me proporcionar a realização desse sonho, e por todas as bençãos concedidas a mim diariamente.

Aos meus pais, Luiz Calixto da Silva e Maria Rejane Macêdo da Rocha Calixto, saibam que nada consegue expressar minha verdadeira gratidão por vocês, muito obrigado por todo amor, dedicação e ensinamentos durante toda minha vida, essa conquista é de vocês.

Agradeço aos meus irmãos Jhones Remos Macêdo da Rocha Calixto e Icaro Macêdo da Rocha Calixto, por todo companheirismo e por sempre estarem dispostos a me ajudar.

A minha noiva Edja Vanessa de Oliveira Sousa, por todo amor, apoio e paciência que teve comigo durante essa trajetória, obrigado por sempre acreditar em mim e me fazer viver os melhores dias durante minha graduação e vida.

Agradeço a todos os colegas de turma, em especial a Pedro, Diogo e Lucas por todas as batalhas vencidas durante a graduação; a Luan, Diego e Kássia pela amizade sincera que levarei para sempre, muito obrigado a todos.

Agradeço ao meu orientador Pedro Filipe de Luna Cunha que acreditou em mim e me apoiou na realização desse sonho, estando sempre disposto a me auxiliar e me ensinar. Agradeço também a todos os meus professores pelos ensinamentos prestados durante a graduação.

RESUMO

O sistema estrutural composto apenas por lajes e pilares, denominado laje lisa, apresenta várias vantagens em relação ao sistema estrutural convencional (laje, vigas e pilares). No entanto, as lajes lisas apresentam alguns problemas e, dentre eles, o mais preocupante é o efeito da punção na ligação direta laje-pilar. Diante dessas considerações, o presente trabalho tem como objetivo analisar e demonstrar a influência dos fatores: f_{ck} , altura da laje (h) e as dimensões dos pilares (C_1 e C_2), nas verificações à punção, no dimensionamento e nos quantitativos referentes às lajes lisas, por meio das variações desses fatores em 12 lajes, utilizando-se rotinas de cálculos do Excel baseadas na ABNT NBR 6118 (2014), além do software comercial Eberick V8. Esses procedimentos tiveram como finalidade fazer verificações acerca de como as tensões solicitantes e resistentes à punção se comportaram diante de tais variações, assim como estimar o aumento nas quantidades dos materiais, de modo a se fazer uma análise comparativa de custo-benefício entre os fatores estudados e, assim, tornar possível a avaliação de qual o fator mais viável para contornar os efeitos cisalhantes causados pela punção. Com isso, observou-se uma considerável vantagem dos resultados obtidos com as variações do f_{ck} sobre os demais fatores, tanto no contorno crítico C (28% a 56% mais eficaz que as variações de h , e 20% a 42% mais eficaz que as variações nas dimensões dos pilares) como no contorno crítico C' (10% a 16% mais eficaz que as variações de h , e 15% a 27% mais eficaz que as variações nas dimensões dos pilares). No contorno crítico C', o aumento na altura da laje (h) apresentou maiores reduções na área de aço para a armadura à punção, e o aumento nas dimensões dos pilares apresentou resultados eficientes apenas no contorno crítico C com uma considerável redução da tensão solicitante, além de ter apresentado um elevado custo para tais mudanças, tornando essa prática inviável.

Palavras-Chave: Variação nos Fatores. Punção. Lajes Lisas.

ABSTRACT

The structural system composed only of pillars and slabs, named of flat slabs, has several advantages over conventional structural system (slabs, beams and pillars). However, the flat slabs have some problems and, among them, the main concern is the punch effect on the direct slab-column connection. In view of those considerations, this study aims to analyze and demonstrate the influence of factors: f_{ck} , slab height (h) and dimensions of the pillars (C_1 e C_2) in punch checks, in dimension and quantitative relating to flat slabs, through the variations of these factors into 12 slabs using routines Excel calculations based in ABNT NBR 6118 (2014), beyond the commercial Eberick V8 software. These procedures were intended to make checks on how the application and punch resistant strains behaved before such variations, as well as estimate the increase in the quantitative of materials, in order to make a comparative analysis of cost-effectiveness among the factors studied, and thus make possible the evaluation of which the most viable factor to circumvent the shear effects. Thus, there was a considerable advantage of the results obtained with the f_{ck} variations on other factors, both the critical contour C (28 % to 56 % more effective than the variations h, and 20 % to 42 % more effective than the variations in the dimensions of the pillars) as the critical contour C (10 % to 16 % more effective than h variations, and 15 % to 27 % more effective than the variations in the dimensions of the pillars). At the critical contour C', the increase in height of the slab (h) showed greater reductions in steel area for armor to punch, and the increase in the dimensions of pillars showed efficient results only in critical contour C with a considerable reduction of the requester strain, and also presented a high cost for such changes, making this a infeasible practice.

Keywords: Changes in factors. Punch. Flat slabs.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Colapso parcial do edifício Pipers Row Park em 25/03/1997.....	16
Figura 2a - Laje lisa	20
Figura 2b - Laje cogumelo.....	20
Figura 3a - Laje lisa utilizando “drop-panel”	21
Figura 3b - Laje cogumelo utilizando capitel e “drop-panel”	21
Figura 4 - Inclinação da superfície de ruptura.....	24
Figura 5a - Surgimento de fissuras radiais	24
Figura 5b - Surgimento de fissuras tangenciais.....	24
Figura 6 - Concentração de tensões nos cantos e no menor lado de pilares alongado.....	26
Figura 7a - Tipos de estribos e gancho.....	30
Figura 7b - Detalhe da ancoragem dos ganchos.....	30
Figura 8a – Aplicação de conectores tipo pino.....	31
Figura 8b – Detalhe dos conectores tipo pino.....	31
Figura 9 - Ancoragem dos conectores na armadura à flexão.....	32
Figura 10 - Barras dobradas.....	32
Figura 11 - Perfis metálicos “Shearheads”	33
Figura 12 - Segmentos de perfis metálicos “I”, Segmentos de perfis metálicos “I”, com furo para fixação.....	34
Figura 13 - Superfície crítica no contorno C.....	35
Figura 14 - Superfície crítica no contorno C', sem armadura.....	35
Figura 15 - Superfície crítica no contorno C', com armadura.	36
Figura 16 - Superfície crítica no contorno C”	36
Figura 17 - Representação das alturas uteis das duas direções ortogonais.....	38
Figura 18 - Determinação de F_{Sd} e M_{Sd}	38
Figura 19 - Dimensões C_1 e C_2	40
Figura 20 - Dimensões C_1 e C_2 para pilares internos com momentos nas duas direções.....	42
Figura 21 - Perímetro crítico reduzido do contorno C' para pilares de borda.....	43
Figura 22 - Excentricidade do perímetro crítico reduzido do contorno C' para pilares de borda.....	44
Figura 23 - Disposição dos parâmetros para a situação de pilares de canto.....	47
Figura 24 - Distancias para se determinar a excentricidade em pilares de canto.	47
Figura 25 - Perímetro crítico reduzido do contorno C' para pilares de canto.....	48

Figura 26 - Definição da região de cálculo de ρ_x e ρ_y e da altura útil d	51
Figura 27 - Disposição da armadura A_{sw} para pilares internos.....	52
Figura 28 - Comportamento da ligação laje/pilar após a ruína por punção.....	52
Figura 29 - Armadura contra o colapso progressivo, pilares internos, de borda e canto.....	53
Figura 30 - Armadura contra o colapso progressivo.....	53
Figura 31 - Disposição das armaduras e interferência de s_e no cálculo do perímetro crítico u'	54
Figura 32 - Detalhes da armadura de punção tipo pino.....	55
Figura 33 - Espaçamentos necessários para os conectores.....	55
Figura 34 - Disposição da armadura em pilares de borda e de canto.....	56
Figura 35 – Planta baixa do exemplo.....	59
Figura 36 - Perspectiva isométrica da planta baixa do exemplo.....	59
Figura 37 – Diagrama de momento fletores nas duas direções.....	60
Figura 38 – Armadura negativa na direção x	62
Figura 39 – Armadura negativa na direção y	62
Figura 40 – Dimensões dos conectores tipo pino da armadura à punção.....	66
Figura 41 - Detalhamento em planta da armadura à punção do Pilar P7.....	67
Figura 42 – Detalhamento da armadura contra o colapso progressivo.....	69
Figura 43 – Demonstração da planilha de verificação do contorno crítico C	71
Figura 44 - Demonstração da planilha de verificação do contorno crítico C' (para o caso da não utilização de armadura)	72
Figura 45 - Demonstração da planilha de verificação do contorno crítico C' (para o caso da utilização de armadura)	73
Figura 46 - Demonstração da planilha de verificação do contorno crítico C''	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Perímetros críticos para pilares internos.....	39
Tabela 2 – Valores do coeficiente K.....	39
Tabela 3 – Equações de W_p para pilares internos de seção retangular.....	41
Tabela 4 – Perímetros críticos reduzido para pilares de borda.....	42
Tabela 5 – Expressões para as excentricidades, para o caso de pilares de borda.....	44
Tabela 6 – Equações de W_{p1} para pilares de borda, sem momento atuando no plano paralelo à borda livre.....	45
Tabela 7 – Equações de W_{p2} para pilares de borda, com momento atuando no plano paralelo à borda livre.....	46
Tabela 8 – Expressões para as excentricidades, para o caso de pilares de canto.....	48
Tabela 9 – Perímetros críticos reduzidos para pilares de canto.....	48
Tabela 10 – Equações de W_{p1} para pilares de canto.....	49
Tabela 11 - Lajes estudadas e suas respectivas mudanças nos fatores.....	70
Tabela 12 – Materiais de construção analisados e seus respectivos preços.....	75
Tabela 13 – Valores das tensões resistentes e solicitantes com a variação da resistência do concreto (f_{ck})	76
Tabela 14 - Valores das tensões resistentes e solicitantes com a variação da altura da laje...	77
Tabela 15 - Valores das tensões resistentes e solicitantes com a variação das dimensões dos pilares.....	78
Tabela 16 – Quantitativos parciais dos materiais apenas da laje, sem o pilar, com a variação da resistência do concreto (f_{ck}).....	79
Tabela 17 – Quantitativos parciais dos materiais apenas da laje, sem o pilar, com a variação da altura da laje (h).....	79
Tabela 18 – Quantitativos parciais dos materiais apenas dos pilares, sem a laje, com a variação das dimensões dos pilares (C_1 e C_2)	79
Tabela 19 – Custos parciais apenas da laje, sem os pilares, referentes a variação da resistência a compressão do concreto (f_{ck}).....	80
Tabela 20 – Custos parciais apenas da laje, sem os pilares, referentes a variação da altura da laje (h)	80
Tabela 21 - Custos parciais apenas dos pilares, sem a laje, referentes a variação das dimensões dos pilares (C_1 e C_2)	80

Tabela 22 – Variação total do valor dos materiais em função da variação da resistência a compressão do concreto (f_{ck}).....	81
Tabela 23 -Variação total do valor dos materiais em função da variação da altura da laje (h).....	82
Tabela 24 – Variação total do valor dos materiais em função da variação das dimensões dos pilares (C_1 e C_2)	81
Tabela 25 – Relação custo benefício no contorno crítico C	82
Tabela 26 – Relação custo benefício no contorno crítico C”	82
Tabela 27 - Quantitativos da armadura à punção, referentes a variação da resistência à compressão do concreto f_{ck}	83
Tabela 28 - Quantitativos da armadura à punção, referentes a variação da altura da laje (h).....	83
Tabela 29 - Quantitativos da armadura à punção, referentes a variação das dimensões dos pilares (C_1 e C_2)	85

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Variação da tensão resistente τ_{Rd2} no contorno crítico C.....	86
Gráfico 2 – Variação da tensão solicitante τ_{Sd} no contorno crítico C.....	87
Gráfico 3 – Variação da tensão resistente τ_{Rd1} no contorno crítico C''.....	88
Gráfico 4 – Variação da tensão solicitante τ_{Sd} no contorno crítico C''.....	89
Gráfico 5 – Variação no custo total de acordo com as variações de cada fator analisado.....	91
Gráfico 6 – Relação custo benefício no contorno crítico C.....	92
Gráfico 7 – Relação custo benefício no contorno crítico C''.....	93
Gráfico 8 – Variação da área de aço da armadura à punção.....	94

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CEB	Comitê Euro-Internacional de Betão
CAA	Classe de Agressividade Ambiental
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último

LISTA DE SÍMBOLOS

- f_{ck} – Resistência característica à compressão do concreto
- f_{cd} – Resistência de cálculo à compressão do concreto
- d – Altura útil da laje
- d_x – Altura útil da laje na direção x
- d_y – Altura útil da laje na direção y
- h – Altura da Laje
- C_1 – Dimensão do pilar paralela à excentricidade da força
- C_2 – Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força
- ρ – Taxa de armadura à flexão
- ρ_x – Taxa de armadura à flexão na direção x
- ρ_y – Taxa de armadura à flexão na direção y
- A_{sw} – Área de aço da armadura à punção
- A_s – Área de aço da armadura à flexão
- A_{sx} – Área de aço de flexão na direção x em uma determinada seção transversal
- A_{sy} – Área de aço de flexão na direção y em uma determinada seção transversal
- A_c – Área de concreto em uma determinada seção transversal
- C – Contorno crítico no entorno dos pilares
- C' – Contorno crítico a uma distância $2.d$ da face dos pilares
- C'' – Contorno crítico a uma distância $2.d$ do último contorno de armaduras à punção
- τ_{Rd1} – Tensão resistente do contorno crítico C''
- τ_{Rd2} – Tensão resistente do contorno crítico C
- τ_{Rd3} – Tensão resistente do contorno crítico C'
- τ_{sd} – Tensão solicitante dos contornos críticos
- F_{sd} – Força ou a reação concentrada de cálculo
- c_{sup} – Cobrimento superior da laje
- u_0 – Perímetro crítico do contorno C
- u – Perímetro crítico do contorno C'
- u' – Perímetro crítico do contorno C''
- u_0^* – Perímetro crítico reduzido do contorno C
- u^* – Perímetro crítico reduzido do contorno C'

u'^* – Perímetro crítico reduzido do contorno C''

i – Distância da face do pilar pro ultimo contorno de armadura à punção

s_e – Espaçamento entre os pinos no contorno de armadura mais distante da face do pilar

s_r – Espaçamento radial entre os contornos de armadura à punção

s_o – Espaçamento entre a face do pilar e o primeiro contorno de armadura à punção

W_p – Módulos de resistência plástica nas direções paralelas aos momentos correspondentes.

K – Coeficiente que fornece a parcela do momento transmitida ao pilar por cisalhamento.

M_{sd} – Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar

M_{sd}^* – Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido

e^* – Excentricidade do perímetro crítico reduzido

α_v – Coeficiente de efetividade do concreto

f_{ywd} – Resistência de cálculo da armadura de punção

f_{yk} – Resistência característica de escoamento do aço

f_{yd} – Resistência de cálculo de escoamento do aço

$A_{s,ccp}$ – Somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar

dl – Comprimento infinitesimal no perímetro crítico u

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 JUSTIFICATIVA	18
3 OBJETIVOS	19
3.1 OBJETIVO GERAL.....	19
3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	19
4 REVISÃO DE LITERATURA	20
4.1 LAJES LISA E COGUMELO.....	20
4.2 PUNÇÃO.....	23
4.3 FATORES QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO.....	25
4.3.1 Espessura da laje ou altura útil da laje	25
4.3.2 Dimensões, formato e posição do pilar	26
4.3.3 Resistência do concreto	27
4.3.4 Taxa de armadura de flexão	27
4.3.5 Armadura de punção	28
4.4 TIPOS DE ARMADURA DE PUNÇÃO.....	28
4.4.1 Estribos e ganchos	29
4.4.2 Conectores tipo pino	30
4.4.3 Barras dobradas	32
4.4.4 Perfis metálicos “ Shearheads”	33
4.4.5 Segmentos de perfis metálicos	33
4.5 SUPERFÍCIES DE CONTROLE C, C’ E C”	34
4.5.1 Definições das tensões solicitantes segundo à ABNT NBR 6118:2014	37
4.5.2 Definições das tensões resistentes segundo à ABNT NBR 6118:2014	49
4.6 ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO.....	52
4.7 REQUISITOS PARA O DETALHAMENTO DA ARMADURA À PUNÇÃO TIPO PINO	54
4.8 ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES LISAS.....	56
4.8.1 Método de analogia de grelha	56
4.8.1.2 Software Eberick V8.....	57

5 METODOLOGIA	58
5.1 PROJETO ANALISADO.....	58
5.2 CÁLCULOS DOS ESFORÇOS.....	60
5.3 EXEMPLO DE CÁLCULO PARA UM PILAR INTERNO COM MOMENTOS ATUANDO NAS DUAS DIREÇÕES.....	61
5.4 LAJES VERIFICADAS.....	70
5.4.1 Determinação das tensões resistentes e solicitantes à punção relacionados à mudança dos fatores	70
5.4.2 Determinação dos quantitativos relacionados a mudança dos fatores	74
6 RESULTADOS	76
6.1 VARIAÇÕES NAS TENSÕES EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DOS FATORES	76
6.2 VARIAÇÕES NOS QUANTITATIVOS DOS MATERIAIS UTILIZADOS EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DOS FATORES.....	78
6.3 VARIAÇÕES NA ARMADURA À PUNÇÃO NO CONTORNO CRÍTICO C'	83
7 DISCUSSÕES	85
7.1 TENSÕES NOS CONTORNOS C E C''	85
7.2 QUANTITATIVOS NOS CONTORNOS C E C''	89
7.3 RELAÇÕES CUSTOS/TENSÕES.....	90
7.4 TENSÕES E ÁREA DE AÇO DOS PINOS NO CONTORNO C'	92
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	94
8.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96
APENDÍCE A – QUANTITATIVOS REFERENTES ÀS VARIAÇÕES DOS FATORES ANALISADOS POR MEIO DO SOFTWARE EBERICK V8	99

1 INTRODUÇÃO

Com o crescente aumento do uso de lajes que não utilizam vigas nas edificações, denominadas lajes cogumelos e lajes lisas (com e sem capitel respectivamente), as quais visam suprir vários requisitos que outros sistemas de lajes não atenderiam como economia de custos, tempo de execução e flexibilidade arquitetônica, torna-se imprescindível o estudo, análise e o desenvolvimento desses sistemas estruturais compostos por pavimentos sem vigas, objetivando contornar problemas estéticos, estruturais e econômicos.

Apesar da simples aparência, essas lajes apresentam um complexo comportamento ao cisalhamento, podendo haver ruptura transversal por punção em torno de regiões da laje submetidas a altas tensões junto aos contornos dos pilares.

Um dos casos de acidentes estruturais devido à punção (figura 1) se refere ao colapso parcial do edifício Pipers Row Car Park, localizado na cidade de Wolverhampton, Inglaterra (WOOD, 1997).

Figura 1- Colapso parcial do edifício Pipers Row Park em 25/03/1997



Fonte: WOOD, 1997, p .5.

Paiva et al. (2015) explica que o dimensionamento de pavimentos com lajes lisas ou cogumelo envolve, entre outras análises, a verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar. Esta é uma etapa essencial na execução do projeto, já que a estrutura pode atingir um

ELU (Estado Limite Último) devido ao esgotamento da capacidade resistente ao cisalhamento nos contornos da ligação laje-pilar, em um modo de ruptura denominado punção.

Diante da ausência de uma teoria capaz de explicar e prever com precisão os mecanismos de ruptura por punção, em função dos diversos parâmetros envolvidos, a análise e o dimensionamento de lajes lisa e cogumelo é feita seguindo recomendações de normas, onde essas recomendações são fundamentalmente empíricas e assumem que a tensão resistente ao cisalhamento seja constante ao longo de um perímetro de controle ou superfície crítica, sendo esta tensão resistente definida como sendo uma função de fatores como resistência à compressão do concreto, altura útil da laje, taxa de armadura à flexão e dimensões, geometria e posição dos pilares.

Sendo assim, o presente Trabalho de Conclusão de Curso, através das prescrições contidas na ABNT NBR 6118 (2014), analisou a influência de alguns dos principais fatores envolvido nas tensões solicitantes e resistentes dos contornos críticos, como a resistência à compressão do concreto, altura útil da laje e as dimensões dos pilares, a fim de verificar as variações das tensões em função desses parâmetros. Outro fator analisado foi de que maneira a mudança desses mesmos fatores interfere no quantitativo dos principais materiais utilizados, demonstrando assim, através de uma relação entre as duas análises, qual alternativa de mudança de fatores apresenta melhor custo-benefício, no que diz respeito as lajes lisas.

2 JUSTIFICATIVA

As estruturas de concreto armado de edifícios podem ser concebidas de diversas maneiras, sendo o sistema reticulado composto por lajes, vigas e pilares, chamado de estrutura convencional, o mais usado até hoje no Brasil. Contudo, existem outros tipos de estruturas que vêm em crescente utilização, visando suprir necessidades que o sistema convencional (laje, vigas e pilares) não atende. Essas estruturas são denominadas lajes lisas ou lajes cogumelo, sendo as primeiras mais apropriadas devido ao fato de não possuírem capitel, garantindo assim algumas vantagens desse tipo de sistema estrutural, como por exemplo uma maior flexibilidade arquitetônica devido à ausência dos capitéis e vigas.

Lajes lisas são essencialmente lajes que têm como principal característica o não uso de vigas e capitéis, possibilitando assim uma ligação direta entre laje e pilar. Porém, apesar dos vários benefícios apresentados, esse sistema está sujeito a grandes esforços concentrados nas regiões de contorno dos pilares, denominados de punção.

A resistência à punção é um fator importante no dimensionamento desse tipo de estrutura, sendo esta um fator condicionante frequentemente utilizado para a escolha da espessura da laje, geometria dos pilares, da resistência à compressão do concreto, do uso de capitel ou pela escolha do uso de armadura de cisalhamento (TRAUTWEIN, 2006).

Portanto, como é um sistema que vem ganhando espaço atualmente, é comum que não existam dados suficientes para nos guiar em uma eficaz análise do sistema laje-pilar, como o sistema convencional possui. Assim, este Trabalho de Conclusão de Curso visa analisar minuciosamente e de forma clara os principais fatores que influenciam a resistência à punção, possibilitando assim uma facilidade maior no entendimento da análise e dimensionamento da ligação direta entre laje-pilar em lajes lisas, de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014).

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

- Analisar o efeito da punção em lajes lisas de concreto armado, através das recomendações feitas pela ABNT NBR 6118 (2014), visando facilitar e acrescentar um maior entendimento na concepção e dimensionamento desse tipo de sistema estrutural.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Dimensionar armadura à punção do tipo pino para a um pilar interno sob efeito de momentos nas duas direções segundo as prescrições da ANBT NBR 6118 (2014), assim como dimensionar a armadura contra o colapso progressivo;
- Demonstrar e verificar a influência dos fatores: f_{ck} , altura da laje (h) e conseqüentemente da altura útil (d), e as dimensões dos pilares (C_1 e C_2), no dimensionamento à punção de pilares internos com momentos atuando nas duas direções, através da variação desses fatores;
- Analisar como as mudanças nos fatores estudados influenciam no quantitativo dos principais materiais envolvidos no processo construtivo de lajes lisas de concreto armado;
- Realizar comparações de custo-benefício entre os fatores analisados, de modo a esclarecer quais fatores apresentam resultados favoráveis à um dimensionamento viável e eficaz.

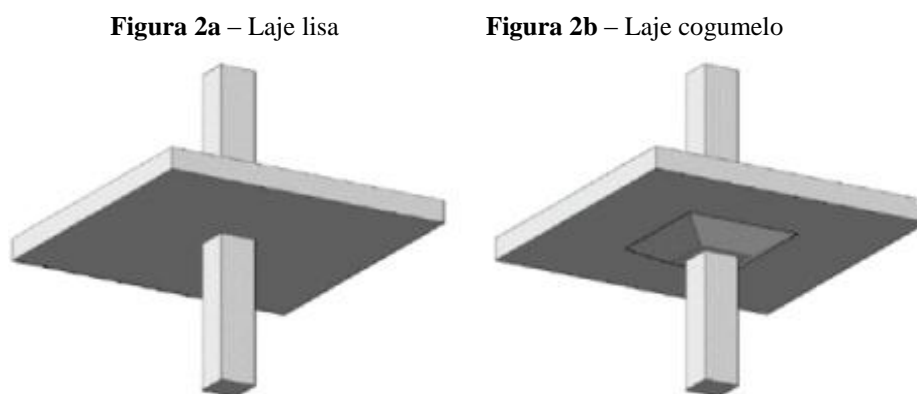
4 REVISÃO DE LITERATURA

4.1 LAJES LISAS E COGUMELO

A definição segundo a norma ABNT NBR 6118 (2014) para lajes lisas é que estas são lajes apoiadas diretamente nos pilares, enquanto lajes cogumelo são lajes apoiadas em capitéis nos pilares (figura 2b), ou seja, a denominação “lajes lisas” nada mais é do que uma denominação para lajes que se apoiam diretamente sobre os pilares sem capitéis (figura 2a). Além disso, para lajes maciças, seus limites máximos de espessura são de 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, fora do capitel.

Geralmente, a capacidade resistente das lajes lisas e cogumelo é determinada pelas tensões tangenciais de punção que ocorrem no entorno dos pilares de apoio. Para que se reduza essas tensões tangenciais, algumas das alternativas são: alargar as seções de topo dos pilares, o que dá origem aos capitéis, ou aumentar a espessura da laje (ARAÚJO, 2010).

