



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

**MAXSUEL DA SILVA**

**O ENSINO-APRENDIZAGEM DE POLÍGONOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA**

**CAMPINA GRANDE**

**2012**

MAXSUEL DA SILVA

**O ENSINO-APRENDIZAGEM DE POLÍGONOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA**

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Kátia Maria de Medeiros

CAMPINA GRANDE

2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S586e

Silva, Maxsuel da.

O Ensino-Aprendizagem de Polígonos com o Auxílio do Geogebra. [manuscrito] / Maxsuel da Silva. – 2012.

52 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2012.

“Orientação: Profa Dra. Kátia Maria de Medeiros, Departamento de Matemática”.

1. Ensino de Matemática. 2. Geometria. 3. Polígonos. I. Título.

21. ed. CDD 510.9

MAXSUEL DA SILVA

**O ENSINO-APRENDIZAGEM DE POLÍGONOS COM O AUXÍLIO DO  
GEOGEBRA**

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em: *B112/12*

**BANCA EXAMINADORA**

*Kátia Maria de Medeiros*

---

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Kátia Maria de Medeiros**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Orientadora

*Abigail Fregni Lins*

---

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Abigail Fregni Lins**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Examinador

*José Lamartine da Costa Barbosa*

---

**Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Examinador

Agradeço a Deus, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse projeto e, em especial, à minha mãe pelo apoio e incentivo incondicional.

## AGRADECIMENTO

Depois de muito esforço e luta consegui atingir o meu objetivo de termina esse projeto da melhor forma possível, com fé em *Deus* que nunca me abandonou e me deu forças suficientes para essa vitória.

Meus votos de agradecimento se abrange a minha *Família*, em especial a minha mãe *Claudeci da Silva*, por toda dedicação, apoio e confiança.

Não poderia esquecer da minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> *Kátia Maria de Medeiros* que me ajudou de todas as formas possíveis e pela imensa paciência, me fazendo assim, obter o sucesso, com muita atenção e competência, obrigado mesmo por tudo e continue sempre assim.

Agradeço também a *todos os professores* que fizeram parte de minha historia na Universidade, aos *amigos de turma* e todos que contribuíram direta ou indiretamente durante esse tempo que estive com eles.

A professora *Ana Paula do Ó*, que foi muito importante para a conclusão e realização da parte prática e a todos os *alunos do 1º Ano Integrado* pela grande força, companheirismo e dedicação nas tarefas apresentadas a eles.

*Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados por uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse, mas a aquisição, não é a presença, mas o ato de atingir a meta.*

Carl Friedrich Gauss

## RESUMO

Muitos perguntam e poucos explicam, ou sabem explicar, qual o papel da geometria nos dias atuais e como ela se desenvolveu tanto nos últimos tempos. Quando se trata de educação pública o assunto quase sempre é desviado e as coisas ficam mais difíceis. Tal precariedade faz com que poucos tenham acesso à geometria, para que serve e como funciona. E com essa pesquisa foi possível comprovar a grande deficiência dos alunos do Ensino Médio em relação ao conteúdo abordado. O nosso objetivo geral foi descrever como os alunos do 1º Ano do Ensino Médio resolvem problemas geométricos abertos referentes ao conteúdo polígonos e seus elementos utilizando o aplicativo GeoGebra. Teve como objetivos específicos utilizar o aplicativo GeoGebra com os alunos no Laboratório de Informática, possibilitando a exploração deste recurso por parte dos alunos; conceituar polígonos, seus elementos, nomenclaturas, convexidade e não-convexidade do polígono; mostrar a possibilidade de utilizar o GeoGebra no ensino dos polígonos e para auxiliar na resolução de problemas geométricos abertos. A metodologia usada foi a de resolução de problemas com auxílio do GeoGebra, o que provocou interesse dos alunos no momento da aplicação no Laboratório de Informática. Essa pesquisa foi realizada entre outubro e novembro de 2012, numa turma do 1º Ano do Ensino Médio da Escola Estadual Dr. Hortêncio de Sousa Ribeiro, em Campina Grande – PB. Ao concluir a pesquisa podemos observar uma mudança satisfatória na forma de pensar dos alunos quanto em seu comportamento ao se deparar com um meio de ensino da Matemática apresentado e com isso atingindo o que se era esperado integrando o GeoGebra com a geometria.

**Palavras-chave:** Geometria Euclidiana Plana, GeoGebra, Polígonos, Ensino Médio.

## ABSTRACT

Many ask and just explain, explain, or know, what is the role of geometry today and how it has developed so much in recent times. When it comes to public education it is often diverted and things get more difficult. Such instability makes few have access to geometry, what is and how it works. And with this research could prove the great deficiency of high school students in relation to the content discussed. Our overall objective was to describe how students of 1st year of high school opened solve geometric problems concerning the content polygons and its application elements using GeoGebra. Aimed to use the specific application GeoGebra with students in the Computer Laboratory, enabling the exploitation of this resource by students; conceptualize polygons, its elements, classifications, convexity and non-convexity of the polygon; show the possibility of using GeoGebra in teaching of polygons and to assist in problem solving geometric open. The methodology used was to solve problems with the help of GeoGebra, sparking student interest at the time of application in the Computer Laboratory. This survey was conducted between October and November 2012, a group of 1st year of High School State School Hortêncio Dr. Ribeiro de Sousa, in Campina Grande - PB. By completing the survey can satisfactorily note a change in the mindset of the students and in their behavior when faced with a means of teaching mathematics and presented with it reaching what was expected with integrating GeoGebra geometry.

**Keywords:** Plane Euclidean geometry, GeoGebra, Polygons, High School.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Vaso Neolítico, São Pedro de Canaferrim .....	15
Figura 2: Quipo Numérico .....	16
Figura 3: Quipo .....	16
Figura 4: Representação Algebrica de Funções .....	25
Figura 5: O comportamentdo das funções no Winplot .....	26
Figura 6: Gráficos mostrados na janela do Winplot .....	26
Figura 7: Janela principal do GeoGebra .....	29
Figura 8: Barra de Ferramentas do GeoGebra .....	30
Figura 9: Polígono Convexo .....	30
Figura 10: Polígono Não Convexo .....	30
Figura 11: Nomenclatura de Alguns Polígonos .....	31
Figura 12: Funções dos Botões da Barra de Ferramenta 1 .....	32
Figura 13: Funções dos Botões da Barra de Ferramenta 2 .....	33

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>2. ELEMENTOS DA HISTÓRIA DA GEOMETRIA E DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS</b> .....	14
2.1. A Origem da Geometria .....	14
2.2. Aspectos Históricos da Resolução de Problemas Matemáticos .....	16
2.3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E O USO DO COMPUTADOR .....	18
2.3.1. A Resolução de Problemas Matemáticos e o Contrato Didático ....	20
2.3.2. Utilizando Problemas de Geometria com Criatividade .....	21
2.3.3. O Uso do Computador e a Resolução de Problemas Matemáticos .....	23
2.4. O GEOGEBRA .....	27
2.4.1. O GeoGebra e os Polígonos .....	30
2.4.2. A Geometria dos Polígonos e o Uso da Geometria Dinâmica .	33
2.4.3. O GeoGebra na Resolução de Problemas Geométricos .....	36
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	37
<b>4. POR DENTRO DA PESQUISA</b> .....	38
4.4. ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO .....	38
4.5. APRESENTAÇÃO DO APLICATIVO NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA .....	39
4.6. ANÁLISES DOS PROBLEMAS .....	41
<b>5. CONCLUSÃO</b> .....	45
REFERÊNCIAS .....	47
SITES CONSULTADOS .....	48
ANEXO .....	49

## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, a tecnologia tem influenciado os jovens. Baseado nas dificuldades demonstradas pelos alunos do Ensino Fundamental em relação ao estudo de polígonos, suas características, convexo e não-convexo, nomenclatura e construção. Utilizando o aplicativo Geogebra visando melhorar o entendimento do aluno e conquistar o seu interesse neste conteúdo uma vez que está voltado à tecnologia. Além disso, um modo mais preciso e com uma melhor utilização do tempo, bem menor nas construções, facilitar a visualização, classificação e medida dos ângulos internos das figuras.

Os textos lidos sobre o tema mostram também que há muita dificuldade e despreparo dos professores no uso do Geogebra, tais dificuldades são decorrentes do desconhecimento sobre o aplicativo. Há vários relatos referentes à necessidade de um preparo especial, falta espaço para aplicar as TIC e também o fato de que, principalmente em escolas públicas, os alunos não tem o contato que deveriam com a geometria e com Laboratórios de Informática voltados ao ensino, usando aplicativos, muitos nem ao menos se quer teve aula de geometria em toda sua vida.

Neste Trabalho de Conclusão de Curso procuramos apresentar a geometria e o aplicativo GeoGebra aos alunos de uma escolas pública, uma vez que poucos ou quase nenhum deles conhece ambos, pela restrição no ensino, no qual os professores não abordam este conteúdo matemático, ficando precária a sua exposição. Além disso, mostrar outra maneira, quem sabe mais proveitosa e interessante, de ensinar utilizando o aplicativo GeoGebra.

Sendo assim o objetivo geral da pesquisa foi descrever como os alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual de Campina Grande-PB resolvem problemas geométricos abertos referentes ao conteúdo polígonos e seus elementos utilizando o aplicativo GeoGebra.

Como específicos, foi os objetivos:

- Utilizar o aplicativo GeoGebra com os alunos no Laboratório de Informática, possibilitando a exploração deste recurso por parte dos alunos;
- Conceituar polígonos, seus elementos, nomenclaturas, convexidade e não-convexidade do polígono;

- Mostra a possibilidade de utilizar o GeoGebra no ensino dos polígonos e para auxiliar na resolução de problemas geométricos abertos.

A pesquisa foi dividida em mais 4 capítulos onde se aborda o uso do aplicativo no ensino, resoluções de problemas, algumas experiências e relatos de diversos autores, além da análise dos passos da aplicação do projeto e alguns resultados obtidos durante o processo.

## 2. ELEMENTOS DA HISTÓRIA DA GEOMETRIA E DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Neste capítulo, que se divide em dez partes, vamos ver um pouco sobre a história da geometria além de artigos relacionados com a aplicação de aplicativos ao ensino.

### 2.1. A Origem da Geometria

Segundo Boyer (1996) não se tem uma data específica de quando foi descoberta a geometria em si, porém segundo Heródoto, que acreditava que surgiu no Egito com a necessidade de medir as demarcações de terras a cada inundação no vale do rio, por outro lado dizia Aristóteles que a razão da existência da geometria se deu a partir das práticas de lazer dos sacerdotes daquela época. Acredita-se que a existência da geometria vem muito antes disso, até mesmo antes da escrita, o que pode ser comprovado através dos potes, tecidos e cestas que mostram exemplos de congruência e simetria, que em essência são partes da geometria elementar. Tempos de estudos encontrou certa semelhança entre a origem da geometria na Índia e no Egito, mas ir além e identificar categoricamente uma origem determinada no espaço e no tempo, no entanto, é confundir conjecturas com história.

Pinturas encontradas, afirma o autor, com mais de 15000 anos, em cavernas na França e Espanha mostra que a compreensão dos objetos e espaço vem de muito tempo atrás desde a idade da pedra ou quem sabe até muito tempo antes. E foi na transição do período Paleolítico para o Neolítico em que ocorreu uma transformação fundamental das atitudes do homem, em relação à natureza, por volta de 10000 anos atrás. E com a fixação dos nômades surgiu algumas invenções notáveis tais como a roda de oleiro e de carro, barcos e abrigos que se espalharam através do sistema de atividade comercial criado para fazer ligações entre diversos povoados o que proporcionou a formação da linguagem. E com isso a origem qualitativa das concepções numéricas formada com certas palavras compostas vindas do grego e céltico. Quanto mais se evoluía o conceito de números, mais complexo ficava o entendimento, uma saída para se comunicar foi se utilizar da

adição, como exemplo: 3 adicionando 2 e 1, 4 adicionando 2 e 2, 5 adicionando 3 e 2. As populações australianas utilizavam esse método, como no exemplo a seguir:

Murray River: 1 = ênea, 2 = petcheval, 3 = petcheval ênea, 4 = petcheval petcheval.

