**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA**
**CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS**
***CAMPUS* – VI – POETA PINTO DO MONTEIRO**
**CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**HIRANEZ JUANITA SOARES DA SILVA BEZERRA**

# O ENSINO DE FRAÇÕES: ANÁLISE A PRIORI DE UMA ATIVIDADE COM O TANGRAM

**MONTEIRO – PB**
**2016**

**HIRANEZ JUANITA SOARES DA SILVA BEZERRA**

# O ENSINO DE FRAÇÕES: ANÁLISE A PRIORI DE UMA ATIVIDADE COM O TANGRAM

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial a obtenção do título de graduada no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus* VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Orientador: Professor Mestre José Luiz Cavalcante.

**MONTEIRO – PB**

**2016**

B574e Bezerra, Hiranez Juanita Soares da Silva

O ensino de frações [manuscrito] : análise a priori de uma atividade com o Tangram / Hiranez Juanita Soares da Silva. - 2016.

33 p. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2016.

"Orientação: Prof. Me. José Luiz Cavalcante, Departamento de Matemática".

1. Fração. 2. PIBID. 3. Clube de Matemática. 4. Tangram. I. Título.

21. ed. CDD 513.26

HIRANEZ JUANITA SOARES DA SILVA BEZERRA

# O ENSINO DE FRAÇÕES: ANÁLISE A PRIORI DE UMA ATIVIDADE COM O TANGRAM

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial a obtenção do título de graduada no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus* VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Aprovada em 04 de maio de 2016

**Prof. Me. José Luiz Cavalcante (UEPB)**

**Orientador**

Maria José Neves de Amorim Moura

**Prof. Me. Maria José Neves Amorim Moura (UEPB)**

**Examinadora**

**Prof. Me. Nahum Isaque dos Santos Cavalcante (UFCG)**

**Examinador externo**

# DEDICATÓRIA

Dedico primeiramente a Deus pela vida e por ter me proporcionado a realização de mais um sonho.

A meus pais, meus avós, minha tia e meu irmão pelo carinho e atenção que os mesmos têm comigo e por ter me dado uma educação para ser a pessoa que sou.

A meu esposo pelo companheirismo e apoio durante o curso.

## AGRADECIMENTOS


Agradeço primeiramente a Deus por este trabalho, a quem sou eternamente grata pela vida, por me dar forças e fé para a realização deste trabalho diante de algumas dificuldades.

Agradeço a minha mãe Iranilda e a minha tia Silvana que em todos os momentos me incentivaram e nunca me permitiram desanimar me mostrando sempre que só somos alguém quando estudamos que sempre temos que ter um objetivo e alcançá-lo em nossa vida, pois é na dificuldade que damos valor ao que conquistamos.

Agradeço também a uma pessoa muito especial na minha caminhada universitária, o meu orientador e professor José Luiz Cavalcante que me orientou, durante todo o percurso deste trabalho.

A todos que de alguma forma me incentivaram a superar todas as dificuldades no decorrer deste curso.

“Educação não transforma o mundo. Educação muda pessoas. Pessoas transformam o mundo.”

Paulo Freire.

# RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo principal analisar o potencial de uma atividade de resolução problemas que envolvem o tangram como recurso para trabalhar o conceito de frações. A motivação para este trabalho se deu a partir de trabalhos anteriores ligados ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (CAPES\PIBID\UEPB). O Subprojeto do qual fizemos parte como bolsistas está vinculado ao Curso de Licenciatura em Matemática do *Campus* – VI da Universidade Estadual da Paraíba em Monteiro. Na ocasião trabalhos com uma atividade que envolvia o conceito de frações a partir do uso do Tangram, está atividade havia sido validada por Cavalcante (2013). Observamos uma lacuna que era a falta de uma análise a priori desta atividade. Assim baseados em Nunes et al (2005), Lorenzato (2009) dentre outros autores, realizamos uma pesquisa exploratória no sentido de Fiorentini e Lorenzato (2006). Análise aponta para o potencial da atividade para trabalhar o conceito e ideias associadas as frações e sua equivalência, no entanto, revela algumas limitações como por exemplo a falta clareza na redação das questões propostas.



**Palavras-chave:** Fração, PIBID, Clube de Matemática, Tangram.

**ABSTRACT**

This study had as main objective analyze the potential of an activity solving problems involving the tangram as a resource to work the concept of fractions. The motivation for this work was given from previous work related to the Institutional Program Initiation Scholarship to Teaching (CAPES \ PIBID \ UEPB). The Subproject, which were part as fellows, is linked to the Mathematics Degree Course in State University of Paraiba - Campus - VIin Monteiro. On that occasion work on an activity involving the concept of fractions from the use of Tangram,this activity had been validated by Cavalcante (2013). We observed a gap that was the lack of an a priori analysis of this activity. So based Nunes et al (2005), Lorenzato (2009) among other authors,we performan exploratory research in order to Fiorentini and Lorenzato (2006). Analysis indicates the potential of activity to work the concept and ideas associated fractions and their equivalence, however, reveals some limitations such as lack clarity in the wording of the proposed questions.

**Keywords**: Fraction, PIBID, Math Club, Tangram.

## SUMÁRIO

# INTRODUÇÃO

A Matemática desde os tempos mais antigos desempenha um papel essencial no âmbito da sociedade em que estamos inseridos. Papel este que vai desde uma simples aritmética do dia a dia como uma pequena compra ou uma contagem, até as mais complexas utilizações da mesma no mundo do trabalho.

As demandas atuais da sociedade têm exigido que a escola promova uma formação aos sujeitos que ela frequentam cada vez mais dinâmica e, ao mesmo tempo, complexa. A sociedade exige e, isto está explicito em documentos oficiais que norteiam o processo de formação na Educação Básica, que os jovens possam atuar criticamente nas comunidades onde vivem. Nesse sentido, é necessário que os processos de ensino viabilizem uma formação para uma atuação crítica, ética e solidária.

Para que isso ocorra, exige-se dos professores que trabalhem os conteúdos de forma interdisciplinar, contextualizada e transversal com os grandes temas da atualidade.

No Ensino de Matemática não é diferente. As demandas atuais sinalizam a importância dessa disciplina para a formação dos sujeitos, mas ao mesmo tempo, alertam para mudanças necessárias no processo de ensino.

Sabe-se que atualmente a nossa sociedade requer cada vez mais profissionais que saibam lidar com as novas tecnologias, instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações, resolvendo e propondo problemas em equipe. Seguindo esta linha de raciocínio de acordo com os PCN, o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental deve ser explorado da forma mais ampla possível, tornando o aluno um ser capaz de tomar decisões diante de questões políticas e sociais exercendo assim a sua cidadania.

Assim, atividades que diversificam o ensino de Matemática é sempre uma oportunidade de trazer esses e outros aspectos para dinamização do seu ensino. Aqui entendemos que o uso de materiais manipuláveis e também jogos e desafios diversos podem estimular os alunos a pensarem criticamente sobre as atividades que estão desenvolvendo em sala de aula.

