UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

DIEGO ALCÂNTARA DOS SANTOS

UMA ABORDAGEM SOBRE O ENSINO DE INTEIROS NO ÂMBITO DE LIVROS DIDÁTICOS

CAMPINA GRANDE
2016

DIEGO ALCÂNTARA DOS SANTOS

UMA ABORDAGEM SOBRE O ENSINO DE INTEIROS NO ÂMBITO DE LIVROS DIDÁTICOS

Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura Plena em matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciado em matemática.

Orientador: Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel

CAMPINA GRANDE
2016

S237a Santos, Diego Alcântara dos.
Uma abordagem sobre o ensino de inteiros no âmbito de livros didáticos [manuscrito] / Diego Alcantara dos Santos. - 2016.
33 p. : il. color.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel, Departamento de Matemática".

1. Números inteiros. 2. Livro didático. 3. Obstáculos epistemológicos. 4. Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs. I. Título.
21. ed. CDD 371.32

DIEGO ALCÂNTARA DOS SANTOS

UMA ABORDAGEM SOBRE O ENSINO DE INTEIROS NO ÂMBITO DE LIVROS DIDÁTICOS

Trabalho de conclusão de curso apresentado a coordenação do curso de Licenciatura plena em matemática para obtenção do título de licenciado em matemática

Aprovado em: 28/10/2016

BANCA EXAMINADORA

Anibal de Menezes Maciel

Prof. Dr. Anibal de Menezes Maciel (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Prof. Me. Maria Conceição Vieira Fernandes
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Mozart Edson Lopes Guimarães

Prof. Me. Mozart Edson Lopes Guimarães
Universidade Estadual Da Paraíba (UEPB)

Dedico este trabalho a minha família, que com muita paciência fez parte desta construção de conhecimento e por todo amor, sacrifício e compreensão que teve para comigo durante esta longa jornada de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a DEUS pelo dom da vida, da sabedoria e do amor onde encontro forças para trilhar minha caminhada.

Aos meus pais, pela educação que recebi, e por eles terem me conduzido a percorrer o melhor caminho dessa vida.

Ao meu orientador, que me conduziu com paciência e inteligência, permitindo-me criar uma nova visão de uma educação crítica em busca de melhores meios de se aprender e ensinar, me fazendo observar os problemas encontrados na aprendizagem, merecedores de atenção.

A UEPB, partindo dos funcionários ao corpo docente desta instituição.

A todos aqueles que contribuíram para realização deste trabalho, me apoiando, dedicando sua atenção, colaboração e compreensão nos momentos mais difíceis dessa jornada.

“É fundamental diminuir a distancia entre o que se diz e o que se faz, de tal maneira que num dado momento a tua fala seja a tua pratica”.

Paulo Freire

RESUMO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) afirmam que os resultados em relação à aprendizagem dos números inteiros têm sido bastante insatisfatórios. Todavia, historicamente observamos que a dificuldade dos matemáticos conceberem esse assunto foi conflituosa, ou seja, diversos matemáticos também tiveram dificuldades em compreender as relações dos sinais. Entretanto, a abordagem de números inteiros é de suma importância seja por uma justificativa do ponto de vista social, política, pedagógica ou mesmo pela importância interna, considerando a estrutura lógica da Matemática. Diante dessa perspectiva objetivamos no presente trabalho refletir como autores de livros didáticos tem abordado a construção das regras de operação com números inteiros, tendo como parâmetro a reta numérica e em mais particular, a operação de multiplicação. Portanto, realizamos uma pesquisa bibliográfica, por se tratar de livros didáticos e outra de campo para verificar se alunos do 7º ano estão sabendo aplicar as regras de operações com números inteiros. Assim, tratamos o presente trabalho: No primeiro capítulo fazemos uma introdução do trabalho, motivação, justificativa e objetivos. No segundo falamos sobre o desenvolvimento histórico sobre os números negativos, destacamos os obstáculos epistemológicos com números inteiros, e por útimo destacamos a importância dos números inteiros para os PCN's. No quarto fazemos uma análise de alguns livros didáticos focando sobre a forma como alguns autores abordam os números inteiros, e por último fazemos uma pesquisa de campo. Como resultado verificamos que entre os autores abordados só um utiliza adequadamente a reta numérica para trabalhar a construção das regras de operações com números inteiros. Por outro lado, através do instrumento aplicado, constatamos aquilo que já esperávamos, ou seja, os alunos pesquisados demonstraram uma grande dificuldade em operar com números inteiros, como também na resolução dos problemas solicitados.

Palavras-Chave: Números inteiros, Obstáculos Epistemológicos, História da Matemática.

ABSTRACT

The National Curriculum Parameters (PCN's) claim that the results in relation to the learning of integers have been quite unsatisfactory. However, historically we observed that the difficulty of mathematical conceive this matter was confrontational, that is, many mathematicians have also had difficulties in understanding the relationship of the signs. However, the approach of integers is of paramount importance is for a justification from a social point of view, political, educational or even by internal importance, considering the logical structure of mathematics. Given this perspective aim in this study reflect how textbook authors have discussed the construction of the operating rules with integers, having as parameter the number line and more particularly, the multiplication operation. Therefore, we conducted a literature search, in the case of textbooks and other course to verify that 7th graders are knowing how to apply the rules of operations with integers. So we treat this work: In the first chapter we make an introduction of work, motivation, justification and objectives. In the second we talk about the historical development of the negative numbers, highlight the epistemological obstacles with integers, and útimo emphasize the importance of integers for the NCP's. In the fourth we make an analysis of some textbooks focusing on how some authors address the integers, and finally do a field research. As a result we find that among the authors addressed only one properly use the number line to work building the operations rules with integers. On the other hand, through the instrument applied, we found what we expected, ie the students surveyed showed great difficulty in operating with integers, as well as in solving problems requested.

Keywords: Whole numbers, Epistemological Obstacles, History of Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. ASPECTOS GERAIS DA PESQUISA

1.1 INTRODUÇÃO

O uso do algarismo é algo partilhado em nossas vidas, e quando nos referimos a números há uma frase de Platão que define perfeitamente o que os números significam para a humanidade, *os números governam o mundo.* Neste trabalho abordamos uma das grandes criações humanas em relação aos números, que é o conjunto dos números inteiros, mais especificamente os números negativos.

Este conteúdo se resume às vezes apenas na memorização de *regras* para efetuar operações matemáticas. No entanto, uma grande quantidade de anos ou até mesmo séculos, foi necessária para justificar todo o seu entendimento. Diversos matemáticos revelam estudos a respeito dos números relativos.

Em destaque, está o professor e historiador Georges Glaeser, o qual identifica em seu estudo seis obstáculos epistemológicos, comparados ao conceito de número negativo. Ao fazer isto, Glaeser (1969) recupera, tal como sugere o epistemólogo Gaston Bachelard (1996), o verdadeiro espírito do epistemólogo que é o de estudar nas sínteses progressivas das ciências as dificuldades intrínsecas ao conhecimento, determinando a rede de significações que caracteriza e dá sentido ao mesmo.

Em contrapartida, observamos que as dificuldades encontradas no decorrer da história quanto à compreensão dos números inteiros, repetem-se em sala de aula quando a introdução desses números no sétimo ano do ensino fundamental. São muitos os professores e pesquisadores que vêem discutindo formas e novas metodologias para que os alunos tenham melhor entendimento para que possam utilizar os números negativos e suas operações com maior facilidade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais homologam essa dificuldade. Segundo os PCN’s (1998) o ensino dos números relativos costuma gerar dificuldades, sendo os resultados sobre sua aprendizagem bastante insatisfatórios. Esse documento alerta que a ênfase da memorização de regras para efetuar os cálculos, geralmente descontextualizados, costuma ser a tônica da abordagem dos números inteiros no terceiro e quarto ciclos. Em virtude disso os alunos não reconhecem os números inteiros como uma extensão dos números naturais e, apesar de decorar as regras, não as conseguem aplicar adequadamente, por não compreender o número negativo.