Kamilaroi: 1 = mal, 2 = bulan, 3 = guliba, 4 = bulan bulan, 5 = bulan guliba, 6 = guliba guliba.

E com o desenvolvimento das atividades comerciais, de acordo com Boyer (1996), se viu necessário o agrupamento dos números cada vez maiores geralmente tendo como recurso os dedos de uma das mãos ou das duas e implementação da subtração para se comunicar, assim 12 era  $10+2$ , 9 era  $10-1$ . Com a necessidade de medir comprimento e volume dos objetos e para isso se utilizava de parte do corpo humano como o dedo, o pé e a mão que tem ligação as palavras vara, braça e cúbito, além de outras como recta relacionado com esticar, linha com linho o que mostra certa ligação com a tecelagem e a origem da geometria e assim o homem neolítico nos revela um sentido para os padrões geométricos com a cozedura e pintura das cerâmicas, o entrelaçamento do junco, tecelagem de cestos e têxteis, e logo mais com o fabrico de metais dando assim noção de plano e relações espaciais.



Figura 1: Vaso Neolítico, São Pedro de Canaferrim

Fonte: <http://artetempo.blogspot.com.br/2009/12/neolitico-ceramica.html>

E mesmo nos povos com uma estrutura social bem distante da nossa pôde se encontrar registro do tempo e conhecimentos dos movimentos do Sol, da Lua e das estrelas. A variação nas vegetações durante as fases da Lua deu origem ao calendário lunar, se guiar pelas constelações em suas navegações resultou no conhecimento sobre as propriedades da esfera, das direções, dos círculos e mesmo de figuras mais complicadas. São diversas povoações que de uma forma ou outra

tiveram enorme contribuição conjunta ou não para a formação da geometria dando um destaque aos Minóicos-Micénicos, os Maias e os Incas (STRUIK, 1992).

Os Minóicos-Micénicos tinham os costumes de representar os números bastante próximo dos encontrados no Egito porém com símbolos diferenciados, os Maias que se destacou com a sua aritmética e muito ligados a astronomia com o sistema de calendário vigesimal e os Incas que se utilizava dos quípos como sistema de contagem na época e tinham diversas cores que serviam para representar coisas como: carneiros, soldados, força de trabalhadores, etc.

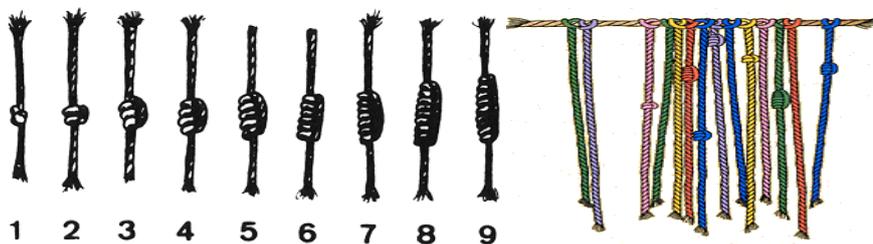


Figura 2: Quípo Numérico

Figura 3: Quípo

Fontes: <http://prensalibrepuemblosoriginarios.blogspot.com.br/2012/04/quipus-mensajes-del-imperio-inca.html> e <http://mannaimayaadventure.com/2012/05/>

A corda principal de um quípo era de algodão colorido e nela suspensa outras cordas com nós distanciadas igualmente uma da outra, também acontecia com os nós com exceção quando tinha que representar o 0 pois era dado um espaço pouco maior, exemplo de um quípo: um grupo de 4 seguido de um com 2 e um com 8 nós representava o número 428. O maior quípo encontrado tem 1800 cordas.

Segundo os PCN (1997) o desenvolvimento de Geometria e o aparecimento da Álgebra marcaram uma ruptura com os aspectos puramente pragmáticos da Matemática e impulsionaram a sistematização dos conhecimentos matemáticos, gerando novos campos: Geometria Analítica, Geometria Projetiva, Álgebra Linear, entre outros.

## 2.2. Aspectos Históricos da Resolução de Problemas Matemáticos

De acordo com Stanic e Kilpatrick (1989), os problemas ocupam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, mas a resolução de problemas não. Só recentemente, no início do século xx, apareceram educadores matemáticos

aceitando a idéia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece especial atenção.

Estes autores mostram exemplos de problemas em civilizações antigas como a dos chineses, gregos e egípcios.

Entre os chineses vem de *Nine sections*, um documento chinês, datado de cerca de 1000 a. C.:

De duas ervas daninhas de água, uma cresce três “pés” e a outra um “pé”, no primeiro dia. O crescimento da primeira é, todos os dias, metade do do dia anterior, enquanto a outra cresce duas vezes o que cresceu no dia anterior. Em quantos dias terão as duas atingido a mesma altura? Stanford (citado por Stanic e Kilpatrick, 1989).

E do grego antigo, segundo os autores, temos uma versão primitiva do problema da cisterna:

Eu sou um leão de bronze; as minhas goteiras são os meus dois olhos, a minha boca e a parte lisa da minha pata direita. O meu olho direito debita um jarro em dois dias, o meu olho esquerdo em três, e o meu pé em quatro. A minha boca é capaz de o encher em seis horas. Diga-me quanto tempo, os quatro juntos, levarão a enchê-lo. Stanford (citado por Stanic e Kilpatrick, 1989).

Métodos particulares, de resolução de problemas, afirmam os autores, têm também uma longa história. Por exemplo, salientam, uma técnica muito semelhante à Regra da Falsa Posição aparece no Papiro de Ahmes<sup>1</sup>. Na história dos problemas de Álgebra, Vera Stanford (1927) dá um exemplo do uso da Regra da Falsa Posição no problema seguinte, tirado de um trabalho do séc. XV, por Phillip Calandri:

A cabeça de um peixe pesa  $\frac{1}{3}$  de todo o peixe, a sua cauda pesa  $\frac{1}{4}$ , e o seu corpo pesa 30 onças. Qual é o peso de todo o peixe? (p. 19)

Como estes exemplos mostram, os problemas têm uma longa história nos currículos de Matemática. Contudo, afirmam Stanic e Kilpatrick (1989), principalmente no decurso do último século, a discussão sobre o ensino da resolução de problemas passou da defesa de que se devem simplesmente

---

<sup>1</sup> O Papiro de Ahmes em honra do escriba que o copiou. Encontra-se atualmente no Museu Britânico. Fonte de informação sobre a Matemática antiga usa uma escrita chamada hierática, diferente da hieroglífica. A base ainda é o sistema decimal, mas já são adotados sinais especiais para representar dígitos e múltiplos de potências de dez. O número quatro, por exemplo, não é mais representado com quatro barras verticais e sim com uma barra horizontal. E assim por diante com outros números. . Boyer (1996).

apresentar aos alunos problemas ou regras para a resolução de problemas particulares para o desenvolvimento de abordagens mais gerais da resolução de problemas. Embora o ensino da resolução de problemas esteja agora a receber grande ênfase, os educadores matemáticos não examinaram totalmente a razão porque devemos ensinar a resolução de problemas. O papel da resolução de problemas na Matemática escolar é o resultado do conflito entre forças ligadas a idéias antigas e persistentes acerca das vantagens do estudo da Matemática e uma variedade de acontecimentos que se influenciaram uns aos outros e que ocorreram no princípio do séc. XX.

Nesta focagem sobre a resolução de problemas tem havido confusão. O termo resolução de problemas transformou-se num slogan englobando diferentes visões da educação, da escolaridade, da Matemática e das razões porque devemos ensinar Matemática em geral e resolução de problemas em particular.

Esta confusão é exemplificada na Agenda para a ação do National Council of Teachers of Mathematics (1980), que propõe que a “resolução de problemas deve ser o foco da Matemática escolar” (p. 1). Na Agenda, a resolução de problemas é caracterizada como uma das dez “áreas de capacidades básicas”. A Agenda assume que há uma relação direta entre a resolução de problemas, nas aulas de Matemática e a resolução de problemas noutras partes da nossa vida.

### 2.3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E O USO DO COMPUTADOR

Para Stanic e Kilpatrick (1989), principal razão para a maior ênfase dada pelos educadores matemáticos ao ensino da resolução de problemas é que, até este século, era assumido que o estudo da Matemática – de qualquer Matemática, não apenas daquela que agora consideramos problemas – melhoraria, de uma maneira geral, o pensamento das pessoas. Os problemas foram um elemento do currículo de Matemática que contribuiu, tal como outros elementos, para o desenvolvimento do poder de raciocinar. O trabalho de Edward L. Thorndike é geralmente aceite como refutando as noções básicas da teoria da disciplina mental.

A expectativa de uma grande diferença na melhoria geral da mente do estudo de um assunto mais do que outro, parece condenada ao desapontamento. Análises

da atividade dos vários papéis na sociedade foram usadas para estabelecer objetivos específicos para os currículos escolares.

A Matemática, que era um elemento crucial no currículo baseado na *teoria da disciplina mental*, ficou sob ataque direto. Deixou de ser assumido que o estudo da Matemática promove inevitavelmente o pensamento das pessoas. Esta visão estabelece as condições para uma maior ênfase da parte dos educadores matemáticos como, exatamente, os alunos devem melhorar a sua capacidade de pensar, de raciocinar, de “resolver problemas”, através do estudo da Matemática.

É especialmente irônico que, em parte por causa deste ataque ao lugar da Matemática no currículo escolar, muitos dos nossos antepassados, embora advogando os benefícios da Matemática para o desenvolvimento do pensamento humano, olhavam de soslaio para a idéia de dar aos problemas um papel exagerado no currículo.

De acordo com Stanic e Kilpatrick (1989), três temas gerais caracterizam o papel da resolução de problemas nos currículos de Matemática das escolas: *resolução de problemas como contexto*, *resolução de problemas como capacidade* e *resolução de problemas como arte*.

A *resolução de problemas como contexto* tem pelo menos cinco subtemas, todos eles baseados na idéia de que os problemas e a resolução de problemas são meios para atingir fins importantes:

*Resolução de problemas como justificção*. Historicamente, a resolução de problemas foi incluída no currículo de Matemática em parte porque os problemas fornecem uma justificção para ensinar Matemática. Presumivelmente, pelo menos alguns problemas relacionados de algum modo com experiências do mundo real foram incluídos no currículo para convencer os alunos e professores do valor da Matemática. *Resolução de problemas como motivação*. O subtema da motivação está relacionado com o da justificção, em que os problemas justificavam a Matemática que se ensinava.

*Resolução de problemas como atividade lúdica*. O problema do Papiro Ahmes, anteriormente mostrado, é uma boa ilustração. O subtema da atividade lúdica também difere dos dois primeiros na medida em que puzzles ou problemas sem qualquer ligação ao mundo do real são perfeitamente apropriados. *Resolução de problemas como veículo*.

*Resolução de problemas como prática.* Dos cinco subtemas, a resolução de problemas como prática tem tido a maior influência no currículo de Matemática. Especialmente porque muitos dos nossos antepassados profissionais tiveram relutância em desistir das suas ideias acerca da Matemática e em incluir mais problemas aplicados no currículo, eles, no essencial, permitiam a psicólogos como Thorndike, definir uma nova visão da resolução de problemas. Colocar a resolução de problemas na hierarquia das capacidades a adquirir pelos alunos conduz a certas consequências para o papel da resolução de problemas no currículo. Uma consequência é que, dentro das capacidades gerais da resolução de problemas, fazem-se distinções hierárquicas entre resolver problemas de rotina e problemas não rotineiros. E que, a resolução de problemas não rotineiros é caracterizada como uma capacidade de nível elevado a ser adquirida depois da capacidade de resolução de problemas de rotina (que, por sua vez é adquirida depois de os alunos apreenderem conceitos e capacidades Matemáticas básicas).