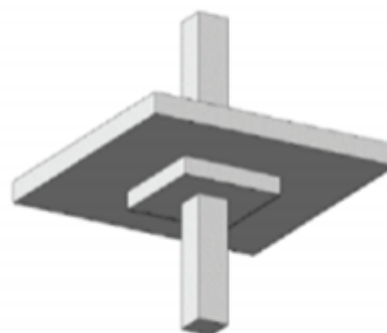
Ainda segundo Araújo (2010), capitéis geralmente são projetados com a forma tronco-cônica ou tronco-piramidal e, por essas formas serem complexas, tem sido evitado o emprego de lajes com capitéis, devido à dificuldade na execução das fôrmas.



Fonte: SANTOS et al., 2014, p. 610.

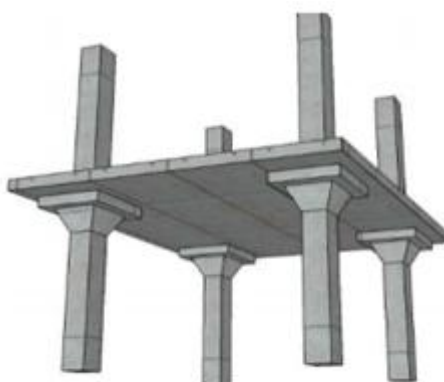
Vale ressaltar que o aumento de seção no pilar é comumente chamado de capitel, enquanto o termo “drop-panel”, ou ábaco, é dito como um aumento da espessura da laje na ligação laje-pilar (figura 3 a), e ainda há os casos onde se utilizam os dois mecanismos citados simultaneamente (figura 3 b).

Figura 3a – Laje lisa utilizando “drop-panel”



Fonte: SANTOS et al, 2014, p. 610.

Figura 3b – Laje cogumelo utilizando capitel e “drop-panel”



Fonte: RABELLO, 2010, p. 24.

Segundo Trautwein (2006), a utilização de estruturas com a ausência de vigas tornou-se habitual nos últimos anos. Isto se deve fundamentalmente à simplicidade, economia de tempo, execução e custos das mesmas, assim como a flexibilidade de utilização dos espaços construídos.

Em relação as vantagens das lajes lisas, Guarda (1995) explica que as principais vantagens em relação a estruturas com lajes, vigas e pilares, são:

- Simplificação na execução das fôrmas, onde devido à ausência de vigas ocorre uma diminuição dos recortes, ocasionando uma maior agilidade no processo construtivo e redução de custo;
- O arranjo das armaduras de flexão é mais simples e conseqüentemente de execução mais fácil, havendo também a possibilidade do uso de telas soldadas;
- Maior facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto, reduzindo a possibilidade de ocorrência de falhas;
- Redução da altura total do edifício, possibilitando aumentar o número de pavimentos;
- A inexistência de vigas acarreta numa diminuição dos revestimentos.

Apesar das inúmeras vantagens sobre outros tipos de lajes, uma das desvantagens é que as lajes lisas e cogumelo não devem ser utilizadas em qualquer situação. No caso dos edifícios residenciais, por exemplo, normalmente não há uma disposição regular dos pilares, e a solução através de laje lisa/cogumelo pode ser antieconômica.

E segundo Ferreira (2010), além da irregularidade na concepção estrutural, as principais desvantagens desse tipo de pavimento se referem à estabilidade global do edifício, aos deslocamentos verticais da laje (flechas) e ao efeito de punção.

- A ausência das vigas torna a estrutura muito deformável frente as ações horizontais, o que é um sério problema em edifícios altos.
- Grandes deslocamentos verticais (flechas) ocorrem principalmente nas bordas livres e podem chegar a atingir um ELS (estado limite de serviço).
- Porém, a possibilidade de uma ruptura localizada por punção na ligação laje-pilar é o ponto mais crítico, uma vez que ela pode se propagar e levar a estrutura à ruína parcial ou total, por colapso progressivo.

No caso da estabilidade global, é necessário projetar elementos de contraventamento, como paredes estruturais e pilares-paredes nas caixas de elevadores, para garantir a indeslocabilidade horizontal e uma adequada rigidez (ARAÚJO, 2010).

No que diz respeito às flechas, uma solução seria a adoção de vigas de borda, já que as bordas são as regiões mais críticas em relação aos grandes deslocamentos, dispondo assim a essas regiões, maior rigidez. Outra solução seria o aumento da espessura da laje, para que o valor da flecha seja igual ao de uma laje convencional.

Trautwein (2006) ainda explica que em relação ao efeito de punção, inúmeras normas, sejam nacionais (ABNT NBR 6118:2014) ou internacionais, analisam e prescrevem como devem ser feitas as previsões de cargas de ruptura em lajes lisas, para casos com e sem armadura à punção, onde ambas as normas sugerem que a previsão seja feita através de uma comparação feita pela tensão nominal de cisalhamento atuando em uma dada superfície de controle, e comparando essa tensão com a resistência do concreto ao cisalhamento, que é calculada em função de vários fatores.

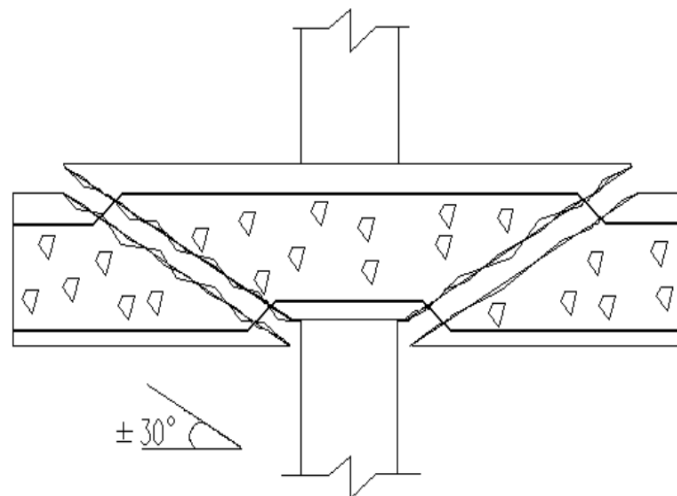
Guarda (1995) ainda ressalta que a punção é o principal problema das lajes-lisas, e que este pode ser solucionado adequando-se a espessura da laje e as dimensões dos pilares, assim como outros fatores, ou ainda adotando armadura específica de combate a punção.

4.2 PUNÇÃO

Punção, segundo a ABNT NBR 6118 (2014), é o estado limite último determinado por cisalhamento no entorno de forças concentradas. É decorrente da grande concentração de tensões na região da ligação laje-pilar.

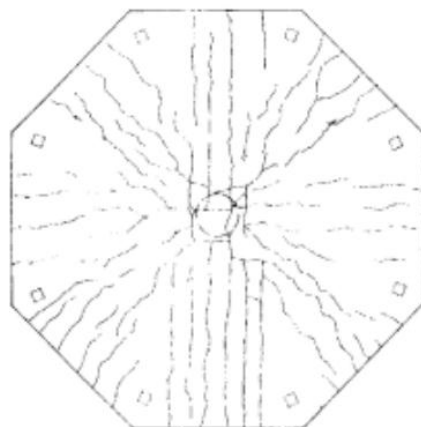
A punção é caracterizada pela atuação de uma força concentrada sobre uma área de um elemento estrutural plano. Essa força causará, no seu entorno, elevadas tensões cisalhantes, podendo causar a ruína desse elemento. Em lajes lisas, o pilar introduz essa força concentrada, e a ruína ocorre na ligação laje-pilar. A ruptura por punção pode acontecer de forma abrupta e sem aviso prévio. (TRAUTWEIN, 2006, p. 6).

Segundo Takeya (1981), pesquisas realizadas mostram que a ruína por punção ocorre com predominância do deslocamento vertical da laje ao longo da superfície de ruptura inclinada de 30° a 35° em relação ao plano da laje (figura 4). Em rupturas por punção, a armadura de flexão não atinge o seu limite de escoamento sendo, portanto, uma ruína do tipo frágil.

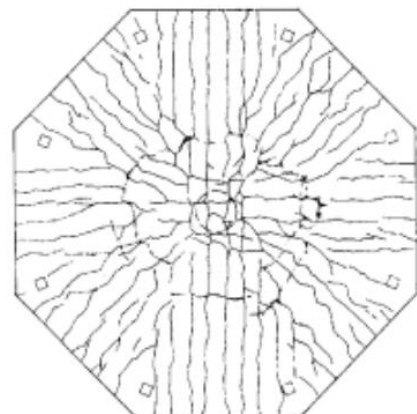
Figura 4 – Inclinação da superfície de ruptura

Fonte: MELGES, 1995, p. 25.

De acordo com Lima (2001), em lajes lisas sob efeito de carregamentos concentrados simétricos, o aparecimento de fissuras se dá de forma radial, as quais começam quase no centro das lajes e se estendem na direção do perímetro das mesmas (figura 5a), e que acerca de 2/3 da força última de punção, surgem algumas fissuras tangenciais na região da punção (figura 5b), a partir das quais se desenvolvem as superfícies de ruptura por cisalhamento do cone de punção, com inclinação média da ordem de 25° a 30° (figura 4).

Figura 5a – Surgimento de fissuras radiais

Fonte: LIMA, 2001, p. 6.

Figura 5b – Surgimento de fissuras tangenciais

Fonte: LIMA, 2001, p. 6.

4.3 FATORES QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

Para que se possa contornar os efeitos da punção, e para que esse contorno se dê de forma eficaz, é necessário saber como os fatores que influenciam a punção atuam nas verificações prescritas pelas normas, de modo que se escolham os valores adequados para cada um desses fatores, tendo em vista que cada fator interfere de forma diferente nas tensões resistentes e solicitantes em cada contorno crítico.

Resultados de inúmeros ensaios indicam que a resistência à punção de lajes lisas sem armadura de cisalhamento é influenciada principalmente pela resistência à compressão do concreto, pela taxa de armadura de flexão tracionada, pela espessura da laje e pelo tamanho e a geometria do pilar (SACRAMENTO et al., 2012).

Além desses parâmetros, outro fator que influencia significativamente na resistência à punção de ligações laje-pilar é a utilização de armaduras de cisalhamento. Sua eficiência está ligada diretamente com as condições de ancoragem (FERREIRA, 2010).

A seguir, estão mencionados os principais fatores que influenciam a resistência à punção:

4.3.1 Espessura da laje ou altura útil da laje

Segundo Figueiredo Filho (1989), ensaios mostraram que o aumento da resistência da ligação é proporcional ao quadrado da altura útil. Dessa maneira, essa resistência aumenta bastante com o aumento da espessura da laje porém, perante o aumento nessa espessura, a carga permanente também é acrescida, tornando o ganho real da resistência com o aumento da espessura aproximadamente linear.

Assim, como opção, pode ser feito o aumento da espessura da laje apenas na região da ligação com o pilar (“drop-painel”), ou o aumento da espessura dos pilares (capitéis).

No entanto, Melges (2001) explica que a utilização de “drop panels” apresenta alguns inconvenientes: perdem-se vantagens oferecidas pelo teto liso, e embora a resistência da ligação seja aumentada, a utilização desses elementos estruturais não fornece ductilidade à ligação, além de prejudicar alguns aspectos arquitetônicos.

4.3.2 Dimensões, formato e posição do pilar

O índice de retangularidade é a relação entre as dimensões do pilar, ou seja, quanto mais retangular for o pilar, menos resistência ele terá em relação a um pilar com dimensões parecidas. Contudo, a ABNT NBR 6118 (2014), não prevê nenhum fator que modifique as características do perímetro crítico de um pilar quadrado para um retangular, sendo assim, a relação entre as dimensões dos pilares apenas interfere na parcela do momento desbalanceado transmitido ao pilar.

Em relação ao índice de retangularidade, Mouro (2010) explica que à medida que o índice de retangularidade aumenta, a resistência à punção e a resistência à flexão diminuem.

Quanto ao formato, Vanderbilt (apud SACRAMENTO et al., 2012) ensaiou lajes apoiadas em pilares de seção circular e quadrada e monitorou a região da laje nas extremidades dos pilares, onde o mesmo percebeu que, em pilares de seção quadrada, as tensões se concentravam nos cantos dos pilares (figura 6).

Quanto à posição do pilar é considerado que, em pilares de borda e canto, a parte mais próxima a borda não é efetiva na absorção das tensões cisalhantes, tornando assim menores as seções de contatos entre a laje e os pilares nessas regiões. As normas recomendam que para essas regiões, seja calculado um perímetro crítico reduzido.

Quando há transferência de momentos não balanceados da laje para o pilar, a influência da posição torna-se ainda mais crítica para pilares de bordas e de canto, quando o momento não balanceado é máximo e a seção em torno do pilar em contato com a laje é menor, tendo que haver nesses casos uma redução do perímetro crítico (FIGUEIREDO FILHO, 1982).

Figura 6 – Concentração de tensões nos cantos e no menor lado de pilares alongado



Fonte: MELGES, 2001, p. 41.

4.3.3 Resistência do concreto

A resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) está diretamente ligado a determinação das tensões resistentes em todos os contornos críticos que devem ser feitos nas verificações à punção e, apesar de não atribuir a estrutura uma maior ductilidade na ligação laje-pilar, este é um dos fatores mais eficazes, principalmente para lajes lisas sem armadura à punção, tendo em vista que a variação do f_{ck} não aumenta a tensão solicitante, nem interfere nos aspectos arquitetônicos.

A resistência à punção da ligação laje-pilar está relacionada à resistência do concreto à tração, e algumas normas admitem que essa resistência seja proporcional ao valor da raiz quadrada da resistência à compressão. Porém, mesmo com o aumento da resistência da ligação, em função do aumento da resistência do concreto, essa resistência não confere à laje uma melhor ductilidade com relação à ruína (FUSCO, 1984).

4.3.4 Taxa de armadura de flexão

A taxa de armadura de flexão tracionada (ρ) é definida como a razão entre a área de armadura de flexão tracionada (A_s) pela área de concreto (A_c), a qual é dada pelo produto da altura útil da laje (d) por uma determinada largura a ser considerada.

A importância da taxa de armadura de flexão decorre de sua influência sobre o efeito de pino (essa afirmação será melhor detalhada no tópico sobre armadura contra o colapso progressivo) da armadura longitudinal, após a fissuração da borda tracionada da peça, e de sua influência sobre a manutenção do engrenamento dos agregados. Uma maior taxa de armadura causa menor incidência de fissuras; uma menor taxa, ao contrário, eleva a fissuração (FUSCO, 1984).

A taxa de armadura à flexão influencia na resistência à punção, principalmente nos casos de lajes que não possuem armadura de cisalhamento. Isso ocorre devido ao aumento na taxa de armadura de flexão, que possui como efeito o aumento da zona comprimida, reduzindo a fissuração na ligação laje-pilar por flexão, o que é benéfico por facilitar a formação de mecanismos contra os esforços cisalhantes (SACRAMENTO et al., 2012).

4.3.5 Armadura de punção

Melges (1995) mencionou que o uso de armaduras é o mais indicado para se aumentar a resistência aos efeitos cisalhantes pois, além de elevar o valor da resistência da ligação laje-pilar, fornece-lhe ductilidade, contribuindo assim para a mudança do tipo de ruína previsto de frágil (punção) para dúctil (flexão).

Para serem consideradas eficientes do ponto de vista técnico, as armaduras de cisalhamento precisam atender aos critérios de ancoragem e praticidade de instalação.

A ABNT NBR 6118 (2014) recomenda que as armaduras contra a punção sejam usadas com a finalidade de aumentar a resistência e a ductilidade das ligações laje-pilar. No caso de a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, deve-se prever uma armadura de punção, mesmo que os esforços solicitantes da ligação sejam menores que os resistentes, e essa armadura deve equilibrar no mínimo 50% da força de reação proveniente da laje no pilar.

4.4 TIPOS DE ARMADURA DE PUNÇÃO

Segundo Figueiredo Filho (1989), em quaisquer que sejam as armaduras de cisalhamento utilizadas nas lajes sem vigas, os seguintes requisitos devem ser alcançados:

- Efetiva ancoragem nas duas extremidades da armadura, mesmo em lajes finas;
- Não devem dificultar a colocação das demais armaduras (flexão e pilar), e interferir o mínimo possível no seu posicionamento;
- Devem ser possíveis de colocar mesmo em lajes finas;
- Placas de ancoragem não devem se projetar acima da superfície da laje;
- Devem ser econômicas.

Com o objetivo de desenvolver armaduras de cisalhamento que sejam efetivas no aumento da resistência a punção, várias pesquisas têm sido realizadas com diversos tipos de armaduras, dentre as quais pode-se citar:

Armaduras recomendadas pela ABNT NBR 6118 (2014), (com preferência aos conectores):

- Estribos e ganchos;
- Conectores tipo pino;

Outros tipos de armaduras ao cisalhamento:

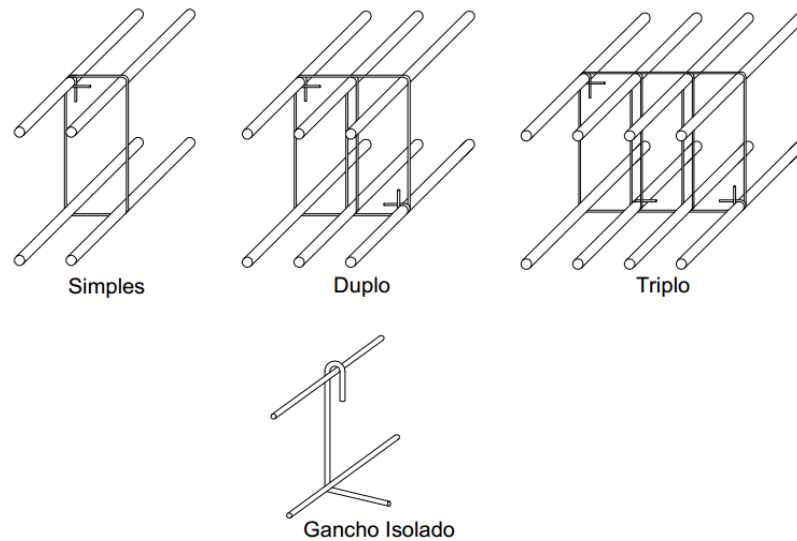
- Barras dobradas;
- Perfis metálicos “Shearheads”;
- Segmentos de perfis metálicos;
- Sistema “Shearband”.

4.4.1 Estribos e ganchos

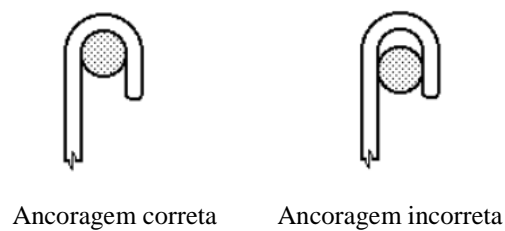
Os estribos podem ser abertos em forma de ganchos, ou fechados em forma de retângulos, podendo estar associados entre si de 1, 2 ou 3 ramos (figura 7a). Eles podem ainda ser inclinados ou não.

Os estribos não são totalmente efetivos nas lajes delgadas, e isso ocorre devido ao fato do “escorregamento” da ancoragem do estribo. Este escorregamento acontece nas dobras de todos os estribos, e proporciona grandes aberturas às fissuras de cisalhamento, a menos que barras longitudinais de grande bitola sejam usadas (RABELLO, 2010).

Em relação aos ganchos, seus desempenhos foram considerados satisfatórios. Em ensaios realizados por Takeya (1981), os ganchos possuem a vantagem de não interferirem nas armaduras de flexão da laje e nem nas armaduras dos pilares, e serem de fácil montagem e execução. No entanto, os ensaios confirmaram que para este tipo de armadura de punção, deve-se garantir que não haja folga entre o gancho e as faces superiores da armadura de flexão (Figura 7b) que estão lhe servindo de apoio, para a sua devida ancoragem, caso contrário, toda a sua eficácia estará comprometida, bem como a segurança da ligação, o que não é fácil de se garantir na fase de execução na obra.

Figura 7a – Tipos de estribos e gancho

Fonte: RABELLO, 2010, p. 47.

Figura 7b - Detalhe da ancoragem dos ganchos

Fonte: MELGES, 1995, p. 31

4.4.2 Conectores tipo pino

O uso de conectores tipo pino com extremidades alargadas (figura 8a e 8b) é o tipo de armadura à punção recomendada pela ABNT NBR 6118 (2014), e apresenta as seguintes vantagens, mencionadas por Figueiredo Filho (1989):

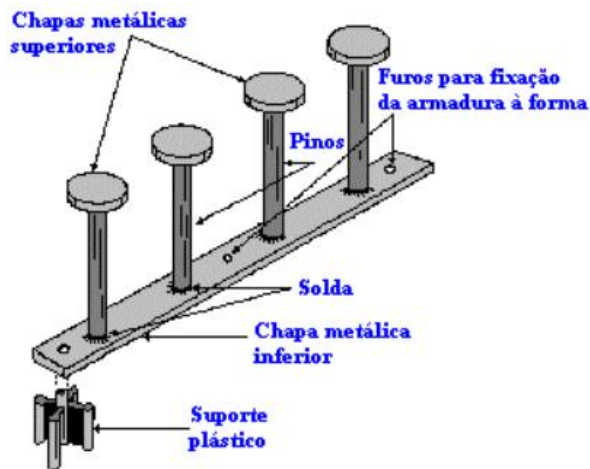
- São fáceis de instalar, mesmo em lajes relativamente finas;
- Não interferem na colocação e posicionamento das armaduras dos pilares e de flexão das lajes;
- Possibilitam ancoragem satisfatória nas duas extremidades, de modo que a armadura atinja toda a sua capacidade resistente antes da ruptura;
- Aumentam a resistência e ductilidade da ligação.

Figura 8a – Aplicação de conectores tipo pino



Fonte: MELGES, 2001, p. 52.

Figura 8b – Detalhe dos conectores tipo pino

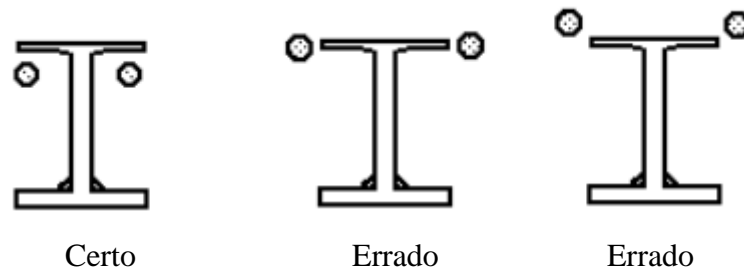


Fonte: MELGES, 2001, p. 52.

A chapa metálica inferior ainda possui a vantagem de garantir o posicionamento correto dos conectores na obra, além de ser nela onde são fixados os suportes plásticos para que seja garantido o cobrimento mínimo da laje.

Para que a ancoragem seja efetiva, deve-se garantir que a armadura de flexão negativa esteja abaixo da chapa de ancoragem superior do conector (figura 9).

Figura 9 – Ancoragem dos conectores na armadura à flexão



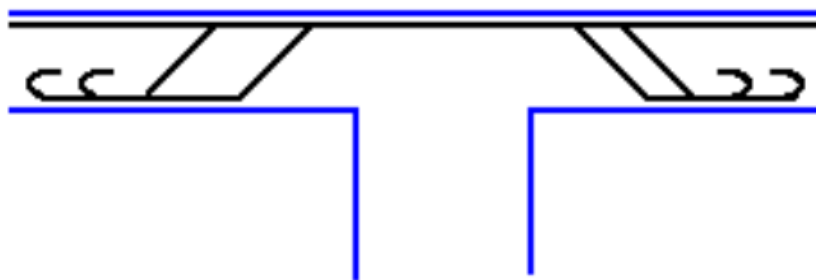
Fonte: MELGES, 1995, p. 35.

4.4.3 Barras dobradas

No exemplo da figura 10, as barras estão representadas como sendo o prolongamento da armadura negativa de flexão, estando ancoradas na face inferior da laje.

Muitos pesquisadores têm verificado que armaduras de cisalhamento constituídas de barras dobradas não são totalmente eficazes no combate à punção, ou seja, a tensão de escoamento dessas barras não é atingida na ruptura. A razão disso é que não existe altura suficiente nas lajes para a efetiva ancoragem das barras dobradas, impedindo o desenvolvimento de sua capacidade total. Porém, mesmo não aumentando a ductilidade, essas armaduras apresentam um aumento na resistência da laje (FIGUEIREDO FILHO, 1989).

Figura 10 – Barras dobradas



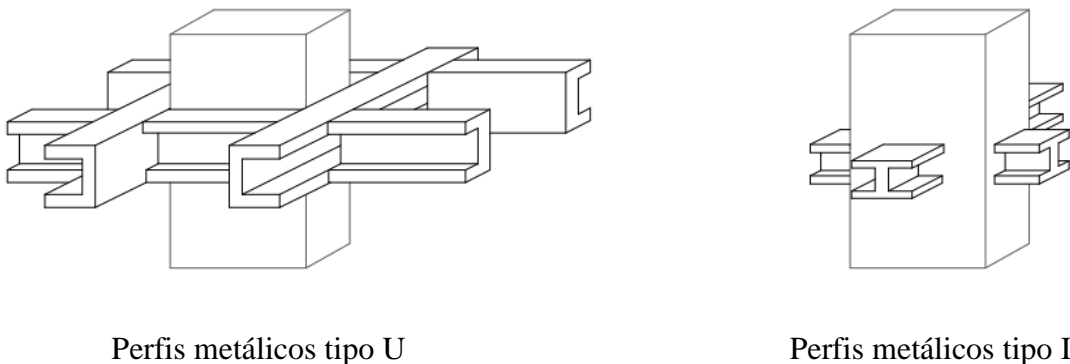
Fonte: MELGES, 1995, p. 32.

