



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**



TÁSSIO DE OLIVEIRA ARAÚJO

**HISTÓRIA DO ZERO: REFLEXÕES SOBRE ABORDAGENS EM
LIVROS DIDÁTICOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

MONTEIRO – PB

2010

TÁSSIO DE OLIVEIRA ARAÚJO

**HISTÓRIA DO ZERO: REFLEXÕES SOBRE ABORDAGENS EM
LIVROS DIDÁTICOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática
da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus*
VI, em cumprimento à exigência para obtenção
do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. José Joelson Pimentel de Almeida

MONTEIRO – PB

2010

A663h Araújo, Tássio de Oliveira.

História do zero [manuscrito]: reflexões sobre abordagens em Livros Didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental / Tássio de Oliveira Araújo. – 2010.

93 f. il; color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2010.

“Orientação: Profa. Ma. José Joelson Pimentel de Almeida”.

1. Matemática – História. 2. História do zero 3. Aprendizagem – Matemática. I. Título.

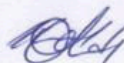
21. ed. CDD 510.1

TÁSSIO DE OLIVEIRA ARAÚJO

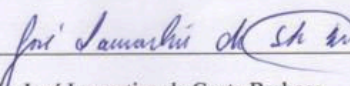
**HISTÓRIA DO ZERO: REFLEXÕES SOBRE ABORDAGENS EM
LIVROS DIDÁTICOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática
da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus*
VI, em cumprimento à exigência para obtenção
do título de licenciado em Matemática.

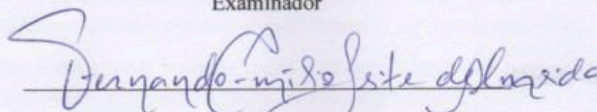
Aprovado em: 22 / 12 / 2010



Prof. Ms. José Joelson Pimentel de Almeida
UEPB – *Campus* VI
Orientador



Prof. Ms. José Lamartine da Costa Barbosa
UEPB – *Campus* I
Examinador



Prof. Ms. Fernando Emilio Leite de Almeida
UEPB – *Campus* VI
Examinador

Dedico este trabalho
aos meus pais, Tadeu e Maria Lúcia,
ao meu irmão, Tales,
e a minha tia, Nilza (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, *Tadeu e Maria Lúcia*, por serem incentivadores dos meus estudos, por terem me proporcionado o privilégio de estudar, por dedicarem parte de suas vidas me acompanhando e compartilhando comigo as angústias e as glórias e por me conduzirem nessa longa caminhada com seus ensinamentos e suas convicções. O meu eterno agradecimento.

As minhas tias, *Avani, Luzia, Nilza (in memoriam) e Vicência*, por me influenciarem aos rumos do estudo e por participarem ativamente desta conquista.

Àqueles que não estão mais entre nós, meu tio, *Geremias*, minha avó, *Marcionila*, e minha tia, *Nilza*, que cumpriram suas missões aqui e que sempre vão fazer parte de minha vida, em especial, a minha querida tia que me acolheu, no momento, em que, mais precisei dela.

A todos os meus familiares, desde aqueles mais próximos até os mais distantes, que são testemunhas oculares do meu esforço nesta trajetória.

Ao professor orientador, José Joelson Pimentel de Almeida, pelo seu empenho, sua paciência e sua dedicação na construção deste projeto e na realização de um sonho. O meu agradecimento todo especial.

Aos professores Fernando Emílio Leite de Almeida e José Lamartine da Costa Barbosa por participarem da banca examinadora e pelas suas contribuições.

Aos meus queridos mestres de curso que sempre irão fazer parte desta conquista e que tiveram a perseverança, a cautela e o dom de transmitir-me os conhecimentos necessários e suficientes para a aquisição deste título.

A todos os outros professores, que me incentivaram, com suas sabedorias apontando-me para a Educação como um mecanismo integrador das diversas artes do conhecimento e como uma das principais virtudes na formação humana.

Aos meus colegas de curso pelas nossas constantes partilhas, lutas, competências, conquistas, desavenças, méritos e amizades, o meu caloroso agradecimento. Enalteço, ainda, que todos vocês irão sempre me acompanhar.

Aos colegas de trabalhos, dos mais variados locais em que trabalhei que se fizeram presentes nesta jornada ininterrupta de esforço e afínco.

A todos os funcionários do *Campus-VI* por seus préstimos, dedicações e eficácias nas atividades cotidianas e por nos proporcionar um serviço de qualidade.

Aos meus amigos e amigas pelas palavras de incentivo e consideração e por dividirem os bons e os maus momentos, as tristezas e as alegrias neste percurso de sabedoria.

Por último, agradeço as demais pessoas que de alguma forma fizeram ou fazem parte da constituição deste projeto.

É das hipóteses simples que mais devemos desconfiar; porque são aquelas que têm mais possibilidades de passar despercebidas.

Poincaré

RESUMO

A História da Matemática, por si só, nos provoca várias indagações sobre a forma como os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos. Por isso, são comuns pesquisas que buscam traçar contextos historiográficos e matemáticos sobre seus diversos conteúdos. Nesta perspectiva, apresentaremos neste trabalho a história do zero desde sua origem como ocupante de lugar até ele como o décimo número. No entanto, passaremos por caminhos que apontam para uma significação ampla e dinâmica desse conceito, em que, partimos da Filosofia da Educação Matemática com seus pressupostos metódicos para o ensino de Matemática até chegarmos às abordagens da história do zero nos Livros Didáticos. Nesta última, buscou-se uma análise de Livros Didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental utilizados em algumas escolas estaduais da 5ª Regional de Ensino para verificar de que maneira a história do zero é apresentada nesses livros, tendo como referência a sua epistemologia. Sendo assim, empenhamo-nos no estudo sobre a evolução e utilização deste símbolo na matemática e na sua abordagem didática nos livros escolares. A análise destes Livros Didáticos, por sua vez, ocorreu de forma crítico-reflexiva observando os métodos adotados pelos autores dos livros e as formas como eles apresentam o conceito matemático do zero. Nos livros investigados detectamos e constatamos algumas diferenças primordiais, envolvendo a falta de conceitos históricos e metódicos e as distintas abordagens do zero, enaltecendo os obstáculos epistemológicos presentes neste fundamento matemático.

PALAVRAS-CHAVE: 1. História do zero 2. História da Matemática 3. Livros Didáticos 4. Filosofia da Educação Matemática.

ABSTRACT

The History of Mathematics, by itself, provokes many questions about how the mathematical skills were developed. So common are studies that seek to trace contexts of history and about various mathematical content. In this perspective, we present in this paper the history of zero from its origin as an occupier of the place until the tenth number. However, we will in ways that suggest a broad and dynamic significance of this concept, where we began with the philosophy of mathematics education with its assumptions for the methodical teaching of mathematics to arrive at approaches zero in the history of Textbooks. In the latter, we sought a review of textbooks for the 6th year of elementary school used in some state schools of the 5th Regional Education to see how the story of zero is presented in these books, with reference to its epistemology. Therefore, we commit ourselves in the study on the development and use of this symbol in mathematics and its teaching approach in the textbooks. The analysis of these textbooks, in turn, was a critical and reflective observing the methods used by the authors of the books and the ways they present the mathematical concept of zero. In the books investigated and some differences were detected primary, involving the lack of historical concepts and methodical and the different approaches zero, highlighting the epistemological obstacles present in this mathematical foundation.

KEYWORDS: 1. History of Zero 2. History of Mathematics 3. Textbooks 4. Philosophy of Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	-	Números babilônicos de 1 a 59.....	61
FIGURA 2	-	Representa o número 180, na escrita babilônica.....	62
FIGURA 3	-	Números maias de 1 a 19.....	63
FIGURA 4	-	Sistema de numeração maia com representação do número 13. 495.....	63
FIGURA 5	-	Representação numérica maia do número 1.087. 200.....	64
FIGURA 6	-	Diversas formas do glifo “zero” estabelecidas nos códices.....	64
FIGURA 7	-	Outra notação do sistema numérico maia.....	64
FIGURA 8	-	Símbolos dos dois grupos básicos da numeração chinesa e o número 5625..	65
FIGURA 9	-	Outra representação dos símbolos chineses.....	65
FIGURA 10	-	Escrita dos números 12, 25, 46 e 69 em chinês.....	65
FIGURA 11	-	Números chineses antes da nossa era.....	66
FIGURA 12	-	Números chineses no século VII d.C.....	66
FIGURA 13	-	Representação da escrita do número 76.400 em chinês.....	67
FIGURA 14	-	Escrita horizontal do sistema chinês.....	67
FIGURA 15	-	Representação do número 106. 929 em chinês.....	67
FIGURA 16	-	Evolução da representação dos algarismos indo-arábicos.....	68
FIGURA 17	-	Os números maias de 0 a 19.....	79
FIGURA 18	-	Algumas representações numéricas dos maias.....	79
FIGURA 19	-	Evolução dos algarismos indo-arábicos.....	83

LISTA DE SIGLAS

CIEM	Coommission Internationale de L'Enseignement Mathématique
CNE	Conselho Nacional de Educação
CNLD	Comissão Nacional do Livro Didático
CRPE	Centro Regional de Pesquisas Educacionais
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino de Matemática
GEEMPA	Grupo de Estudos de Ensino da Matemática de Porto Alegre
GPEM	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
ICHM	International Commission on the History of Mathematics
ICME	Congresso Internacional de Educação Matemática
ICMI	International Commission on Mathematical Instruction
IMECC	Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
IMU	International Mathematics Union
IMUK	Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission
INEP	Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos
INL	Instituto Nacional do Livro
LDB	Lei de Diretrizes e bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
NEDEM	Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática
OEA	Organização dos Estados Americanos
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PLIDEF	Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PREMEM	Programa de Extensão e Melhoria do Ensino
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SBHMat	Sociedade Brasileira de História da Matemática
SEF	Secretaria do Ensino Fundamental
SMSG	School Mathematics Study Group

UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFMS	Universidade Federal do Mato Grosso do Sul
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
ZDM	Zentralblatt für Didaktik der Mathematik

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
1. ALGUNS CAMINHOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO MUNDO E NO BRASIL.....	17
1.1. Educação Matemática: da ação involuntária para o movimento organizado mundial.....	17
1.1.1. Educação Matemática no Brasil: dos índios para a modernização dos dias atuais.....	32
2. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO TENDÊNCIA DE PESQUISA E METODOLÓGICA E SUAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES.....	37
2.1. Pesquisa em História da Matemática no mundo e no Brasil.....	37
2.2. História da Matemática como tendência metodológica no Brasil.....	40
2.3. Interrelações da História da Matemática com a Educação Matemática na formação de professores no Brasil.....	43
2.4. Os Livros Didáticos e a História da Matemática como fontes referenciais....	45
2.5. O Programa Nacional do Livro Didático e a História da Matemática.....	49
2.6. Os Parâmetros Curriculares Nacionais e a História da Matemática no terceiro ciclo do Ensino Fundamental.....	52

3.	A HISTÓRIA DO ZERO NOS LIVROS DIDÁTICOS.....	56
3.1.	A história dos numerais e sua importância sociocultural nas aulas de Matemática.....	56
3.2.	O zero: de ocupante de lugar para a mais perfeita abstração matemática.....	59
3.3.	Algumas indicações para abordagens do zero	69
4.	ASPECTOS METODOLÓGICOS E ANÁLISE DOS DADOS.....	72
4.1.	Programa de execução metodológica.....	72
4.2.	Abordagem da história do zero nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental.....	77
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	89
	REFERÊNCIAS	91

INTRODUÇÃO

Após ingressarmos no curso de Licenciatura Plena em Matemática, UEPB – *Campus VI*, Monteiro-PB, em 2006, começamos a conhecer, progressivamente, os variados conteúdos matemáticos, suas características e suas respectivas áreas de aplicação e atuação. Diante de tantas frentes de conhecimentos matemáticos nos chamou a atenção a Educação Matemática, área do conhecimento que caminha com a formação do professor que ensina Matemática, e suas linhas de pesquisa: Etnomatemática, História da Matemática, Jogos, Modelagem, Resolução de Problemas, Tecnologias da Informação, entre outras. Dessas, em especial, a História da Matemática nos cativou com suas especificidades e sua importância tanto para o conhecimento da Matemática e seu desenvolvimento quanto para o seu ensino.

Por isso, nos interessamos em investigá-la incluindo a experiência de sala de aula e os referenciais teóricos, ou seja, integrando esforços a fim de conhecer algumas de suas múltiplas facetas. E, neste percurso, em 2009 cursamos o componente curricular *Fundamentos Epistemológicos da Matemática*. Em que nos deparamos com alguns conteúdos matemáticos que mereceriam uma atenção especial. Um deles foi o zero, com suas características únicas e aplicadas segundo as propriedades fundamentais da Matemática.

Percebemos, assim, que ele tem um potencial significativo amplo, responsável por obstáculos epistemológicos¹ que podem confundir os estudantes. Logo, o destaque ao zero deve-se ao fato de gerar tantas dúvidas e discussões, tanto em nível de pesquisas quanto em salas de aula da Educação Básica, como é o caso das seguintes questões: qual o quociente entre um número qualquer e zero? Por que o zero possui tantas particularidades?

Sendo assim, exploramos a temática e desenvolvemos o trabalho intitulado *A origem do zero e suas abordagens nos livros didáticos* (Araújo, 2010), o qual foi apresentado no X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador-BA. Neste, explanamos sobre a forma como Livros Didáticos apresentam o zero e sua origem. Buscamos analisar como os contextos significativos da evolução dos números na Matemática, os sistemas de numeração babilônica, maia, chinês e hindu, suas evoluções e as suas aplicações tanto nas civilizações passadas como na atualidade, são explorados.

Com isso, constatamos que o número zero mereceria um destaque diferenciado, a partir daí levantamos alguns referenciais teóricos e epistemológicos, tentando uma análise

¹ O conceito de *obstáculo epistemológico*, de Bachelard, relacionado a questões referentes ao ensino e à aprendizagem por Brousseau, não será aqui aprofundado por questões de escolhas metodológicas.

crítico-reflexiva sobre o modo como esse conceito se apresenta àqueles que iniciam o estudo de Matemática nas séries intermediárias do Ensino Fundamental.

A partir desses fatos, decidimos transformar esse tema inicial em nosso trabalho monográfico. Ele teria, por sua vez, algumas adequações e modificações. E um referencial teórico que sustentaria essa indagação seria o trabalho nuclear da Filosofia da Educação Matemática, no qual analisaríamos manifestações, pressupostos ou ideias centrais que articulam o currículo ou a proposta pedagógica de forma crítica, buscando esclarecer suas afirmações e suas ações visualizadas (Bicudo e Garnica, 2006, p. 35).

Bicudo e Garnica relatam que se deve analisar de modo crítico as teorias e as práticas nelas fundamentadas a partir da Filosofia da Educação e da Filosofia da Matemática, buscando uma consonância entre elas, mirando-se a prática educacional, ou seja, as atividades educacionais propostas. Um estudo dessa natureza deve permear as práticas dos professores, uma vez que estes devem se engajar em atividades com fundamentos epistemológicos.

Daí surge a pesquisa em que teríamos como tema central a forma como a história do zero está sendo abordada nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental. Mas, para chegarmos a uma compreensão ampla e contundente sobre esse conceito passaríamos por percursos desafiadores e minuciosos de investigação com idas e vindas. Sendo assim, a pergunta diretriz ficou: *Como a história do zero está sendo abordada nos Livros Didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental?* Essa indagação nos faz refletir sobre a maneira como os professores de Matemática usam a História da Matemática nas suas aulas e como a história do zero se apresenta nos Livros Didáticos.

Por assim ser, nos surge: o que é *Educação Matemática*? Daí, iniciamos o aprofundamento teórico dela no sentido de compreendê-la melhor. E na busca de entendê-la, novas indagações emergiram, desta vez sobre a *História da Matemática*, a exemplo de qual a sua relevância para a formação do professor. Ou, por que ensinar Matemática pela *História da Matemática*? Sendo assim, traçamos novos olhares para ela, agora através da sua função na *formação de professores*.

E da formação de professores apareceram alguns pressupostos, sendo um deles o de que grande parte dos professores de Matemática utiliza o *Livro Didático* como o seu principal material de apoio. Diante desses levantamentos iniciais precisamos conhecê-lo, desde as suas primeiras aparições no Brasil até os dias atuais, passando pelo *Programa Nacional de Livros Didáticos* e pelos *Parâmetros Curriculares Nacionais*. O nosso intuito nesses é levantarmos as indicações da utilização da *História da Matemática* como recurso metodológico nas aulas

de Matemática, devido a suas potencialidades estruturantes, sempre atentando para a abordagem do zero nessas orientações.

Tomando o zero como tema central, encontramos inúmeras peculiaridades sobre o seu desenvolvimento e utilização. Mas, em especial, queríamos investigar como a sua história está sendo apresentada nos Livros Didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental. Além desta, partimos para a perspectiva sociocognitiva e cultural desses conceitos numéricos. Intentando para a sua natureza epistemológica e suas ressignificações. Com isso, o trabalho está dividido em quatro capítulos.

O primeiro trata da *Educação Matemática* como grande área do conhecimento e de sua história, que vai desde as ações involuntárias até o movimento organizado mundial e nacionalmente, fundamentado em Miorim (1998), Gerdes (1989), D'Ambrósio (2004), entre outros. Neste capítulo, apontamos para uma contextualização da Educação Matemática no sentido de explorarmos seus potenciais e suas significações.

A *História da Matemática* como tendência de pesquisa e como metodologia de ensino no Brasil, transcorrendo seus caminhos latentes e suas ações para o ensino de Matemática estão apresentada no segundo capítulo. Nele exploramos também algumas das orientações que apontam para a História da Matemática na sala de aula, que são: o Programa Nacional do Livro Didático, com ênfase no Guia de Livros Didáticos – Matemática/2008 – e os Parâmetros Curriculares Nacionais. Para o aprofundamento destes temas tomamos Vianna (1995), Miguel e Miorim (2008), Bianchi (2006), Choppin (2004), Mendes (2001), entre outros.

