UEPB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

JOSÉ XAVIER DUTRA

A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO E SUAS DIVERSAS APLICAÇÕES

Campina Grande/ PB
2015

JOSÉ XAVIER DUTRA

A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO E SUAS DIVERSAS APLICAÇÕES

Trabalho de Conclusão apresentado no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva

Campina Grande/ PB
2015

D978f Dutra, José Xavier.
A formação do conceito de função e suas diversas aplicações [manuscrito] / José Xavier Dutra. - 2015.
67 p. : il. color.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2015.
"Orientação: Prof. Me. Fernando Luiz Tavares da Silva, Departamento de Matemática".

1. Funções. 2. Matemática. 3. Representação gráfica. I. Título.

21. ed. CDD 515.25

JOSÉ XAVIER DUTRA

A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO E SUAS DIVERSAS APLICAÇÕES

Trabalho de Conclusão apresentado no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva

Departamento de Matemática – CCT/ UEPB

Orientador

Profª. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes

Departamento de Matemática - CCT/ UEPB

Examinador

Profª.Ms. Núbia do Nascimento Martins

Departamento de Matemática – CCT/ UEPB

Examinador

Campina Grande, 01 de junho de 2016

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a todos os colegas do curso de Licenciatura que pesquisam nas origens históricas as dimensões de um conhecimento, especialmente a todos os admiradores da História da Matemática.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela realização deste trabalho, aos meus familiares, colegas e professores que não mediram esforços em me incentivar na serenidade e perseverança no decorrer do curso e, particularmente ao professor orientador Fernando Luiz Tavares da Silva pelo apoio material e científico para a construção desta obra.

RESUMO

Objetivo: o que define “função” a partir de dois conjuntos A e B dados e, construção de modelos funcionais de aplicações;
Metodologia: Pesquisa bibliográfica, com método indutivo para a representação; e
Resultados: Aprofundamento de conhecimentos, notadamente no que se refere à construção de modelos funcionais de aplicações.

Como um termo matemático, “função” introduzido por Leibniz em 1694, para descrever quantidades relacionadas a uma curva, é uma maneira de associar a cada valor do argumento x um único valor da função f (x). Em outras palavras, “função” só se define quando todo elemento de um conjunto A se corresponde com **um único** elemento de um conjunto B.

Este trabalho é uma síntese de diversos tipos de funções que, a partir de uma situação pontual, define-se uma lei de formação (regra) para aplicações generalizadas, dentro do mesmo universo, no tipo da função aplicada.

ABSTRACT

Objective: defining the "function" from two data sets A and B, and functional building application models;
Methodology: Bibliographic research with inductive method for the representation; and
Results: Deepening of knowledge, notably as regards the construction of models of functional applications.
As a mathematical term, "function" introduced by Leibniz in 1694, to describe amounts related to a curve, is a way to associate each argument value x a single value of f (x) function. In other words, "function" is defined only when all elements of a set A corresponds to one element of a set B.
This work is a synthesis of various types of functions, from a one-off situation, set up a training law (rule) for widespread applications within the same universe, the type of applied function.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

1.1.1 Os Infatigáveis Construtores de Tabelas

Os babilônios foram infatigáveis construtores de tabelas. Em plaquetas de argila, material de escrita que usavam, deixaram até tabelas de raízes quadradas e cúbicas. Uma plaqueta, por volta do ano 2000 a.C., por exemplo, traz uma tabela de n^3 + n^2, para n = 1, 2, 3, ..., 30.

n	$n^3 + n^2$
1	2
2	12
3	36
4	80
. . .	. . .
29	25230
30	27900

Obviamente essa tabela poderia ser associada à função definida em A = { 1, 2, 3, ... , 30} , cuja lei de correspondência é f (n) = n^3 + n^2. No entanto, como essa tábua foi provavelmente construída para permitir a resolução de equações do tipo n^3 + n^2 = c, pode ser que, com seu uso, os babilônios tenham tangenciado também a ideia de função inversa. De fato, a solução de n^3 + n^2 = 80 é 4 (como se vê na tabela), ou seja, é f^{-1} (80).

1.1.2 Galileu e a ideia de função

No período medieval pouco se acrescentou à formação do conceito de função, até porque o desenvolvimento desse conceito dependia muito de dois progressos científicos que só ocorreriam mais tarde. O primeiro, que teve como pioneiro o francês F. Viète (1540-1603), foi a criação da Álgebra Literal, que introduziu a linguagem das fórmulas na Matemática. O outro, devido principalmente a Galileu Galilei (1564-1642), foi a criação do moderno método científico, baseado na experimentação e na coleta de dados; da análise desses dados resultavam as leis básicas da Física, frequentemente traduzidas em funções. Era necessário estudar essas funções para aprofundar o conhecimento físico.

1.1.3 A moderna ideia de função

Na segunda metade do século XVIII, o matemático alemão G.W. Leibniz (1646-1716) introduzia a palavra função para designar uma quantidade variável de um ponto a outro de uma curva, como, por exemplo, a ordenada. Deve-se a Leibniz, ainda, a introdução das palavras constante e variável, com seus significados matemáticos atuais. No entanto, a notação $f = (x)$ para indicar uma função só seria introduzida em 1734 pelo grande matemático suíço L. Euler (1707-1783).

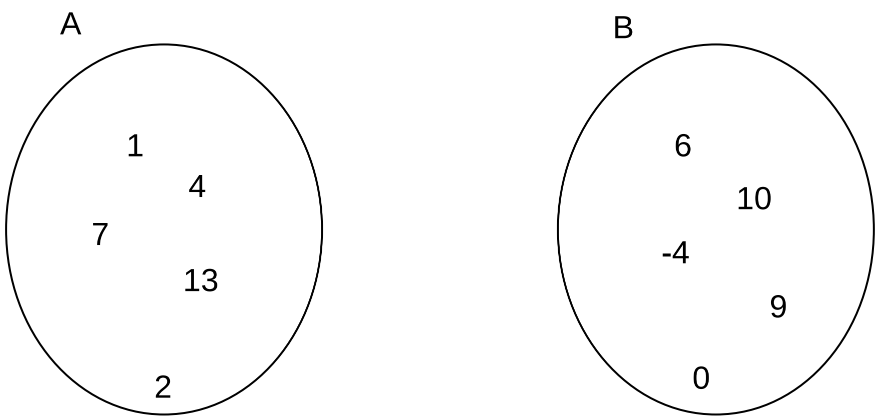
Em 1837, o matemático alemão P.G. Lejeune-Dirichlet (1805-1859) chegou perto da definição elementar moderna de função. Para isso, ele primeiro formulou a ideia de variável como um símbolo que representa indistintamente qualquer elemento de um conjunto de números. Depois caracterizou o conceito central: uma variável y se diz função de uma variável x, se, para todo valor atribuído a x, corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de y. Nesse caso, x denomina-se variável independente e y, variável dependente.

Com a criação da teoria dos conjuntos, nos fins do século XIX, tornou-se possível definir função da seguinte maneira: “sejam A e B conjuntos; uma parte f de A X B chama-se função de A em B se, para todo $x \in A$, existe um único $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Nessas condições, escreve-se $f: A \to B$ e $f(x) = y$”. Curiosamente, é por essa definição – talvez a mais moderna e rigorosa que a milenar tabela babilônica que mais se aproxima da ideia de função. De fato, basta considerar cada uma de suas linhas como um par ordenado (a segunda linha, por exemplo, o par, (2, 12) e identificar a tabela com o conjunto $f = \{ (1,2), (2,12), (3,36), ..., (30, 27\,900)\}$ que, no contexto em pauta, é uma função de {1, 2, 3, ..., 30} em IR.

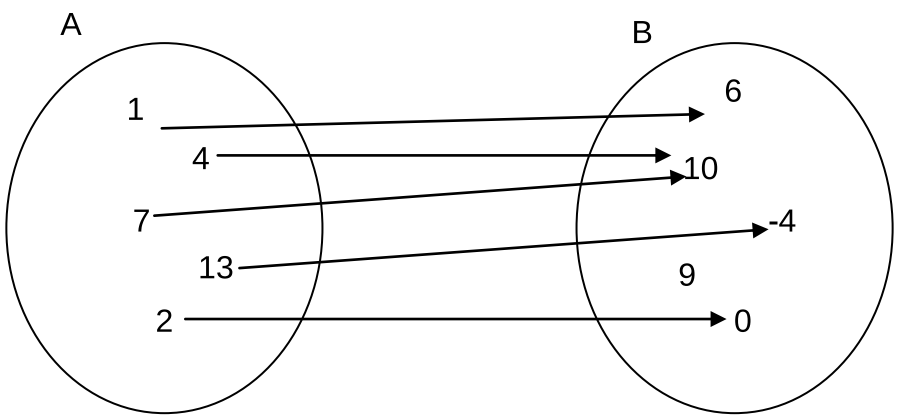
2. FUNÇÕES

2.1 Conceitos e exemplos

Sejam dois conjuntos numéricos A e B não vazios:



Construamos um conjunto de pares de números, sendo o primeiro número do par, do conjunto A e, o segundo número do par, do conjunto B.



C = {(1,6), (4,10), (7,10), (13,-4), (2,0)}

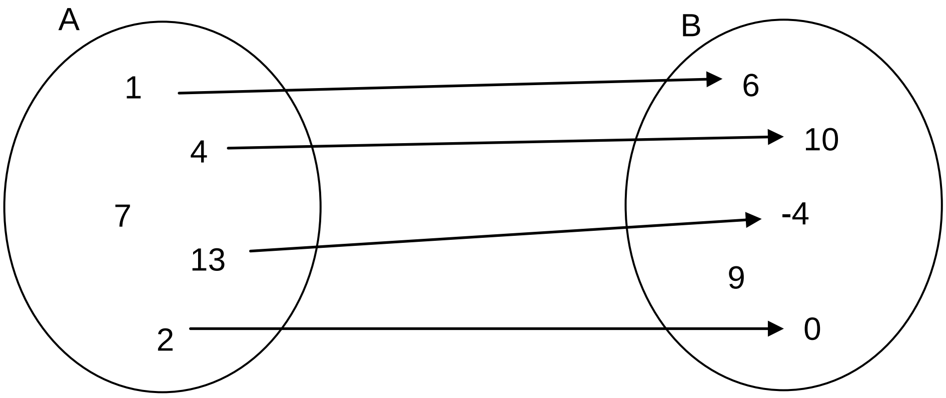
-Os pares de números do conjunto C estabelecem uma função.

-Suponhamos que os pares de números do conjunto C fossem:

(1,6), (4,10), (7,10), (4,9), (13,-4), (2,0), não definiriam uma função, tendo em conta que o elemento 4 do conjunto A está associado a dois elementos do conjunto B (ao 10 e 9)

-Se os pares do conjunto C fossem

(1, 6), (4, 10), (13, -4), (2,0)



não teríamos uma função porque o elemento 7 do conjunto A não está associado a nenhum elemento do conjunto B.

Ao conjunto A, que fornece o primeiro elemento de cada par, denominamos “domínio da função”, e o conjunto B, ao qual pertencem os segundos elementos de cada par, chamamos de “imagem da função”.

Definição: Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma relação f de A em B recebe o nome de função, definida em A com imagens em B se, e somente se, para “todo elemento de A” existe um só correspondente de B.

Chamando genericamente de x os elementos do conjunto A (domínio) e de y os elementos do conjunto B (imagem), dizemos que y é função de x, ou imagem de x pela função f.

Notação: $y = f(x)$

Exemplo 1: Verificar se o conjunto de pares {(3, 5), (2, 4), (5, 8), (6, 12), (7, 12), (8, 15)} constitui uma função. Caso seja, determine o domínio e o conjunto imagem da função.

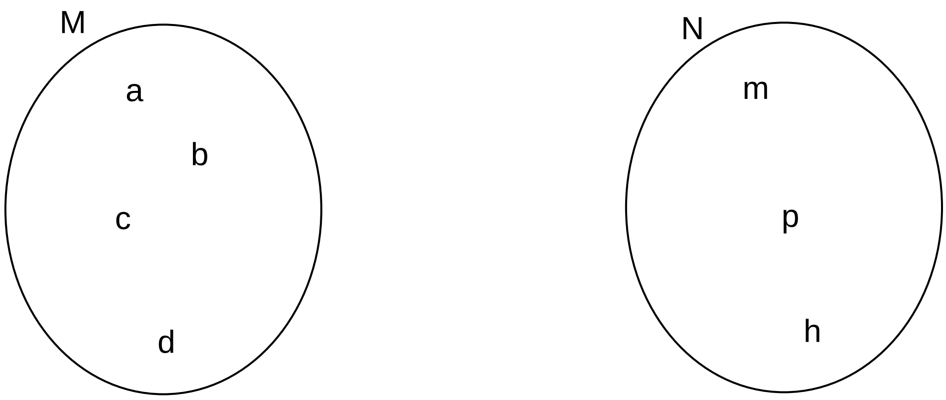
Solução

Esse conjunto de pares é uma função, pois cada elemento do primeiro conjunto aparece apenas uma vez e tem, portanto, apenas uma imagem.

-o domínio é: A = {3, 2, 5, 6, 7, 8}

-o conjunto imagem é: B = {5, 4, 8, 12, 15}

Exemplo 2: Dados os conjuntos abaixo: M e N



O conjunto C= {(a, m), (b, p), (d, h)} é uma função de M em N?

<u>Solução:</u>

O conjunto C não é uma função de M em N, pois o elemento c de M não está associado a nenhum elemento de N.

Exemplo 3: {(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6)} constitui uma função?

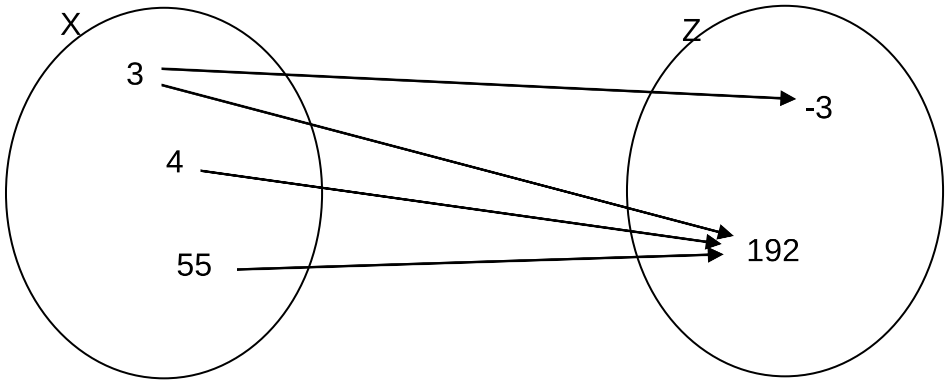
<u>Solução:</u>

Sim

-o domínio é: {1, 2, 3, 4, 5}

-o conjunto imagem é: {6}

Exemplo 4: A figura abaixo representa função?



<u>Solução:</u>

Não, pois o elemento 3 de x se corresponde com dois elementos de Z (-3 e 192).

2.2 Construção dos Pares com o auxílio de uma regra (lei)

De um modo geral, o conjunto “domínio” tem uma infinidade de elementos, tornando inviável a apresentação de todos os pares da função. Daí, a necessidade de se estabelecer regra (ou lei) que identifique todos os elementos que compõem o domínio da função.

<u>Por exemplo</u>

a) Seja A= {1, 2, 3, 4,...}

O conjunto dos pares (x, y) com x $\in$ A e y = 2x é uma função da qual não podemos escrever nominalmente todos os pares.

Nesse caso podemos definir uma lei que, implicitamente, identifica todos os pares da função.