*A Resolução de problemas como arte* é uma visão mais profunda e mais compreensiva da resolução de problemas nos currículos escolares de Matemática – a visão da resolução de problemas como arte – emergiu do trabalho de George Pólya, que reviveu no nosso tempo a ideia da heurística (a arte da descoberta). Para Polya (1995) fazer Matemática é resolver problemas.

### 2.3.1. A resolução de Problemas Matemáticos e o Contrato Didático

Segundo Medeiros (2001) é conhecido o problema da Idade do Capitão, aplicado a 97 alunos, da cidade de Grenoble, na França, em 1980: “em um barco há 26 carneiros e 10 cabras”. Qual é a idade do capitão?” 78% dos alunos, de 8/9 anos, responderam combinando números do enunciado, evidenciando que, para a grande maioria, “a resposta de um problema deve ser sempre um número”. Em muitos casos, pouco importa aos alunos como surge esse número (BARUK, 1985; LOPES et al., 1994).

Para Brousseau (1986, 1988), esse contrato é um conjunto de comportamentos do professor esperados pelo aluno e, também, um conjunto de comportamentos do aluno esperados pelo professor. Essa disposição do professor

em relação a um conhecimento permite-nos considerar a importância da noção de relação ao conhecimento no estabelecimento de um contrato didático.

De acordo com Medeiros (2001) não podemos analisar as limitações dos alunos em resolver problemas matemáticos, considerando apenas a insuficiência de conhecimentos; é necessário, também, considerar a existência de regras, na maioria das vezes implícitas, presentes na negociação da resolução de um problema matemático.

Ao trabalhar com os problemas matemáticos em uma atividade diferente da usual, novas regras de contrato didático poderão ser estabelecidas. Nessa nova situação, os problemas serão preparados pelo professor e apresentados aos alunos de outra maneira. Os problemas abertos, que podem ser apresentados nessa nova atividade podem ser uma alternativa para provocar rupturas no contrato didático. Esses problemas foram propostos, inicialmente, por ARSAC et al. (citados por MEDEIROS, 1991) do IREM - Institut de Recherche pour L'enseignement des Mathematiques - de Lyon na França.

Os problemas abertos se caracterizam por não terem vínculo com os últimos conteúdos estudados, evitando as regras de contrato didático já arraigadas; por estarem em um domínio conceitual familiar, os problemas abertos permitem que o aluno tenha condições de resolvê-los. E, sobretudo, por possuírem um enunciado curto, os problemas abertos podem permitir ao aluno conquistar as primeiras idéias em um novo estudo. Isso pode dar a impressão, bem vinda, que o problema é de fácil solução, fazendo com que o aluno viva a necessidade da busca dessa solução. Um problema aberto também possui uma ou mais soluções. Além disso, ele podem ser trabalhado em grupo, evitando eventuais desencorajamentos, diminuindo o medo de não conseguir resolver, aumentando a chance de produção de conjecturas num intervalo de tempo razoável e possibilitando o surgimento de ricos conflitos sócio cognitivos.

Um problema aberto tem por objetivo permitir que o aluno desenvolva um processo de resolução de problemas que nós chamaremos "processo científico", ou seja, onde o aluno desenvolverá a capacidade de tentar, supor, testar e provar o que for proposto como solução para o problema, implicando uma oposição aos problemas fechados.

### 2.3.2. Utilizando Problemas de Geometria com Criatividade

Sobre a resolução de problemas de geometria, Milauskas (1994) afirma:

Tenho convicção de que o aluno aprende a resolver problemas resolvendo problemas de qualidade. O treinamento, aliado ao contato com problemas fora dos padrões, estimula o aluno a exercer suas faculdades de resolução de problemas.

Meu objetivo aqui é motivar o professor a não poupar esforços para estimular suas classes de geometria com problemas que levem os alunos para além dos exercícios rotineiros. (p.86)

O autor apresenta alguns problemas criativos para serem utilizados em sala de aula e outros para entreter e desafiar o professor. Além disso, examina alguns tipos de problemas que se distinguem quanto ao nível de complexidade e permitem o exercício de técnicas de resolução de problemas. Estes tipos de problemas são:

- Reconhecimento: Encontra quantidades de formas que pode conter num determinado desenho;
- Treinamento básico de algoritmos: Contem um enunciado curto e focado no conteúdo matemático e nos dados do problema;
- Aplicações: Para alunos de nível mais elevado de aprendizagem, esses problemas de aplicação, claramente inventados, podem não ser muito mais do que treinamento básico. Para outros, podem ser um passo importante do desenvolvimento da habilidade para resolver problemas;
- Aplicações abertas: Na visão de alguns educadores, a resolução de problemas só ocorre de verdade ao se atingir o estágio em que as estratégias de resolução não são evidentes a partir do enunciado do problema;
- Aplicações reais: Podem-se obter problemas de aplicação reais através de um trabalho interdisciplinar com as áreas de ciência, tecnologia e outras, ou através da experiência pessoal;
- Álgebra: Além de desenvolverem a habilidade para resolver problemas, alguns problemas de geometria servem como veículo para a revisão de outros conhecimentos, como álgebra. A álgebra e a geometria são freqüentemente consideradas como disciplinas separadas, mas problemas criativos podem estabelecer um elo entre esses dois campos aparentemente separados;

- Extensão: A questão “E se...” é importantíssima nas aulas de geometria. As extensões permitem que o raciocínio criativo aborde os níveis da análise e da síntese. Alguns problemas deveriam incentivar conjecturas e palpites. Gradualmente os alunos devem entrar em contato com problemas que incorporem aspectos de habilidades mais avançadas;
- Pesquisa Aberta: O enunciado do problema permite uma ampla investigação no processo de resolução.

Um determinado problema pode ser mais adequado a uma discussão em classe do que a ser feito como tarefa de casa. Devem-se estimular soluções alternativas e outras extensões apresentadas pelos alunos. As melhores soluções são aquelas que são gerais, que podem ser aplicadas a futuros problemas. Para mim o mais estimulante no ato de ensinar é ver o entusiasmo e o orgulho dos alunos quando se inspiram para utilizar técnicas que abstraíram de trabalhos anteriores. Esses lampejos de criatividade não são exclusivos dos melhores alunos. Muitos alunos “médios” também produzirão idéias inusitadas, dignas de discussão posteriores.

Milauskas (1994) também apresenta-nos algumas sugestões para a criação e a utilização de problemas de qualidade, Para o autor, Problemas reais talvez sejam motivadores, mas outros totalmente irrealis, inusitados ou incomuns também poderão sê-lo. Esses problemas espicaçam a curiosidade e convidam à resolução. Também é preciso considerar a maneira como o problema é colocado. Devem-se estimular soluções alternativas e outras extensões apresentadas pelos alunos. Para o autor, (p.91): “Esses lampejos de criatividade não são exclusivos dos melhores alunos.”

O autor afirma que o professor precisa encontrar problemas interessantes, para sua própria capacidade de criar e propor problemas para seus alunos. Além disso, que o professor precisa se entusiasmar tanto pela resolução de problemas, que se torne um ativo “resolvedor” de problemas, assim como um ativo professor de resolução de problemas.

### 2.3.3 O Uso do Computador e a Resolução de Problemas Matemáticos

Nos PCN (1997) o uso do computador e a Resolução de Problemas Matemáticos são apontados como recursos que o professor de Matemática pode utilizar em suas aulas. Segundo este documento, As técnicas, em suas diferentes

formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas implicações que exercem no cotidiano das pessoas. Sobre o computador:

O computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as. (p.35)

A Resolução de problemas é um caminho para o Ensino da Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos. Todavia, tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos. Considerados esses princípios, convém precisar algumas características das situações que podem ser entendidas como problemas. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

Segundo Ponte (2000), ao utilizar o computador, bem como as TIC, na resolução de um problema, na realização de um projeto, na pesquisa e interpretação da informação recolhida, o professor tem de compreender profundamente o trabalho do aluno para poder responder às suas dúvidas e questões. Professor e aluno passam a ser parceiros de um mesmo processo de construção do conhecimento.

Allevato (2008) Importantes pesquisas já foram e estão sendo desenvolvidas buscando compreender as implicações e formas de implementação da resolução de problemas no Ensino da Matemática. Os problemas sempre ocuparam, invariavelmente, um lugar de destaque no ensino e nos currículos de Matemática, entretanto a finalidade e outros aspectos relacionados à resolução de problemas passaram por mudanças.

Em seguida são analisadas algumas pesquisas já desenvolvidas sobre resolução de problemas, também no âmbito da Educação Matemática. A seção 2, intitulada Apresentação e Análise de Alguns Exemplos, contém a descrição e análise de situações de resolução de problemas com a utilização do computador, destacando três aspectos: a formulação de problemas, a avaliação e a aprendizagem Matemática.

Em alguns deles, segundo a autora, foram percebidos conflitos entre o conceito de derivada da função e a reta tangente ao gráfico da função, e os relatos e

análises dos episódios sugerem que a abordagem visual proporcionada pelo computador não era natural para as alunas.

Na realidade, o computador privilegia o pensamento visual sem, contudo, implicar na eliminação do algébrico. Entretanto, somam-se a esses elementos, algumas dificuldades que podem surgir quando da utilização dos computadores no Ensino da Matemática. Alguns alunos, ou mesmo professores, podem incorrer no erro de considerar o computador como uma autoridade.

Segundo Allevato (2008), embora o termo "problema" esteja bastante presente no dia-a-dia de pessoas que trabalham com Matemática, percebe-se que nem sempre seu uso vem acompanhado de um consciente posicionamento sobre o seu significado. Do mesmo modo, os objetivos e a função de se trabalhar a resolução de problemas com os alunos em sala de aula de Matemática não têm sido considerados por muitos professores e educadores matemáticos. Ao analisar estes aspectos, afirma, alguns autores salientam que essa função é determinada pela abordagem ou pela concepção de ensino em geral, e de resolução de problemas, em particular, que configura a atividade do professor.

A autora nos dá um exemplo com o Computador e a Formulação de Problemas. O professor responsável pela turma fundamentava seu ensino em resolução de problemas e utilizava, com seus alunos, o aplicativo Winplot. Num trabalho que o professor propôs aos alunos para que fizessem utilizando o Winplot, um dos problemas pedia o seguinte:

Construir os gráficos das funções no mesmo sistema de eixos

$$\text{a) } \begin{cases} f_1(x) = \sqrt{x} \\ f_2(x) = \sqrt{x-1} \\ f_3(x) = \sqrt{x-2} \\ f_4(x) = \sqrt{x+2} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} f_1(x) = \sqrt{1-x} \\ f_2(x) = \sqrt{2-x} \\ f_3(x) = \sqrt{2-2x} \\ f_4(x) = \sqrt{2-3x} \end{cases}$$

Figura 4: Representação Algebrica de Funções

Segundo a autora, a sintaxe, no Winplot, para raiz quadrada é  $\text{sqr}(x)$  ou  $x^{(1/2)}$ , considerando  $x$  elevado a meio. Foram freqüentes os erros causados pela

falta dos parênteses ou pela sua colocação no lugar errado, ao digitar a expressão. A tabela a seguir traz as funções do item (a):

Enunciado e forma equivalente	Digitado pelos alunos	O Winplot executou	Forma correta
$\sqrt{x}$	<code>sqr x</code>	0	<code>sqr(x)</code>
$\sqrt{x} = x^{1/2}$	<code>x^1/2</code>	$\frac{x^1}{2}$	<code>x^(1/2)</code>
$\sqrt{x-1} = (x-1)^{1/2}$	<code>x-1^1/2</code>	$x - \frac{1^1}{2} = x - 0,5$	<code>(x-1)^(1/2)</code>
$\sqrt{x-2} = (x-2)^{1/2}$	<code>x-2^1/2</code>	$x - \frac{2^1}{2} = x - 1$	<code>(x-2)^(1/2)</code>
$\sqrt{x+2} = (x+2)^{1/2}$	<code>x+2^1/2</code>	$x + \frac{2^1}{2} = x + 1$	<code>(x+2)^(1/2)</code>