Em relação ao conceito de Frações, a mesma também tem sua valia no fato de que o aluno a partir deste estudo poderá desenvolver e exercitar a sua capacidade de aprender e diferenciar os vários conceitos de Frações, além de propiciar várias maneiras de entender o conceito fracionário a partir da mudança do referencial. Desta forma, faz-se necessário que os educadores propiciem aos seus alunos desde os anos iniciais situações de aprendizado fazendo o uso de materiais manipuláveis envolvendo os vários conceitos de frações, para que entenda o real conhecimento das mesmas.

Durante o Período que participamos como bolsistas de iniciação à docência na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio João de Oliveira Chaves, na cidade de Monteiro situada no cariri paraibano, onde acontecem às intervenções do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (CAPES – PIBID – UEPB), trabalhamos com diversos recursos ligados a jogos e materiais manipuláveis diversos no Clube de Matemática.

O Clube de Matemática tem como objetivo primordial dentro da escola ser um ambiente de estudo. No qual professores e alunos se reúnem para estudar matemática. As ações desenvolvidas nos clubes de matemática remetem a discussão da Matemática, a partir do estudo de materiais diversos como livros, jogos (SAMPAIO, 2005; SILVA, 2007) e materiais manipuláveis (LORENZATO, 2009).

Dentre os conceitos matemáticos que trabalhamos no Clube de Matemática o de Frações sempre esteve presente, pois os alunos demonstravam dificuldades, como vemos no artigo publicado por Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013).

Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013) apresentaram em seu artigo uma atividade desenvolvida no Clube de Matemática a partir do modelo de atividade proposto por Cavalcante (2013) que aborda o conceito de fração e a equivalência de frações a partir do uso do Tangram como material de apoio.

Após apresentação do referido artigo, percebemos que tanto em Cavalcante (2013) como Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013) havia a ausência de uma análise a priori dessa atividade e dos conceitos que ela levanta, ou seja, em ambos os trabalhos o fato estava no processo de resolução da atividade junto com o tangram.[1]

Assim como questão norteadora estabelecemos a seguinte pergunta: quais os conceitos relacionados com Ensino de Frações pode ser potencializados numa atividade de resolução de problemas envolvendo o tangram [2] como recurso?

[1] O termo análise a priori é empregando na Engenharia Didática de Michele Artigue, trata-se de uma etapa onde o pesquisador aplica uma sequência didática ou atividade e faz uma primeira análise que será confrontada posteriormente na análise a posteriori. Em nosso trabalho o utilizamos o termo, porém num mais superficial, nesse caso a análise para nós corresponde a um estudo analítico da atividade, razão está pela qual não iremos no referencial teórico e metodológico abordar uma discussão sobre Engenharia Didática.

[2] O Tangram é um quebra cabeça chinês que é composto por sete peças (2 triângulos pequenas, 2 triângulos grandes, 1 triângulo médio,1 quadrado e 1 paralelogramo) que são conhecidos como “tans”. Nos dias de hoje, o quebra-cabeça é jogado por pessoas de várias idades. O Tangram apresenta vários benefícios entre eles: Exercita a resolução de problemas, estimula a criatividade e melhora a noção espacial.

A partir desta pergunta fixamos o seguinte objetivo geral: analisar o potencial de uma atividade de resolução problemas que envolvem o tangram como recurso para trabalhar o conceito de frações.

Deste modo, nosso trabalho está organizado em três capítulos. No primeiro trazemos uma discussão sobre o referencial teórico, no segundo as discussões de orientação metodológica e por fim apresentamos como resultado do nosso TCC a análise da atividade.

# CAPÍTULO 1
# FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

## 1.1 FRAÇÕES: EM BUSCA DE UMA DEFINIÇÃO

O que é Matemática? Sobre o que estamos falando quando nos referimos a está Ciência? Quais são os objetos da Matemática? Essas reflexões se fazem pertinentes considerando o intento de discutir a docência em Matemática, nas dimensões do seu ensino e da sua aprendizagem.

Uma das maiores dificuldades é explicar o que é Matemática, explica Michel Janos (2011), relatando que:

> (...) a matemática não é sobre símbolos nem cálculos. Símbolos são ferramentas e, assim como a música não é uma sequência de notas, a matemática não é sobre símbolos. Matemática não e sobre cálculos. Cálculos são processos que levam a algum resultado. Como dissemos, atualmente quase todos os cálculos ficam para as máquinas. De modo genérico podemos dizer que a matemática é sobre idéias. (Janos, 2011, p.10)

Reforça Janos (2011) que o objetivo da matemática é entender o que existe desprezar o que é irrelevante e extrair daí um novo resultado consistente. Isso é feito formulando conjecturas e estabelecendo provas através de métodos de dedução baseados em axiomas. O autor em seu texto faz até uma comparação afirmando que: “Se o pensamento científico fosse sempre derivado por processos matemáticos, nossa compreensão do mundo físico seria muito pequena. Seria como decidir jogadas num jogo de pôquer usando apenas a teoria das probabilidades”, o autor usa essa analogia para esclarecer que a matemática é apenas uma ciência.

Nesse sentido que o autor Janos (2011) tenta explicar que na matemática pura, um novo resultado não tem aplicações de imediata ou nunca terá.

As demandas atuais da sociedade têm exigido que a escola promova uma formação aos sujeitos que ela frequentam cada vez mais dinâmica e, ao mesmo tempo, complexa. A sociedade exige e, isto está explicito em documentos oficiais que norteiam o processo de formação na Educação Básica, que os jovens possam atuar criticamente nas comunidades onde vivem. Nesse sentido, é necessário que os processos de ensino viabilizem uma formação para uma atuação crítica, ética e solidária.

Para que isso ocorra, exige-se dos professores que trabalhem os conteúdos de forma interdisciplinar, contextualizada e transversal com os grandes temas da atualidade.

No Ensino de Matemática não é diferente. As demandas atuais sinalizam a importância dessa disciplina para a formação dos sujeitos, mas ao mesmo tempo, alertam para mudanças necessárias no processo de ensino.

A falta de interesse dos alunos pela disciplina de Matemática é constante. Para os alunos as aulas são só aplicações de fórmulas e essa cultura deve ser excluídas da mente dos alunos, pois a matemática é muito importante e utilizada no cotidiano de todos nas mais variadas situações, para que isso aconteça é preciso despertar o interesse dos alunos fazendo com que o professor a gere situações e não já aplique fórmulas, assim estimulando o conhecimento do aluno.

Segundo Terezinha Nunes (2005), os alunos aprendem frações apenas como uma rotina que leva a encontrar um nome para um pedaço de algo não se dão conta de aspectos de grande importância para a compreensão do conceito de frações. E mais, quando de trata de duas unidades diferentes: a fração e razão. Para isso o professor tem que saber lidar com a situação e saber qual a forma melhor de aplicar.