<u>Isto é:</u> $f : x \longrightarrow 2x$, onde A (dom) = N*

e : f= {(x,y)/x $\in$ A, y $\in$ B e y= 2x} e, assim:

(1,2) é um elemento de f, pois 1 $\in$ A e 2 = 2 x 1

(0, 0) não é um elemento de f,pois 0 $\notin$ A

(23, 46) é um elemento de f, pois 23 $\in$ A e 46 = 2 x 23

(2, 5) não é elemento de f, pois 5 ≠ 2 x 2

b) A função f é dada pela regra y= $\sqrt{x^2 - 9}$, com domínio[1]

A = {x $\in$ IR / x ≤ -3 ou x ≥ 3}

Para que se tenha imagem é necessário que x^2 - 9 ≥ 0, o que é

[1] Matemática Básica Para Cursos Superiores- 1ª Ed. São Paulo. ATLAS, 2007. Silva, Elio Medeiros Silva, S.M – 2007, p.77. DA: Silva, Ermes Medeiros.

$\sqrt{2^2 - 9}$.

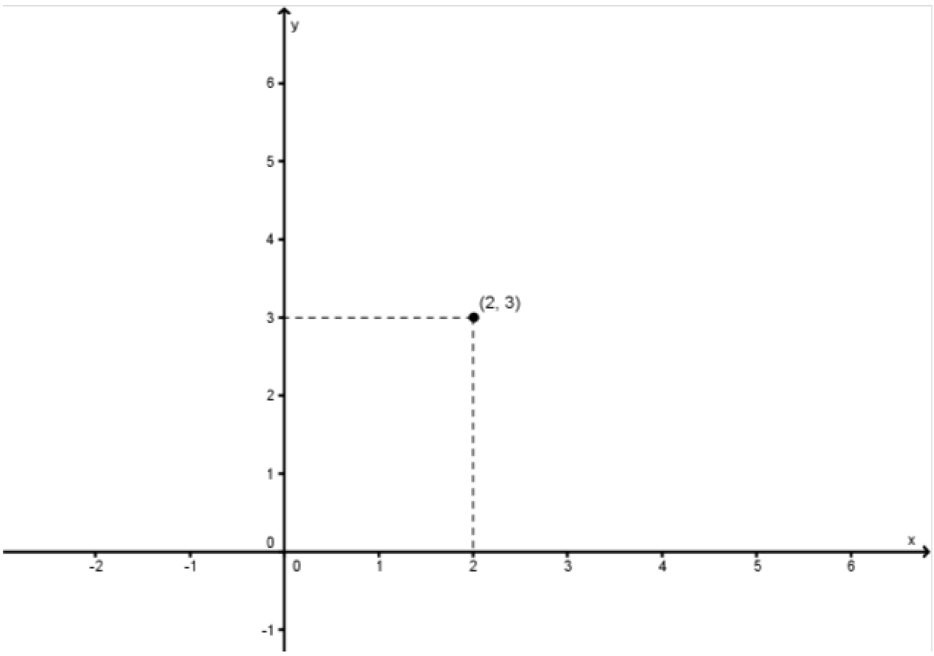
equivalente a considerar os elementos pertencentes a A, dado acima. Por exemplo, o par (2, 2) não é um elemento de f, pois não é possível, no conjunto dos números reais, calcular

3. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES

A cada par de números que compõe a função associamos um ponto em um sistema de eixos coordenados. O sistema mais comum é formado por um eixo horizontal e um eixo vertical, perpendicularmente entre si, que se interceptam em um ponto denominado origem, onde:

- O primeiro elemento do par é associado a um ponto no eixo horizontal e o segundo elemento é associado a um ponto no eixo vertical;
- O encontro das paralelas aos eixos por esses pontos identifica a representação gráfica de par funcional.

Exemplo: O gráfico do par (2, 3) é:



<u>Outros exemplos:</u> Representar graficamente as funções:

(I) f = {(0, 1), (3, 4), (4, 6)}

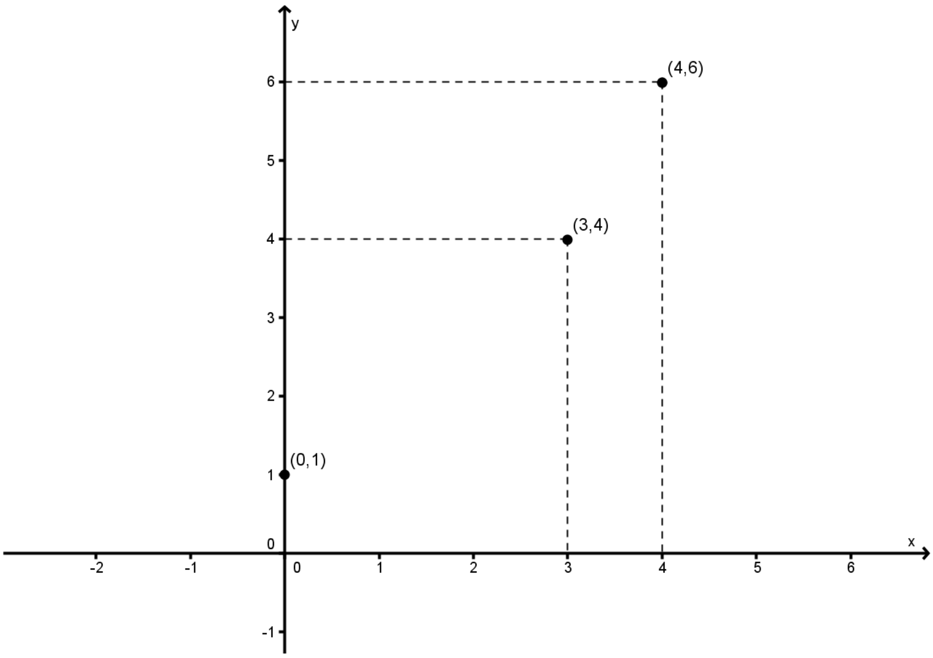
(II) y = x + 1, para x ϵ [-1, 3]

(III) y = X^2 - 3, para x $\geq$ -2

(IV) y = $\log_3 x$ para x > 0

<u>Soluções</u>

(I) f = {(0, 1), (3, 4), (4, 6)}

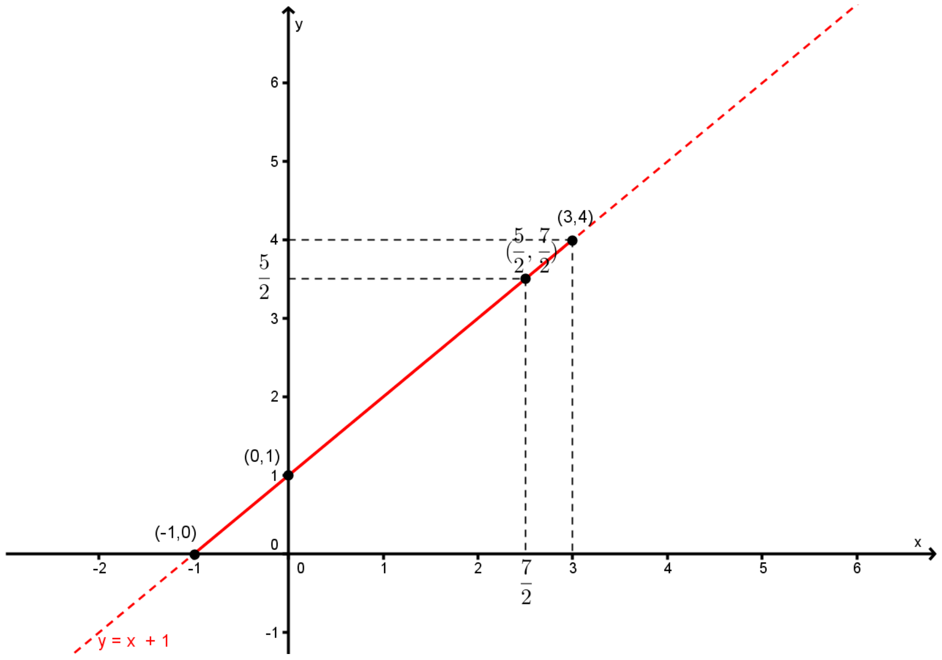


(II) y = x + 1, para x ϵ [-1, 3]

Como x tem infinitos elementos, faremos a representação de alguns pontos:

X	Y	(x, y)
-1	0	(-1,0)
0	1	(0, 1)
5/2	7/2	(5/7, 7/2)
3	4	(x, y)

Obs.: A identificação de apenas dois pontos já é suficiente para definir o gráfico dessa função (pois o gráfico é uma reta).

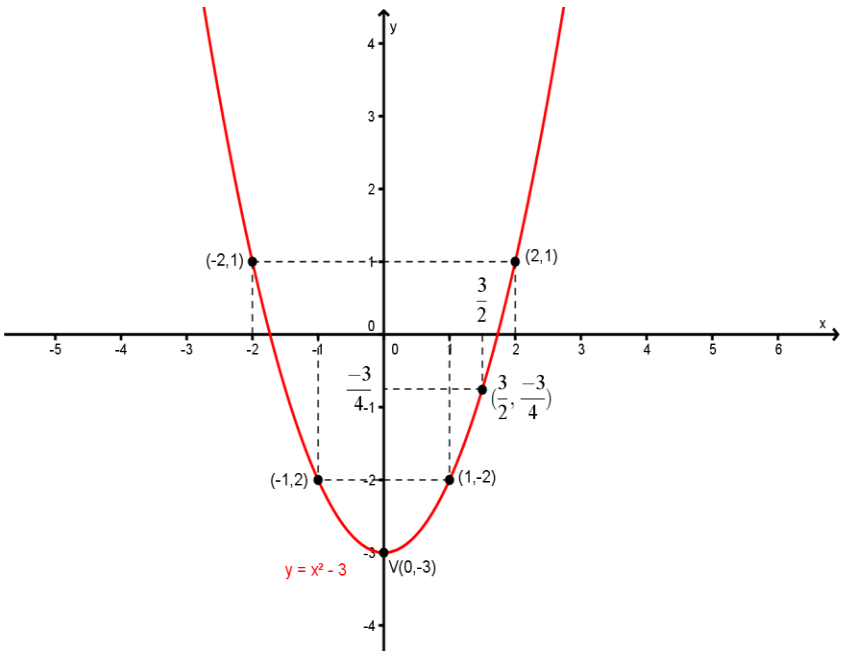


(III) $y = x^2 - 3$, para $x \geq -2$

Situação idêntica ao exemplo (II), onde x tem infinitos elementos:

X	Y	(x,y)
-2	1	(-2,1)
-1	-2	(-1,-2)
0	-3	(0,-3)
1	-2	(1,-2)
3/2	-3/4	(3/2,-3/4)
2	1	(2,1)

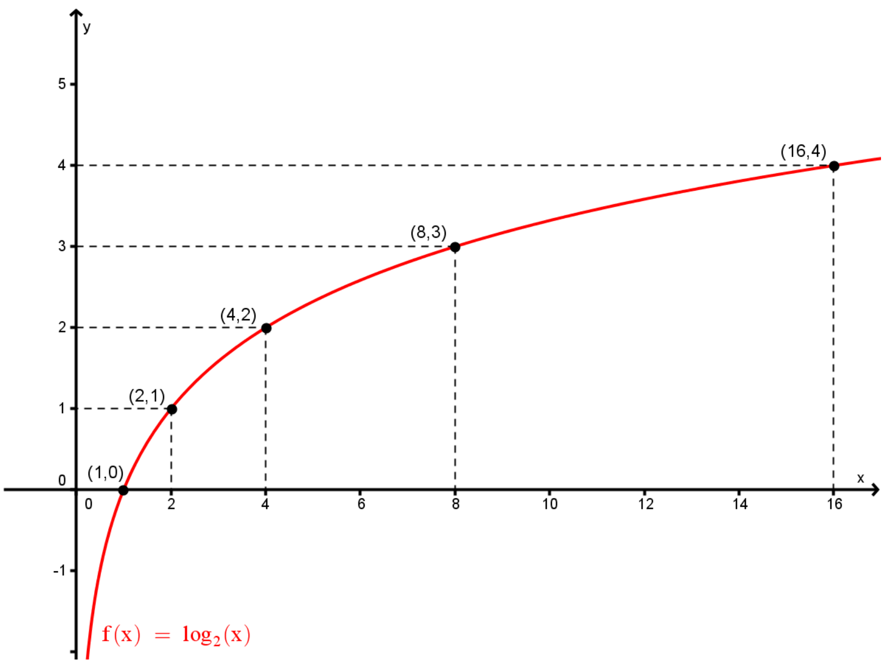
V (0,-3) é o vértice da parábola



(IV) $y = \log_2 x, para\ x > 0$

Analogamente aos exemplos (II) e (III), o domínio tem uma infinidade de pontos, dos quais representaremos alguns deles:

X	Y	(x,y)
1	0	(1,0)
2	1	(2,1)
4	2	(4,2)
8	3	(8,3)
16	4	(16,4)



4. APRESENTAÇÃO DE ALGUMAS FUNÇÕES IMPORTANTES

4.1 Generalidades

As funções estão presentes em todas as disciplinas, pois são empregadas desde as realidades mais simples até as mais complexas.

4.2 Função Linear

A função definida em IR pela lei $Y = ax + b$, onde a e b $\in$ IR, cujo gráfico é uma reta (função linear), pois a sua variação é constante, dada pelo valor de.

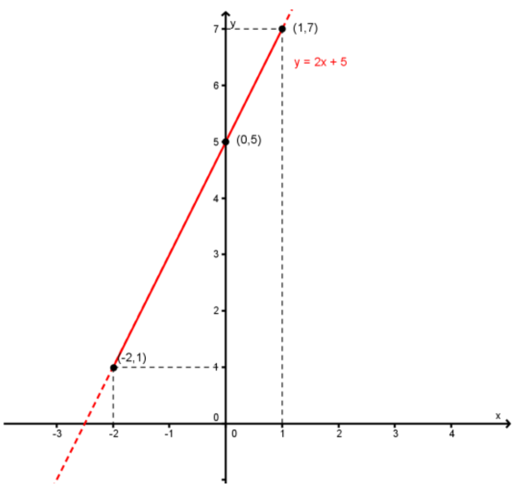
Exemplo 1

$$Y = 2x + 5,\ x \in \text{IR}$$

X	Y	(x, y)
0	5	(0,5)
1	7	(1,7)
-2	1	(-2,1

- O acréscimo de 1 (uma) unidade à variável x equivale a um aumento de 2 (duas) unidades na variável y (a = 2).

- A representação gráfica é:

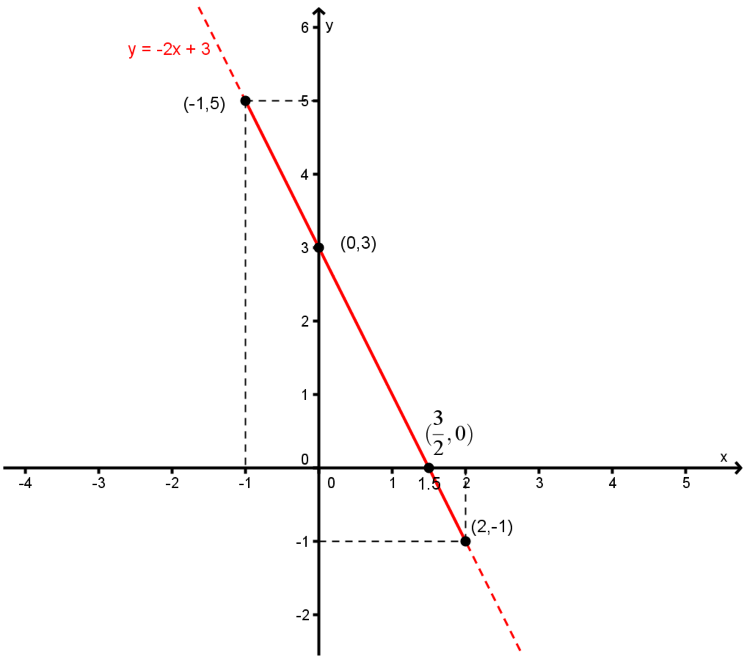


<u>Exemplo 2</u>

$Y = -2x + 3,\ x \in IR$

X	Y	(x, y)
-1	5	(-1,5)
0	3	(0,3)
3/2	0	(3/2,0)
2	-1	(2,-1)

- A cada unidade acrescida à variável x implica uma diminuição de 2 (duas) unidades na variável y (a = -2). Seu gráfico é:



Note que, conforme os gráficos anteriores, que o número b representa a interseção do gráfico com o eixo y (5 e 3), respectivamente:

- O número *a* define o declive do gráfico e, é chamado <u>coeficiente angular</u> da reta;
-O número *b* é denominado <u>coeficiente linear</u>.