Outra desvantagem das barras dobradas é que elas também absorvem parte dos esforços de flexão, já que geralmente são prolongamentos da armadura negativa de flexão, não sobrando assim muita capacidade para resistir também aos esforços de cisalhamento.

4.4.4 Perfis metálicos “Shearheads”

"Shearheads" são perfis metálicos embutidos na laje e posicionados na região da ligação da laje com o pilar, onde os perfis metálicos tipo U são posicionados na região adjacente ao pilar, enquanto os perfis tipo I atravessam cabeça do pilar (figura 11).

Figura 11 – Perfis metálicos “Shearheads”



Perfis metálicos tipo U

Perfis metálicos tipo I

Fonte: RABELLO, 2010, p.50.

Ensaio feitos por Corley e Hawkins (apud TAKEYA, 1981) constataram que corpos-de-prova com "shearhead" tiveram um aumento na resistência da ligação da ordem de 75% em relação a corpos-de-prova sem este tipo de reforço e, dentro de certos limites, houve um aumento também da sua ductilidade. A situação analisada por eles foi a de ligações de laje com pilares internos, com carregamento simétrico.

Entretanto, Gonçalves (1986) verificou através de ensaios, que a carga de ruína observada para pilares de borda utilizando "shearheads" foi menor que a dos modelos sem qualquer tipo de armadura transversal. Foi observado que, além de interferir na armadura do pilar e nas armaduras de flexão em lajes de pouca espessura, o uso de "shearheads" apresenta um custo elevado, sendo assim indicado apenas para pilares internos.

4.4.5 Segmentos de perfis metálicos

Pode-se dizer que os segmentos metálicos são apenas um prolongamento de vários conectores tipo pino. Porém, apesar de contarem com mais aço, interferem na armadura à flexão, já que as barras longitudinais de flexão não podem passar pelos segmentos de perfis, como é feito entre os conectores tipo pino.

Sobre os segmentos de perfis metálicos, Figueiredo Filho (1989) explica que ao invés de conectores tipo pino, podem ser utilizados pequenos segmentos de perfis metálicos de seção transversal tipo "I" (figura 12). Este tipo de armadura, apesar de ser adequado segundo o ponto de vista da ancoragem do elemento na laje, não é recomendado segundo o ponto de vista de produção e de economia.

Figura 12 – Segmentos de perfis metálicos “I”, com furo para fixação.



Fonte: MELGES, 1995, p. 35.

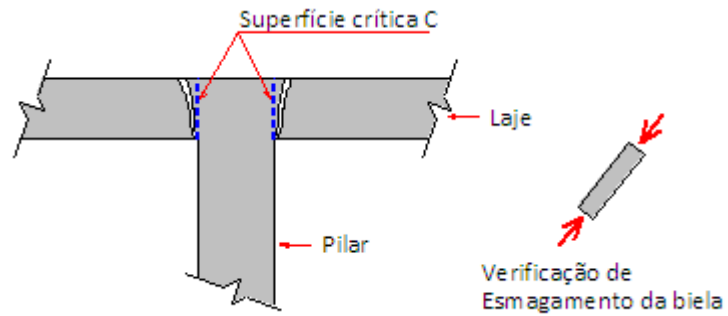
4.5 SUPERFÍCIES DE CONTROLE C, C' E C''

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), o modelo de cálculo contra à punção da superfície de controle corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas, definidas no entorno de forças concentradas, no qual se compara as tensões de cisalhamento atuantes nessas superfícies com as respectivas tensões resistentes.

O método da superfície de controle é adotado pelas principais normas internacionais para a verificação da punção.

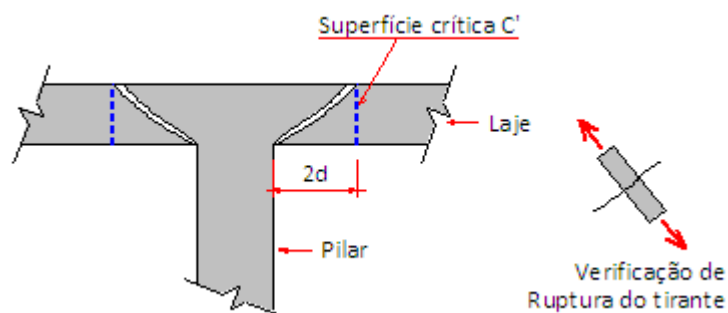
Os contornos das superfícies são aproximadamente circulares ou arredondados, e as alturas, iguais às alturas úteis da laje. Mas isso não significa que se considere a ruptura por punção associada a uma superfície quase cilíndrica. Trata-se apenas de uma aproximação, pois, como se sabe, a superfície de ruína mais se parece com um tronco de cone. Além disso, a tensão de cisalhamento atuante no contorno crítico não tem nenhum significado físico. Portanto, esse método da superfície de controle deve ser entendido somente como um método empírico, que pode conduzir a resultados que se aproximam bastante daqueles dos modelos mecânicos. (LIMA, 2001, p.10).

- Na primeira superfície crítica (contorno C) do pilar, deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através da tensão de cisalhamento, quando houver ou não armadura contra a punção (figura 13).

Figura 13 – Superfície crítica no contorno C

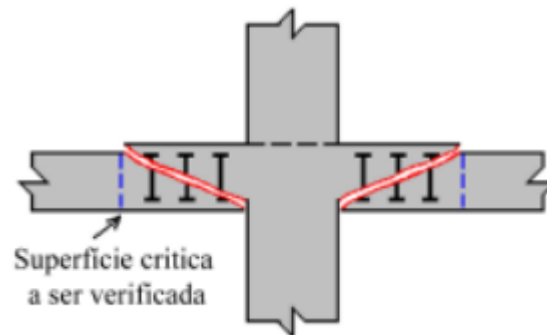
Fonte: Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/273/666/pt-br/dimensionamento-de-lajes-a-punção.html>> Acesso em abr. 2016.

- Na segunda superfície crítica (contorno C') afastada $2.d$ do pilar, deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal (figura 14). Essa verificação também é feita através de uma tensão de cisalhamento, no contorno C'. Caso haja necessidade, a ligação deve ser reforçada por armadura transversal, e a verificação passa a ser em função da capacidade resistente da armadura e sua disposição. Nesse último caso (figura 15), necessita-se também de verificação em um contorno C''.

Figura 14 – Superfície crítica no contorno C', sem armadura.

Fonte: Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/273/666/pt-br/dimensionamento-de-lajes-a-punção.html>> Acesso em abr. 2016.

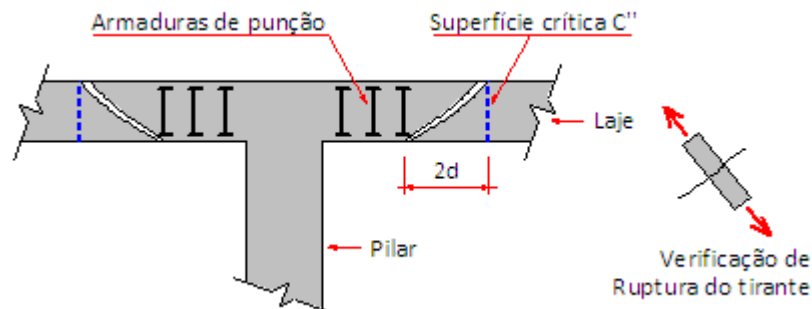
Figura 15 – Superfície crítica no contorno C', com armadura.



Fonte: Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/273/666/pt-br/dimensionamento-de-lajes-a-punção.html>> Acesso em abr. 2016.

- A terceira superfície crítica (contorno C'') apenas deve ser verificada quando for necessário colocar armadura transversal, verificando a resistência de ruptura do tirante a uma distância $2d$ da última linha de armadura à punção. Essa verificação consiste em analisar se o concreto por si só já resiste aos esforços solicitantes. Uma vez que isso não se cumpra, é necessário acrescentar mais uma linha de armadura de punção (figura 16).

Figura 16 – Superfície crítica no contorno C''



Fonte: Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/273/666/pt-br/dimensionamento-de-lajes-a-punção.html>> Acesso em abr. 2016.

Assim, as verificações para cada caso (com e sem armadura à punção) são, resumidamente, as seguintes:

Quando não for prevista armadura de punção, duas verificações devem ser feitas:

- Verificação da compressão do concreto, no contorno C ($\tau_{Rd2} \geq \tau_{Sd}$);
- Verificação da punção, no contorno C' ($\tau_{Rd1} \geq \tau_{Sd}$)

Quando for prevista armadura de punção, três verificações devem ser feitas:

- Verificação da compressão do concreto, no contorno C ($\tau_{Rd2} \geq \tau_{Sd}$);
- Verificação da punção, no contorno C' ($\tau_{Rd3} \geq \tau_{Sd}$);
- Verificação da punção, no contorno C'' ($\tau_{Rd1} \geq \tau_{Sd}$).

4.5.1 Definições das tensões solicitantes segundo à ABNT NBR 6118:2014

Para o cálculo das tensões atuantes, devem ser considerados a posição dos pilares na estrutura e o tipo de carregamento, assim como a geometria dos pilares.

- **Pilar interno, com carregamento simétrico**

No caso em que o efeito do carregamento pode ser considerado simétrico, ou seja, depender apenas da reação do pilar, a tensão solicitante pode ser escrita da seguinte forma:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} \quad (1)$$

Onde:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (2)$$

d é a altura útil da laje no contorno crítico;

d_x e d_y são as alturas úteis nas duas direções ortogonais de acordo com a figura 17, no contorno crítico considerado, definidas através das seguintes equações:

$$d_x = h - \left(c_{sup} + \frac{\varphi_{principal}}{2} \right) \quad (3)$$

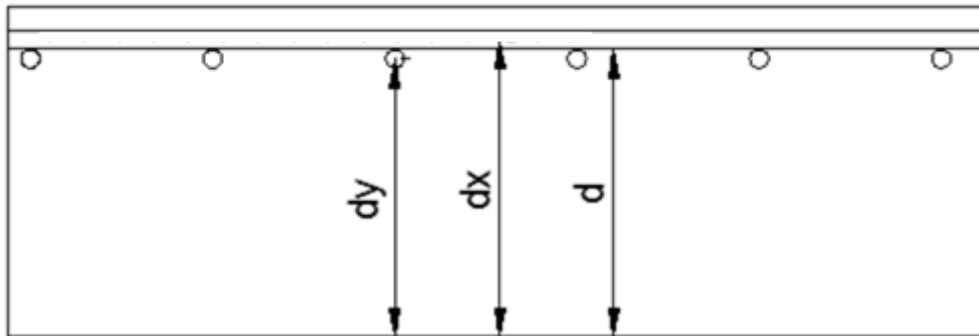
e

$$d_y = h - \left(c_{sup} + \varphi_{principal} + \frac{\varphi_{secundário}}{2} \right) \quad (4)$$

Onde:

h é a altura da laje, c_{sup} é o cobrimento superior da laje, $\varphi_{principal}$ é a bitola da armadura negativa principal e $\varphi_{secundário}$ é a bitola da armadura negativa secundária (figura 17).

Figura 17 – Representação das alturas uteis das duas direções ortogonais



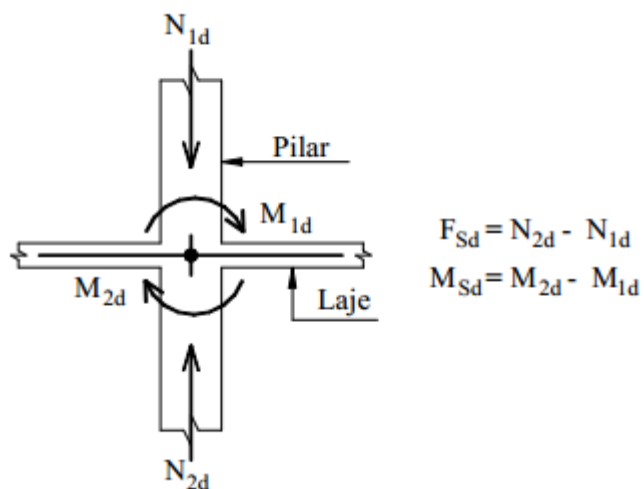
u é o perímetro crítico do contorno considerado, sendo u_0 para o contorno C, u para o contorno C' e u' para o contorno C'' (tabela 1):

C_1 e C_2 são as dimensões do pilar;

$u \cdot d$ é a área da superfície crítica que está sendo calculada, portanto pode ser escrita na forma $(u_0 \cdot d)$, $(u \cdot d)$ ou $(u' \cdot d)$, para C, C' ou C'' respectivamente;

F_{Sd} é a força ou a reação concentrada de cálculo, dada por $F_{Sd} = N_{2d} - N_{1d}$ (figura 18). A ABNT NBR 6118 (2014), permite que a força de punção F_{Sd} pode ser reduzida da força distribuída aplicada na face oposta da laje, dentro do contorno considerado na verificação.

Figura 18 – Determinação de F_{Sd} e M_{Sd}



Fonte: LIMA, 2001, p.19.

Tabela 1 – Perímetros críticos para pilares internos

Contorno crítico	Perímetros críticos
C	$u_0 = 2. (C_1 + C_2)$
C'	$u = 2. (C_1 + C_2) + 4. \pi. d$
C''	$u' = 2. (C_1 + C_2) + 4. \pi. d + 2. \pi. i$

Fonte: FERREIRA, 2005, p. 31.

O perímetro crítico u' é calculado para a hipótese de que $s_e < 2d$, (figura 31), explicado no tópico 4.7, que trata das especificações de detalhamento da armadura.

- **Pilar interno com efeito de momento**

Neste caso, além da força vertical (F_{Sd}), existe também a atuação de momento desbalanceado, devido ao efeito de alguma assimetria. Assim, a tensão é expressa através da equação:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u. d} + \frac{K. M_{Sd}}{W_p. d} \quad (5)$$

Onde:

F_{Sd} é a força ou a reação concentrada de cálculo, dada por $F_{Sd} = N_{2d} - N_{1d}$ (figura 18);

M_{Sd} é o momento solicitante de cálculo, dado por $M_{Sd} = M_{2d} - M_{1d}$ (figura 18);

K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{Sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 (tabela 2);

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força (figura 19);

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força (figura 19).

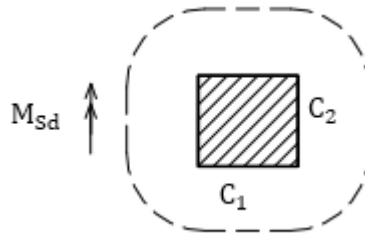
Tabela 2 – Valores do coeficiente K

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Fonte: ABNT NBR 6118, 2014, p. 161.

O valor de K para pilares circulares internos, deve ser adotado igual a 0,6.

Figura 19- Dimensões C_1 e C_2 .



Fonte: LIMA, 2001, p.20

W_p é o módulo de resistência plástica do perímetro crítico considerado, dado por:

$$W_p = \int_0^u |e| \cdot dl \quad (6)$$

onde dl é o comprimento infinitesimal de \mathbf{u} e \mathbf{e} é a distância de $d\mathbf{l}$ ao eixo que passa pelo centro do pilar e em torno do qual atua M_{sd} .

De acordo com a equação 6, a ABNT NBR 6118 (2014) menciona apenas o valor do módulo de resistência plástica (W_p) para o contorno crítico C' , e somente para pilares internos, através da equação 7.

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 \quad (7)$$

Lima (2001) alerta que, na ABNT NBR 6118 (2014), nenhuma indicação é feita quanto aos valores de W_p para os contornos C e C'' , e que através da norma americana CEB MC-90 (1993), na qual as prescrições quanto à punção da ABNT NBR 6118 (2014) foram baseadas, há clara indicação de que são necessárias equações distintas para o módulo de resistência plástica nos contornos C e C'' .

Assim, resolvendo a integral de definição (equação 6), o módulo de resistência plástica para o contorno crítico C'' para o caso de pilar interno é expresso através da seguinte equação:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 + 2C_2 p + 16dp + 4p^2 + \pi C_1 i \quad (8)$$

Onde i é a distância do pilar até o último contorno de armadura.

E para o caso do perímetro crítico C:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 \quad (9)$$

Tabela 3 – Equações de W_p para pilares internos de seção retangular.

Contorno crítico	W_p
C	$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2$
C'	$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$
C''	$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 + 2C_2 i + 16di + 4i^2 + \pi C_1 i$

Fonte: FERREIRA, 2005, p.34

- **Pilar interno, com efeito de momento nas duas direções**

A ABNT NBR 6118 (2014) não cita especificamente este caso, porém ele está incluso no presente trabalho para maior facilidade de entendimento.

Quando há momento nas duas direções, é feita uma superposição dos efeitos dos momentos nas duas direções, onde a equação 5, se torna:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{Sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{Sd2}}{W_{p2} \cdot d} \quad (10)$$

Sendo:

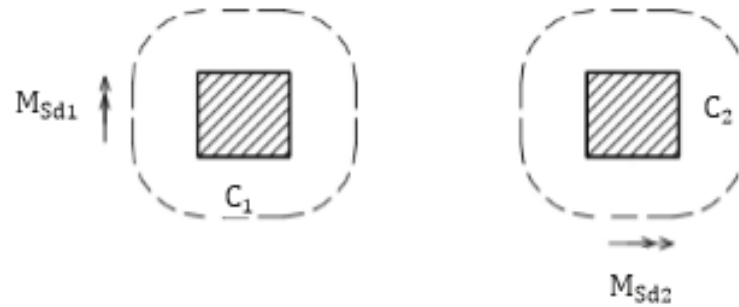
F_{Sd} é a força ou a reação concentrada de cálculo, dada por $F_{Sd} = N_{2d} - N_{1d}$ (figura 18).

M_{Sd1} e M_{Sd2} são os momentos solicitantes de cálculo, dado por $M_{Sd(1,2)} = M_{2d(1,2)} - M_{1d(1,2)}$ (em cada uma das direções) (figura 18);

W_{p1} e W_{p2} são os módulos de resistência plástica nas direções paralelas aos momentos correspondentes (figura 20) do contorno crítico considerado (tabela 3);

K_1 e K_2 são os coeficientes que fornecem a parcela de M_{Sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que dependem da relação C_1/C_2 (figura 20 e tabela 2);

Figura 20 – Dimensões C_1 e C_2 para pilares internos com momentos nas duas direções.



Fonte: LIMA, 2001, p. 21.

- **Pilares de borda, sem momento no plano paralelo à borda livre**

Apenas o fato de ser necessário considerar a excentricidade no cálculo do perímetro crítico (que deixa de ser definido pela letra u e passa ser definido por u^*), difere esse caso daquele que trata do pilar interno com momento em apenas uma direção.

Sendo:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \quad (11)$$

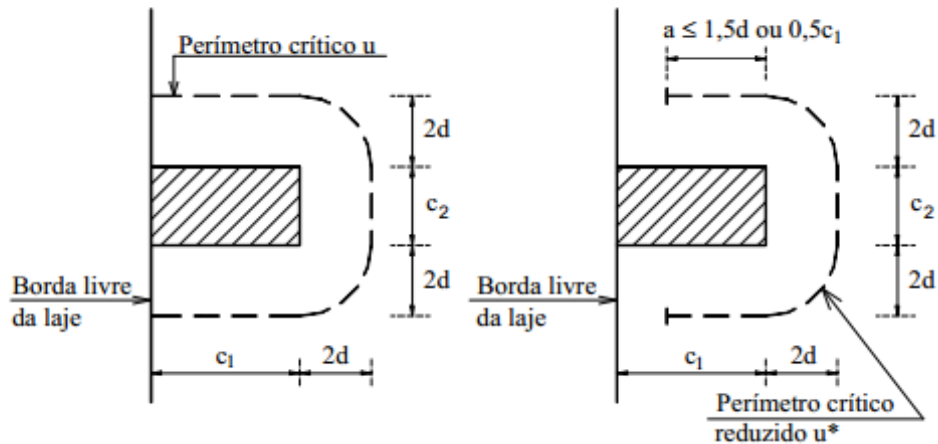
F_{sd} é a força ou a reação concentrada de cálculo, dada por $F_{sd} = N_{2d} - N_{1d}$ (figura 18). u^* é o perímetro crítico reduzido do contorno considerado (tabela 4), calculado a partir da (figura 21). Essa redução é necessária, pois a parte mais próxima à borda não é efetiva na absorção das tensões cisalhantes.

Tabela 4 – Perímetros críticos reduzidos para pilares de borda.

Contorno crítico	Perímetros críticos Reduzidos
C	$u_0^* = 2a + C_2$
C'	$u^* = 2a + C_2 + 2 \cdot \pi \cdot d$
C''	$u'^* = 2a + C_2 + 2 \cdot \pi \cdot d + \pi \cdot i$

Fonte: FERREIRA, 2005, p.36.

Figura 21 – Perímetro crítico reduzido do contorno C' para pilares de borda.



Fonte: LIMA, 2001, p. 22.

A relação entre os momentos deve satisfazer:

$$M_{Sd1} = (M_{Sd} - M_{Sd}^*) \geq 0 \quad (12)$$

Onde

M_{Sd} é o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_{Sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar, no plano perpendicular à borda livre, ou seja:

$$M_{Sd}^* = F_{Sd} \cdot e^* \quad (13)$$

e^* é a excentricidade do perímetro crítico reduzido (figura 22), e é dada por:

$$e^* = \frac{\int_0^{u^*} |e| dl}{\int_0^{u^*} dl} \quad (14)$$

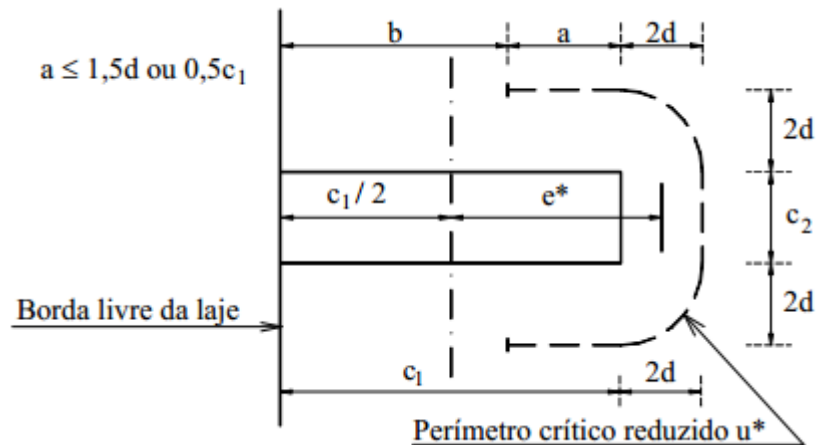
Onde:

dl é o comprimento infinitesimal no perímetro crítico u ;

e é a distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor M_{Sd} .

Assim, através da equação 14, calculam-se as expressões das excentricidades e^* para os contornos críticos C, C' e C'' (tabela 5).

Figura 22 – Excentricidade do perímetro crítico reduzido do contorno C' para pilares de borda.



Fonte: LIMA, 2001, p. 23.

Tabela 5 – Expressões para as excentricidades, para o caso de pilares de borda

Contorno	E^* – para pilares retangulares
C	$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2}}{2 \cdot a + C_2}$
C'	$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi d}$
C''	$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + C_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi d + \pi \cdot i}$

Fonte: FERREIRA, 2005, p. 37.

W_{p1} é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o contorno crítico considerado (assim como para o caso da tensão solicitante em pilares internos, existem valores distintos de W_{p1} para cada contorno crítico C , C' e C'' , porém para esse caso de pilar de borda, nenhuma expressão é demonstrada na ABNT NBR 6118 (2014)), calculados assim a partir da equação 6 e demonstrados na tabela 6.

Tabela 6 – Equações de W_{p1} para pilares de borda, sem momento atuando no plano paralelo à borda livre.

Contorno crítico	W_{p1}
C	$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2}$
C'	$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1$
C''	$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1 + C_2 i + 8di + \frac{\pi i C_1}{2} + 2 \cdot i^2$

Fonte: FERREIRA, 2005, p.38.

O coeficiente K_1 assume os valores estabelecidos para K na tabela 2, com C_1 e C_2 , de acordo com a figura 22.

- **Pilares de borda, com momento no plano paralelo à borda livre**

Este caso se assemelha ao do pilar interno com momentos atuando nas duas direções. Porém, deve ser considerada a excentricidade dos perímetros críticos e o coeficiente K deve ser reduzido, para determinar a parcela do momento no plano paralelo à borda livre. A tensão é definida por:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \quad (15)$$

Onde:

M_{sd2} é o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre, dado por $M_{sd2} = M_{2d2} - M_{1d2}$ (figura18);

O coeficiente K_2 assume os valores estabelecidos para K na tabela 2, substituindo-se $\frac{C_1}{C_2}$ por $\frac{C_2}{2C_1}$, pois apenas uma das faces do pilar na direção deste momento pode ser utilizada;

C_1 é a dimensão do pilar na direção perpendicular à borda livre;

C_2 é a dimensão do pilar na direção paralela à borda livre.