No terceiro capítulo, trata da história do zero, com suas características únicas que segue, *a priori*, de ocupante de lugar para uma evolução significativa de símbolo para número nulo, e também externa uma das mais perfeitas abstrações da Matemática. O capítulo começa por uma perspectiva histórica dos numerais, atentando para sua evolução e construção, considerando também aspectos socioculturais. Por fim, buscamos algumas indicações nas orientações curriculares nacionais para o uso deste conceito nas aulas de Matemática.

Os procedimentos metodológicos estão apresentados no último capítulo, com as etapas de construção do referencial teórico e as principais indagações que nos levaram a constituir a temática. Além disso, compomos neste capítulo a análise dos dados, disposta na investigação dos Livros Didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental usados em algumas escolas estaduais da 5ª Regional de Ensino, na qual se encontra o *Campus VI*. Os livros

adotados foram: *Matemática e realidade* (Iezzi, Dolce e Machado, 2005) e o *Projeto Araribá* (Moderna, 2006).

Com essas considerações, buscamos um rompimento da apresentação rotineira de conceitos matematicamente acabados e prontos, como comumente se propõem, mostrando que o zero merece olhares diferenciados. Sendo assim, os professores e os Livros Didáticos deveriam apresentá-lo desde os seus primeiros vestígios nas civilizações antigas até a sua evolução, atendo-se para as suas particularidades operatórias e funcionais.

Refletimos assim sobre possibilidades de atividades envolvendo o zero nos ambientes educativos, o que nos instigou a investigar sobre o porquê de sua presença fragmentada nos Livros Didáticos. Sendo assim, deixamos vestígios das considerações finais deste trabalho.

CAPÍTULO 1

ALGUNS CAMINHOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO MUNDO E NO BRASIL

Muitas vezes ouvimos falar em Educação Matemática e nem sempre sabemos como ela se desenvolveu ou como é sua história. Por isso, tentaremos compreendê-la desde as suas primeiras ações na humanidade como ação involuntária passando por descaminhos e ações múltiplas até chegarmos a um movimento organizado mundial. Em seguida transcorremos alguns dos seus percursos no Brasil, que vão das práticas indígenas ao movimento atual tentando para ela como tendência nacional.

1.1. Educação Matemática: da ação involuntária para o movimento organizado mundial

Diante de todos os seres vivos, os seres humanos se destacaram por sua capacidade de raciocinar, analisar, criar, recriar e evoluir. Com isso, desde os tempos mais remotos os povos primitivos por serem constituídos de características sociais e culturais iniciavam suas representações, registros e inscitos. Sobre isso, segundo Miorim (1998) foi apenas nos primórdios do período Paleolítico (c. 5.000.000 - 10.000 a.C.) que o homem primitivo por sobreviver apenas da natureza e por não possuir habilidades com a agricultura, pois dominavam métodos básicos de produção dos alimentos, e com essas práticas rudimentares emergiriam inquietações sobre a dependência da produção de alimentos. Miorim diz que, com isso, apareceria a magia que diagnosticava as limitações daquela época, sendo assim, essa magia começaria a explicitar caminhos para representações e relações entre as formas, iniciando o longo percurso que representaria o simbolismo gráfico e a escrita.

Seguindo a evolução histórica, passamos para o Mesolítico (c. 10.000 – 7.000 a.C.) e depois para o Neolítico (c. 7.000 – 3.000 a.C.), sendo que neste período destacava-se o desenvolvimento agrícola, a criação e adestração de animais e a produção de instrumentos e armas.

Isso fez com que já não existisse mais uma dependência total da natureza. As pinturas desse período não tentam reproduzir, com a maior perfeição possível, animais, objetos e pessoas, mas mostram representações esquemáticas, em que eram bastante utilizadas simetrias e congruências.

Miorim (1998, p.5)

Sobre essa temática de pinturas geométricas temos várias correntes de interpretação para legitimá-las. Eves (1992) destaca que o homem, por observar simetrias naturais e

estabelecer seus valores artísticos e estéticos, começaria a perceber suas características comuns. Gerdes (1991) defende que o processo de elaboração das ferramentas e artefatos comunitários auxiliaria a identificação de algumas formas geométricas, como a simetria. Por sua vez, Boyer (1996) menciona que “desenhos e figuras [daquela época] sugerem uma preocupação com relações espaciais” e “seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria” (p. 5).

Com isso, percebemos que nesses períodos históricos as mudanças ocorriam de forma gradual e lenta, algumas sociais outras culturais, porém apresentavam naquele momento características rudimentares de geometria, que estavam presentes nas pinturas, no artesanato ou na fabricação de instrumentos. Além disso, Miorim (1998) nos lembra que os números foram desenvolvidos neste período da história por inevitáveis necessidades do meio grupal, o que será retomado no capítulo 3.

Deste modo, podemos tentar compreender a complexidade dos primeiros vestígios sobre a Matemática da sua forma mais primitiva. Porém, percebemos que os conhecimentos históricos sobre os povos antepassados são limitados e restritos. Por isso, as informações que temos ficam retidas nos achados arqueológicos e antropológicos. Sobre isso, Miorim (1998) nos diz que esses olhares antropológicos são gerais, retratando a cultura como um todo, e não, especificamente, a Matemática e o seu ensino.

Após essas constatações, nos perguntamos: seria o início do processo de educação entre os povos? Para tentarmos esclarecer essa pergunta, trazemos o que nos diz Miorim:

Caso aceitemos que a transmissão dos conhecimentos, crenças e práticas adquiridas pelo grupo social às futuras gerações, como forma de garantir a sobrevivência da espécie, pode ser entendida como uma forma de educação, diremos que sim. As crianças aprendiam todos os conhecimentos, crenças e práticas, naturalmente, na convivência cotidiana com os adultos, nas atividades e festividades da tribo. Sem dúvida, não era uma educação intencional, planejada. Todos os adultos responsabilizavam-se igualmente pela educação de todas as crianças, e a tribo era o local reservado a essa educação. As crianças aprendiam tudo vendo, ouvindo e praticando, ou seja, participando da vida da comunidade.

(Miorim, 1998, p. 7)

Diante disso, emergia os primeiros traços da educação, mesmo que não planejada, e com um sistema de educar sócio-cultural através de costumes e tradições passados de geração em geração. Entretanto, os povos primitivos começavam a estabelecer moradia fixa, passando de nômades para sedentários. E isso, trouxe para as comunidades mudanças estruturais, uma delas foi o crescimento populacional, em que, “a densidade populacional tornara-se alta

demais para permitir que se continuasse sobrevivendo como caçadores e colhedores” (Eves, 2004, p.53). Logo, as tribos sentiram a necessidade de dividir as atividades quotidianas, pois elas não eram específicas. Sobre essa temática, como nos lembra Miorim (1998), eles tiveram que aprimorar as técnicas de agricultura e para isso dividiram as tarefas, uns cuidavam dos alimentos, enquanto outros grupos se ocupavam da irrigação, das doenças entre outras atividades. Com isso, apresentavam vestígios de organização nas suas práticas sociais e iniciavam-se as especializações das práticas, ou seja, tínhamos agora grupos específicos de homens com habilidades únicas em suas áreas de atuação.

As habilidades nas práticas diárias trouxeram consigo restrições e centralizações de conhecimento. Logo, teríamos novas restrições nas relações sociais e uma delas seria na educação.

A educação começa então a ser diferenciada e os filhos dos organizadores – os futuros dirigentes – passam a ter tratamento especial. É o início da educação intencional, sistemática, organizada, violenta e sapiencial. Em princípio, apenas como complementação aos conhecimentos práticos das técnicas, mas, em seguida, como a única forma de educação das classes dirigentes.

(Miorim, 1998, p.8)

As reestruturações no sistema social das aldeias refletiriam nas formas de interrelações entre seus membros, ou seja, partiríamos para uma sociedade dos primórdios da normatização com regras, principalmente, na educação que passava a fazer parte intencional em alguns trabalhos nas tribos.

Entretanto, com o crescimento populacional e a estabilidade geográfica das aldeias surgiriam as primeiras cidades. Elas emergiriam próximas aos leitos dos rios, para facilitar a agricultura e irrigação, especificadamente, nos vales dos rios Tigres, Eufrates, Nilo, Amarelo e Indo. Com isso, teríamos constituídas as civilizações Mesopotâmica e Egípcia, além de outras, nas várias regiões do globo. O que converge de alguma forma para o surgimento dos sistemas de numeração, que também veremos no capítulo 3.

Nesse período o cálculo das operações mereceria destaque, pois estava mais complexo devido às suas evoluções técnicas. Com isso, segundo Miorim (1998), ocorreu um aperfeiçoamento dos cálculos e dos registros numéricos, ou seja, tínhamos progressões nas práticas e nos conhecimentos matemáticos. Logo, obteríamos um sistema de numeração predominante. E isso, traria a necessidade de pessoas capacitadas para conduzir e compreender o cálculo. Nesse sentido, teríamos pequenos grupos de pessoas que dominavam as técnicas matemáticas, ou seja, o acesso ao conhecimento era restrito, além de que ele era

transmitido entre as mesmas classes e, principalmente, entre os sacerdotes-governantes.

Sendo assim, destacamos esse aspecto escolar da sociedade. A educação, por sua vez, tanto na civilização egípcia quanto na mesopotâmica, era para a classe dominante e baseava-se na repetição e memorização dos conhecimentos sócio-culturais. Com o ensino de Matemática não foi diferente, porém tinha-se coleção de situações-problema para serem resolvidos de forma algorítmica, passo a passo (Eves, 2004). Portanto, a educação, sobretudo o ensino de Matemática, tornava-se disseminado em pequenos grupos de indivíduos com abrangência e metodologias de ensino específicas.

Dando continuidade, temos mais um período histórico que se iniciava e denominava-se algum tempo depois de Antiguidade Clássica, que tinha a civilização grega como a principal representante. Entretanto,

No mundo aristocrático da Grécia primitiva pouco ou nenhum valor era atribuído ao conhecimento da escrita ou da Matemática. É nas epopéias de Homero – *Odisséia* e *Iliada* –, que se referem a uma época situada entre os séculos X e VIII a.C., que encontramos o primeiro ideal de formação do homem grego, baseada em atitudes e ações heróicas. Essa educação, que era privilégio da aristocracia, encontraria na formação do guerreiro o seu maior ideal.

(Miorim, 1998, p. 13)

O guerreiro, na Grécia, era tido como prioridade. Logo, a educação desse grupo foi disseminada militarmente e nesse contexto o ensino de Matemática torna-se esquecido durante alguns períodos nas cidades-Estado. Mas, no mesmo período VI a.C. nas colônias de Mileto e Samos assistiríamos ao aparecimento da Matemática abstrata. Não se tem a data certa em que a Matemática abstrata da Grécia iniciou seu desenvolvimento, pois não existe nenhum documento da época que assegure isso. Por outro lado, alguns dos primeiros matemáticos viveram neste período, dentre os quais se destacam Tales de Mileto (c. 626-545 a.C.) e Pitágoras de Samos (c. 580-500 a.C.). Pitágoras se destacou no ensino de Matemática por meio da Escola Pitagórica, detendo-se no estudo de novos resultados a respeito dos números e da geometria. Tales centrou-se mais no desenvolvimento da Matemática. Com isso, esta passava a fazer parte da educação grega, tendo maior importância no contexto educacional e estendia-se seu uso para as práticas de formação humana e, também de professores.

A educação existente vivia tempos remotos, pois tínhamos como destaque as escolas filosóficas socráticas com as contribuições de Sócrates (c. 469-399 a.C.). Diante disso, buscavam-se formar um homem político, por consequência, os chamados *sofistas* apareceriam

ofertando nas cidades uma *educação alternativa*. Eles trouxeram, de certa forma, o ensino de Matemática para as cidades por onde passavam, por mais que fosse para pequenos grupos de interessados.

Iríamos ter, no mesmo período, uma revolução na educação grega, como nos lembra Miorim (1998), que Platão (c. 427-347 a.C.) foi o primeiro defensor de uma formação filosófica e Isócrates (c. 436-338 a. C.) o defensor de uma formação retórica. Aquele teve destaque propondo que os estudos matemáticos deveriam ser realizados em todas as fases de ensino e excluindo do processo exercícios mecânicos na fase elementar e este pelas ações pedagógicas no ensino.

Porém, apenas, no período helenístico a educação constitui-se no formato denominado de forma clássica, em que, o ensino tornava-se arbítrio e em tempo integral, para jovens passando dos vinte anos de idade. Sendo assim, o ensino de Matemática tornava-se integrante efetivo do sistema de ensino. Sobre isso, destacamos que:

As matemáticas – geometria, aritmética, música e astronomia – figuravam no programa de cursos intermediários e, justamente com as disciplinas literárias – gramática, retórica e dialética -, seriam estabelecidas definitivamente a partir do século I a.C. como as disciplinas básicas à formação geral do estudante.

(Miorim, 1998, p. 24)

O ensino de Matemática, nessa época, tinha duas frentes relevantes de conhecimentos: a geometria e a aritmética. A primeira baseava-se nos *Elementos* de Euclides, em que se destaca a geometria especulativa centrada na formação geral do estudante e a prática para os futuros técnicos. Já a segunda, também se centrava a principio nos *Elementos* de Euclides com explorações teóricas. Mas, o ensino de aritmética passaria por mudanças estruturais e de ensino baseados no livro *Introdução à Aritmética*, de Nicômaco de Gerasa (c. 100 d.C.) que apresenta “a exposição mais completa existente da aritmética pitagórica” Struik (1989, p.103, apud Miorim 1998, p. 24). Para Marrou (1975, p. 281, apud Miorim 1998, p. 24), o livro de Nicômaco teria “sido o manual que maior papel histórico desempenhou” e em consequência determinou uma mudança “tão profunda que desde então a aritmética suplantou a geometria e se tornou, em substituição a esta, a base e o campo mais importante do ensino das matemáticas”.

Com isso, destacamos importantes contribuições sobre a Educação Matemática relatadas por Miorim (1998):

Temos por um lado, uma geometria totalmente especulativa voltada apenas ao desenvolvimento do espírito e, por outro, uma aritmética totalmente

teórica, recheada de mistérios. Essa seria a nossa Educação Matemática clássica, que tantos anos duraria e tantas conseqüências traria. (p. 24)

No período histórico denominado de Idade Média, iniciado cronologicamente no século V, após a queda do Império Romano e a tomada de Constantinopla perante os turcos. O período foi constituído pelos povos bárbaros, que tinham características sociais singulares como: sociedade eclesiástica centrada nos costumes religiosos sob o domínio do alto clero e com o sistema econômico conhecido como feudalismo. Esse controle religioso centraria o conhecimento nesta classe social e apareceriam os mosteiros como centro de conhecimento, pois detinham escolas, bibliotecas, editores, entre outros mecanismos.

Diante disso, a educação passaria por um processo nebuloso e turvo com estagnações de alguns conhecimentos e restrições de outros, pois “o mundo terreno era então encarado como a fonte de todos os males” (Miorim, 1998, p.27) e com a Matemática não seria diferente. O ensino de Matemática no Ocidente passaria neste período pelo seu quase desaparecimento diante das classes operárias. Porém, tínhamos sua utilização centrada na realização de conjecturas específicas “a das horas de liturgia, a das estações do ano, a do calendário eclesiástico, a do dia da Páscoa...”, ou seja, “não existia nenhum interesse pelas aplicações práticas ou pelo caráter especulativo das matemáticas” (Miorim, 1998, p. 29).

No entanto, a Matemática teria outro centro de desenvolvimento, que seria o Oriente. Chineses, hindus, persas e árabes construiriam diversas obras sobre a Matemática. Dentre elas destacamos *Brahmasphuta Siddhânta*, de Brahmagupta (c. 628); *Hisâb Al-jabr w'al-muqâ-balah*, de al-Khowarizmi (780-850); *Álgebra*, de Omar Khayyam (1050-1130); e *Lilavati*, de Bhâskara (1114-1185), entre outras. Com essa evolução do Oriente, o Ocidente iniciaria mudanças, que ocorreram entre o final do século VIII até o final do século IX, constituídas pelo Imperador Romano Carlos Magno (742-814 d.C.) que buscando o desenvolvimento do Cristianismo procurou uma reorganização cultural, que ficou conhecida como o Renascimento Carolíngio.

O Imperador propôs um modelo de ensino que se dividia em três graus: elementar, secundário e superior; salientando nesse período a criação das universidades. Entretanto, o ensino de Matemática “não seria afetado diretamente por essa primeira renovação” (Miorim, 1998, p. 30), mas neste momento alguma proposta, também, apareceria para enaltecer a Matemática e ela foi provocada por Alcuíno de York (735-804), um dos mais influentes educadores do medievo feudal e responsável pela implantação desta renovação no ensino proposta por Carlos Magno.

Ainda na Idade Média, entre os séculos X e XV, após as propostas de Carlos Magno, surgiria outro mecanismo de vivência intelectual, chamado de escolástica, baseada na lógica aristotélica da razão, do formal, do abstrato, do imaterial. E isso, traria alterações sociais para seu tempo, em especial, na Educação. No entanto, a Matemática ainda teria pouca relevância. Mas, com as mudanças sociais teríamos cidades estruturadas, avanços comércio-industriais e evolução e ampliação das práticas náuticas.

Com as trocas comerciais e com as grandes navegações, começaríamos a ter influências massificadas no Ocidente, com os árabes, os indianos, os persas e os chineses, principalmente, na Matemática. Os árabes destacaram-se mais porque traduziram obras gregas, indianas e persas. Essas obras chegariam à Europa e no século XII obteríamos as primeiras traduções do árabe para o latim, dentre elas temos: o *Almajesto*, de Ptolomeu, *Os Elementos*, de Euclides e as *Tabelas astronômicas* e a *Álgebra*, de al-Khowarizmi.