> (...) quando existem duas possibilidades de representar um conceito matemático, o professor precisa perguntar-se, de imediato, qual das duas formas de representações é mais acessível aos alunos nas diferentes idades para saber como tratar o conceito em sala de aula. (Nunes at AL, 2005, p.153)

Infelizmente nos dias de hoje existem poucos estudos investigando a dificuldade dessas duas formas de representação, afirma Terezinha Nunes também que:

> (...) os resultados de estudos comparando a dificuldade relativa do uso da representação de quantidades intensivas por meio de razões ou frações podem depender do contexto educacional em que o estudo foi realizado – ou seja, os resultados podem variar em função de quando e como essas representações foram ensinadas na sala de aula e de seu uso fora da sala de aula. (Nunes at AL, 2005, p.153)

Sobre o conceito de fração é importante destacar que é uma das ideias matemáticas mais presentes no processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica. Ao mesmo tempo é também, um dos conceitos, em que os alunos desse nível de ensino, demonstram ter muitas dificuldades. Essas dificuldades, por vezes, acompanham esse aluno no ensino superior, mesmo na licenciatura em matemática.

Segundo Nunes et al (2005, 158) uma das razões para esse fenômeno é o fato de que o conceito de fração comporta múltiplos e diferentes significados, a ênfase excessiva em apenas um desses significados, fração como relação parte-todo, limita a compreensão do aluno.

A autora e seus colaboradores percebem pelos menos 05 (cinco) significados diferentes para o conceito de fração, presentes nas atividades da escola básica, são eles: 1. A fração como número racional; 2. A fração como relação parte-todo; 3. Fração como quociente entre dois números; 4. A fração como medida e 5. A fração como operador multiplicativo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) para o Ensino de Matemática explicitam em sua introdução as dificuldades e desafios enfrentados no ensino dessa disciplina escolar. Segundo esse documento é necessário promover processos de ensino que possam ter significado por parte dos alunos. O ensino baseado em uma metodologia mais convencional, segundo, esses documentos priva o aluno de explicitar o que ele já sabe, ou seja, não o devido valor aos conhecimentos prévios, pois a dinâmica "definição – exemplo – exercício" é um sistema muito fechado:

> Também a importância de se levar em conta o "conhecimento prévio" dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal. (BRASIL, 1998, p.22)

Pensando, por exemplo, o conceito de fração, o que os alunos já sabem sobre conceitos como metade, terço e etc. Dessa forma, percebemos que nas atividades de sala de aula é importante fazer a utilização dos materiais concretos para que possam permitir aos alunos passarem por processo de significação dos conceitos estudados.

## 1.2 FRAÇÕES E SEU DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO

De acordo com Almeida e Correia (1997) sobre o surgimento da fração existem registros históricos que fazem referência à origem da fração a cerca de 300 a.C., e um historiador chamado Heródoto em seus registros fala o seguinte a respeito de certo faraó chamado Sesóstris:

> Esse rei realizou a partilha das terras, concedendo a cada egípcio uma porção igual, com a condição de lhe ser pago todos os anos um certo tributo; se o rio carregava alguma parte do lote de alguém, o prejudicado ia procurar o rei e expor-lhe o acontecido. O soberano enviava agrimensores ao local para determinar a redução sofrida pelo lote, passando o dono a pagar um tributo proporcional à porção restante. Eis, segundo me parece, a origem da geometria, que teria passado desse país para a Grécia. (Ibid)

O texto retrata a historia de o rio carregar partes de um determinado lote por causa do aumento do nível das águas que ocorre todos os anos com o rio Nilo e quando as águas baixam, as terras estão férteis para o cultivo. Os agrimensores que são mencionados no texto faziam a medição para determinar a redução do lote através de cordas que continham uma unidade de medida. Entretanto, por mais que desse certo tal unidade, raramente cabia um número inteiro, ou exato de vezes nos limites do lote. Assim precisaria ter um surgimento de um novo tipo de números: os números fracionários. Que eram representados pelas frações.

O papiro de Rhind/ Ahmes foi escrito a cerca de 1650 a.C., contendo problemas copiados de um trabalho mais antigo pelo escriba Ahmes. A. Henry Rhind, adquiriu o papiro que tem cerca de 30 cm de altura por 5 m de comprimento. Este papiro foi adquirido pelo Museu Britânico e junto com o papiro de Moscou são as principais fontes de informações matemáticas do Egito antigo. (COSTA, 2010)

No papiro de Rhind, aparece uma tabela de decomposição de frações do tipo *2/p (p ímpar)* em frações unitárias, isto é, do tipo *1/x*. Observa-se, por exemplo, uma tabela que contenha 2/3, 2/5, ... , 2/101 representadas como soma de frações unitárias. Assim, 2/5 está escrita como 2/5 = 1/3 + 1/15 e 2/11 = 1/6 + 1/66. Embora não exista nenhuma posição sobre o processo, é possível perceber que existe uma possível regra adotada, e essa regra é:

$$\frac{a}{bc} = \frac{1}{bs} + \frac{1}{cs}, \text{em que } s = (b+c)/a.$$

Podemos verificar que 1 / bs e 1 / cs onde s é dado. Nesse caso:

$$\frac{1}{b\frac{(b+c)}{a}} + \frac{1}{c\frac{(b+C)}{a}} = \frac{a}{b\,(b+c)} + \frac{a}{c\,(b+c)} =$$

$$= \frac{ac}{bc\,(b+c)} + \frac{ab}{bc\,(b+c)} = \frac{ac+ab}{bc\,(b+c)} = \frac{a\,(b+c)}{bc\,(b+c)} = \frac{a}{bc}.$$

Esta é a regra encontrada em um papiro egípcio de entre os anos 500 e 800 d.C..

Se levássemos em conta essa regra na decomposição de alguns múltiplos de parte egípcia “duodécimo” como soma de partes diferentes, com os denominadores os menores possíveis, então teríamos:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3\,.4} = \frac{1}{4\,.7} + \frac{1}{3\,.7} = \frac{1}{28} + \frac{1}{21}, com\ s = \frac{(4+3)}{1} = 7.$$

$$\frac{2}{16} = \frac{1}{6} = \frac{1}{2\,.3} = \frac{1}{2\,.5} + \frac{1}{3\,.5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5}, com\ s = 5$$

Podemos também utilizar o moderno método do matemático inglês J. J. Sylvester (1814 – 1917) que consiste em encontrar primeiro a maior fração unitária, ou com menor denominador, menor que a fração dada. Depois subtrair a fração unitária da fração dada e em seguida, achar a fração unitária menor que a diferença resultante. Por fim, deve – se subtrair de novo, e continuar o processo até chegar a uma fração unitária como resultado da subtração. Aplicando esse processo ainda para um múltiplo de parte egípcia “duodécimo” teríamos:

$$\frac{1}{2} < \frac{11}{12}, \textit{então } \frac{11}{12} - \frac{1}{2} = \frac{11-6}{12} = \frac{5}{12}; \textit{como } \frac{1}{3} < \frac{5}{12} \textit{ então}$$

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{3} = \frac{1}{12}. \textit{Logo}, \frac{11}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}.$$

O papiro Rhind mostra que os egípcios possuíam símbolos para mais ou menos. Sendo o primeiro um par de pernas caminhando da esquerda para a direita, que era o sentido da escrita, e o segundo um par de pernas caminhando da direita para esquerda.

## 1.3 PESQUISAS SOBRE A INTRODUÇÃO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Segundo Costa (2010) quando não se tinha o conceito de fração formalizado e era necessário considerar partes de um objeto, as pessoas quebravam literalmente e depois contavam os pedaços de tal objeto. A própria palavra “fração” tem como raiz palavras como “fratura” e “fragmento”.