W_{p2} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre (tabela 7), calculado assim como nas outras situações, através da equação 6.

Os dados restantes são aqueles explicados para o caso de pilares de borda sem momento no plano paralelo à borda livre.

Tabela 7– Equações de W_{p2} para pilares de borda, com momento atuando no plano paralelo à borda livre.

Contorno crítico	W_{p2}
C	$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 C_2$
C'	$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2$
C''	$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2 + 2C_1 i + 8di + \frac{\pi i C_2}{2} + 2 \cdot i^2$

Fonte: FERREIRA, 2005, p. 39.

- **Pilares de canto**

Para o pilar de canto, aplica-se o disposto para o pilar de borda quando não há momento atuando no plano paralelo a borda livre.

São adotadas, portanto, duas situações de cálculo, através da equação 11 em cada direção:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{Sd1}}{W_{p1} \cdot d}$$

O coeficiente K_1 é obtido normalmente na tabela 2 em função da proporção C_1/C_2 referentes aos lados do pilar, conforme figura 23, onde C_2 sempre é a dimensão do pilar perpendicular a excentricidade da força e C_1 paralelo.

Ressalta-se que a relação entre os momentos deve satisfazer a equação 12:

$$M_{Sd1} = (M_{Sd} - M_{Sd}^*) \geq 0$$

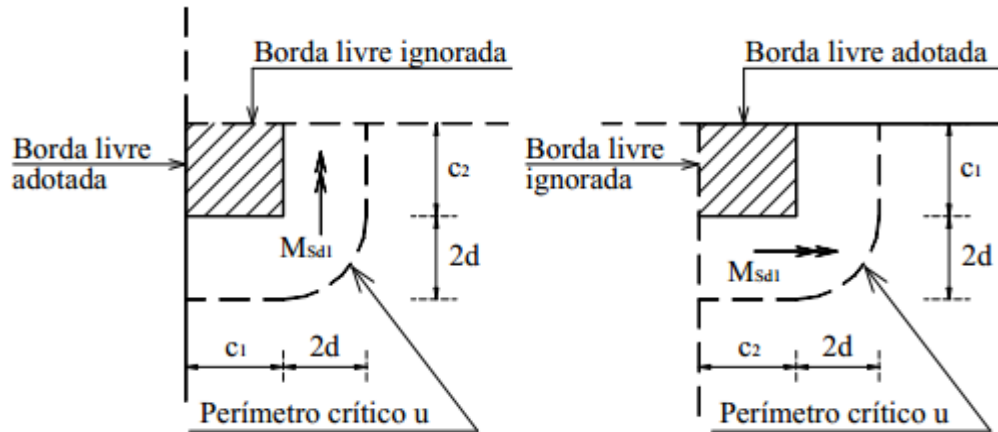
M_{Sd} é o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_{Sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar, no plano perpendicular à borda livre, ou seja, utiliza-se a equação 13 da mesma forma que utilizado anteriormente:

$$M_{Sd}^* = F_{Sd} \cdot e^*$$

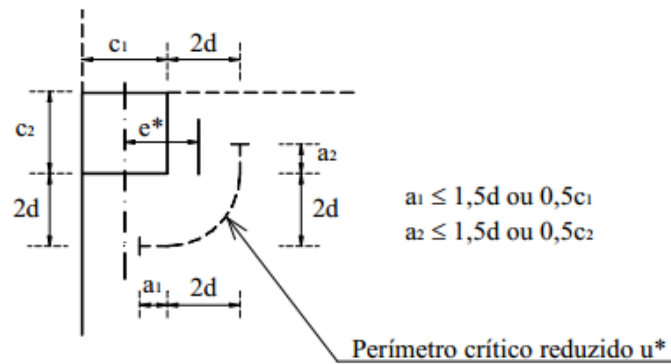
Onde a excentricidade e^* do perímetro crítico reduzido é calculada através da equação 14, baseando-se na figura 24, para pilares de canto. A tabela 8 mostra os valores de e^* para cada contorno crítico, nos casos de pilares de canto.

Figura 23 – Disposição dos parâmetros para a situação de pilares de canto.



Fonte: LIMA, 2001, p. 25.

Figura 24 – Distâncias para a determinação da excentricidade em pilares de canto.



Fonte: LIMA, 2001, p.26.

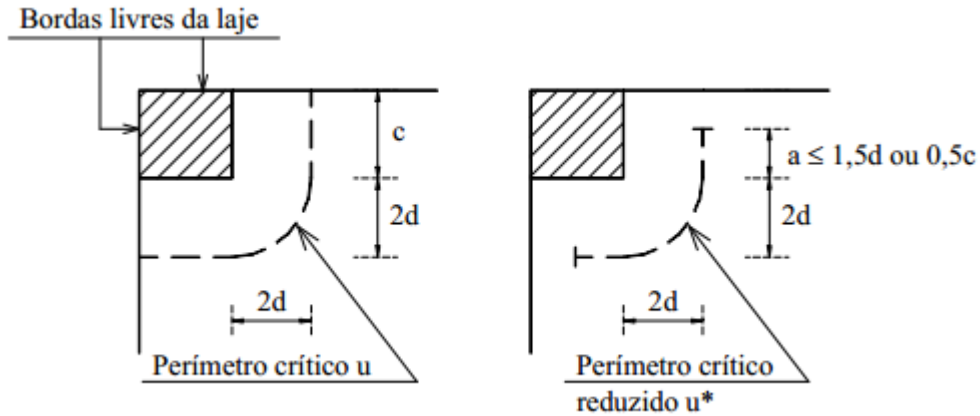
Tabela 8 – Expressões para as excentricidades, para o caso de pilares de canto.

Contorno	e^* – para pilares de seção retangular
C	$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1}{2 \cdot (a_1 + a_2)}$
C'	$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)}$
C''	$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + 2 \cdot a_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot i}{2})}$

Fonte: FERREIRA, 2005, p.37.

E os perímetros críticos reduzidos u^* dos contornos estudados (figura 25) têm as equações indicadas na tabela 9.

Figura 25 – Perímetro crítico reduzido do contorno C' para pilares de canto



Fonte: LIMA, 2001, p. 25.

Tabela 9 – Perímetros críticos reduzidos para pilares de canto.

Contorno crítico	Perímetros críticos Reduzidos
C	$u_0^* = a_1 + a_2$
C'	$u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d$
C''	$u'^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot i}{2}$

Fonte: FERREIRA, 2005, p.41.

W_{p1} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre (tabela 10), calculado a partir da equação 6.

Tabela 10 – Equações de W_{p1} para pilares de canto.

Contorno crítico	W_{p1}
C	$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{2}$
C'	$W_{p1} = \frac{C_2^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 4d^2 + \frac{\pi d C_1}{2}$
C''	$W_{p1} = \frac{C_2^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 4d^2 + \frac{\pi d C_1}{2} + C_1 i + 8di + \frac{\pi i C_1}{4} + i^2$

Fonte: FERREIRA, 2005, p.42.

4.5.2 Definições das tensões resistentes nas superfícies críticas, segundo a ABNT NBR 6118:2014.

- **Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C, em lajes com ou sem armadura à punção.**

Segundo Lima (2001), o valor dessa resistência à compressão diagonal para a verificação da punção é considerado igual ao da verificação de cisalhamento de vigas, tomando-se 45° para a inclinação da biela comprimida, e é definido pela equação:

$$\tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v \cdot f_{cd} \quad (16)$$

α_v é o coeficiente de efetividade do concreto, dado por $\alpha_v = (1 - \frac{f_{ck}}{250})$;

f_{ck} é a resistência de característica do concreto à compressão ;

f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto à compressão .

Além disso, o valor de τ_{Rd2} pode ser ampliado de 20 % por efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno, quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50 % e não existem aberturas junto ao pilar.

- **Resistência a 2.d da face do pilar (contorno C'), para o caso de lajes sem armaduras à punção ou resistência a 2.d da última linha de conectores (contorno C''), para lajes com armaduras de punção.**

A verificação de tensões na superfície crítica C' ou C'' deve ser efetuada como a seguir:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (17)$$

Sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (18)$$

Onde:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico estudado (equação 2);
 ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

ρ_x e ρ_y são as taxas de armaduras nas duas direções ortogonais onde, para o cálculo, deverá ser considerada uma faixa de largura igual a dimensão do pilar, mais 3.d para cada lado, ou até a borda mais próxima (figura26).

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{(2.3 \cdot d + C_1 \text{ ou } C_2) \cdot d_x} \quad (19)$$

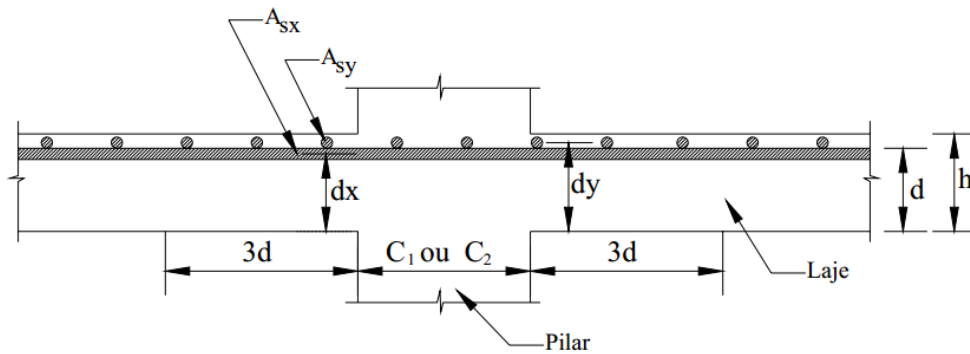
e

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{(2.3 \cdot d + C_1 \text{ ou } C_2) \cdot d_x} \quad (20)$$

σ_{cp} é a tensão inicial do concreto à compressão ao nível do baricentro da armadura de protensão.

A ABNT NBR 6118 (2014) passou a adotar uma maior influência da protensão na resistência à punção calculada para as lajes, visto que além de considerar os cabos que passam pelo perímetro afastado d/2 da face do pilar, considera-se também o valor de 0,1 σ_{cp}.

Figura 26 – Definição da região de cálculo de ρ_x e ρ_y e da altura útil d .



Fonte: FERREIRA, 2005, p. 44.

- **Tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos com armadura de punção**

A verificação de tensões na superfície crítica C' deve ser efetuada como a seguir:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \sigma_{cp} + 15 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d} \quad (21)$$

Onde:

s_r é o espaçamento radial entre contornos de armadura de punção, não maior do que $0,75d$ (figura 31);

A_{sw} é a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C' (figura 27);

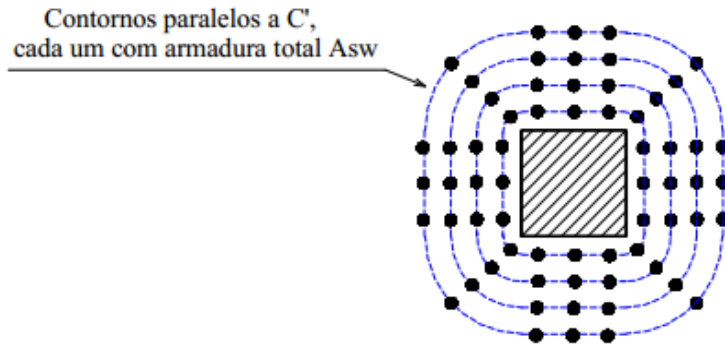
α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje, no caso do pino = 90° ;

u é o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido (u^*) no caso de pilares de borda ou canto (tabelas 1,4e9).

f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60) em lajes com espessura de 15 cm. Se essa altura for superior a 35 cm, f_{ywd} poderá chegar a 435 MPa. Para valores intermediários da altura da laje, permite-se fazer interpolação linear.

σ_{cp} é a tensão inicial do concreto à compressão ao nível do baricentro da armadura de protensão.

Figura 27 – Disposição da armadura A_{sw} para pilares internos.



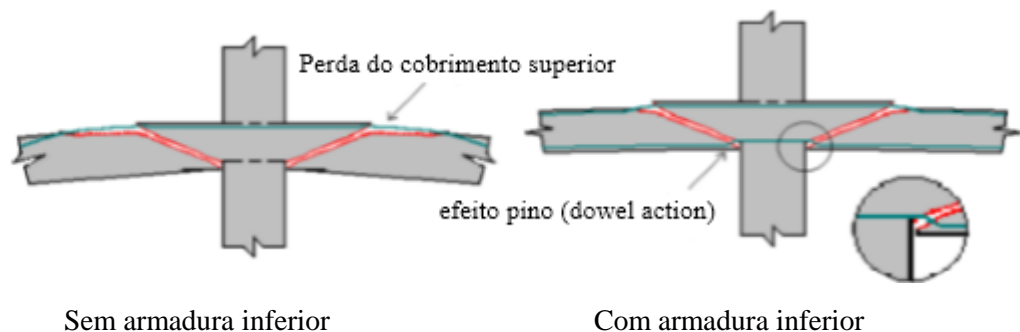
Fonte: LIMA, 2001, p.18.

4.6 ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO

Em um edifício, a ruína localizada de uma ligação aumenta a força e a excentricidade nos pilares próximos, podendo desencadear a ruína generalizada de um pavimento e até de uma estrutura, se os painéis de laje caírem uns por cima dos outros. Essa sucessão de ruínas dos painéis é denominada de colapso progressivo (LIMA, 2001).

Lima (2001) ainda faz observações em relação a armadura contra o colapso progressivo, pois a utilização dessas armaduras vem demonstrando bons resultados, e essa disposição é bastante efetiva na absorção das tensões residuais de cisalhamento, o que contribui para a melhoria do comportamento pós-punção, principalmente pelo chamado efeito pino (dowel action)(figura28).

Figura 28 – Comportamento da ligação laje/pilar após a ruína por punção



Fonte: LIMA, 2001, p. 9.

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), para garantir a ductilidade local e a conseqüente proteção contra o colapso progressivo, a armadura de flexão inferior (armadura positiva) que

atravessa o contorno C deve estar suficientemente ancorada além do contorno C' ou C'', conforme figura 30, e deve ser tal que:

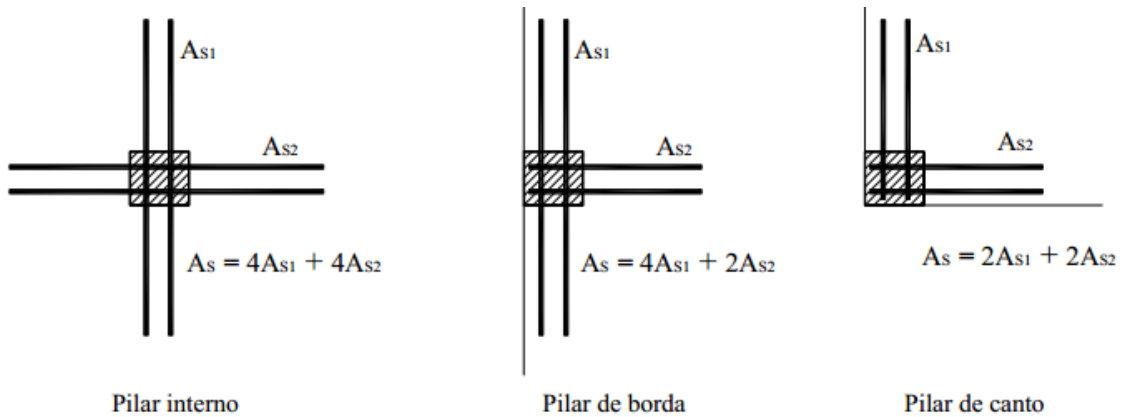
$$f_{yd} A_{s,ccp} \geq 1,5 \cdot F_{Sd} \quad (22)$$

Onde:

F_{Sd} pode ser calculado com γ_f igual a 1,2.

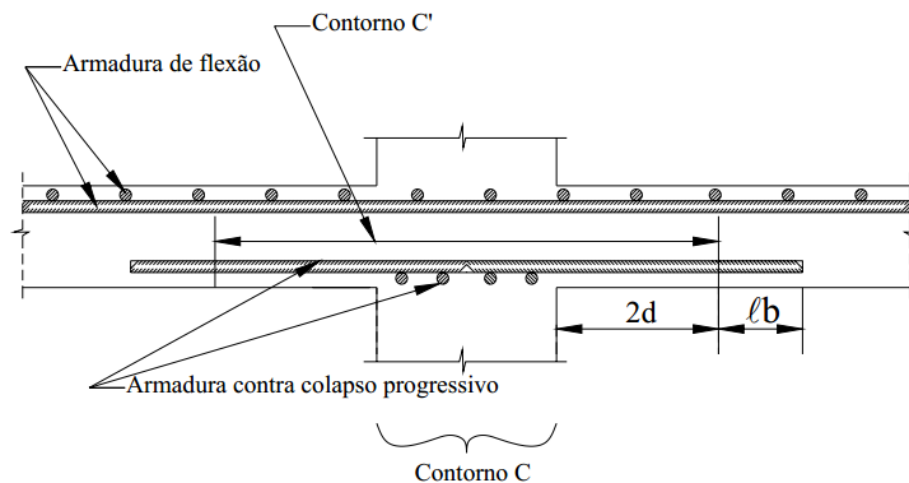
$A_{s,ccp}$ é o somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar (figura 29);

Figura 29- Armadura contra o colapso progressivo em pilares internos, de borda e canto.



Fonte: LIMA, 2001, p. 28.

Figura 30- Armadura contra o colapso progressivo



Fonte: FERREIRA, 2005, p. 47.

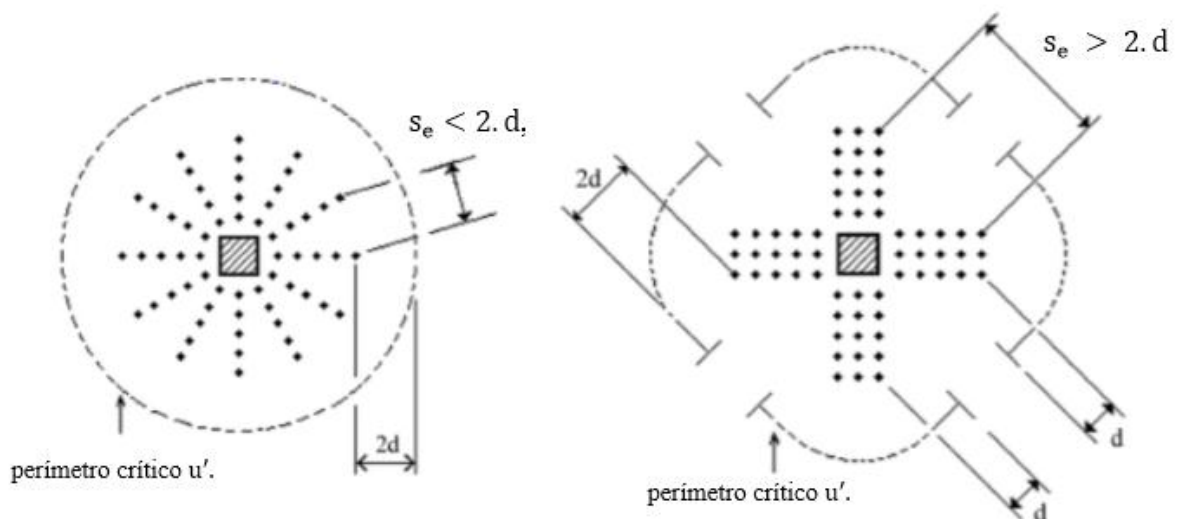
4.7 REQUISITOS PARA O DETALHAMENTO DA ARMADURA À PUNÇÃO TIPO PINO

A armadura à punção, mesmo quando for a mínima exigida pela ABNT NBR 6118 (2014), que deve suportar no mínimo 50% de F_{Sd} , deve ser estendida em contornos paralelos a C, até que, num contorno C'' afastado $2.d$ do último contorno de armadura, ela não seja mais necessária, ou seja, ($\tau_{Rd1} \geq \tau_{Sd}$).

A ABNT NBR 6118 (2014) recomenda o uso de conectores tipo pino com extremidades alargadas, dispostos radialmente a partir do perímetro do pilar ou perpendicular conforme a figura 31, e cada uma dessas extremidades deve estar ancorada fora do plano da armadura de flexão correspondente, assim como devem atender as dimensões contidas na figura 32.

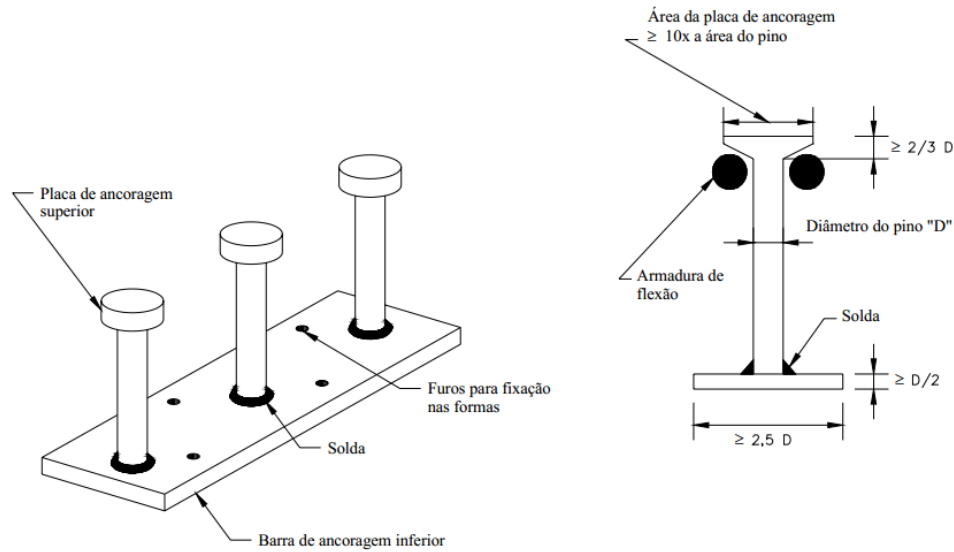
Entre os espaçadores mais afastados do pilar, se o espaçamento s_e for maior que $2.d$, deve ser desprezada uma parte do perímetro crítico que seria usado na verificação do contorno C''. No entanto, sugere-se que a disposição respeite a relação de $s_e < 2.d$, permitindo uma melhor distribuição de tensões. Essa condição foi satisfeita para que se pudessem ser calculadas as tabelas 1,4 e 9 dos perímetros críticos e perímetros críticos reduzidos $s_e > 2.d$.

Figura 31 – Disposição das armaduras e interferência de s_e no cálculo do perímetro crítico u' .



Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118 (2014), p. 167.

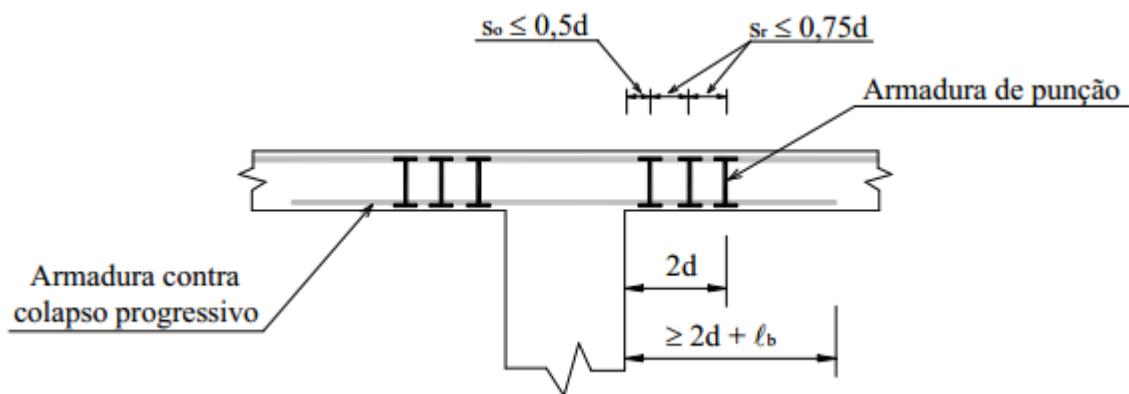
Figura 32 – Detalhes da armadura de punção tipo pino



Fonte: FERREIRA, 2005, p. 50.

Quanto ao espaçamento entre os contornos de armadura, o primeiro contorno de armadura deve estar no máximo, $0,5d$ distante da face do pilar (s_0), e entre duas linhas consecutivas de conectores (s_r) deve haver um espaçamento máximo de $0,75.d$, sendo necessário utilizar ao menos três linhas de conectores, conforme mostra a figura 33.

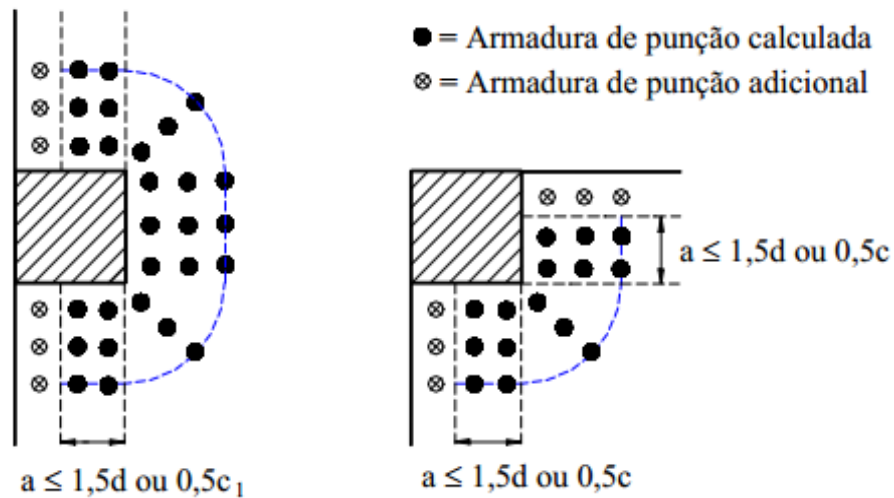
Figura 33- Espaçamentos necessários para os conectores



Fonte: LIMA, 2001, p. 29.