4.3 Casos particulares da função Linear

1º) a = 0 [2]

A equação y = ax + b fica reduzida a y=b [3]

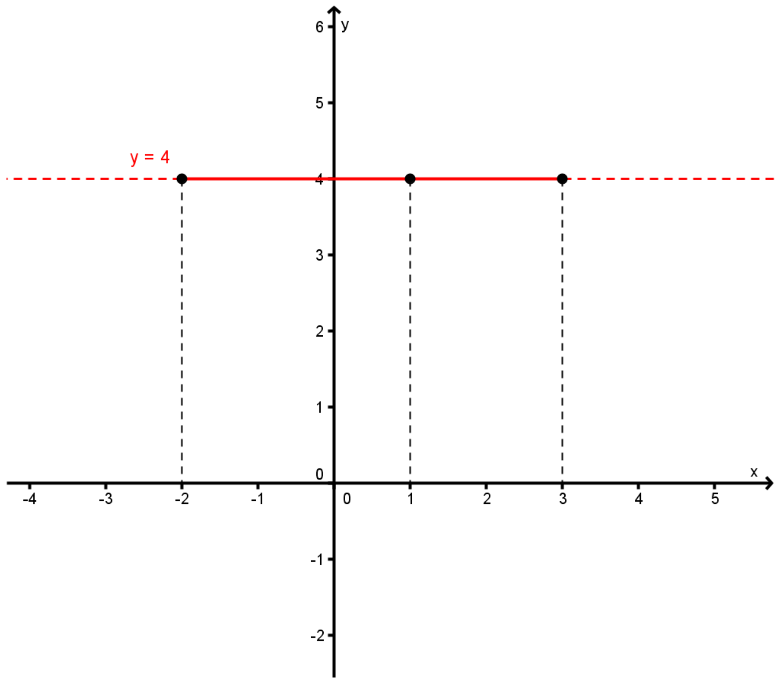
A função y = b é denominada de *<u>função constante</u>*, isto é, o valor de y não varia com a variação do valor de x. [4]

<u>Exemplo</u>:

$Y = 4, x \in IR$

X	Y	(x, y)
-2	4	(-2,4)
0	4	(0,4)
1	4	(1,4)
3	4	(3,4)

O gráfico é a reta horizontal, paralela ao eixo x e, passando pelo número 4 do eixo y.



---
[2] SILVA, S.M. 2007, p.85
[3] SILVA, S.M. 2007, p.85
[4] SILVA, S.M. 2007, p.85

2º) b = 0

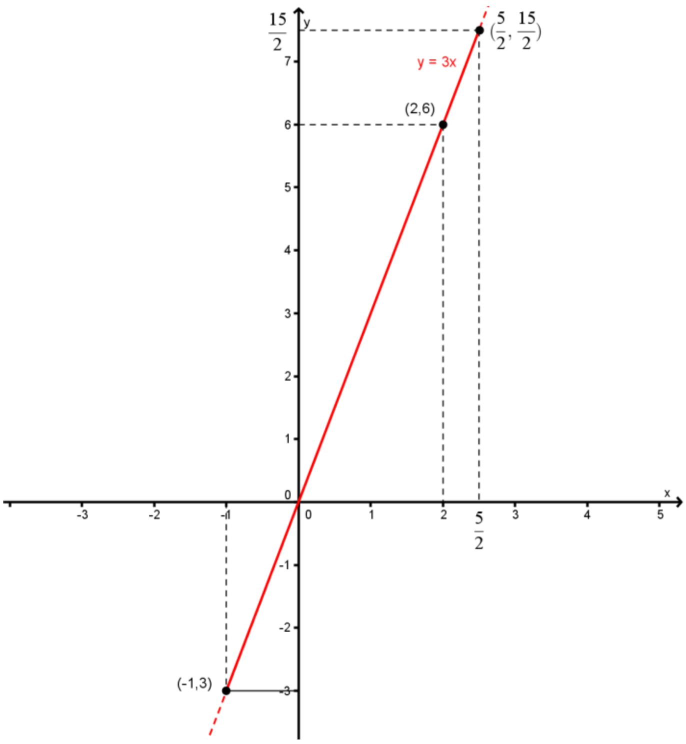
Quando b = 0, a equação $y = ax + b$ fica reduzida a $Y = ax$. [5]

<u>Exemplo</u>:

$Y = 3x$, $x \in$ IR

X	Y	(x, y)
-1	-3	(-1,-3)
0	0	(0,0)
2	6	(2,6)
5/2	15/2	(5/2,15/2)

-Seu gráfico é uma reta que contém a origem.



<u>Exercícios</u>

Representar graficamente as funções:[6]

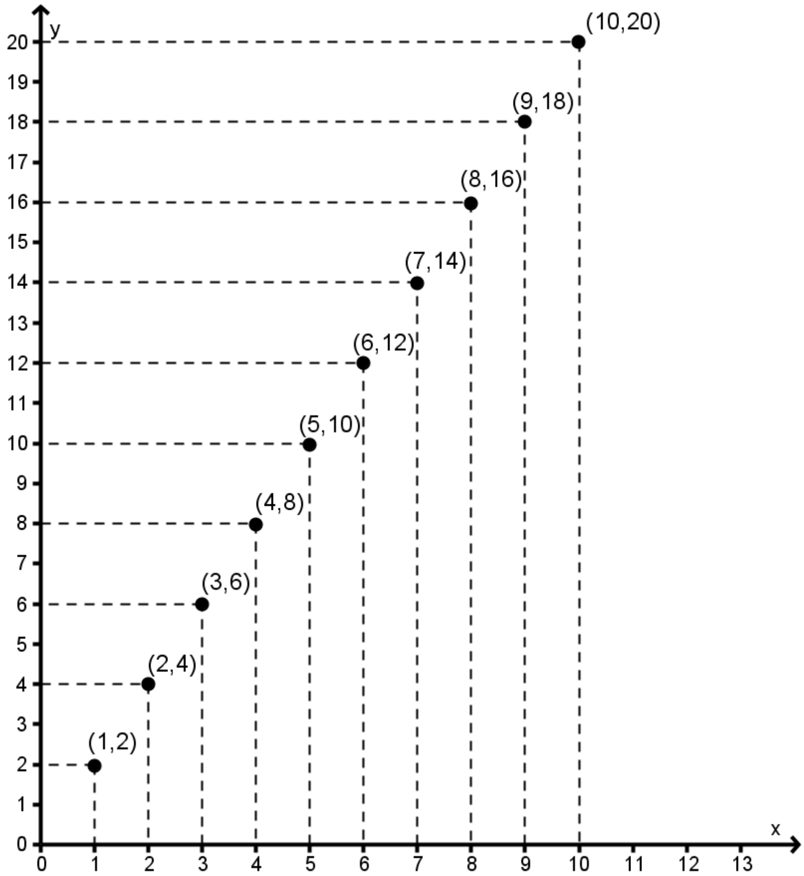
[5] SILVA, S.M. 2007, p.85
[6] SILVA, S.M. 2007, p.86

1. ϒ = 2x, para x ϵ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Solução:

ϒ = 2x, para x ϵ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

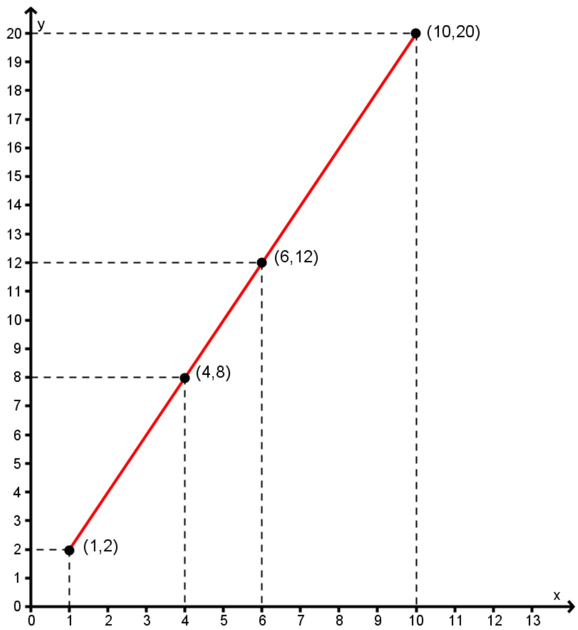
X	Y	(x, y)
1	2	(1,2)
2	4	(2,4)
3	6	(3,6)
4	8	(4,8)
5	10	(5,10)
6	12	(6,12)
7	14	(7,14)
8	16	(8,16)
9	18	(9,18)
10	20	(10,20)



2. ϒ = 2x, para x ϵ [1, 10] [7]

Solução

X	Y	(x, y)
1	2	(1,2)
4	8	(4,8)
6	12	(6,12)
10	20	(10,20)

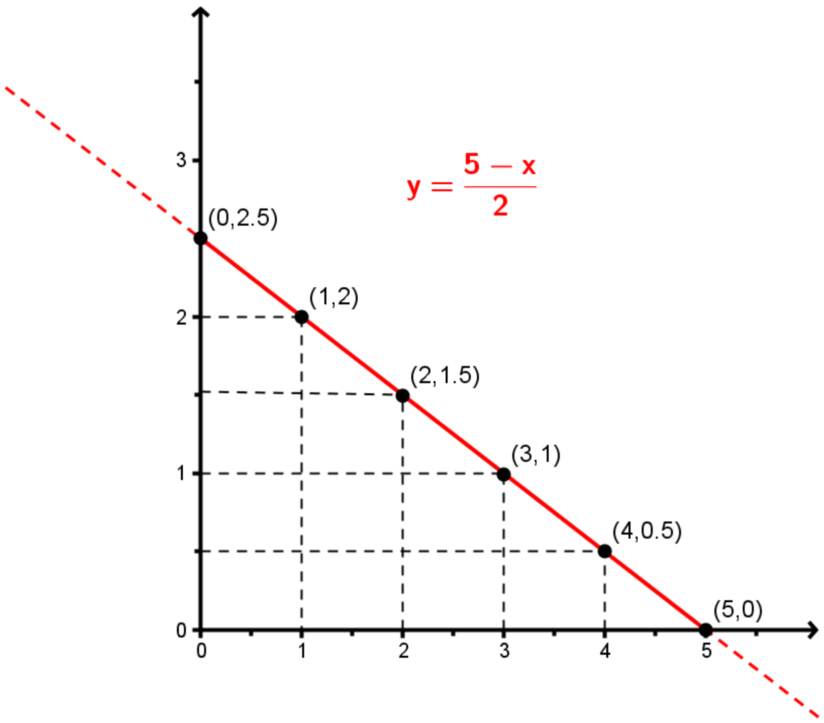


[7] SILVA, S.M. 2007, p.86

3. $Y = \frac{5-x}{2}$, para $x \geq 0$, $y \geq 0$ [8]

Solução:

X	Y	(x, y)
0	2,5	(0;2,5)
1	2	(1,2)
2	1,5	(2; 1,5)
3	1	(3,1)
4	0,5	(4;0,5)
5	0	(5,0)



4.4 Problemas envolvendo a função linear

1. Construir o gráfico, quando a regra da função é conhecida

Exemplo:

Construir o gráfico da função:

$$Y = 2x - 5, \text{ para } x \in \mathbb{R}$$

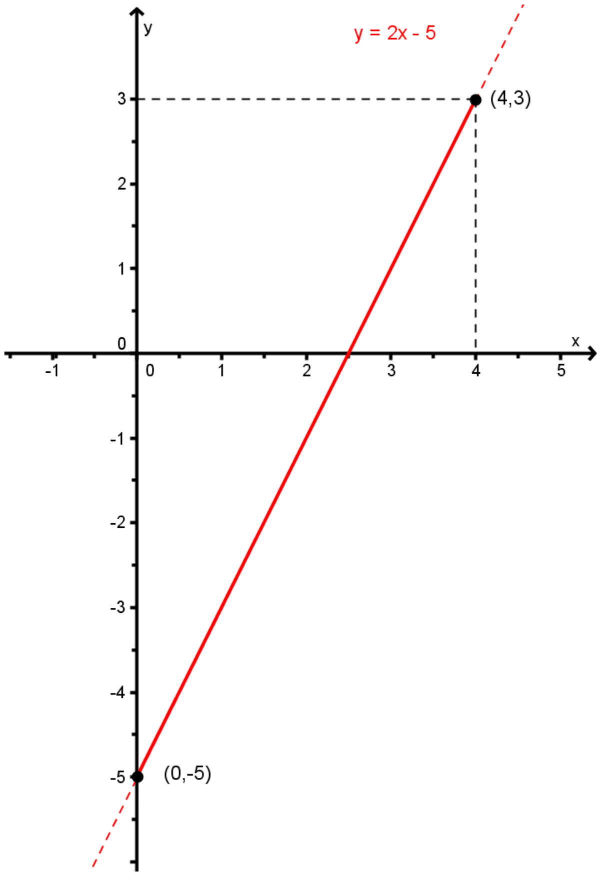
Solução:

Sabendo-se que o gráfico da função linear é uma reta, dois pontos já é suficiente para a sua construção:

$$Y = 2x - 5, \ x \in \mathbb{R}$$

[8] SILVA, S.M. 2007, p.86

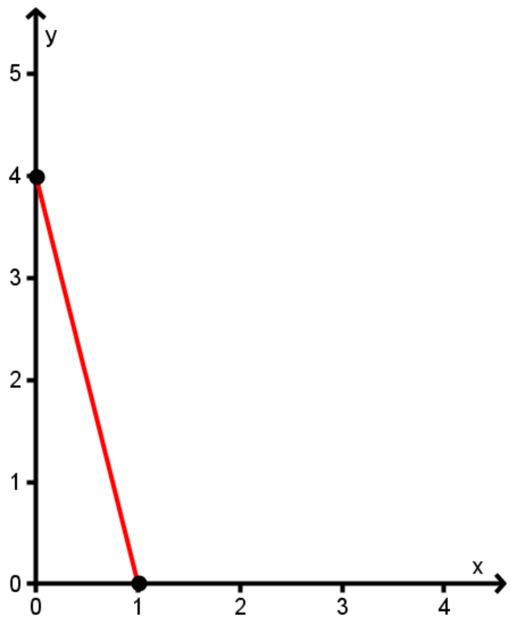
X	Y	(x, y)
0	-5	(0, -5)
4	3	(4,3)



2. Determinar a regra que define a função, quando o gráfico da função linear é conhecido ou, através de dois pontos.

Exemplo 1:

Dado o gráfico abaixo de uma função, escreva a lei que a define:



Solução

Precisamos determinar a e b na equação $y = ax + b$; O gráfico contém os pontos (0, 4) e (1, 0), isto é:

(0, 4) → se x = 0 → y = 4 → 4 = a.0 + b
(1, 0) → Se x = 1 → y = 0 → 0 = a.1 + b

Resolvendo o sistema $\begin{cases} a.\ 0 + b = 4 \\ a.1 + b = 0, \end{cases}$

Teremos: a.0 + b =4
0 + b = 4
b = 4

e a.1 + b = 0
a + 4 = 0
a = -4

Substituindo a e b em y = ax + b, temos: y = -4x + 4

Exemplo 2:

Determine a equação que define a função cujo gráfico contém os pontos M = (-1, 0) e N = (3, 4).

Solução:

M = (-1, 0) → x = -1, y = 0
-1a + b = 0

N = (3, 4) → x = 3, y = 4
3a + b = 4

$$\begin{cases} -1a + b = 0 & (-1) \\ 3a + b = 4 & (1) \end{cases}$$

$a - \cancel{b} = 0$

$\underline{3a + \cancel{b} = 4}$

$4a = 4$

$a = 1$

$-1a + b = 0$

$-1.(1) + b = 0$

$-1 + b = 0$

$b = 1$

Resp.: $y = x + 1$

3. Determinar o Ponto de Interseção das Retas

O ponto onde as retas se encontram é o ponto representante da solução do sistema das duas equações.