Figura 5: O comportamento das funções no Winplot

Os gráficos apresentados nos trabalhos dos alunos foram os seguintes:

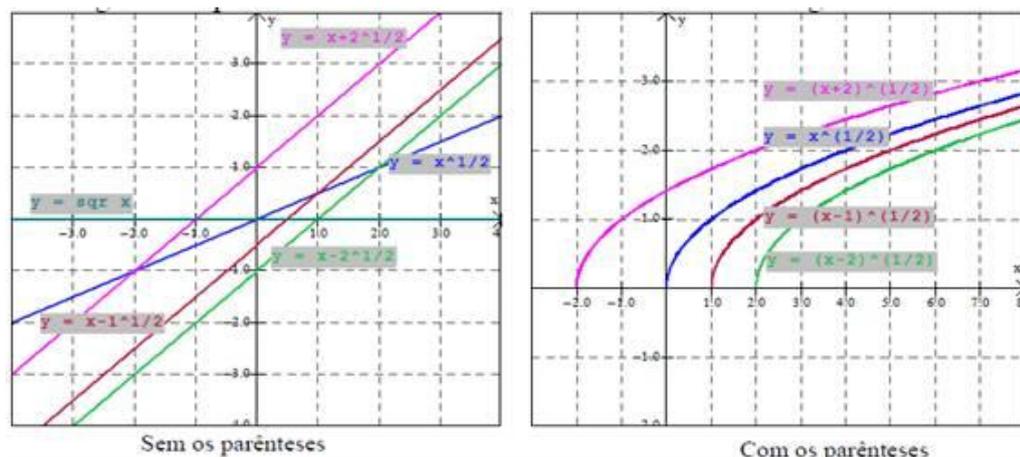


Figura 6: Gráficos mostrados na janela do Winplot

No caso registrado na primeira linha da tabela, quando o aluno digitou `sqr x`, sem os parênteses no  $x$ , o Winplot ignorou a expressão por não corresponder à sintaxe correta.

Nos demais casos, de acordo com a autora, a forma como os alunos digitaram as fórmulas das funções, as transformaram em funções afim. Este raciocínio nos remete às idéias de Contreras e Carrillo (1998) que, ao considerarem a concepção investigativa na resolução de problemas, apontam que os problemas propostos devem ser polivalentes, incluindo os abertos, com condições iniciais modificáveis gerando novos problemas, de processo e solução múltiplos.

A “trajetória de elaboração” da atividade, realizada por Santos (2006), corrobora a perspectiva de alguns autores, quando afirmam que a proposição e resolução de problemas abertos ou fechados têm objetivos e implicações diferentes ao serem incorporados ao ensino.

Allevato (2008), quando aborda o computador, a resolução de problemas e a avaliação afirma que, a dificuldade dos alunos em reconhecer se é necessário ou não colocar parênteses na digitação da fórmula de uma função se manifestou nas dúvidas apresentadas pelos alunos, em vários momentos, durante as aulas no laboratório de informática. Quando a dúvida surgia, o professor e o pesquisador tentavam levar os alunos a pensarem sobre as características e propriedades da função envolvida no problema, de modo que fosse possível decidir sobre a necessidade dos parênteses naquele caso.

Os fatos aqui relatados, relacionados à resolução deste problema, nos remetem aos estudos de Pierce e Stacey (citados por Allevato, 2008), que destacam a importância do conhecimento matemático no monitoramento do que se faz com o computador. Trata-se da experimentação, procedimento bastante utilizado pelos alunos na presença do computador.

A maneira como o aplicativo executou os comandos dados pelos alunos ao digitarem as expressões das funções está de acordo com a hierarquia das operações Matemáticas. Este raciocínio algébrico responderia às dúvidas dos alunos e evitaria os erros cometidos na representação gráfica das funções.

Esses elementos, para a autora, permitem aos alunos controlar e monitorar os resultados apresentados pelo computador. O caso da reflexão através do eixo  $x$ , por exemplo, foi feita, inicialmente, do seguinte modo: O aluno manifestou que somente após realizar esta pesquisa foi que realmente entendeu o significado das transformações lineares e dos demais conteúdos que havia estudado no curso.

Com isso, a tentativa de incorporar o computador com as aulas pode vir a ser uma ótima combinação, pois traz diversas maneiras diferentes de ensino-aprendizagem, integração e interação entre aluno, professor e tecnologia além de aguçar a curiosidade e criatividade dos alunos.

## 2.4. O GEOGEBRA

Segundo Araújo e Nóbriga (2010), um dos diferenciais deste aplicativo em relação aos outros é o fato de se ter acesso a suas funções tanto pelos botões da barra de ferramentas quanto pelo campo de entrada de comandos sem esquecer que com o botão direito do mouse também se pode obter alguns comandos para o uso do GeoGebra. A barra de ferramentas vem divididas em 11 janelas e cada uma possui diversas funcionalidades que podem ser acessadas com um clique do mouse na parte inferior onde se encontra uma pequena seta e para melhorar a facilidade de funcionamento cada item dessas funções, além de vir com os desenhos ilustrativos, também possui a descrição dos mesmos e todas são ativadas ao ser selecionadas.

Conhecendo os menus de cada janela:

- *Janela 1*: Mover; Girar em torno de um ponto e Gravar para a planilha de cálculo.
- *Janela 2*: Novo ponto; Interseção de dois objetos e Ponto médio ou centro.
- *Janela 3*: Reta definida por dois pontos; Segmento definido por dois pontos; Segmento com comprimento fixo; Semirreta definida por dois pontos; Vetor definido por dois pontos e Vetor a partir de um ponto.
- *Janela 4*: Reta perpendicular; Reta paralela; Mediatriz; Bissetriz; Tangentes; Reta polar ou diametral; Reta de regressão linear e Lugar geométrico.
- *Janela 5*: Polígono e Polígono regular.
- *Janela 6*: Círculo definido pelo centro e um dos seus pontos; Círculo dados centro e raio; Compasso; Círculo definido por três pontos; Semicírculo definido por dois pontos; Arco circular dados o centro e dois pontos; Arco circuncircular dados três pontos; Setor circular dados centro e dois pontos e Setor circuncircular dados três pontos.
- *Janela 7*: Elipse; Hipérbole; Parábola e Cônica definida por cinco pontos.
- *Janela 8*: Ângulo; Ângulo com amplitude fixa; Distância, comprimento ou perímetro; Área e Inclinação.

- *Janela 9*: Reflexão com relação a uma reta; Reflexão com relação a um ponto; Inversão; Girar em torno de um ponto por um ângulo; Transladador objeto por um vetor e Ampliar ou reduzir objetos dados centro e fator de homotetia.
- *Janela 10*: Seletor; Caixa para exibir/esconder objetos; Inserir texto; Incluir imagem e Relação entre dois objetos.
- *Janela 11*: Deslocar eixos; Ampliar; Reduzir; Exibir/esconder objeto; Exibir/esconder rótulo; Copiar estilo visual e Apagar objeto.

Através do clique no botão direito do mouse temos as seguintes reações:

- *Na área em branco*: Eixo (mostrar ou esconder); Malha (mostrar ou esconder); Zoom (aumenta ou diminui a tela); EixoX:EixoY (mudar escala dos eixos); Exibir todos os objetos; Visualização padrão (retorna eixo e escala a posição inicial) e Propriedades (modificar diversas funções da janela).
- *Em um objeto*: Exibir objetos; Exibir rótulos; Habilitar rastro; Copiar para a linha de comando; Renomear; Apagar e Propriedades (nesse caso altera propriedades do objeto).

O GeoGebra é um aplicativo de Matemática dinâmica que junta geometria, álgebra e cálculo. É desenvolvido para aprender e ensinar Matemática nas escolas por Markus Hohenwarter e uma equipe internacional de programadores. O GeoGebra fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica ou Numérica e a Folha de Cálculo. Elas permitem mostrar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente, algebricamente e nas células do Excel.



Figura 7: Janela principal do GeoGebra

Fonte: [http://www.fichariodematematica.com/2011/03/principios-basicos-do-geogebra\\_6982.html](http://www.fichariodematematica.com/2011/03/principios-basicos-do-geogebra_6982.html)

Abaixo figuras com a barra de ferramentas do GeoGebra e suas Descrições.

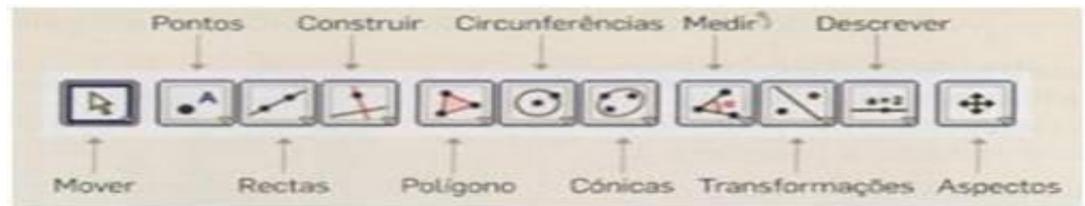


Figura 8: Barra de Ferramentas do GeoGebra

Fonte: <http://xtramat.blogspot.com.br/2012/02/descoberta-do-geogebra.html>

#### 2.4.1. O GeoGebra e os Polígonos

Uma linha poligonal é toda cadeia de segmentos consecutivos não colineares sendo dividida em aberta e fechada e tem como elementos extremidades, vértices e lados. Poligonal aberta é quando os lados não consecutivos não possuem pontos em comum, já a poligonal fechada é quando todos os lados consecutivos têm pontos em comum. Surge então o conceito de polígono que é a reunião de uma poligonal fechada simples com o seu interior e pode ser convexos ou não-convexos. Um polígono é chamado de Convexo se e somente se todo segmento de reta cujas extremidades pertencem à região só tem pontos na mesma região e Não-Convexo

se e somente se todo segmento de reta contém extremidades na região porem ao serem traçados possuem pontos exteriores a região do polígono.



Figura 9: Polígono Convexo      Figura 10: Polígono Não Convexo

Fonte: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-poli.htm>

Os elementos dos polígonos são vértice, lados, ângulos, diagonais, perímetro e área e recebem nome de acordo com o número de lados ou ângulos internos que possuem:

No. de lados	Polígono	No. de lados	Polígono
1	não existe	11	undecágono
2	não existe	12	dodecágono
3	triângulo	13	tridecágono
4	quadrilátero	14	tetradecágono
5	pentágono	15	pentadecágono
6	hexágono	16	hexadecágono
7	heptágono	17	heptadecágono
8	octógono	18	octadecágono
9	eneágono	19	eneadecágono
10	decágono	20	icoságono

Figura 11: Nomenclatura de Alguns Polígonos

Fonte: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-poli.htm>

Os polígonos são considerados regulares quando possui todos os lados e todos os ângulos internos congruentes e tem como propriedade admitir uma circunferência inscrita e uma circunferência circunscrita. A construção dos polígonos regulares podem ser feitas de diversas formas uma das mais conhecidas são feitas com o auxílio da circunferência circunscrita ao polígono se utilizando de esquadros, régua, compasso e transferidor.