Ainda de acordo com Lima (2001), para pilares de borda e canto, os conectores devem ser dispostos além do perímetro crítico reduzido, apesar de a área de aço adicional não ser computada na verificação (figura 34).

Figura 34 – Disposição da armadura em pilares de borda e de canto.



Fonte: LIMA, 2001, p.30.

4.8 ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES LISAS

Como já foi mencionado, várias normas internacionais baseiam-se na análise das superfícies críticas, incluindo a ABNT NBR 6118 (2014), para a execução das verificações de resistência à punção. Todavia, existem vários métodos de análise dos esforços atuando nos pavimentos da estrutura, para que sejam feitas essas verificações através das superfícies críticas. A ABNT NBR 6118 (2014) recomenda que a análise estrutural de lajes lisas deve ser realizada mediante emprego de procedimento numérico adequado ou, se algumas considerações forem satisfeitas (os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes), o método dos pórticos equivalentes pode ser utilizado. No presente trabalho foi utilizado o método numérico de Analogia de Grelha, através do software comercial Eberick V8.

4.8.1 Método da Analogia de Grelha

O método da analogia de grelha baseia-se na substituição de um pavimento por uma grelha equivalente, onde os elementos da mesma (barras da grelha equivalente) passam a representar os elementos estruturais do pavimento (lajes e vigas). Além disso, as cargas distribuídas se dividem entre os elementos da grelha equivalente de acordo com a área de influência de cada elemento, e podem ser consideradas uniformemente distribuídas ao longo

dos elementos ou, dentro de certa aproximação, concentradas em nós. (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014)

Da mesma forma que no Método dos Elementos Finitos, ao dividir-se a laje em um número suficiente de faixas, é possível reproduzir o comportamento de estruturas com praticamente qualquer geometria. Esse método é a base do processo da Analogia de Grelha, utilizado pelo software comercial Eberick V8.

As rigidezes das vigas devem ser tais que, quando a laje e a grelha equivalente forem submetidas ao mesmo carregamento, as duas estruturas deformem de modo idêntico. Momentos fletores, forças cortantes e momentos torçores, em qualquer viga da grelha equivalente, devem ser iguais as resultantes dos esforços na seção transversal da parte da laje que a viga representa (GUARDA, 1995, p.23).

O modelo também pode conter todas as lajes de um pavimento e todas as vigas, analisando o comportamento do painel como um todo. Os resultados finais obtidos pelo método da grelha equivalente e o método dos elementos finitos são bastante semelhantes.

4.8.1.2 Software Eberick V8

Segundo a Altoqi (empresa desenvolvedora do software), o Eberick V8 é um software para projeto estrutural tanto em concreto armado moldado in-loco como concreto pré-moldado, que engloba as etapas de lançamento, análise da estrutura, dimensionamento e o detalhamento final dos elementos estruturais.

Possui um poderoso sistema gráfico de entrada de dados, o qual facilita a realização de uma análise criteriosa sobre a variação desses dados no dimensionamento à punção. O Eberick V8 associa à análise da estrutura em um modelo de pórtico espacial, e há diversos recursos de dimensionamento e detalhamento dos elementos, de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014).

5 METODOLOGIA

Na primeira parte deste capítulo foram desenvolvidos os cálculos necessários de verificação e dimensionamento à punção, além de um detalhamento para exemplificar o caso de um pilar interno com efeito de momento nas duas direções. Esses cálculos foram o ponto de partida de todo o estudo, pois demonstraram como foram feitas as análises à punção, tendo em vista que foram criadas e utilizadas rotinas de cálculo do Excel 2013 de acordo com as prescrições da ABNT NBR 6118 (2014) e com base em uma revisão bibliográfica para o restante dos cálculos, já que para a elaboração dos resultados foi necessária uma grande variação dos fatores envolvidos.

A escolha do pilar interno se deu pelo fato de comumente serem utilizadas vigas de borda em lajes lisas para melhorar a performance da estrutura contra as deformações excessivas nessas áreas. Dessa forma, a posição do pilar mais usual na prática é o pilar interno.

Em seguida, como já mencionado, foi analisado como as variações de alguns dos fatores que influenciam à punção interferem na relação entre as tensões resistentes e solicitantes, tal como interferem no quantitativo e custo da obra, demonstrando assim um custo benefício satisfatório e, conseqüentemente, a melhor alternativa para contornar de forma eficiente os efeitos da punção em lajes lisas.

5.1 PROJETO ANALISADO

O Projeto estrutural abordado foi de uma laje hipotética de 21 x 32 m, que totaliza 672 m² de laje, apoiada em vinte pilares dispostos simetricamente, de modo que facilite os cálculos e o comportamento estrutural, conforme recomendado pela norma e pela literatura.

A laje possui uma espessura inicial de 25 cm, porém vale ressaltar que a ABNT NBR 6118 (2014) permite uma espessura mínima de 16 cm para lajes lisas, apesar de valores entre 16 a 22 cm apresentarem problemas de detalhamento no Eberick V8. Assim, optou-se por uma espessura que contornasse tais problemas para o projeto em questão e que apresentasse uma espessura usual em projetos de lajes.

Os pilares possuem seções quadradas de 40 x 40 cm (já que o efeito de retangularidade dos pilares não é um dos objetivos em estudo), separados entre si na direção *x* por 8 m e na direção *y* por 7 m, conforme mostra as figuras 35 (desenvolvida no AutoCAD 2013) e 36 (desenvolvida no Eberick V8).

Ambos os elementos do sistema (laje-pilar) foram dimensionados inicialmente com um f_{ck} de 30 MPa.

Figura 35 – Planta baixa do exemplo

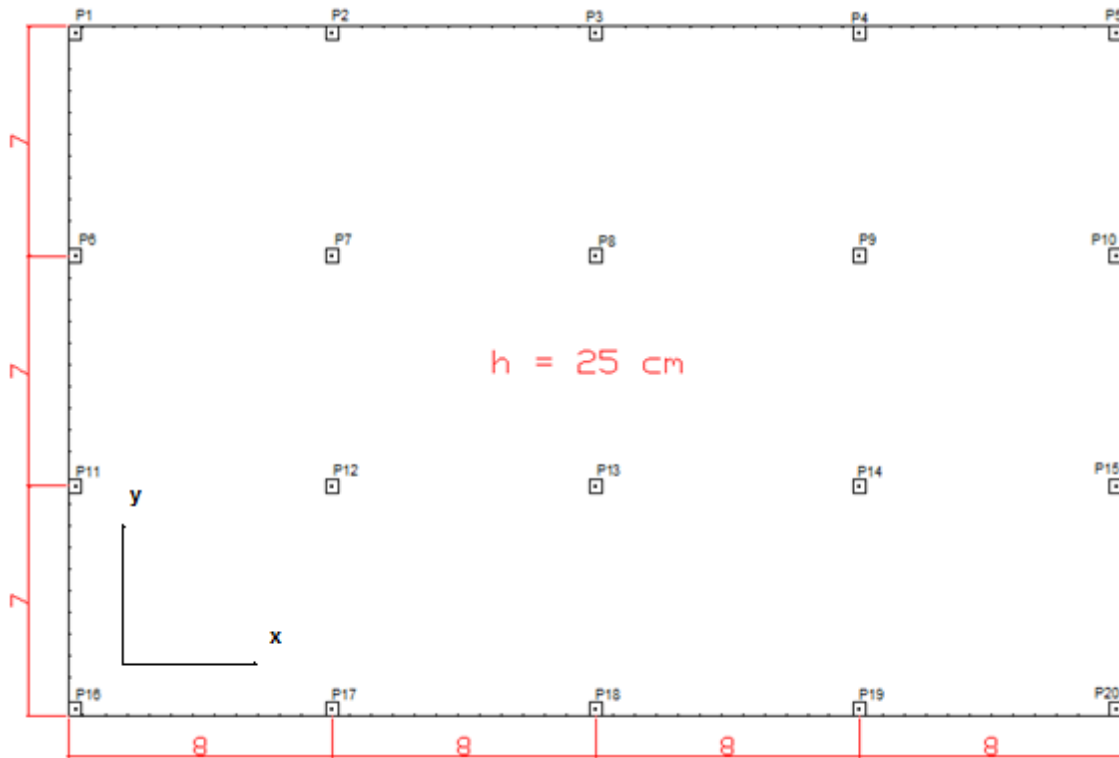
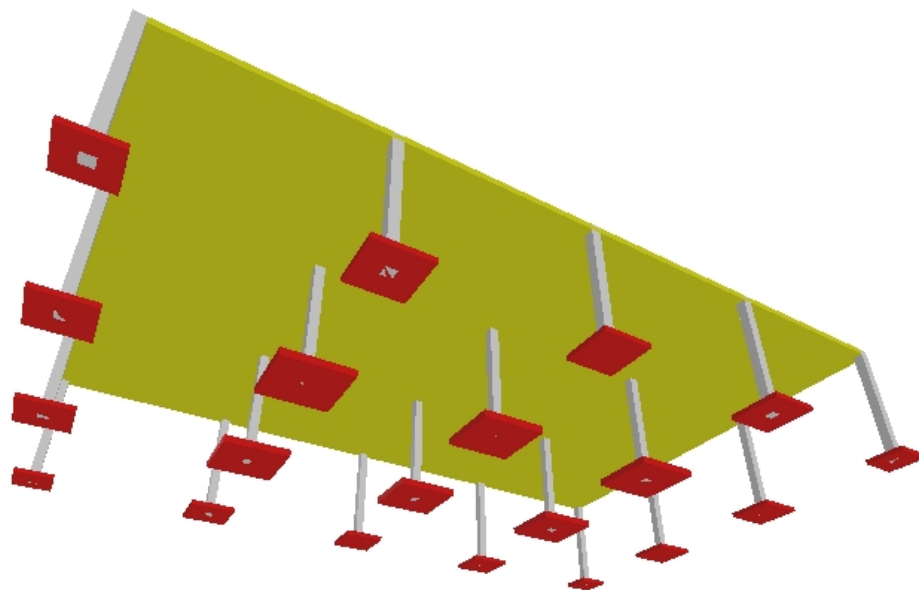


Figura 36 - Perspectiva isométrica da planta baixa do exemplo



5.2 CÁLCULO DOS ESFORÇOS

Os carregamentos considerados foram baseados na ABNT NBR 6120 (2000).

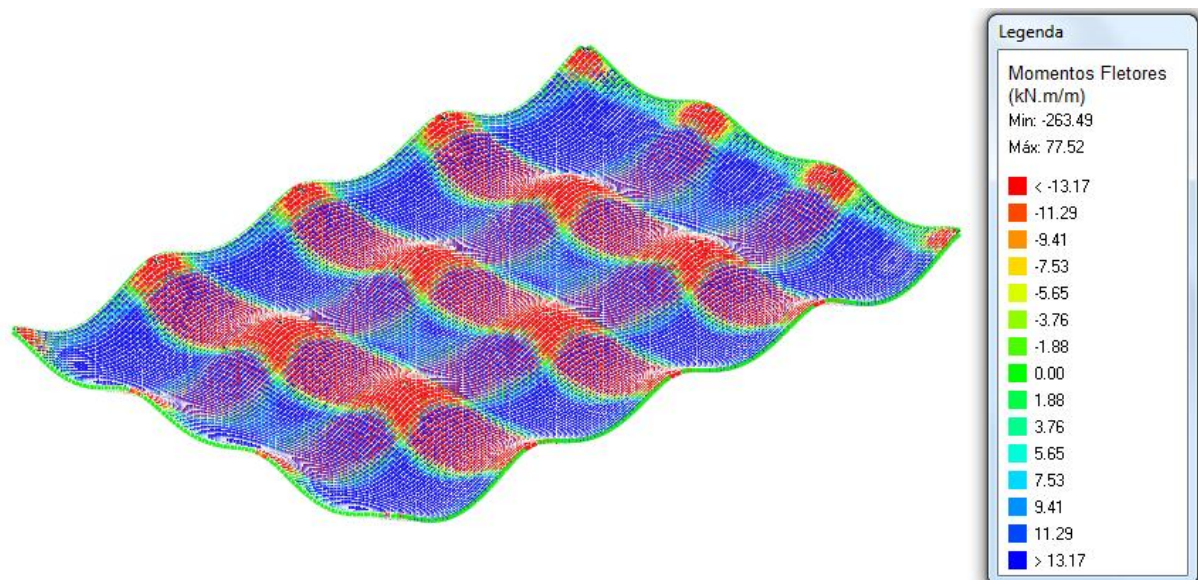
Peso próprio da laje de altura igual a 25 cm (G1)	6,25 kN/m ²
Piso com regularização (G2)	1,00 kN/m ²
Carga acidental (Q)	4 kN/m ²

As combinações dos carregamentos majoraram em 40 % as cargas, totalizando em:

$$G1.1,4 + G2.1,4 + Q.1,4 = 15,75 \text{ kN/m}^2$$

A partir do carregamento combinado, os esforços foram obtidos a partir da resolução da laje pelo método de analogia de grelha, utilizando o programa Eberick V8. A figura 37 mostra a distribuição dos momentos fletores nas duas direções da laje inicial (figuras 35 e 36) e, como previsto, os esforços mais significantes aconteceram nos entornos dos pilares devido às grandes forças cisalhantes no local.

Figura 37 – Diagrama de momento fletores nas duas direções



As reações transferidas ao pilar interno P7 (figura 35) através dos esforços no diagrama de momentos da laje (figura 37) são apresentadas a seguir, assim como a força axial resultante:

$$F_{sd} = 995,9 \text{ kN} \quad (23)$$

$$M_{sd1} = 1170 \text{ kN.cm} \quad (24)$$

$$M_{sd2} = 920 \text{ kN.cm} \quad (25)$$

Onde M_{sd1} é na direção y e M_{sd2} na direção x de acordo com a figura 35.

5.3 EXEMPLO DE CÁLCULO PARA UM PILAR INTERNO COM MOMENTOS ATUANDO NAS DUAS DIREÇÕES

Para exemplificar a utilização dos critérios para a verificação da punção e realizar as verificações do caso inicial do presente trabalho, a partir desse exemplo, foram alterados valores de f_{ck} , h , C_1 e C_2 , de modo que fosse analisado o comportamento tanto qualitativamente como quantitativamente da estrutura em relação a essas variações. Para isso, foi estudada a região do pilar P7, indicado na Figura 35, que representa um projeto hipotético de lajes lisas.

Dados preliminares para todos os exemplos em estudo:

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = 21,43 \text{ MPa}$$

Considerando a CAA (Classe de agressividade ambiental) como *II*, ou seja, agressividade moderada (tabela 7.2 da ABNT NBR 6118:2014), tem-se:

$$\text{Cobrimento} = 25 \text{ mm}$$

E a determinação da altura útil (d) é calculada conforme a equação 2 :

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

d_x e d_y são calculados através das equações 3 e 4, com base nas figuras 38 e 39:

$$d_x = 25 - 2,5 - 0,8 = 21,7 \text{ cm}$$

$$d_y = 25 - 2,5 - 1,6 - 0,8 = 20,1 \text{ cm}$$

$$d = 20,9 \text{ cm}$$

A dimensão da bitola da armadura à flexão (negativa) de 16 mm foi obtida através do detalhamento proposto pelo Eberick V8 para a laje em estudo, como mostram as figuras 38 e 39. Para todas as variações na altura e no f_{ck} da laje, os detalhamentos da armadura negativa foram considerados os mesmos.

Figura 38 – Armadura negativa na direção x

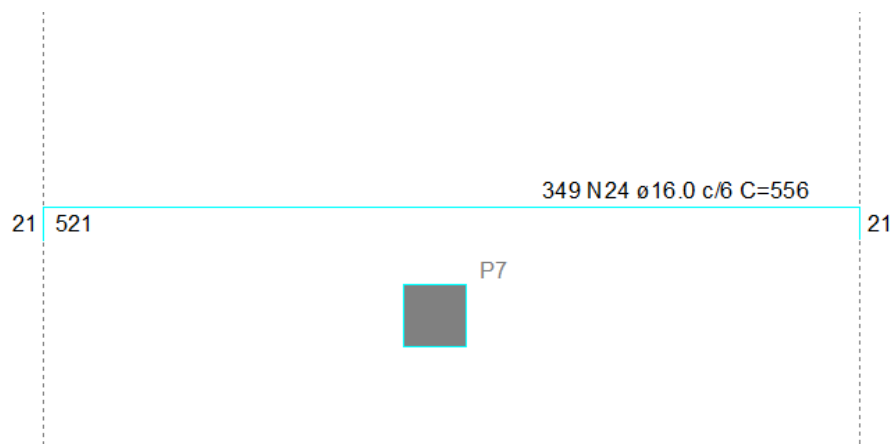
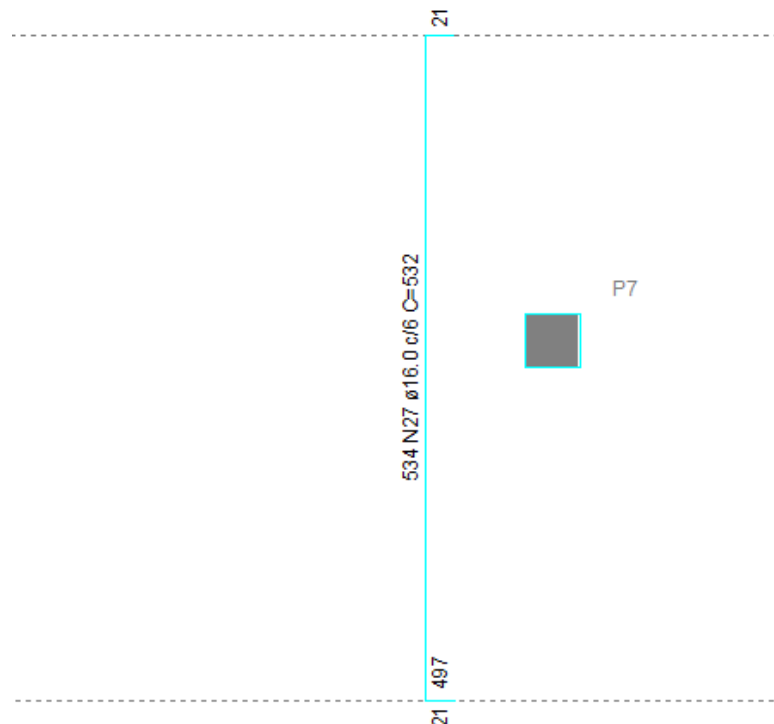


Figura 39 – Armadura negativa na direção y



Cálculo da tensão solicitante no contorno C:

Além dos esforços e alturas úteis, deve-se saber o perímetro crítico (u_0) e módulo de resistência plástica (W_{p0}) nas duas direções, demonstrados nas tabelas 1 e 3 respectivamente:

$$u_0 = 2 \cdot (40 + 40) = 160 \text{ cm}$$

$$W_{p(1,2)} = \frac{40^2}{2} + 40 \cdot 40 = 2400 \text{ cm}^2$$

Ambos os módulos de resistência plástica são iguais, devido a seção do pilar ser quadrada.

E os coeficientes K_1 e K_2 são obtidos de acordo com a tabela 2:

Como os pilares possuem a seção quadrada (40 x 40)cm, os valores do coeficiente K também são iguais:

$$\frac{c_1}{c_2} = 1 \rightarrow K = 0,6$$

Lembrando que C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força(figura20).

Assim, através da equação 10, a tensão solicitante no contorno crítico C é dada por:

$$\tau_{Sd} = \frac{995,90}{160 \cdot 20,9} + \frac{0,6 \cdot 1170}{2400 \cdot 20,9} + \frac{0,6 \cdot 920}{2400 \cdot 20,9} = 0,323 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 3,23 \text{ MPa}$$

Cálculo da tensão resistente no contorno C:

Através da equação 16:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot 21,43 = 5,09 \text{ MPa}$$

Verificação no contorno C:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} \rightarrow 3,23 \leq 5,09 \quad \text{OK, Contorno verificado!}$$

Cálculo da tensão solicitante no Contorno C'

Da mesma forma que no contorno C, no contorno crítico C' deve-se saber o perímetro crítico (u) e o módulo de resistência plástica (W_p), demonstrado nas tabelas 1 e 3 respectivamente, onde:

$$u = 2. (40 + 40) + 4. \pi. 20,9 = 422,63 \text{ cm}$$

$$W_{p(1,2)} = \frac{40^2}{2} + 40.40 + 4.40.20,9 + 16. (20,9)^2 + 2. \pi. 20,9.40 = 17985 \text{ cm}^3$$

Ambos os módulos de resistência plástica são iguais devido a seção do pilar.

Assim como os coeficientes K_1 e K_2 (tabela 2):

$$\frac{C_1}{C_2} = 1 \rightarrow K = 0,6$$

Assim, através da equação 10:

$$\tau_{sd} = \frac{995,90}{422,63.20,9} + \frac{0,6 \cdot 1170}{17985 \cdot 20,9} + \frac{0,6 \cdot 920}{17985.20,9} = 0,116 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 1,16 \text{ MPa}$$

A tensão resistente (τ_{Rd1}) no contorno crítico C' é calculada inicialmente para verificar se há necessidade de uma armadura ao cisalhamento e, se houver, deve-se calcular a tensão resistente (τ_{Rd3}) para esse contorno, e τ_{Rd1} posteriormente a uma distância 2.d da última linha de armadura (contorno C''), assim:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{20,9}} \right) (100. \rho. 30)^{\frac{1}{3}} + 0,10. \sigma_{cp}$$

Onde as taxas de armadura à flexão (ρ) (armadura negativa na região da ligação laje-pilar), nas duas direções (figuras 38 e 39), são calculadas pelas equações 19 e 20 como mostrado na figura 26:

$$\rho_x = 0,0154$$

$$\rho_y = 0,0167$$

$$\rho = \sqrt{0,0154 \cdot 0,0167} = 0,016$$

E a parcela $0,10 \cdot \sigma_{cp}$ só é considerada em casos com armaduras ativas. Assim, para esse caso $0,10 \cdot \sigma_{cp} = 0$, logo:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{20,9}} \right) (100 \cdot 0,016 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot (0) = 0,94 \text{ MPa}$$

Calculadas as tensões resistentes e solicitantes, verifica-se se a condição é atendida:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} \rightarrow 1,16 > 0,94 \quad \text{Não verificado, deve – se adotar armadura à punção!}$$

Como τ_{Rd1} é menor que a tensão solicitante no contorno C, deve-se adotar armadura à punção, que é calculada através da equação 21:

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \sigma_{cp} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d}$$

f_{ywd} é obtido através de interpolação linear conforme a ABNT NBR 6118 (2014), tópico 19.4.2, que relaciona f_{ywd} com a altura da laje (h), que neste exemplo é igual a 25 cm:

$$300 \text{ MPa} \rightarrow 15 \text{ cm}$$

$$f_{ywd}(25) \rightarrow 25 \text{ cm}$$

$$435 \text{ MPa} \rightarrow 36 \text{ cm}$$

$$f_{ywd}(25) = 364,29 \text{ MPa}$$

s_r é o espaçamento radial entre as linhas de armadura de punção (figura 31), e é definido pela seguinte equação:

$$s_r \leq 0,75 \cdot d \rightarrow 15,675 \text{ cm}$$

$$\text{Foi adotado } s_r = 13,0 \text{ cm}$$

Ao invés de se atribuir uma área de aço inicial, será calculada a área de aço igualando-se a equação 21 com a equação 10:

$$1,16 = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{20,9}} \right) \cdot (100 \cdot 0,016 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot (0) + 1,5 \cdot \frac{d}{13,0} \cdot \frac{A_{sw} \cdot 364,29 \cdot 1}{422,63 \cdot 20,9}$$

$$A_{sw} = 4,44 \text{ cm}^2 \quad (\text{armadura de um dos contornos paralelos})$$

Verificação no contorno C':

Como a equação foi igualada com a tensão solicitante, esse contorno já foi verificado:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} \rightarrow 1,16 \leq 1,16 \quad \text{OK. Contorno verificado!}$$

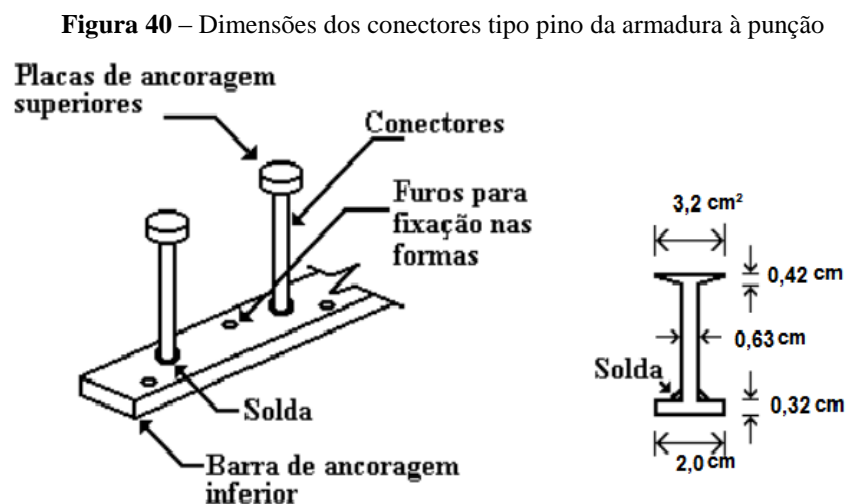
Em relação a armadura, foram adotadas armaduras de conectores tipo pino de diâmetro de 6,3 mm em aço CA – 50, distribuídos como mostram as figuras 40 e 41(desenvolvidas por meio do AutoCAD 2013):

Assim, dividindo a área de aço de um dos contornos pela área da bitola do aço escolhido para os pinos, tem-se:

$$A_{sw}/[(6,3^2 \cdot \pi) /4] = 14,2 \text{ linhas}$$

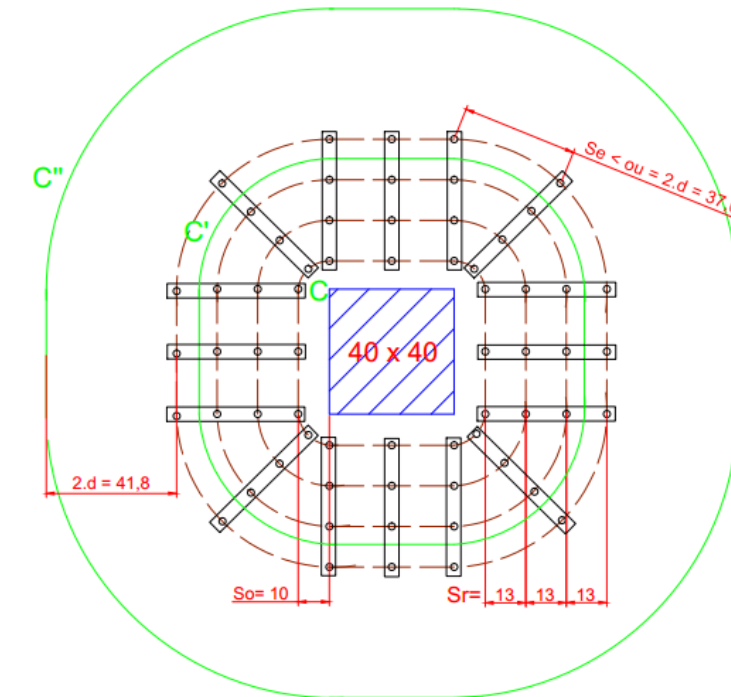
Adotando-se 16 linhas por questões de praticidade da montagem in loco, já que seriam necessárias ao menos 15 linhas, satisfazem-se assim tanto questões de dimensionamento como de execução.