__Exemplo__:

Qual o ponto da interseção das retas: $y = 2x – 3$ e $y = x + 1$?

__Solução__:

Resolvendo o sistema $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = x + 1 \end{cases}$

Temos:

$$\begin{cases} 2x - y = 3 & (1) \\ x - y = -1 & (-1) \end{cases}$$

$2x - y = 3$

$\underline{-x + y = 1}$

$x = 4$

$y = x + 1$

$y = 4 + 1$

$y = 5$

Resp.: O ponto comum às retas é P = (4, 5), isto é, o ponto P = (4, 5) pertence às duas retas.

Exercícios Propostos

1. Construir a equação da reta (regra) que contém os pontos: P = (-3, -5) e Q = (-1, 0). [9]

Solução

P = (-3, -5) → x = -3, y = -5 → -3a + b = -5
Q = (-1, 0) → x = -1, y = 0 → -1a + b = 0

$$\begin{cases} -3a + b = -5 & (1) \\ -1a + b = 0 & (-1) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} -3a + \cancel{b} = -5 \\ \underline{a - \cancel{b} = 0} \\ -2a \quad = -5 \\ a = 2,5 \end{array}$$

Resp.: y = 2,5x + 2,5 ou $y = \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}$

2. Determinar o ponto de interseção das retas : y = 0,5x + 1 e y = x - 1

Solução:

$$\begin{cases} y = 0,5x + 1 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

0,5x + 1 = x – 1
x – 0,5x = 1 + 1
0,5 x = 2
x = 4

y = x – 1
y = 4 – 1
y = 3

Resp.: P= (4, 3)

[9] SILVA, S.M. 2007, p.88

4.5 Aplicações- Construção de Modelos Lineares

Exemplo 1:

Um atleta se encontra a 2.000 m do ponto final de uma corrida. Sabendo que sua velocidade média é de 4m/s, encontre:

a) O modelo linear que define a distância do atleta para o final da corrida em função do tempo, a partir do local onde se encontra.
b) O domínio da variável tempo.

Solução:

a) Distância inicial: 2.000m
Redução da distância p/s: 4m
Total reduzido na distância em t segundos: 4t
Distância após t segundos:
$d = 2.000 - 4t$

b) Quando o atleta chegar ao final da corrida, a distância será zero e, então:

$$d = 0 \rightarrow 2.000 - 4t = 0$$
$$4t = 2.000$$
$$t = 500 \text{ s},$$

isto é, o *domínio da função* é dado por: $0 \leq t \leq 500$

Exemplo 2:

Uma máquina de bordar tem 12 cabeças, isto é, é capaz de bordar em 12 camisetas ao mesmo tempo.[10]

[10] SILVA, SM. 2007, P.96

A máquina é comandada por um computador. O operador demora 30 minutos para inicializar a máquina (ligar a máquina, ligar o computador, carregar o programa etc.). A cada 10 minutos a máquina completa uma operação com os 12 desenhos.

a) Descrever a produção de peças desenhadas pela máquina a partir das 8 horas da manhã, até as 12 horas, em função do tempo.[11]

b) Qual o domínio da variável tempo?

c) Qual é a quantidade de bordados produzidos até as 11 horas?

Solução:

a) t = (total de minutos após as 8 horas)

t – 30 = (tempo de operação da máquina)

$\frac{t-30}{10}$ = (número de operações da máquina)

$(\frac{t-30}{10})$ x 12 = (número de bordados produzidos no tempo t)

Chamando de Q a quantidade de bordados produzidos num tempo t teremos:

$$Q = (\frac{t-30}{10}) \times 12 = \frac{12t-360}{10} \rightarrow Q = 1{,}2\,t - 36$$

b) $30 \leq t \leq 240$ (intervalo que faz sentido para o cálculo da produção).

c) 11:00 – 8:00 = 3:00 = 180 min

→ Q = 1,2 (180) – 36

→ Q = 216 – 36

→ Q = 180 bordados.

Equivalente a :

02 : 30 → 150 min → $\frac{150}{10}$ x 12 = 180 bordados

[11] SILVA, SM. 2007, P.96

PROBLEMAS PROPOSTOS:

1. Um grupo tem 50 pessoas. Um coordenador que não faz parte do grupo escolhe uma delas e propõe uma pergunta. Se a pessoa acertar a resposta, pode ir para casa, e tem o direito de escolher um amigo, que também deixará o recinto.[12]

Construir um modelo linear que descreva:

a) O número de pessoas que deixam o recinto, em função do número de respostas certas.[13]

b) O número de pessoas que ficam no recinto, em função do número de respostas certas.

c) O domínio da variável número de respostas certas.

d) Após cinco respostas certas, qual o número de pessoas na sala?

Soluções:

a) x → números de respostas certas

y→ número de pessoas que deixam o recinto.

Modelo funcional $y = 2x$.

b) $y = 51 - 2x$

c) $0 \leq x \leq 25$

d) $y = 51 – 2 (5) = 41$

2. Uma construtora tem um terreno e calculou que gastará um total de 100.000 tijolos para construir o muro que o cercará. Após construí-lo, acredita que precisará de 10.000 tijolos por semana para a construção de casas no terreno.

a) Construir um modelo linear que descreva o número de tijolos necessários para as obras, inclusive os do muro, em função do número de semanas decorridas a partir do término do muro.

b) Após quatro semanas, qual é a quantidade utilizada de tijolos?

[12] SILVA, SM. 2007, P.98
[13] SILVA, SM. 2007, P.98 e 101

c) Se estiver prevista a construção de 20 casas no terreno, e cada casa consumir 20.000 tijolos, qual o domínio da função construída no item (a) ?

Soluções:

a) x = número de semanas após o término do muro

y= número de tijolos

Modelo funcional: y = 100.000 + 10.000 x

b) y = 100.000 + 10.000 . 4 = 140.000

c) Em 1 semana → 10.000 . 1 = 10.000 → $\frac{1}{2}$ casa → 20: $\frac{1}{2}$ = 40 semanas

Domínio: $0 \leq x \leq 40$

4.6 Aplicações da função linear

1. Sejam $A = \{0,1,2,3,4,5\}$, $B = \{-1, 1,3,5,7,9\}$ e $f: A \to B = \{(0,-1),(1,1),(2,3),(3,5),(4,7),(5,9)\}$, determine a lei de formação entre seus elementos.

Resolução

$$\boxed{y = ax + b}$$

$(ou\ f(x) = ax + b)$ → forma padrão da função linear.

$(0,-1) \to$ p/ $x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow 0.a + b = -1 \to$

$0 + b = -1$

$\boxed{b = -1}$

$0.a + (-1) = -1$

$0.a = -1 + 1$

$\boxed{0.a = 0}$

↑

Indeterminado

$(1,1) \rightarrow$ p / $x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 1.a + b = 1 \Rightarrow \boxed{a + b = 1}$

$(2,3) \rightarrow$ p / $x = 2 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow 2.a + b = 3 \Rightarrow \boxed{2a + b = 3}$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$$

$a + b = 1$	$2a + b = 3$	$b = 1 - a$
$b = 1 - a$	$2a + (1 - a) = 3$	$b = 1 - 2$
	$2a + 1 - a = 3$	$b = -1$
	$a = 3 - 1$	
	$a = 2$	

Lei de formação $\rightarrow y = ax + b \rightarrow y = 2x + (-1) \rightarrow \; y = 2x - 1$

2. Identificada a lei de formação da questão anterior $(y = 2x - 1)$, façamos agora a confirmação de todos os pares de números de $f: A \rightarrow B$.

Solução

p/$x = 0 \Rightarrow y = 2.0 - 1 = 0 - 1 = -1 \rightarrow (0, -1) \rightarrow$ 1º par.

p/$x = 1 \Rightarrow y = 2.1 - 1 = 2 - 1 = 1 \rightarrow (1, 1) \rightarrow$ 2º par.

p/$x = 2 \Rightarrow y = 2.2 - 1 = 4 - 1 = 3 \rightarrow (2, 3) \rightarrow$ 3º par.

p/$x = 3 \Rightarrow y = 2.3 - 1 = 6 - 1 = 5 \rightarrow (3, 5) \rightarrow$ 4º par.

p/$x = 4 \Rightarrow y = 2.4 - 1 = 8 - 1 = 7 \rightarrow (4, 7) \rightarrow$ 5º par.

p/$x = 5 \Rightarrow y = 2.5 - 1 = 10 - 1 = 9 \rightarrow (5, 9) \rightarrow$ 6º par.

3. Calcule x ou y em cada par ordenado na função definida no item 1 acima, para:

$$f: A \rightarrow B = \{ (\sqrt[5]{8},\ y) ,\ (x ; 0,3\bar{5}) \}.$$

Solução

$\rightarrow \underline{y = 2x - 1}$

p/$x = \sqrt[5]{8} \Rightarrow y = 2 . \sqrt[5]{8} - 1 = 2\sqrt[\cancel{5}]{2^{\cancel{5}}} - 1 = 2 . 2 - 1 = 4 - 1 = 3 \rightarrow y = 3$

p/$y = 0,3\bar{5} \Rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow 2x = y + 1 \Rightarrow x = \frac{y+1}{2} \Rightarrow$

$y = 0,3\bar{5} = 0,3555 \ldots \Rightarrow 10 . y = 10 . 0,3555 \ldots \Rightarrow 10y = 3,555 \ldots$ (1)

$\Rightarrow 100y = 100 . 0,3555 \ldots \Rightarrow 100y = 35,555 \ldots$ (2)

(2) – (1) = $\begin{cases} 100y = 35,555 \ldots \\ \underline{-10y = 3,555 \ldots} \end{cases} \Rightarrow \quad 90y = 32,000 \ldots$

$y = \frac{32}{90}$

$\Rightarrow x = \frac{y+1}{2} = \frac{\frac{32}{90}+1}{2} = \frac{\frac{16}{45}+1}{2} = \frac{\frac{16+45}{45}}{2} = \frac{\frac{61}{45}}{2} = \frac{61}{45} . \frac{1}{2} = \frac{61}{90} \rightarrow \quad x = \frac{61}{90}$

Logo, $f : A \rightarrow B = \left\{ \left(\sqrt[5]{8},\ 3 \right) , \left(\frac{61}{90} ; 0,3\bar{5} \right) \right\}$

4. Identifique os elementos dos conjuntos A e B, sabendo que $f : A \rightarrow B = \left\{ (sen^2 a + cos^2 a, y), \left(x, sen\ \frac{\pi}{6} \right) \right\}$ e a lei de formação é definida por $y = -5x + 2.$

Resolução

p/

$x = sen^2 a + cos^2 a \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -5\,.1 + 2 = -5 + 2 = -3 \Rightarrow y = -3 \rightarrow \rightarrow (1, -3)$

p/

$y = sen\,\frac{\pi}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = -5x + 2 \Rightarrow -5x = \frac{1}{2} - 2 \Rightarrow 5x = -\frac{1}{2} + 2 \Rightarrow \quad \Rightarrow 5x = \frac{-1+4}{2} \Rightarrow 5x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}\,.\frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{3}{10} \rightarrow \left(\frac{3}{10}, \frac{1}{2}\right)$

Logo, $A = \left\{1, \frac{3}{10}\right\}$ e $B = \left\{-3, \frac{1}{2}\right\}$.

5. Um bolão de jogos de loteria foi rateado em quotas. Para participar do bolão, cada apostador pagava $R\$\ 3{,}00$ de comissão e mais $R\$\ 5{,}00$ por cada quota adquirida. Defina a lei de formação para custos e, responda:

a) Se Roberto comprou 3 quotas, quanto pagou?

b) Quanto Mariana pagou, tendo adquirido 6 quotas?

Resoluções

Lei de formação →
$\begin{cases} \text{comissão: } 3 \\ \text{quota: } 5 \\ \text{total de quotas: } x \\ \text{total a pagar: } y \rightarrow y = 5x + 3 \end{cases}$

$a) \begin{cases} x = 3 \\ y = ? \end{cases}$

$y = 5\,.3 + 3$

$y = 15 + 3$

$y = 18$

Resp.: Roberto pagou $R\$\ 18{,}00$.

$b) \begin{cases} x = 6 \\ y = ? \end{cases}$

$y = 5.6 + 3$

$y = 30 + 3$

$y = 33$

Resp.: Mariana pagou $R\$\ 33{,}00$

5. FUNÇÃO QUADRÁTICA

5.1 Generalidades

É toda função da forma igual ou equivalente a y = a$x^2 + bx + c$, cujo domínio é IR, com a, b, c $\in$ IR e a ≠ 0

Exemplo:

Na função y = 2x^2 – 5x + 2, temos : a= 2, b= -5, c= 2, o seu gráfico é o da figura abaixo:

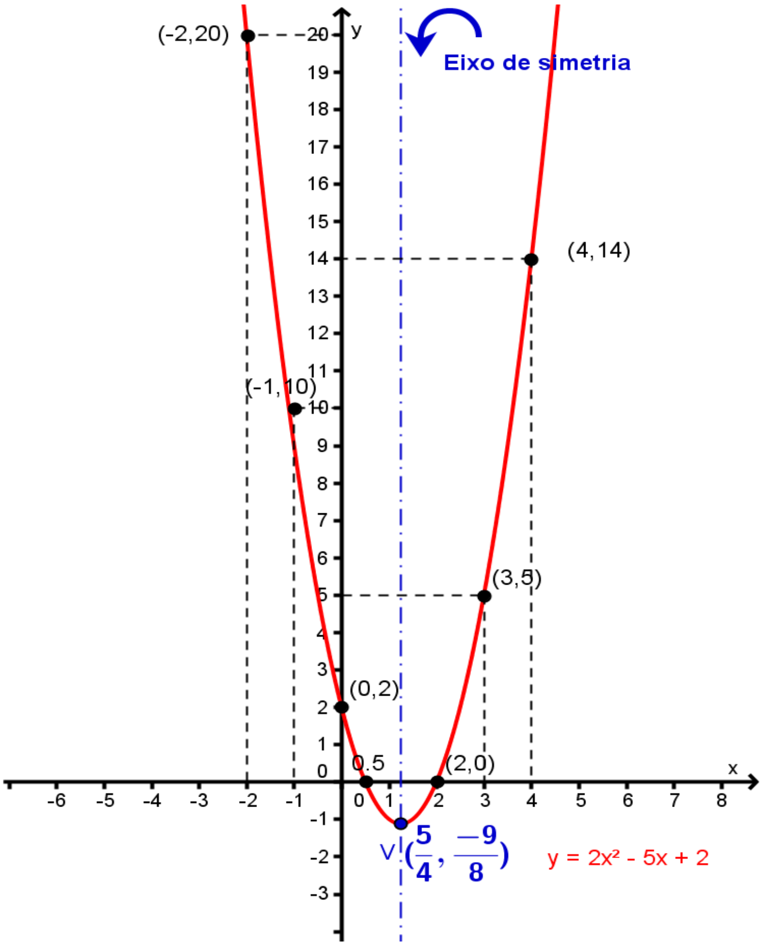
X	-2	-1	0	1	5/4	2	3	4
Y	20	10	2	-1	-9/8	0	5	14
(x, y)	(-2,20)	(-1,10)	(0,2)	(1,-1)	(5/4, -9/8)	(2,0)	(3,5)	(4,14)

Onde, o vértice é V ($\frac{-b}{2a}$, $\frac{-\Delta}{4a}$), isto é :

Xv = $\frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2(2)} = \frac{5}{4}$ e

Yv = $\frac{-[(-5)^2 - 4\,(2)(2)]}{4\,(2)} = \frac{-(25-16)}{8} = \frac{-9}{8}$

Logo, V = ($\frac{5}{4}$, $\frac{-9}{8}$)



e, sendo $\Delta = (-5)^2 - 4\ (2)\ (2) = 25 - 16 = 9$

$$x1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{9}}{2(2)} = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{9}}{2(2)} = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

