



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS.
CAMPUS – VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MARIA EDILANE AMARAL FERREIRA

**ESTUDO PRAXEOLÓGICO COMO INSTRUMENTO PARA REFLETIR SOBRE A
FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: O CASO DAS
FUNÇÕES QUADRÁTICAS**

MONTEIRO – PB

2016

MARIA EDILANE AMARAL FERREIRA

**ESTUDO PRAXEOLÓGICO COMO INSTRUMENTO PARA REFLETIR SOBRE A
FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: O CASO DAS
FUNÇÕES QUADRÁTICAS.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial a obtenção do título de graduada no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus* VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Orientador: Professor Mestre José Luiz Cavalcante.

MONTEIRO – PB

2016

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

F383e Ferreira, Maria Edilane Amaral.

Estudo praxeológico como instrumento para refletir sobre a formação de professores que ensinam matemática [manuscrito] : o caso das funções quadráticas / Maria Edilane Amaral Ferreira. - 2016.

32 p. : il.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em MATEMÁTICA) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2016.

"Orientação: Prof. Me. José Luiz Cavalcante, Departamento de Matemática".

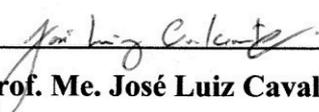
1. Teoria Antropológica do Didático - TAD. 2. Professores de matemática - Formação acadêmica . 3. Funções Quadráticas.
I. Título. 21. ed. CDD 372.7

MARIA EDILANE AMARAL FERREIRA

**ESTUDO PRAXEOLÓGICO COMO INSTRUMENTO PARA REFLETIR SOBRE A
FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: O CASO DAS
FUNÇÕES QUADRÁTICAS.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial a obtenção do título de graduada no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus VI - Poeta Pinto do Monteiro*.

Aprovada em 19 de maio de 2016



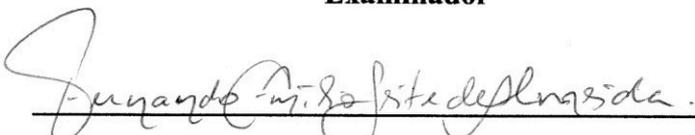
Prof. Me. José Luiz Cavalcante (UEPB)

Orientador



Prof. Me. Rochelande Felipe Rodrigues (UFCA)

Examinador



Prof. Me. Fernando Emílio Leite de Almeida (IFPE)

Examinador

DEDICATÓRIA

Dedico primeiramente a Deus por me dar força e coragem para vencer os obstáculos.

A minha mãe ao meu pai e minhas irmãs pelo carinho e compreensão que têm comigo.

A meu noivo por sempre ter mim apoiado em minha trajetória.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter iluminado os meus caminhos para que eu tenha conseguido realizar este sonho perante tantas dificuldades.

Agradeço a meus pais, irmãos por sempre estarem do meu lado mim dando força e mim ajudando sempre que precisei deles, a toda a minha família que sempre esteve presente nessa minha trajetória em especial a minha tia Inês que sempre compreendeu todas as vezes que precisei ausentar-me do trabalho para cumprir com os compromissos deste curso.

Agradeço a todos os professores com os quais estudei durante esses oito períodos que não apenas transmitia o conhecimento mas ensinaram mim a ir em busca dele em especial ao professor José Luiz Cavalcante que é um excelente profissional por ter aceitado ser o meu orientador e que mim incentivou não só a mim como a toda turma a seguir em frente não deixando nos abater pelos obstáculos no decorrer do curso, que mim fez chegar até aqui.

Agradeço a todos os meus amigos por sempre terem mim ajudado no curso em momentos em que achava que não ia conseguir superar as dificuldades.

Um bom ensino de Matemática
forma melhores hábitos de
pensamento e habilita o indivíduo
a usar melhor a sua inteligência
(IRENE DE ALBURQUERQUE).

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso teve como objetivo central analisar o papel da análise praxeológica do conteúdo funções quadráticas como instrumento para reflexão acerca das conexões entre matemática da educação básica a matemática superior. O interesse para realização desta pesquisa surgiu a partir da observação de que durante a formação inicial de professores não se percebe claramente o estabelecimento de conexões entre a matemática que vai ser ensinada na Educação Básica e Matemática Superior, o que provoca nos licenciandos a sensação de estranheza frente a tarefa de ensinar matemática, assim fizemos o seguinte questionamento: qual o papel da análise praxeológica de conteúdos da educação básica para possibilitar reflexões sobre as conexões entre a Matemática Básica e a Matemática Superior? Para responder a esta pergunta utilizamos como referências a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard, Shulman (1986), dentre outros. Desenvolvida como uma pesquisa qualitativa conforme Bogdan e Biklen (1994) e tipificada como uma aproximação da pesquisa exploratória no sentido de Fiorentini e Lorenzato (2006). Fizemos uma reflexão a partir de uma análise praxeológica sobre o conteúdo de funções quadráticas. Os resultados apontam para o potencial da análise praxeológica como um instrumento para os professores em formação ou exercício refletir tanto sobre as questões de conteúdos e as teorias presentes (matemática superior) e também questões do conhecimento pedagógico do conteúdo, conforme apontam Shulman (1986).

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático - TAD, Formação Inicial de Professores de Matemática, Funções Quadráticas.

ABSTRACT

The conclusion of the work had a central objective to analyze the role of praxeological analysis of the content quadratic functions as a tool for reflection on the connections between mathematics of basic education and higher mathematics. The interest for this research came from the observation that during the initial teacher training is not clearly realize the establishment of connections between mathematics that will be taught in basic education and higher mathematics, which causes the licentiate the feeling of strangeness forward the task of teaching mathematics, so we did the following question: what is the role of praxeological analysis of basic education content to allow reflection on the connections between the Basic mathematics and Higher mathematics? To answer the question is used as reference the anthropological theory of didactic Yves Chevallard, Shulman (1986), among others. Developed as a qualitative research as Bogdan and Biklen (1994) and typified as an approximation of exploratory research in order to Fiorentini and Lorenzato (2006). Made a reflection from a praxeological analysis of the contents of quadratic functions. The results point to the potential of praxeological analysis as a tool for teachers in training or exercise reflect both on content issues and theories present (higher mathematics) and also issues of pedagogical content knowledge as point Shulman (1986).

Key words: Anthropological Theory of Didactic - TAD, Initial Training of Teachers of Mathematics, Quadratic Functions.