Em seguida, respeitando os espaçamentos exigidos pela ABNT NBR 6118 (2014), obteve-se a seguinte armadura contra punção para o pilar interno (P7) em estudo:



Fonte: Adaptado de FERREIRA, 2005.

Figura 41- Detalhamento em planta da armadura à punção do pilar P7



Onde o espaçamento foi $s_o \leq 0,5 \cdot d = 10,45$, adotou-se 10 cm.

Quando for necessário a utilização da armadura à punção, ela deve ser estendida em contornos paralelos a C' até que, em um contorno C'' afastado 2.d do último contorno de armadura, não seja mais necessária armadura, isto é, $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$. Nota-se que, no exemplo calculado, a tensão resistente no contorno afastado 2.d do último contorno de armadura (C'') foi maior que a tensão solicitante, isso porque a armadura utilizada se estendeu além do mínimo exigido, já que quando são calculadas as armaduras à punção, são atribuídos valores que satisfaçam tanto a verificação quanto os espaçamentos exigidos. Nesse caso, como tal diferença não foi significativa (no contorno C''), não foi necessário refazer os cálculos para que fosse diminuída a armadura, favorecendo assim a segurança nesse contorno.

Calculo da tensão solicitante no Contorno C''

O perímetro crítico (u') e o módulo de resistência plástica (W_p) são demonstrados nas tabelas 1 e 3 respectivamente para o contorno C'':

$$u' = 2 \cdot (40 + 40) + 4 \cdot \pi \cdot 20,9 + 2 \cdot \pi \cdot 49 = 730,51$$

$$W_{p(1,2)} = \frac{40^2}{2} + 40 \cdot 40 + 4 \cdot C_2 \cdot 20,9 + 16 \cdot (20,9)^2 + 2 \cdot \pi \cdot 20,9 \cdot 40 + 2 \cdot 40 \cdot 49 + 16 \cdot 20,9 \cdot 49 + 4 \cdot 49^2 + \pi \cdot 40 \cdot 49 = 54052,49 \text{ cm}^2$$

Assim como nos contornos anteriores, ambos os módulos de resistência plástica e os coeficientes K foram iguais, devido a seção do pilar.

$$\frac{C_1}{C_2} = 1 \rightarrow K = 0,6$$

Assim, através da equação 10:

$$\tau_{sd} = \frac{995,90}{730,5 \cdot 20,9} + \frac{0,6 \cdot 1170}{54052,49 \cdot 20,9} + \frac{0,6 \cdot 920}{54052,49 \cdot 20,9} = 0,66 \text{ MPa}$$

A tensão resistente $\tau_{Rd1} = 0,94 \text{ MPa}$ foi calculada através da equação 15, na verificação do contorno C' (onde percebeu-se a necessidade da armadura de punção).

Verificação no contorno C'':

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} \rightarrow 0,66 \leq 0,94 \text{ MPa} \quad \text{OK, Contorno Verificado!}$$

Cálculo Contra o Colapso Progressivo

Por fim, a verificação quanto ao colapso progressivo deve ser feita, onde a ABNT NBR 6118 (2014), como já mencionado no tópico 4.6, estabelece que:

$$f_{yd} \cdot A_{s,ccp} \geq 1,5 \cdot F_{sd}$$

$$1,5 \cdot 995,9 = 1493,85 \text{ kN}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

$A_{s,ccp}$ é o somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar.

Adotando primeiramente 3 ϕ 16,0 mm nas duas direções, temos:

$$A_{sx} = \left(3 \cdot \left(\frac{1,6}{2} \right)^2 \cdot \pi \right) \cdot 2$$

$$A_{sy} = \left(3 \cdot \left(\frac{1,6}{2} \right)^2 \cdot \pi \right) \cdot 2$$

Assim, o total nas duas direções:

$$A_{s,ccp} = \left(3 \cdot \left(\frac{1,6}{2} \right)^2 \cdot \pi + 3 \cdot \left(\frac{1,6}{2} \right)^2 \cdot \pi \right) \cdot 2 = 24,127 \text{ cm}^2$$

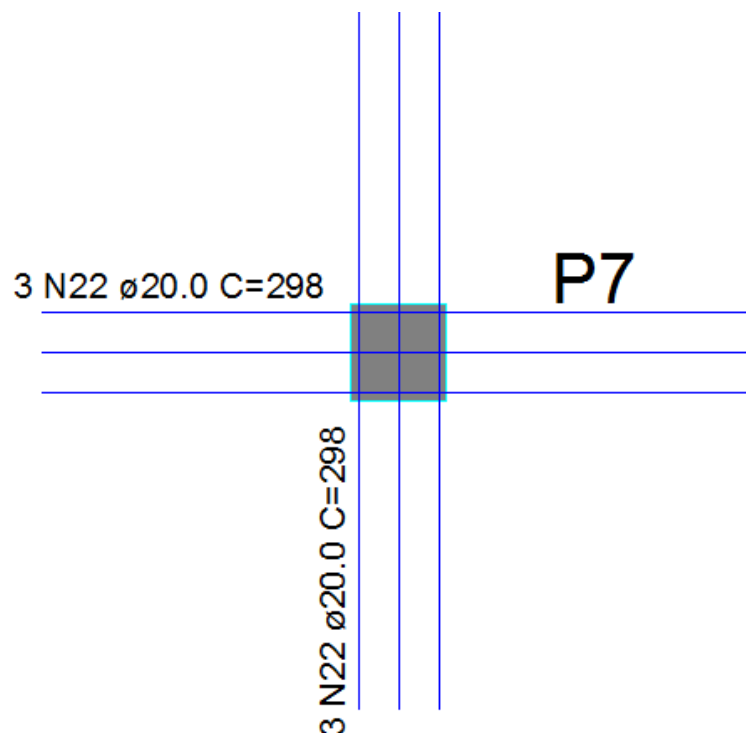
$$43,48 \cdot 24,127 \geq 1493,85 = 1049,06 < 1493,85 \quad \text{NÃO VERIFICADO!}$$

Adotando 3 ϕ 20 nas duas direções (figura 42(desenvolvidas por meio do Eberick V8)) e refazendo os cálculos:

$$43,48 \cdot 37,7 \geq 1493,85 = 1639,196 \geq 1493,85 \quad \text{OK!}$$

O comprimento da barra deve ser tal que ancore a armadura além dos contornos C' ou C'', como demonstrando na figura 30.

Figura 42 – Detalhamento da armadura contra o colapso progressivo para o pilar P7



5.4 LAJES VERIFICADAS

Foram estudadas 12 ligações laje-pilar, nas quais foram alternados valores de f_{ck} , altura da laje (h) e dimensões dos pilares C_1 e C_2 , conforme mostrado na tabela 11, e foram mantidos dois desses três fatores constantes, de modo que propiciassem a análise do fator variável em cada caso e, assim, a comparação entre eles.

O ponto inicial da análise partiu do exemplo calculado no tópico 5.3, de uma laje de espessura de 25 cm e pilares de sessões de 40 x 40 cm, ambos com o f_{ck} de 30 MPa (Lajes 1,5 e 9).

Tabela 11- Lajes estudadas e suas respectivas mudanças nos fatores

Lajes estudadas	h (cm)	C₁ e C₂ (cm)	f_{ck} (Mpa)
Laje 1	25	40x40	30
Laje 2	25	40x40	35
Laje 3	25	40x40	40
Laje 4	25	40x40	45
Laje 5	25	40x40	30
Laje 6	26	40x40	30
Laje 7	27	40x40	30
Laje 8	28	40x40	30
Laje 9	25	40x40	30
Laje 10	25	45x45	30
Laje 11	25	50x50	30
Laje 12	25	55x55	30

5.4.1 Determinação das tensões resistentes e solicitantes à punção relacionados à mudança dos fatores

As tensões resistentes e solicitantes para os contornos críticos de cada laje (tabela 11) foram calculadas através de rotinas de cálculo desenvolvidas no Excel 2013, assim como foram feitas as verificações em cada um desses contornos críticos, de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), como foi demonstrado nos cálculos para o caso inicial do pilar interno P7 no tópico 5.3.

A rotina de cálculo desenvolvida para se fazer as variações nos fatores é demonstrada a seguir:

Na figura 43, é exibida a entrada de dados necessários para se fazer a análise à punção tanto no contorno C como a maioria dos dados para os contornos C' e C'', assim como a verificação apenas no contorno C, onde os dados utilizados foram explicados no tópico 5.3.

Foi nessa área da planilha que os fatores em questão (f_{ck} , h e C_1 e C_2) foram alterados, sempre deixando dois deles constantes nos valores iniciais. As várias combinações de tensões resistentes e solicitantes de todos os contornos estão demonstrados nas tabelas 13 a 15 no tópico 6.1. Para todos os 12 casos, o Eberick V8 não alterou significativamente os esforços transmitidos aos pilares. Dessa forma, esses valores foram considerados constantes para todos os casos.

Figura 43 – Demonstração da planilha de verificação do contorno crítico C.

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO – ABNT NBR 6118(2014)			
Verificação no contorno critico C - PILAR INTENRO			
Representação das cores >	Entrar com os valores		
Representação das cores >	Saída de valores calculados		
Esforços transmitidos aos pilares:		Dados preliminares:	
F_{Sd} (kN)	995,9	C_1 (cm)	40,00
M_{Sd1} (kN.cm)	1170	C_2 (cm)	40,00
M_{Sd2} (kN.cm)	920	C_1/C_2	1,00
		C_2/C_1	1,00
		K_1	0,60
		K_2	0,60
u_0 (cm)	160	Bitola direção x (arm. Tracionada) (cm)	1,60
W_{p1} (cm ²)	2400	Bitola direção y (arm. Tracionada) (cm)	1,60
W_{p2} (cm ²)	2400	f_{ck} (MPa)	30,00
		f_{cd} (MPa)	21,43
		Cobrimento (cm)	2,50
		h (cm)	25,00
		d_x (cm)	21,70
		d_y (cm)	20,10
		d (cm)	20,90
T_{Sd} (MPa)	3,23	T_{Rd2} (MPa)	5,09
VERIFICADO, ir para o CONTORNO C'			

A figura 44 demonstra as entradas de dados complementares para verificação no contorno crítico C', como os espaçamentos das armaduras à flexão. Mostra-se também os cálculos preliminares dos parâmetros para a análise do contorno C'. Se a verificação nesse contorno for negativa, a planilha responde com a mensagem “Não verificado, necessita-se de armadura à punção”.

Os espaçamentos, assim como a bitola da armadura à flexão, foram considerados constante para todas as variações, de acordo com detalhamentos gerados pelo software V8.

Figura 44 - Demonstração da planilha de verificação do contorno crítico C' (para o caso da não utilização de armaduras)

Verificação no contorno crítico C' - PILAR INTENRO			
		Espaçamento barras superiores A_{sx} – flexão(cm)	6,0000
		Espaçamento barras superiores A_{sy} – flexão(cm)	6,0000
u (cm)	422,6294	Nº de barras	27,5667
W_{p1} (cm ²)	17.985,5480	Nº de barras	27,5667
W_{p2} (cm ²)	17.985,5480	A_{sx} (cm ²)	55,4244
		A_{sy} (cm ²)	55,4244
		p_x	0,0154
		p_y	0,0167
		p	0,0160
T_{sd} MPa	1,16	T_{Rd1} MPa	0,94
Não verificado, necessita-se de armadura à punção			

Partindo para o dimensionamento da armadura, a figura 45 demonstra os limites máximos para os espaçamentos de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014) e tópico 4.7 do presente trabalho, calculados em função da altura útil da laje (d). Nota-se que o restante dos valores que estão inseridos na planilha são os mesmos do exemplo calculado porém, no exemplo no tópico 5.3, os espaçamentos s_r e s_o foram adotados menores que os limites demonstrados na figura 45, para que fossem contornados problemas em relação ao detalhamento.

O valor de f_{ywd} , como comentado no exemplo do caso inicial do pilar P7, é obtido através de interpolação linear para os casos que não estão tabelados na norma. Essa interpolação já está inclusa na planilha, já que um dos fatores onde será feita a análise é a mudança da espessura da laje, com a qual f_{ywd} está relacionado diretamente.

Na planilha demonstrada na figura 45 necessita-se da entrada do valor da bitola do pino escolhido para que seja calculada a quantidade de linhas a serem usadas na ligação laje-pilar.

Vale lembrar que na verificação do contorno C' as tensões resistentes e solicitantes são iguais, já que foram igualadas para determinar a área de aço da armadura à punção a ser usada.

Figura 45 - Demonstração da planilha de verificação do contorno crítico C' (para o caso da utilização de armadura)

0,75*d	(cm) sr < ou =	15,68
0,50*d	(cm) so < ou =	10,45
2*d	(cm) se < ou =	41,80
<u>A_{sw} cm² (área de um dos contornos paralelo de pino)</u>		<u>5,35</u>
f _{ywd} (MPa)		364,29
Sem (90)		1,00
T _{Sd} MPa	1,16	T _{Rd3} (MPa)
		1,16
Bitola do pino escolhido (mm)		6,3
Área do Pino (cm ²)		0,311715
Quantidade de linhas (UND)		17,2
Armadura ok, contorno c' ok!		

Com o contorno crítico C' verificado, a planilha retorna a mensagem “Armadura ok, contorno c' ok!”, e pode-se fazer a verificação no contorno crítico C”, afastado 2.d da última linha de armadura à punção.

Na figura 46 são demonstrados os dados necessários restantes a serem inseridos para a análise do contorno C”, como a distância “i”, que é a distância do pilar ao último contorno de armadura à punção, ou seja, s_o + s_{r1} + s_{r2}... + s_{rn}. A partir disso é calculado o perímetro crítico e os módulos de resistência plástica para esse contorno. E por fim é realizada a verificação no contorno crítico C”.

Figura 46 - Demonstração da planilha de verificação do contorno crítico C''.

Verificação no contorno crítico C'' - PILAR INTENRO			
i (cm)	33,00		
u (cm)	629,97		
W_{p1} (cm ²)	40.163,53		
W_{p2} (cm ²)	40.163,53		
T_{sd} MPa	0,77	T_{Rd1} MPa	0,94
VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO FINALIZADO			

Com o contorno crítico C'' verificado, todas as prescrições estabelecidas estão satisfeitas e pode-se refazer os cálculos para cada uma das alterações restante a serem analisadas e comparadas.

Não houve uma rotina para o cálculo contra o colapso progressivo porque os esforços na ligação laje-pilar (equações 23,24 e 25) foram considerados constantes, assim como os outros fatores que influenciaram nesta verificação.

5.4.2 Determinação dos quantitativos relacionados a mudança dos fatores

Para demonstrar como a alteração dos fatores estudados afetou também o quantitativo dos materiais envolvidos, foram analisadas ainda as mudanças nesses quantitativos para os 12 casos de ligação laje-pilar em estudo, através da opção "Resumo de aço" do software Eberick V8 onde, para essa função, o software retorna com os valores referentes à quantidade de concreto, aço e fôrmas para determinado elemento estrutural tabelas 16 a 18 e em detalhes no Apêndice A.

Como o intuito do presente trabalho não é fazer orçamentos executivos detalhados, e sim relacionar as quantidades dos principais materiais e as mudanças dos fatores, optou-se por não utilizar os custos referentes a mão-de-obra, serviços extras e materiais secundários.

A tabela 12 apresenta os materiais utilizados e seus referentes custos, os quais foram extraídos da tabela SINAPI 02/2016, referente ao estado da Paraíba, onde nela constam os valores dos principais materiais no que se refere a elementos estruturais (aço, concreto e fôrmas).

O valor do concreto usinado com resistência de 45 MPa, que exclui o serviço de bombeamento, não constava no SINAPI 02/2016. Para a obtenção desse item, foi feita uma analogia ao caso do concreto com f_{ck} 40 MPa, e observou-se quanto foi o aumento para tal serviço (este item possui os dois casos). Por fim, subtraindo-se este valor do valor inicial que

incluía o serviço de bombeamento para o f_{ck} 45 MPa, obteve-se o valor apresentado na tabela 12.

Tabela 12 – Materiais de construção analisados e seus respectivos preços.

Código	Descrição do insumo	Unidade	Preço Mediano (R\$)
34494	Concreto usinado, classe de resistência C 30, exclui serviço de bombeamento.	m ³	270,46
34495	Concreto usinado, classe de resistência C 35, exclui serviço de bombeamento.	m ³	282,01
34496	Concreto usinado, classe de resistência C 40, exclui serviço de bombeamento.	m ³	294,57
34481	Concreto usinado, classe de resistência C 45, exclui serviço de bombeamento.	m ³	336,29*
00032	Aço CA 50 – 6,3 mm, vergalhão	Kg	4,81
00038	Aço CA 50 – 8,0 mm, vergalhão	Kg	5,26
00034	Aço CA 50 – 10,0 mm, vergalhão	Kg	4,59
00031	Aço CA 50 – 12,5 mm, vergalhão	Kg	4,37
00027	Aço CA 50 – 16,0 mm, vergalhão	Kg	4,37
00039	Aço CA 60 - 5,0 mm, vergalhão	Kg	4,55
01346	Chapa de madeira compensada plastificada para forma de concreto, de 2,44 x 1,22 m, e = 10 mm.	m ²	21,99

Fonte: Retirada do SINAPI 02/2016

6 RESULTADOS

6.1 VARIAÇÕES DAS TENSÕES EM FUNÇÃO DA VARIEDADE DOS FATORES

Com base na metodologia apresentada no tópico 5.4.1, obtiveram-se os resultados apresentados nas tabelas 13 a 15, onde constam os valores das tensões solicitantes e resistentes dos três contornos críticos de verificação à punção para as 12 lajes estudadas, mostrando também a área de aço necessária para satisfazer a condição no contorno C'.

A área de aço (A_{sw}) se entende como a área de aço em um dos contornos onde, para todos os exemplos, foi mantida a quantidade de 4 contornos, conforme o exemplo do tópico 5.3, mudando assim apenas a área de aço necessária.

A tabela 13 apresenta os valores correspondentes a ligação laje-pilar, na qual a laje foi dimensionada para concretos de f_{ck} de (30,35,40 e 45 MPa), com a altura da laje constante em 25 cm e as dimensões dos pilares constantes em 40x40 cm.

Tabela 13 – Valores das tensões resistentes e solicitantes com a variação da resistência a compressão do concreto (f_{ck}).

Contornos críticos	T_{Sd} (MPa)	T_{Rd} (MPa)	A_{sw} (cm ²)
Laje 1	Concreto 30 MPa		
C	3,23	5,09	-
C'	1,16	0,94	4,44
C''	0,66	0,94	-
Laje 2	Concreto 35 MPa		
C	3,23	5,81	-
C'	1,16	0,98	4,05
C''	0,66	0,98	-
Laje 3	Concreto 40 MPa		
C	3,23	6,48	-
C'	1,16	1,03	3,71
C''	0,66	1,03	-
Laje 4	Concreto 45 MPa		
C	3,23	7,12	-
C'	1,16	1,07	3,39
C''	0,66	1,07	-

A tabela 14 apresenta os valores correspondentes a ligação laje-pilar de uma laje dimensionada com a altura variando no intervalo de 25 a 28 cm, sendo o f_{ck} fixo em 30 MPa, e as dimensões dos pilares constantes com uma seção de 40x40 cm.

Tabela 14 - Valores das tensões resistentes e solicitantes com a variação da altura da laje (h).

Contornos críticos	T_{Sd} (MPa)	T_{Rd} (MPa)	A_{sw} (cm²)
Laje 5	Altura da laje 25 cm		
C	3,23	5,09	-
C'	1,16	0,94	4,44
C''	0,66	0,94	-
Laje 6	Altura da laje 26 cm		
C	3,08	5,09	-
C'	1,07	0,91	3,81
C''	0,62	0,91	-
Laje 7	Altura da laje 27 cm		
C	2,95	5,09	-
C'	1,00	0,89	3,25
C''	0,59	0,89	-
Laje 8	Altura da laje 28 cm		
C	2,82	5,09	-
C'	0,93	0,87	2,74
C''	0,55	0,87	-

A tabela 15 apresenta os valores correspondentes as tensões da ligação laje/pilar, onde os valores C_1 e C_2 , que correspondem as dimensões dos pilares, variam de 40x40, 45x45x 50x50 e 55x55 cm, com f_{ck} do concreto fixado em 30 MPa, e a altura da laje em 25 cm.

Tabela 15- Valores das tensões resistentes e solicitantes com a variação das dimensões dos pilares C_1 e C_2 .

Contornos críticos	T_{Sd} (MPa)	T_{Rd} (MPa)	A_{sw} (cm ²)
Laje 9	C_1 e $C_2 = 40 \times 40$ cm		
C	3,23	5,09	-
C'	1,16	0,94	4,44
C''	0,66	0,94	-
Laje 10	C_1 e $C_2 = 45 \times 45$ cm		
C	2,84	5,09	-
C'	1,11	0,94	4,08
C''	0,65	0,94	-
Laje 11	C_1 e $C_2 = 50 \times 50$ cm		
C	2,54	5,09	-
C'	1,06	0,94	3,72
C''	0,63	0,94	-
Laje 12	C_1 e $C_2 = 55 \times 55$ cm		
C	2,30	5,09	-
C'	1,01	0,94	3,37
C''	0,61	0,94	-

6.2 VARIAÇÕES NOS QUANTITATIVOS DOS MATERIAIS UTILIZADOS EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DOS FATORES

De acordo com o tópico 5.4.2, através da opção “Resumo do aço” do software Eberick V8 foram obtidos os valores das tabelas 16 a 18 e Apêndice A, que demonstram as variações que ocorreram também entre os materiais utilizados em relação as mudanças dos fatores estudados. O aço em questão nessas tabelas não se refere ao aço utilizado nos pinos da armadura contra a punção, mas sim ao aço utilizado em armaduras longitudinais e estribos dos pilares, e o aço da armadura à punção foi verificado separadamente mais adiante com os valores mostrados nas tabelas 13 a 15, no tópico 6.4

Assim, as tabelas 16 a 18 demonstram a variação parcial dos materiais para laje e pilar distintamente, de acordo com o Eberick V8 e, somente após isso, serão somadas as variações dos quantitativos de pilares e lajes, ou seja, as tabelas 16 e 17 se referem aos materiais gastos em toda a laje para cada variação, enquanto a tabela 18 se refere aos materiais utilizados em todos os pilares.

Tabela 16 – Quantitativos parciais dos materiais apenas da laje, sem os pilares, com a variação da resistência a compressão do concreto (f_{ck}).