1.2 MOTIVAÇÃO

A motivação para o estudo deste conteúdo surgiu da experiência que tive não só em sala de aula, mas também em minha carreira acadêmica na universidade. Durante este tempo, observei a grande dificuldade dos alunos para operar (adicionar, subtrair, multiplicar e dividir) números inteiros. Enquanto as operações ficam restritas aos inteiros positivos, assemelhando-se aos números naturais, os resultados são satisfatórios. O torna-se evidente, quando são requisitados a usar números negativos.

Contudo, a razão da escolha do tema deve-se principalmente por crer no grande potencial de basearmos o ensino da reta numérica ligada a este conteúdo.

Assim, a reta numérica possibilita aos alunos a mobilização de conhecimentos e o desenvolvimento da capacidade de gerenciar as informações que estão ao seu alcance, assim como a ampliação da visão que têm os problemas, da matemática, do mundo em geral e o desenvolvimento da sua autoconfiança.

Quando propormos o uso da reta numérica para a pesquisa, entende-se que ela, como recurso didático, é uma ferramenta que pode incentivar e propiciar aulas que despertem a curiosidade e interesse dos alunos no estudo.

1.2 JUSTIFICATIVA

O ensino de números inteiros se faz relevante em função da sua vasta aplicabilidade. Seja do ponto de vista social, em que os indivíduos nas mais diversas situações da convivência em sociedade utilizam os conceitos sistematizados nesse conteúdo, como é o caso no movimento bancário, ou de uma maneira geral nas suas relações comerciais e até mesmo nos momentos de diversão, por exemplo, quando da classificação de um determinado time de futebol em campeonato que leva em conta o saldo de gols.

Do ponto de vista político, quando percebemos que o domínio desse conteúdo permite uma melhor compreensão da sociedade em que vivemos, possibilitando assim o exercício da cidadania.

Pedagogicamente, ao abordar o ensino de números inteiros priorizando a busca de novas formas de tratar esse conteúdo o presente trabalho contribui para que esse assunto possa ser mais bem compreendido por um número maior de alunos, favorecendo assim a democratização do acesso da aprendizagem em matemática.

E para a própria Matemática, o conteúdo em estudo é de grande importância no desenvolvimento da estrutura lógica da Matemática, pois a partir dele possibilitam-se outros estudos, como os Números Racionais, Equações, Funções, entre tantos outros.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1. OBJETIVO GERAL:

Refletir como autores de livros didáticos tem abordado a construção das regras de operação com números inteiros, tendo como parâmetro a reta numérica e, em mais particular, a operação de multiplicação.

1.4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

-Verificar como cada autor aborda os números inteiros e em específico na multiplicação com inteiros.

-Observar que estratégias são utilizadas pelos autores para introduzir os números inteiros.

-Identificar as principais dificuldades dos alunos com números inteiros.

-Observar como os autores se referem às regras de sinais e suas operações.

-Verificar os resultados da aplicação do exercício analisando as dificuldades encontradas.

1.5 METODOLOGIA

Partindo da concepção de que o conteúdo de Números Inteiros é importante para a formação matemática do aluno, resolvemos nos valer de uma proposta diferenciada para o ensino do conteúdo matemático em questão. Para trabalhar este conteúdo procuramos desenvolver como metodologia o uso da reta numérica na multiplicação com números inteiros em sala de aula, como algo instigante e motivador, referindo-se ao ensino matemático. Em relação a essas dificuldades existentes com os números inteiros os PCN'S dizem:

> Uma decorrência dessa abordagem é que muitos alunos não chegam a reconhecer os inteiros como extensão dos naturais e, apesar de memorizarem as regras de cálculo, não as consegue aplicar adequadamente, por não terem desenvolvido uma maior compreensão do que seja o número inteiro. (BRASIL, 1998, p.98).

Logo, de acordo com o exposto acima e refirindo-se as dificuldades dos alunos no tocante aos números inteiros, bem como a necessidade de ensinar esse conteúdo de uma forma mais compreensível aos mesmos, o presente trabalho tem como objetivo a utilização a reta numérica não só especificamente na multiplicação, mas sim nas operações em geral, como parâmetro de ensino desse conteúdo de uma forma significativa, tomando esse termo como significado de compreensão.

Suponho que o uso da reta numérica proporciona um ensino mais vantajoso à turma, pois além de deixar a aula mais interessante e dinâmica estamos aplicando um tipo de conceito.

Para tanto, realizamos uma pesquisa do tipo bibliográfica, por ter sido implementada em livros algumas coleções de livros didáticos no sentido como autores tem abordado a construção das regras de operações com números inteiros.

Como também fizemos uma pesquisa de campo para vermos como alunos de uma turma do 7º ano após o ensino de conteúdo verificarmos o domínio das operações com números inteiros.

A fim de analisar a compreensão dos números inteiros, desenvolvemos esse trabalho de conclusão de curso em seis capítulos. No primeiro fazemos uma introdução do trabalho, motivação, justificativa e objetivos. No segundo falamos sobre o desenvolvimento histórico sobre os números negativos. No terceiro destacamos os obstáculos epistemológicos com números inteiros. No quarto destacamos a importância dos números inteiros para os PCN's. No quinto fazemos uma análise de alguns livros didáticos sobre como alguns autores abordam os números inteiros, e por último fazemos uma pesquisa de campo.

2. DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO SOBRE NÚMERO NEGATIVO

Ao longo da história podemos observar o grande avanço da matemática, a necessidade de contar e relacionar quantidades fez com que o homem desenvolvesse símbolos ou métodos no intuito de expressar inúmeras situações. Vários modelos de numeração surgiram por todo o planeta no decorrer dos tempos, sendo os mais antigos registros e originários do Egito, Suméria e Babilônia. Destacam-se também outros sistemas de numeração bastantes conhecidos, como o Chinês, os Maias, o Grego, o Indiano, o Arábico e o Romano.

O homem criou situações interessantes na contagem de seus objetos, animais e etc., ao levar seu rebanho para a pastagem ele relacionava uma pedra a cada animal, no momento em que ele recolhia os animais fazia a relação inversa, no caso de sobrar alguma pedra notava-se que a falta de algum animal.

Mas homem buscava algo mais concreto, e com o início do Renascimento surgiu à expansão do comércio, que aumentou a circulação de dinheiro, obrigando os comerciantes a expressarem situações envolvendo lucros e prejuízos. A maneira que eles encontram de resolver tais situações problemas consistia no uso dos símbolos + e -.

Utilizando essa nova simbologia, os matemáticos da época desenvolveram técnicas operatórias capazes de expressar qualquer situação envolvendo números positivos e negativos. Surgia então um novo sistema numérico representado pela letra Z (Zahlen: número em alemão), sendo formado por números positivos (Naturais) e seus respectivos simétricos, podendo ser escrito da seguinte maneira: Z={..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...}.

Para Radford (1997, apud MACHADO, 2010, p.135), "a dificuldade que os números positivos colocam no aparecimento dos números negativos não é um problema intrínseco do conhecimento, depende de características locais, das idéias culturais sobre a ciência, da matemática, seus objetos e métodos".

Baseado nessas primeiras questões abordamos nesse capítulo quão grande foram as resistências e as dificuldades encontradas no estabelecimento da teoria dos números inteiros ao longo da história, levando em consideração as diferentes culturas e épocas.

Segundo Chagas (2007) No Oriente Antigo, a Matemática surgiu como uma ciência prática com o objetivo de facilitar cálculos do calendário, a administração de colheitas, a organização das obras públicas e a cobrança de impostos. E apesar dos negócios e dos comércios a que estas sociedades antigas estavam entregues, a sua base econômica era agrícola e estava centralizada nas aldeias. A ênfase inicial foi dada à aritmética prática e à medição. Não são encontradas tentativas de demonstração, nem argumentações, apenas *receita*s de como resolver alguns problemas.

Chagas (2007) ainda diz que, Resquícios dos números inteiros são encontrados através de dois escritos chineses datados de 300 a.C., aproximadamente: Chou Pei Suang Ching e Chiu Chiang Suan Shu. Nele são encontrados problemas matemáticos, cálculos, equações e modos de mensuração. Alguns de seus cálculos conduziam à equações lineares, por exemplo, o sistema escrito na forma de matriz dos coeficientes. Nestas matrizes foram encontrados os primeiros registros dos números negativos.