Nesse mesmo momento histórico, surgiria outro sistema de apropriação dos conhecimentos, baseado na aristocracia com resgate dos elementos da cultura clássica e por uma educação mais humana e culta, denominado de Humanismo. Ele ia de encontro à escolástica, a universidade e a proposta de educação vigente. E, mais uma vez, o ensino de Matemática ficaria esquecido neste novo processo social. Mas, teríamos alguma exceção, que foi levantada pelo estudioso Roger Bacon (c. 1210-1294) e ele “foi um dos primeiros a alertar, já na segunda metade do século XIII, sobre a importância da experimentação e das matemáticas na busca de novos conhecimentos” (Miorim, 1998, p. 35-36).

A partir do século XIV observamos mais um sistema social, econômico e cultural aflorar, conhecido por Renascimento, que tem como um dos seus principais representantes Leonardo da Vinci (1452-1519) que defendia a Matemática se opondo de certa forma ao ensino das humanidades. Entretanto, Da Vinci e Roger Bacon não propuseram permanentes práticas para o ensino de Matemática e “nenhum deles, porém, chegou a explicitar suas idéias através de uma proposta efetiva para o ensino das matemáticas.”, porém, “Apesar disso, podemos considerá-los como os mais remotos precursores de um movimento de renovação do ensino da Matemática” (Miorim, 1998, p. 38). Além desses representantes, temos outros, como: Leonardo Fibonacci ou Leonardo de Pisa (c. 1175-1250), Michelangelo (1475-1564), Benvenuto Cellini (1500-1571) e Nicolau Copérnico (1473-1543). Com isso, o ensino de Matemática, por sua vez estava também em tempos remotos, de transformações e adequações, pois a Educação atravessava mudanças e a Matemática, por sua, apresentava-se reestruturada e resgatada, singelamente, do período clássico.

Entre os séculos XIV e XVIII tivemos várias manifestações sociais, econômicas e culturais. Dentre elas evidenciamos a Reforma, a Contra-Reforma, as Grandes Navegações, a Revolução Pedagógica, o Iluminismo, a Primeira Revolução Industrial, a Revolução Francesa, além de problemas de saúde como a peste negra. Diante de um cenário inconstante, a Educação atravessaria turbulências na sua disseminação, e o ensino de Matemática, também, atravessaria esse período sem maiores descobrimentos e avanços.

A partir daí obteríamos mudanças estruturais nas ciências em gerais, com destaque para a Matemática, pois esta representava o experimental, o indutivo, o dedutivo, a razão e explicação para os diversos acontecimentos naturais, sociais, econômicos e até culturais.

Neste período podemos falar de grandes matemáticos, tais como: Galileu Galilei (1564-1642) e Bonaventura Cavalieri (1598-1647), italianos; Thomas Harriot (1560-1621), Henry Briggs (1561-1639), Isaac Newton (1642-1727) e Isaac Barrow (1630-1677), ingleses; John Napier (1550-1617), escocês; Johann Kepler (1571-1630) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), alemães; François Viète (1540-1603), René Descartes (1596-1650), Pierre de Fermat (1601-1665), G. F. A. de L'Hospital (1623-1708) e Blaise Pascal (1623-1662), franceses; e Jakob Bernoulli (1654-1705) e Johann Bernoulli (1667-1748), suíços.

Porém, nosso intuito é destacar o desenvolvimento da Educação Matemática. No entanto, como já vimos, a Matemática e a Educação Matemática estão integradas. Sendo assim, os acontecimentos relativos ao desenvolvimento da Matemática são de fundamental importância para compreendermos o processo de ensino de Matemática, diante dessas novas atuações matemáticas e de suas novas estruturações quantitativas e qualitativas.

Sobre isso, salientamos o grande avanço na Educação representado pela obra *Didáctica magna*, de Jan Amos Comenius (1592-1671) que uniu frentes para uma moderna educação com uma escola universalizada para todos, diversificados níveis de estudo e utilizações reais e práticas dos conceitos. Portanto, as contribuições de Comenius foram determinantes para a Educação, principalmente para sua modernização e isso, deu a ele o título de pai da Didática. Porém, suas contribuições para a Matemática foram, *a priori*, relevadas e “as idéias de Comenius parecem não ter influenciado, ao menos imediatamente, o ensino da Matemática” e só teremos as primeiras influências nesse intuito constituídas “pelo francês Le Clerc, em 1739, em uma obra sobre geometria” (Miorim, 1998, p.42).

No século XVIII, temos um destaque salutar para a pedagogia com a exigência no processo educativo do estudo da criança desenvolvido por Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), em que a criança está no epicentro do processo educacional. Porém, ele não fez a

relação entre a teoria e a prática no ensino da Matemática. Nesse sentido, teríamos uma abordagem que despertaria novos mecanismos para pedagogia e teria como propagadores Pestalozzi, Herbart e Froebel, que expandiriam suas ideias e experiências para a educação nos séculos subsequentes. Mais uma vez, a Matemática teria refletido no seu ensino essas novas relações pedagógicas que estremeceriam as bases dedutivas e euclidianas.

A Matemática, concomitantemente, se desenvolvia e teria destaque por sua massificada evolução. Os novos conhecimentos matemáticos demonstrariam sua eficácia enquanto ciência, e sua perspicaz evolução. Os principais matemáticos desse contexto são: Brook Taylor (1685-1731), inglês; Colin Maclaurin (1698-1746), escocês; Leonhard Euler (1707-1783) e Johann Heinrich Lambert (1728-1777), suíços; Immanuel Kant (1724-1804), prussiano; Alexis Claude Clairaut (1713-1765), Jean-le-Rond d'Alembert (1717-1790), Gabrielle Émilie Tonnelier de Breteuil (1706-1749), Adrien-Marie Legendre (1752-1833), Lazare Nicolas Marguerite Carnot (1753-1823) e Pierre-Simon Laplace (1749-1827), franceses; Maria Gaetana Agnesi (1718-1799) e Joseph Louis Lagrange (1736-1813), italianos.

O ensino de Matemática neste período atravessaria uma renovação que se perpetuaria para as novas relações de ensino e que foi representada pela obra *Eléments de géométrie* (1741) de Clairaut, importante matemático, seguidor da moderna Matemática e continuador da obra de Isaac Newton. Ele desenvolveu e explorou uma linguagem agradável para abordar as definições e para exercer as propriedades geométricas. Além disso, sua obra pode ser entendida como a “primeira tentativa efetiva de constituição de uma pedagogia psicológica da Matemática, tornando-a uma referência obrigatória para todas as futuras propostas de reformulação” (Miorim, 1998, p. 48-49), essas reformulações se dariam nos séculos mais adiante.

Diante dos avanços existentes na Matemática, com o desenvolvimento da geometria analítica, do cálculo infinitesimal e de outros conceitos, realizados e aprimorados nas universidades teríamos um emblema entre a Matemática produzida nos centros superiores de ensino e a Matemática ensinada nos níveis elementares, nas escolas, que se detinham em uma Matemática mais antiga e clássica. Logo, teoria e prática em Matemática nas escolas se transformariam em turbulências e produziriam diversificadas inquietações no ensino de Matemática. Foi no século XIX que essas adequações começaram a ser implementadas em um novo modelo de sociedade que se iniciava com avanços tecnológicos e que influenciavam as várias esferas: social, econômica e cultural.

Com as mudanças nos vários âmbitos desta nova sociedade, que tinha uma classe trabalhadora emergente, um modelo de cidade evoluído e uma prática social tecnológica, necessitou-se de um sistema educacional diverso e amplo que atingisse, principalmente, naquele momento, a classe trabalho. Por isso, presenciariamos a universalização da educação. A expansão do ensino traria, por sua vez, “novos tipos de escola” (Miorim, 1998, p. 53). Por outro lado, teríamos, também, a constituição de cursos superiores técnicos e o fortalecimento universitário.

As modernas instituições de ensino – Universidades e Escolas Técnicas – evidenciariam e produziram a Matemática deste período. E, com isso, os matemáticos deixariam os centros de pesquisa e estudo para se dedicarem à Educação, principalmente ao que se refere ao ensino de Matemática. Sobre isso, como nos lembra Miorim (1998, p. 56), “os matemáticos passaram a ser, além de pesquisadores, professores, começando a preocupar-se mais diretamente com as questões de ensino”. Após todas essas transformações, germinaria uma nova forma de fazer Matemática, o que nos autoriza a pensar mais concretamente no que mais tarde seria denominada Educação Matemática.

Sobre essa temática, a Matemática teórica, a aplicada e a prática faziam, neste contexto, parte efetiva do currículo escolar e sobre isso destacamos que:

[...] houve a necessidade de novos livros didáticos. Essas obras, elaboradas pelos próprios professores/matemáticos para serem utilizadas em suas aulas, em cumprimento a uma exigência das escolas, incorporavam os novos avanços da Matemática e seriam utilizadas por estudantes de vários países durante muitos anos.

(Miorim, 1998, p. 56)

Para Boyer (1998, p. 343), “o século dezenove merece ser considerado a Idade de Ouro da Matemática. Seu crescimento durante estes cem anos é de longe maior que a soma total da produtividade em todas as épocas precedentes”. Com isso, percebemos que o conhecimento matemático desenvolvido neste momento histórico seria de fundamental para a Matemática e para o seu ensino.

Dentre os matemáticos de maior influência neste período, destacamos: Carl Friedrich Gauss (1777-1855), G. F. B. Riemann (1826-1866) e Karl Weierstrass (1815-1897), alemães; Sophie Germain (1776-1831), Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), Siméon Denis Poisson (1781-1840), Évariste Galois (1811-1832) e Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), franceses; Mary Fairfax Somerville (1780-1872), escocesa; Bernhard Bolzano (1781-1848), Augustus De Morgan (1806-1871), inglês; Nicolai Lobatchevsky (1793-1856), russo; Niels

Henrik Abel (1802-1829), norueguês; Carl Cristov Jacobi (1804-1851), prussiano.

Por outro lado, destacamos que neste momento, um dos seguidores de Rousseau, Johann Pestalozzi (1746-1827) contribuiu para a formação da moderna educação propondo “um ensino não repressivo voltado ao desenvolvimento da criança, com base na sua curiosidade e interesse, que caminhasse do concreto ao abstrato, da intuição ao conceito, que substituísse a tradição pela experimentação” (Miorim, 1998, p. 58). Ele propôs para a Matemática um ensino sem procedimentos mecânicos e memorísticos com base na criatividade inventiva e no pensamento lógico. Além de ter sido considerado um experimentador das relações de ensino e um dos precursores da iniciação do ensino não pelos conceitos, mas pelas situações intuitivas e vivenciadas.

Pestalozzi, por sua vez, possuiu seguidores que disseminaram suas ideias e as ampliaram. Um deles foi John Frederick Herbart (1776-1841), um continuador e teorizador assíduo de suas propostas, além do alemão Friedrich Froebel (1782-1852). Todas essas ações que envolveram diversos pensadores iam ao encontro de uma agitação que constituiria e forneceria as bases do que seria denominada de Movimento da Escola Nova ou Ativa.

As inquietações sobre a Educação, no final do século XIX, provocaram em alguns países reestruturações e modernizações, principalmente em Matemática, pois havia a necessidade de integrar os novos conhecimentos matemáticos elaborados nos centros de pesquisa superiores aos ensinados nas escolas secundárias. Em seguida, observávamos que a visão global das Universidades começava a mudar em distintos países, buscando qualificação e formação de professores de Matemática.

Na França, a modernidade no ensino de Matemática se daria a partir de 1900, com um ensino intuitivo, singelo, hodierno e integral – entre geometria e aritmética. Na Inglaterra a modernização foi mais difícil e lenta, iniciada por John Perry (1850-1920) pela experimentação em aulas de Física da moderna Matemática e aplicações práticas dos conteúdos, além dos outros, anteriormente citados. Nos Estados Unidos houve a inserção dos novos tópicos matemáticos na escola, introduzida por Charles W. Newhal em seu pronunciamento na Associação Nacional de Educação. Na Itália não teríamos uma aceitação de imediato das ações modernas que só aconteceriam mais adiante. Por último, destacamos os ocorridos na Alemanha com a renovação do ensino de Matemática, em 1890. Após uma reunião conjunta entre matemáticos e vários professores das ciências naturais, realizada em Meran, no ano de 1904, formou-se a *comissão breslauense* que apresentou os *planos meranenses* de ensino nas escolas e na Matemática. Esses planos foram apresentados por

Christian Felix Klein (1849-1925).

Felix Klein tem destaque na Matemática como um importantíssimo matemático que desenvolveu o famoso Programa de Erlangen, de 1872, em que “descrevia a geometria como o estudo das propriedades das figuras que permanecem invariantes sob um particular grupo de transformações” (Boyer, 2008, p. 379). Esse programa surgiu em um período em que “a teoria dos grupos estava invadindo quase todos os domínios da matemática e alguns matemáticos começavam a achar que toda a matemática não passaria de alguns aspectos dessa teoria” (Eves, 2004, p. 605). Com isso, ele foi um matemático centrado no ensino de Matemática, pois a entendia como algo real e aplicável, principalmente, na indústria e na formação social; e na particularidade da ciência Matemática, objetivando seu desenvolvimento pleno.

Além disso, segundo Miorim (1998), neste momento da busca geral de justificativas dos resultados, a Matemática se tornaria indispensável para todo cientista. Sendo assim, com esse contexto sócio-cultural singular da Matemática, Klein começaria a construção de um novo matematicar educacional, que se sustentaria nas alterações da escola secundária e nos estudos universitários e na própria evolução da Matemática. Logo, ele apontaria para a composição de ações como: interações matemáticas com outras ciências, reestruturações conceituais entre estudo e ensino na escola, despertar o interesse do alunado, partir do intuitivo para o abstrato. Após todos esses entendimentos sobre a Educação Matemática que almejaria, ele romperia, definitivamente, com a formação existente naquele período histórico e conceberia uma nova formação Matemática, que perduraria até os dias atuais.

Nesse mesmo sentido, evidenciamos que outros autores, também, seguiram neste pensamento de mudança, como nos retrata Ubiratan D’ Ambrósio:

A identificação da educação matemática como uma área prioritária na educação ocorre na transição do século XIX para o século XX. Os passos que abrem essa nova área de pesquisa são devidos a John Dewey (1859-1952), ao propor em 1895, em seu livro *Psicologia do número*, uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor, e uma integração entre todas as disciplinas.

(D’Ambrósio, 2004, p. 71)

Por outra vertente, os avanços matemáticos que seguiam paralelamente à Educação também influenciariam as novas práticas educacionais-matemáticas, pois grandes contribuições foram realizadas pelos matemáticos desse período. Destacamos os essenciais: Georg Ferdinand Ludwig Philip Cantor (1845-1918), russo; Jules Henri Poincaré (1854-1912), francês; J. W. R. Dedekind (1831-1916), C. L. F. Lindemann (1852-1939) e Amalie Emmy Noether (1882-1935), alemães; Charlotte Angas Scott (1858-1931), inglesa; Giuseppe

Peano (1858-1932), italiano; David Hilbert (1862-1943), prussiano; entre outros.

O avanço matemático foi tão veloz e impactante que chamou a atenção de diversos grupos de estudiosos. Tomando o que nos diz Eves:

Duas das características principais da matemática do século XX, a ênfase na abstração e a preocupação crescente com a análise das estruturas e modelos subjacentes, chamaram a atenção, [...], dos interessados em ensino da matemática. Vários destes entenderam que seria oportuno adaptar tais características ao ensino e, não demorou, formaram-se grupos competentes e entusiastas empenhados em reformular e “modernizar” a matemática escolar. (Eves, 2004, p. 690).

Esses movimentos foram organizados para minimizar e integrar a “nova Matemática” com o ensino nas escolas secundárias. A partir daí, surgiria o Primeiro Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática com os Congressos Internacionais de Matemática, o primeiro em Zurique, 1897 e o quarto em Roma, 1908. Aquele reuniria os mais diversificados matemáticos e professores de todas as partes do mundo que trariam suas experiências de cada país. Este consolidaria a criação da *Coommission Internationale de L’Enseignement Mathématique* – CIEM ou IMUK, pelos alemães, que em 1954 passaria a se chamar *International Comission on Mathematical Instruction* – ICMI.

No Congresso de Roma, uma das preocupações foi concentrar esforços para levantar a real situação do ensino de Matemática nas escolas secundárias nos dezenove países participantes e nos quatorze associados através da Comissão formada. No entanto, essa ideia ampliou-se em 1908, na Colônia, pois seria mais viável analisar, de imediato, todos os tipos de escolas e níveis de ensino do que apenas o ensino secundário. E o Brasil participava dessa Comissão como associado.

Os resultados pedagógicos reformulativos foram rapidamente expressados. E em 1914, obteríamos mudanças em alguns países: Alemanha, Áustria, Bélgica, Dinamarca, Estados Unidos, França, Hungria, Reino Unido e Suécia. Nesse sentido, Klein foi um dos grandes precursores da modernização do Ensino de Matemática mundial. Ele detinha propostas modernizadoras que podem ser resumidas em: eliminar excessos sistêmicos dos conteúdos, incluir a intuição como elemento primordial, introduzir conteúdos modernos da Matemática e unificá-los com outras áreas, expandir as aplicações matemáticas para qualquer formação e integrar os conteúdos ensinados. No mesmo ano, passaríamos pela primeira catástrofe mundial conhecida por Primeira Guerra Mundial, que inibiria a produção de estudo do ensino de Matemática, até, basicamente, o ano de 1918, que representaria o fim dos conflitos mundiais.

O fim da guerra trouxe um fervor para a educação matemática em todo o mundo. Tivemos inúmeras iniciativas para renovar as ações curriculares, principalmente em países da Europa e dos Estados Unidos, e isso apontaria para o desenvolvimento curricular matemático. Porém, no ano de 1920 teríamos renovações e criações práticas com a fundação do *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM, por professores de matemática. Além disso, evidenciaríamos o externar de vários estudiosos do pensamento e do comportamento humano, como os psicólogos: Jean Piaget, Robert M. Gagné, Jerome Bruner e B. F. Skinner, além de outros, que se empenharam na aprendizagem humana.