Segundo estudos as frações sempre representaram um desafio aos alunos, mesmo nas séries finais do Ensino Fundamental. Segundo Wine e Kouba (2000), os alunos têm uma compreensão muito fraca dos conceitos de fração e essa falta de compreensão é refletida entre várias dificuldades como, o cálculo de fração, os conceitos de decimal e de porcentagem, o uso de frações em medidas e os conceitos de razão e proporção. E a solução para isso segundo estudos é a construção de uma base sólida no conceito de fração. Um dos primeiros passos é ajudar as crianças na fase inicial a construir a idéia de partes fracionárias do todo, as partes que resultam quando o todo ou unidade é compartilhado em porções de mesmo tamanho ou compartilhado em partes iguais.

Quando vai dividir um determinado objeto a dificuldade das tarefas varia de acordo com os números envolvidos, o tipo de coisas a serem divididas e o modelo utilizado, por exemplo, se aumentar ou diminuir o número de pessoas para dividir, ou mudar objeto a ser dividido, ou fazer o uso de várias representações para os problemas. Numa atividade os objetos a serem divididos podem ser desenhados em fichas de trabalho como retângulos ou circunferências acompanhadas com uma declaração do problema, outro método seria cortando circunferências ou quadrados de papéis. Alguns alunos preferem cortar e destruir os papéis, deixando – os em pedaços para facilitar na resolução do problema, já outros precisam usar cubos encaixantes para fazer barras que eles possam separar em pedaços, alguns alunos só aprendem usando o método tradicional que é o uso de fatias de tortas circulares.

Outra coisa que reflete muito para ajudar no aprendizado dos alunos no conteúdo de frações é fazer o uso do vocabulário das partes fracionárias, é de suma importância que o aluno aprenda a descrever: terços, quartos, quintos e assim por diante. As crianças têm que saber o conceito dos dois aspectos ou componentes de partes fracionárias: (1) a quantidade de partes fracionárias e (2) igualdade das partes em tamanho, não necessariamente em forma. Por exemplo: Quartos, todas as partes são do mesmo tamanho.

> Os modelos podem ajudar os estudantes a esclarecer idéias que geralmente são confusas de um modo puramente simbólico. Às vezes é útil fazer a mesma atividade com os dois modelos bastante diferentes, pois do ponto de vista dos alunos, a atividade será bastante diferente. (WALLE, 2009, 324)

Walle (2009) destaca três tipos de modelos: modelos de área ou de região, modelos de comprimento e modelos de conjuntos. O primeiro modelo destaca-se o mais utilizado, que é o modelo de torta circular, a vantagem principal dele é que destaca a quantidade que falta para completar uma peça completa é o modelo de região ou e área.

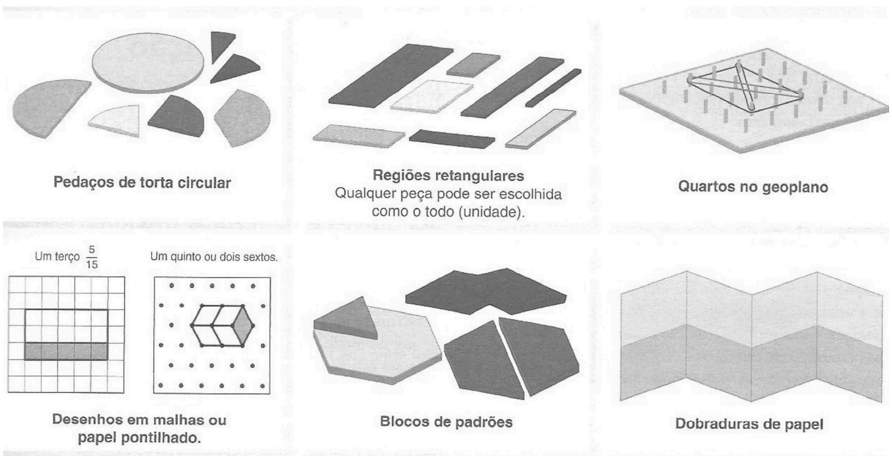



Figura 1 Modelos de área ou de região para frações (WALLE, 2009)

O outro modelo é o de comprimento ou de medida, nesse modelo os comprimentos são comparados em vez das áreas, ou linhas são desenhadas e subdivididas, ou materiais concretos são comparados com base no comprimento. Tem alguns modelos de comprimento como as versões multiplicativas que propicia oportunidade para tentativa e erro para exploração, já o modelo de barra ou de tira fornece mais flexibilidade quando apresenta peças separadas para comparações, enquanto na reta numérica é um modelo mais sofisticados, entretanto para uma criança, há uma diferença real entre pôr um número em uma reta numérica e comparar um comprimento a outro, pois cada número em uma reta numérica denota a distância de ponto rotulado como zero.

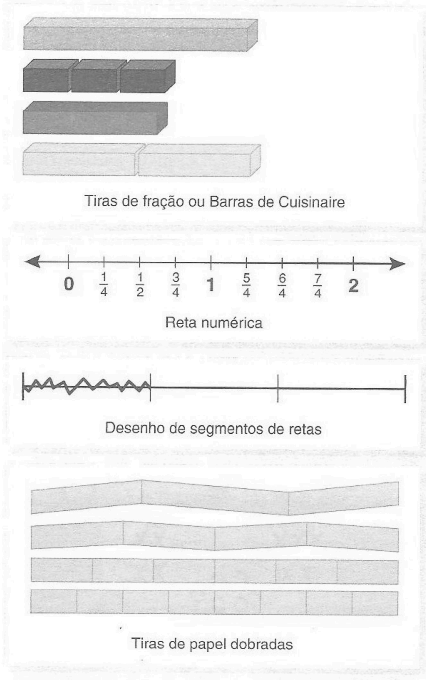



Figura 2 Modelos de comprimento ou de medida para frações (WALLE, 2009)

No modelo de conjuntos, o todo (unidade) é entendido como sendo um conjunto de objetos e os subconjuntos do todo compõem as partes fracionárias.

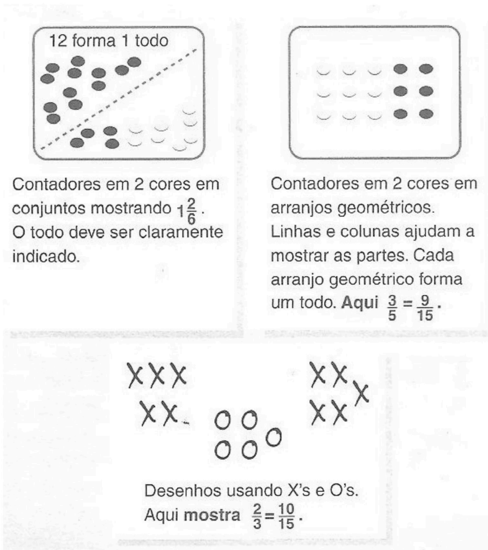



Figura 3 Modelos de conjuntos para frações (WALLE, 2009)

Quando se trata de simbolismo fracionário Walle (2009) afirma que representa uma convenção complexa que é geralmente enganosa para as crianças e quando se fala em contar as partes fracionárias.