Nieto (1994) menciona que a numeração chinesa conservou-se essencialmente decimal, com dois sistemas de notação convivendo juntos. Além disto, o conceito de numero negativo já estava consolidado na china pelo uso de barras coloridas para efetuar cálculos.

A origem da regra de sinais é vulgarmente atribuída a Diofanto de Alexandria (século III d.C.). Ele não fez referencia alguma aos números negativos isolados, mas, em seu livro I de aritmética, mencionou o produto de duas diferenças. A regra (-) x (-) = (+) é dada como um procedimento transitório ate que se obtenha uma resolução "aceitável", isto é, positivo (apud Glaeser, 1985, p.47, 49). Não há demonstração.

Na Índia, Brahmagupta (século VII d.C.) contribui para a álgebra ao apresentar soluções gerais para equações quadráticas, inclusive envolvendo raiz negativa. Bhaskara, no século XII, chamava os números positivos de "propriedades" ou "bens" e os números negativos de "dívidas". Ele não considerava os números absolutos.

Para Glaeser (1985), as obras indianas da época eram apenas coletâneas de sentenças, atreladas a exemplos de aplicação numérica, pois não havia preocupação em justificar a regra de sinais.

Leonardo de Pisa, também conhecido como Fibonnacci, era um mercador ocidental. Em seu livro Liber Abaci de 1202, ele reúne informações aritméticas e algébricas coletadas em suas viagens ao oriente (apud STRUIK, 1992, p.138).

Com a invenção da imprensa, começaram a ser publicados livros para o ensino de aritmética pratica e para aplicações comerciais.

Simon Stevin (1540-1620) tratou abundantemente dos números negativos utilizados como artifício de cálculo e aperfeiçoou seu emprego propondo que ao invés de se dizer, por exemplo, "diminua 3", dizer "acrescente -3". Mas ao interpretar as raízes negativas de uma equação afirmava que estas são raízes positivas da transformada em –x (apud GLAESER, 1985, p.53).

Albert Girard (1590-1633) enunciou as relações entre raízes e coeficientes, admitindo raízes negativas e imaginárias. Ele compreendia que os números negativos estão orientados em sentidos opostos aos positivos e que indicam, geometricamente, um retrocesso, enquanto os números positivos, um avanço (apud NIETO, 1994, p.35).

Um importante estímulo para essa renovação gradual, segundo Struik (1992), foi à publicação de La Géométrie em 1637, de René Descartes (1596-1685). Esta publicação pôs todo o campo da geometria clássica no domínio da ação dos algebristas. Glaeser (1985) observa que Descartes considerava separadamente duas semirretas opostas – e não um eixo sobre o qual a abscissa de um ponto varia de $-\infty$ a $+\infty$, entendendo que a semirreta negativa deveria se dirigir em sentido contrário à positiva. Ele utilizou o artifício da mudança de origem das abscissas para obter equações com todas as raízes positivas. Neste livro, Descartes apresenta uma regra para determinar o numero de raízes positivas e negativas (por ele chamadas de raízes verdadeiras e falsas).

Segundo Glaeser (1985), até o século XVIII, não havia muitas oportunidades de utilizar os números negativos na vida cotidiana. Apesar das contas dos comerciantes, a prática das partidas dobradas em contabilidade opunha-se radicalmente a créditos e débitos (combinado-os apenas no fim das paginas dos livros de registro). Além disto, não havia escalas termométricas. Os primeiros fabricantes de termômetros escalonavam os instrumentos de acordo com temperatura da fusão da manteiga. Somente em 1730, os primeiros termômetros científicos foram produzidos por Réaumur, que propôs sua escala de temperaturas.

Segundo Struik (1992), o matemático do século XVIII foi Léonard Euler. Pois contribui notavelmente em todos os campos da matemática. E em seu manual de Álgebra, datado de 1766, ele forneceu um modelo de admissão de um estatuto para os números negativos. A subtração não está restrita ao caso em que o subtraendo é menor que o minuendo. Além disto, afirmou que os números negativos são menores que zero e o conceituou os números inteiros. Euler também definiu as quatro operações sobre esses números. Ele mostrava as quantidades como bens ou dívidas.

No século XIX, Carnout (1753-1823) era considerado um dois maiores matemáticos franceses da época, e segundo ele, a quantidade negativa isolada era um ser de razão, que, ao aparecer nos cálculos, não passava de simples forma algébrica. Ele rejeitava a noção de quantidades positivas e negativas, e defendia a noção de quantidades diretas e inversas.

Em 1867, Herman Hankel (1839-1873) publicou *Teoria dos sistemas dos números complexos,* superando todas as barreiras referentes à teoria dos números. Glaeser (1985) destaca que, em seu trabalho, Hankel abandonou o ponto de vista “concreto” para assumir o ponto de vista “formal”. Não buscou na natureza exemplos práticos que explicassem os números, pois estes não eram mais descobertos, porém inventados e imaginados.

2.1 OS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS COM NÚMEROS INTEIROS

A noção de obstáculo epistemológico desenvolvida por Gastón Bachelard (1884-1962) é essencial para o entendimento do processo dinâmico de construção do conhecimento cientifico.

Segundo Bachelard (1996), os obstáculos epistemológicos são hábitos incrustados no conhecimento não questionado, que invariavelmente bloqueiam o processo de construção do novo conhecimento. Cabe aos educadores estarem atentos a estes entraves na aprendizagem, para que não estejam presentes no seu modo de ensinar, tanto em sala de aula, quanto nos materiais didáticos utilizados.

Em relação aos números inteiros, a primeira referência aparece num artigo de Glaeser publicado em 1981, onde ele expressa a intenção de pesquisar os obstáculos que se opõem a compreensão e aprendizagem dos números negativos.

Ainda segundo Glaeser (1985), a construção dos números negativos foi de uma lentidão surpreendente, mas que esse fenômeno parece ter escapado da análise de muitos historiadores, os educadores davam pouca atenção para as dificuldades existentes na aprendizagem da regra de sinais.

Através disso Glaser (1985) aponta e identifica em relação aos números inteiros uma serie de obstáculos, tais como:

- a dificuldade em dar sentido a quantidades negativas isoladas;
- a ambigüidade do zero absoluto e do zero como origem;
- a necessidade de um modelo unificador do aditivo para o campo multiplicativo;
- dificuldade em unificar uma reta numérica.

2.2 PARÂMETROS CURRICULARES – PCN’s: COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s) referem-se a um documento criado pelo Ministério da Educação para regulamentar o currículo escolar, visando promover a escola como instituição autorizada a ensinar, a ler e a escrever. O PCN organiza os conteúdos por meio de blocos, sendo um deles números e operações, nesse processo o aluno perceberá a existência de diversos tipos de números bem como seus diferentes significados, à medida que deparar com situações problemas envolvendo operações ou medidas com grandezas, como também estudar algumas questões que compõem a história do desenvolvimento do conhecimento matemático.

Com relação às operações, o trabalho a ser realizado de concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo do calculo, contemplando diferentes tipos.

Ainda segundo os PCN’s, os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela analise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. As primeiras abordagens dos números inteiros podem se apoiar-se nas idéias intuitivas que os alunos já têm sobre o conceito por viveram situações no seu cotidiano de perdas e ganhos, créditos e débitos ou outros situações.

Com isso os PCN's traçam alguns objetivos para um melhor desenvolvimento do estudo com números inteiros, como:

- resolver situações problemas;
- identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números inteiros;
- ampliar e construir noções de medidas entre outros.