Após esse início das renovações na Educação, em especial na Educação Matemática, o contexto mundial seria outro, dinamizado e interligado pelos encontros mundiais de educadores matemáticos. Segundo D’Ambrósio,

Um dos primeiros projetos a ter repercussão internacional nos Estados Unidos foi o University of Illinois Committee on School Mathematics, criado em 1951 sob a liderança de Max Bieberman. Em seguida, com grande projeção, foi criado, em 1958, na Stanford University, o School Mathematics Study Group (SMSG), sob a liderança de Edward G. Begle. O mesmo se passava com as demais ciências. Um passo decisivo foi um colóquio, organizado pela Organização Européia de Cooperação Econômica em Royaumont, em 1959. O mal interpretado brado “À bas Euclide”, do prestigioso matemático Jean Dieudonné, uma liderança do grupo Bourbaki, marca o início do movimento que viria a ser identificado como Matemática Moderna.

(D’Ambrósio, 2004, p. 72)

Com esses e com outros grupos espalhados pelas diversas partes do mundo “nascia a *matemática moderna*” Eves (2004, p. 690, grifo do autor). A partir daí, seriam constantes as relações entre os pesquisadores dos diversos países para dialogarem sobre a Educação Matemática.

Em 1969 realizou-se em Lyons, França, o primeiro Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME1); em 1972, em Exeter, teríamos a realização do ICME2. Logo os eventos seriam a cada quatro anos e perdurariam até os dias atuais, organizados sob a responsabilidade da Internacional Commission of Mathematics Instruction (ICMI), uma das comissões especializadas da International Mathematics Union (IMU).

Além desse, temos outros eventos espalhados pelo mundo, alguns dos mais recentes são: o Congress of the European Society for Research in Mathematics Education – CERME6, realizado em Lyon –França, 2009; o V Congresso Internacional de Ensino da Matemática, realizado em outubro de 2010, ULBRA/Canoas-RS, Brasil e a XIII Conferência

Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, que se realizará em 2011, no Recife – Brasil.

Com isso, nós constituiríamos uma Educação Matemática consolidada e dinâmica nas esferas mundial, regional e local do globo. E ela se tornaria referência em pesquisa, ensino e desenvolvimento da Matemática. Logo, nosso intuito aqui é externar um pouco da história da Educação Matemática mundial, desde sua ação involuntária para os nossos dias, representada pelos eventos internacionais e pelas pesquisas desenvolvidas nos mais variados centros científicos do planeta.

Porém, destacamos que a Educação Matemática deve analisar de modo crítico as teorias e as práticas nela fundamentadas a partir da Filosofia da Educação e da Filosofia da Matemática, buscando uma consonância entre elas, mirando-se a prática educacional, ou seja, as atividades educacionais propostas. Um estudo dessa natureza deve permear as práticas dos professores, uma vez que estes devem se engajar em atividades com fundamentos epistemológicos.

Com isso, ressaltamos o seu principal papel, conforme nos relata Bicudo e Garnica:

O trabalho nuclear da Filosofia da Educação Matemática é analisar criticamente os pressupostos ou as idéias centrais que articulam o currículo ou a proposta pedagógica, buscando esclarecer suas afirmações e a consonância entre as ações visualizadas.

(Bicudo e Garnica, 2006, p. 35)

Essas afirmações hoje significam repensar, recriar e ampliar os estudos no ensino de Matemática, pois vivemos em uma sociedade tecnológica, do computador, da *internet*, dos bens de consumo rápidos e da satisfação imediata. Assim, cabe a pergunta: como ensinar matemática para essa geração? O que fazer para integrar evolução com realidade?

Para contribuir com essas reflexões, trouxemos o que nos fala Skovsmose:

Qualquer forma de Matemática em Ação tem que ser acompanhada por reflexões e considerações ao lidar com o conteúdo e o escopo da imaginação tecnológica, com os possíveis pontos cegos do raciocínio hipotético e com os impactos sociais das tecnológicas baseadas na Matemática.

(Skovsmose, 2004, p. 52)

Por isso, ensinar Matemática hoje é antes de tudo perceber que o contexto significativo em que ela se encontra, desde os mais complexos instrumentos até os menos utilizados, nas esferas sociais, econômicas, políticas e culturais. Sobre isso, nos ateremos ao desenvolvimento da Educação Matemática brasileira.

1.1.1. Educação Matemática brasileira: dos índios para a modernização dos dias atuais

As Grandes Navegações dos séculos XIV e XV ampliaram os domínios das metrópoles e, por outro lado, novas terras foram dominadas e colonizadas. O Brasil foi uma delas. Com a chegada dos colonizadores portugueses em 1500, os nativos (índios) foram escravizados e usados nas mais diversas atividades da colônia. No entanto, nosso interesse é relativo à Educação, em especial ao ensino de Matemática nesse período histórico.

A educação nesse período era disseminada pelos jesuítas, que foram incumbidos de constituir um modelo de ensino característico do seu tempo. Com isso, os padres trouxeram com eles a Companhia de Jesus, que detinha o código educacional chamado de *Ratio atque Institutio Studiorum Societatis Jesu*, em que estavam as normas para as escolas secundárias.

No *Ratio* pouca ênfase se dava a Matemática, sobre isso trazemos Miorim:

Nos programas iniciais dos cursos de filosofia das escolas jesuíticas da Europa, o estudo das matemáticas se desenvolvia em uma aula diária, em cada um dos três anos de sua duração. No *Ratio* de 1586, entretanto, o tempo destinado a elas foi reduzido para dois anos e, no *Ratio* de 1599 – que seria revisto apenas após a restauração da ordem em 1814 –, sugeria-se que esses estudos começassem apenas em meados do segundo ano do curso.

(Miorim, 1998, p. 81, grifo do autor)

Com isso, o ensino de Matemática *a priori* permaneceria esquecido no Brasil. Desse momento histórico da formação social, econômica e cultural do território e do povo brasileiro, se tem poucas fontes históricas.

Temos poucas informações sobre o ensino de Matemática existente nos colégios que os jesuítas estabeleceram no Brasil – apenas alguns anos após a sua chegada, em 1549 –, mesmo naqueles em que foram criados os cursos de artes, como o Colégio da Bahia. Esse talvez seja um indicativo de que os estudos matemáticos fossem pouco desenvolvidos nessas escolas, que enfatizavam a tradição clássico-humanística.

(Miorim, 1998, p. 83)

Esse modelo de ensino representava a imposição portuguesa e permaneceria vigente até o século XVIII, quando foram dissolvidos os jesuítas do Brasil. Por outro lado, o ensino praticamente desapareceria, permanecendo apenas alguns centros educacionais. Diante desta situação de emergência colonial e com a vinda do Marquês de Pombal para o Brasil, iniciou-se em 1772 a reforma pombalina com as chamadas *aulas avulsas*, as quais eram “dadas em locais diferentes, sem nenhuma articulação entre elas e sem planejamento do trabalho escolar”. Os professores responsáveis que tinham sido “recrutados para essas aulas não possuíam uma formação adequada” (Miorim, 1998, p. 83).

Com a chegada da família real portuguesa no início do século XIX começaríamos um novo momento social e educacional no país. A corte portuguesa traria vários intelectuais que precisariam desenvolver seus estudos, com isso apareceriam a massificação das Universidades e os recém-criados Liceus das Províncias: o Ateneu do Rio Grande do Norte, em 1835; o Liceu da Bahia, em 1836 e o Liceu da Paraíba, também, em 1836. Eles detinham o intuito de formar estudantes para as Academias Militares e para as Escolas Superiores. Porém, o marco para a mudança no ensino secundário brasileiro ocorreu com a criação do Colégio Pedro II, em 1837.

O Colégio Pedro II, localizado no Rio de Janeiro, ofereceria ensino secundário público, tornando-se o primeiro do gênero no Brasil. E, por sua vez, teríamos um plano gradual e pleno para o ensino nas escolas secundárias, criado pelo ministro e secretário de Estado da justiça, Bernardo Pereira de Vasconcelos. Nesse plano a Matemática aparece incisivamente nas suas três esferas: aritmética, geometria e álgebra, e em todos os períodos escolares.

Após o fim da escravidão, em 1888, e do império em 1889, com a República instalada, viriam as novas adequações para o ensino, que teria um grande desafio, educar os mais variados segmentos da sociedade. E se deu logo em 1890, pelo primeiro-ministro do Ministério da Instrução, Correios e Telégrafos – Benjamin Constant – que implantou uma verdadeira reforma no sistema educacional, instituída pelo Decreto nº 891, de 1890, chamada de Reforma Benjamin Constant. Essa nova formulação rompia com o modelo clássico de ensino, e para a Matemática representaria a implantação tanto do abstrato, quanto do concreto, tornando-a mais abrangente e eficaz.

O Brasil, por sua vez, participaria logo em seguida da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática como país convidado, como vimos anteriormente, em 1908. Mas, a sua participação efetiva ocorreu em 1912, no V Congresso Internacional de Matemática, realizado em Cambridge. Entretanto, a reforma de Benjamin Constant perduraria por um bom tempo, mas o desenvolvimento nacional representaria e necessitaria de adequações para acompanhar a expansão industrial, agrícola, urbana e social. Isso se deu no pós-guerra com os novos planos educacionais, representados pelo Movimento da Escola Nova.

O movimento levaria para os Estados as novas ações e as novas publicações, com isso teríamos a criação da Associação Brasileira de Educação, em 1924. Em Matemática obteríamos uma mudança nas séries iniciais com a “Matemática de atividade” e com a introdução dos resultados do Colégio Pedro II, em 1928. No entanto, neste contexto

apareceria um nome de destaque, que foi Euclides Roxo, possuidor da cátedra de Matemática neste colégio, e “o maior responsável pela elaboração da proposta modernizadora brasileira” (Miorim, 1998, p. 92).

A oficialização dessas mudanças se deu pelo Conselho Nacional do Ensino e foi aprovada pelo Decreto nº 18.564, de 15 de janeiro de 1929. Entretanto, apenas em 1931 é que temos a criação do Conselho Nacional de Educação dada pelo Decreto nº 19.850, de 11 de abril, e a organização do ensino secundário criada pelo Decreto nº 19.890, de 18 de abril, chamada de Reforma Francisco Campos, que mais tarde, seria consolidada pelo Decreto nº 21.241, de 14 de abril de 1932.

A Reforma Francisco Campos, como ficou conhecida, foi realizada por Francisco Campos, primeiro-ministro do recém criado Ministério da Educação e Saúde Pública. Por esta reforma seria implantado o ensino moderno nas escolas secundaristas brasileiras e, com relação à Matemática, se aliaria as ações de Euclides Roxo e íamos ao encontro das propostas do Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática. Sendo assim, o conceito de ensino de Matemática passava de “desenvolvimento do raciocínio” para, também, as outras “faculdades intelectuais” relacionadas a questões práticas, com a interação conceitual intuitivo-experimental inibindo a automação dos procedimentos resolutivos matemáticos (Decreto nº 19.890, 1931).

Everardo Backheuser (1879-1951), também daria sua contribuição em relação ao ensino da aritmética para o nível primário. Entretanto, a efetivação dessas primeiras ações, ligadas ao ensino-aprendizagem da Matemática, referem-se à criação do Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (INEP), em 1938. A partir daí, temos outro destaque, Julio César de Mello e Souza (Malba Tahan), que realizou estudos explorando os aspectos históricos na Educação Matemática, além de outros. Ainda na década de 40 aparecem os estudos de Alcimar Terra, precisamente, em 1944, em que faz uma análise do ensino de Matemática na escola primária.

Diante deste contexto, até a década de 50 a Educação Matemática representaria poucos avanços gerais, ficando limitada. Sobre isso, “podemos dizer que as pesquisas ‘stricto sensu’ envolvendo o ensino e a aprendizagem da matemática no Brasil, antes de 1950, parecem ter ficado restritas ao nível da escola primária” (Fiorentini, 1994, p. 87) e “eram estudos essencialmente empíricos” (Machado, Fonseca e Gomes, 2002, p. 132).

Já na década de 50 tivemos vultos numerosos de produção e de movimentação dos anseios da Educação Matemática. O que marcou esse período foi a existência dos Congressos

Brasileiros de Ensino de Matemática. O primeiro ocorreu em Salvador, 1955, e o segundo foi realizado em Porto Alegre, 1957. Além desses, foram criados os Centros Regionais de Pesquisas Educacionais (CRPE), em 1956. Os outros Congressos se realizaram no Rio de Janeiro, em 1959; em Belém, 1961 e em São José dos Campos, 1966.

Todos esses eventos reuniram inúmeros matemáticos e professores que dialogavam e debatiam sobre o ensino de Matemática, suas práticas de docência e o currículo matemático.

O envolvimento desses profissionais deveu-se, em grande parte, a um anseio brasileiro de engajar-se ao movimento internacional de reformulação e modernização do currículo escolar da matemática. Esse movimento ficou sendo conhecido como o “Movimento da Matemática Moderna” (MMM).

(Fiorentini, 1994, p. 90)

De certa forma, esse movimento matemático configurou um novo paradigma da Educação Matemática brasileira, ou seja, evidenciaríamos uma nova estrutura de se ensinar e compor a Matemática, influenciados pelos Estados Unidos e a França, que lideravam o movimento internacional. No entanto, no Brasil “a produção de pesquisas relativas ao ensino/aprendizagem parece não ter acompanhado o mesmo ritmo” (Fiorentini, 1994, p. 90). Nos anos de 1960 teríamos destaques para um grupo de pesquisadores do Centro Regional de Pesquisas Educacionais de São Paulo (CRPE-SP), formado por José Pires Azanha, Frederico de Barros Brotero e Ligia Siniscalco, que desenvolveram pesquisas sobre a formulação e resolução de problemas aritméticos e para o Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM-SP), fundado em 1961, representado por Osvaldo Sangiorgi. Além do Grupo de Estudos de Ensino da Matemática de Porto Alegre – GEEMPA; do Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática de Curitiba – NEDEM e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Rio de Janeiro – GPEM, entre outros, que impulsionariam mais adiante a Matemática Moderna.

A partir da década de 1970, com a implantação dos programas de Pós-Graduação em Educação, as mudanças seriam efetivas e amplas no ensino de Matemática no Brasil. O primeiro a ser implantado foi o Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, do IMECC-UNICAMP conveniado com o MEC-PREMEM-OEA, coordenado por Ubiratan D’Ambrósio. No início dos anos 80, teremos fortes indícios de uma Educação Matemática consolidada e inovadora, pois em 1983 seria criado o primeiro curso de mestrado na área, idealizado pela Universidade Estadual Paulista, *campus* de Rio Claro.

Ainda na década de 80, começaríamos a ter os Encontros Nacionais de Educação Matemática, em 1987, São Paulo-SP, e em 1988, Maringá-PR, que constituiriam e

organizariam a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. E diante desses encontros e debates sobre a Educação Matemática, segundo Fiorentini (1994) “emergiam com frequência, em nossas discussões, questões do tipo: O que é educação matemática? Qual a sua natureza e o seu objeto de estudo? Seria uma nova área do conhecimento ou apenas uma subárea da Matemática ou da Educação?” (p. 2).

Nesse sentido, percebemos que a Educação Matemática estava constituída e era parte integrante da Educação do Brasil. Para Vianna:

A educação matemática só é possível porque, uma vez que existe a matemática, as pessoas necessitam trocar experiências matemáticas entre si. Quero deixar claro aqui uma prioridade que dou à matemática: se ela não existisse, não haveria educação matemática. Mas não basta apenas que *exista* a matemática, ela deve ser instituída como uma prática social relevante, e é essa relevância e esse modo de instituição, que vão determinar a necessidade de uma Educação Matemática.

(Vianna, s/d, grifo do autor)

Retornando ao final da década de 1980 e início de 1990, apareceriam espaços próprios para a divulgação das pesquisas, dos trabalhos acadêmicos e dos estudos na área, que seriam as duas revistas – *Bolema* e *Zézetiké*. Além da consolidação dos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, da UNESP – Rio Claro, da PUC-SP, da UFMG e de outros espalhados pelo nosso país.

Todos esses eventos e outros aqui não citados envolvendo a Educação Matemática fizeram e fazem parte de um modelo dinâmico, distinto, singular e contemporâneo que se reflete no ensino de Matemática. Muitos desses eventos perduram até os dias atuais, como por exemplo, o X Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, realizado em julho deste ano na PUC de Salvador-BA e o XIV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, realizado em setembro do mesmo ano, no *campus* da UFMS, em Campo Grande – MS, além de outros.

No mais, entendemos que a Educação Matemática no Brasil é uma área do conhecimento ainda nova, que tem um amplo campo de estudo. Por isso, nos ateremos em aprofundá-lo, externando suas tendências de pesquisa, com ênfase na História da Matemática, em especial, para a História dos Numerais, como veremos mais adiante.

CAPÍTULO 2

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO TENDÊNCIA DE PESQUISA E METODOLÓGICA E ORIENTAÇÕES CURRICULARES

A História da Matemática aparece como frente de pesquisa da Educação Matemática há bastante tempo. No entanto, tentaremos esclarecer as principais frentes de pesquisa na área. Por outro lado, exploraremos seu potencial como metodologia de ensino para a Matemática. Então, veremos a seguir algumas das suas relevantes ações. Entretanto, nos ateremos também nos Livros Didáticos de Matemática que exercem uma fundamental importância no ensino de Matemática, pois são tomados como referenciais metódicos por grande parte dos professores do ensino básico. Por isso, faremos uma investigação no sentido de identificar a presença da História da Matemática nos principais mecanismos que apontam para a normatização e a regularização do ensino no Brasil que são: o Programa Nacional do Livro Didático e os Parâmetros Curriculares Nacionais.

2.1. Pesquisa em História da Matemática no mundo e no Brasil

A Educação Matemática passou por várias etapas de desenvolvimento em diversificados momentos, como vimos, anteriormente. Mas, percebemos, também, que na construção desses estágios significativos da formação do conhecimento matemático e, principalmente, do seu ensino, a Educação Matemática transformou-se em uma grande área da Matemática integrando-a e transformando-a em uma complexa e dinâmica ciência da modernidade.