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| INTRODUÇÃO | 10 |
| 1. CAPÍTULO 1 – Fundamentação teórica..... | 12 |
| 1.1A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES E CONHECIMENTOS NECESSARI.. | 12 |
| 1.2 A TEORIA ANTROPOLOGICA DO DIDATICO | 14 |
| 1.2.1 MODELAGEM ANTROPOLÓGICOS DA DIDATICA..... | 14 |
| 1.2.2 OBEJETOS OSTENSIVOS E NÃO OSTENSIVOS..... | 16 |
| 1.2.3 ANALISE DE ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA..... | 17 |
| 2. CAPÍTULO 2--Aspectos Metodológicos..... | 20 |
| 2.1 PROBLEMATIZAÇÃO..... | 20 |
| 2.2. ASPECTOS METODOLÓGICOS..... | 21 |
| 2.2.1 NATUREZA DA INVESTIGAÇÃO | 21 |
| 3. CAPÍTULO 3 - Resultados e Análises | 24 |
| 3.1 FUNÇÕES QUADRÁTICAS: ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICAS | 24 |
| 3.2 ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE A ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA | 29 |
| CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 31 |
| 4.REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 32 |

INTRODUÇÃO

No mundo contemporâneo é de suma importância que tenhamos conhecimento sobre a Matemática pois ela está presente de várias maneiras em nosso cotidiano. Muitos são seus usos para cumprir nossas tarefas do dia a dia. Muitos são os estudos na ciência Matemática que nos são de grande valia nos dias atuais. As ferramentas matemáticas estão por trás das tecnologias que facilitam nossa vida. No entanto, vale ressaltar que a produção matemática não é uma coisa estanque, ou seja, há muito a ser desvendado, fazendo da matemática uma ciência fascinante.

Se por um lado temos a Matemática como uma ciência com aplicações na nossa vida e em movimento, por outro, nas escolas, por vezes encontramos situações que contribuem para mitificação da Matemática como uma disciplina escolar difícil e sem atrativos. Embora muito se tenha avançado nos estudos para que os alunos deixem de ver a Matemática como uma das matérias mais temidas, os desafios ainda são muitos, seja no Ensino Básico ou Superior ainda é um grande desafio ensiná-la, pois mesmo com as pesquisas disponíveis na Educação Matemática ainda há diversos entraves que colaboram para um Ensino de Matemática sem tanta eficácia.

Dentre esses entraves, destacamos a questão da qualidade no processo de formação inicial de professores em relação ao conteúdo que são abordados na Licenciatura em Matemática pois na formação deveríamos entender o porque de estudar determinados conteúdos. Um professor de matemática tem que estar preparado para esses desafios e tantos outros que surgem no caminhar da profissão como ressalta Shulman (1986), o autor destaca que para ensinar o conteúdo que vai lecionar não basta somente conhecer teoremas e aplicá-los, mas também compreender profundamente a matéria que lecionar, ele acrescenta ainda que seja necessária uma compreensão pedagógica e também da organização curricular e conceitual da matéria que leciona.

Na nossa experiência como alunos de Licenciatura em Matemática pudemos perceber que, embora exista um elo dos conteúdos que são ministrados na formação inicial com os que nos como futuros professores vamos lecionar no Ensino Básico, esse elo não fica evidente e muitas vezes precisa-se de um estudo mais aprofundado para se chegar a ele. No estágio supervisionado, por exemplo, nós temos que estudar os conteúdos que vamos ensinar, de modo que parece que toda Matemática estudada nas disciplinas de conteúdo do Curso de Licenciatura são totalmente estranhas ao trabalho do professor na Educação Básica.

Pensando que como professores da Educação Básica necessitamos compreender os conteúdos em profundidade, então essas conexões e aplicações poderiam ser mais evidentes. Chevallard (1998) nos esclarece essa compreensão através dos estudos das organizações praxeológicas, ou seja, toda tarefa (T) de qualquer que seja o conteúdo apresenta ao menos uma técnica (t) que está amparada por uma tecnologia (Θ) e teoria que a justificam. Observamos que muitos não só no Ensino Básico, como também na formação inicial de professores o Ensino dos Conteúdos se resume a tarefa e técnicas sem a devida reflexão sobre as tecnologias e as teorias. Quando o professor tem domínio do que está ensinando ele consegue compreender melhor os caminhos percorridos por seus alunos, pois um aluno pode ver uma tarefa de diferentes ângulos, assim é importante que o professor saiba justificar mesmo que isso não seja diretamente seu objeto de ensino. Chevallard (1998) ressalta que poderíamos chegar em uma regressão absurda onde teríamos que justificar uma coisa atrás da outra ou seja técnica justificada por uma tecnologia justificada por uma teoria justificada por outra teoria por outra por outra... Porém o autor afirma que “(...) a descrição dos três níveis (técnica/ tecnologia/ teoria), em geral é suficiente para dar conta da atividade e analisar”(CHEVALLARD , 1998, p 94).

Assim passamos a nos questionar sobre como explorar essas conexões entre a Matemática Básica e a Matemática Superior, percebemos na Teoria Antropológica do Didático um potencial para compreender essas conexões. Tomando como referência os saberes relativos ao das funções quadráticas fizemos um estudo praxeológico sobre o tema.

Nesse sentido nossa pesquisa teve como objetivo central analisar o papel das praxeologias no conteúdo funções quadráticas como instrumento para reflexão acerca das conexões entre matemática da educação básica e matemática superior.

A nossa questão norteadora foi: qual o papel da análise praxeológica de conteúdos da educação básica para possibilitar reflexões sobre as conexões entre a Matemática Básica e a Matemática Superior?

O trabalho está organizado em três capítulos. No primeiro fazemos uma discussão teórica sobre Formação Inicial de Professores e os conhecimentos necessários. Apresentamos sobre reflexões sobre TAD e as praxeologias. No segundo capítulo trazemos as reflexões metodológicas e no terceiro e último capítulo trazemos a análise praxeologica sobre o conteúdo das funções quadráticas.

CAPÍTULO 1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste Capítulo iremos apresentar as bases teóricas que fundamentam nosso trabalho. Observamos no objetivo e na questão norteadora que foi proposto, que a nossa problemática passa por dois eixos de investigação. O primeiro deles é a formação inicial professores e os seus conhecimentos necessários. O segundo eixo diz respeito a análise praxeológica cuja metodologia e bases teóricas estão presentes nos escritos de Yves Chevallard.

1.1 A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES E CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS

Muito se fala sobre a formação inicial de professores, pois existe varias teorias que apontam como deveria ser esta formação e os conhecimentos que precisam estar presentes nessa formação, pois não basta termos a licenciatura na qual desejamos atuar é importante que ela venha acompanhada de reflexões a respeito do que nos é oferecida nas licenciaturas e como iremos encarar que a realidade das salas de aula. Ao se deparar com esta realidade necessitamos fazer bem nosso papel, essa preparação tem suas raízes na nossa formação inicial.

A nossa experiência como discentes no Curso de Licenciatura mostra que, por vezes, algumas disciplinas ofertadas parecem não ter conexão nenhum com a nossa futura profissão, isso também acontece na formação básica como coloca Santaló (1996):

Como regra geral, pode-se recomendar que sempre é preferível saber pouco e bem, que muito e mal. É mais recomendável fazer cabeças “bem feitas” do que cabeças “bem cheias”, ainda que na atualidade, como os moderno mecanismo computacionais e de memória, seja possíveis conseguir cabeças “bem cheias” e que ao mesmo tempo sejam “bem feitas.

Sendo assim vale lembrar que é importante que saibamos o que estamos estudando e para que tal conteúdo vá contribuir na nossa formação, de forma que o futuro professor possa fazer o mesmo com seus alunos, isto é, não basta estudar Teoria dos Números, Fundamentos Analise, Álgebra Linear, Calculo Diferencial e Integral e tantas outras disciplinas se não soubermos o significado delas.