3. REFLEXÃO SOBRE ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS

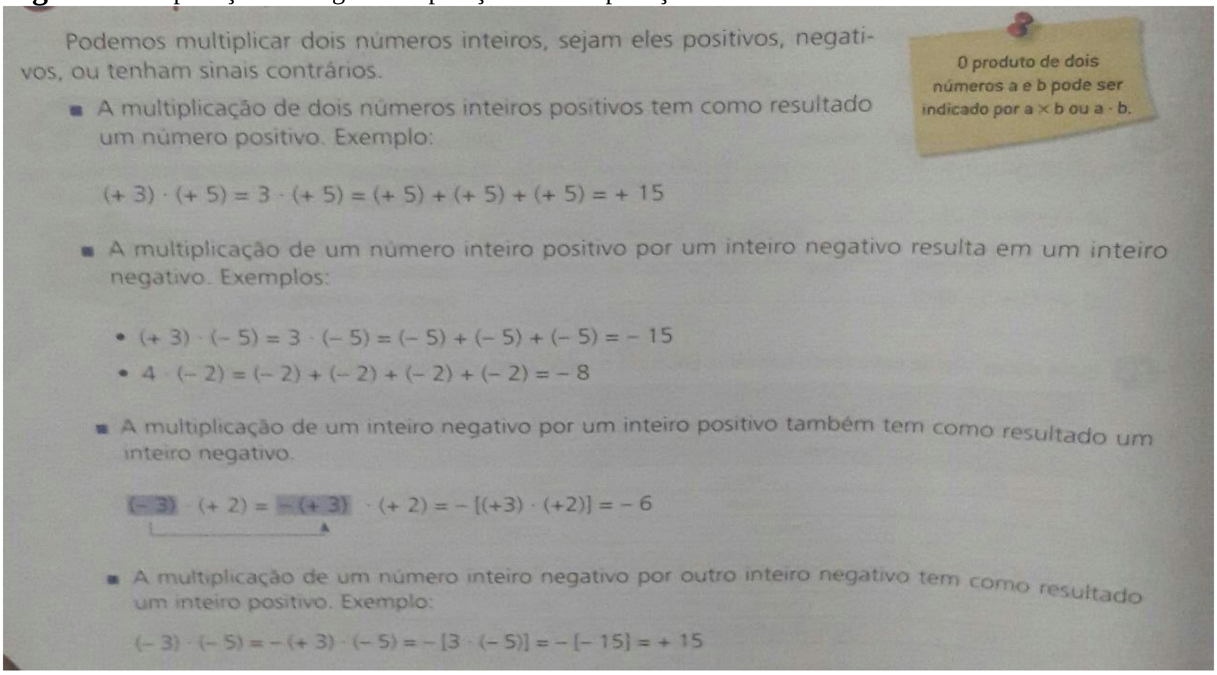
Em nosso país a educação não tem a atenção que merece, os profissionais são desvalorizados e isso influencia na grande jornada de trabalho que parte dos professores tem. Com isso, muitos não investem em melhorar seu conhecimento, bem como para melhorar sua atuação em sala de aula. Assim, o livro didático surge como uma opção de pesquisa para o professor (e também alunos). Por este motivo resolvemos investigar alguns livros didáticos de matemática em específico o capítulo dos números inteiros, dando ênfase àqueles que usam a reta numérica na multiplicação com números inteiros, pois, esse é o foco do nosso trabalho.

LIVRO 1: MATEMÁTICA (MIANI, 2012)

Esse livro é composto de 14 capítulos, perfazendo um número de 280 páginas, no qual *os números inteiros* são tratados nos capítulos 4 e 5. O referido autor apresenta o assunto das operações de adição e subtração com números inteiros partindo de exemplos do cotidiano, tais como: temperatura, conta-corrente, elevadores, altitudes e por último saldo de gols.

Quanto à operação de multiplicação com números inteiros, ele foi bastante direto e não utilizou nenhuma contextualização para trabalhar a idéia que leve a uma melhor compreensão do aluno em relação às regras dessa operação. Vejamos na figura 1 como ele expôs:

Figura 1– Explicação das regras da operação de multiplicação com números inteiros.



Podemos multiplicar dois números inteiros, sejam eles positivos, negativos, ou tenham sinais contrários.

0 produto de dois números a e b pode ser indicado por a × b ou a · b.

- A multiplicação de dois números inteiros positivos tem como resultado um número positivo. Exemplo:

$(+3) \cdot (+5) = 3 \cdot (+5) = (+5) + (+5) + (+5) = +15$

- A multiplicação de um número inteiro positivo por um inteiro negativo resulta em um inteiro negativo. Exemplos:
  - $(+3) \cdot (-5) = 3 \cdot (-5) = (-5) + (-5) + (-5) = -15$
  - $4 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$

- A multiplicação de um inteiro negativo por um inteiro positivo também tem como resultado um inteiro negativo.

$(-3) \cdot (+2) = -(+3) \cdot (+2) = -[(+3) \cdot (+2)] = -6$

- A multiplicação de um número inteiro negativo por outro inteiro negativo tem como resultado um inteiro positivo. Exemplo:

$(-3) \cdot (-5) = -(+3) \cdot (-5) = -[3 \cdot (-5)] = -[-15] = +15$

Fonte: Miani (2012, p. 58).

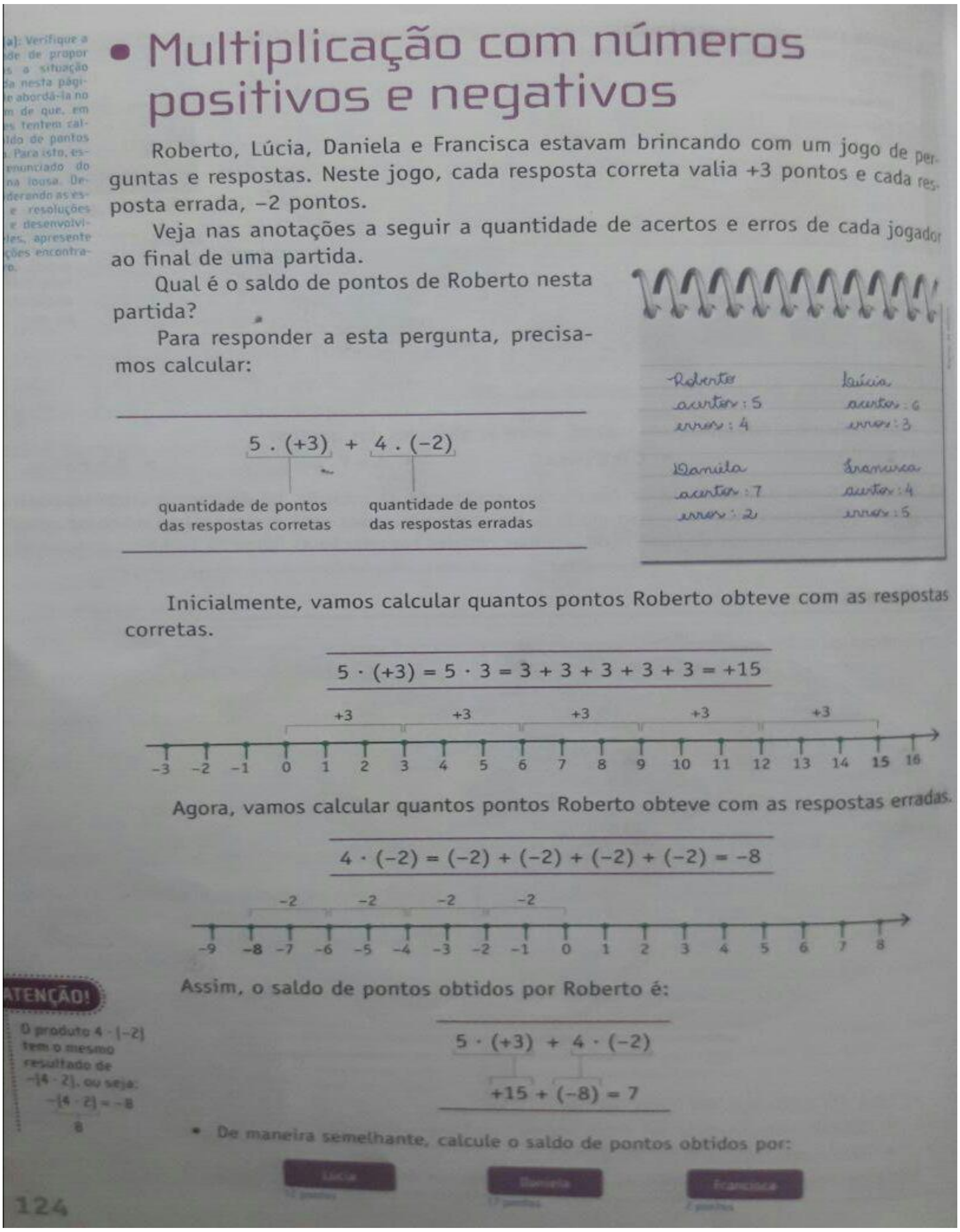
Entendemos que o professor que adotar este livro didático como ferramenta de trabalho para explicar a multiplicação com inteiros, terá que inovar e arrumar outros métodos para que o aluno aprenda algum tipo de conceito e não apenas memorizar regras. Neste caso aconselhamos o professor a utilizar a reta numérica como uma opção.