Por outro lado, precisamos compreender melhor as pesquisas realizadas em Educação Matemática, e sobre isso, trazemos o que nos diz Dante e Martins sobre uma das primeiras tentativas de organizar essas pesquisas num encontro de matemáticos em Royaumot, em 1971:

- 1) pesquisas sobre currículo, métodos e materiais didáticos (currículo refere-se aqui, naturalmente, ao conteúdo selecionado em função de objetivos definidos a serem alcançados;
- 2) pesquisas referentes à aprendizagem e ao aluno como um ser que aprende;
- 3) pesquisas sobre o ensino e o professor como dirigente desse processo.

(Dante e Martins, 1978, p. 50 apud Dário Fiorentini, 1994, p. 17)

Após essa primeira classificação, já, teríamos vestígios sobre a História da Matemática como área de estudo organizada. E, logo em seguida, teria um local apropriado para suas

publicações com a recém criada revista *Historia Mathematica*, de 1974, que seria o mecanismo de divulgação científica da *International Commission on the History of Mathematics* (ICHM). Porém, vale salientar que as “histórias da matemática começassem a ser escritas pelos menos desde o século IV antes de Cristo”, mais precisamente, “por volta de 335 a.C., por Eudemo de Rhodese” e em 1741, com a obra *Eléments de géométrie*, de Alexis Claude Clairaut, “considerada a pioneira no estabelecimento” “de relações entre a história da matemática e a educação matemática” (Miguel e Miorim, *Educação em Revista*, 2002, p. 178). Com isso, nosso intuito é construirmos uma referência de pesquisa da História da Matemática na Educação Matemática, e não uma construção da História da Matemática, em si.

Outros autores, também, tentaram classificar a pesquisa em Educação Matemática. Dentre eles destacamos Filloy (1981) com suas cinco linhas:

- (1) Desenvolvimento curricular (construção do currículo, análise de processos matemáticos, e as dificuldades na aprendizagem dos conceitos);
 - (2) experimentação educativa (estudos experimentais com análise estatística de dados e verificação de hipóteses);
 - (3) estudos exploratórios ou descritivos;
 - (4) análises epistemológicas (estudo da história e da natureza da matemática e suas aplicações no ensino) e
 - (5) observação clínica.
- (apud, Dário Fiorentini, 1994, p. 17)

Com isso, a priori, salientamos que já existiam relações mais visíveis sobre a História da Matemática definida como linha de pesquisa. O que reforça sua participação ativa no conhecimento matemático. Além desses autores, a revista alemã *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik – ZDM*, de 1987, traria 13 campos de estudo em Educação Matemática, mas nos ateremos, apenas no primeiro: “1) Geral (A00): compreende trabalhos de espectro amplo em educação matemática, como pro exemplo, matemática popular e recreativa; história da matemática e biografias; matemática e sociedade; profissões e carreiras; bibliografias; etc.” (apud, Dário Fiorentini, 1994, p. 20).

Por fim, partimos para as investigações sobre os programas de pós-graduação em Educação Matemática no Brasil. E segundo Batanero (*et al*, 1992, apud, Fiorentini, 1994, pp. 22-23) existem cerca de 29 linhas de pesquisas em Educação Matemática nos diversos cursos e universidades espalhados pelo país. Entretanto, nos interessa, apenas, a –17. História da Matemática e da Educação Matemática (5). Sendo assim, podemos nos referir, com mais ênfase e segurança, quando tratarmos de a História da Matemática como linha de pesquisa nos mais variados contextos significativos do conhecimento matemático.

No entanto, o movimento da História da Matemática no Brasil “começa a se identificar como uma área de pesquisa a partir da década de setenta” (D’Ambrósio, 2008, p. 98), e tem como destaque inicial: Clóvis Pereira da Silva, Sergio Roberto Nobre, Circe Mary Silva da Silva e Fernando Raul de Assis Neto. Esse movimento ganharia força no Brasil a partir do I Encontro Nacional de História da Matemática, 1995, no Recife – PE e da fundação da Sociedade Brasileira de História da Matemática – SBHMat, em 1999, durante o III Seminário Nacional de História da Matemática, realizado em Vitória-ES.

A História da Matemática, por sua vez, tem várias frentes de investigações, elas são dinâmicas e integradas, porém, cada uma com suas peculiaridades e representam os mais variados contextos, significações, ressignificações e aplicações do desenvolvimento da Matemática e de seu Ensino, desde os tempos mais remotos, para os dias atuais. Sobre isso, salientamos o que Wussing (1997, apud Baroni e Nobre, 1999, pp. 130-131) traz sobre as investigações em História da Matemática, com os seus itens: história de problemas e de conceitos; as interligações entre Matemática, Ciências Naturais e Técnicas; biografias; organizações institucionais; a Matemática como parte da cultura humana; influências sociais ao desenvolvimento da Matemática; a Matemática como parte da formação geral do indivíduo e análise histórica e crítica das fontes literárias. Ele destaca, principalmente, algumas frentes de pesquisas que podemos ter, quando examinamos ou queremos examinar a História da Matemática.

No Brasil, tomamos Sad e Silva (2008, p.39) que identificam diferentes tipos de investigação em História da Matemática que são divididos em: a vida de matemáticos ou educadores; a evolução de algum conceito ou teoria; uma área de conhecimento; instituições; o contexto cultural de uma criação; uma época determinada; um grupo específico; as relações da Matemática com outras áreas do conhecimento; as aplicações da História da Matemática; Livros Didáticos e o desenvolvimento de produções sobre a História da Matemática.

Diante de tantas frentes de estudo e neste contexto científico destacamos a importância da História da Matemática que segundo Nobre e Baroni (1999):

A História da Matemática, assim como a Análise, a Álgebra, a Topologia etc., é uma área do conhecimento matemático, um campo de investigação científica, por isso é ingênuo considerá-la como um simples instrumento metodológico. Dessa forma, é plausível dizer que tanto quanto o conteúdo matemático, há a necessidade de o professor de Matemática conhecer sua história, ou seja: A História do Conteúdo Matemático (p. 130).

E além desta constatação evidenciamos que os adeptos da História da Matemática eram limitados e esta frente conceitual não tinha referências sólidas. Com isso, destacamos que:

[...] a História da Matemática, como área de investigação científica, não possui muitos adeptos nos grandes centros acadêmicos brasileiros. Isso nos leva a constatar que parte significativa dos Matemáticos que desenvolvem pesquisas em Matemática e atuam em cursos de graduação nunca estudou História da Matemática.

(Nobre e Baroni, 1999, p. 130)

Por uma nova ótica, esses alunos-professores não compreenderiam as situações históricas como um conhecimento matemático e não utilizariam, na maioria das vezes, esses conceitos em sala de aula ou por não saber aplicá-los ou por que não tiveram formação adequada para isso.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, já, traziam ações que iam ao encontro deste recurso da História da Matemática como metodologia de ensino, e eles destacam que este recurso permite que:

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático.

(PCN, 1997, p.34)

Portanto, a História da Matemática deve está presente no curso de formação de professores, pois entendemos que é de fundamental importância a apropriação desse conhecimento tanto no caráter Matemático, quanto no referente ao Ensino, além de ser, um recurso interativo e dinâmico para as aulas de Matemática. Ou seja, poderíamos ter a utilização da História dos Numerais, nos ambientes educativos como algo ativo e transformador, em que, ela seria abordada e integrada às múltiplas facetas do ensino da Matemática.

2.2. História da Matemática como tendência metodológica nacional

A História da Matemática no Brasil como frente de pesquisa está bem consolidada, e estruturada. Já, como tendência metodológica ela foi construída, criada e transformada por variados pesquisadores brasileiros ao longo dos anos, mas, de um consenso, eles recorriam as

referências mundiais, como Felix Klein, Henri Poincaré, Morris Kleni, Jones, Gerdes, entre outros, pois seria a ordem natural do processo de construção do conhecimento. No entanto, o movimento de identidade nacional da História da Matemática como recurso pedagógico recai na própria inserção da História como linha de pesquisa no nosso país, como vimos anteriormente, em que, também estão os seus principais percussores. Porém, é importante registrar que a primeira referência do uso pedagógico da história encontra-se na obra de Felix Klein, no início do século XX, em que reforça a idéia da necessidade de escolha de métodos adequados para o ensino e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos.

Logo, nos aterremos ao contexto mais recente deste recurso metodológico da Educação Matemática brasileira. E todos aqueles eventos e encontros sobre o uso da História da Matemática de modo geral, refletiram na sua aplicação como recurso pedagógico, como foi visto anteriormente. Mas, atualmente, quando nos referimos a normas ou indicações sobre o uso deste método nas aulas de Matemática no ensino básico no Brasil, recaímos sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997), em que, eles regulam e indicam a utilização deste mecanismo de ensino nas aulas de Matemática. Nesse sentido, temos uma gama de estudiosos que apontam para a História da Matemática como meio pedagógico para o ensino de Matemática.

Dentre tantos, destacamos Antônio Miguel (1993) que faz um estudo sobre a História da Matemática e o seu ensino-aprendizagem na própria Matemática, revelando que existem diversas opiniões sobre a temática, desde estudos favoráveis até contrários ao uso do tema em sala de aula. Mas, segundo ele “às possibilidades de se recorrer à história como um recurso pedagógico adicional, isto é, como meio auxiliar potencialmente rico, para se promover e repensar o ensino-aprendizagem da matemática” (p. 12), pois transformaríamos o “laboratório de ensino-aprendizagem-avaliação” em algo vivo e ativo, integrando o passado e o presente, mas pensando no futuro do ensino de Matemática. Além de outros autores, que também defendem o uso da História da Matemática na sala de aula, como: Miorim, Maria Laura, Vianna, D’Ambrósio, Fiorentini, entre tantos outros aqui não citados.

Destacamos nesse sentido, também, as ideias de Mendes (2002), sobre o uso da História da Matemática em sala de aula, que considera que os aspectos históricos aliados às atividades de ensino e a aprendizagem reforçam um caráter mais construtivo e favorável a compreensão dos conteúdos matemáticos, fazendo com que os alunos entendam o caráter investigativo presente na origem, organização e disseminação desses conteúdos ao longo do seu percurso histórico. As discussões acerca do uso de História da Matemática como

alternativa pedagógica têm tido um grande avanço nas pesquisas e publicações internacionais e nacionais. A imersão da História da Matemática nos Livros Didáticos e nos cursos de formação de professores tem fortalecido a relação entre a Educação Matemática e a História, pois traz possibilidades de mudança na forma de ensinar e aprender os conteúdos de Matemática.

Diante disso, merece nossa atenção a explicação feita ainda, por Mendes (2001, p. 32), sobre o uso da História da Matemática como recurso de ensino:

[...] o professor poderá usá-la como fonte de enriquecimento pedagógico e conduzir suas atividades num caminhar crescente, em que o aluno investigue, discuta, sintetize e reconstrua as noções matemáticas anteriormente vistas como definitivas sem que o aspecto histórico tivesse sido usado para despertar o interesse de quem as aprende.

Mafra e Mendes (2002, p. 108) reforçam, mais uma vez, que:

[...] as possibilidades de utilização da história da Matemática, em sala de aula, pressupõem o resgate de elementos históricos que contribuam para que os nossos alunos (re)descubram a importância de se estudar e aprender conceitos e símbolos utilizados num determinado momento histórico. A partir daí o professor pode fazê-los visualizar, através de uma aprendizagem construtivista e crítica, o quanto esses elementos se fazem presentes nas nossas atividades diárias, com vistas a uma melhor compreensão de seus significados.

Entretanto, necessitamos ter cautela, quando nos referimos ao seu uso, como nos relata Antônio Miguel (1993, p. 109) que “para poderem ser pedagogicamente úteis, é necessário que histórias da matemática sejam escritas sob o ponto de vista do educador matemático”, pois segundo ele, mediante suas pesquisas, da forma como estavam produzindo histórias da matemática, elas não poderiam estar sendo utilizadas em sala de aula, pois:

Tais histórias, no meu ponto de entender, tentariam e tenderiam a privilegiar certos temas e não outros, determinados problemas e métodos e não outros, a enfatizar a reconstituição, não tanto dos resultados matemáticos, mas dos contextos epistemológicos, psicológicos, sócio-político e cultural de sua produção, contribuindo, desse modo, com a explicação das relações que a matemática estabelece com a sociedade em geral e com as diversas atividades teóricas específicas e práticas produtivas setorializadas. (p. 109)

Portanto, as diversas correntes da Educação Matemática, entendem e apontam para o da História da Matemática como tendência metodológica nacional. Por isso, teremos que aprofundar nossos estudos nessa temática, em especial, a formação do professor de Matemática em História da Matemática. Convido-os para conhecerem um pouco dessa interação História e Educação Matemática no Brasil.

2.3. Interrelação da História da Matemática com a Educação Matemática na formação de professores no Brasil

Percebemos que a Educação Matemática passou por um longo caminho desde seu desenvolvimento primordial até os dias atuais, e com a Matemática não foi diferente, elas caminhavam em paralelo. Por isso mesmo, defendemos que elas necessitam de uma melhor integração. Por outro lado, queremos observar como a História da Matemática no Brasil está interrelacionada com a Educação Matemática.

Para isso, teremos que compreender as práticas da Educação Matemática. E como vimos a História da Matemática é uma tendência de pesquisa e uma forte perspectiva metodológica integrada na Educação Matemática. Sobre isso, nos dizem Miguel e Miorim (2008, p. 10) “Como se poderia conceber a relação entre a cultura matemática e as formas de apropriação dessa cultura no presente, sobretudo nas práticas pedagógicas escolares e nas práticas de investigação acadêmica em Educação Matemática”. Ressaltando que a disseminação desse campo de pesquisa e de formação é recente tanto mundial, quanto nacional como vimos anteriormente.

A partir daí, destacamos o que observamos antes, sobre a História da Matemática, que ela era pouco estudada tanto no Brasil, quanto exterior. Mas, essa perspectiva vem mudando nos últimos anos, a constatação da capacitação e formação de profissionais nesta área torna-se mais evidente em relação à História da Matemática, pois suas aplicações ficavam restritas a pequenos grupos de adeptos. Entretanto, hoje, percebemos que ocorre uma crescente massificação desta frente de pesquisa, logo destacamos que “O estudo do papel da História da Matemática no desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Matemática tem crescido nos últimos anos, [...]” Nobre e Baroni (1999, p.135).

Portanto, a História da Matemática brasileira externaria suas práticas tanto técnicas, quanto metódicas, a partir dos encontros, a exemplo do: I Encontro Paulista de Educação Matemática, ocorrido em Campinas, 1989, entre outros. Além de que:

O movimento organizado em torno da História da Matemática tenha se intensificado visivelmente, sobretudo a partir da criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) no III Seminário Nacional de História da Matemática, ocorrido em março de 1999, na cidade de Vitória-ES.

(Miguel e Miorim, 2008, p. 10).

Sendo assim, o contexto brasileiro da História da Matemática emergia, lentamente, no processo de relação com a Educação Matemática. Logo, torna-se:

Importante ressaltar é a relação que há entre o desenvolvimento desta Ciência e sua divulgação e transmissão. Neste caso, encontra-se a Educação Matemática envolvida em todos os âmbitos: restrito às Academias, através de formação de novos matemáticos e professores de Matemática e nas Escolas Elementares, através de seu ensino.

(Nobre e Baroni, 1999, p. 131).

Entretanto, esta relação transpassa nos ambientes educativos e segue desde o ensino básico até o superior. E tem o professor como o seu disseminador. Com isso, observamos a fundamental importância deste educador matemático para as contribuições nas relações com a História da Matemática, pois ele exerce o papel de integrador entre a evolução dos conteúdos, suas aplicações e interações no hoje e no ontem da sociedade e, principalmente, no que se refere ao ensino-aprendizagem da matemática. Sendo assim,

Sua amplitude extrapola o campo da motivação e engloba elementos cujas naturezas estão voltadas a uma interligação entre o conteúdo e sua atividade educacional. Essa interligação se fortalece a partir do momento que o professor de matemática tem o domínio da história do conteúdo que ele trabalha em sala de aula.

(Nobre e Baroni, p. 132).

A ênfase dada a História da Matemática deve ser incorporada aos cursos de formação docente, pois é neste ambiente que atingimos os diversos âmbitos da Educação Matemática até chegarmos ao ensino-aprendizagem nas escolas. Mas, o que percebemos é que:

Em sua formação o professor não teve oportunidade de conhecer os pressupostos básicos acerca da História do Conteúdo que ele irá usar em suas atividades didáticas. [...], o professor não consegue estabelecer relações entre o conteúdo desenvolvido em sala de aula e sua história.

(Nobre e Baroni, 1999, p. 133).

Por outro lado, destacamos as ideias de Miguel e Brito (Cadernos Cerdas, 1996, p. 50) em que:

Ainda que tenhamos consciência de que o fato de se tentar imprimir historicidade às disciplinas de conteúdo matemático que fazem parte da formação do professor de matemática não possa, por si só, e a curto prazo, alterar significativamente o estado em que se encontra a educação matemática escolarizada, acreditamos que essa decisão é fundamental e necessária. Por meio dela, o licenciando seria beneficiado, uma vez que lhe seria dada a oportunidade de construir os seus conhecimentos de matemática dentro de uma perspectiva histórica e sociocultural. Todos nós sabemos que, durante a sua formação, os futuros professores de matemática recebem quantidades substanciais de informações relativas às matemáticas chamadas

superiores. Por outro lado, recebem pouca ou nenhuma informação histórica sobre as origens e o desenvolvimento das teorias que estudam ou sobre as motivações externas e internas que guiaram a criação e o desenvolvimento dessas teorias.

Diante do exposto e da análise realizada externamos a deficiência de pesquisas nesta frente de estudo. Suas problemáticas e relações entre a História da Matemática e a Educação Matemática deveriam ficar retidas na importância do ensino-aprendizagem de matemática, e na pouca frequência de qualificação de profissionais, por mais que, já, existam diversos cursos em todo o país sobre a História da Matemática, nas Universidades brasileiras, essa temática fica nas graduações e pós-graduações e não chegam ao Ensino Fundamental e Médio. E, por último, evidenciamos o seu potencial de crescimento por ser uma frente de pesquisa em ascensão.