A nossa defesa é que estes componentes curriculares propiciem aos futuros professores uma melhor compreensão da Matemática Básica, das suas justificativas e suas relações conceituais.

Shulman (1986) destaca ao professor são necessárias ao menos três grandes categorias de conhecimento:

Shulman (1986)“1.Conhecimento do conteúdo que ele ensina; 2. Conhecimento pedagógico a respeito dos conteúdos ensinados 3. Conhecimento do lugar no currículo escolar daquela disciplina(IBID,p.9)

O autor destaca que o conteúdo que vai lecionar não implica somente na captação de conceitos, mas também na sua evolução de forma de compreensão e o mesmo também destaca que o professor tem que compreender a organização curricular e conceitual que ministra.

O professor não precisa apenas entender apenas que algo é assim, o professor deve ainda compreender por que é assim, porque razão sua validade pode ser afirmada, e sob quais circunstâncias nossa crença na sua justificação é enfraquecida e até mesmo negada. Além disso esperamos que o professor entenda porque determinado tópico é central para uma disciplina e outro é considerado periférico.(IBID, p.9(tradução nossa))

Além da organização curricular e conceitual o mesmo ressalta que também esta vinculada a questão do conhecimento pedagógico, pois muitas vezes o professor não tem segurança do conteúdo de como ensiná-lo o que acaba prejudicando a aprendizagem dos alunos por não saber interpretar as diversas formas que os alunos podem demonstrar seu conhecimento prévio, sobre tal conteúdo requer do professor habilidade sobre o conteúdo ministrado:

Um segundo tipo de conhecimento do conteúdo é o conhecimento pedagógico, que vai além do conhecimento do assunto por si só para dimensão do conhecimento assunto para ensino. Eu ainda falo de conhecimento de conteúdo aqui, mas na forma particular de conhecimento de conteúdo que incorpora os aspectos de conteúdo mais pertinentes a sua educabilidade.

No ambiente da formação inicial é importante termos o hábito da reflexão, se apenas estamos acumulando conhecimentos em nossa mente de maneira desarticulada ou se estamos imersos num processo de construção, de forma a termos bases de sustentação para que possamos justificar e ensinar de forma mais adequada.

Nossa principal defesa é que as organizações praxeológicas propostas por Chevallard (1998) podem ajudar nesse processo de reflexão. A seguir iremos discorrer mais sobre a Teoria Antropológica do Didático.

1.2 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Esta teoria desenvolvida por Chevallard (1992) vem para que reflitamos sobre as práticas docentes voltadas para o ensino aprendizagem de organizações matemáticas a (TAD)

Teoria antropológica do didático, que estuda as condições de possibilidades e funcionamento de sistemas didáticos, entendidos como relações sujeito- instituição -saber. Ou seja, estuda o homem perante o saber matemático ou situações matemáticas. (ALMOLOUD, 2007)

Segundo Almoloud (2007) a Teoria das situações didáticas (TSD), foi desenvolvida no intuito de modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos e provocou, no campo da educação matemática, pelo menos três rupturas de natureza crítica aos princípios dos resultados já construídos:

- Matemática como a essência dos fenômenos didáticos;
- O desejo de elaborar uma ciência da educação desses fenômenos constitui a segunda ruptura e levou explicar os modelos teóricos utilizados e submetê-los a um esquema experimental para verificar sua confiabilidade;
- Os conhecimentos matemáticos só podem ser compreendidos e aprendidos por meio de atividades e problemas que podem ser resolvidos pela mobilização desses conhecimentos. A matemática é antes de tudo, uma atividade que se desenvolve em situações que pode ser modelada por um jogo cujo oponente é um meio antagônico. Trata-se de uma atividade estruturada, na qual se destacam diferentes fases: ação, formulação e validação, que tem o aluno como ator principal, e as fases de evolução e institucionalização, que acontecem sob responsabilidade do professor.

A TAD está inserida no mesmo contexto da TSD (Teoria das Situações Didáticas), ambas nos lembram que a matemática não é apenas cálculos científicos tendo em mente é claro que através deles resolvemos inúmeros problemas e que a didática vem nos mostrar que problematização está inserida nesse meio, não querendo dizer que é algo inquestionável:

A essência desta teoria está em considerar o estudo das relações mantidas entre objetos, pessoas e instituições a partir da problemática ecológica, isto é, o questionamento do que existe e por quê? (ARAÚJO, 2009).

A partir desta teoria, é possível analisar os processos de transposição de maneira detalhada no sentido de que não basta saber que existe mais sim a justificativa para sua existência.

1.2.1 Modelagem antropológica da matemática

Destaca-se nas primeiras teorizações de Chevallard a noção de transposição didática para distinguir os diferentes saberes envolvidos no processo de ensino aprendizagem, ou seja existe algo a mais além de uma simples transmissão de conhecimento .

Segundo Joshua e Dupin (1993) esse autor apontava a necessidade da existência de uma matemática do professor, qualitativamente distinta daquela do matemático daquela do aluno tendo que essa matemática seja moldada de forma que torne a aprendizagem com base em conhecimentos concretos onde os alunos possam ao decorrer grau de estudo possam saber relacionar a matemática com suas múltiplas formas de se apresentar.

Acreditasse que o professor vem como intermediador das diferentes matemáticas existentes mas que na verdade é uma só apenas muda-se a maneira de se interpretar, Chevallard faz esse estudo do homem diante das situações matemáticas daí entra-se na problemática ecológica que amplia o campo da análise e permite identificar e analisar e permite abordar os problemas que se criam entre os diferentes objetos do saber ensinar.

Segundo Chevallard (1992, p. 127) um objeto existe a partir do momento em que uma pessoa X ou uma instituição I o reconhece como existente. Mais precisamente, podemos dizer que o objeto O existe para X se existir um objeto, que denotarei por $R(X,O)$ a que chamarei relação pessoal de X com O.

A didática da matemática vista no campo da antropologia cognitiva considera que tudo é objeto identifica diferentes tipos de objetos particulares: as instituições, os indivíduos e suas posições ocupadas. Objeto (O) elemento central da teoria, pois tudo pode ser considerado um objeto. Os objetos são entidade materiais ou não. Pessoas (X) são os indivíduos que vão sendo modificados conforme o estabelecimento de relações com Objetos e Instituições. Instituição (I): Dispositivo social que impõe aos sujeitos suas formas de agir e pensar constitui o habitat onde ocorrem as relações entre objetos - pessoas-instituições

E ainda Chevallard ressalta que o saber matemático organiza uma forma particular de conhecimento. É importante destacar esse ponto, pois se trata de algo que já está em nós o que ficaria mais fácil de desenvolver no discente, pois é produto da ação humana isso deveria ser levado mais em conta. É por isso que o autor em seus estudos faz relação com habitat.

Na TAD, as noções de (tipo de) tarefa, (tipo de) técnica, tecnologia e teoria permite modelar as práticas sociais em geral e em particular a atividade matemática, se baseada em três postulados:

1. Toda prática institucional pode ser analisada, sobe diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineado.
2. O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica.
3. A ecologia das tarefas, quer dizer; as condições e restrições que permitem sua produção e sua utilização nas instituições.