LIVRO 2: MATEMÁTICA (RIBEIRO, 2013)

Esse livro é composto de 15 capítulos com 328 páginas, no qual os números inteiros se encontram no capítulo 6. O autor apresenta a noção de números inteiros utilizando-se apenas da temperatura como contextualização, ou seja, o número negativo esta abaixo de 0º e número positivo acima de 0º.

Em relação à multiplicação com números inteiros, este autor diferentemente do autor anterior, constrói conceito, utilizando-se da reta numérica para melhor, a nosso ver de uma forma excelente, do ponto de vista didático, o que pode levar o aluno a compreensão do conceito envolvido e não apenas a memorização. Na figura 2 apresentamos um recorte da maneira como ele trabalha.

Figura 2 – Situação problema e imagem gráfica da reta numérica.



Multiplicação com números positivos e negativos

Roberto, Lúcia, Daniela e Francisca estavam brincando com um jogo de perguntas e respostas. Neste jogo, cada resposta correta valia +3 pontos e cada resposta errada, −2 pontos.

Veja nas anotações a seguir a quantidade de acertos e erros de cada jogador ao final de uma partida.

Qual é o saldo de pontos de Roberto nesta partida?

Para responder a esta pergunta, precisamos calcular:

$$\underbrace{5 \cdot (+3)}_{\text{quantidade de pontos das respostas corretas}} + \underbrace{4 \cdot (-2)}_{\text{quantidade de pontos das respostas erradas}}$$

Roberto
acertos: 5
erros: 4

Lúcia
acertos: 6
erros: 3

Daniela
acertos: 7
erros: 2

Francisca
acertos: 4
erros: 5

Inicialmente, vamos calcular quantos pontos Roberto obteve com as respostas corretas.

$$5 \cdot (+3) = 5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = +15$$

Agora, vamos calcular quantos pontos Roberto obteve com as respostas erradas.

$$4 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$$

Assim, o saldo de pontos obtidos por Roberto é:

$$\underbrace{5 \cdot (+3)}_{+15} + \underbrace{4 \cdot (-2)}_{(-8)} = 7$$

ATENÇÃO!
O produto $4 \cdot (-2)$ tem o mesmo resultado de $-(4 \cdot 2)$, ou seja:
$-(4 \cdot 2) = -8$

- De maneira semelhante, calcule o saldo de pontos obtidos por:

Lúcia
Daniela
Francisca

124

Fonte: Ribeiro (2013, p.124)

Figura 3 – Método mostrando a multiplicação de dois inteiros negativos.

- Em uma multiplicação de dois fatores em que um dos fatores é um número positivo e o outro, um número negativo, o produto é um número negativo.

$(+5) \cdot (-7) = -35$ $\quad$ $(-1) \cdot 4 = -4$ $\quad$ $(-3{,}4) \cdot (+8) = -27{,}2$

- Em uma multiplicação de dois fatores em que ambos são números negativos, o produto é um número positivo.

$(-2) \cdot (-7) = +14$ $\quad$ $(-9) \cdot (-5{,}7) = +51{,}3$ $\quad$ $(-7) \cdot (-11) = +77$

Fonte: Ribeiro (2013, p.125)

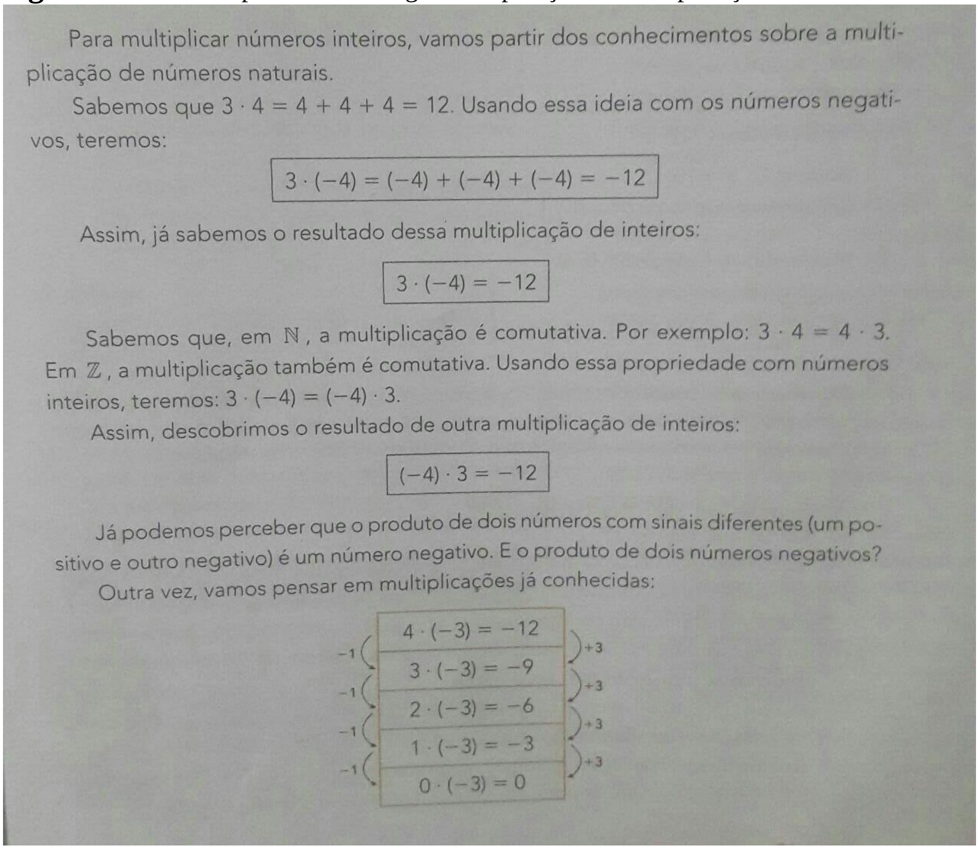
Portanto, através relação numérica, ele mostra a construção da idéia para depois trabalhar as regras. Entendemos assim que essa estratégia é capaz de produzir compreensão do assunto, em função do aluno aprender de uma forma contextualizada e significativa.

LIVRO 3: MATEMÁTICA NOS DIAS DE HOJE(CENTURIÓN E JAKUBOVIC, 2015)

Esse livro é composto por 8 capítulos com 368 páginas, no qual os números inteiros são abordados no capítulo 1.Os autores introduzem o assunto de uma forma contextualizada utilizando-se de exemplos envolvendo as: temperaturas, altitudes, elevadores e saldo bancário.

Em relação à multiplicação com números inteiros os autores utilizam os conhecimentos sobre a multiplicação com números naturais, utilizando regras e um conceito no qual não deixa tão explícito para o aluno. Vejamos na figura 4:

Figura 4 – Texto explicativo das regras da operação de multiplicação com números inteiros.



Para multiplicar números inteiros, vamos partir dos conhecimentos sobre a multiplicação de números naturais.

Sabemos que $3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 = 12$. Usando essa ideia com os números negativos, teremos:

$$\boxed{3 \cdot (-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -12}$$

Assim, já sabemos o resultado dessa multiplicação de inteiros:

$$\boxed{3 \cdot (-4) = -12}$$

Sabemos que, em $\mathbb{N}$, a multiplicação é comutativa. Por exemplo: $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$. Em $\mathbb{Z}$, a multiplicação também é comutativa. Usando essa propriedade com números inteiros, teremos: $3 \cdot (-4) = (-4) \cdot 3$.

Assim, descobrimos o resultado de outra multiplicação de inteiros:

$$\boxed{(-4) \cdot 3 = -12}$$

Já podemos perceber que o produto de dois números com sinais diferentes (um positivo e outro negativo) é um número negativo. E o produto de dois números negativos?