Em nossos estudos tentamos trazer à tona a fundamental importância da História da Matemática na formação do professor de Matemática, sendo assim, necessário compreendermos melhor essa frente, buscamos nas normas nacionais o que elas versam sobre essa temática, como veremos a seguir. Além de que, elas darão suporte para o real intuito deste trabalho que é analisar como a história dos numerais, em especial a do zero, está presente nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental do PNLD – 2008.

2.4. Os Livros Didáticos e a História da Matemática como fontes referenciais

Na Educação Matemática tivemos várias construções para intensificar, ampliar, desenvolver e constituir o ensino de Matemática. Algumas delas na Mesopotâmia, outras no Egito, que já apontavam, rusticamente, para um ensino de Matemática com exercícios e manuais para o uso dos professores, como vimos anteriormente. E sobre isso, destacamos o que ocorreu com a disseminação dos Livros Didáticos, que desde o século XVIII, começaram a fazer parte do desenvolvimento da Matemática e, principalmente, da Educação Matemática. Nesse período, o processo de massificação transcorreu constante e significativamente, em diversas partes do planeta, e “foi por excelência uma era de livros didáticos de matemática, e nunca antes haviam aparecido tantos livros em tantas edições” (Boyer, 1996, p. 317). Por isso, esse momento histórico mundial é de fundamental importância para a Matemática, que agrega mais um recurso técnico na difusão do conhecimento matemático e na utilização deste nas salas de aula pelos professores.

A partir dessas ações, os Livros Didáticos de Matemática passaram a ter um destaque essencial para a propagação do ensino escolar. Sendo assim, os mecanismos educacionais teriam que se adequar, para transformar o ensino de Matemática e para recriarem as recentes relações que se constituíam.

Os Livros Didáticos fariam parte de novas estruturas pedagógicas da Educação Matemática que apontavam para mais um recurso do ensino que utilizava diversos métodos e técnicas para ensinar Matemática, dentre esses, destacamos a História da Matemática, que se integrava, a priori, como um instrumento de auxílio nas aulas de Matemática. A História da Matemática, por sua vez, seria uma grande área de estudo que, também, afloraria naquele período, como percebemos um pouco antes. Mas, ela demonstrou possuir um excelente potencial para construção pedagógica sobre variados pontos de vista, além de, restabelecer e aproveitar interrelações da própria Matemática, com o seu resgate histórico até ações para expansão de conceito.

Nesse sentido, externamos o que nos diz Miguel e Miorim (2008):

O ponto de vista de que a história constitui uma fonte de métodos adequados para a abordagem pedagógica de certas unidades ou tópicos da Matemática escolar tem se manifestado na literatura, pelo menos, desde o século XVIII. De fato, um tal ponto de vista já se manifestava na obra, *Elémens de géométrie*, de Alex Claude Clairaut, considerada por muitos autores como aquela que, pela primeira vez, apresenta um posicionamento explícito acerca de uma relação específica entre a história da Matemática e a Matemática escolar. (p. 33)

E isso, reforça o entendimento de que a História da Matemática e a Matemática Escolar estavam próximas e integrariam uma junção no processo pedagógico do ensino-aprendizagem da Matemática.

Por outro lado, a História da Matemática desta era, recorreria à evolução e a interação dos conhecimentos matemáticos, para transformar os conteúdos, em algo dinâmico, ativo, constante e inovador nas diversas esferas do saber. Por isso, ela seria uma referência metódica e pedagógica, estando presente, nos mais variados mecanismos de ensino, como, por exemplo, nos Livros Didáticos.

No entanto, o ensino de Matemática tinha o papel de difundir as relações existentes entre esses novos processos pedagógicos do saber matemático, ou seja, entre os Livros Didáticos, que auxiliam o professor e, principalmente, o aluno na compreensão dos conceitos e a História da Matemática, que reitera e intensifica a formação do conhecimento nos centros secundários e superiores de ensino.

A expansão dos Livros Didáticos se consolidaria, efetivamente, no século XIX, com as transformações pedagógicas deste período e “com a constituição dos estados nacionais e com o desenvolvimento, nesse contexto, dos principais sistemas educativos, o livro didático se afirmou como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes” (Choppin, 2004, p. 553). Com isso, este movimento se integraria e faria parte de uma disseminação mundial, que abrangeria diversos países, inclusive o Brasil, e em várias regiões do globo.

No Brasil, este movimento, iniciou-se, após a chegada da família real portuguesa, em 1808, em terras brasileiras, em que, teríamos um processo de reorganização da Educação, como vimos anteriormente. Essa reestruturação ocorreu desde o ensino secundário até a implantação do ensino superior, com as universidades. Diante, deste cenário observamos e destacamos a presença dos Livros Didáticos mais contundentes no ensino de Matemática. E um dos autores brasileiros de destaque neste processo foi Cristiano Benedito Ottoni (1811-1896) que trouxe relatos e discussões sobre uma teoria acerca das quantidades negativas para a sala de aula.

Entretanto, nesse cenário nacional, nos ateremos aos Livros Didáticos de Matemática, especialmente, na utilização da História da Matemática como recurso pedagógico presente nestas publicações. E sobre essa temática trazemos o que nos dizem Miguel e Miorim (2008):

Em livros didáticos de matemática brasileiros mais antigos, particularmente do final do século XIX e o começo do XX, localizamos também a presença de elementos históricos. Nesses livros, encontramos, em geral em nota de rodapé, algumas observações ou comentários acerca de temas e personagens da história da matemática. (p. 28)

Com isso, as presenças históricas dos conceitos matemáticos, já, se faziam evidentes nos textos matemáticos dos Livros Didáticos, ainda que, inibidas ou, até restritas, como foi proclamado acima. Por outro lado, se constituía um potencial dinâmico e eficiente no ensino de Matemática, pois a História da Matemática demonstrava, inicialmente, possuir recursos ativos e atrativos para serem utilizados nas diversas salas de aula. Logo, “É possível considerar que a história pode ser um elemento orientador na elaboração de atividades e situações-problema, de seleção e seqüenciamento de tópicos de Matemática em Livros Didáticos, sem que elementos históricos sejam explicitamente colocados.” (Miguel e Miorim, 2008, p. 44).

Sendo assim, no século XX, os Livros Didáticos foram difundidos e integravam as bases da educação escolar primária e secundária, nos diversos países, ou seja,

O Livro Didático está histórica e geograficamente determinado, é um produto de um grupo social e de uma época determinada. Eles são objetos complexos cujas marcas características, e sua evolução histórica; são resultados de um grande número de parâmetros, cuja natureza é diferente.

(Bianchi, 2006, p. 6).

Nesse sentido, o caráter permanente tanto social, quanto político deste mecanismo expressaria sua referência no contexto de ensino de Matemática. E ele “pode ser o reflexo mecânico dos enunciados curriculares ou o centro da atividade escolar, o verdadeiro guia do professor, até transformar o planejamento da Unidade escolar”, ou seja, “O Livro Didático é produzido e está sujeito a favorecer a aprendizagem” (Bianchi, 2006, p. 6).

Apontam nesse mesmo intuito as ideias de Freitag (1997, p. 111), em que:

O livro didático não funciona em sala de aula como um instrumento auxiliar para conduzir o processo de ensino e transmissão de conhecimento, mas como o modelo-padrão, a autoridade absoluta, o critério último de verdade. Neste sentido, os livros parecem estar modelando os professores.

(apud, Pereira; Pereira e Melo, 2007, p.2)

Diante dessas constatações sobre o Livro Didático e, principalmente, de sua fundamental importância para a Educação Escolar como um todo, voltamos a evidenciar a utilização e a abordagem da História da Matemática nos mesmos. Alguns pesquisadores, já, realizaram estudos sobre essas abordagens nos Livros Didáticos, dentre eles, temos Carlos Roberto Vianna (1995) e Maria Isabel Zanutto Bianchi (2006).

Vianna (1995) destaca variadas inserções nos Livros Didáticos da História da Matemática e as classifica em: Motivação, Informação, Estratégia Didática e o Uso Imbricado. Cada uma com suas peculiaridades e com suas significações, mas não nos deteremos em expressá-las neste momento.

Bianchi (2006), por sua vez, categoriza essa presença da História da Matemática em Livros Didáticos em dois blocos. O primeiro referente à Parte Teórica que é dividida em: Informação Geral, Informação Adicional, Estratégia Didática e Flash; já, o segundo faz referência as categorias presentes nas Atividades que são: Informação, Estratégia Didática e Atividade Sobre a História Da Matemática.

Essas pesquisas foram realizadas, em momentos diferentes, e com intuítos diferentes que indicam uma perspectiva da História da Matemática nos Livros Didáticos. Elas enaltecem e fortalecem o que coloca Choppin (2004, p. 549) que, “(...) os livros didáticos vêm suscitando um vivo interesse entre os pesquisadores de uns trinta anos para cá”.

As publicações sobre o tema despertaram-nos inquietações, ou seja, como essa História da Matemática estaria presente nos Livros Didáticos atuais? Em que dimensões essa HM influenciaria nas aulas de Matemática? Os professores estariam preparados para explorá-la? E como a história do zero estaria presente nesses livros? Diante de tantas indagações e com um potencial a ser explorado é que iniciamos nossos estudos sobre a história do zero nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental.

Entretanto, veremos posteriormente essas abordagens em algumas coleções analisadas, mas para entendê-las necessitamos diagnosticar, primeiramente, como os Livros Didáticos de Matemática brasileiros são constituídos e formulados. E para isso, passaremos a conhecer um pouco mais sobre os mesmos, através do Programa Nacional do Livro Didático.

2.5. O Programa Nacional do Livro Didático e a História da Matemática

Os Livros Didáticos no Brasil acompanharam de certa forma, o desenvolvimento da Educação, não em todos os momentos, mas principalmente, a partir do século XIX, como foi abordado anteriormente. E isso, se deu através da implantação do Colégio das Fábricas, das Casas de Educandos e Artífices, dos Liceus de Artes e Ofícios e, posteriormente, das Escolas de Aprendizes Artífices, destinadas aos mais humildes, em que foram constituídas e consolidadas as nossas bases educacionais e que iniciaram a utilização dos Livros Didáticos nas aulas de Matemática. Entretanto, o grande passo para o estabelecimento educacional ocorreu com a Reforma Francisco Campos, instituída pelos Decretos Federais nº 19.890, de 18 de abril de 1931, e 21.241, de 4 de abril de 1932, que regulamentavam a organização e estruturação do ensino secundário, além, do Decreto Federal de nº 20.158/31 que organizava o ensino profissional comercial.

Com isso, nós teríamos um sistema educacional formado e atuante. Porém, o governo brasileiro criou, em 1929, antes desta reforma, um órgão específico para legislar sobre as normas dos Livros Didáticos, que foi Instituto Nacional do Livro (INL). Órgão responsável por disseminar e auxiliar a produção brasileira de livros. No entanto, apenas em 30 de dezembro de 1938, através do Decreto-Lei nº 1.006, é que se institui a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo o controle de produção e de circulação de Livros Didáticos no Brasil, o que acarretaria em uma ampliação da utilização dos Livros Didáticos e em consequência, já, teria, neste período, algumas pesquisas sobre a História da Matemática nos Livros Didáticos, como evidenciamos no Capítulo 1.

Após várias mudanças como, por exemplo, a extinção do INL e em detrimento as novas adequações sócio-políticas no cenário brasileiro, em 19 de agosto de 1985, o Decreto nº 91.542, regulamenta e intitula o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que substitui o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef). O novo programa contém alterações, como: os livros agora são indicados pelos professores e extinção do livro descartável, entre outras. Nesse contexto, a História da Matemática estava integrada e participava ainda com pouco destaque.

No entanto, com a universalização gradativa da distribuição do Livro Didático no Ensino Fundamental, em 1995, a disciplina de Matemática foi contemplada, além de outras. Sendo assim, o Livro Didático atingiria grande parte dos brasileiros e das brasileiras, ou seja, mereceria maior apoio e controle sobre os órgãos competentes. Ou seja, necessitaria de adequações estruturais, daí:

A necessidade de reformulação do PNLD apóia-se, fundamentalmente, na busca de superação dos limites pedagógicos próprios de um processo de transição entre diferentes paradigmas educacionais. As atuais exigências sociais impõem a revisão de paradigmas. Essas novas exigências encontram-se representadas, em especial, na nova Lei de Diretrizes e bases da Educação Nacional (LDB) e nas novas Diretrizes Curriculares para o Ensino Fundamental emanadas do Conselho Nacional de Educação (CNE).

(Batista, 2000, p. 22, apud Bianchi, 2006, p. 15)

Posteriormente, inicia-se a avaliação pedagógica dos livros incluídos no PNLD, que é aplicada até hoje. Logo em seguida, temos o Guia do Livro Didático, implantado em 1999, em que, reuniria as coleções de livros adotadas e classificadas pelo Ministério de Educação e Cultura com condições satisfatórias estabelecidas pelos competentes e que seria de três anos a vigência dessas coleções nas escolas. Em 2002, teríamos a segunda edição e, conseqüentemente, em 2005, a terceira edição.

E nesse, período de tempo, com tantas adequações e mudanças como vimos, a História da Matemática ganharia força e se constituiria, definitivamente, como recurso pedagógico e como área de estudo nos Livros Didáticos. Entretanto, aqui nos aterremos, no Guia de Livro Didático de 5ª a 8ª série do PNLD 2008 – Matemática, pois é nele que concentramos nossos esforços analíticos.

O Guia de 2008 traz 16 coleções de Matemática aprovadas no PNLD/2008, além das resenhas. Cada uma com suas características e peculiaridades, no entanto, o livro é um instrumento fundamental nas aulas de Matemática. Por isso,

Um livro didático deve oferecer informações e explicações sobre o conhecimento matemático que interfere e sofre interferências das práticas sociais do mundo contemporâneo e do passado. Também deve conter uma proposta pedagógica que leve em conta o conhecimento prévio e o nível de escolaridade do aluno e que ofereça atividades que o incentivem a participar ativamente de sua aprendizagem e a interagir com seus colegas. Além disso, o livro precisa assumir a função de texto de referência tanto para o aluno, quanto para o docente.

(Guia de Livro Didático do PNLD 2008 – Matemática, p. 9)

Mais uma vez, fica evidente a importância dos Livros Didáticos nas aulas de Matemática. Diante desta fundamental dependência, nos inquietava a seguinte pergunta: como a História da Matemática estava presente neste PNLD? Sendo assim, buscamos compreender, detalhadamente, essa situação. E nos aspectos-metodológicos deste guia, na parte de contextualização (p. 23), detectamos que os conhecimentos Matemáticos estariam de forma significativa se trouxessem a História da Matemática, além de outras áreas.

Em outros momentos, ela aparece nas coleções no uso de contextos (p. 37), em que, são introduzidas para: apresentar fatos históricos para desenvolver o ensino e a aprendizagem da Matemática e para aproveitar aspectos históricos para desenvolver o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Além de todos esses destaques sobre a utilização e a presença da História da Matemática no Guia de 2008, ele, ainda retrata com bastante ênfase que:

A História da Matemática vem sendo cada vez mais utilizada nos livros didáticos, tanto como fonte de referências isoladas e curiosas, quanto para auxiliar o aluno a compreender, adequadamente, o desenvolvimento dos conceitos matemáticos ao longo da evolução da humanidade. No entanto, são poucos os usos de aspectos históricos para facilitar o entendimento de conceitos matemáticos, como é o caso do apelo a sistemas de numeração antigos, para se entender as características e propriedades do sistema decimal. Há de se observar também que, em algumas coleções, a falta de cuidado com a informação histórica ainda se verifica.

(Guia de Livros Didáticos do PNLD/2008 - Matemática, p. 38)

Portanto, constatamos que a História da Matemática faz parte dos Livros Didáticos, do cotidiano dos professores, dos alunos, dos pesquisadores que se interessam por essa área do conhecimento, entre tantos outros. Mas queremos ir além, necessitamos analisar algumas das 16 coleções de Matemática aprovadas no PNLD/2008, dentre elas serão observadas a coleção *Matemática e realidade* de Iezzi, Dolce e Machado e a coleção *Projeto Araribá – matemática* da Editora Moderna. Nessas coleções, em especial, será investigado a abordagem da história do zero. Porém, precisamos entender, também, sobre outros mecanismos da Educação brasileira, um deles são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Nos Parâmetros nos

aterremos na História da Matemática no terceiro ciclo do Ensino Fundamental, como assim segue.

2.6. Os Parâmetros Curriculares Nacionais e a História da Matemática no terceiro ciclo do Ensino Fundamental

No Brasil, a Constituição, de 05 de outubro de 1988, regulamenta as diversas esferas da República Federativa do Brasil, os direitos e os deveres são algumas diretrizes dos concidadãos brasileiros. Ela garante, também, como direito de todos os brasileiros e aos estrangeiros que residem aqui, no seu Título VIII, Capítulo III e Seção I, Da Educação (arts. 205 a 214), que a Educação é um direito de todos e visa o desenvolvimento pessoal, o preparo para o exercício da cidadania e a qualificação para o trabalho. Porém, necessitávamos de legislação de regulamentasse esse direito. Atualmente, ele é regido pela lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996, mais conhecida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB, que estabelece as diretrizes e bases da educação escolar nacional, e por outros mecanismos jurídicos.

Dentre estes temos os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998) que tentam construir uma referência para o Ensino Fundamental, sendo esta discutida e traduzida em propostas regionais, estaduais e municipais; garantindo a todos os alunos, independentemente, da sua localização nacional, situação econômica, social, cultural ou pessoal, o direito a educação e a ter acesso aos saberes indispensáveis para a sua formação cidadã.