O que se destaca nesses três postulados e quando se fala de tarefa e técnica o que nos esclarece que a resolução de uma tarefa depende da técnica que será utilizada onde mais um fez o professor tem que saber qual a técnica que será usada para determinada tarefa que por mais simples que ela seja dependendo da forma como será abordada poderá se transformar em algo monstruoso, que não consigam ver sentido no que estão estudando.

Chevallard (2002) nos fala da necessidade de reconstrução de tarefas como construções institucionais, caracteriza um problema a ser resolvido dentro da própria instituição que no caso da sala de aula, por exemplo é uma questão didática. Ele nos fala ainda sobre a forma rotineira que a maioria das tarefas institucionais torna-se rotineira quando deixa de apresentar problemas em sua realização.

Ainda Chevallard (1999) fala de um saber- fazer, identificado por uma tarefa e uma técnica não é uma entidade isolada porque toda técnica exige em principio uma justificativa, isto é, um discurso lógico que lhe da suporte, chamado tecnologia. Para ele a tecnologia vem descrever e justificar a técnica como uma maneira de cumprir corretamente uma tarefa por exemplo quando podemos ao mesmo tempo, encontrar resultados e poder verificar se tal esta correto. Chevallard (1999, p.226) cita o exemplo das chupetas para ressaltar que pode ocorrer da tecnologia modificar a técnica para que seja mais abrangente ou ainda produzir uma nova técnica mais sofisticada.

Para Bosch, Fonseca e Gascón (2004, apud Silva, 2005, p.99), a reconstrução institucional de uma teoria matemática requer elaborar uma linguagem comum que permita descrever, interpretar relacionar, justificar e produzir as diferentes tecnologias da(Organização Matemática Local) que integram uma (Organização Matemática Regional).

O processo de reconstrução deve ter momentos exploratórios que permitam comparar variações das técnicas que aparecem ao abordar as diferentes tarefas. Ou seja não basta apresentar técnicas para determinadas tarefas tem que haver espaço para as mudanças que podem ocorrer no seu entendimento.

1.2.2 Objetos ostensivos e objetos não ostensivos

Bosch e Chevallard (1999, apud Amouloud 2007) fala de objetos ostensivos(em latim: ostendere , “mostrar, apresentar com insistência”) sendo assim dizemos que os objetos ostensivos são objetos manipuláveis na realização da atividade matemática.

Sendo assim os não ostensivos segundo os autores são todos os “objetos” que, como idéias, as instituições ou conceitos existem institucionalmente sem que, no entanto eles sejam

vistos. Sendo assim tomemos bastante cuidado esses objetos só podem ser evocados ou invocados pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos que lhe são associados, tais como uma palavra, frase, um gráfico, uma escrita um gesto ou todo um discurso. Tomam como exemplo a notação $P(A)$ e as palavras probabilidade de um evento A são objetos ostensivo.

Bosch e Chevallard (1999, apud Amouloud 2007) usa o termo genérico manipulação para designar os diversos usos possíveis dos objetos ostensivos pelo sujeito e para diferenciá-los dos não ostensivos, visto que os primeiros podem ser manipulados.

Vale ressaltar que as notações tem duplo significado quando falado e quando representado por isso vem a importância de serem estudados para que não cometamos equívocos ao acharmos que os alunos conseguiram ver esse diferença sem que façamos uma relação do ostensivo e o não ostensivo.

Segundo Bosch e Chevallard (1999, apud Amouloud 2007) , a noção de registro ostensivo, bem como a importância da articulação dos registro mobilizados no desenvolvimento de uma praxeologia matemática, deve ser relacionada a noção de registro de representação semiótica proposta por Duval (1995) em sua abordagem cognitiva da aprendizagem da matemática e do princípio segundo o qual a mobilização de uma pluralidade de registro tem um papel fundamental em matemática. No entanto, os autores alertam para a diferença essencial entre a noção de registro de representação semiótica e a noção de objeto ostensivo.

Sabendo que nossa capacidade cognitiva varia de pessoa para pessoa e que sendo e não podemos generalizar já que para que desenvolvamos precisa se de estímulos então essas teorizações variam de acordo com os alunos que são observados. Não se tratando apenas de cognição mais sim da ação produzida pelo meio.

1.2.3 Análise de uma organização matemática

Quando falamos em organização matemática logo pensamos na organização de tarefas para serem efetuadas pelos docentes, que de certa forma acontecem mecanicamente, ou seja, não se pensa qual a melhor técnica para se abordar tal conteúdo. Para Chevallard (1999) a construção da praxeologia se inicia em uma falta de técnica para a resolução de um determinado tipo de tarefa ou se o como fazer e o como ensinar a fazer são completamente diferentes. As organizações matemáticas referem sea realidade matemática que se pode construir para ser desenvolvida em uma sala de aula e as organizações didáticas referem se a

maneira como se faz essa construção Chevallard define como fenômeno de codeterminação entre as organizações matemática e didáticas.

Chevallard (1999) faz uma associação entre tarefa e técnica onde ele classifica os como Tarefa de (T) técnica de (t) ele nos fala que assim podemos definir um saber próprio para cada tipo de tarefa porém essa relação necessita de algo mais para sua eficácia a (T-t) necessita do amparo tecnológico teórico(saber) onde ele nomeia tecnologia (Θ) que dara racionalidade e sustentação a técnica usada e uma teoria (Θ) que ira justificar e esclarecer a tecnologia. Algumas técnicas utilizadas em uma instituição podem não ser usadas em outras. Em uma aula de matemática, por exemplo, o professor pode utilizar uma ou um conjunto de técnicas para resolver um tipo de problema e considerar as técnicas alternativas desenvolvidas pelos alunos como alternativas possíveis, ou como artificiais, contestáveis, inaceitáveis dentro da organização praxeológica da instituição de ensino da qual ele faz parte. (ANDRADE, 2013, p.190)

Chevallard (1999) nos fala que, se existe uma tarefa matemática localizada em um sistema de ensino, então existe pelo menos uma técnica amparada por uma tecnologia, mesmo que a teoria seja colocada em segundo plano. É importante lembrarmos que, as tarefas são objetos bem determinados, os quais, partindo do princípio antropológico, não são encontrados na natureza, isto é, são elementos, obras, criações institucionais.

Para Chevallard (1999) para entendermos a Organização Matemática temos que ressaltar Organização Didática, pois a priori, o conjunto dos tipos de tarefas, de técnicas, de tecnologias, etc., mobilizados para um estudo concreto em uma instituição concreta. O enfoque clássico em didática da matemática tem ignorado no geral os aspectos mais genéricos de uma organização de estudo de um tipo dado de sistemas didáticos. Ele ainda destaca que não podemos esperar que a reconstrução, no curso de um processo de estudo, de uma OM dada se organize por ela mesma de maneira única. Embora certas situações estejam necessariamente presentes qual quer que seja o caminho de estudo mesmo que de maneira variável qualitativamente ou quantitativamente. Ele chama essas situações de momentos de estudo ou didáticos, pois “ podemos dizer que seja qual for o caminho seguido” se chega forçosamente a um momento em que tal ou qual gesto de estudo devera ser cumprido.