Outra vez, vamos pensar em multiplicações já conhecidas:

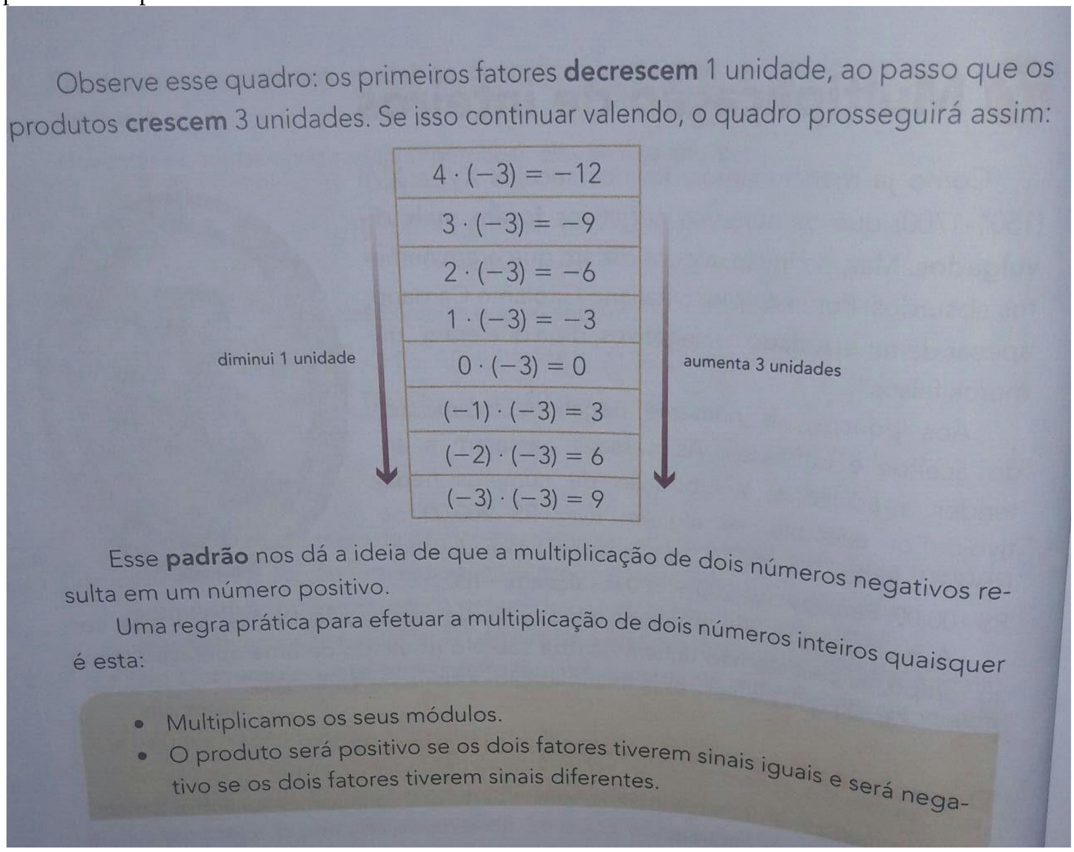
$$\begin{array}{ccc} & 4 \cdot (-3) = -12 & \\ -1 & & +3 \\ & 3 \cdot (-3) = -9 & \\ -1 & & +3 \\ & 2 \cdot (-3) = -6 & \\ -1 & & +3 \\ & 1 \cdot (-3) = -3 & \\ -1 & & +3 \\ & 0 \cdot (-3) = 0 & \end{array}$$

Fonte: Centurión e Jakubovic (2015, p.33).

Enquanto que na Figura 5 apresentamos a maneira como os autores trabalharam a idéia, a partir da observação de padrões, de que a multiplicação de dois números negativos dá um número positivo.

Apesar de considerarmos um avanço em relação a outras propostas que simplesmente mostram a regra para que os alunos as memorizem, entendemos que o padrão apresentado, mesmo tendo uma lógica seja de difícil assimilação pelos alunos, pois senão vejamos:

Figura 5 - Texto escrito e tabela explicativa da construção das regras de multiplicação de números inteiros a partir de um padrão.


Observe esse quadro: os primeiros fatores **decrescem** 1 unidade, ao passo que os produtos **crescem** 3 unidades. Se isso continuar valendo, o quadro prosseguirá assim:

diminui 1 unidade

$4 \cdot (-3) = -12$
$3 \cdot (-3) = -9$
$2 \cdot (-3) = -6$
$1 \cdot (-3) = -3$
$0 \cdot (-3) = 0$
$(-1) \cdot (-3) = 3$
$(-2) \cdot (-3) = 6$
$(-3) \cdot (-3) = 9$

aumenta 3 unidades

Esse **padrão** nos dá a ideia de que a multiplicação de dois números negativos resulta em um número positivo.

Uma regra prática para efetuar a multiplicação de dois números inteiros quaisquer é esta:

- Multiplicamos os seus módulos.
- O produto será positivo se os dois fatores tiverem sinais iguais e será negativo se os dois fatores tiverem sinais diferentes.

Fonte: Centurión e Jakubovic (2015, p.34).

O professor que escolhe este livro didático terá que trabalhar bem para que os alunos construam a idéia das regras de multiplicação. Apesar dos autores terem se utilizados de um padrão para chegar ao enunciado da regra, entendemos que essa estratégia não e tão fácil ser observada como no trabalho com a reta.

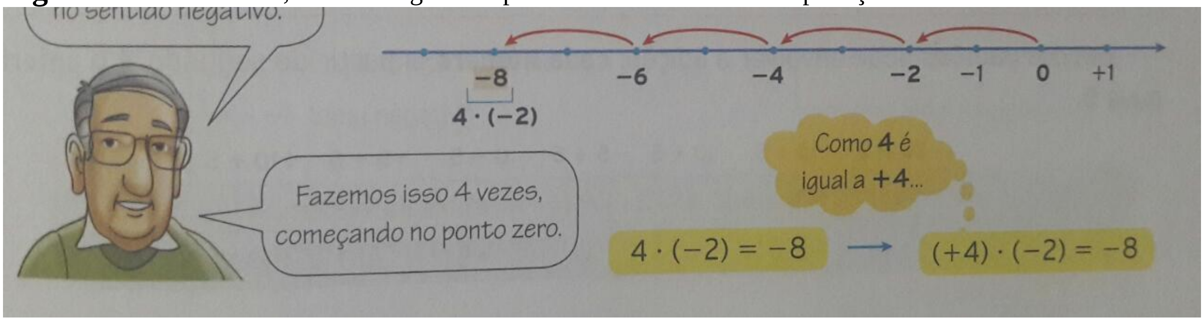
Mostrando que, caso o professor queira inovar seus métodos de ensino utilize a reta numérica como uma ótima ferramenta para trabalhar tal conteúdo.

LIVRO 4: MATEMÁTICA: IDEIAS E DESAFIOS (MORI E SATIKO, 2012)

Esse livro didático é composto por 10 capítulos com 304 páginas, no qual os números inteiros se encontram nos capítulos 1 e 2. Para aborda os números inteiros os autores utilizam-se situações problemas bastante interessantes envolvendo: temperatura, saldos e altitude.

Em relação à multiplicação com números inteiros os autores utilizam a reta numérica como conceito para melhor compreensão do aluno sobre o tema abordado. Fazendo assim, com que o professor explore e aplique da melhor maneira possível tal conceito. Vejamos na figura 6.

Figura 6 - Texto escrito, desenho e gráfico apresentando a idéia de multiplicação de números inteiros.