Com isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais trazem diversas características gerais, dentre elas, destacamos uma: ampliar a visão de conteúdo para além dos conceitos, inserindo procedimentos, atitudes e valores como conhecimentos tão relevantes quanto os conceitos tradicionalmente abordados (p. 11). Diante disso, em nosso trabalho nos atemos às contribuições relevantes ao ensino de Matemática e suas orientações gerais, ou seja, como podemos explorar e abordar a Matemática na sala de aula.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Terceiro Ciclo, o alunado presente neste período escolar tem entre 11 e 12 anos de idade, ou até mais velhos a depender de cada caso, ou seja, são crianças e adolescentes que tem aflorado curiosidades, inquietações, questionamentos, dúvidas, conhecimentos culturais renovados, práticas técnico-informacionais, entre outras. O ensino de Matemática, por sua vez, é tido como ferramenta fundamental para a formação humana e detém características singulares que auxiliam na

compreensão do entorno da vida cotidiana dos educandos, na resolução de problemas, no espírito de investigação, na construção indutiva e dedutiva da lógica matemática, além de tantas outras situações.

Sendo assim, a Matemática está presente nas mais variadas e dinâmicas atividades humanas e naturais. Nas práticas sociais a Matemática está, fortemente, presente como destacam os PCN nos temas transversais, que são: Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Pluralidade Cultural e Trabalho e Consumo, dentre tantas outras que poderíamos explicitar.

Ressaltamos, ainda, que para falarmos de Matemática e, principalmente, para ensiná-la precisamos conhecê-la nas suas principais estruturas e construções. Por isso, devemos ter suficientes e necessários, conhecimentos sobre suas áreas de estudo que são: Álgebra, Aritmética e Geometria. Mas, para compreendê-las buscamos outras fontes de recursos, principalmente, para ensiná-las. Diante dessas inquietações externamos o que os PCN relatam sobre esses recursos que são as relações professor-aluno e aluno-aluno, o professor e o saber matemático e o aluno e o saber matemático. E, por outro lado, evidenciam os objetivos de Matemática para o Terceiro Ciclo, que são diversos e dinâmicos e podem ser encontrados em PCN (1998, p. 64).

Porém, os recursos existentes para o ensino de Matemática são variados e diversos, ou seja, temos a Educação Matemática como norteadora das formações de ensino matemático. A Educação Matemática, por sua vez, tem várias vertentes de estudo e de ensino da Matemática. Sendo composta e dividida por vários eixos, dentre os principais, temos: Etnomatemática, História da Matemática, Jogos Matemáticos, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Tecnologias da Informação. Nesse estudo centraremos nossas atenções na História da Matemática e sua importância para o ensino e desenvolvimento da Matemática no âmbito do Ensino Fundamental, com atenção especial para o terceiro ciclo.

Para isso, trazemos os Parâmetros Curriculares Nacionais que enaltecem a importância da História da Matemática no “fazer Matemática” em sala de aula e trazem-na como ferramenta importante para construção dos conceitos e para detectar suas evoluções histórico-culturais transformando-a, assim, em algo vivo e dinâmico, fazendo com que os alunos possam acompanhar o desenvolvimento abstrato pelo qual a Matemática transcorreu, nos diversos períodos históricos da humanidade e do conhecimento matemático. Além de que, a História da Matemática pode ser utilizada nos vários blocos de conteúdos citados nos PCN

que são: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação.

Portanto, a História da Matemática transforma-se em algo fundamental para as salas de aulas e para a Matemática, principalmente, por externar a evolução do conhecimento matemático e ajudar na sua compreensão epistêmica. Os PCN do Terceiro Ciclo indicam utilizações significativas da História da Matemática no bloco de números e operações. Sobre isso, destacamos PCN (1998):

Nos terceiro e quarto ciclos os problemas relacionados à evolução histórica dos números podem ser usados como interessantes contextos para ampliar a visão dos alunos sobre os números naturais, não apenas relatando como se deu essa evolução, mas explorando as situações com as quais as civilizações antigas se defrontaram, como: as limitações dos sistemas não-posicionais, os problemas com a representação numérica antes do surgimento do zero, os procedimentos de cálculo utilizados pelas civilizações suméria, egípcia, grega, maia, chinesa etc. (p. 96)

Logo, a História da Matemática mostra seu papel como área de conhecimento primordial para a compreensão matemática e para seu aprimoramento metódico e científico no âmbito escolar. E, mais uma vez, temos que:

Mostrar que a história dos números está ligada à das necessidades e preocupações de povos que, ao buscar recensear seus membros, seus bens, suas perdas, ao procurar datar a fundação de suas cidades e as suas vitórias, usando os meios disponíveis, construíram interessantes sistemas de numeração. Quando foram além e se impuseram a obrigação de representar grandes quantidades, como exprimir a quantidade de dias, meses e anos a partir de uma data específica ou de tentar fazer os cálculos utilizando os próprios símbolos do sistema, foram colocados no caminho da numeração posicional.

(PCN, 1998, p. 96)

A História da Matemática enaltece sua participação no ensino-aprendizagem dos alunos e demonstra está presente nas indicações dos Parâmetros Nacionais como mecanismo fundamental para professores utilizarem em salas de aulas. Por isso, trazemos suas contribuições a tona, ou seja, fazemos as relações do conceito puro e acabado para a elaboração e construção ativa e constante da matemática escolar.

Os números, por sua vez, merecem uma abordagem e um destaque especial, mediante suas aplicações em torno da formação dos conceitos iniciais da Matemática, por isso:

Destacam-se os aspectos relacionados à complexidade do conteúdo envolvido, tais como: Compreensão das relações de inclusão - que caracterizam o sistema decimal - como saber quantos agrupamentos de

dezenas ou de centenas são necessários para se construir a dezena de milhar; Leitura dos números - que implica a compreensão de regras estabelecidas para a formação das classes - agrupamentos de mil (milhares, milhões, bilhões, trilhões...); Valor posicional dos algarismos na escrita numérica - que nem sempre é percebido: mesmo alunos que sabem escrever números corretamente, muitas vezes não os sabem interpretar, afirmando, por exemplo, que 2.343 é próximo de 2.340, mas não reconhecendo que em 2.343 há 234 dezenas.

(PCN, 1998, p. 97).

Ou seja, a História da Matemática representaria a interação dos conteúdos matemáticos e seguiria no auxílio da compreensão e da formação conceitual, como um mecanismo atuante e dinâmico, a exemplo dos números negativos, em que:

A análise da evolução histórica dos números negativos mostra que por muito tempo não houve necessidade de pensar em números negativos e por isso a concepção desses números representou para o homem um grande desafio. O uso pioneiro dos números negativos é atribuído aos chineses e aos hindus, que conceberam símbolos para as faltas e diferenças “impossíveis” (dívidas). A adoção do zero teve um papel-chave na construção dos inteiros, possibilitando operar com grandezas negativas, mudando o caráter de - zero-nada - para - zero-origem -, favorecendo, assim, a idéia de grandezas opostas ou simétricas.

(PCN, 1998, p. 97)

Entretanto, como percebemos a História da Matemática é parte integrante dos mais variados conceitos e contextos matemáticos. E nos Parâmetros Curriculares Nacionais, em especial os do Terceiro Ciclo, ela, também, é parte integrante e repassa a sua fundamental importância para o ensino de Matemática como vimos, anteriormente. Por isso, entendemos e destacamos que o ensino, a aprendizagem e a avaliação de Matemática deveriam conter como base de sustentação e formação a História da Matemática, mas ela, não apenas como notas históricas ou contextos superficiais. Teríamos, sim, ela como área de conhecimento conduzindo e transformando os conceitos matemáticos desde as suas raízes históricas e culturais, até tê-la como mecanismo de comparação cronológica e social da evolução dos numerais nos Livros Didáticos e na própria Matemática, como assim segue.

CAPÍTULO 3

A HISTÓRIA DO ZERO NOS LIVROS DIDÁTICOS

O zero por ser constituído de propriedades específicas e está presente nos diversos conteúdos matemáticos nos chamou a atenção. Com isso, buscamos os seus mais amplos significados partindo desde a sua história até suas abordagens nos Livros Didáticos. Mas, para compreendê-los transcorremos os caminhos da história dos numerais e suas relações sociais, da história do zero e das abordagens do zero nos Livros Didáticos. Logo, veremos a seguir suas características principais.

3.1. A história dos numerais e sua importância sociocultural nas aulas de matemática

Desde os primórdios das civilizações antigas percebemos que havia diversas manifestações sociais e culturais presentes nas suas atividades. E uma delas seria a constituição e utilização dos numerais. Mas, o que levou os seres humanos a criarem os números? Quais foram as suas necessidades para representar as coisas em símbolos? Nossa imaginação nos leva a pensar que em algum momento da história dos seres humanos sentiu-se a necessidade de contar pessoas, animais, objetos, elementos, bens acumulados, entre outros objetos, no entanto, essas civilizações são diversificadas e detém de costumes culturais específicos, nesse sentido, segundo Gerdes (1989):

As primeiras sociedades humanas foram as de caçadores e recolectores, e abrangem um período de 500.000 a 1 milhão de anos. Inicialmente os homens ainda não dispunham duma noção explícita de número, mas já aprendiam a tirar determinadas conclusões importantes para a reprodução da sua vida, conclusões às quais, actualmente, se chamam quantitativas. Assim por exemplo, foram aprendendo a *estimar quantidades* de comida: para hoje já capturamos bastantes animais ou não; para hoje já colhemos frutos suficientes ou não. Este processo de aprender a estimar foi possível na base de, por um lado, a *constituição biológica* do homem, e, por outro, a *experiência acumulada* ao comparar os resultados do trabalho dum dia com os dos dias anteriores. (p. 38, grifos do autor)

Neste sentido, “A origem do conceito de número é histórica” (Gerdes, 1989), por outro lado, segundo Almeida (2001, p. 120) “A humanidade começou a se preocupar com números quando necessitou de um processo de contagem”, ou seja, a partir das necessidades sociais e culturais de cada civilização. Porém, hoje, ainda temos poucos estudos sobre essa temática. O que externa, fortemente, as indagações sobre as origens dos números.

Entretanto, existe um processo anterior ao de contagem, algo mais intrínseco e próprio dos seres humanos, ou seja, relacionado com capacidades cognitivas, que, segundo Tobias Dantzig,

O Homem, mesmo nas mais baixas etapas do desenvolvimento, possui uma faculdade que, por falta de um nome melhor, chamarei de *Senso Numérico*. Essa faculdade permite-lhe reconhecer que alguma coisa mudou em uma pequena coleção quando, sem seu conhecimento direto, um objeto foi retirado ou adicionado à coleção.

(Dantzig, 1970, p. 15 *apud* Almeida, 2001, p. 120, grifos nossos)

Almeida (2001), sobre o exposto, nos diz que:

O senso numérico do homem dificilmente vai além de quatro, independentemente do seu grau de cultura e da raça a que pertença. Para ultrapassar essa fronteira, necessita dos processos de contagem. A raça humana dispõe, por conseguinte, de uma certa intuição direta de número, limitada, congênita, que precede a necessidade do emprego de processos de contagem. (p. 121, grifos nossos)

Além disso, destacamos Ifrah (1997, p. xvii) “O homem, então incapaz de conceber os números em si mesmos, não sabia ainda “contar”. No máximo era capaz de conceber a unidade, o par e a multidão”, que aponta, mais uma vez, para a capacidade inata dos seres humanos em possuir cognição numérica.

Observamos, então, que se tinha o anseio de inventar ou criar uma forma, um modo de fazer a representação da contagem, pois ela se tornava fundamental. Logo, nos detemos em outras inquietações: como os nossos antepassados representavam os numerais? E sobre isso, Almeida (2001) relata que nas suas origens existem algumas divergências. Mas, não nos ateremos neste sentido, de especificar as peculiaridades de cada uma delas, buscaremos nesta explanação as relações histórico-sociais da história dos numerais na sociedade.

Por outro lado, Miorim (1998) nos lembra que os números foram desenvolvidos neste período da história por inevitáveis necessidades do meio grupal:

O conceito de número surgiu, possivelmente, da necessidade de estimar quantidades, sejam elas de alimentos, de animais ou de pessoas. O seu desenvolvimento, no entanto, aconteceu de forma muito lenta, desde a percepção de diferenças e semelhanças entre coleções de objetos com características diferentes e o estabelecimento de correspondências biunívocas entre esses objetos, até a representação de quantidades, por meio de coleções de pedras, de riscos em pedaços de pau ou em ossos, ou de técnicas digitais e corporais. (p. 6)

Nesse mesmo sentido, Eves (2004) expõe que:

O conceito de número e o processo de contar desenvolveram-se tão antes dos primeiros registros históricos (há evidências arqueológicas de que o homem, já há uns 50.000, era capaz de contar) que a maneira como ocorreram é largamente conjectural. Não é difícil, porém, imaginar como isso provavelmente se deu. É razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, pelo menos ao ponto de reconhecer *mais* e *menos* quando se acrescentavam ou retiravam alguns objetos de uma coleção pequena, pois há estudos que mostram que alguns animais são dotados desse senso. Com a evolução gradual da sociedade, tornaram-se inevitáveis contagens simples. (p. 25)

Essas civilizações estavam organizadas com grupos dominantes responsáveis por administrar as principais tarefas das cidades e para as outras classes eram distribuídas o restante das funções: marceneiros, agricultores, entre outros. Porém, aqui nesta contextualização não nos ateremos a tantas outras características das civilizações, buscaremos o foco no ensino da matemática.

Por isso, nesse período da história iniciaram as trocas comerciais e observou-se que se fazia necessário registrá-las, e os governantes iniciaram o processo de registro dessas atividades, ou seja, entraríamos nos primórdios de uma escrita estruturada e intencional, para fins específicos. Daí surgia a escrita em tábuas de argila, dando, origem a escrita cuneiforme, pois eles apertavam cunhas na argila para dar formato aos registros.

Nesta perspectiva, Mendes (2004, p. 187) retrata que “os primeiros sistemas de escrita surgiram com a finalidade de representar aspectos cognitivos referentes ao exercício do cálculo: acúmulo, cobrança, divisão e distribuição da riqueza produzida e acumulada pela sociedade humana”. Agora, diante dessa forma de registrar a contabilidade, as técnicas matemáticas floresceriam com o registro dos números. Mas, as operações matemáticas necessitariam de auxílio, pois os registros dos números eram rudimentares.

Percebemos que os numerais são partes indissociáveis do desenvolvimento da humanidade, por isso, sua importância sociocultural e também Matemática. Entretanto, após constatarmos seu potencial e um pouco da sua constituição como saber matemático, iniciamos explorar este potencial nas aulas de Matemática, e sobre essa temática destacamos o que Mendes (2004) nos diz:

Ensinar conceitos numéricos não é somente levar o aluno a resolver operações e problemas aritméticos que, muitas vezes são representados artificialmente. É necessário, sempre que possível, incorporar aspectos socioculturais que possam dar significado a essas operações e problemas. Desse modo, é bastante salutar dar ao aluno oportunidade de vivenciar experiências significativas, num ambiente de segurança e imaginação matemática criativa.

(Mendes, 2004, p. 203)

A partir daí, como seria utilizar a história dos numerais nas aulas de Matemática? Os professores estariam capacitados para utilizá-la? E os Livros Didáticos como abordam esse tema? Vimos, anteriormente, que tantos os Livros Didáticos como Parâmetros Curriculares Nacionais indicam a utilização da História da Matemática nas aulas de Matemática. No entanto, essas perguntas e outras tantas que poderiam surgir fazem parte de qualquer investigação científica, logo, vamos responder algumas mais adiante.

Os numerais, por sua vez, estão integrados em nossas vidas e nas nossas práticas, e poderíamos construir vários textos sobre cada um deles com suas características e peculiaridades tanto para utilizá-las em sala de aula, quanto para constituição do saber. Salientando, ainda que cada numeral possui “história”, como percebemos, por exemplo, em Ifrah(1997) e Mendes(2004), que retratam alguns numerais, nós destacaremos em especial o zero.

Aterremo-nos, principalmente, na história do zero, por ele está entre o fim e ao mesmo tempo o início da história dos numerais, que segundo Ifrah (1997, p. xvi) “Se se quisesse esquematizar a história das numerações dir-se-ia que é todo o caminho que separou o Um do Zero, conceitos que se tornaram depois os símbolos da nossa sociedade técnica”. Nesse sentido, o zero se torna destaca e demonstra possuir características especiais tanto históricas como práticas. As primeiras voltadas para o desenvolvimento do conceito e do símbolo, e as segundas voltadas para utilização desse conceito na própria Matemática, tanto escolar, quanto técnica investigativa.

Apontando para a mesma intenção, e buscando externar os conceitos do zero, evidenciamos, novamente, Ifrah (1997, p. xvi) que alerta “Ora, do zero à unidade há apenas um passo que transpomos hoje alegremente, com essa pseudo-certeza inculcada pelos especialistas da ciência informática tanto quanto por nossos professores de matemática moderna, o de que o vazio sempre precedeu a unidade”. Tomando essa indicação de falsa certeza da antecedência e das potencialidades do zero, é que exploraremos mais detalhadamente, sua história, sua utilização pedagógica e suas abordagens nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental.

3.2. O zero: de ocupante de lugar para a mais perfeita abstração matemática

Os numerais como vimos, anteriormente, foram desenvolvidos devido à necessidade dos povos antigos de representar seres, objetos, trocas comerciais, contabilizar as riquezas,

fenômenos astronômicos, rituais culturais, entre outras coisas, ou seja, acompanharam o desenvolvimento histórico da humanidade. Percebemos a priori, que o processo de construção dos conceitos de numerais foi lento e gradativo, desde um Senso Numérico até os sistemas de contagem organizados. Além disso, destacamos que cada civilização constitui um sistema de comunicação numérica, uns organizados outros desprovidos de estruturas complexas.

Os nossos antepassados criaram e aperfeiçoaram os numerais e algumas de suas aplicações, sendo assim, é importante salientar que nem sempre os números foram representados do mesmo modo que escrevemos ou representamos hoje. Dessa forma a escrita dos números foi se modificando e evoluindo com o passar dos séculos e séculos de descobertas e aperfeiçoamentos, até chegarmos à atual forma de escrita.