Uma situação didática pode ser compreendida como o estabelecimento de relações entre um professor, alunos e certo objeto de conhecimento, em que aparece, de forma explícita, a intenção desse professor em fazer com que os alunos se apropriem daquele objeto de conhecimento. Ou seja, tem momentos que os conteúdos tem que serem formalizados mais não necessariamente de forma rotineira a aplicação de uma tarefa tem que ser executada mais

que isso não ocorrera de maneira única. Temos que estar atentos no momento da aplicação para que não se use uma técnica que não cabe naquele momento e uma tecnologia que não de o suporte necessário para tal conclusão. “se pode voltar a descobrir um tipo de tarefa como se volta a descobrir uma pessoa que acreditava conhecer.” (CHEVALLARD, 1999).

Quando falamos em momentos nos referimos a organização de como ir proceder cada aula para que não nos percamos no que queremos propor em cada aula. O autor fala nesses seis momentos didáticos que podem ocorrer simultaneamente podendo se repetir no decorrer do estudo já que não tem sequência pré definida. Apenas mostrando que é importante o professor ter sua organização didática facilitando assim o ensino aprendizagem cada aluno seguira de forma que achar melhor de acordo com ritmo de cada turma. O sexto momento, por exemplo, ele pode ocorrer dentro dos outros cinco pois a avaliação pode acontecer no decorrer de cada momento

Primeiro momento refere se ao encontro com a organização praxeologica por meio de tarefas.

Segundo momento, tem se a exploração das tarefas e o inicio da elaboração de uma técnica para resolver esse tipo de tarefas

Terceiro momento diz respeito a construção do ambiente tecnológico / teórico que começa a se constituir desde o primeiro encontro tornando se cada vez mais preciso no decorrer do estudo.

Quarto momento ocorre o trabalho com a técnica em diferentes tarefas, que pode, eventualmente, ser aperfeiçoada pela sua mobilização relativa a um conjunto de tarefas qualitativamente e quantitativamente representativas da organização matemática em jogo.

No quinto momento, o da institucionalização, a organização matemática é definida. Ou seja, novos elementos podem ser introduzidos pela modificação da relação institucional vigente ou pela criação de uma nova relação institucional com esses elementos.

O sexto momento é considerado sob dois aspectos: a avaliação das relações pessoais e a avaliação institucional ambas em ação da relação ao objeto construído, da técnica construída buscando verificar sua capacidade intelectual.

O autor fala nesses seis momentos didáticos que podem ocorrer simultaneamente podendo se repetir no decorrer do estudo já que não tem sequência pré definida. Apenas mostrando que é importante o professor ter sua organização didática facilitando assim o ensino aprendizagem cada aluno seguira de forma que achar melhor de acordo com ritmo de cada turma. O sexto momento, por exemplo, ele pode ocorrer dentro dos outros cinco pois avaliação pode acontecer no decorrer de cada momento.

CAPÍTULO 2

ASPECTOS METODOLÓGICOS

2.1 PROBLEMATIZAÇÃO

O professor de Matemática tem como missão difundir o conhecimento matemático e promover situações de ensino que permitam aos seus alunos construir esse conhecimento de forma significativa. Santaló (1996), como já destacamos, aponta que é preferível fazer cabeças “bem feitas” do que cabeças “bem cheias”. Isso significa para nós que a responsabilidade do professor reside em conduzir os alunos no processo de aprendizagem de forma eficaz, assim o ensino de matemática está longe de se resumir a uma sucessão de apresentação de fórmulas e exercícios para serem memorizadas.

É provável que muitos de nós, quando alunos da Educação Básica, tenhamos nos perguntado de onde determinada fórmula ou teorema tenha vindo. Muitas vezes o ensino de matemática numa perspectiva tradicional é apresentado aos alunos de maneira inquestionável, ou seja, a matemática é assim porque é.

Por trás dessa postura, as vezes está a insegurança do professor, que mesmo tendo feito uma licenciatura, não tem a clareza em profundidade da matéria que ensina. Essa impressão está em nós, desde as primeiras intervenções do estágio, onde como futuros professores muitas vezes não sabemos justificar determinados resultados matemáticos.

Isto vai de encontro ao que diz Shulman (1986), quando destaca que o conhecimento do conteúdo diz respeito a conhecer com intimidade a matéria que o professor vai lecionar.

Observando, por exemplo, as funções quadráticas existem muitos resultados que são tomados como verdades ou definições, quando são na realidade resultados passíveis de demonstração, isto é, construídos segundo a lógica matemática. Esse tipo de conhecimento do conteúdo poderia, talvez, ajudar os futuros professores no processo de significação do curso que estão fazendo. Nós fazemos uma licenciatura mais, com algumas poucas exceções, não refletimos sobre a Matemática que vamos ensinar.

Na TAD, como vimos na fundamentação, encontramos diversos elementos que demonstram a importância de um conhecimento em profundidade da Matemática. Quando entendemos o conhecimento matemático como uma prática humana, ensinar ou passar adiante essa prática, requer entender como ela está organizada.

Vemos portanto, nas organizações praxeológicas, uma oportunidade para refletir sobre o conhecimento matemático que vamos ensinar e as suas conexões com a matemática que lhe dá sustentação.

Nesse sentido passamos a nos perguntar *qual o papel da análise praxeológica de conteúdos da educação básica para possibilitar reflexões sobre as conexões entre a Matemática Básica e a Matemática Superior?*

A partir deste questionamento, estabelecemos como objetivo central *analisar o papel da análise praxeológica do conteúdo funções quadráticas como instrumento para reflexão acerca das conexões entre matemática da educação básica e matemática superior.*

Para alcançar este objetivo fixamos como objetivos específicos:

- ✓ Realizar um estudo praxeológico sobre as funções quadráticas;
- ✓ Explorar possíveis conexões com das tecnologias com temas da Matemática Superior;
- ✓ Refletir sobre as potencialidades do estudo praxeológico para a formação inicial de professores.

Em seguida passaremos a discutir o caminhar metodológico de nossa pesquisa.

2.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

2.2.1 NATUREZA DA INVESTIGAÇÃO

De acordo com Fiorentini e Lorezanto (2006) a atividade de investigação científica traz a necessidade de rigor teórico-metodológico. Assim a definição da natureza é fundamental para justificar as nossas escolhas.

Levando em consideração a nossa questão de pesquisa e dos objetivos fixados adotamos como referência metodológica uma abordagem qualitativa, no entendimento de que esta permite compreender os processos e fenômenos que não podem ser quantificados, assim a investigação qualitativa privilegia a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação, recolhendo os dados a partir de um contato aprofundado com os indivíduos, na pesquisa qualitativa a fonte de dados é o ambiente natural, onde o pesquisador é o principal instrumento. (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Para os mesmos autores esta a pesquisa qualitativa pode utilizar diversos instrumentos para que os dados sejam coletados, sendo que estes dados podem vir de fontes variadas como análise de textos pessoais dos sujeitos da pesquisa, entrevistas, manuais e documentos oficiais, atividades produzidas na sala de aula entre outros.