5.2 Construção da Parábola

Observe que a parábola do exemplo acima interceptou o eixo y no ponto 2 e interceptou o eixo x nos pontos $\frac{1}{2}$ e 2 e, que o ponto mais baixo, o vértice, tem coordenadas s $\frac{5}{4}$ e $-\frac{9}{8}$

Para que a parábola fique bem definida é necessário que primeiramente identifiquemos estes pontos, conforme roteiro abaixo:

a) Interseção com o eixo y:

- a parábola intercepta o eixo y quando a abcissa (x) for igual a zero e, portanto:

x= 0 → y = 2 $(0)^2$ – 5 (0) + 2

y = 0 – 0 + 2

y = 2 → ponto (0,2)

b) Interseções com o eixo x

- a parábola intercepta o eixo x, quando a ordenada (y) for igual a zero e, portanto;

y = 0 → 2x^2 - 5x +2 = 0

Resolvendo a equação,

Temos: $x_1 = \frac{1}{2}$ e $x_2 = 2$ → pontos ($\frac{1}{2}$, 0) e (2, 0)

c) O vértice da parábola:

- O vértice tem como coordenada os pontos: $\frac{-b}{2a}$ e $\frac{-\Delta}{4a}$ e, portanto : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2(2)} = \frac{5}{4}$

$y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-[(-5)^2 - 4\,(2)(2)}{4(2)} = \frac{-(25-16)}{8} = -\frac{9}{8}$ → $V = (\frac{5}{4}\ ,\ -\frac{9}{8})$

d) eixo de simetria :

- o eixo de simetria vertical passa pelo x do vértice ($\frac{5}{4}$) que também é a média aritmética das raízes da equação, ou seja:

$$Xv = \frac{x1+x2}{2} = \frac{\frac{1}{2}+2}{2} = \frac{\frac{1+4}{2}}{2} = \frac{\frac{5}{2}}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

5.3 Aplicação – Construção de Modelos Funcionais[14]

Exemplo:

[14] SILVA, SM. 2007, P.109, 110

Uma pessoa tem R$ 20.000,00 para aplicar por dois meses. Consultando várias opções de investimento, concluiu que a taxa mensal de juros compostos varia de 0,8% a 2,0% ao mês, dependendo da instituição e do risco do investimento.

a) Descrever o juro que o investidor pode receber por essa aplicação como função da taxa de juro i escolhida.

b) Descrever o montante(M) que o investidor recebe após os dois meses de aplicação do capital, como função da taxa de juros.

<u>Soluções</u>:

a) Juro no 1º mês: i% de 20.000,00, isto é : $20.000{,}00i$

Juro no 2º mês: i % sobre o montante (capital + juro), ou seja:

$(20.000{,}00 + 20.000{,}00i)i = 20.000{,}00i + 20.000{,}00i^2$

$$\text{Total: } j = \underbrace{20.000{,}00i}_{1^{\circ}\text{ mês}} + \underbrace{(20.000{,}00i + 20.000{,}00i^2)}_{2^{\circ}\text{ mês}}$$

$j = 40.000{,}00i + 20.000{,}00i^2$, com $0{,}008 \leq i \leq 0{,}02$.

O juro é uma função quadrática da taxa de juros.

b) $\begin{cases} M = c + j \\ c = 20.000{,}00 \\ j = 40.000{,}00i + 20.000{,}00i^2 \end{cases}$ [15]

$$M = 20.000{,}00 + (40.000{,}00i + 20.000{,}00i^2)$$

$$M = 20.000{,}00 + 40.000{,}00i + 20.000{,}00i^2,$$

Modelo funcional de montante com $0{,}008 \leq i \leq 0{,}02$.

O montante que o investidor receberá é uma função quadrática da taxa de juros.

<u>Exercícios Propostos</u>

[15] SILVA, SM. 2007, P.109

Construir, usando os procedimentos estudados os gráficos das seguintes funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 4x + 3$, $x \in$ IR;

b) $y = -x^2 + \frac{-6}{5}x + 1$, $x \in$ IR.

Soluções

a) { $y = x^2 - 4x + 3$, $x \in$ IR

- ponto da parábola que faz interseção com o eixo y :

$X = 0 \rightarrow y = (0)^2 - 4\,(0) + 3 \rightarrow y = 3$, P= (0,3)

-pontos da parábola que são comuns com o eixo x:

$$y = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.3}}{2.1} \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \rightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$\rightarrow x1 = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$\rightarrow x2 = \frac{4+2}{2} = 3$$

R= (1,0) , S= (3,0)

- Vértice da parábola

$$V = \left(\frac{-6}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

$$X = \frac{-6}{2a} = \frac{-(-4)}{2.1} = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2$$

$$y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4.1} = \frac{-4}{4} \rightarrow y = -1$$

$$V = (2, -1)$$

- Eixo da simetria vertical:

O eixo de simetria vertical passa por x_v (2).

- Posição da parábola:

Como a > 0 (a = 1), o vértice da parábola é ponto de mínimo.

<u>Síntese de alguns pontos da parábola:</u>

x	-1	0	1	3	2	4	5
y	8	3	0	0	-1	3	8
(x,y)	(-1,8)	P= (0,3)	R=(1,0)	S=(3,0)	V=(2,-1)	(4,3	(5,8)

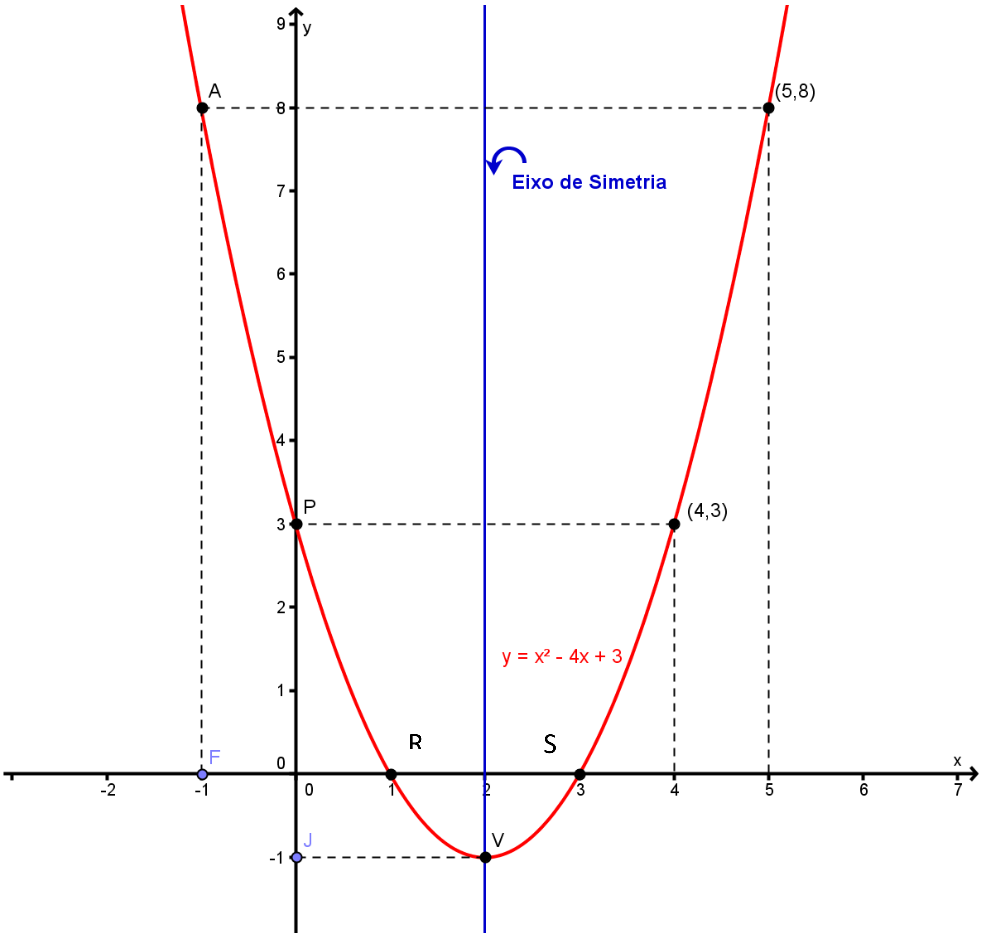


Gráfico da função $y = x^2 - 4x + 3$

b) { $y = -x^2 - \frac{6x}{5} + 1$, x Є IR

- Ponto da curva que intercepta o eixo y :

X= 0 → $y = -(0)^2 - \frac{6}{5}(0) + 1 \rightarrow y = 1$, P= (0,1)

- Pontos da parábola que cruzam com o eixo x:

$Y = 0 \rightarrow -x^2 - \frac{6}{5}x + 1 = 0$

$-5x^2 - 6x + 5 = 0$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4.(-5).(5)}}{2.(-5)}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 100}}{-10}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{136}}{-10}$$

$$x = \frac{6 \pm 11{,}6}{-10} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6-11{,}6}{-10} = 0{,}56 \\ x_2 = \frac{6+11{,}6}{-10} = -1{,}76 \end{cases}$$

R= (0,56; 0) , S (-1,76; 0)

- *Vértice do gráfico:*

$V = (\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$

$X = \frac{-b}{2a} = \frac{-(\frac{-6}{5})}{2.(-1)} = \frac{\frac{6}{5}}{-2} = \frac{6}{5} \cdot (\frac{-1}{2}) \rightarrow x = \frac{-3}{5}$

$Y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{\frac{-136}{25}}{4\,(-1)} = \frac{-136}{25} \cdot (\frac{-1}{4}) \rightarrow y = \frac{34}{25}$

$V = (\frac{-3}{5}, \frac{34}{25})$

- *Eixo de simetria vertical:*

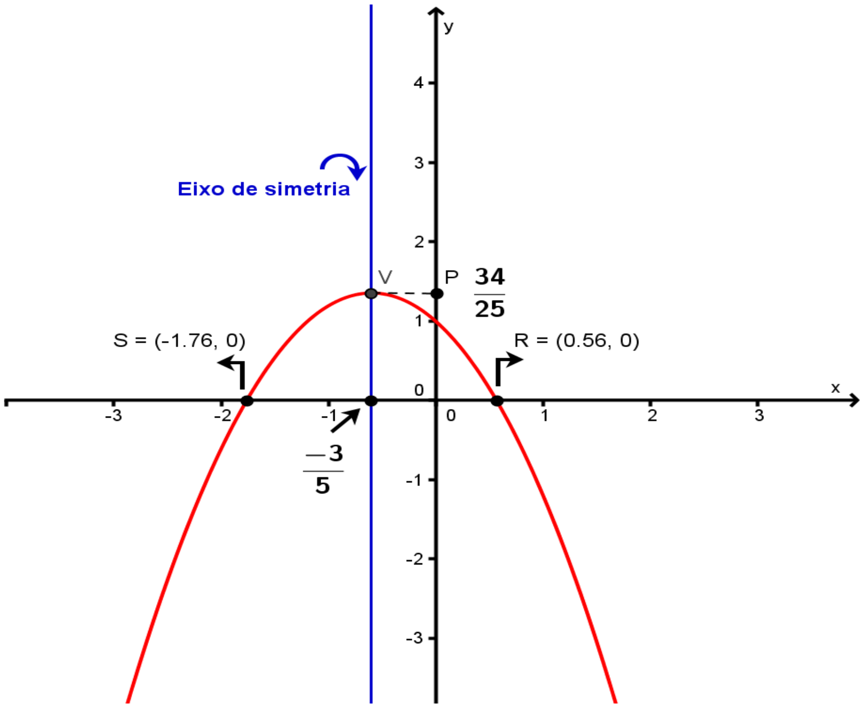
O eixo de simetria vertical passa por xv $(\frac{-3}{5})$

- *Posição da parábola:*

Como a < 0 (a = -1), o vértice da parábola é ponto de máximo.

Síntese de alguns pontos da parábola:

x	Y	(x,y)
-,176	0	S=(-1,76,0)
$\frac{-3}{5}$	$\frac{34}{25}$	$V = \frac{-3}{5}, \frac{34}{25}$
0	1	P=(0,1)
0,56	0	R=(0,56,0)



Problemas Propostos

1. Expressar a área de um círculo em função de seu raio r. Qual é o domínio da função?[16]

16 SILVA, SM. 2007, P.110

Solução

$\begin{cases} Y = \text{área do círculo} \\ X = \text{raio do círculo} \end{cases}$

Modelo funcional: $y = \pi r^2 \rightarrow$

$\rightarrow y = 3{,}14x^2$, com $x > 0$

2. Se o modelo funcional que descreve a demanda de um bem em função do preço é $q = \frac{12-P}{2}$, e lembrando que R = P x q, determine o modelo funcional que descreve a receita em função da quantidade comercializada.[17]

Solução

$\begin{cases} Q = \text{quantidade comercializada} \\ R = \text{receita pela venda} \end{cases}$

$Q = \frac{12-P}{2} \rightarrow 12 - P = 2q \rightarrow \underline{P = 12-2q}$

$R = P \times q = (12 - 2q)\, q \rightarrow R = 12q - 2q^2$,

Modelo funcional: $R = 12q - 2q^2$, com $q \geq 0$

5.4 Aplicações da Função Quadrática (ou função do 2º grau)

(c/ inclusão da função linear)

1. Sabendo que os pontos $(1,4), (2,-3)$ e $(3,-16)$ pertencem a uma parábola, determine a lei de formação que define a função desta parábola e, em seguida, confirme a existência dos pontos acima.

Resolução

$y = ax^2 + bx + c$ $\quad (ou\ f(x) = ax^2 + bx + c) \rightarrow$ forma padrão da função Quadrática

[17] SILVA, SM. 2007, P.112

$(1,4) \rightarrow$ p/$x = 1 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow a.1^2 + b.1 + c = 4 \Rightarrow \quad a + \ \ b + c = 4$

$(2,-3) \rightarrow$ p/$x = 2 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow a.2^2 + b.2 + c = -3 \Rightarrow \quad 4a + 2b + c = -3$

$(3,-16) \rightarrow$ p/$x = 3 \Rightarrow y = -16 \Rightarrow a.3^2 + b.3 + c = -16 \Rightarrow \quad 9a + 3b + c = -16$

$$\begin{cases} a + \ \ b + \ c = \ \ 4 \\ 4a + 2b + \ c = -3 \\ 9a + 3b + \ c = -16 \end{cases}$$

$a + b + c = 4$

$c = 4 - a - b$

$4a + 2b + c = -3$

$4a + 2b + (4 - a - b) = -3$

$4a + 2b + 4 - a - b = -3$

$3a + b = -3 - 4$

$3a + b = -7$

$9a + 3b + c = -16$

$9a + 3b + (4 - a - b) = -16$

$9a + 3b + 4 - a - b = -16$

$8a + 2b = -16 - 4$

$8a + 2b = -20$

$4a + b = -10$

$$\begin{cases} 3a + b = -7.(1) \\ 4a + b = -10.(-1) \end{cases}$$

$3a + b = -7$

$\underline{-4a - b = 10}$

$(-1).(-a) \quad = 3 \ .(-1)$

$a \ = -3$

$3a + b = -7$

$3.(-3) + b = -7$

$-9 + b = -7$

$b = 9 - 7$

$b = 2$

$c = 4 - a - b$

$c = 4 - (-3) - 2$

$c = 4 + 3 - 2$

$c = 5$

Lei de formação $\rightarrow y = ax^2 + bx + c \rightarrow \quad y = -3x^2 + 2x + 5$.