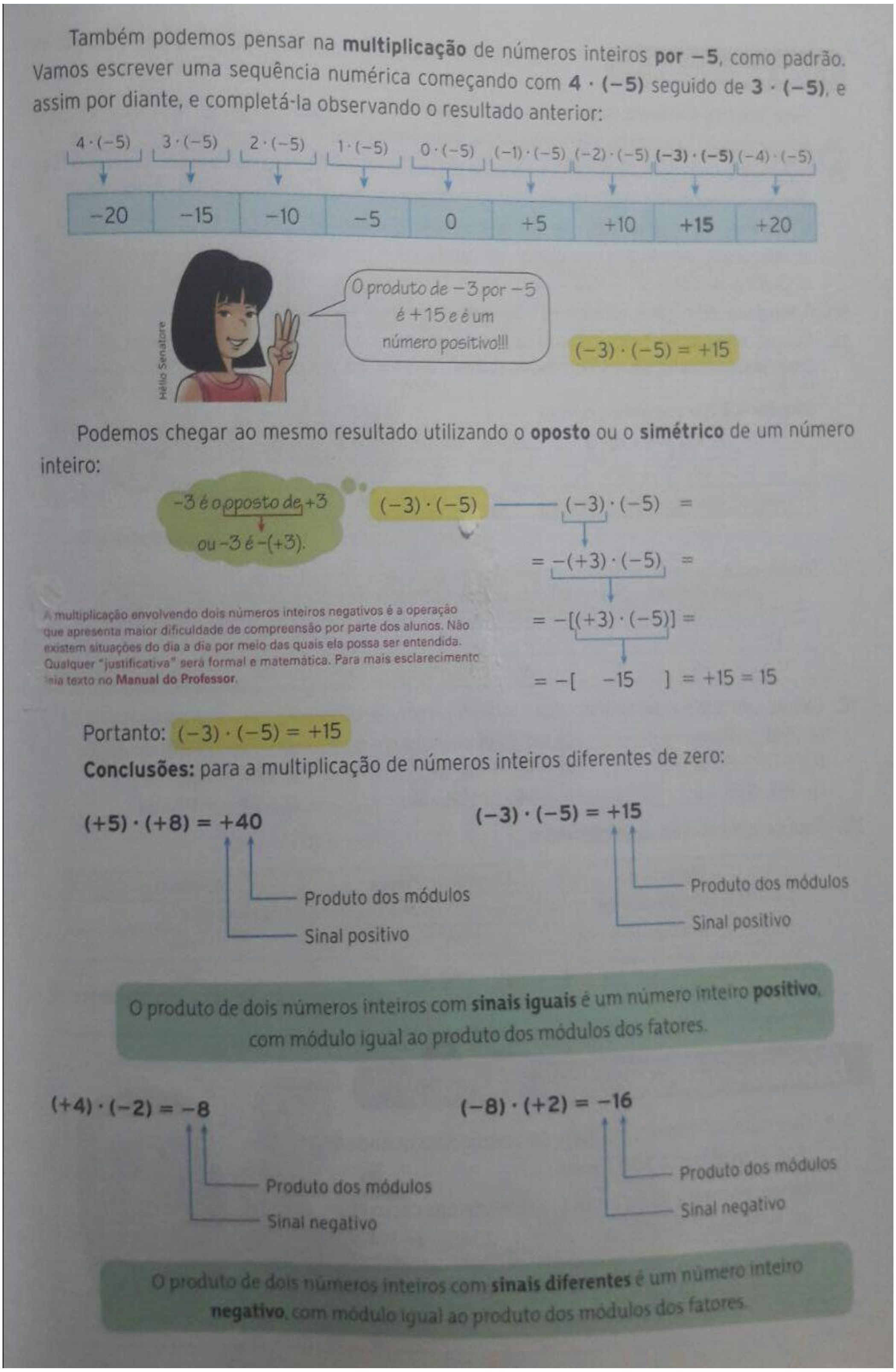


Fonte: Mori e Satiko (2012, p.47).

Utilizando a reta numérica, o professor conseqüentemente terá pouca dificuldade em sala de aula em abordar os números inteiros, da forma como trabalha Mori e Satiko (2012), Que merece uma atenção especial devido a sua importância não só para a continuidade do aluno no âmbito escolar, mas para seu cotidiano e a vida fora da escola.

Na figura 7 vemos os mesmos abordando a multiplicação de dois números negativos, operação essa a mais difícil para a compreensão dos alunos. No entanto, a partir do método utilizado, através da reta numérica essa dificuldade é atenuada.

Figura 7 - Texto escrito, desenho e utilização da simetria para mostrar multiplicação de dois inteiros negativos.



Também podemos pensar na **multiplicação** de números inteiros **por −5**, como padrão. Vamos escrever uma sequência numérica começando com **4 · (−5)** seguido de **3 · (−5)**, e assim por diante, e completá-la observando o resultado anterior:

4 · (−5)	3 · (−5)	2 · (−5)	1 · (−5)	0 · (−5)	(−1) · (−5)	(−2) · (−5)	**(−3) · (−5)**	(−4) · (−5)
−20	−15	−10	−5	0	+5	+10	**+15**	+20

$(-3) \cdot (-5) = +15$

Podemos chegar ao mesmo resultado utilizando o **oposto** ou o **simétrico** de um número inteiro:

−3 é o oposto de +3 ou −3 é −(+3).

$$(-3) \cdot (-5) \longrightarrow (-3) \cdot (-5) = $$
$$= -(+3) \cdot (-5) =$$
$$= -[(+3) \cdot (-5)] =$$
$$= -[\;-15\;] = +15 = 15$$

A multiplicação envolvendo dois números inteiros negativos é a operação que apresenta maior dificuldade de compreensão por parte dos alunos. Não existem situações do dia a dia por meio das quais ela possa ser entendida. Qualquer "justificativa" será formal e matemática. Para mais esclarecimento leia texto no **Manual do Professor**.

Portanto: $(-3) \cdot (-5) = +15$

Conclusões: para a multiplicação de números inteiros diferentes de zero:

(+5) · (+8) = +40 — Produto dos módulos; Sinal positivo

(−3) · (−5) = +15 — Produto dos módulos; Sinal positivo

O produto de dois números inteiros com **sinais iguais** é um número inteiro **positivo**, com módulo igual ao produto dos módulos dos fatores.

(+4) · (−2) = −8 — Produto dos módulos; Sinal negativo

(−8) · (+2) = −16 — Produto dos módulos; Sinal negativo

O produto de dois números inteiros com **sinais diferentes** é um número inteiro **negativo**, com módulo igual ao produto dos módulos dos fatores.

Fonte: Mori e Satiko (2012, p.49)

4. PESQUISA DE CAMPO

4.1 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

Para mostrar e encontrar as dificuldades sentidas pelos alunos do 7º ano escolhemos realizar uma pesquisa de campo na Escola Virgínius Da Gama e Melo, cujo foco era: a aprendizagem da matemática nas operações fundamentais com números inteiros.

O exercício é composto por 10 questões, no qual buscamos envolver apenas as operações em si. Neste caso, não procuramos avaliar a compreensão dos alunos sobre as regras, por não sabermos como foi que o professor da turma ensinou esse conteúdo para eles.

4.2 DESCRIÇÕES DA ESCOLA

A Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Escritor Virgínius Da Gama e Melo foi fundada no ano de 1984, se localiza no bairro das Malvinas na cidade de Campina Grande.

A Escola tem como missão o acolhimento, o resgate dos valores éticos, onde a responsabilidade de perceber o que é realmente necessário e urgente para o aprendizado e a formação humana do cidadão.

Para realizar o atendimento escolar, a Escola é composta com 70 funcionários, destes 43 são professores. A Escola tem atualmente 968 alunos matriculados. Trata-se, portanto, de uma escola de porte médio, que atende a uma clientela de classe média e baixa.

4.3 PROBLEMAS DECTADOS NAS RELAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

Em relação ás operações fundamentais notamos que, em geral, os alunos têm dificuldades de realizá-las. Como, por exemplo, ao desenvolver a relações de sinais não compreendem o porquê de *menos com menos dá mais.* Essa ausência de compreensão pode ser entendida como a não-percepção, por parte do aluno, dos princípios e das propriedades dos números inteiros.

A memorização ou a simples reprodução das regras que compõem este sistema não assegura que o aluno compreenda o procedimento que utiliza. Como o processo é feito através de imposição de regras, os alunos não compreendem o significado das operações matemáticas e a maneira como os números são apresentados para elas.