> Contar as partes fracionárias para descobrir como os múltiplos das partes são comparados ao todo cria uma base sólida para a compreensão das duas partes de uma fração. Os alunos devem chegar a pensar sobre contar partes fracionárias quase do mesmo modo como eles contariam maçãs ou quaisquer outros objetos. Se você souber o tipo de parte que está contando, pode dizer quando obterá um, dois e assim por diante. Aqueles que compreendem as partes fracionárias não devem precisar organizar pedaços de torta em uma circunferência para saber que quatro quartos formam um todo. (WALLE, 2009, 327)

A partir dessa teoria Walle (2009) apresenta questionamentos para os docentes apresentarem aos alunos que levam os mesmos a pensaram sobre a maneira de contar frações, propondo que os alunos criem sua própria resposta e reflitam sobre o conceito fracionário, assim entendendo frações. Vejamos: Para cada coleção, diga aos alunos que tipo de fatia está sendo mostrada e simplesmente conte-os juntos: “Um quarto, dois quartos, três quartos, quatro quartos, cinco quartos”. Pergunte, “Se nós tivermos cinco quartos, isso é mais que um inteiro, menos que um inteiro ou o mesmo que um inteiro?”.

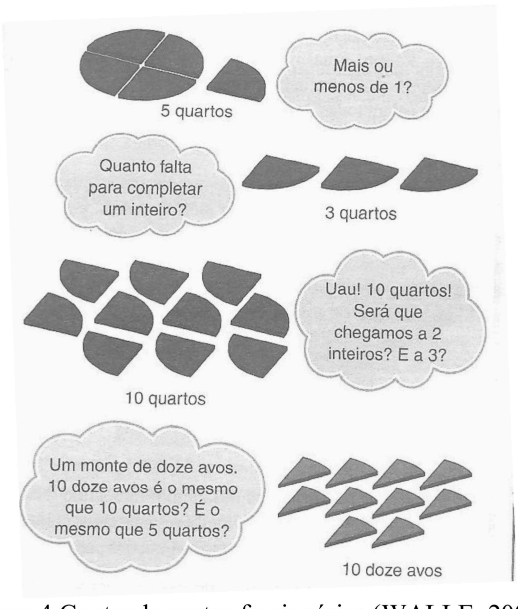



Figura 4 Contando partes fracionárias (WALLE, 2009)

Essas indagações segundo o autor vão ajudar os alunos a pensarem melhor quando se falar em contar a frações vai fazer com que eles pensem mais rápido, no início com materiais concretos para ajudar os alunos a desenvolverem as questões, ele também deixa claro em seu livro que quando os materiais não são usados corretamente vai confundir bastante no entendimento do aluno, então o professor antes de aplicar tem que experimentar e ver se realmente domina e se é aplicável a atividade para que possa passar o conhecimento para o aluno, pois se não for assim, só vai confundir o conhecimento do aluno e ele não vai entender o conceito de fração e muito menos as aplicações. Ele também sugere que é sempre útil fazer a mesma atividade com dois modelos diferentes, pois do ponto de vista dos alunos, a atividade será bastante diferente.

Levando em conta a nomenclatura de fração o número da parte superior: Esse é o número de contagem. Ele diz quantas repartições ou partes temos. Diz quantos foram contados. Já o número da parte inferior: Esse diz o que está sendo contado. Diz que parte fracionária está sendo contada. E sempre se usa a barra horizontal e não inclinada, pois é uma convenção. O autor quando fala em frações equivalentes ele deixa bem claro que faz bem usar modelos:

> A abordagem geral para ajudar os alunos a construir uma compreensão de frações equivalentes é fazer com que usem modelos para encontrar diferentes nomes para uma fração (WALLE, 2009, p.338)

Vejamos na imagem como usar modelos para demonstrar para os alunos as frações equivalentes

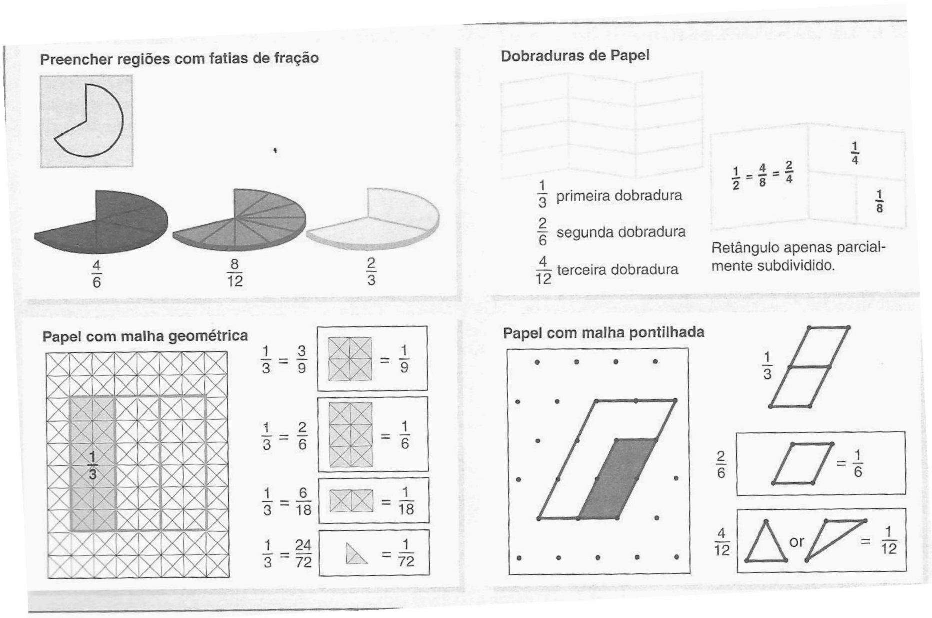



Figura 5 Modelos de área para frações equivalentes (WALLE, 2009)

Quando formos executar atividades com adição e subtração de frações, Walle 2009, aponta que devemos fazer como com o cálculo de números inteiros, fornecer tarefas computacionais sem dar regras ou procedimentos para completá-las. Assim os alunos usarão uma variedade de métodos e os métodos variarão extensamente com as frações encontradas nos problemas. Walle aponta em seu capítulo como mitos dos denominadores comuns afirmando que:

> Os professores comumente dizem aos alunos “para adicionar ou subtrair frações, você deve primeiro obter o denominador comum”. A explicação normalmente é algo como, “Afinal, você não pode adicionar maçãs e laranjas”. Essa declaração bem intencionalmente falsa. Uma declaração correta poderia ser, “para usar o algoritmo normal de adicionar ou subtrair frações, você deve primeiro obter o denominador comum”. E a explicação seria então, “O algoritmo é projetado para trabalhar apenas com denominadores comuns.” (WALLE, 2009, 347-348)