Confirmação dos pontos $(1,4), (2,-3)$ e $(3,-16)$:

$y = -3x^2 + 2x + 5$

p/$x = 1 \Rightarrow y = -3.1^2 + 2.1 + 5 \Rightarrow y = -3\,.1 + 2 + 5 \Rightarrow y = -3 + 2 + 5 \Rightarrow y = 4$

$\rightarrow\ (1,4) \rightarrow$ 1º ponto.

p/$x = 2 \Rightarrow y = -3\,.2^2 + 2\,.2 + 5 \Rightarrow y = -3\,.4 + 4 + 5 \Rightarrow y = -12 + 4 + 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = -3 \rightarrow\ (2,-3) \rightarrow$ 2º ponto.

p/$x = 3 \Rightarrow y = -3\,.3^2 + 2\,.3 + 5 \Rightarrow y = -3\,.9 + 6 + 5 \Rightarrow y = -27 + 6 + 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = -16 \rightarrow (3,-16) \rightarrow$ 3º ponto.

1.Sabendo que Camila e Tiago, seu irmão mais novo, tem juntos 11 anos de idade e que o resultado do produto de suas idades é 28 anos, responda:

a) Qual a idade de cada um deles?
b) Em que ano a idade de Tiago era 50% da idade de Camila?
c) Daqui a quantos anos a idade de Tiago será 75% da idade de Camila?
d) Em 2023 quanto por cento representará a idade de Tiago em relação à de Camila?
e) Quanto por cento representará a idade de Tiago em relação à de Camila em 2108?
f) Observando que, com o decorrer dos anos, o percentual da idade de Tiago, em relação à idade de Camila, vai crescendo, se eles não morressem, em que ano a idade de Tiago seria 100% da idade de Camila?
Justifique a sua resposta.

Resoluções

$$a)\begin{cases} -\text{idade de Tiago: } x \\ -\text{idade de Camila:} y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x\,.\,y = 28 \end{cases}$$

$x + y = 11$
$y = 11 - x$

$x\,.\;y = 28$

$x(11 - x) = 28$

$11x - x^2 = 28$

$-x^2 + 11x - 28 = 0$

$x^2 - 11x + 28 = 0$

$x = \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4.1.28}}{2.1}$

$x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 112}}{2}$

$x = \frac{11 \pm \sqrt{9}}{2}$

$x = \frac{11 \pm 3}{2}$

$x' = \frac{11-3}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$x'' = \frac{11+3}{2} = \frac{14}{2} = 7$

Resp.: Logo, a idade de Tiago "x" é 4 anos e a idade de Camila "y" é 7 anos.

$(y = 11 - x = 11 - 4 = 7)$.

$b)$ $-$idade de Tiago antes de 2015: $4 - a$

$-$ idade de Camila antes de 2015: $7 - a$

$4 - a = 50\%\,.(7 - a)$

$4 - a = \frac{50}{100}\,.(7 - a)$

$4 - a = \frac{1}{2}\,.(7 - a)$

$8 - 2a = 1.(7 - a)$

$8 - 2a = 7 - a$

Resp.: Há 1 (um) ano atrás, isto é, <u>em 2014</u>, pois:

Tiago tinha: $4 - a = 4 - 1 = 3$ anos e

Camila tinha: $7 - a = 7 - 1 = 6$ anos

e$\rightarrow$ 50% de $6 = 3$ $\left(\frac{50}{100}.6 = \frac{1}{2}.6 = 3\right)$.

$a - 2a = 7 - 8$

$(-1).(-a) = -1.(-1)$

$a = 1$

$c)\begin{cases} -\text{ idade de Tiago depois de 2015: } 4 + m \\ -\text{ idade de Camila depois de 2015: } 7 + m \end{cases}$

$4 + m = 75\% . (7 + m)$

$4 + m = \frac{75}{100} . (7 + m)$

$4 + m = \frac{3}{4} . (7 + m)$

$16 + 4m = 3 . (7 + m)$

$16 + 4m = 21 + 3m$

$4m - 3m = 21 - 16$

$m = 5$

Resp.: Daqui a 5 anos.

Pois, Tiago terá: $4 + m = 4 + 5 = 9$ anos e

Camila terá: $7 + m = 7 + 5 = 12$ anos

e→ 75% de $12 = 9$

$\left(\frac{75}{100} . 12 = \frac{3}{4_1} . 12^3 = \frac{9}{1} = 9\right)$

$d)$ Em 2023, Tiago terá: $4 + (2023 - 2015) = 4 + 8 = 12$ anos

e, Camila terá: $7 + (2023 - 2015) = 7 + 8 = 15$ anos

$p(\%) = ?$

$12 = 15 . p$

$p = \frac{12}{15}$

Resp.: A idade de Tiago representará 80%

da idade de Camila, pois, 80% de

80% de $15 = 12$ $\left(\frac{80}{100} . 15\right) = \left(\frac{4}{5_1} . 15^3 = 12\right)$

$p = \frac{4}{5}$

$p = 0{,}80 = \frac{80}{100} = 80\%$

$e)$ Em 2108, Tiago terá: $4 + (2108 - 2015) = 4 + 93 = 97$ anos

e, Camila terá: $7 + (2108 - 2015) = 7 + 93 = 100$ anos

p$(\%)$ $=?$

$97 = 100.p$

$p = \frac{97}{100}$

$p = 97\%$

Resp.: A idade de Tiago representará 97% da idade de Camila, pois, 97% de $100 = 97$

$\left(\frac{97}{100}.100 = 97\right)$

$f)$ Em nenhum ano, pois para a idade de Tiago ser 100% da idade de Camila, eles teriam que ser da mesma idade e, isso nunca vai acontecer.

6. OUTRAS FUNÇÕES IMPORTANTES

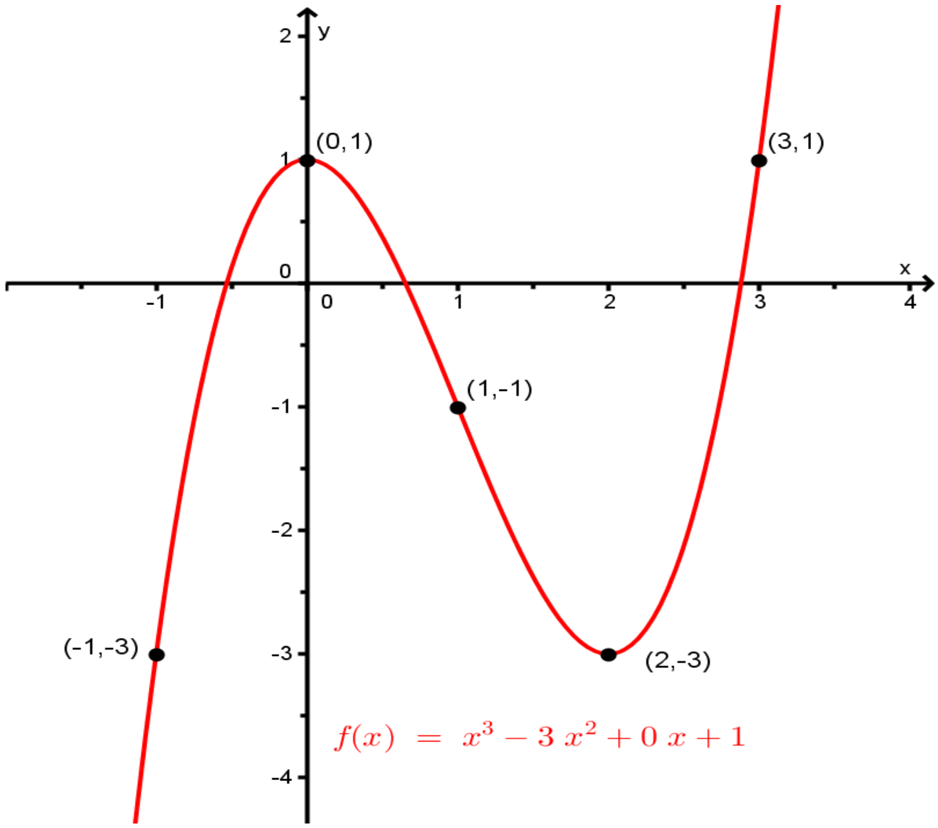
6.1 Polinômios de Grau Superior a 2

Exemplo

$Y = x^3 - 3x^2 + 1$, com x Є IR, é um polinômio do 3º grau.

Gráfico: tomamos valores arbitrários para x e calculamos o valor de y:

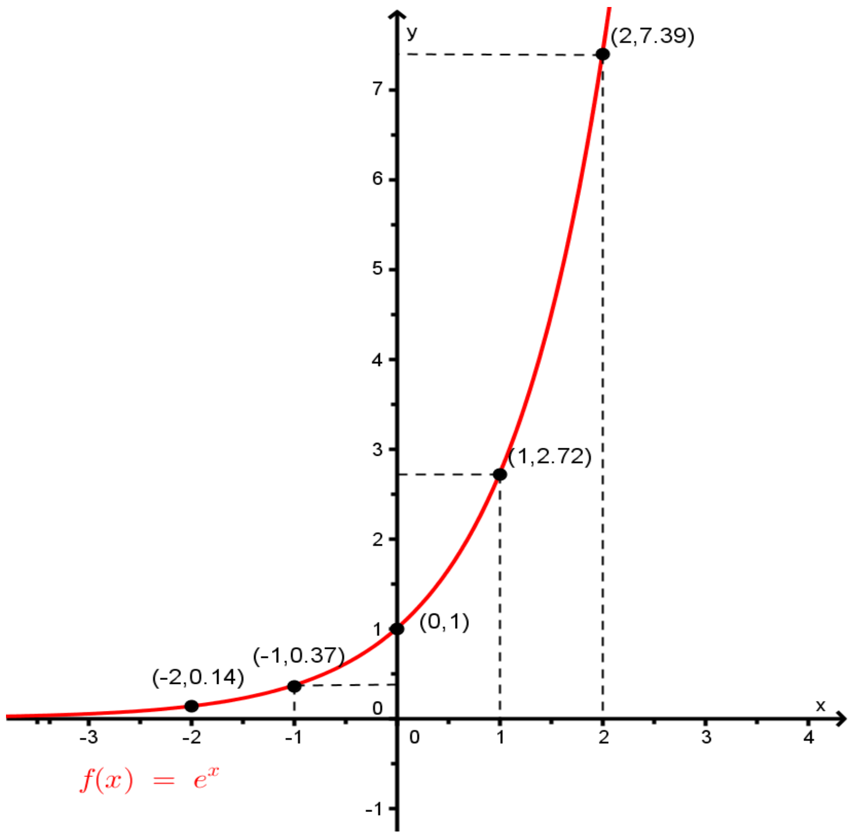
x	-1	0	1	2	3
y	-3	1	-1	-3	1
(x,y)	(-1,-3)	(0,1)	(1,-1)	(2,-3)	(3,1)



6.2 Função Exponencial de Base "e"

É a função dada por $y = e^x$, com x Є IR, onde e é a base do sistema de logaritmos naturais (e ≅ 2,72).[18]

X	-2	-1	0	1	2
Y	0,14	0,37	1	2,72	7,39
(x,y)	(-2;0,14)	(-1; 0,37)	(0,1)	(1;2,72)	(2;7,39)



6.3 <u>Aplicações da função exponencial</u>

1. Sabendo-se que na função $f(x) = m.3^x$, sendo m uma constante real e $f(1) = \frac{1}{2}$, determine:

[18] SILVA, SM. 2007, P.115

$a)\ f(2)$

$b)\ f(-3)$

$c)\ f\left(\frac{1}{2}\right)$

<u>Resoluções</u> $\rightarrow \{\ f(x) = m.3^x\ ,\ x = 1\ \ e\ f(1) = \frac{1}{2}$

$$f(1) = m.3^1 = \frac{1}{2} \Rightarrow m.3 = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2} : 3 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{m = \frac{1}{6}}\ .$$

$a)\ \{\ f(2),$

$$f(2) = \frac{1}{6} . 3^2 = \frac{1}{\cancel{6}_2} \cancel{9}^3 = \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{f(2) = \frac{3}{2}}\ .$$

$b)\ \{\ f(-3),$

$$f(-3) = \frac{1}{6} \cdot 3^{-3} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3^3} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{27} = \frac{1}{162} \rightarrow \boxed{f(-3) = \frac{1}{162}}\ .$$

$c)\ \{\ f\left(\frac{1}{2}\right),$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6} \cdot 3^{1/2} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{6} \rightarrow \boxed{f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{6}}\ .$$

1. Em um laboratório verificou-se que o número de um certo tipo de bactéria triplicava a cada hora. No momento em que começaram as observações, haviam 38 bactérias.

   $a)$ Construa uma tabela que represente a evolução de bactérias nos seguintes intervalos de tempo: 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4 horas, 5 horas e 6 horas.

$b)$ Determine a lei de formação que relaciona o número de bactérias (b) em função do tempo (t).

Resoluções

$a)$

1h→ $3 \times 38 = 114$
2h→ $3 \times 114 = 342$
3h→ $3 \times 342 = 1\,026$

4h→ $3 \times 1026 = 3\,078$
5h→ $3 \times 3078 = 9\,234$
6h→ $3 \times 9234 = 27\,702$

tempo(t)	0	1	2	3	4	5	6
nºde bactérias(b)	38	114	342	1026	3078	9234	27702

$b)$ Momento inicial → $38 = 3^0 .38 \quad (= 1 .38 = 38 \quad)$
1h → $114 = 3^1 .\ 38 \ (= 3 .38 = 114 \quad)$
2h→ $342 = 3^2 .\ 38 \ (= 9.38 = 342 \quad)$
3h→ $1\,026 = 3^3 .\ 38 \ (= 27.38 = 1\,026 \ )$
4h→ $3\,078 = 3^4 .\ 38 \ (= 81.38 = 3\,078 \ )$
5h→ $9\,234 = 3^5 .\ 38 \ (= 243.38 = 9\,234)$
6h→$27\,702 = 3^6 .\ 38 \ (= 729.38 = 27\,702)$.

Logo, a lei de formação $\boxed{\text{é} \quad b = 38.3^t}$, $(t \rightarrow$ tempo em horas$)$.

2. Qual será o número de bactérias, no problema anterior, na 23^{a} hora? (Indicar a expressão em forma de potência).

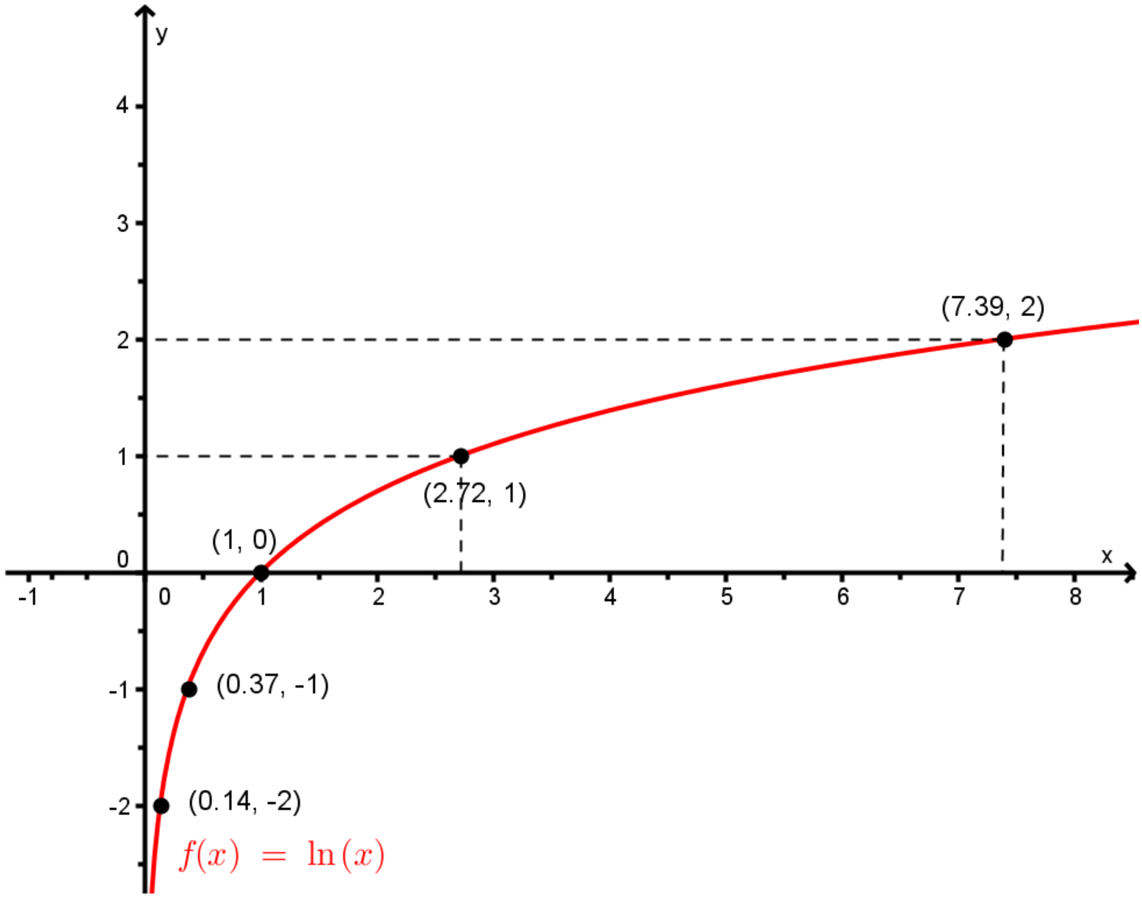
Resp.: $\begin{cases} \text{Na } 23^{\text{a}} \text{ hora} \rightarrow b = 38\,.3^t \rightarrow \boxed{b = 38.3^{23}} \\ t = 23 \end{cases}$

6.4 Função Logarítmica de Base “e”[19]

É a função dada por $y = \ln x$, com $x > 0$.