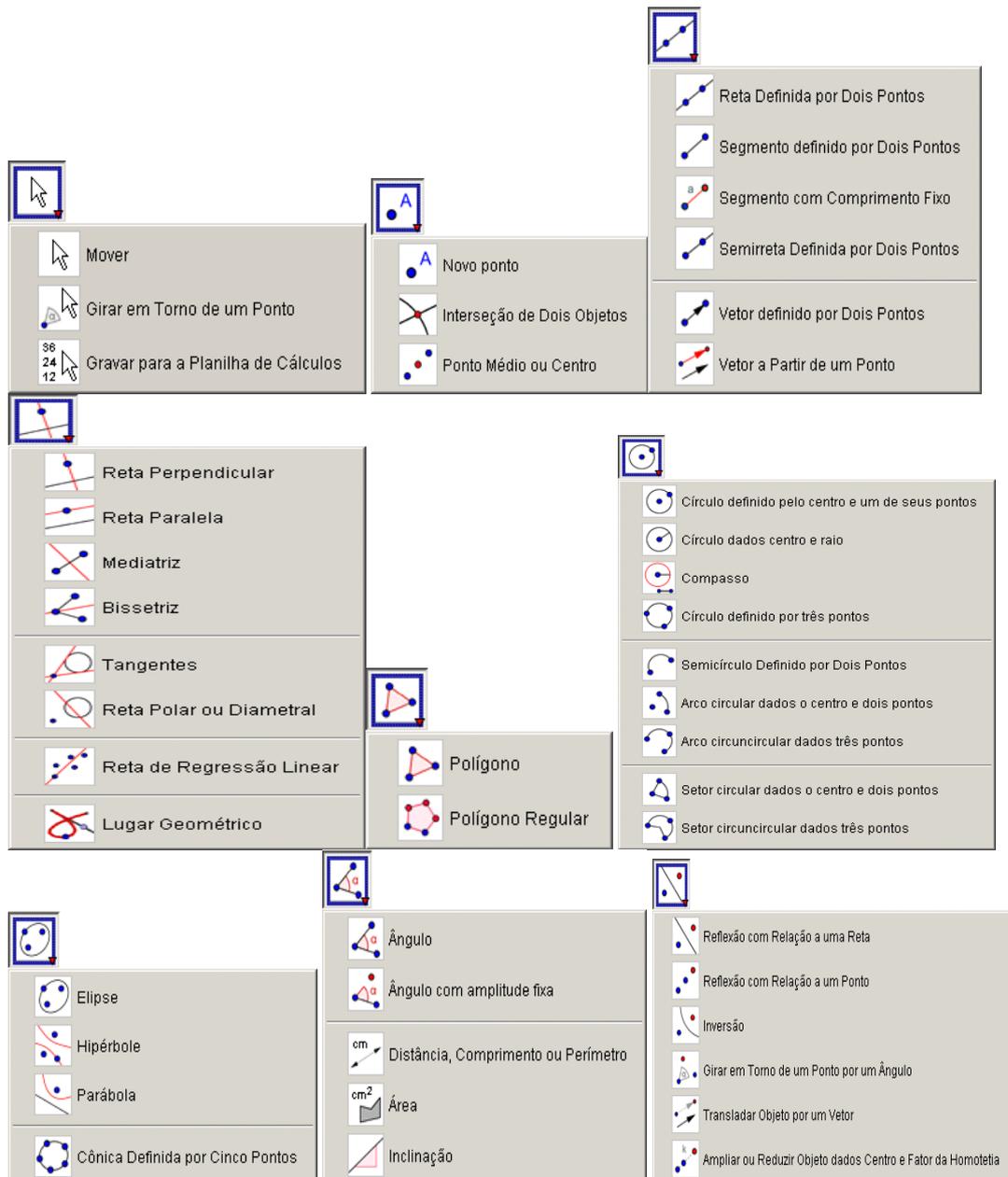


Figura 12: Funções dos Botões da Barra de Ferramenta 1

Fonte: [http://pt.wikibooks.org/wiki/Aplica%C3%A7%C3%B5es\\_do\\_GeoGebra\\_ao\\_ensino\\_de\\_Matem%C3%A1tica/Imprimir](http://pt.wikibooks.org/wiki/Aplica%C3%A7%C3%B5es_do_GeoGebra_ao_ensino_de_Matem%C3%A1tica/Imprimir)



Figura 13: Funções dos Botões da Barra de Ferramenta 2

Fonte: [http://pt.wikibooks.org/wiki/Aplica%C3%A7%C3%B5es\\_do\\_GeoGebra\\_ao\\_ensino\\_de\\_Matem%C3%A1tica/Imprimir](http://pt.wikibooks.org/wiki/Aplica%C3%A7%C3%B5es_do_GeoGebra_ao_ensino_de_Matem%C3%A1tica/Imprimir)

#### 2.4.2. A Geometria dos Polígonos e o Uso da Geometria Dinâmica

Veloso (2007) nos mostra abordagem dos paralelogramos ao longo dos diferentes níveis do currículo português.

Nos primeiros anos, como muito provavelmente a primeira idéia de janela que uma criança teve foi ao ver a mãe dirigir-se a uma janela e abri-la, enquanto dizia - está aqui muito calor, vou abrir a janela...

Essa mesma criança ouvirá pela primeira vez a palavra paralelogramo quando o seu professor, no começo de uma aula, disser:

- hoje vamos construir quadriláteros apenas com hastes de dois comprimentos e descobrir os paralelogramos.

Nesse dia o professor formou numa grande mesa dois montes de hastes: num dos montes hastes maiores – chamemos-lhe hastes a, todas do mesmo comprimento 11 – e noutra monte hastes de menor comprimento – chamemos-lhes hastes b, todas de comprimento 4.

Depois disse que para fazer os quadriláteros tinham que utilizar ou quatro hastes de um dos montes ou duas de cada monte. E exemplificou, fazendo um quadrilátero em cada um dos casos, ligando as quatro hastes umas às outras em cadeia, sendo a extremidade da quarta ligada à origem da primeira. Passado algum tempo, os alunos tinham construído os quadriláteros (os paralelogramos e o antiparalelogramo).

Numa aula do 9º ano (ou poderia ser do 8º, está claro), num projeto relacionado com as semelhanças, os alunos viram e usaram um pantógrafo mostrado pelo professor de Educação Visual.

O professor propôs então a seguinte tarefa em duas partes:

1. Construir um quadrilátero no Sketchpad utilizando apenas as condições de ter os lados opostos paralelos; verificar experimentalmente no Sketchpad que os lados opostos ficam então iguais.

2. Construir um quadrilátero no Sketchpad utilizando apenas a condição de que os lados opostos tenham igual comprimento; verificar experimentalmente no Sketchpad que os lados opostos ficam então paralelos.

Na discussão que se seguiu às experiências dos alunos com o Sketchpad, ficou bem esclarecido que realmente qualquer das condições (paralelismo dos lados opostos ou igualdade dos lados opostos) implicava a outra pelo que existiam (pelo menos) duas definições de paralelogramo, cada uma impondo apenas uma das condições.

Normalmente, o secundário deveria servir, em geometria, para aprofundar e sistematizar a experiência dos alunos nos ciclos anteriores. Os quadriláteros, e em particular o conjunto de propriedades dos paralelogramos, são campos férteis para experiências desse tipo. Uma delas consiste precisamente em tomar como postulado os casos de igualdade de triângulos e a igualdade dos ângulos alternos internos e partindo daí e da definição de paralelogramo, como um quadrilátero com dois pares de lados opostos paralelos, provar os seguintes teoremas:

- Uma diagonal divide um paralelogramo em dois triângulos congruentes.
- Os lados opostos de um paralelogramo são iguais.
- Os ângulos opostos de um paralelogramo são iguais.
- As diagonais de um paralelogramo bissetam-se.
- As diagonais de um losango são perpendiculares.

São também muito interessantes os trabalhos de Michael de Villiers sobre quadriláteros e a sua organização, em particular a publicação *Some Adventures in Euclidean Geometry*, publicada em 1996 em Durban, pela University of Durban-Westville. Ver também o excelente artigo de Michael Keyton, Alunos descobrem a geometria usando aplicativo de geometria dinâmica, no livro *Geometria Dinâmica* (tradução feita pela APM do livro *Geometry Turned On*, org. por James King e Doris Schattschneider).

No Brasil, o PCN (1997) aponta O trabalho com Espaço e Forma centra-se, ainda, na realização de atividades exploratórias do espaço. Espaço e Forma:

- Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, de diferentes pontos de vista.
- Descrição, interpretação e representação da movimentação de uma pessoa ou objeto no espaço e construção de itinerários.
- Representação do espaço por meio de maquetes.
- Identificação da simetria em figuras tridimensionais.
- Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.
- Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
- Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas.
- Representação de figuras geométricas.

De acordo com este documento, estudos sobre a construção do espaço pela criança destacam que a estruturação espacial se inicia, desde muito cedo, pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao seu próprio corpo. Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico — dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos. O conhecimento do corpo procede do conhecimento do espaço e, ao mesmo tempo, o torna possível. Com relação às formas, experiências mostram que as crianças discriminam algumas formas geométricas bem mais cedo do que as reproduzem. Os objetos que povoam o espaço são a fonte principal do trabalho de exploração das formas. Um trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem.

O Geometrix – desenvolvido em Portugal, também possui uma interface em português e, diferentemente do Geometricks<sup>2</sup>, não é de uso exclusivo da geometria. Ele possibilita a criação de exercícios, desenhos e atividades. Também permite o trabalho com ferramentas auxiliares e análise de dados.

---

<sup>2</sup> É um aplicativo desenvolvido na Dinamarca e no Brasil é representado pelo Prof. Drº Marcelo Borba e pela Profª Drª Míriam Penteado, da UNESP, Rio Claro.

As atividades geométricas podem contribuir também para o desenvolvimento de procedimentos de estimativa visual, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras, sem usar instrumentos de desenho ou de medida. Isso pode ser feito, por exemplo, por meio de trabalhos com dobraduras, recortes, espelhos, empilhamentos, ou pela modelagem de formas em argila ou massa. Construir maquetes e descrever o que nelas está sendo representado é também uma atividade muito importante, especialmente no sentido de dar ao professor uma visão do domínio geométrico de seus alunos. O uso de alguns aplicativos disponíveis também é uma forma de levar o aluno a raciocinar geometricamente.

Scheffer (2009) apresenta um estudo sobre polígonos desenvolvido num Laboratório de Ensino da Matemática cujo objetivo foi estudar polígonos, seus elementos, medidas, ângulos, cálculo de áreas e construções que vão desde a régua e o compasso passando pelas dobraduras e o computador, utilizado o aplicativo Geomatricks.

A diferença entre Geomatrix e GeoGebra é que o Geomatrix além de não ser muito voltado para a geometria tem a principal função de criar gráficos, ser utilizado como jogo e para resolver problemas, enquanto o GeoGebra é popularmente utilizado para construção de polígonos de diversas formas e representar seus elementos de uma forma mais dinâmica.

#### 2.4.3. O GeoGebra na Resolução de Problemas Geométricos

Medeiros (2012), num minicurso ministrado para professores de Matemática e futuros professores de Matemática, cujo objetivo geral foi desenvolver atividades com a formulação e a resolução de problemas geométricos a partir do aplicativo GeoGebra com dois tipos de solução: (i) a solução baseada na tecnologia e (ii) a solução analítica<sup>3</sup>, identificou a formulação e a resolução de problemas geométricos abertos que utilizaram o aspecto dinâmico do GeoGebra para a resolução dos problemas e a compreensão das idéias Matemáticas envolvidas.

O que reforça ainda mais a nossa pesquisa e que está em debate na atualidade e causando bastante curiosidade entre os estudiosos da área.

---

<sup>3 3</sup> É uma solução que exige a colocação e a exploração de conjecturas.

### 3. METODOLOGIA

A pesquisa foi desenvolvida numa turma de 10 alunos do 1º ano do Ensino Médio. A operacionalização começou com uma apresentação básica do conteúdo e do GeoGebra a seguir aulas para apresentar o aplicativo e como utilizá-lo. Por fim, alguns problemas para avaliar o que foi compreendido pelos alunos. Sendo assim, o projeto desenvolvido se deu em quatro encontros, sendo eles:

1º Encontro: Foi realizado um questionário a fim de avaliar a situação dos alunos referente ao que sabem sobre geometria.