No caso de nosso objeto de estudo basicamente a pesquisa foi realizada através da leitura de livros didáticos e/ou textos científicos que tratam sobre o tema funções quadráticas, a compreensão qualitativa se dá exatamente nos usos interpretativos da organização praxeológica construída.

Como o nosso estudo tem uma característica de investigação inicial, entendemos que ela se aproxima do conceito de pesquisa exploratória. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), neste modelo de pesquisa os pesquisadores se debruçam sobre uma questão inicial afim de conhecer mais intimamente o ambiente ou o objeto de estudo, é uma investigação que pode dar as pista para o pesquisador ampliar e definir os rumos de uma investigação maior.

Em nosso caso, por exemplo, um desdobramento natural de nossa pesquisa, seria realizar essa organização praxeológica junto a outros futuros professores e verificar a partir de suas experiência o potencial desse trabalho.

O nosso objeto de estudo se limita apenas a compreensão inicial dessas potencialidade, portanto, nossa não tem sujeitos no sentido estrito e os instrumentos de coleta de dados não se definem convencionalmente.

Assim optamos por descrever as etapas da pesquisa que foram dividas em três momentos que descreveremos a seguir.

1ª Etapa: Planejamento e execução

Nesta etapa nos iniciamos o estudo sobre a TAD, por se tratar de um referencial amplo, julgamos que precisamos entende-lo de uma forma cuidadosa. Quando compreendemos a finalidade da organização praxeológica decidimos que seria este aspecto a ser considerado na teoria. Para realização desta etapas utilizamos artigos, livros e teses que versam sobre a TAD.

2ª Etapa: mapeamento e construção da organização praxeológica.

O primeiro passo foi buscar na literatura disponível, sobretudo livros didáticos do Ensino Básico as principias Tarefas presentes nestas obras. Consultamos também uma obra de referência¹ em termos de conteúdo matemático.

¹ IEZZI, G. MURAKAMI, C. Fundamentos de Matemática Elementar. Vol 01 . 8ª Edição 9ª Reimpressão. Editora Atual. São Paulo: 2004.

Como o foco era sobre as conexões entre a Matemática da Educação Básica e a Matemática Superior, a organização praxeológica consistiu no levantamento das tarefas na literatura consultada e apresentação de técnicas e suas tecnologias. Essa organização não levou em conta os conhecimentos pedagógicos sobre o tema, ficamos somente no âmbito das construções matemática.

3ª Etapa: análise das conexões e potencialidades.

A última etapa da investigação consistiu na análise de possíveis conexões, especialmente do Cálculo, presentes nas tecnologias. Essa análise nos ajudou a compreender o papel da organização praxeológica para formação inicial de professores. Esses resultados são abordados no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS E ANÁLISES

O objetivo deste capítulo é apresentar os resultados que obtivemos a partir do processo de construção da organização praxeológica. O capítulo está dividido em duas partes. Na primeira fazemos apresentação organização praxeológica realizada e na segunda fazemos nossas considerações sobre a organização.

3.1 FUNÇÕES QUADRÁTICAS: ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICAS.

Inicialmente vamos fazer uma breve exposição sobre aspectos históricos das funções quadráticas, isso se justifica, conforme cita Shulman (1986) pelo fato de aspectos históricos e epistemológicos de um conteúdo são conhecimentos do conteúdo necessários ao professor.

A noção de função do 2º grau ou função quadrática associa-se originalmente á idéia de equação do 2º grau. Já na Antiguidade, por volta 300 a. C., o matemático grego Euclides (325 a 265 a. C.) desenvolveu uma técnica denominada álgebra geométrica para lidar com o que veio a se chamar álgebra. Naquela época, não havia a noção de equação ou mesmo de função. Se os gregos tivessem desenvolvido uma álgebra com linguagem mais adequada, a noção de função teria quase inevitavelmente aparecido como resultado da conjunção de idéias de curva a equação – em particular, de parábola com equação do 2º grau – e, de maneira mais geral, da álgebra com a geometria. Porém, essa idéia somente ocorreria no Renascimento motivado por vários fatores. Dentre eles, destacam se as tentativas de explicar o movimento de queda livre de um corpo ou uma trajetória de uma bala de canhão, que é uma parábola.

Vários teóricos dos séculos XVI e XVII tentaram explicar essa trajetória, sem observar a parábola. Tais explicações foram aperfeiçoadas ate se chegar a parábola associada a curva de 2º grau, o que acelerou a necessidade de relacionar curvas a equações e, de modo geral, a álgebra e a geometria.

A partir deste ponto, apresentamos a organização praxeológica realizada.

Na abordagem dos conteúdos e importante que sejam elaboradas tarefas que venha de certa forma facilitar aprendizagem dos conteúdos, não basta apenas estudarmos formulas e decorar, usarmos de forma mecânica é necessário que o aluno entenda o que esta fazendo qual o motivo de se estudar tal conteúdo na elaboração de tais tarefas o professor tem que esta bem preparado para diferentes interpretações, pois nem todos os alunos conseguem visualizar uma

tarefa de uma única maneira. Falaremos no presente trabalho sobre Função Quadrática sabendo da extensão de tal conteúdo elaboraremos algumas tarefas.

T₁: Quando uma função é quadrática?

T₂: Determine concavidade da parábola .

T₃: Defina a forma canônica.

T₄: O que são e como encontrar os zeros ou raízes da função quadrática.

T₅: Como determinar a imagem da função quadrática.

T₆: Defina máximo e mínimo da função.

Dadas as (T) tarefas apresentaremos a (t) técnica mais usual para resolver cada uma delas, para que não ocorram equívocos na sua aplicação, pois baseando se nos estudos de Chevallard uma tarefa pode ser vista de diferentes ângulos e não deixar que haja um confronto entre objetos ostensivos e não ostensivos pois raramente os alunos conseguem distinguir tais objetos.

Algumas técnicas utilizadas em uma instituição podem não ser usadas em outras. Em uma aula de matemática, por exemplo, o professor pode utilizar uma ou um conjunto de técnicas para resolver um tipo de problema e considerar as técnicas alternativas desenvolvidas pelos alunos como alternativas possíveis, ou como artificiais, contestáveis, inaceitáveis dentro da organização praxeológica da instituição de ensino da qual ele faz parte. (ANDRADE, 2013, p.190). É importante destacar que o professor tem que estar com uma base de conteúdo para que ele possa

Vejamos as (t) técnicas aplicadas na resolução das (T) tarefas citadas é importante destacar que para cada tarefa podem existir mais de uma técnica;

t₁: Verificar na lei que define a função se existe o monômio do segundo grau e se ele é maior. Partindo do princípio presente na tecnologia, que corresponde a definição da própria função temos:

t₂: A parábola representativa da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ pode ter a concavidade voltada para cima ou voltada para baixo é necessário verificar se $a > 0$ ou $a < 0$.

t₃: A construção do gráfico da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ com o auxílio de uma tabela de valores x e y torna-se um trabalho impreciso, pois na tabela atribuímos a x alguns valores inteiros e pode acontecer que em determinada função quadrática os valores de abscissa (valores de x), em que a parábola intercepta o eixo dos x ou a

abscissa do ponto da parábola de maior ou menor ordenada, não são inteiros. Para fazermos um estudo mais detalhado da função quadrática, temos que primeiramente transformá-la em uma forma mais conveniente que seria a Forma canônica.

t₄: Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

t₅: Para determinar a imagem da função quadrática, tome inicialmente a função em sua forma canônica

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right]$$

ou seja, $f(x) = \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}$. Observe que $a \geq 0$ para qualquer $x \in \mathbb{R}$; então temos que considerar dois casos.

t₆: Dizemos que o número $y_M \in \text{Im}(f)$ é o valor máximo da função $y = f(x)$ se, e somente se, $y_M \geq y$ para qualquer $y \in \text{Im}(f)$. O número $x_M \in D(f)$ tal que $y_M = f(x_M)$ é chamado ponto de máximo da função.