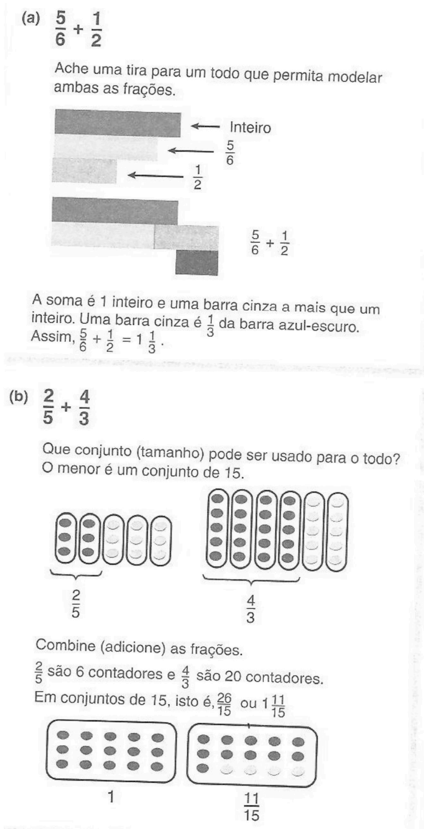



Figura 6 Usar modelos para adicionar frações pode instigar os alunos a pensar sobre denominadores comuns (WALLE, 2009)

# CAPÍTULO 2
# ASPECTOS METODOLÓGICOS

## 2.1 PROBLEMATIZAÇÃO

Conforme já dissemos na introdução deste trabalho a motivação para realização desta pesquisa, reside no fato de que já tínhamos trabalhado no PIBID com a referida atividade. O conceito de fração, conforme explicita Nunes et al (2005) traz inúmeros desafios para sua aprendizagem. Desenvolver recursos que possam ajudar na superação desses desafios é uma tarefa importante.

A atividade foi do autor Cavalcante (2013) onde a partir da leitura tivemos a curiosidade e aplicamos no PIBID para explicar Frações, mas durante a execução prática da atividade Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013) destacam que a atividade tinha um potencial para trabalhar o conceito de Frações, no entanto, ao olhar atividade com mais cuidado observamos que ela apresentava falhas, como na explicação das questões e na ausência de relato sobre esse potencial.

Daí surgiu a ideia de retomar a referida atividade, no entanto, num sentido de analisá-la e discutir os conceitos ali presentes. Como já conhecíamos a atividade na prática, nossa missão passou a ser preencher essa lacuna diante de uma atividade que parece ser adequada para trabalhar o conceito de frações.

Essa análise conceitual está ancorada na premissa de que o professor ao trabalhar jogos ou materiais manipuláveis em sala de aula, precisa ter clareza dos conteúdos matemáticos que irá explorar. (LORENZATO, 2009).

Nesse sentido a nossa questão norteadora foi*: quais os conceitos relacionados com Ensino de Frações pode ser potencializados numa atividade de resolução de problemas envolvendo o tangram como recurso?*

A partir dessa questão fixamos como objetivo geral *analisar o potencial de uma atividade de resolução problemas que envolve o tangram como recurso para trabalhar o conceito de frações.*

Como objetivos específicos, estabelecemos:

- ✓ Realizar um estudo teórico sobre aspectos conceituais e históricos do conceito de frações;
- ✓ Discutir perspectivas pedagógicas relacionadas com o conceito de frações;

- ✓ Analisar a atividade apresentando potencialidades em relação ao conceito de frações.

A partir dos objetivos traçados passaremos a discutir o caminhar metodológico de nossa pesquisa.

## 2.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

### 2.2.1 NATUREZA DA INVESTIGAÇÃO

Delineada a questão norteadora e os nossos objetivos uma das primeiras reflexões de cunho metodológico que tivemos foi a respeito da natureza da metodológica da investigação. Como tínhamos clareza que o trabalho de análise seria fundamentalmente de interpretação, não cabia um modelo quantitativo da pesquisa, assim nossa pesquisa é de orientação qualitativa.

Para Bogdan e Biklen (1994) a pesquisa qualitativa pode lançar mão de diversos instrumentos para que os dados sejam coletados, sendo que estes dados podem vir de fontes variadas como análise de textos pessoais dos sujeitos da pesquisa, entrevistas, manuais e documentos oficiais, atividades produzidas na sala de aula entre outros.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006) a pesquisa qualitativa pode se apresentar de vários modos e ter naturezas diversas que estão relacionadas ao modelo de investigação proposto.

Dentre os modelos citados pelos autores, percebemos que a modalidade de pesquisa que mais se assemelha ao processo que realizamos é a pesquisa exploratória. Segunda Fiorentini e Lorenzato (2006) este modelo compreende uma pesquisa inicial sobre algum tema que pesquisador quer conhecer melhor. Em nosso caso, embora estejamos no caminho inverso, pois já conhecemos a atividade, a exploração se caracteriza pelo fato de que queremos analisar a atividade e está análise poderá se constituir no trabalho que pode ser ampliado, por exemplo, com a reformulação da tarefa ou aplicação no contexto de sala de aula, tendo a análise que fizemos.

### 2.2.2 ETAPAS DA PESQUISA

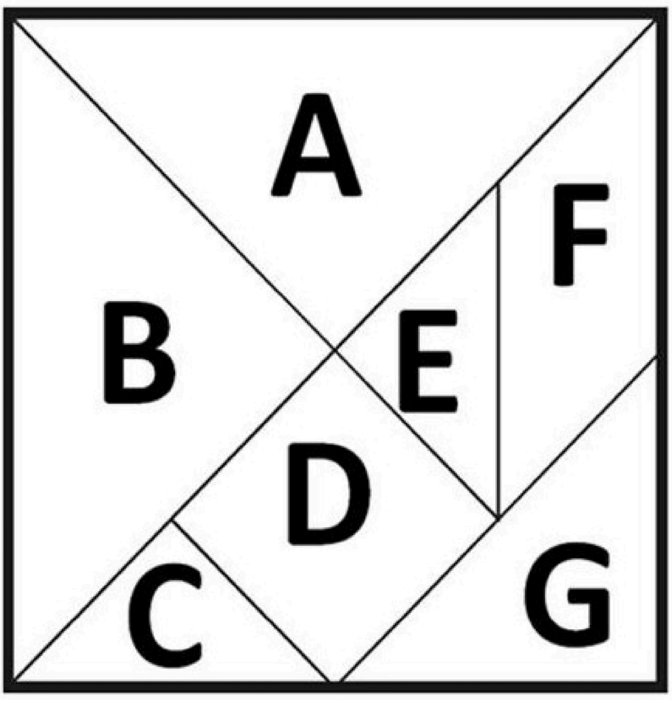
Como nossa pesquisa não é uma definição de sujeitos e os instrumentos estão baseados no processo de estudo da atividade, decidimos descrever os passos, aqui chamados de etapas, que empreendemos para realizar a pesquisa. Essas etapas estão diretamente relacionadas os objetivos específicos.

Dividimos, portanto, a investigação em duas etapas. Na primeira etapa realiza um estudo dos aspectos conceituais, históricos e pedagógicos do conceito de frações.

Na segunda passamos, a partir da análise feita na Etapa 1, a analisar a atividade propriamente dita.

Essa atividade foi adaptada de Cavalcante (2013), como dito anteriormente e foi também explorada no âmbito do PIBID por Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013), assim a atividade apresentou falhas, como na reflexão das questões, pois a mesma teria que abordar também outros conceitos fracionários além de soma, frações aparentes, fração imprópria, que seria fração como número racional, fração como quociente entre dois números e fração com operador multiplicativo.