Esta função é a função inversa da função $y = e^x$ (dada acima em 6.2)

X	0,14	0,37	1	2,72	7,39
Y	-2	-1	0	1	2
(x,y)	(0,14;-2)	(0,37;-1)	(1,0)	(2,72;1)	(7,39;2)



6.5 Função Racional

É a função dada por $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$, onde P e Q são polinômios. O domínio é o conjunto $D = \{x \in IR \ / \ Q(x) \neq 0\}$

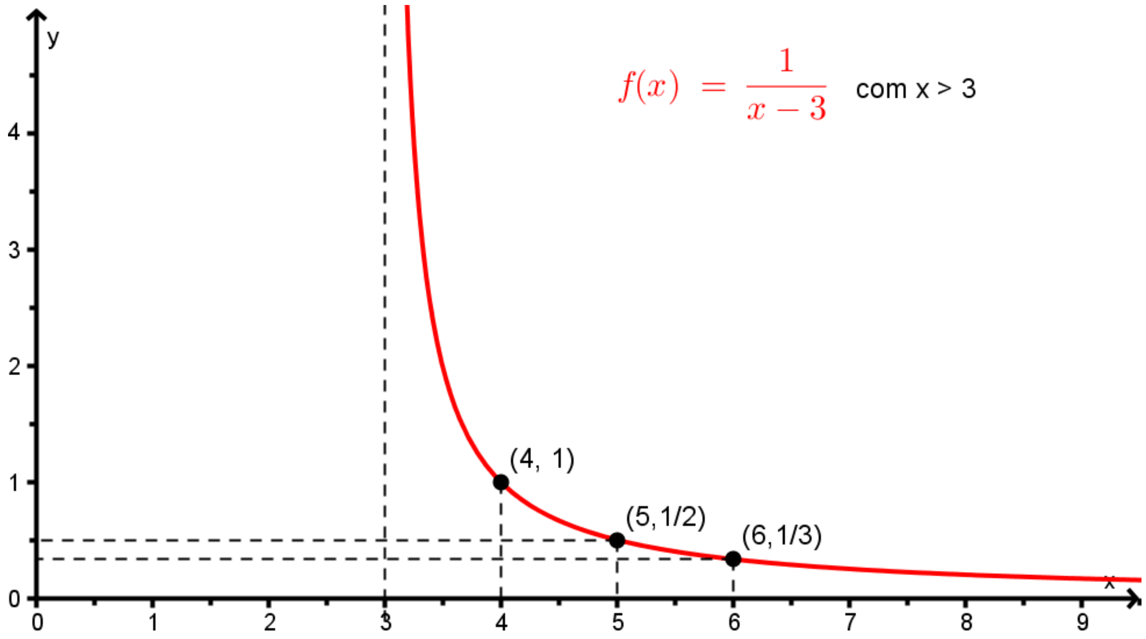
<u>Exemplo</u>

---

[19] SILVA, SM. 2007, P.116

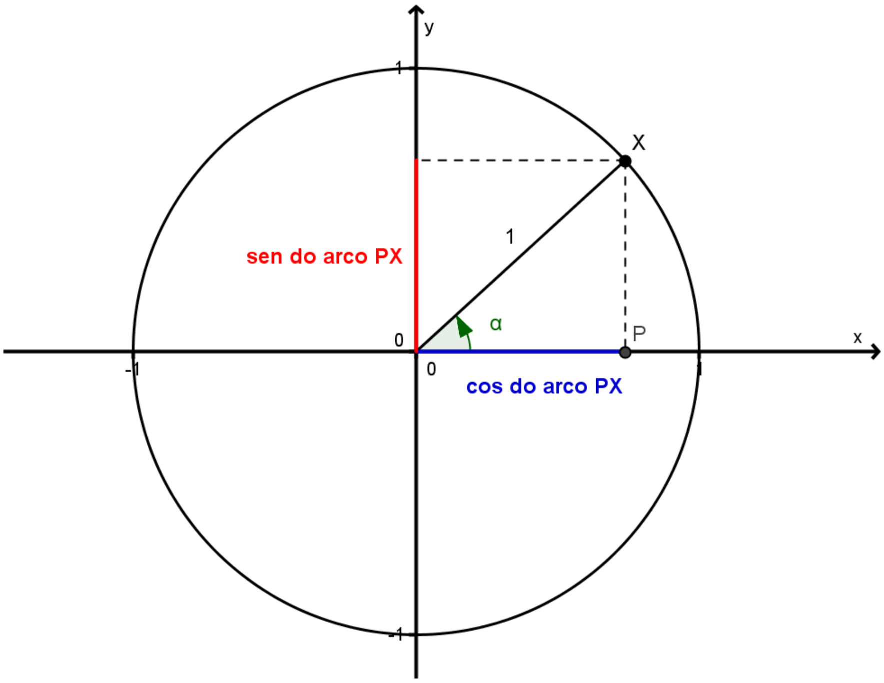
$$Y = \frac{1}{x-3} \text{, com } x > 3$$

X	4	5	6
Y	1	½	1/3
(x,y)	(4,1)	(5,1/2)	(6,1/3)



6.6 Funções Trigonométricas

1. Círculo Trigonométrico



R = 1

Cos do arco Px = cosα → medida da projeção do raio unitário 0x no eixo horizontal.

sen do arco PX= senα → medida da projeção do raio unitário 0x no eixo vertical.

2. Definições

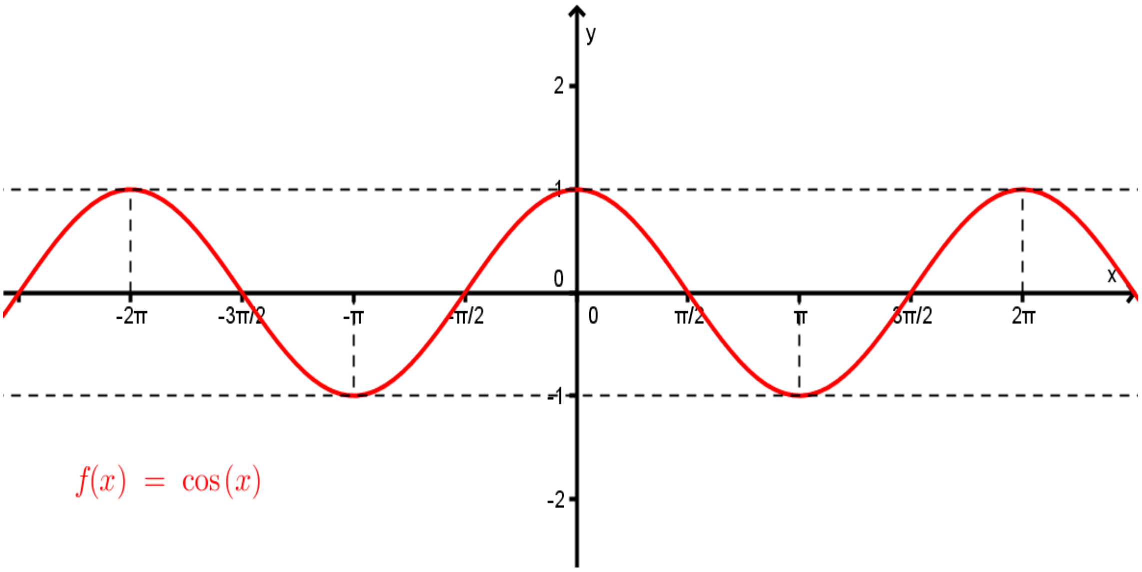
Função cosseno é a função definida no conjunto dos números reais, tal que f (x) é a medida da projeção do raio 0x no eixo horizontal do ciclo trigonométrico.[20]

- a imagem da função cosseno é o intervalo [-1, 1]

$$\begin{aligned} & \quad f \\ \mathrm{IR} & \to [-1, 1] \\ \mathrm{X} & \to y = \cos x \end{aligned}$$

[20] SILVA, SM. 2007, P.118

-o gráfico tem o traçado abaixo:



A função cosseno é periódica, de período 2π

$$\boxed{\text{Logo,} \quad \cos x = \cos(x + 2\pi)}$$

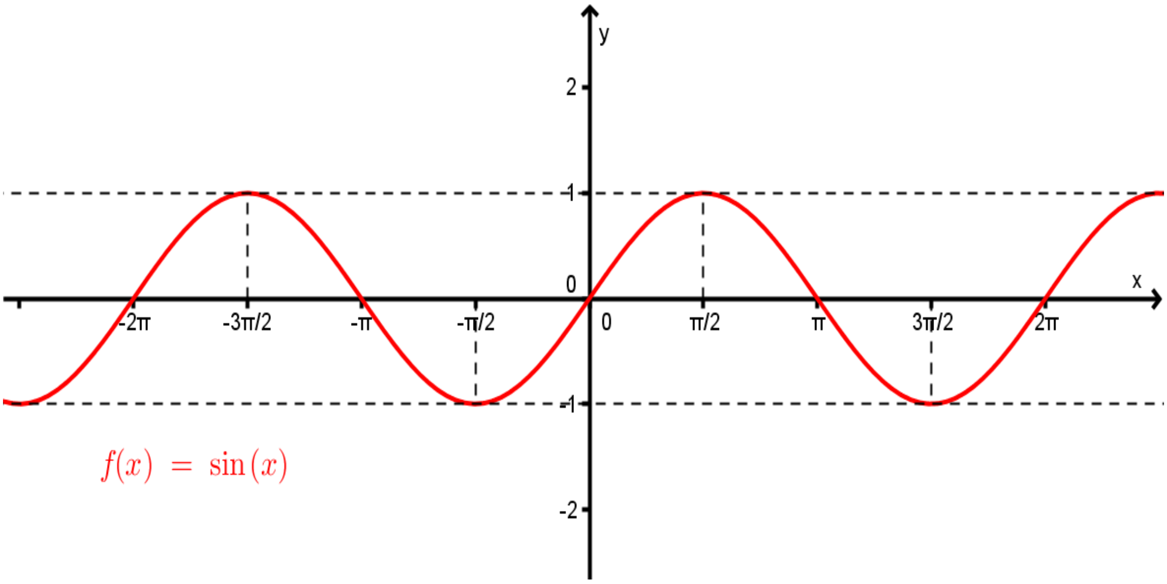
<u>Função Seno</u> é a função definida no conjunto dos números reais, tal que f (x) é a medida da projeção do raio 0x no eixo vertical de ciclo trigonométrico.[21]

- a imagem da função seno é o intervalo [-1,1]

$$\begin{aligned} & \quad f \\ \mathrm{IR} & \rightarrow [-1,1] \\ \mathrm{X} & \rightarrow y = \operatorname{sen} x \end{aligned}$$

- o gráfico tem a apresentação abaixo:

[21] SILVA, SM. 2007, P.119

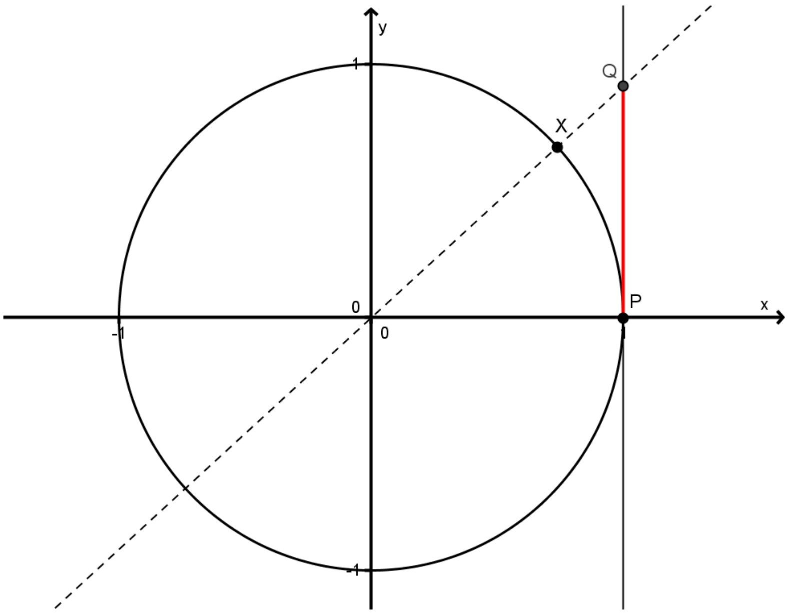


A função seno é periódica, de período 2π

Logo, senx = sen (x + 2π)

Função Tangente é a função definida por tgx = $\frac{senx}{cosx}$, cujo domínio é D = {x Є IR / x ≠ $\frac{\pi}{2}$ ± kπ, com k Є IN}[22]

No círculo trigonométrico, o segmento PQ é a representação da tangente do arco PX.