Escola Estadual Dr. Hortêncio de Sousa Ribeiro - PREMEM

Professor: Maxsuel da Silva

Disciplina: Matemática

Aluno (a):

---

#### Questionário

1. Com que frequência utiliza o computador em casa? E na escola?
2. Qual a definição de polígonos e quais seus elementos?
3. Com relação à definição de polígono responda.
  - a) O que caracteriza um polígono regular?
  - b) O que é a Apótema de um polígono regular? Dê exemplos.
4. Sobre a nomenclatura dos polígonos, qual o nome dado aos que possuem 6, 8, 11, 15 e 20 lados?
5. Os polígonos podem ser Convexos e Não-Convexos, desenhe um exemplo de cada tipo e justifique.
6. Para calcular a diagonal dos polígonos temos a seguinte fórmula:  $D = n.(n - 3)/2$ . Utilizando-a, encontre quantas diagonais existem nos polígonos abaixo.

- a) Polígono de 9 lados.
  - b) Polígono de 13 lados.
7. Qual o polígono cujo número de lados é igual ao número de diagonais?  
Desenhe-o.
8. Encontre o perímetro dos polígonos dados abaixo:
- a) De um retângulo de lados 13 e 25 cm.
  - b) De um dodecágono de lado igual a 17 cm.
9. Um polígono regular de 8 lados tem perímetro de 200 cm, calcule a medida de cada lado.
10. Calcule a área dos polígonos dados abaixo:
- a) De um quadrado cujo lado mede 16 m.
  - b) De um losango cuja diagonal maior mede 10 cm e a menor 6 cm.

2° Encontro: Uma aula com noções básicas de geometria, polígonos e do aplicativo adotado.

1. Construa um hexágono, identificando seus ângulos.
2. Construa um polígono regular de 4 lados.
3. Que outras formas teria de se construir essas mesmas figuras sem a utilização do menu 5?
4. Quais dificuldades encontradas?

3° Encontro: Mostrar a integração do aplicativo ao ensino de polígonos no Laboratório de Informática.

1° Um treinador resolveu construir um campo de futebol para o treino de sua equipe e gradeou todo redor do campo para que a bola não fosse para muito longe. Represente o campo no Geogebra e sabendo que a área do campo mede  $375\text{m}^2$  mostre quantos metros de grade ele usou para fazer a proteção ao redor do campo todo? Que polígono é formado pelos lados do campo de futebol?

2° Qual o nome do polígono cuja soma dos ângulos internos mais a soma dos ângulos externos é igual a  $1980^\circ$ ? Agora o construa no Geogebra destacando seus ângulos internos.

4° Encontro: Realização das resoluções de problemas para explorar o conteúdo.

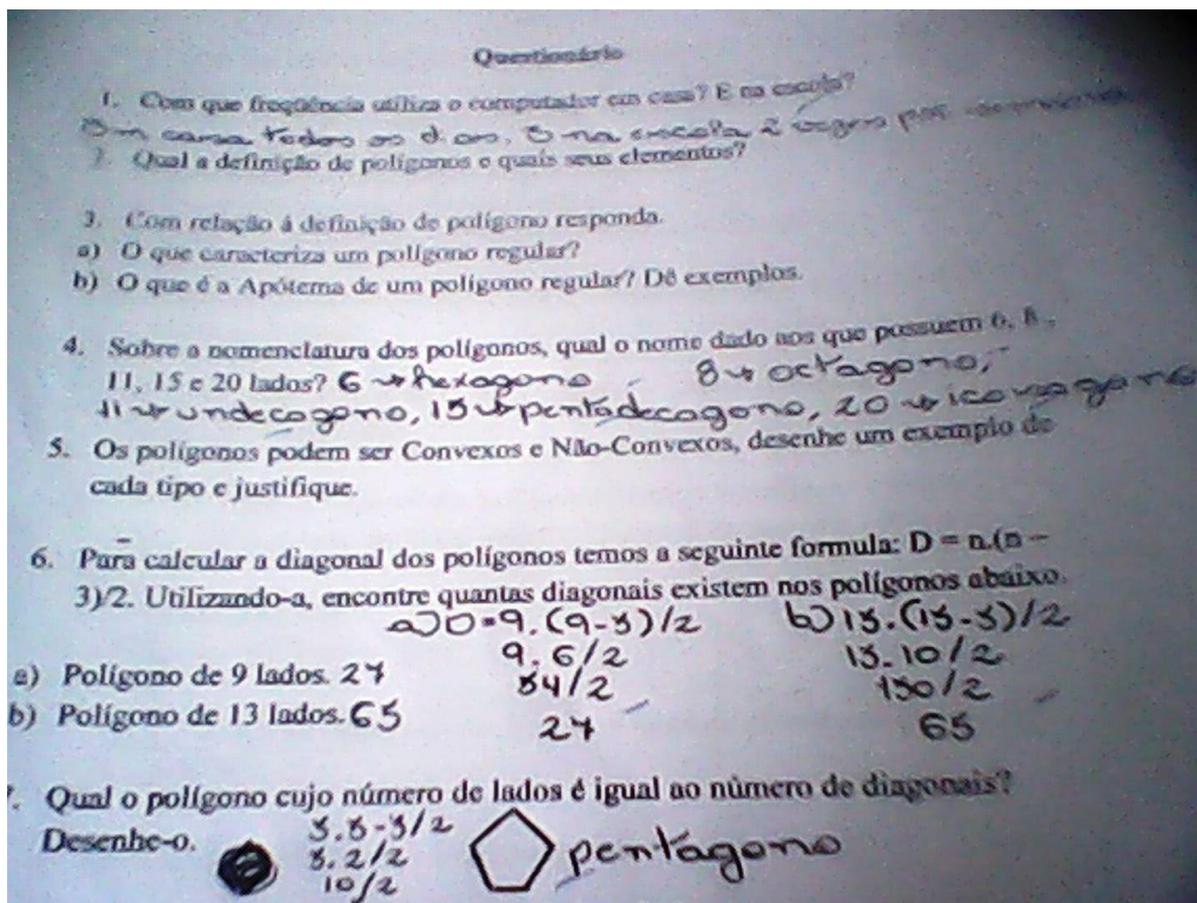
3° Sabendo que um polígono convexo tem 5 lados a mais que o outro e que o total das diagonais é igual a 68 encontre o número de diagonais de cada polígono, escreva o nome desses polígonos e em seguida esboce eles no Geogebra traçando suas diagonais.

4° Uma vela triangular de um veleiro foi danificada e terá que ser substituída por outra. Para fazer uma nova vela é cobrado R\$ 23,00 por m<sup>2</sup>. Qual será o valor pago pelo dono do veleiro sabendo que a vela mede 12m de altura e 9m de base? Esboce e realce as medidas no Geogebra. Que polígono surge na resolução?

## 4. POR DENTRO DA PESQUISA

### 4.4. ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO

Chegando lá, fui apresentado à turma pela professora, então apresentei o questionário e expliquei o que teriam fazer. Dado o questionário a eles perguntaram se valeria ponto, o que já era de se esperar, então falei que ficaria a critério da professora. Foi feito com dez alunos e vi que por ser aula de Informática estavam muito mais interessados em mexer no computador do que no questionário, mas tentei voltar à atenção deles para o teste. Poucos tiveram curiosidade e/ou dúvidas e me perguntaram como se respondia uma questão ou outra. Uns ficaram com o questionário e acabaram devolvendo sem quase nenhuma resposta ou resposta nenhuma. Por outro lado alguns se saíram bem. A maior dificuldade deles foi a parte sobre definição, cálculos de área e perímetro e nomenclaturas que quase não tiveram contato na escola. Deram algumas dicas relacionando a títulos de futebol para tenta facilitar, mas 2 a 3 conseguiram resolver praticamente tudo. Quanto à primeira questão, bem simples, tiveram um pouco de dificuldade para responder também por não entenderem a pergunta mostrando um pouco de dificuldade na leitura. Para buscar um pouco de interesse por parte dos alunos pedi que no próximo encontro levassem a resposta de três questões sobre definição respondidas.



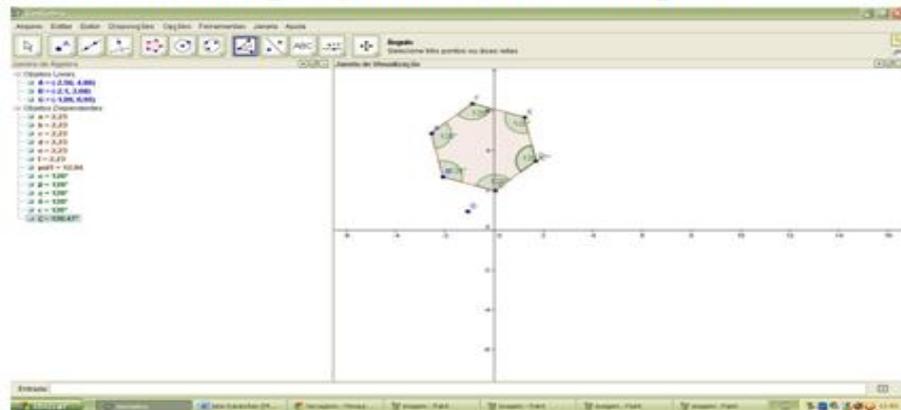
#### 4.5. APRESENTAÇÃO DO APLICATIVO NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA

Dando continuação ao desenvolvimento do projeto passei a atividade nos computadores para que os alunos resolvessem. Apareceram caras novas na turma e outras faltaram e alguns chegaram a me entregar a pesquisa pedida na aula passada. Não sei se leram ou ao menos deram uma olhada no que escreveram, mas pelo menos demonstraram um pouco de interesse ao realizar e levar no dia marcado. Pedi que abrissem o Geogebra e comecei explicar ao funcionamento de algumas ferramentas e principalmente as que seriam mais utilizadas nos encontros é claro. Feito isso perguntei se tinham mais alguma dúvida ou algo a comentar e disseram que não estava tudo bem, então comecei falando da primeira questão que seria a construção de um hexágono e para destacar os ângulos internos usando apenas os menus 5 e 8 do aplicativo e para surpresa de todos com a ferramenta 5 escolhendo a opção certa foi muito mais fácil a construção do que podiam imaginar já que bastava apenas digitar a quantidade de lados do polígono que sairia perfeito – isso usando a segunda opção do menu 5 – na identificação dos ângulos se

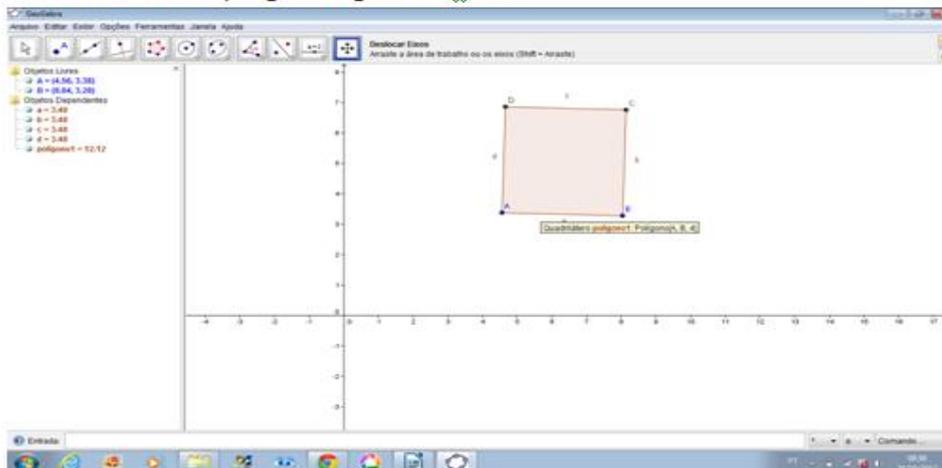
complicaram um pouco, porém com um pouco de atenção e curiosidade muitos encontraram o caminho sozinhos.