**EXPLORANDO AS FRAÇÕES COM O TANGRAM**




**1- Tomando o quadrado maior (Tangram) como unidade responda os questionamentos abaixo:**

**a- Que fração do quadrado maior representa as figuras;**

**A ____ C _____ D _____A+B _____**

**b- Prove que D, F e G equivalem a mesma fração do quadrado maior;**

**2- Se tomarmos a figura D como unidade que frações dessas figuras apresentam as figuras;**

**E_____ E+C ____ A_____**

**3- Se tomarmos o triângulo A como unidade, que frações desta figura representa as figuras;**

**C_____F _____G_____ D+E_____E+F+C_____**

**a- Considerando ainda as figuras, prove que a fração $\frac{1}{2}$ equivale a $\frac{2}{4}$**

# CAPÍTULO 3
# RESULTADOS E ANÁLISES

O objetivo deste capítulo é a análise da atividade sobre o conceito de frações utilizando o Tangram. Essa atividade já foi experimentada na prática por Cavalcante (2013) e Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013).

O capítulo está organizado em duas partes, na primeira falamos sobre a organização do Clube de Matemática no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (CAPES\PIBID\UEPB) como forma de contextualizar o surgimento da atividade e sua aplicação. Na segunda parte apresentamos a análise.

## 3.1 O PIBID COMO LUGAR DE EXPERIMENTAÇÃO.

Como já foi dito o Clube de Matemática é um curso idealizado a partir do Núcleo de Estudos e Práticas em Educação Matemática vinculado ao Curso de Licenciatura em Matemática do CCHE/UEPB. Voltado para o Ensino Básico ele tenta suprir uma lacuna na formação de professores que ensinam Matemática tanto da Licenciatura em Matemática como da Pedagogia.

As intervenções ocorriam semanalmente com encontros presenciais de 45 a 50 min, na Escola Estadual João de Oliveira Chaves, onde era feito em uma sala com alunos que se dispõe a participar do Clube de Matemática.

Como já dissemos o conceito de frações tem uma certa relevância nas atividades do PIBID pois os alunos demonstram dificuldades em relação ao conceito.

Para desenvolver a atividade com tangram são necessários em médio dois encontros:

No primeiro encontro, o objetivo é trabalhar o conceito de Frações, para ver onde será a dificuldade dos alunos.

No segundo encontro, o foco central foi efetuar alguns exercícios para estimular o conhecimento deles.

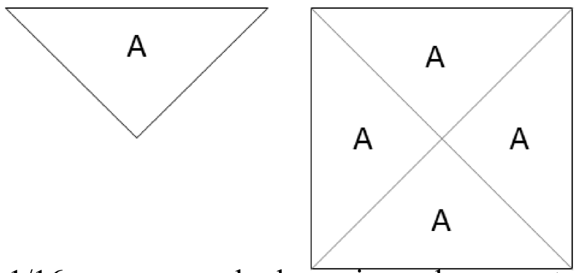
Para a adaptarmos a atividade para o Clube de Matemática dividimos a atividade em quatro momentos: No primeiro momento fizemos a sensibilização contando a lenda do Tangram, conforme nos conta Malba Tahan em “O homem que calculava”. No segundo momento apresentamos o Tangram aos alunos e propusemos alguns desafios utilizando os quebra-cabeças, dentre o eles o de formar um quadrado com as sete peças. No terceiro momento fizemos a confecção de Tangrans com os participantes dos clubes e no quarto e último momento, introduzimos o questionamento proposto por Cavalcante (2013) e o referido roteiro de questões.

Apresentaremos a análise da atividade na seção seguinte.

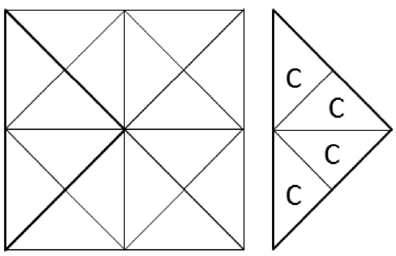
## 3.2 ANÁLISE DA ATIVIDADE

Nas questões deixam bem claro o uso reforçado do material manipulável para ajudar na resolução do problema com frações, a princípio na primeira questão letra **a** usou como referência o quadrado maior e pergunta a que fração do quadrado maior representa A, C, D e A+B, a partir daí já se ver um pouco fácil de responder, pois está usando como base o quadrado maior, então de cara vai sendo respondida só movendo as peças usando o raciocínio lógico, por exemplo, quantos C cabem em A, e quantos D cabem em A, e assim sucessivamente. Vejamos:

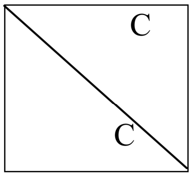
- A: 1/4, pois cabem no quadrado maior quatro peças de A



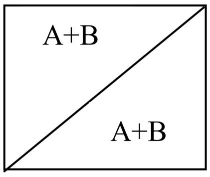

- C: 1/16, se no quadrado maior cabem quatro peças de A, como visto na imagem da resposta da questão anterior, e em A cabem quatro peças de C temos aí uma soma, 4+4+4+4=16 temos então que para completar o quadrado são dezesseis peças de C, portanto 1/16.




- D: 1/8, pois em D cabem duas pecas de C daí temos no resultado a metade da resposta da questão anterior.



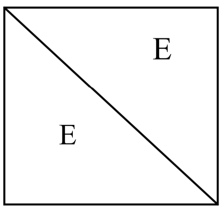

- A+B: 1/2, pois unindo a peça A com B na figura temos a metade do quadrado maior.



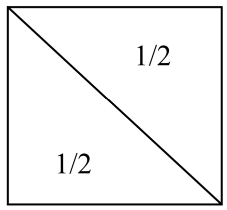

Já na questão **b**, que é o segundo item do numero 1, dificulta um pouco, mas encontra resposta fácil quando iniciam o movimento com as peças. Percebe-se que nas peças D, F e G, cabem duas peças de C ou duas peças de E, as mesmas são equivalentes, então se com as peças C e E são representadas pela fração 1/16 do quadrado maior, assim temos que a resposta para o item **b** é 1/8, D, F e G = 1/8.

Na questão 2, o autor muda o referencial, usa como referencia a figura D e pergunta qual fração representam as figuras: E, E+C e A.

- E: 1/2, fazendo uma reflexão pensamos o seguinte, C é igual a E então sobrepondo E e C em D e comprovarão que duas pecas de E cabiam em D, portanto concluirá que tomando a figura D como referencial temos a fração 1/2 da figura E.




- E+C: 1, já responde mais rápido essa questão, pois já respondida na questão anterior que E e C são equivalentes então quando colocadas uma ao lado da doutra formará um quadrado equivalente a D. Temos portanto um numero inteiro.



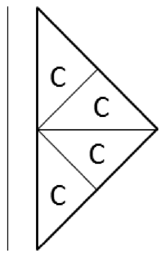

1/2 + 1/2 = 1

- A: 2/1, essa questão gerou bastantes dúvidas, pois o referencial nessa questão (figura D) é menor que a figura A, a princípio percebe-se que é impossível responder essa questão, que não existe que está errada, mas tem resposta para ela, a questão precisa de uma análise mais profunda. Como vi que tinha resposta, aí fui questionando os conceitos fracionários, encontrei uma fração imprópria, encontrei como resposta dessa questão é 2/1, pois o numerador era maior que o denominador. Na questão ele muda o referencial e assim não podemos dizer que é 1/2 porque o referencial usado é D e não A, portanto dois D cabem em A, assim por ter mudado o referencial já pudemos explicar um outro conceito de fração, que é uma fração imprópria.