Dizemos que o número $y_m \in \text{Im}(f)$ é o valor mínimo da função $y = f(x)$ se, e somente se, $y_m \leq y$ para qualquer $y \in \text{Im}(f)$. O número $x_m \in D(f)$ tal que $y_m = f(x_m)$ é chamado ponto de mínimo da função.

As tecnologias aparecem como instrumento de justificação das técnicas empregadas constituem uma explicação racional das técnicas ou seja um discurso lógico, podendo acontecer da tecnologia modificar a técnica para que se produza uma forma mais aprimorada. E apresentando também a teoria que lhe dar suporte o que esta por traz das tecnologias usadas Chevallard (1998) ressalta que poderíamos chegar em uma regressão absurda onde teríamos que justificar uma coisa atrás da outra ou seja técnica justificada por uma tecnologia justificada por uma teoria justificada por outra teoria por outra por outra... Porém o autor afirma que “(...) a descrição dos três níveis (técnica/ tecnologia/ teoria), em geral é suficiente para dar conta da atividade e analisar” (CHEVALLARD, 1998, p 94).

Vejamos a seguir alguns exemplos das tecnologias seguidos de suas teorias:

Θ₁: Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama se Quadrática ou 2º grau quando existem números reais a , b , c , com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

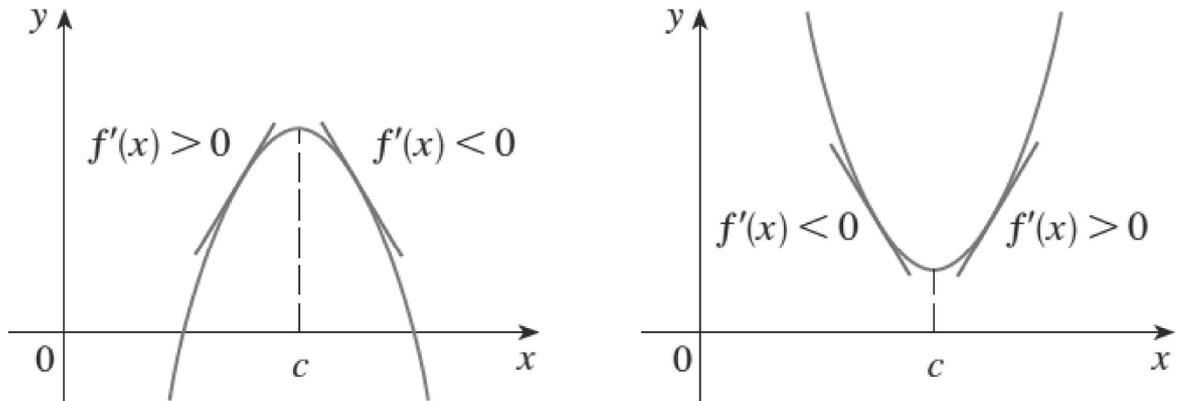
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

com o coeficiente $a \neq 0$

Θ₁: A teoria que justifica é o cálculo diferencial e Integral .

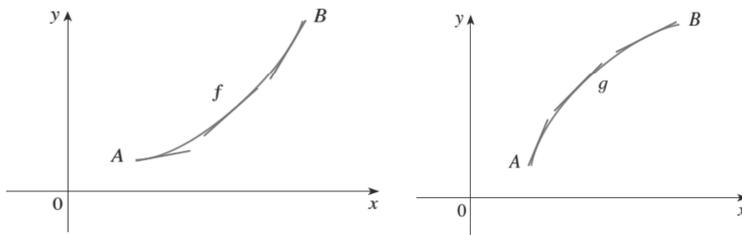
- Θ_2 :** (i) Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima.
(ii) Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo



- Θ_2 :** .Seja $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ duas vezes derivável no intervalo I .
Seja $y = f(x)$. Temos segunda derivada é dada por:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2} = f''(x) = y''$$

- (i) Se $f'' \geq 0$ em I , então a curva $y = f(x)$ tem concavidade voltada para cima.
(ii) Se $f'' \leq 0$ em I , então a curva $y = f(x)$ tem concavidade voltada para baixo.



- Θ_3 :** Transformando a função quadrática em sua forma canônica

$$\begin{aligned} f(x) = y = ax^2 + bx + c &= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] \\ &= a \left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \right) \right] = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) \right] \end{aligned}$$

Representando $b^2 - 4ac$ por Δ , também chamado discriminante do trinômio do segundo grau, temos a forma canônica

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right]$$

- Θ_4 :** Utilizando a forma canônica, temos

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Θ_5 : 1º caso :

$a > 0 \Rightarrow a \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$, e portanto :

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \geq -\frac{\Delta}{4a}.$$

2º caso:

$a < 0 \Rightarrow a \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \leq 0$, e, portanto :

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \leq -\frac{\Delta}{4a}.$$

Resumindo :

$$a > 0 \Rightarrow y \geq -\frac{\Delta}{4a}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$a < 0 \Rightarrow y \leq -\frac{\Delta}{4a}, \forall x \in \mathbb{R}$$

ou ainda :

$$a > 0 \Rightarrow \text{Im}(f) = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y \geq -\frac{\Delta}{4a} \right\}$$

$$a < 0 \Rightarrow \text{Im}(f) = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y \leq -\frac{\Delta}{4a} \right\}$$

Θ_6 : . Considerando a função quadrática na forma canônica

$$y = a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2}\right) \right]$$

Sendo $a < 0$, o valor de y será tanto maior quanto menor for o valor da diferença

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}.$$

Nessa diferença, $-\frac{\Delta}{4a^2}$ é constante (porque não depende de x ; só depende de a , b ,

c) $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ para todo x real. Então a diferença assume o menor valor possível

quando $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$, ou seja, quando $x = -\frac{b}{2a}$

Para $x = -\frac{b}{2a}$ temos a expressão

$$y = a \left[\left(-\frac{b}{2a} + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = a \left[0^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = -\frac{\Delta}{4a}$$

Para $a > 0$ prova – de modo análogo.

Θ_6 : Consideremos derivada de uma função $y = f(x)$ num ponto $x = x_0$, é igual ao valor da tangente trigonométrica do ângulo formado pela tangente geométrica á curva representativa $y = f(x)$, no ponto $x = x_0$, ou seja, a derivada é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função no ponto x_0 .

A derivada de uma função $y = f(x)$, pode ser representada também pelos símbolos: y' , dy/dx ou $f'(x)$.