A segunda questão foi mais fácil apenas para memorizar o que tinham feito a primeira foi dado o nome o que demorou mais porque tinham que descobrir quantos lados tinha o polígono enquanto essa já vinha o numero de lados e não exigia o destaque dos ângulos. Após a parte construtiva pedi que falassem e mostrassem se haveria outro caminho de fazer as mesmas figuras e outras que não fosse o recurso do menu 5 e a resposta foi praticamente todas as mesmas citando o menu 3, segunda opção que seria segmento definido por dois pontos e também que seria bom ter uma noção melhor sobre hexágono mas creio que tentaram falar em nomenclatura no geral. Quanto a ultima pergunta foi sobre duvidas ao utilizar o Geogebra para construção e destaque dos ângulos. Boa parte dos alunos responderam que não tiveram dificuldades, apenas pequena confusão ao mostrar os ângulos na janela do aplicativo.

### 1. Construa um hexágono, identificando seus ângulos.



### 2. Construa um polígono regular de 4 lados.



**3. Que outras formas teria de se construir essas mesmas figuras sem a utilização do menu 5?**

Sim, se faz através do menu 3 com segmento definido por 2 pontos e ter a noção de uma hexágono e um Polígono de lados.

**4. Quais dificuldades encontradas?**

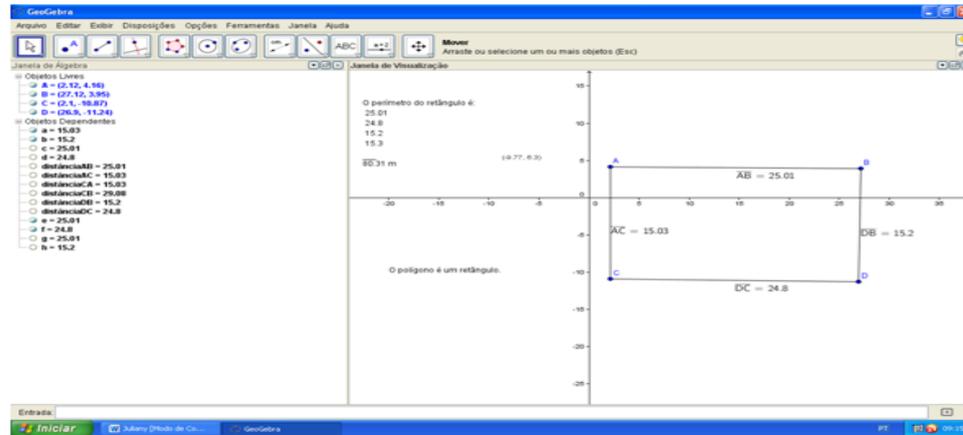
Bom, as dificuldades não foram tantas, pois não tenho muita base de um hexágono e um polígono mais revendo alguns desenhos da para fazer.

#### 4.6. ANALISES DOS PROBLEMAS

Nesse dia o nível dos problemas ficou um pouco mais elevado, porém nada de espantar, pois mesmo assim eram questões fáceis de resolver. Ao chegar à sala foi passado de computador em computador colocando a tarefa a ser realizada e ao começarem a ler boa parte sentiu dificuldade em entender o que estava se pedindo. Falei para terem paciência que depois que todos estivessem com as questões, explicaria o que deveria ser feito. Logo em seguida, falei que para resolver as questões eles teriam que seguir caminhos fora do Geogebra e dentro. Como assim? Bem.

Em ambas as questões tinham que encontrar os valores antes de transpassar os dados para o Geogebra. Na primeira questão teriam que encontrar quanto media os lados maiores e menores do campo de futebol para assim construir com as medidas encontradas e com a ferramenta do menu 10 escrever o nome do polígono encontrado e calcular o perímetro – utilizando o menu 8 já conhecido com eles sendo que teriam que mudar para a terceira opção que é a de distancia, comprimento ou perímetro - no aplicativo. A segunda questão também seguia o mesmo raciocínio de primeiro onde teriam que utilizar uma pequena fórmula para encontrar o polígono e assim nomear, construir e destacar os ângulos internos como feito no primeiro encontro utilizando o menu 8.

1° Um treinador resolveu construir um campo de futebol para o treino de sua equipe e gradeou todo redor do campo para que a bola não fosse para muito longe. Represente o campo no Geogebra e sabendo que a área do campo mede  $375\text{m}^2$  mostre quantos metros de grade ele usou para fazer a proteção ao redor do campo todo? Que polígono é formado pelos lados do campo de futebol?



2° Qual o nome do polígono cuja soma dos ângulos internos mais a soma dos ângulos externos é igual a  $1980^\circ$ ? Agora o construa no Geogebra destacando seus ângulos internos.

$$(n-2) * 180 + 360 = 1980$$

$$(n-2) * 180 = 1980 - 360$$

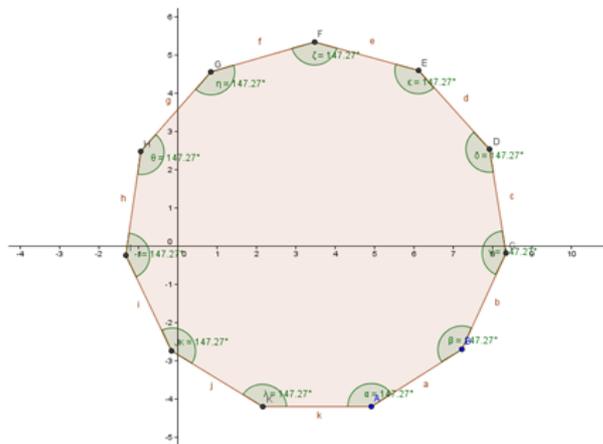
$$n-2 = 1620/180$$

$$n-2 = 9$$

$$n = 9 + 2$$

$$N = 11 \text{ LADOS}$$

Undecágono



No quarto e último encontro com os alunos foram apresentados os problemas

“1° Um treinador resolveu construir um campo de futebol para o treino de sua equipe e gradeou todo redor do campo para que a bola não fosse para muito longe. Represente o campo no Geogebra e sabendo que a área do campo mede  $375\text{m}^2$  mostre quantos metros de grade ele usou para fazer a proteção ao redor do campo todo? Que polígono é formado pelos lados do campo de futebol?; 2° Qual o nome do polígono cuja soma dos ângulos internos mais a soma dos ângulos externos é igual a  $1980^\circ$ ? Agora o construa no Geogebra destacando seus ângulos internos.; 3° Sabendo que um polígono convexo tem 5 lados a mais que o outro e que o total das diagonais é igual a 68 encontre o número de diagonais de cada polígono, escreva o nome desses polígonos e, em seguida, esboce eles no Geogebra traçando suas diagonais. E 4° Uma vela triangular de um veleiro foi danificada e terá que ser substituída por outra. Para fazer uma nova vela é cobrado R\$ 23,00 por  $\text{m}^2$ . Qual será o valor pago pelo dono do veleiro sabendo que a vela mede 12m de altura e 9m de base? Esboce e realce as medidas no Geogebra. Que polígono surge na resolução?”

A fim de avaliar o que teriam compreendido da experiência tanto do contato com a geometria quanto com o aplicativo. Problemas esses que tem característica média mais que com poucos meios simples de se resolver, pois

além de exigir o domínio do programa testou o conhecimento tanto sobre a geometria quanto sobre a álgebra.

Demonstraram mais dificuldade justamente na parte Matemática do que na computacional, principalmente na primeira questão onde tiveram algumas dificuldades para descobrir os polígonos certos, já a segunda foi mais fácil por ser menos trabalhosa e mais direta que a primeira.

Ficaram encantados com o resultado mostrado no Geogebra no primeiro problema pois formou uma figura fascinante ao destacar as diagonais e com isso voltaram mais a atenção tanto pros problemas quanto para explorar outras figuras – após o termino das atividades – e observar como ficavam.

Tanto eles quanto eu achamos muito interessante e proveitoso por não terem tido oportunidade de trabalhar a Matemática dessa forma e no meu caso também foi a primeira vez que apresentei um assunto com auxílio do computador e aplicativo.

Claro que não poderia deixar de mencionar a professora Ana Paula, que contribuiu da melhor forma possível e ajudou de todas as formas que estavam em seu alcance, além da paciência comigo e com os alunos.

3° Sabendo que um polígono convexo tem 5 lados a mais que o outro e que o total das diagonais é igual a 68 encontre o número de diagonais de cada polígono, escreva o nome desses polígonos e em seguida esboce eles no Geogebra traçando suas diagonais.

$$D = n \cdot (n-3) / 2$$

$$D = 12(12-3) / 2$$

$$D = 12(9) / 2$$

$$D = 108 / 2$$

$$D = 54$$

$$D_1(n-3) + 54 = 68$$

$$D_1(n-3) / 2 = 68 - 54$$

$$D_1(n-3) / 2 = 14$$

$$D_1(n-3) = 28$$

$$D_1^2 - 3n - 28 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -28$$

$$\Delta = 9 + 112$$

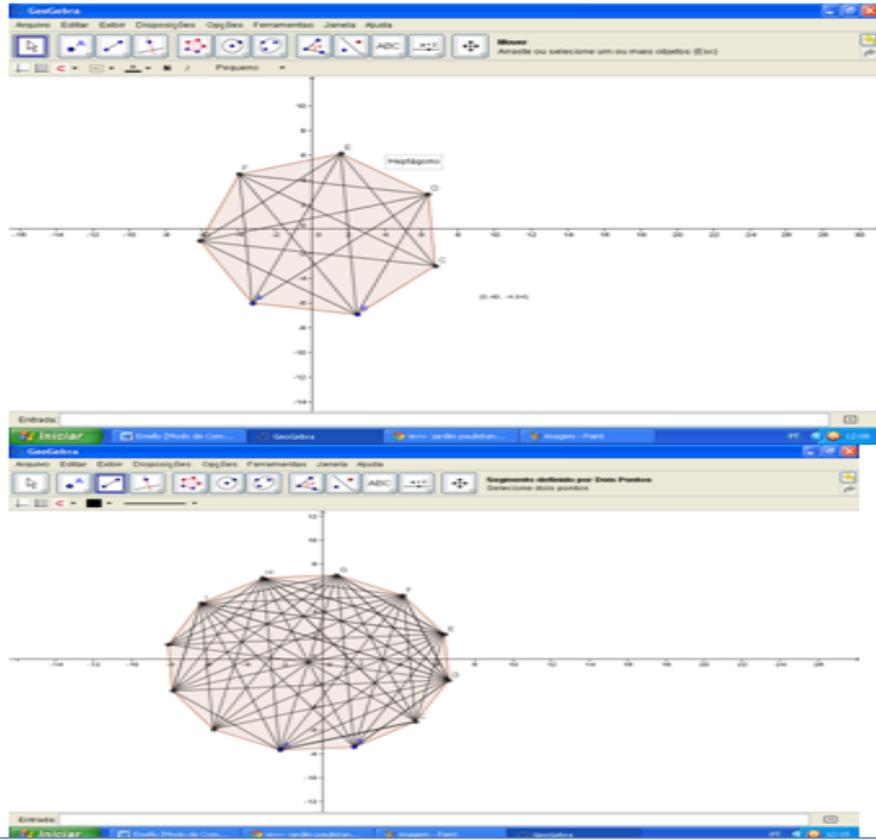
$$\Delta = 121$$

$$X = (-3) \pm 11 / 2$$

$$X_1 = 7$$

$$X_2 = -4$$

Dodecaedro



4° Uma vela triangular de um veleiro foi danificada e terá que ser substituída por outra. Para fazer uma nova vela é cobrado R\$ 23,00 por m². Qual será o valor pago pelo dono do veleiro sabendo que a vela mede 12m de altura e 9m de base? Esboce e realce as medidas no Geogebra. Que polígono surge na resolução?