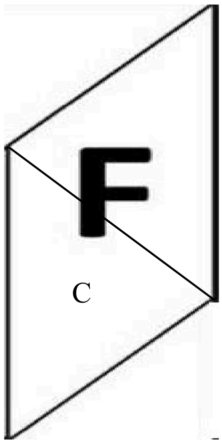
Na questão 3 ele toma o referencial a figura A e pede para falar quais frações represente, C, F, G, D+E, E+F+C:?

Foi usado a mesma prática das outras questões que foi o de sobrepor as peças como foi comentado e visto anteriormente:

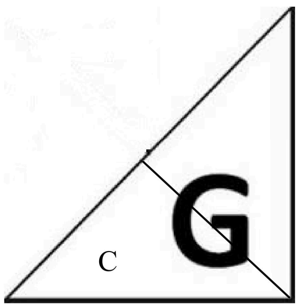
- C: 1/4, pois colocaram as peças de C e E por serem iguais e concluíram que cabiam quatro de C em A.




- F: 1/2, pois os mesmos justificaram que em F cabem duas de C e se na figura A cabem quatro C como visto na questão anterior aí que para C é 1/4, então temos a metade para F, que será a metade que é 1/2.




- G: 1/2, eles sobrepondo as peças viram que na figura G cabem dois de C ou de E, pois são equivalentes, então fica a mesma justificativa da questão anterior.




- D+E: 3/4, como as outras questões foram observando as figuras e sobrepondo as peças, nessa questão tem mais dificuldade, mas estava mais fácil quando imaginava. Aí questiona o seguinte, quem é D e E, obtém como resposta 1/2 e 1/4, então somando obteremos a resposta correta, 3/4. Nessa questão usou a soma de fração.

Já visto em questão anterior que para a figura D tomando como referencial a figura A, cabem em A duas peças de D, assim tendo 1/2, assim como também visto para E tomando o mesmo referencial encontraremos a fração 1/4. Daí somando 1/2 + 1/4 = 3/4

- E+F+C: Com a questão anterior ficou mais fácil de responder essa questão. Para E: 1/4, para F: 1/2, para C: 1/4, então somando obteremos que E+F+C= 4/4 = 1, que é uma fração aparente, que da um numero inteiro.

No final da atividade o autor traz uma questão de Frações Equivalentes, para os alunos responderem, ela aborda uma prática com a manipulação das peças para que os alunos entendam e assim fiz também. Eles me responderam usando o argumento da soma das frações e uma fração já vista nos resultados anteriores. Vejamos:

- Tendo como referencia o triangulo A é um dos triângulos maiores temos que para a figura G que é o triângulo médio temos a fração 1/2 e fazendo a soma de C + E temos que C é representado pela fração 1/4 e a figura E é representado também por 1/4 é um dos triângulos maiores somando obteremos 1/4 + 1/4 = 2/4, quando fazemos a redução de fração vamos obter 1/2. Tendo assim a figura G = C+E, ou seja, são equivalentes, pois tem a mesma representação fracionária.

Concluímos, portanto, a análise da atividade. Observamos que alguns dos conceitos e situações levantadas não foram citados por Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013) nem por Cavalcante (2013), talvez isso corrobore com a nossa hipótese de que a atividade necessitava de fato da análise que fizemos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme nos propusemos na introdução deste trabalho de conclusão de curso nossa proposta foi realizar uma análise a priori de uma atividade que envolve o conceito de frações usando o tangram como material manipulável, conforme orienta Lorenzato (2009).

A primeira lição que tivemos é que os rumos da aula quando trabalhamos com materiais manipuláveis pode ser inesperado, ou seja, as vezes muitos alunos não atribuem significado as questões propostas o que demanda, por vezes, reorientar nosso trabalho. Assim nossa pesquisa contribui para a discussão da atividade, já que a nossa meta era analisar os conceitos presentes em tal atividade, assim, qualquer professor que trabalhar com esta atividade tem suas mãos um roteiro de situações que são requeridas ao aluno.

Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013) afirmam que o Tangram tornou possível uma conversa mais agradável sobre o conceito de fração e as ideias associadas a ele, os alunos mais motivados, não tiveram receio de dizer que não sabiam e que estavam ali para aprender. Conclusão semelhante chegou também Cavalcante (2013). Assim a nossa pesquisa destaca a potencialidade dos conceitos presentes na sua solução.

Um ponto que gostaríamos de observar como ponto de melhoria seria uma melhor redação dos desafios propostos ao longo da atividade, ou seja, percebemos que a atividade é muito direta, e falta, portanto, uma contextualização mais abrangente da atividade.

Observamos que parte dessa contextualização pode surgir do nosso trabalho, mas reconhecemos suas limitações, desta forma, recomendamos como estudos futuros a ampliação da tarefa com um detalhamento maior das questões para facilitar o entendimento dos alunos e também de quem vai aplicar.

Por fim, encerramos dizendo da importância e do crescimento que tivemos com esse processo de pesquisa. Tínhamos originalmente uma meta maior para esta investigação, porém fatores externos a pesquisas contribuíram para um redirecionamento das metas, desta forma, optamos pela análise a priori da atividade. Como tudo é aprendizado, concluímos na certeza de que novos desafios virão e que foi gratificante a realização deste estudo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. MEC. Brasília: 1998.

CAVALCANTE, J. L. **Formação de Professores que ensinam Matemática: saberes e vivências a partir da resolução de problemas**. Paco Editorial. Jundiaí – SP, 2013.

CAVALCANTE, J.L. **Resolução de Problemas e formação docente: saberes e vivências no Curso de Pedagogia.** Paco Editorial. Jundiaí, 2013.

CAVALCANTE, J. L; NETO, J. L; SILVA, H. J. S. **Conceito de Fração no Clube de Matemática: uma experiência a partir do PIBID.** Trabalho apresentado no III ENID. Campina Grande. 10/2013.

COSTA, A. C. **Referencias Históricos e Metodológicos para o Ensino de Frações.** Trabalho de Conclusão de Curso B Relatório Final. Universidade Federal de São Carlos, 2010.

Disponível em: https://www.geniol.com.br/raciocinio/tangram/ , acessado em: 09/05/2016

FIORENTINI, D; LORENZATO. S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

JANOS, M. **Matemática para pais e interessados: fundamentos e álgebra.** Vol 01. Editora Livraria da Física, São Paulo, 2011.

LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

NUNES, T. et al. **Educação matemática: números e operações numéricas.** São Paulo: Editora Cortez, 2005. 206 p.

SAMPAIO, Fausto A. ***Matemágica*****: história, aplicações e jogos matemáticos**. Campinas, SP: Papirus, 2005.

SILVA, M. S. **Clube de Matemática: jogos educativos**. 3. Ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

VAN DE WALLE, J. A. **A Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6ª Edição. Porto Alegre: Artmed, 2009