Aprender a ensinar é um processo de integração. O bom desempenho do professor resulta não só de ser capaz de criticar e refletir sobre seu próprio ambiente de aprendizagem, mas também de conseguir a integração da teoria e da pratica, isto é, à medida que programa diferentes estratégias de ensino, o professor deve sabe fundamentar a escolha dessas estratégias. Torna-se, assim, importante analisar os métodos que os professores utilizam em sala de aula para ensinar os alunos, bem como fazer com que esses compreendam o processo através do raciocínio matemático.

4.4 EXERCÍCIO APLICADO

Esse exercício (apêndice) tem como finalidade constatar se os alunos pesquisados apresentam dificuldades nas relações com números inteiros pelos alunos do 7° ano. A partir dele o professor pode ver no que pode melhorar para um melhor entendimento de seus alunos, se fosse o caso. Para isso existem alguns objetivos que são:

- Identificar os números no cotidiano;
- Compreender o conceito de números inteiros;
- Associar as relações de sinais;
- Solucionar problemas de adição e subtração;

Para colocar em prática essa sugestão é necessário considerar que cada aluno leva um tempo para assimilar os conteúdos, portanto o ponto de partida para a compreensão deverá ser a idéia matemática simples baseada no seu cotidiano.

4.5 ALGUNS RESULTADOS

Boa parte da turma avaliada demonstrou não ter domínio sobre as operações de adição e subtração com inteiros, em especial quando há um sinal negativo antes do parêntesis, como essas encontradas na questão 3 da atividade.

Muitos também não tiverem a simplicidade de descobrir a parcela escondida encontrada na questão 4, ou seja, isso mostra que devido a falta de algum conceito ou por não saber mesmo não obtiveram bom êxito nesse quesito.

Por fim, as questões que envolveram problemas alguns alunos conseguiram bom êxito em quanto outros não tiveram o mesmo sucesso por não saber assimilar o que alguns conceitos do próprio cotidiano.

Por isso este trabalho buscou trazer uma luz a alguns aspectos admitidos como importantes no ensino e aprendizagem de matemática, especificamente dos números inteiros.

Desejamos que este trabalho possa incitar outras pessoas, especificamente professores, a irem mais longe na procura de respostas aos questionamentos feitos acerco do conteúdo específico e lançarem-se na procura e elaboração de outras ferramentas uma delas o uso da reta numérica, que se adéqüem a sua realidade.

5. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo a história da matemática, a aceitação dos números negativos bem como a compreensão do significado de suas operações foram lentas e polêmicas, tendo durado um longo período da humanidade cerca de 1500 anos.

Ao estudar a progresso dos números inteiros, Glaeser percebeu quem alguns matemáticos rejeitavam as estes números. Em seu estudo percebeu dificuldades que estes matemáticos encontravam para explicar a relações de sinais, principalmente o porquê de "*menos com menos dá mais"*.

Inspirado no método histórico e na teoria de conhecimento de Bachelard, Glaeser determinou seis obstáculos epistemológicos sobre o conceito de numero relativo. Em sua pesquisa, verificou que apenas um matemático Herman Hankel (1839-1873) conseguiu ultrapassar todos os obstáculos.

A introdução de situações lúdicas e jogos, associadas ao uso da linguagem matemática, expressa em diversas possibilidades, viabilizam um trabalho didático que permite superar os obstáculos epistemológicos, ao esclarecer as escolhas realizadas ao longo do percurso de construção do conhecimento matemático envolvendo números inteiros.

Com isso, a utilização da reta numérica nas operações com números inteiros em específico na multiplicação, pode surtir um efeito bastante positivo. Pois, proporciona ao aluno uma visão mais ampla e clara desse conceito matemático.

Portanto não a nada que impeça a aplicação de uma metodologia diferenciada. Logo, recomendamos que os professores trabalhem a reta numérica em sala de aula, mas, valendo-se de três itens - planejamento, organização e criatividade.

Encaminhamos para pesquisas futuras a continuidade do presente trabalho com professores do ensino fundamental, considerando agora a possibilidade de uma atividade investigativa que avalie se os alunos compreenderam a construção das regras a partir de uma experiência de construção dessas considerando a reta numérica.

REFÊRENCIAS

BACHELARD, G. **A formação do espírito cientifico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BALDINO, R. R. **Sobre a epistemologia dos números inteiros**. Educação matemática em Revista, v. 5, p.4- 14, São Paulo, SP: 1996.

BIANCHINI, E. **Matemática.** 2ed. São Paulo: Moderna, 1986.

BOYER, C. B. **História da matemática.** 2 ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ministério da Educação e do Desporto, 1998.

CENTURIÓN, MARÍLIA. José Jakubovic. **Matemática nos dias de hoje**. São Paulo: LEYA, 2015.

CHAGAS, J. S. B. **ENSINO-APRENDIZAGEM DE NÚMEROS INTEIROS NEGATIVOS:** uma perspectiva histórico-cultural. Disponível em http://licenciaturas.centro.iff.edu.br/cursoslicenciatura/licenciatura-em-matematica/trabalho-de-conclusao-de-curso/2007/ensino-aprendizagem-de-numeros-inteiros-negativos-uma-perspectiva-historico-cultural/at_download/file. Acesso em 01.09.2016.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 2002.

GLAESER, G. **Epistemologia dos números relativos**: Boletim do Gepem-Grupo de estudos e pesquisas em educação matemática, nº 17, 1969.

GIOVANNI, JR. José R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2009.

IMENES, L. M. e LELLIS, M. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2009.

MACHADO, SILVIA. **Educação matemática:** uma (nova) introdução, 3. Ed. São Paulo: Educ, 2010.

MIANI, MARCOS. **Matemática: 7° ano.** 1ed. São Paulo: IBEP, 2012.

MORI, IRACEMA. Dulce Satiko Onaga. **Matemática: idéias e desafios.** 17ed. São Paulo: SARAIVA, 2012.

MUNDO EDUCAÇÃO, Google. Disponível em http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/o-surgimento-dos-numeros-inteiros.htm. Acesso em 01.09.2016

NIETO, S.S. **Antecipação do ensino dos números inteiros negativos para a quarta série do primeiro grau**: um estudo das possibilidades. Dissertação de mestrado. Universidade Mackenzie, 1994, São Paulo.

RIBEIRO, JACKSON DA SILVA. **Projeto radix: matemática.** São Paulo: SCIPIONE, 2013.

STRUIK, D. **História concisa das matemáticas**. 2ed.Tradução: J. C. S. Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1992.

TALAVERA, L.M.B. **Uma abordagem histórica dos números negativos**. Revista Unicamp. São Paulo, 2001.

APÊNDICE - A

Exercício

1) **O que você entende por número inteiro;**
( ) Sim ( ) Não

2) **Caso sim, o que você acha que é um número inteiro?**

3) **Efetue as Operações abaixo;**

a) (+15) + (+9)= **d) (+17) – (+9)=**

b) (-22) + (+31) = **e) (-15) – (-7)=**

c) (-13) + (-15)= **f) (+5) – (-21) – (+8)=**

4) **Descubra a parcela escondida;**

a) (-12) + ____ = - 12 **d) (-16) + ____ = +9**

b) (+19) + ____ = +7 **e) ____- (21) = 12**

c)____ + (-10) = 0 **f) (+9) - ____ = - 7**

5) **Complete a tabela;**

A	**-4**	**5**	**15**	
B	**3**	**-9**		**-6**
A + B	**-1**		**-3**	**8**

6) **Represente os valores com números inteiros e calcule;**

a) Havia R$120,00 em minha poupança e depositei R$ 85,00 nessa poupança. Quanto tenho agora?

b) Eva estava com saldo negativo de R$ 95,00 em sua conta-corrente. Depois disso, ela pagou uma conta de R$ 175,00. Qual o saldo atual da conta-corrente de Eva?

7) **Indique a operação e resolva;**

a)**Lucro de 14 e prejuízo de 7**

b)Prejuízo de 20 e prejuízo de 15

c)Prejuízo de 18 e lucro de 42

8) **Um submarino estava na superfície do mar quando começou a descer 100m a cada meia hora. Após 2 horas, quantos metros abaixo do nível do mar o submarino de encontra?**

9) **Um avião estava a uma altitude de 500m. Para escapar de uma tempestade, o piloto subia 25m a cada minuto. Qual a altitude depois de 8 minutos?**

10) **O que você achou desse teste?**