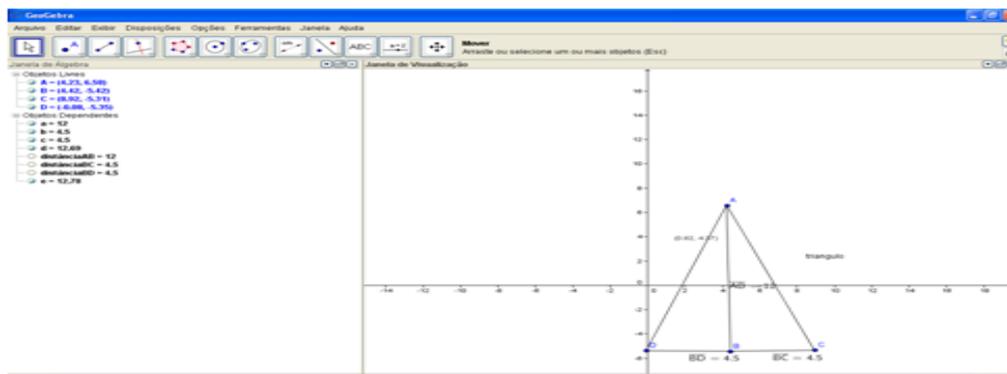
$$A = b \cdot h / 2$$

$$A = 9 \cdot 12 / 2$$

$$A = 108 / 2$$

$$A = 54$$

$$v = a \cdot 23 = 54 \cdot 23 = 1.242$$



## 5. CONCLUSÃO

Partindo de um breve questionário onde se tentou avaliar o que os alunos entendiam realmente sobre a geometria, se era possível abordar alguns assuntos preocupantes para os dias de hoje. Isso se deve pelo fato de ser praticamente escasso o ensino de geometria na escola em que aplicamos o projeto, pois ao questionar os alunos sobre o assunto, quase todos tiveram uma única resposta de nunca terem tido aula de geometria ou conhecer o assunto de alguma outra forma.

O que, por um lado, tornou a pesquisa mais interessante por se tratar de algo praticamente novo para os alunos e, com isso, aumentar o desafio de conseguir concluir e, pelos resultados obtidos, foi muito positivo.

As aulas para aplicação e manuseio do GeoGebra como uma ferramenta de ensino-aprendizagem fugiram um pouco da metodologia tradicional, pois houve mais interação com os alunos, mais momentos dinâmicos, senti, que por se tratar do uso do computador para fins matemáticos o interesse estava maior que em uma aula básica. Claro que sem o entusiasmo dos alunos e a curiosidade que demonstraram para conseguir obter o resultado de cada tarefa, que foram os fatores importantes para se conseguir atingir parte dos objetivos apresentados no projeto.

Como o objetivo geral nosso era descrever como os alunos do 1º Ano do Ensino Médio resolvem problemas geométricos abertos referentes ao conteúdo polígonos e seus elementos utilizando o aplicativo GeoGebra e na resolução dos problemas geométricos abertos sobre polígonos conseguimos fazer. Ficou evidente que usar aplicativos como auxílio nas aulas pode trazer uma melhor compreensão dos conteúdos para os alunos e os deixando mais participativos, críticos e, em alguns casos, surpresos pelos resultados obtidos.

No começo, demorou um pouco para começar as resoluções pois infelizmente a Matemática ainda não é tão bem vista como deveria ser, muitos ainda reclamam da dificuldade de realizar cálculos e resolver problemas, mais ao usar o GeoGebra ficaram fascinados com as formas adquiridas, com os desenhos representados, com a descoberta do novo e isso fez com que o projeto fosse levado mais a sério.

O fato deles já terem tido contato antes com o GeoGebra, porém voltado para informática e não para a Matemática, inicialmente, facilitou a explanação dos comandos que iriam utilizar em cada tarefa dada.

O espaço utilizado para aplicação do nosso projeto foi bastante satisfatório, pois sei que em outros lugares seria um pouco complicado, cada aluno trabalhou em um computador, individualmente, nas atividades o que ajudou bastante na hora de avaliar as execuções dos problemas feitos por eles. No entanto, todo cuidado é pouco para conseguir adotar essa metodologia nas escolas, para não assustar os alunos, se pegos de surpresa e se não souber manusear as ferramentas que a tecnologia nos proporciona. Para isso seria interessante que os professores que optarem aplicar essa prática e estudassem melhor os aplicativos e que papeis teriam para cada assunto pesquisando em sites, revistas, artigos, entre outras tantas fontes que existem e quem sabe uma forma simples de acabar com o medo dos alunos pela Matemática.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. O Computador e a Aprendizagem Matemática: reflexões sob a perspectiva da Resolução de Problemas. Anais do Seminário em Resolução de Problemas, São Paulo: UNESP: 2008.
- ARAÚJO, L.C.L, NÓBRIGA, J, C.C. Aprendendo Matemática com o geoGebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.
- BOYER, C. História da Matemática. São Paulo: 2ª edição. Edgard Blücher, 1996.
- BROUSSEAU, G. *Les obstacles épistémologiques et les problèmes.d'enseignement*. Recherches en Didactique des Mathématiques, no 42, p. 170, 1983.
- \_\_\_\_\_. . *Fondememts et méthodes de la didactique des mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques, N° 7 (2), p.p. 33-116, 1986.
- \_\_\_\_\_. . *Le contrat didactique: Le mileu*. Recherches en Didactique des Mathématiques, nº 9 (3) , p. 309-336, 1988.
- MEDEIROS, K.M. O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. In Educação Matemática em Revista, nº 9/10.SP, SBEM, 2001.
- \_\_\_\_\_. . Utilizando o Geogebra para Explorar a Criatividade na Formulação e na Resolução de Problemas Geométricos. In: 3º SIPEMAT - Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012, Fortaleza-Ceará. 3º SIPEMAT - Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012.
- MILAUSKAS, G. A. *Problemas criativos de geometria podem levar à resolução criativa de problemas criativos*. In: LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. (org) Ensinando e Aprendendo Geometria. Tradução: Hygino H. Domingues. Ed. Atual. São Paulo, 1994 p. 86-106.
- PCN I: Matemática /Secretaria da Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1997.
- PCN + ENSINO MÉDIO. *Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.
- POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- PONTE, J.P. Tecnologia de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? Revista Iberoamericana de Educação. Ano 24, n. 24, p. 63-90. Dez. 2000.

SCHEFFER, N. F. *O LEM na discussão de conceitos a partir das mídias dobradura e aplicativo dinâmico*. In LORENZATO, S. (Org.) laboratório de Ensino da Matemática na formação de professores, 2 ed. Ver.- Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

STANIC, G. M. A., & KILPATRICK, J. *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum*. In: Charles, R.I. & Silver, E.A. 62 (Eds.) *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989.

STRUIK, D. *História concisa das Matemáticas*. Lisboa: Gradiva, 1992.

VELOSO, E. *Notas sobre o Ensino da Geometria: Sobre as definições (II)*. Revista Educação e Matemática N°93 - Maio/Junho 2007.

### SITES CONSULTADOS

Fonte: <http://artetempo.blogspot.com.br/2009/12/neolitico-ceramica.html>

Acesso em: 09 de Dezembro de 2012

Fonte: <http://prensaliempreblosoriginarios.blogspot.com.br/2012/04/quipus-mensajes-del-imperio-inca.html>

Acesso em: 09 de Dezembro de 2012

Fonte: <http://mannaimayaadventure.com/2012/05/>

Acesso em: 09 de Dezembro de 2012

Fonte: [http://www.fichariodematematica.com/2011/03/principios-basicos-do-geogebra\\_6982.html](http://www.fichariodematematica.com/2011/03/principios-basicos-do-geogebra_6982.html)

Acesso em: 09 de Dezembro de 2012

Fonte: <http://xtramat.blogspot.com.br/2012/02/descoberta-do-geogebra.html>

Acesso em: 09 de Dezembro de 2012

Fonte: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-poli.htm>

Acesso em: 09 de Dezembro de 2012

Fonte: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-poli.htm>

Acesso em: 09 de Dezembro de 2012

Fonte: [http://pt.wikibooks.org/wiki/Aplica%C3%A7%C3%B5es\\_do\\_GeoGebra\\_ao\\_ensino\\_de\\_Matem%C3%A1tica/Imprimir](http://pt.wikibooks.org/wiki/Aplica%C3%A7%C3%B5es_do_GeoGebra_ao_ensino_de_Matem%C3%A1tica/Imprimir)

Acesso em: 09 de Dezembro de 2012

### BIOGRAFIA DE EUCLIDES

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/euclides/euclides.htm> Acesso

em: 10 de Dezembro de 2012

# **ANEXO**

## ANEXO – A BIOGRAFIA DE EUCLIDES



Euclides de Alexandria (330 a.C. - 260 a.C.)

Euclides (c. 330 a. C. - 260 a. C.) nasceu na Síria e estudou em Atenas. Foi um dos primeiros geómetras e é reconhecido como um dos matemáticos mais importantes da Grécia Clássica e de todos os tempos.

Muito pouco se sabe da sua vida. Sabe-se que foi chamado para ensinar Matemática na escola criada por Ptolomeu Soter<sup>11</sup> (306 a. C. - 283 a. C.), em Alexandria, mais conhecida por "Museu". Aí alcançou grande prestígio pela forma brilhante como ensinava Geometria e Álgebra, conseguindo atrair para as suas lições um grande número de discípulos. Diz-se que tinha grande capacidade e habilidade de exposição e algumas lendas caracterizam-no como um bondoso

velho. Conta-se que, um dia, o rei lhe perguntou se não existia um método mais simples para aprender geometria e que Euclides respondeu: "Não existem estradas reais para se chegar à geometria".

Outro episódio sobre Euclides refere-se a um dos seus discípulos, o qual, resolvendo ser espirituoso, depois de aprender a primeira proposição de geometria lhe perguntou qual o lucro que lhe poderia advir do estudo da geometria. Nesse momento, Euclides - para quem a geometria era coisa séria - chamou um escravo, passou-lhe algumas moedas e ordenou que as entregasse ao aluno: "já que deve obter um lucro de tudo o que aprende".

Euclides é exemplo do "Puro Homem da Ciência", que se dedica à especulação pelo gosto do saber, independentemente das suas aplicações materiais. Embora se tenham perdido mais de metade dos seus livros, ainda restaram, para felicidade dos séculos vindouros, os treze famosos livros que constituem os Elementos (Stoicheia). Publicados por volta de 300 a. C., aí está contemplada a aritmética, a geometria e a álgebra.

Muitos outros textos lhe são atribuídos, dos quais se conhecem alguns títulos: Divisões de superfícies; Data; Pseudaria; Tratado sobre Harmonia; A Divisão; Os Dados; Óptica (seria um estudo da perspectiva e desenvolveria uma teoria contrária à de Aristóteles<sup>12</sup>, segundo a qual é o olho que envia os raios que vão até o objecto que vemos e não o inverso); Os fenómenos (celestes); Porismos (um dos mais lamentáveis desaparecimentos, este livro poderia conter aproximações à Geometria Analítica).

O trabalho de Euclides é tão vasto que alguns historiadores não acreditavam que fosse obra de um só homem. Os trabalhos matemáticos que chegaram até nós foram inicialmente traduzidos para árabe, depois para latim, e a partir destes dois idiomas para outras línguas europeias. Embora alguns conceitos já fossem conhecidos anteriormente à sua época, o que impossibilita uma análise completa da sua originalidade, pode-se considerar o seu trabalho genial. Ao recolher tudo o que então se conhecia, sistematiza os dados da intuição e substitui imagens concretas por noções abstractas, para poder raciocinar sem qualquer apoio intuitivo.<sup>i</sup>

<sup>11</sup> Ptolomeu Soter (306 a. C. - 283 a. C.): foi um general macedónio de Alexandre, o Grande, que se tornou sátrapa do Egito de 323 a.C. a 283 a.C., fundando a Dinastia Ptolemaica.

---

<sup>12</sup> Aristóteles (384 a.C - 322 a.C): um dos maiores filósofos de todos os tempos, seus pensamentos filosóficos e idéias sobre a humanidade tem influências significativas na educação e no pensamento ocidental contemporâneo. Suas obras influenciaram também na teologia medieval da cristandade.