Sistema estrutural	Aço CA – 50 (kg)	Aço CA – 60 (kg)	Vol_{laje}· (m³)	Fôrma (m²)
Laje 1	31.132,5	4109.5	168,00	698.10
Laje 2	29307.7	3780.6	168,00	698.10
Laje 3	29251.6	3774.7	168,00	698.10
Laje 4	29230.2	3774.7	168,00	698.10

Tabela 17 – Quantitativos parciais dos materiais apenas da laje, sem os pilares, com a variação da altura da laje (h)

Sistema estrutural	Aço CA – 50 (kg)	Aço CA – 60 (kg)	Vol_{laje}· (m³)	Fôrma (m²)
Laje 5	31.132,50	4109.5	168,00	698.10
Laje 6	29182.0	3803.1	174,70	699,14
Laje 7	26748.4	3488.3	181.4	700.19
Laje 8	26165.4	3312.8	188.2	701.23

Tabela 18 – Quantitativos parciais dos materiais apenas dos pilares, sem a laje, com a variação das dimensões dos pilares (C_1 e C_2).

Sistema estrutural	Aço CA – 50 (kg)	Aço CA – 60 (kg)	Vol_{pilares}· (m³)	Fôrma (m²)
Laje 9	384.7	144.6	9,00	89,60
Laje10	450.9	457.2	11.3	100.80
Laje11	694.6	374.2	14.0	112.00
Laje12	601.1	517.0	16.9	123.20

Conforme mencionado também no tópico 5.4.2, através dos valores extraídos do SINAPI 02/2016 em relação aos principais materiais envolvidos no dimensionamento e no processo construtivo, a tabela 19 mostra os valores parciais de cada um desses materiais de acordo com a variação dos fatores estudados.

Tabela 19 – Custos parciais apenas da laje, sem o pilar, referentes a variação da resistência a compressão do concreto (f_{ck}).

Sistema estrutural	Preço CA 50 (R\$) - 6,3/8,0/10,0/12,5 e 16,0 mm	Preço CA 60 (R\$) - 5.0 mm	Preço concreto (R\$)	Preço chapa de madeira (R\$)	Preço do elemento (R\$)
Laje 1	141.238,13	18.698,23	45.437,28	15.351,22	220.724,85
Laje 2	133.263,75	17.201,73	47.377,68	15.351,22	213.194,38
Laje 3	133.018,60	17.174,89	49.487,76	15.351,22	215.032,46
Laje 4	132.925,08	17.174,89	56.496,72	15.351,22	221.947,90

Tabela 20 – Custos parciais apenas da laje, sem o pilar, referentes a variação da altura da laje (h).

Sistema estrutural	Preço CA 50 (R\$) - 6,3/8,0/10,0/12,5 e 16,0 mm	Preço CA 60 (R\$) - 5.0 mm	Preço do concreto (R\$)	Preço chapa de madeira (R\$)	Preço do elemento (R\$)
Laje 5	141.238,13	18.698,23	45.437,28	15.351,22	220.724,85
Laje 6	132.714,62	17.304,11	47.249,36	15.374,09	212.642,18
Laje 7	122.274,14	15.871,77	49.061,44	15.397,18	202.604,52
Laje 8	119.531,99	15.073,24	50.900,57	15.420,05	200.925,85

Tabela 21 – Custos parciais apenas dos pilares, sem a laje, referentes a variação das dimensões dos pilares (C_1 e C_2)

Sistema estrutural	Preço CA 50 (R\$) - 6,3/8,0/10,0/12,5 e 16,0 mm	Preço CA 60 (R\$) - 5.0 mm	Preço do concreto (R\$)	Preço chapa de madeira (R\$)	Preço do elemento (R\$)
Laje 9	1.681,14	657,93	2.434,14	1.970,30	6.743,51
Laje10	2.069,63	2.080,26	3.056,20	2.216,59	9.422,68
Laje11	3.208,78	1.702,61	3.786,44	2.462,88	11.160,71
Laje12	2.759,05	2.352,35	4.570,77	2.709,17	12.391,34

A coluna “preço elemento” das tabelas 19 a 21, como já mencionado, se refere ao elemento “laje” ou “pilar” de forma distinta. Para a avaliação do sistema laje + pilar como um todo, os valores tiveram de ser combinados, ou seja, os valores da Laje 1 ou da Laje 5 são o padrão inicial para as lajes (f_{ck} 30, $h = 25$), e os valores da Laje 9 são os valores padrões dos pilares (C_1 e $C_2 = 45 \times 45$ cm). Logo, para se obterem os valores totais de cada sistema estrutural (laje + pilares) como um todo, somaram-se os valores:

$$\begin{aligned} & ((\text{Laje 1,2,3 4}) + \text{Laje 9}) \\ & ((\text{Laje 5,6,7,8}) + \text{Laje 9}) \\ & ((\text{Laje 9,10,11,12}) + \text{Laje 1 ou 5}), \end{aligned}$$

Obtendo assim as tabelas 22 a 24:

Tabela 22 – Variação total do valor dos materiais em função da variação da resistência a compressão do concreto (f_{ck}).

Sistema estrutural	Preço combinado (R\$)
Laje 1	R\$ 227.468,37
Laje 2	R\$ 219.937,90
Laje 3	R\$ 221.775,97
Laje 4	R\$ 228.691,42

Tabela 23- Variação total do valor dos materiais em função da variação da altura da laje (h)

Sistema estrutural	Preço combinado (R\$)
Laje 5	R\$ 227.468,37
Laje 6	R\$ 219.385,69
Laje 7	R\$ 209.348,04
Laje 8	R\$ 207.669,37

Tabela 24 – Variação total do valor dos materiais em função da mudança das dimensões dos pilares (C_1 e C_2)

Sistema estrutural	Preço combinado (R\$)
Laje 9	R\$ 227.468,37
Laje 10	R\$ 230.147,53
Laje 11	R\$ 231.885,57
Laje 12	R\$ 233.116,19

Finalmente, relacionando-se a variação das tensões resistentes e solicitantes ($T_{Rd} - T_{Sd}$) dos contornos críticos (tabela 13 a 15) dos pilares internos do projeto estudado com os valores totais dos materiais do conjunto (laje + pilar) (tabela 22 a 24), obteve-se uma relação entre os custos e tensões acarretados com a variação de cada fator, mostrando assim quais dos fatores tiveram um melhor custo-benefício em relação aos outros fatores em estudo (h, f_{ck} e C_1 e C_2).

Esses valores foram obtidos dividindo-se o preço obtido do conjunto laje + pilar (tabela 22 a 24) pela diferença entre as tensões resistente e solicitante (tabela 13 a 15).

$$\left(\frac{\text{Preço total}}{(T_{Rd} - T_{Sd}) \cdot 6} \right) \quad (26)$$

Para isso, foi considerado que todos os pilares internos (seis) possuíam características iguais (P7 está na posição mais desfavorável em relação aos pilares internos).

Outra consideração foi que os pilares de canto e borda permaneceram constantes, de modo que os valores tabelados só se referiam à diferença de tensão dos pilares internos, assim como as análises e resultados obtidos no presente trabalho.

Estes valores foram mostrados de duas formas: primeiro, na relação com os contornos críticos C (tabela 25) e C'' (tabela 26); depois, no contorno C' (já que a área de aço dos pinos da armadura à punção não estava contida nos quantitativos que geraram as tabelas 22 a 24).

Tabela 25 – Relação custo benefício no contorno crítico C.

Fator variável →	f_{ck} 30	f_{ck} 35	f_{ck} 40	f_{ck} 45
(R\$/MPa)	20.382,47	14.207,87	11.373,13	9.798,26
Fator variável →	$h = 25$ cm	$h = 26$ cm	$h = 27$ cm	$h = 28$ cm
(R\$/MPa)	20.382,47	18.191,18	16.304,36	15.247,38
Fator variável →	40x40	45x45	50x50	55x55
C (R\$/MPa)	20.382,47	17.047,97	15.155,92	13.925,70

Tabela 26 – Relação custo benefício no contorno crítico C''

Fator variável →	f_{ck} 30	f_{ck} 35	f_{ck} 40	f_{ck} 45
C''(R\$/MPa)	135.397,84	114.550,99	99.899,09	92.963,99
Fator variável →	$h = 25$	$h = 26$	$h = 27$	$h = 28$
C'' (R\$/MPa)	135.397,84	126.083,73	116.304,46	108.161,13
Fator variável →	40x40	45x45	50x50	55x55
C'' (R\$/MPa)	135.397,84	132.268,70	124.669,66	117.735,45

6.3 VARIAÇÕES NA ARMADURA À PUNÇÃO NO CONTORNO C'

Para o contorno C', diferentemente dos outros contornos, tanto as tensões como os quantitativos foram calculados utilizando-se a planilha mencionada no tópico 5.4.1, já que o Eberick V8 se baseia na ABNT NBR 6118 (2007), e a planilha baseia-se na ABNT NBR 6118 (2014), e o foco principal do presente trabalho foi o estudo tanto das tensões ao cisalhamento, quanto do dimensionamento da armadura.

Cada área de aço calculada foi multiplicada por 6, de modo que representasse os seis pilares internos.

Por exemplo, o valor de $A_s = 106,56$ das Lajes 1,5 e 9 foi obtido da seguinte forma:

$$4,44 \cdot 4 \cdot 6 = 106,56 \text{ cm}^2$$

Que é o valor de área de aço encontrado no exemplo do tópico 5.3, multiplicado pelas 4 linhas de contorno de armadura consideradas também no tópico 5.3, e pelos 6 pilares internos.

A quantidade de pinos foi calculada dividindo-se a área de aço obtida pela área de aço da bitola escolhida (6,3 mm) e, por fim, a massa foi obtida multiplicando-se a quantidade de pinos pela altura da laje e pelo coeficiente 0,245 kg/m, que se traduz na quantidade em kg do aço CA-50 de bitola 6,3 mm para cada metro utilizado (tabelas 27 a 29).

Tabela 27 – Quantitativos da armadura à punção, referentes a variação da resistência à compressão do concreto

f_{ck}

Sistema estrutural	A_{sw} (cm ²)	Quantidade de pinos (und)	Aço CA 50 – (kg)
Laje 1	106,56	341,85	20,94
Laje 2	97,20	311,82	19,10
Laje 3	89,04	285,65	17,50
Laje 4	81,36	261,01	15,99

Tabela 28- Quantitativos da armadura à punção, referentes a variação da altura da laje (h)

Sistema estrutural	A_{sw} (cm ²)	Quantidade de pinos (und)	Aço CA 50 – (kg)
Laje 5	106,56	341,85	20,94
Laje 6	91,44	293,34	17,97
Laje 7	78,00	250,23	15,33
Laje 8	65,76	210,96	12,92

Tabela 29- Quantitativos da armadura à punção, referentes a variação das dimensões dos pilares (C_1 e C_2)

Sistema estrutural	A_{sw} (cm²)	Quantidade de pinos (und)	Aço CA 50 – (kg)
Laje 9	106,56	341,85	20,94
Laje 10	97,92	314,23	19,24
Laje 11	89,28	286,42	17,54
Laje 12	80,88	259,47	15,89

Como o cálculo da armadura à punção foi feito separadamente, tal como seu quantitativo de material, considerando apenas o material “Aço-CA 50- 6,3 mm”, não houve a necessidade de tabelas que demonstrassem e comparassem as variações de seus preços, já que nesse contorno foi possível realizar o comparativo apenas pela quantidade de armadura à punção.

7 DISCUSSÕES

Primeiro, foram discutidos os resultados obtidos referentes aos contornos críticos C e C'', tanto em relação as tensões (τ_{Rd} e τ_{Sd}), quanto aos materiais utilizados (aços das armaduras à flexão da laje e armaduras dos pilares, concreto e fôrmas).

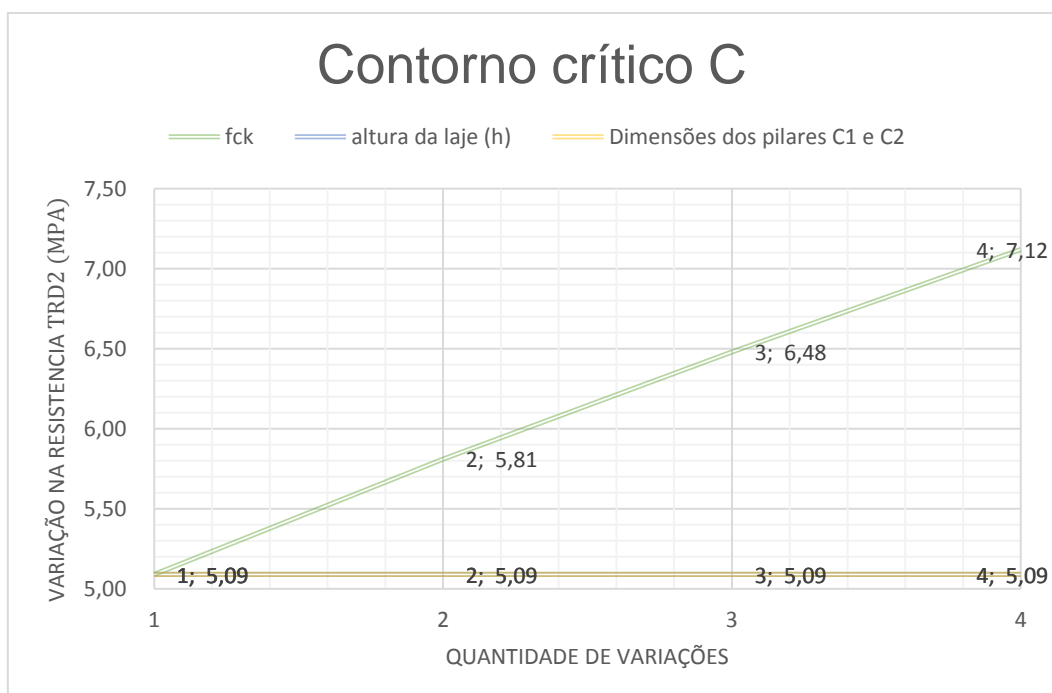
Em seguida, discutiram-se os resultados referentes ao contorno C' e suas respectivas áreas de aço relativas apenas a armadura à punção.

7.1 TENSÕES NOS CONTORNOS C E C''

Como pode-se observar nas tabelas 13 a 15, alguns dos fatores estudados interferem tanto na tensão resistente como na solicitante, porém alguns deles alteram apenas uma dessas tensões. A tabela 13, por exemplo, mostra que a variação do f_{ck} com os demais fatores constantes só aumentou os valores da tensão resistente. No entanto, outros fatores alteraram ambas as tensões, assim, para melhor entendimento, foram relacionados os valores das tensões resistentes e solicitantes do contorno crítico C e C'' contidos nas tabelas 13,14 e 15, obtendo os gráficos 1 a 4:

- **Comportamento da tensão resistente τ_{Rd2} contorno crítico C**

Gráfico 1 – Variação da tensão resistente τ_{Rd2} no contorno crítico C

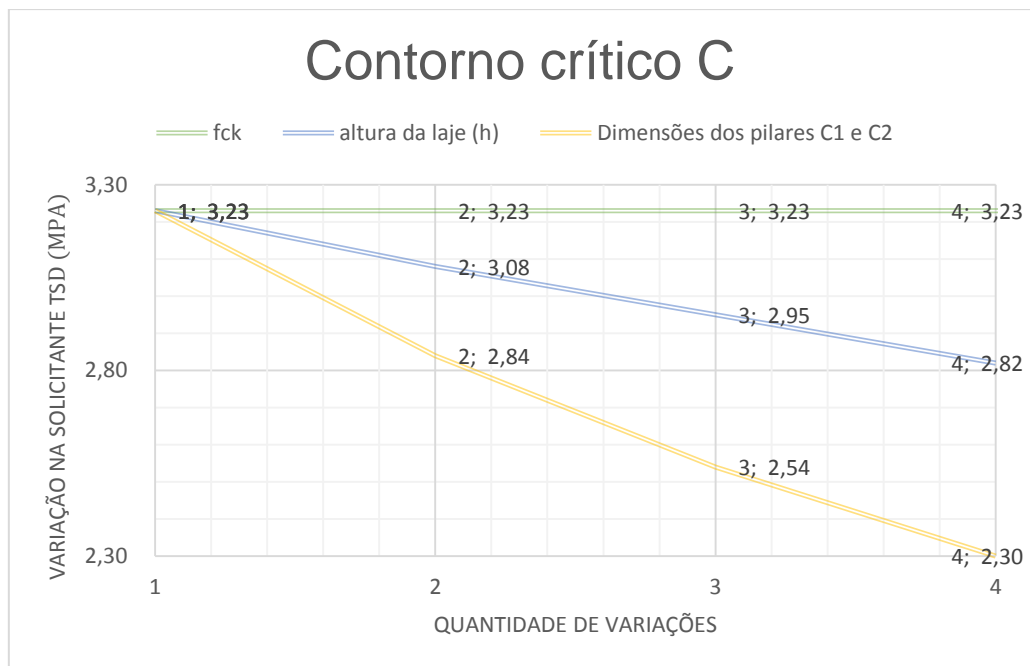


A partir do gráfico 1, percebeu-se um aumento de 14,15 %, 27,31% e 39,88 % em relação aos valores obtidos com f_{ck} 30 MPa, para o f_{ck} de 35, 40 e 45 MPa.

Já para as variações na espessura da laje (h) e dimensões dos pilares (C_1 e C_2) não alteraram valores de tensões resistentes para esse contorno.

- **Comportamento da tensão solicitante no contorno crítico C**

Gráfico 2 – Variação da tensão solicitante τ_{sd} no contorno crítico C



Vale lembrar que no presente estudo, apesar do aumento da espessura da laje, os esforços transmitidos aos pilares foram considerados constantes pelo, pois esse aumento não foi tão significativo. Porém, na prática, sabe-se que a tensão solicitante também aumenta, ainda que esse aumento nos esforços transmitidos aos pilares seja pequeno.

Assim, a partir dessa consideração, para cada variação da altura da laje, houve uma diminuição da tensão solicitante (Gráfico 2) no contorno C de 4,64 %, 8,67 % e 12,69 % em relação aos valores obtidos com $h = 25$ cm, para as alturas (h) de 26, 27 e 28 cm.

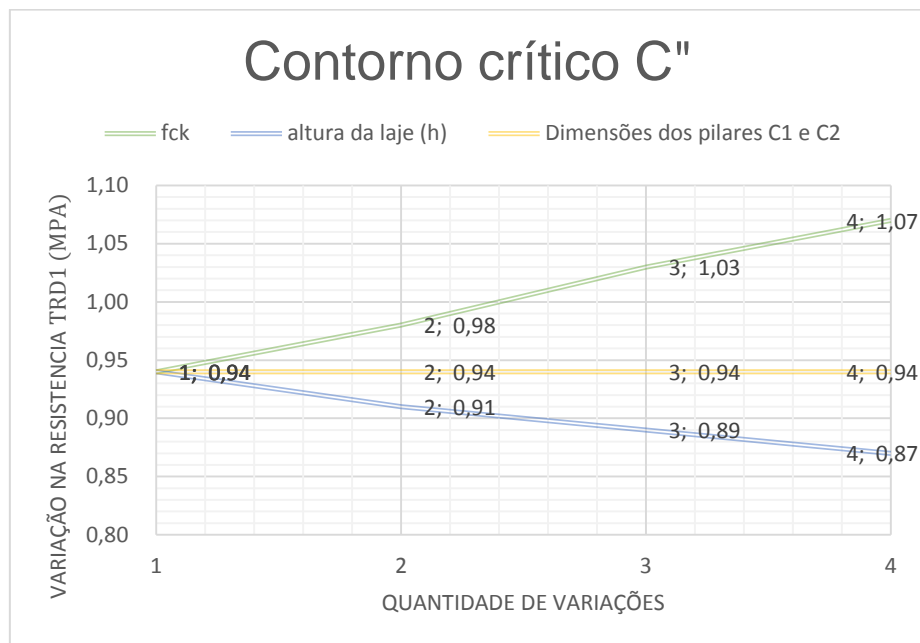
As variações dos pilares acarretaram em grandes reduções na tensão solicitante de 12,07 %, 21,36% e 28,79 % em relação aos valores obtidos com C_1 e $C_2 = 40 \times 40$ cm, para as dimensões dos pilares (C_1 e C_2) de 45x45, 50x50 e 55x55 cm.

O f_{ck} não influencia na tensão solicitante.

A partir desses dados apresentados nos gráficos 1 e 2, percebeu-se que, no contorno crítico C, a alteração no valor do f_{ck} foi o único que influenciou na tensão resistente dentre os fatores analisados. Observou-se também que a diminuição da tensão solicitante, devido ao aumento das dimensões dos pilares, foi bastante eficiente contra o efeito de punção e, apesar da altura da laje também estar diretamente ligada ao cálculo do contorno crítico no qual a tensão será distribuída e assim reduzida, apresentou uma eficácia menor do que os outros fatores.

- **Comportamento da tensão resistente τ_{Rd1} contorno crítico C''**

Gráfico 3 – Variação da tensão resistente τ_{Rd1} no contorno crítico C''



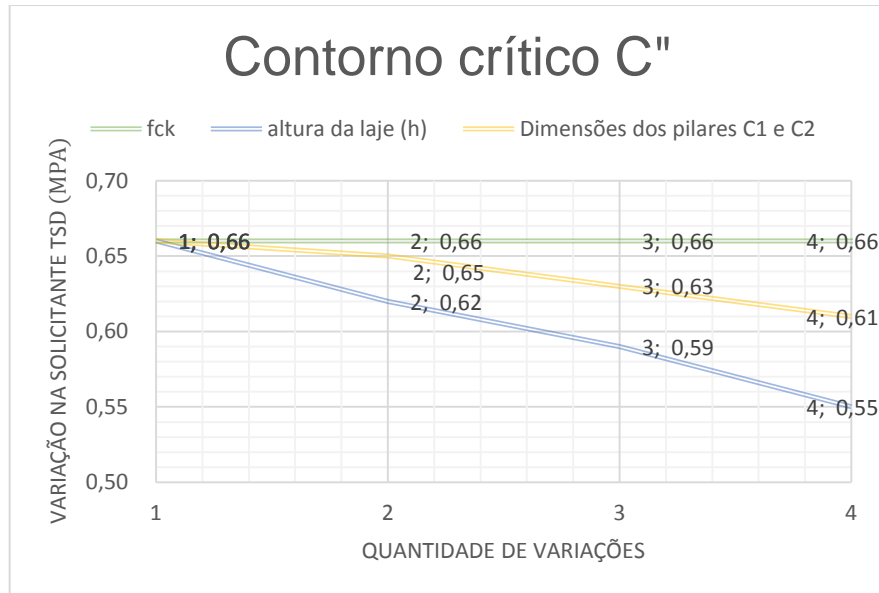
Para esse contorno o f_{ck} apresentou aumentos na tensão resistente de 4,26%, 9,57 % e 13,83% em relação aos valores obtidos com f_{ck} 30 MPa, para o f_{ck} de 35, 40 e 45 MPa.

As variações na altura da laje apresentou uma diminuição 3,19 %, 5,32 % e 7,45 % em relação aos valores obtidos com $h = 25$ cm, para a altura (h) de 26,27 e 28 cm.

As variações nas dimensões dos pilares (C_1 e C_2) não interferem na tensão resistente.

- **Comportamento da tensão solicitante contorno crítico C''**

Gráfico 4 – Variação da tensão solicitante τ_{sd} no contorno crítico C''



As variações no valor da espessura da laje apresentaram as maiores reduções na tensão solicitante de 6,06 %, 10,61 % e 16,67 % em relação aos valores obtidos com $h = 25$ cm, para a altura (h) de 26, 27 e 28 cm.

Já as mudanças no valor das dimensões dos pilares apresentaram apenas 1,52%, 4,55% e 7,58 % em relação aos valores obtidos com C_1 e $C_2 = 40 \times 40$ cm, para as dimensões dos pilares (C_1 e C_2) de 45×45 , 50×50 e 55×55 cm.

O f_{ck} não influencia na tensão solicitante.

Logo, no contorno crítico C'', o f_{ck} também apresentou os melhores valores dentre os fatores estudados. No entanto, diferentemente do que ocorreu no contorno C, no contorno C'', a variação na dimensão dos pilares perdeu sua eficácia, pois obtiveram-se valores menores do que os obtidos pela variação da altura da laje (h), uma vez que a uma distância $2.d$ da última linha de armadura à punção (contorno C''), a análise é feita baseando-se na ruptura do tirante, associado a tração diagonal do concreto, que está principalmente ligado a resistência à compressão do concreto da laje.

Vale mencionar também que no contorno crítico C'', a variação da espessura da laje apresentou uma grande redução na tensão solicitante, que a tornou o fator mais eficiente nesse contorno. Porém, devido à diminuição também na tensão resistente, esse fator perdeu cerca de

50% de sua eficiência, onde mesmo com a consideração dos esforços constantes, houve essa brusca redução da tensão resistente.

7.2 QUANTITATIVOS E CUSTOS NOS CONTORNOS C' E C''

No tópico 6.2, nas tabelas 16 a 18, consta como os materiais das lajes e dos pilares se alteraram de acordo com a mudança dos fatores, a partir dos quantitativos de materiais gerados pelo software Eberick V8 através da opção “resumo de aço”.

Analisando as tabelas 16 a 18 percebeu-se que a maior elevação dos resultados referentes aos materiais utilizados ocorreu de forma mais expressiva para as mudanças nas dimensões dos pilares, principalmente por causa do grande aumento no consumo de aço.