A derivada de uma função $f(x)$ no ponto x_0 é dada por:

$$\frac{df}{dx}(x_0) = f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

3.2 ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE A ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA

Tendo em mente que esse estudo ainda tem muito que ser trabalhado diante do tema exposto podemos perceber como futuros professores que não basta saber explicar o que os livros didáticos nos trazem e sim como chegou aquele resultado, podemos perceber isso na disciplina de estagio, onde aprendemos que a organização praxeológica não é apenas teoria e sim colocarmos em pratica o que estudamos na formação inicial.

Mesmo tendo finalizado todos os conteúdos de cálculos na licenciatura ainda assim fazendo o presente estudo praxeológico tivemos algumas dificuldades no momento de relacionar cada tecnologia com a teoria que lhe dar suporte para sua existência, nesse momento ficou evidente para nós que os conteúdos com suas imensas demonstrações que estudei não tiveram de certa forma uma abordagem que se voltasse para o Ensino Básico, o que é de suma importância fazermos esta reflexão para que alunos da formação inicial possam perceber as conexões entre Ensino Básico e Ensino Superior para um melhor desempenho em sua formação e também para sua futura atuação como docente, pois quando se conhece intimamente um conteúdo nos dá segurança para justificar Shulman (1986) destaca bem isso que o conhecimento do conteúdo diz respeito a conhecer com intimidade a matéria que o professor vai lecionar.

A teoria antropológico do didático (TAD) desenvolvida por Chevallard (1992) nos auxilia por relacionar sujeito- instituição – objeto na nossa reflexão o papel do professor como representante da instituição escolar, não sendo apenas mero transmissor, ou seja, é fazer com que os sujeitos (alunos) mudem sua relação com o objeto essa teoria nos fala de um saber-fazer, que em nosso caso são as Funções Quadráticas, dessa forma entendemos que trata se de uma questão didática que envolve varias questões que envolve desde a formação inicial como também o espaço na instituição.

É necessário que na relação entre o objeto – sujeito o professor saiba lidar com as diferentes técnicas que possam vir a serem adotadas pelos alunos nas tarefas oferecidas e orientar qual a técnica que lhe fará chegar ao resultado lógico que possam dentro desse resultado associar como, por exemplo, a abordagem de problemas do dia a dia fazendo com que vejam em gráficos, figuras que possam representar o de forma que consigam entender o conceito que seria a tecnologia ali presente que muitas vezes é algo abstrato.

Nesse sentido, Bosch e Chevallard (1999, apud Amouloud 2007) usa o termo genérico manipulação para designar os diversos usos possíveis dos objetos ostensivos pelo sujeito e para diferencia- los dos não ostensivos, visto que os primeiros podem ser manipulados. Tendo em mente essa abordagem percebemos o quanto é necessário que o professor tenha uma formação com suas bases bem definidas, pois para que o processo de ensino aprendizagem se torne prazeroso é importante que o professor não só de Matemática mas como também de qualquer outra Disciplina, conheça bem o vai lecionar. Embora não explicitado no Ensino Superior mas seus conteúdos são base que nos sustentaram no exercício da profissão no Ensino Básico e, ao fazer o estudo praxeológico, essa relação ficou clara diante da hierarquia tarefas – técnicas –tecnologias –teorias.

Dentro desse estudo praxeologico encontrei sentido para perguntas que mim fiz no começo da minha Licenciatura, pois quando buscamos as raízes de uma simples tarefa abordada no Ensino Médio chegamos ao que estudamos na formação inicial quando achado a teoria que sustenta tal tarefa, é importante fazer essa ligação existente entre esses níveis de ensino para que se tornemos profissionais de bases solidas sabendo não só que algo é assim mais o por que dele existir.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa teve como objetivo central analisar o papel da análise praxeológica do conteúdo funções quadráticas como instrumento para reflexão acerca das conexões entre matemática da educação básica e matemática superior para chegarmos ao nosso objetivo partimos questão norteadora que foi: qual o papel da análise praxeológica de conteúdos da educação básica para possibilitar reflexões sobre as conexões entre a Matemática Básica e a Matemática Superior?

Diante desta questão Shulman(1986) nos fala *O professor não precisa apenas entender apenas que algo é assim, o professor deve ainda compreender por que é assim, porque razão sua validade pode ser afirmada, e sob quais circunstâncias nossa crença na sua justificação é enfraquecida e ate mesmo negada. Alem disso esperamos que o professor entenda porque determinado tópico é central para uma disciplina e outro é considerado periférico.(IBID, p.9(tradução nossa))* ou seja a justificação do que ensinamos no Ensino Básico é justamente o que aprendemos no Ensino Superior não basta o professor ensinar determinado conteúdo mecanicamente dizendo que é assim porque é assim, sendo necessário que ele compreenda cada etapa do que esta ensinando para que sua didática possa ser dinamizada pela sua intimidade com os conteúdos que ministra. Chevallard (2002) em sua teoria nos traz essas etapas com o estudo praxeológico fala de um saber- fazer, identificado por uma tarefa e uma técnica não é uma entidade isolada porque toda técnica exige em principio uma justificativa, isto é, um discurso lógico que lhe da suporte, chamado tecnologia.

Este trabalho contribui para que uma vez que entendamos a organização praxeológica como forma justificação ficara bem mais fácil o entendimento dos conteúdos estudados no Ensino Superior, pois passaremos a estudar tais conteúdos apenas como justificação para algo que já estudamos antes e não como algo novo que temos que aprendermos a demonstrar.

Esperamos que o presente trabalho sirva de reflexão acerca de como esta sendo a formação inicial diante dos conteúdos aos quais estudamos para que tantos outros professores possam vir a se aprofundarem no estudo praxeológico como forma de facilitação na percepção das conexões entre matemática básica e matemática superior.

Portanto concluímos, através do estudo praxeológico das funções quadráticas a relação existente entre matemática básica e a matemática superior entendo assim que existe um elo entre funções quadráticas e calculo diferencial e integral como forma de conexão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOU, SADDO AG. **Fundamentos da Didática da Matemática** / Saddo Ag Almouloud. - Curitiba: Ed. UFPR. 2007.

ARAÚJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau á luz da teoria antropológica do didático.** 2009. 290f. Tese(Doutorado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

BESSA DE MENEZES, M.. Praxeologia do Professor e do Aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau. Tese de Doutorado, UFPE, 2010.

BOGDAN, R. ; BIKLEN, S.**Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

CHEVALLARD, Y. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In. Brun, J. **Didática Das Matemáticas** Trad: Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

_____ L' analyse des pratiques enseignantes em Théorie Anthropologie Didactique. In: **Recherches em Didactiques de Mathématiques**, 1999. p. 221-266.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO. Sérgio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

IEZZI, G. MURAKAMI, C. Fundamentos de Matemática Elementar. Vol. 01. 8ª Edição 9ª Reimpressão. Editora Atual. São Paulo: 2004

SANTALÒ, Luiz A. Matemática para não matemáticos. In: PARRA, c.; SAIZ, I. (orgs). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicos.** Porto Alegre: Artmed, 1996.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15,n.2,p.4- 14,1986.