[22] SILVA, SM. 2007, P.119

Tabela das funções seno, cosseno e tangente de ângulos notáveis, das medidas em graus e correspondentes medidas em radianos:

Arco (radianos)	Ângulo (graus)	Seno	Cosseno	Tangente
0	0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	30	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90	1	0	Não definido
π	180	0	-1	0
$\frac{3\pi}{2}$	270	-1	0	Não definido

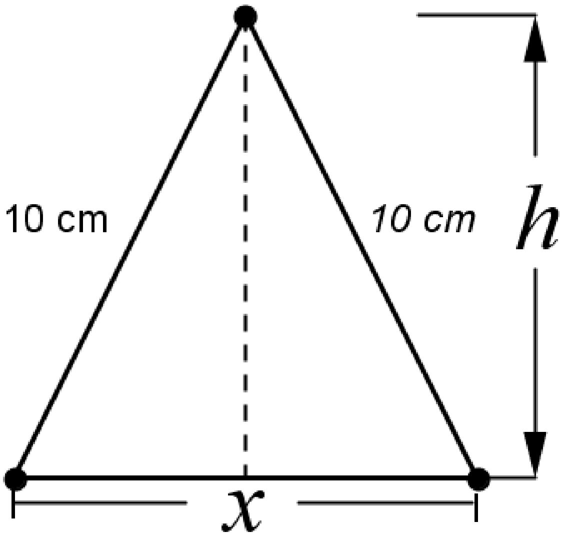
6.7 Aplicações: Construção de Modelos Funcionais

<u>Exemplo</u>

O comprimento dos lados iguais de um triângulo isósceles é 10cm. Construir um modelo funcional que descreva a área desse triângulo em função do terceiro lado.[23]

[23] SILVA, SM. 2007, P.121

<u>Solução</u>



x → terceiro lado do triângulo[24]

y → área do triângulo

$$\begin{cases} h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 10^2 \\ Y = h.x/2 \end{cases}$$

$$h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 10^2$$

$$h^2 = 10^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$h = \sqrt{10^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}$$

$$y = \frac{h\,.\,x}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}}{2}\,x$$

$$y = \frac{\sqrt{\frac{400 - x^2}{4}}}{2}\,x$$

$$y = \frac{x\sqrt{400 - x^2}}{\sqrt{4}} \cdot \frac{1}{2}$$

Modelo funcional:

$$y = \frac{x\sqrt{400 - x^2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{x\sqrt{400 - x^2}}{4}$$

Com $0 < x < 20$

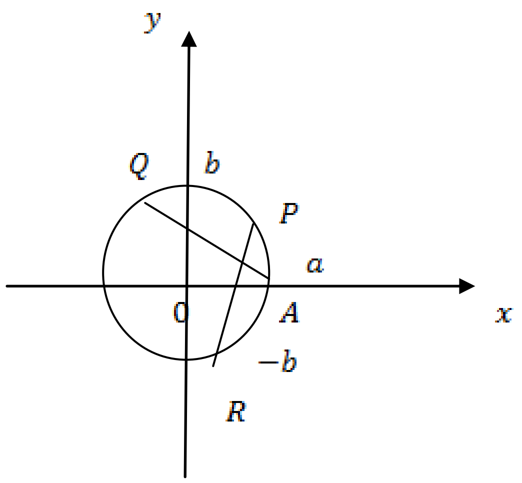
[24] SILVA, SM. 2007, P.121

6.8 Aplicações da função trigonométrica

1. Escreva a expressão abaixo em função de tangente:

$$\frac{sen\ a\cos b - senb\ \cos a}{\cos a \cos b + senasenb}.$$

Resolução



As cordas AQ e PR são iguais.
Sendo $A(1{,}0)$,
temos: $d^2{}_{AQ} = (x_Q - x_A)^2 + (y_Q - y_A)^2$

$$\begin{aligned}
d^2{}_{AQ} &= [\cos(a+b) - 1]^2 + [sen(a+b) - 0]^2 \\
&= cos^2(a+b) - 2\cos(a+b) + 1 + sen^2\,(a+b) \\
&= cos^2(a+b) + sen^2(a+b) + 1 - 2\cos(a+b) \\
&= 1 + 1 - 2\cos(a+b)
\end{aligned}$$

$$\boxed{d^2{}_{AQ} = 2 - 2\cos(a+b)} \quad (1).$$

$$\begin{aligned}
d^2{}_{PR} &= (x_p - x_R)^2 + (y_p - y_R)^2 \\
&= [\cos a - \cos b]^2 + [sena + senb]^2 \\
&= cos^2 a - 2\cos a\cos b + cos^2\, b + sen^2 a + 2senasenb + sen^2 b \\
&= cos^2 a + sen^2 a + cos^2 b + sen^2 b - 2\cos a\cos b + 2senasenb \\
&= 1 + 1 - 2\cos a\cos b + 2senasenb
\end{aligned}$$

$$\boxed{d^2{}_{PR} = 2 - 2\cos a\cos b + 2senasenb} \quad (2).$$

$$d^2{}_{AQ} = d^2{}_{PR} \Rightarrow (1) = (2)$$

$$\cancel{2} - 2\cos(a+b) = \cancel{2} - 2\cos a \cos b + 2 sena senb$$

$$\cos(a+b) = \frac{-2\cos a \cos b + 2 sena senb}{-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos(a+b) = \cos a \cos b - sena senb}$$

(cosseno da soma)

$\cos(a-b) = \cos[a + (-b)]$.

$\cos(a-b) = \cos a \cos(-b) - sena sen(-b)$

$(*)$ $\cos(-b) = \cos b$, $sen(-b) = -senb$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b - sena(-senb)$$

$$\boxed{\cos(a-b) = \cos a \cos b + sena senb}$$

(cosseno da diferença)

Sabemos que o seno de um ângulo é igual ao cosseno do complementar desse ângulo e o cosseno de um ângulo é igual ao seno do complementar, isto é,

$sen(90° - x) = \cos x$ ou $sen\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ e

$\cos(90° - x) = senx$ ou $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = senx$

logo, $sen(a+b) = \cos\left[\frac{\pi}{2} - (a+b)\right]$

$sen(a+b) = \cos\left[\left(\frac{\pi}{2} - a\right) - b\right]$ (cosseno da diferença)

$sen(a+b) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)\cos b + sen\left(\frac{\pi}{2} - a\right) senb$

$sen(a+b) = sena \cos b + \cos a senb$ ou

$$\boxed{sen(a+b) = sena \cos b + senb \cos a}$$

(seno da soma)

e, $sen(a-b) = sen[a + (-b)]$

$sen(a-b) = sena \cos(-b) + sen(-b)\cos a$

$$(*) \qquad\qquad (*)$$

$$\boxed{sen(a-b) = sena\cos b + (-senb)\cos a}$$

$$sen(a-b) = sena\cos b - senb\cos a$$

(seno da diferença) .

Em $\frac{sen\ a\cos b - senb\ \cos a}{\cos a\ \cos b + senasenb}$, temos: numerador- seno da diferença

e denominador- cosseno da diferença.

Logo, $\frac{sen\ a\cos b - senb\ \cos a}{\cos a\ \cos b + senasenb} = \frac{sen(a-b)}{\cos(a-b)}$ e,

sabemos que, $tgx = \frac{senx}{cosx}$

então, $\frac{sen(a-b)}{\cos(a-b)} = tg(a-b)$

2.Seja demonstrar as seguintes funções identidades:

$a)\quad \frac{\cos x}{senx} = 1 - \frac{senx}{cossecx}$

(Cid A. Guelli, Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, 1972, Moderna, p.62)

$b)\quad (1+tgx)^2 + (1-tgx)^2 = 2.sec^2 x$

(idem, p.63)

$c)\quad \frac{sec\ a - \cos\ a}{cossec\ a - sen\ a} = tg^3 a$

(idem)

$d) \quad \dfrac{\sec\ x + tg\ x}{\cos x + \text{cotg}\ x} = secx\ .tgx$

(idem)

$e) \quad \dfrac{1 + \cos\ x}{1 - \cos\ x} = (cotg\ x + cossec\ x)^2$

(idem)

<u>Resoluções</u>

$f(x) \qquad\qquad g(x) \qquad\qquad$ hipótese

$a) \quad \dfrac{\cos\ x}{\sec\ x} = 1 - \dfrac{sen\ x}{cossec\ x} \Rightarrow \boxed{f(x) \equiv g(x)}$

$\sec\ x = \dfrac{1}{cosx} \qquad , \qquad cossec\ x = \dfrac{1}{senx}$

$\boxed{1^{\text{o}}\ \text{MEMBRO}} \to \frac{cosx}{secx} = \frac{cosx}{\frac{1}{cosx}} = cosx.\frac{cosx}{1} = \boxed{cos^2 x}$

$\boxed{2^{\text{o}}\ \text{MEMBRO}} \to 1 - \frac{sen\ x}{cossec\ x} = 1 - \frac{sen\ x}{\frac{1}{sen\ x}} = 1 - sen\ x\ .\frac{sen\ x}{1} = 1 - sen^2 x = \boxed{cos^2 x}$

1^{o} MEMBRO $= cos^2 x$

2^{o} MEMBRO $= cos^2 x \qquad \to \qquad \boxed{1^{\text{o}}\ \text{MEMBRO} = 2^{\text{o}}\ \text{MEMBRO}}$

tese

$\boxed{f(x) \equiv g(x)}$

$f(x) \qquad\qquad\qquad g(x) \qquad\qquad$ hipótese

$b) \ (1 + tg\ x)^2 + (1 - tg\ x)^2 = 2\ .sec^2 x \ \Rightarrow \boxed{f(x) \equiv g(x)}$

$\boxed{\text{1º MEMBRO}} \rightarrow (1+tg\ x)^2+(1-tg\ x)^2=$

$$=(1+2tg\ x+tg^2x)+(1-2tg\ x+tg^2x)=$$

$$=1+\cancel{2tg}\ x+tg^2x+1-\cancel{2tg}\ x+tg^2x=$$

$$=2+2tg^2x=2(1+tg^2x)=2\left(1+\frac{sen^2x}{cos^2x}\right)=$$

$tg\ x=\dfrac{sen\ x}{\cos\ x}$, $\sec\ x=\dfrac{1}{\cos\ x}$

$=2\left(\frac{cos^2x+sen^2x}{cos^2x}\right)=2\left(\frac{1}{cos^2x}\right)=\boxed{2.sec^2x} \rightarrow \boxed{\text{2º MEMBRO}}$

tese

$\boxed{f(x)\equiv g(x)}$

$f(x)$ $g(x)$ hipótese

c) $\frac{\sec\ a-\cos\ a}{cossec\ a-sen\ a}=tg^3a \Rightarrow \boxed{f(x)\equiv g(x)}$

$\sec\ a=\dfrac{1}{\cos\ a}$, $cossec\ a=\dfrac{1}{sen\ a}$, $tga=\dfrac{sen\ a}{\cos\ a}$

$\boxed{\text{1º MEMBRO}} \rightarrow \frac{\sec\ a-\cos\ a}{cossec\ a-sen\ a}=\frac{\frac{1}{\cos\ a}-\cos\ a}{\frac{1}{sen\ a}-sen\ a}=$

$$\frac{\frac{1-cos^2 a}{\cos a}}{\frac{1-sen^2 a}{sen\ a}} = \frac{1-cos^2 a}{\cos a} \cdot \frac{sen\ a}{1-sen^2 a} = \frac{sen^2 a}{\cos a} \cdot \frac{sen\ a}{cos^2 a} = \frac{sen^3 a}{cos^3 a} = \boxed{tg^3 a} \rightarrow \boxed{2^o\ \text{MEMBRO}} \Rightarrow$$

tese

$$\Rightarrow \boxed{f(x) \equiv g(x)}$$

$f(x)$ $g(x)$ hipótese

$$d)\ \frac{sec\ x + tg\ x}{\cos x + cotg\ x} = \sec x . tg\ x \Rightarrow \boxed{f(x) \equiv g(x)}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x} \quad , \quad tg\ x = \frac{sen\ x}{\cos x} \quad , \quad cotg\ x = \frac{\cos x}{sen\ x}$$

$$\boxed{1^o\ \ \text{MEMBRO}} \quad \frac{\sec x + tg\ x}{\cos x + cotg\ x} = \frac{\frac{1}{\cos x} + \frac{sen\ x}{\cos x}}{\cos x + \frac{\cos x}{sen\ x}} = \rightarrow$$

$$\frac{\frac{1 + sen\ x}{\cos x}}{\frac{sen\ x \,.\, \cos x + \cos x}{sen\ x}} = \frac{\frac{1 + sen\ x}{\cos x}}{\frac{\cos x(sen\ x + 1)}{sen\ x}} =$$

$$= \frac{\cancel{(1+sen\ x)}}{\cos x} \cdot \frac{sen\ x}{\cancel{\cos x(sen\ x+1)}} = \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{sen\ x}{\cos x} =$$

tese

$$= \boxed{\sec x . tg\ x} \rightarrow \boxed{2^o\ \text{MEMBRO}} \Rightarrow \boxed{f(x) \equiv g(x)}$$

$f(x)$ $g(x)$ hipótese

$$e)\ \frac{1+\cos x}{1-\cos x} = (cotg\ x + cossec\ x)^2 \Rightarrow \boxed{f(x) \equiv g(x)}$$

$\cot\ x = \dfrac{\cos\ x}{sen\ x}$, $cossec\, x = \dfrac{1}{sen\ x}$

$\boxed{\text{2º MEMBRO}} \rightarrow (cotg\ x + cossec\ x)^2 =$

$$= cotg^2 x + 2cotg\ x\ .cossec\ x + cossec^2 x =$$

$$= \frac{cos^2 x}{sen^2 x} + \frac{2\cos\ x}{sen\ x} \cdot \frac{1}{sen\ x} + \frac{1}{sen^2 x} =$$

$$= \frac{cos^2 x}{sen^2 x} + \frac{2\cos\ x}{sen^2 x} + \frac{1}{sen^2 x} =$$

$$= \frac{cos^2 x + 2\cos\ x + 1}{sen^2 x} = \frac{(1+\cos\ x)^2}{1-cos^2 x} = \frac{\cancel{(1+\cos\ x)}\,(1+\cos\ x)}{(1-\cos\ x)\cancel{(1+\cos\ x)}} = \boxed{\frac{1+\cos\ x}{1-\cos\ x}} \rightarrow$$

$\rightarrow \boxed{\text{1º MEMBRO}} \rightarrow$ tese $\Rightarrow \boxed{f(x) \equiv g(x)}$.

Conforme preconizado, concluímos este trabalho fazendo uma síntese da importância da <u>função</u> no ramo da <u>Matemática</u>, ilustrando algumas <u>aplicações</u> vivenciadas no nosso cotidiano.

7. CONCLUSÃO

A Matemática faz parte da vida de todos nós, uma vez que é utilizada nas mais variadas situações como: contagens, medições, estimativas, dentre outras. A partir desta perspectiva, conduzimos nosso trabalho sobre “função”, mostrando algumas aplicações não só na própria Matemática, como também em outras atividades desenvolvidas em outras áreas de conhecimento. A partir desta perspectiva sugerimos algumas atividades que proporcionam uma melhor compreensão sobre “funções”, reduzem as dificuldades encontradas em seu ensino nas salas de aulas, além de possibilitar novos recursos para resoluções de outros tipos de situações.

É bem verdade que a elaboração do saber se faz através dos guias curriculares, dos livros didáticos, dos materiais instrucionais alternativos e principalmente, dos professores. São eles que, diante de suas atitudes, irão conciliar os objetivos do ensino com seus próprios conhecimentos, organizando-os para uma aprendizagem gradativa e significativa.

Aprender e ensinar funções, pode ser muito simples, desde que as atividades selecionadas sejam pensadas e devidamente contextualizadas.

Desde as atividades mais simples da agricultura até os mais complexos projetos de astronomia, a Matemática se faz presente como ferramenta indispensável para abreviar caminhos dantes obscurecidos. É a ciência que possibilita trazer **o futuro para o presente**, **o distante para perto**, **a incógnita para o evidente**.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIANCHINI, Edvaldo. **Matemática I**: Versão beta (Edvaldo Bianchini, Herval Paccola. 2ª Ed. São Paulo. Moderna, 1995.

FACCHINI, Walter. **Matemática para a escola de hoje:** Livro único (Ensino Médio)/ Walter Facchini. – São Paulo: FTD, 2006.

GIOVANNI, José Ruy. **Matemática Fundamental**: **Uma nova abordagem: Ensino Médio:** Volume único/José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno. São Paulo: FTD, 2002.

I.IEZZI, Gelson. II DOLCE, Osvaldo. III.DEGENSZAJN, David. IV PERIGO, Roberto. V ALMEIDA, Nilze de. **Matemática (Ensino Médio**): Ciencias e Aplicações, I , 4ª Ed. São Paulo: Atual, 2006.

I IEZZI, Gelson. II DOLCE, Osvaldo. III Teixeira, José Carlos. IV Machado, Nilson José. V GOULART, Márcio Cintra. VI Castro, Luiz Roberto da Silveira. VII MACHADO, Antonio dos Santos**. Matemática II Grau, 1ª Série**: Versão azul / Gelson Iezzi.... [ET AL]: São Paulo: Atual, 1993.

I IEZZI, Gelson. **Matemática e Realidade: 9º Ano** / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado. – 6ª Ed. – São Paulo: Atual, 2009.

I SILVA, Sebastião Medeiros da. II SILVA, Elio Medeiros da. III SILVA, Ermes Medeiros Barros. **Matemática Básica Para Cursos Superiores**. 1ª Ed. 5ª reimpressão. São Paulo: Atlas, 2007.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo Olhar Matemática** (Joamir Roberto de Souza) – 1ª Ed: São Paulo: FTD, 2010. – (Coleção Novo Olhar, v.1)