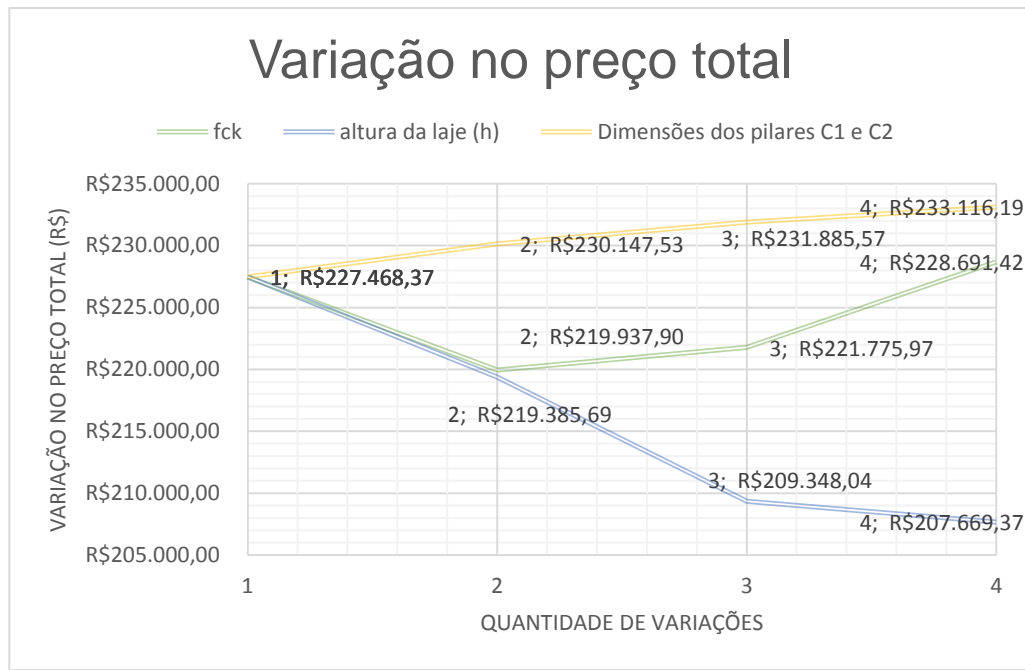
Foi observado também que as variações na espessura da laje proporcionaram uma maior redução de aço (da armadura à flexão) em relação aos outros fatores, e que as variações do f_{ck} não apresentaram mudanças significativas no quantitativo, mas mesmo assim houve uma redução na quantidade de aço, e o volume de concreto e a quantidade de fôrmas não sofreram alterações, onde essa é uma das vantagens em relação ao f_{ck} , ou seja, não interferir nos aspectos arquitetônicos.

Vale lembrar que apesar da redução no quantitativo do aço da armadura à flexão da laje, os detalhamentos da armadura negativa (figura 38 e 39) foram considerados constantes, devido as pequenas mudanças no detalhamento proposto pelo Eberick V8. Porém a diminuição da armadura à flexão, seja em sua bitola ou em seus espaçamentos, interferem no cálculo da taxa de armadura à flexão (ρ), que é um dos fatores que influenciam na resistência à punção (não analisado no presente trabalho) e está associada as tensões resistentes nos contornos C' e C'', onde essa redução da armadura, diminui também as tensões resistentes nos contornos citados.

As tabelas 19 a 21, como comentado no tópico 6.2, são apenas valores preliminares de custos para gerar as tabelas finais de custos (22 a 24). Nas tabelas 22 a 24, onde estão os custos totais (laje + pilares), observou-se que para as variações realizadas, os menores custos apresentados foram a partir da variação na altura na laje (h), e esses valores chegaram em R\$ 21.022 menores que os valores obtidos com a variação do f_{ck} e a R\$ 25.446 a menos em relação aos valores referentes ao aumento nas dimensões dos pilares, como mostra o gráfico 5. A grande redução no custo com as alterações na altura da laje (h), se dá principalmente pela redução das armaduras à flexão. E a mudança de sentido no gráfico 5 para o custos referentes

as variações no f_{ck} , é devido aos elevados custos para a utilização de concretos de grandes resistências, que é maior do que a redução nos custos referente as armaduras à flexão.

Gráfico 5 – Variação no custo total de acordo com as variações de cada fator analisado



Finalmente, para se ter noção de qual foi a solução mais eficiente contra o efeito da punção na ligação laje-pilar, esses valores foram relacionados (tensões e custos), gerando as tabelas 25 e 26.

7.3 RELAÇÕES CUSTOS/TENSÕES

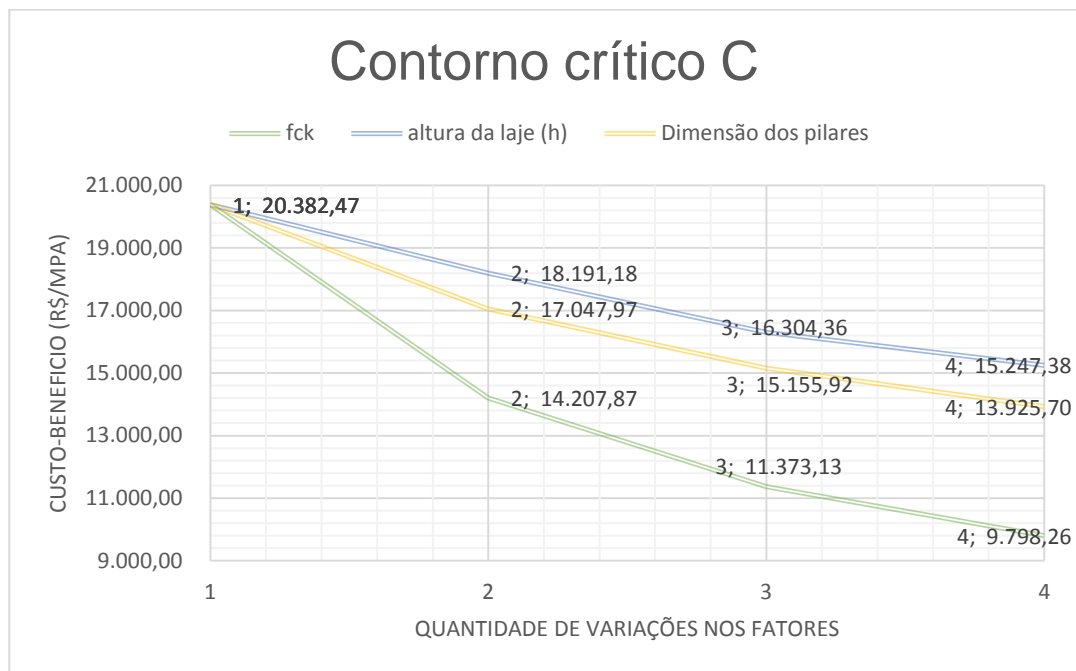
Antes de comentar sobre as tabelas 25 e 26 é interessante lembrar que os valores dessas tabelas se referem as variações apenas aos principais materiais citados no tópico 5.4.2, em relação as variações das tensões resistentes e solicitantes ($\tau_{Rd} - \tau_{Sd}$) dos seis pilares internos, não considerados assim a variação de resistência nos pilares de borda e canto, e que os valores dos materiais foram obtidos através do SINAPI 02/2016, ou seja, uma relação do tipo (R\$/MPa), onde as variações que tem uma maior diferença da tensão resistente sobre a solicitante apresentaram menores custos.

Assim, nas tabela 25 e 26, que tratam do custo-benefício nos contornos críticos C e C'', pôde-se notar que a melhor relação custo-benefício ocorreu diante da variação do f_{ck} ,

visto que este fator foi o que mais aumentou a resistência à punção e não teve grandes aumentos nos materiais utilizados e, conseqüentemente nos custos.

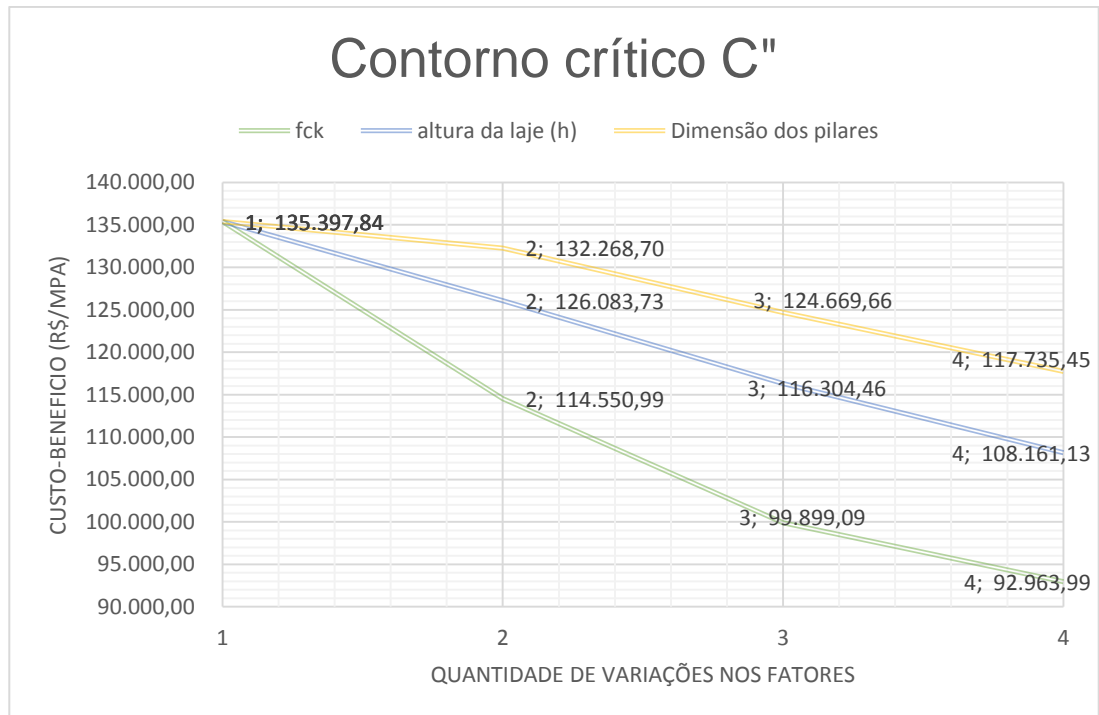
No contorno C, as variações na altura da laje apresentaram valores de 28% ,43% e 56% maiores que os valores obtidos com as variações do f_{ck} . Já as mudanças nas dimensões dos pilares apresentaram valores de 20%,33% e 42% maiores que os valores obtidos com as variações do f_{ck} (Gráfico 6).

Gráfico 6 – Relação custo benefício no contorno crítico C



No contorno C'', as variações do f_{ck} tiveram valores de 10%,16% e 16% menores em relação a variação da altura da laje, e 15%,25% e 27% menores em relação as dimensões dos pilares. Logo as mudanças no valor da espessura da laje apresentou valores mais efetivos de que com a alteração das dimensões dos pilares, o que ressalta a perda da influência das variações nas dimensões dos pilares na diminuição da tensão solicitante nos contornos mais afastados dos pilares, como demonstrado no gráfico 7.

Gráfico 7 – Relação custo benefício no contorno crítico C''

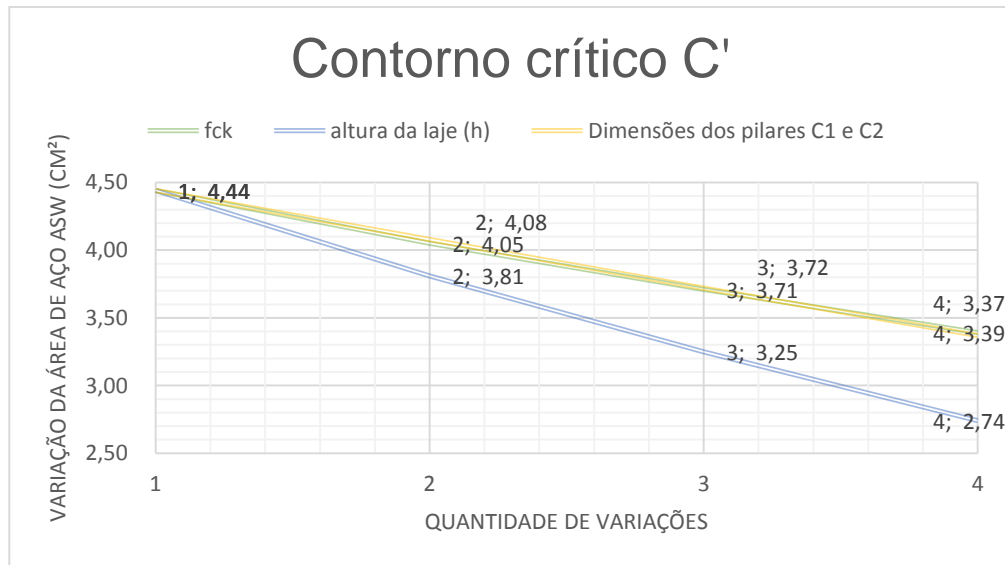


Outra questão em relação ao aumento nas dimensões dos pilares é que, na obra, esses aumentos acarretam também numa mudança em todas as fôrmas dos pilares, aumentando a quantidade de mão de obra e de outros materiais que não foram contabilizados no presente trabalho; já a mudança de outros fatores não provoca uma modificação significativa nesses valores não contabilizados.

7.4 TENSÕES E ÁREA DE AÇO DOS PINOS NO CONTORNO C'

Diferentemente dos outros contornos, o contorno C' é onde a armadura à punção está atuando diretamente, e a tensão resistente nesse contorno foi obtida igualando-a com a tensão solicitante de modo que seja calculada a área de aço para a armadura à punção de uma forma mais eficiente, e assim, as reduções nas tensões resistentes ocasionadas pelas alterações da altura da laje, não interferem nesse contorno. Assim, não houve necessidade de comparar valores que se baseassem na diferença dessas tensões da mesma forma que foi feito para os outros dois contornos críticos, analisando assim diretamente o valor da área de aço obtida para a armadura à punção.

Assim, relacionando os valores referentes a área de aço da armadura à punção contidas nas tabelas 13 a 15, obteve-se o gráfico 8.

Gráfico 8 – Variação da área de aço da armadura à punção

A tabela 13 mostra que as variações do f_{ck} com os demais fatores constantes não alteraram os valores das tensões solicitantes também nesse contorno, porém, de acordo com o gráfico 7, a variação do f_{ck} diminuiu a área de aço da armadura à punção necessária em 8,78%, 16,44% e 23,65%, em relação aos valores obtidos com f_{ck} 30 MPa, para o f_{ck} de 35, 40 e 45 MPa.

Já a variação da altura da laje (h) e consequentemente da altura útil (d), como já mencionado, influencia nas duas tensões, e devido ao modo como se analisa esse contorno, levando-se em consideração apenas a diminuição da tensão solicitante, isso torna a variação na espessura da laje o fator que apresenta os valores mais adequados, com uma redução da área de aço da armadura à punção de 14,19%, 26,80% e 38,29%, em relação aos valores obtidos com $h = 25$ cm, para a altura (h) de 26,27 e 28 cm.

Apesar de ter havido uma redução na tensão solicitante devido as variações nas dimensões dos pilares nesse contorno, assim como no contorno C", essa redução já não é tão eficiente quanto os valores obtidos no contorno crítico C. Mesmo assim, houve uma redução na área de aço das armaduras à punção de 8,11%, 16,22% e 24,10%, em relação aos valores obtidos com C_1 e $C_2 = 40 \times 40$ cm, para as dimensões dos pilares (C_1 e C_2) de 45×45 , 50×50 e 55×55 cm.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É importante ressaltar que, para a elaboração do presente trabalho, foram feitas algumas considerações, assim como foram analisados apenas um fator por vez, de forma que os demais fatores permaneceram constantes, e que os custos acarretados pelas variações impostas as lajes não levaram em conta alguns fatores como mão de obra e materiais secundários, como já foi citado anteriormente. Por esses motivos, os resultados aqui obtidos não servem de base exata para uma análise detalhada em outros casos onde utilize-se esse sistema estrutural, apesar de servirem para auxiliar e demonstrar como esses fatores se comportam isoladamente, possibilitando uma análise mais clara e aprofundada, bem como facilitar a visão de engenheiros calculistas em combinar esses fatores, obtendo-se assim resultados ainda mais satisfatórios.

A partir das análises nos resultados obtidos através das variações dos fatores estudados pôde-se observar que, em termos gerais de custo-benefício, a variação da resistência a compressão do concreto (f_{ck}) apresentou valores mais eficientes do que os outros fatores estudados, tanto no contorno crítico C como no C'', e isso se deu principalmente pelos grandes aumentos das tensões resistentes, como também pela diminuição no quantitativo das armaduras à flexão e à punção. Apesar dos custos elevados gerados pelo aumento do f_{ck} , esse fator foi de fato o mais adequado para as análises feitas.

Mesmo com a grande influência do f_{ck} em todos os contornos críticos, devido ao modo que se calcula a área de aço da armadura à punção (igualando as equações 10 e 21, de forma que a tensão resistente não influencie (tópico 5.3)), as variações na altura da laje obteve os melhores resultados para o contorno crítico C', comparada aos outros fatores estudados, onde apresentou menores valores de área de aço da armadura à punção para satisfazer a verificação nesse contorno.

Percebe-se também que a variação das dimensões dos pilares é bastante eficiente na redução da tensão solicitante, porém apenas no contorno crítico C, e que o elevado custo para se fazer tal alteração e a falta de eficiência nos outros contornos, torna essa alternativa inviável isoladamente.

Por fim, é interessante destacar que as armaduras à punção são um dos fatores que interferem na resistência da ligação direta laje-pilar, sendo considerado o mais eficiente por diferentes motivos, tanto pelo aumento da resistência como pelo significativo aumento na ductilidade da ligação, que implica na resolução de um dos problemas cruciais desse sistema estrutural (ruptura sem aviso prévio). Porém, o presente trabalho não analisou diretamente a

variação da área de aço da armadura à punção na resistência aos esforços cisalhantes na ligação laje-pilar, mas sim, de que forma os outros fatores interferiram nessa resistência, assim como influenciaram no dimensionamento dessa armadura, de modo a propiciarem um maior entendimento no que se refere aos fatores analisados.

8.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Estudo comparativo entre o sistema estrutural convencional e o de lajes sem vigas;
- Análise dos fatores que influenciam a resistência à punção em lajes de concreto protendido;
- Análise da influência da taxa de armadura à flexão na resistência à punção;
- Estudo comparativo dos critérios normativos entre as principais normas internacionais relacionados à punção;
- Influência do índice de retangularidade, ou seja, analisar como pilares retangulares influenciam na resistência à punção;
- Dimensionamento de um edifício de pequeno porte, para demonstrar mais próximo da prática o dimensionamento de lajes lisas de concreto armado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120 – **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2000.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado – volume 4**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

FERREIRA, A. M. **Análise da Punção e Flechas em Lajes Maciças sem Vigas de Concreto Armado de Acordo com as Prescrições da NBR 6118:2003**. 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP.

FERREIRA, M. P. **Punção de Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. 2010. Tese (Doutorado) – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia, Brasília – DF.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-pilar em Casos Característicos de Cantos de Lajes-cogumelo**. 1982. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Sistemas Estruturais de Lajes sem Vigas: Subsídios para o Projeto e Execução**. 1989. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.

FUSCO, P.B. **Estruturas de concreto - solicitações tangenciais: problemas básicos de cisalhamento no concreto estrutural, problemas gerais de dimensionamento**. 1984. Escola Politécnica - Universidade de São Paulo, São Paulo - SP.

GONÇALVES, R. M. **Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-pilar em Bordas de Lajes Cogumelo com Reforço Transversal Constituído de Perfis Metálicos**. 1996. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.

GUARDA, M. C. C. **Cálculo de Lajes-cogumelo Pela Teoria das Charneiras Plásticas**. 1995. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.

LIMA, J. S. L. **Verificações da Punção e da Estabilidade Global em Edifícios de Concreto: Desenvolvimento e Aplicação de Recomendações Normativas**. 2001. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.

MELGES, J. L. P. **Punção em Lajes: Exemplos de Cálculo e Análise Teórico-experimental**. 1995. 217 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.

MELGES, J. L. P. **Análise Experimental da Punção em Lajes de Concreto Armado e Protendido**. 2001. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.

MOURO, V. C.; RONALDO, B. G.; GUIMARÃES, G. N. **Enciclopédia Biosfera**. Goiânia: Centro Científico Conhecer, 2010, v.6, p. 14.

PAIVA, O. S. et al. Influência do Índice de Retangularidade dos Pilares e das Condições de Contorno na Resistência à Punção de Ligações Laje-pilar. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, Belém-PA, v.8, n.3, p. 260-295, jun. 2015.

RABELLO, F. T. **Análise Comparativa de Normas para a Punção em Lajes de Concreto Armado**. 2010. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC.

SACRAMENTO, P. V. P. et al. Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado sem Armadura de Cisalhamento. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, Belém-PA, v.5, n.5, p. 659-691, out. 2012.

SANTOS, G. S. et al. Sistema de reforço à punção de lajes lisas de concreto armado com polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC). **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, Brasília-DF, v.7, n.4, p. 592-625, ago. 2014.

TAKEYA, T. **Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-pilar em Bordas de Lajes-Cogumelo**. 1981. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica.** 2006. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, São Paulo – SP.

WOOD, J. G. M. **Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997.** Structural Studies & Design Ltd, England, 209 p. 1997.

**APENDÍCE A – QUANTITATIVOS REFERENTES ÀS VARIAÇÕES DOS FATORES
ANALISADOS POR MEIO DO SOFTWARE EBERICK V8.**

- Quantitativos para o painel da laje de espessura = 25 cm

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)	
CA50	8.0	13413.5	5822.0	
	10.0	50.4	34.2	
	12.5	1991.3	2110.2	
	16.0	13343.2	23166.1	
CA60	5.0	24238.2	4109.5	
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)		Área de forma total (m²)
CA50	31132.5	C-30	168.0	698.10

- Quantitativos para o painel da laje de espessura = 26 cm

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)	
CA50	8.0	13413.5	5822.0	
	10.0	51.6	35.0	
	12.5	1683.1	1783.6	
	16.0	12407.4	21541.4	
CA60	5.0	22431.1	3803.1	
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)		Área de forma total (m²)
CA50	29182.0	C-30	174.7	699.14

- Quantitativos para o painel da laje de espessura = 27 cm

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)	
CA50	8.0	13413.5	5822.0	
	10.0	1354.3	918.4	
	12.5	157.2	166.6	
	16.0	11428.2	19841.4	
CA60	5.0	20574.3	3488.3	
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)		Área de forma total (m²)
CA50	26748.4	C-30	181.4	700.19

- Quantitativos para o painel da laje de espessura = 28 cm

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	8.0	13413.5	5822.0
	10.0	54.0	36.6
	12.5	1303.7	1381.5
	16.0	10900.6	18925.2
CA60	5.0	19539.2	3312.8
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	26165.4	C-30	188.2
		Área de forma total (m²)	
		701.23	

- Quantitativos para os pilares com seções de 40 x 40 cm

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	16.0	221.6	384.7
CA60	5.0	852.6	144.6
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	384.7	C-30	9.0
		Área de forma total (m²)	
		89.60	

- Quantitativos para os pilares com seções de 45 x 45 cm

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	10.0	664.8	450.9
CA60	5.0	2696.3	457.2
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	450.9	C-30	11.3
		Área de forma total (m²)	
		100.80	

- Quantitativos para os pilares com seções de 50 x 50 cm

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	6.3	347.2	93.5
	10.0	886.4	601.1
CA60	5.0	2207.3	374.2
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	694.6	C-30	14.0
		Área de forma total (m²)	
		112.00	

- Quantitativos para os pilares com seções de 55 x 55 cm

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	10.0	886.4	601.1
CA60	5.0	3049.6	517.0
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	601.1	C-30	16.9
		Área de forma total (m²)	
		123.20	

- Quantitativos para o painel da laje com fck de 30 MPa

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	8.0	13413.5	5822.0
	10.0	50.4	34.2
	12.5	1991.3	2110.2
	16.0	13343.2	23166.1
CA60	5.0	24238.2	4109.5
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	31132.5	C-30	168.0
		Área de forma total (m²)	
		698.10	

- Quantitativos para o painel da laje com fck de 35 MPa

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	8.0	13413.5	5822.0
	10.0	50.4	34.2
	12.5	1968.6	2086.1
	16.0	12306.1	21365.4
CA60	5.0	22298.4	3780.6
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	29307.7	C-35	168.0
		Área de forma total (m²)	
		698.10	

- Quantitativos para o painel da laje com fck de 40 MPa

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	8.0	13413.5	5822.0
	10.0	50.4	34.2
	12.5	1958.9	2075.8
	16.0	12279.7	21319.6
CA60	5.0	22263.2	3774.7
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	29251.6	C-40	168.0
			698.10

- Quantitativos para o painel da laje com fck de 45 MPa

Aço	Diâmetro	Comp. Total (m)	Peso + 10 % (kg)
CA50	8.0	13413.5	5822.0
	10.0	50.4	34.2
	12.5	1938.7	2054.4
	16.0	12279.7	21319.6
CA60	5.0	22263.2	3774.7
Peso total (kg)		Vol. concreto total (m³)	
CA50	29230.2	C-45	168.0
			698.10