Mediante as evoluções e descobertas, concentramos nossos esforços em descobrir, desvendar, desmistificar, esclarecer e explorar a origem do zero e suas potencialidades. E diante, principalmente, de algumas inquietações iniciais que nos rodeavam como: será que os números foram criados de forma igual? Ou foram constituídos de forma diferente? Como criaram? Concomitantemente visto no capítulo anterior. Apontando para o mesmo sentido, muitas vezes, nos perguntamos: o zero foi criado? Quem criou? Quando? Como seria representar o que inexistente em um símbolo? Por que este símbolo representa o “número nulo”? A partir disso, nos detemos em investigá-lo, consideramos os estudos realizados por Ifrah (1997), Berlingooff e Gouvêa (2008) e Padrão (2008), eles relatam direta ou indiretamente, sobre a origem do zero e sua evolução histórica nas diversas civilizações antigas.

A história do zero, por sua vez, segue um pouco diferente da ótica atual, de posição e tempo, porque vimos que as primeiras representações de quantidades estavam associadas à natureza, a objetos, a animais, a contabilidade, a rituais. Entretanto, a do zero estava dissociada deste primeiro momento, pois os sistemas de contagem representavam matérias, coisas concretas, ou pequenas abstrações numéricas, que se consolidariam em processos complexos e dinâmicos conseqüentemente. Nesta perspectiva, trazemos o que nos diz Ifrah (1997):

Ora, do zero à unidade há apenas um passo que transpomos hoje alegremente, [...]. Não se sonha, contudo, um só instante que se trata aí na realidade do passo de um hiper-gigante temporal separando a invenção do número “um”, primeiro de todos os números mesmo no plano cronológico, da do zero, última invenção maior desta história. Portanto é a história da humanidade inteira que separa, de trás para frente, o tempo em que o homem percebeu que o vazio era sinônimo de “nada” do tempo em que descobriu o significado da unidade, tomando consciência da sua própria solidão face à vida e à morte [...]. (p. xvi)

Com isso, percebemos que o que temos hoje com tanta naturalidade e destreza no nosso sistema decimal, significa nada mesmo do à história dos numerais “de trás para frente”. Logo, detectamos a importância do zero nos sistemas de numeração, a fundamental constituição para a Matemática e a relevância de esclarecermos esses conceitos muitas das vezes esquecidos pelos matemáticos e, principalmente, pelos professores de Matemática.

Retomando a história, de todas as civilizações existentes na superfície terrestre e nos mais profícuos lugares que se tenham notícias de vida humana, apenas em quatro delas havia a presença do zero. Dentre elas, temos a babilônica, a maia, a chinesa e a indiana. Cada uma com suas características e singularidades.

Os primeiros vestígios, até hoje encontrados, sobre o zero ocorreram na Mesopotâmica, e segundo Berlingooff e Gouvêa (2008) a história do zero começou lá, em algum momento antes do século IV a.C., para Ifrah (1997, p. 312) se transcorreu no século III a.C., devido, principalmente, ao fato de que “o zero estava ausente dos textos científicos contemporâneos da Iª dinastia babilônia”, nesse contexto de incerteza, permanece a conjectura da existência em épocas anteriores.

Entretanto, não se sabe exatamente quando aconteceu, sabe-se que foram os babilônios, habitantes dessa região, que desenvolveram o primeiro zero. Para Ifrah (1997) ele resultou de um verdadeiro turbilhão de invenções e inovações, ou seja, veio à tona pouco a pouco, após milênios de uma extraordinária profusão de ensaios e tentativas, avanços fulgurantes e vacilações, e até mesmo de regressões e revoluções.

1	∟	11	∟∟	21	∟∟∟	31	∟∟∟∟	41	∟∟∟∟∟	51	∟∟∟∟∟∟
2	∟∟	12	∟∟∟	22	∟∟∟∟	32	∟∟∟∟∟	42	∟∟∟∟∟∟	52	∟∟∟∟∟∟∟
3	∟∟∟	13	∟∟∟∟	23	∟∟∟∟∟	33	∟∟∟∟∟∟	43	∟∟∟∟∟∟∟	53	∟∟∟∟∟∟∟∟
4	∟∟∟∟	14	∟∟∟∟∟	24	∟∟∟∟∟∟	34	∟∟∟∟∟∟∟	44	∟∟∟∟∟∟∟∟	54	∟∟∟∟∟∟∟∟∟
5	∟∟∟∟∟	15	∟∟∟∟∟∟	25	∟∟∟∟∟∟∟	35	∟∟∟∟∟∟∟∟	45	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	55	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
6	∟∟∟∟∟∟	16	∟∟∟∟∟∟∟	26	∟∟∟∟∟∟∟∟	36	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	46	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	56	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
7	∟∟∟∟∟∟∟	17	∟∟∟∟∟∟∟∟	27	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	37	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	47	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	57	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
8	∟∟∟∟∟∟∟∟	18	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	28	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	38	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	48	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	58	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
9	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	19	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	29	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	39	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	49	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	59	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
10	∟	20	∟∟	30	∟∟∟	40	∟∟∟∟	50	∟∟∟∟∟		

Figura 1. Números babilônicos de 1 a 59, Disponível em <http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/sistema-numeracao-babilonico.htm>. Acessado em 10/8/2009.

A sua elaboração transcorreu a priori, pelo desenvolvimento de uma forma de grafia tanto para as letras como também para os números, chamada de escrita cuneiforme. Para as práticas numéricas e, principalmente, para as operações matemáticas eles se destacavam com

seu sistema de numeração posicional. Os números eram representados por símbolos dispostos, essencialmente, as cunhas Υ (cravo) para o um e \blacktriangleleft (asna) para o dez. Compunha-se de um sistema sexagesimal e posicional de numeração (Figura 1).

Tendo em vista que essas escritas, marcas ou números eram feitos pelos escribas apertando as cunhas no barro, e, segundo estudos arqueológicos, o espaçamento entre os números ou símbolos nem sempre tinham consistência, ou seja, não eram regulares. No entremeio dos séculos VIII e III a.C, os babilônios começaram a utilizar o símbolo \blacktriangleleft ou \blacktriangleleft , para indicar o final de uma sentença, para indicar um lugar que estava sendo saltado ou para indicar a ausência de unidades. Com isso, iniciou-se a existência do zero indicando que algo tinha sido saltado, ou seja, sua origem foi como “ocupante de lugar” em posição intermediária, mas, também poderia em posição terminal ou inicial, como demonstra a figura abaixo.

$$\begin{array}{l} \text{III} \blacktriangleleft \\ [3 : 0] \end{array} \qquad (= 3 \times 60 + 0)$$

Fig. 2. Representa o número 180, na escrita babilônica. Disponível em Ifrah (1997, p. 311).

Por outro lado, foram percebidas várias discrepâncias de representação do zero, como destaca Ifrah (1997):

Num texto de matemática de Susa (cf. Bruins e Rutten, texto VII, tabul. AB), o escriba, não sabendo visivelmente exprimir o resultado da subtração de 20 por 20, conclui assim:

20 menos 20... tu vês.

Igualmente, num outro texto matemático de Susa (cf. Bruins e Rutten, texto XXII, tabul. Q), num lugar onde se esperava encontrar o número zero como resultado de uma operação de distribuição de grão, o escriba diz simplesmente:

O grão está esgotado.

Vazio e nada já haviam, claro, sido concebidos. Mas não eram ainda considerados como sinônimos... (p. 313)

Diante dessas inconstâncias na representação, o zero babilônico, ainda não estava consolidado, pois, o seu potencial conceitual e operacional era limitado, principalmente, devido à composição do sistema de numeração sexagesimal. Por outro lado, por mais que esses povos fizessem uso e tivessem constituído o primeiro zero da história, ele não tinha atingido, a priori, seu ápice de aplicação.

No entanto, outras civilizações, que habitaram outras partes do planeta, desenvolveram, também, seus sistemas de numeração. A civilização maia foi uma delas, os maias habitavam a Mesoamérica, e criaram um sistema de numeração de base vigesimal,

constituído, basicamente, por pontos e traços, que estão agrupados no sentido, de cima para baixo, como mostra a figura 3.

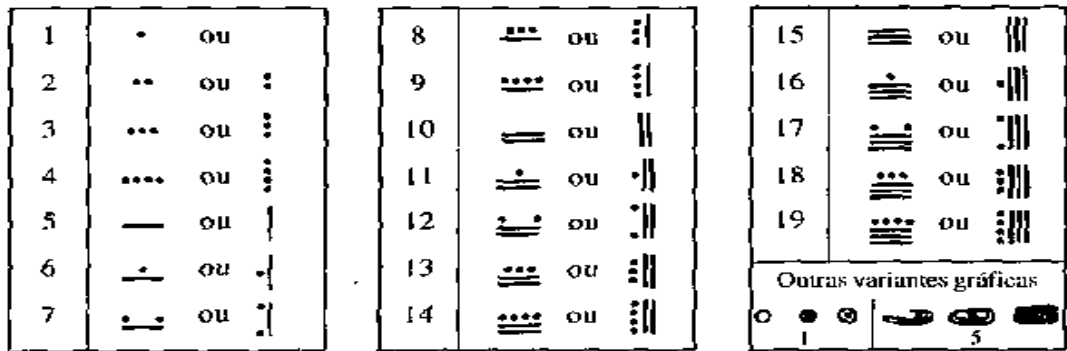


Figura 3: Números maias de 1 a 19, retirado de Ifrah (1997, p. 639).

Com isso, percebemos as singularidades dessa civilização na constituição do seu sistema de numeração. Entretanto, o zero, por sua vez, não aparece neste contexto ainda, porque a sua utilização não acompanha o sistema de numeração desde o princípio.

O zero maia tem seu aprimoramento e sua real aplicação após evoluções numéricas do próprio sistema. Pois, como vimos, eles escreviam de uma forma que inibia a composição desse símbolo na escrita, porém, para números maiores era necessário preservar a estrutura posicional, ou seja, cada algarismo constituiria um andar básico de permanência, e na “possibilidade das unidades de uma certa ordem faltarem, os sábios maias inventaram um zero, conceito ao qual deram (por razões que nos são desconhecidas) uma forma bastante semelhante à de um caramujo ou a uma concha de escargot” Ifrah, (1997, p. 641). Veremos, detalhadamente, como funciona essa configuração.

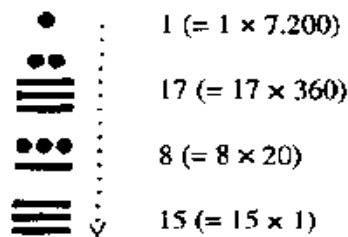


Figura 4. Estruturação e funcionamento do sistema de numeração maia com representação do número 13. 495. Ifrah (1997, p. 640).

Em que, compõe-se assim: $(1 \times 7.200 + 17 \times 360 + 8 \times 20 + 15 \times 1)$. Nesta situação constatamos apenas a operacionalização do sistema, como ele funcional e suas características. Na perspectiva do zero, veremos, a seguir (Figura 5), como ele era aplicado.

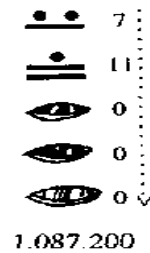


Figura 5. Representação numérica maia do número 1.087. 200, com a presença constante do zero. Ifrah (1997, p. 641).

A interpretação deste número ocorre da seguinte forma ($7 \times 144.000 + 11 \times 7.200 + 0 \times 360 + 0 \times 20 + 0 = 1.087.200$), ou seja, fica evidente a utilização do zero neste contexto. E ele, poderia ter algumas variações nas formas como temos na figura 6.



Figura 6. Diversas formas do glifo “zero” estabelecidas nos códices. Ref C-B Bowditch. Ifrah (1997, p. 641)

Entretanto, por mais que tivéssemos o zero no sistema maia, ele ainda era inoperante, percebamos em Ifrah (1997, p. 644):

O número $400 = 20 \times 20 (= 1 \times 360 + 2 \times 20 + 0)$ era escrito na forma: [1;2;0]

Figura 7. Outra notação do sistema numérico maia.

Com isso, por possuir essa característica “o zero maia foi privado de toda possibilidade operatória” e “essa irregularidade impediu que os sábios maias tirassem todos os frutos possíveis dessas descobertas essenciais. Não se deve, portanto, concluir uma identidade funcional do zero maia com nosso zero atual” Ifrah (1997, p. 644).

Além desses conceitos, os maias foram os únicos povos a distinguir o zero cardinal, indicador de quantidades, associado à ideia de conclusão, de fim, de durações, do zero

ordinal, marcador de posição, de início, de ascensão, utilizado nas datas e com poucas variações. (Cauty e Hoppan, 2010). Logo, os maias foram estupendos com seu sistema vigesimal, entretanto, não conseguiram explorar as capacidades operantes do zero.

Outra civilização que desenvolveu um sistema numérico eficaz foi a chinesa. O sistema chinês é formado por treze sinais: nove para representar as unidades e quatro para as potências de dez. Trata-se de um sistema de numeração multiplicativo de base 10 com agrupamentos. Os números são escritos verticalmente, conforme ilustrado e exemplificado por Eves:

1	一	10^1	十	五
2	二	10^2	百	千
3	三	10^3	千	六
4	四			百
5	五			二
6	六			十
7	七			五
8	八			
9	九			

Figura 8. Símbolos dos dois grupos básicos da numeração chinesa e o número 5625 nessa numeração (Eves, 2004, p. 34).

O décimo terceiro número é a potência de $10^4 = 10.000$, representada pelo símbolo 萬. Além desta forma de escrita, existia outra, muito utilizada que era:



Figura 9. Outra representação dos símbolos chineses. (Ifrah, 1997, p. 581)

Contudo, temos duas formas de escrita no sistema chinês. Logo, temos alguns exemplos de acordo com essa segunda escrita:

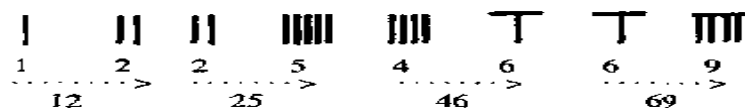


Figura 10. Escrita dos números 12, 25, 46 e 69 em chinês. (Ifrah, 1997, p. 581)

No entanto, o zero não apareceria nesta escrita inicial, ele iria compor o sistema chinês um pouco mais para frente, como veremos nas tabelas.

Algarismos que figuram nas moedas do fim da dinastia dos Zhou (séc. VI/ V a.C.) e do período dito dos reinos dos combatentes (séc. V/III a.C.)		
1	—	丨
2	==	
3	≡	
4	≡≡	IIII
5	≡≡≡	
6	⊥	⊥
7	⊥⊥	⊥⊥
8	⊥≡	⊥≡
9	⊥≡≡	⊥≡≡
10	⊥+	⊥+
100		⊗
1000		f
10000		万

Sinais da numeração ordinária combinados com os precedentes segundo o princípio multiplicativo.

Figura 11. Números chineses antes da nossa era. (Ifrah, 1997, p. 582)

Nesta tabela, datada de V a III a.C, ainda não se usava e nem se representava o zero, só teremos as primeiras configurações dele no século VII d.C., conforme Ifrah (1997) e Padrão (2008). Os chineses começaram a utilizar o zero no seu sistema de numeração, devido às influencias dos hindus, que como veremos, possuíam um sistema aperfeiçoado e dinâmico, que representava a ausência das potências de dez e era designado pelo símbolo *ling* (zero, em chinês): 零.

Na segunda forma de escrita e enaltecendo o exposto a próxima tabela traz outra forma de escrita do zero chinês.

Algarismos que figuram nos tratados científicos			
da época dos Han (séc. II a.C./ III d.C.)		do fim da dinastia dos Song e da época mongol (dinastia Yuan) (séc. XIII/ XIV d.C.)	
—	丨	丨	丨
==			
≡			
≡≡			
≡≡≡			
⊥	⊥	⊥	⊥
⊥⊥	⊥⊥	⊥⊥	⊥⊥
⊥≡	⊥≡	⊥≡	⊥≡
⊥≡≡	⊥≡≡	⊥≡≡	⊥≡≡
		〇	〇
		×	×

O valor desses algarismos é determinado pela posição que ocupam na escrita dos números.
A partir do século VIII d.C., aproximadamente, a ausência de unidades de uma certa ordem será simbolizada pelo sinal 〇; o uso desse ZERO foi introduzido na China por influência indiana.

Figura 12. Números chineses no século VII d.C. (Ifrah, 1997, p. 582)

Os números, por sua vez, eram escritos seguindo uma lógica estrutural e

argumentativa, conforme, destacamos:

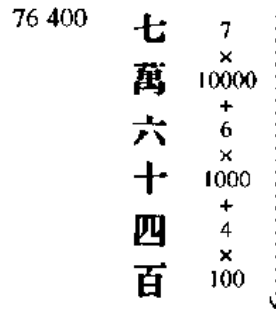


Figura 13. Representa a escrita do número 76.400 em chinês. (Ifrah, 1997, p. 585)

Por outro lado, temos também a escrita da outra forma, em que, não há a necessidade eminente de usar o zero:

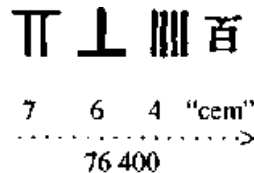


Figura 14. Escrita horizontal do sistema chinês. (Ifrah, 1997, p. 585)

Ressaltamos, assim, a aplicação do zero neste sistema representado na figura 15.



Figura 15. Representação do número 106. 929 em chinês. (Ifrah, 1997, p.585)

A outra civilização que elaborou um sistema de numeração estruturado e operante foi a indiana, que habitava a Ásia meridional. Esse sistema numérico é tão completo e significativo que passa a ser o nosso sistema de numeração moderna. Sobre isso, segundo Ifrah (1997), o sistema hindu se sobressai diante de todos os outros sistemas elaborados em vários aspectos, principalmente, pelo conceito de zero e pelo valor de posição atribuído.

Por ser, essencialmente, o mesmo sistema que utilizamos, hoje, nos aterremos na essência do zero. Os hindus usavam um pequeno círculo (°), como ocupante de lugar em algum momento antes do século VII d.C., no século IX, os árabes conheceram esse sistema, e mais algum tempo depois esse conceito se estendeu pela Europa. A partir daí, começaram a ocorrer algumas mudanças nos dígitos, mas a estrutura básica permanecia, como demonstrado na figura 16, em que destacamos a evolução deste sistema de numeração, dando ênfase ao zero.

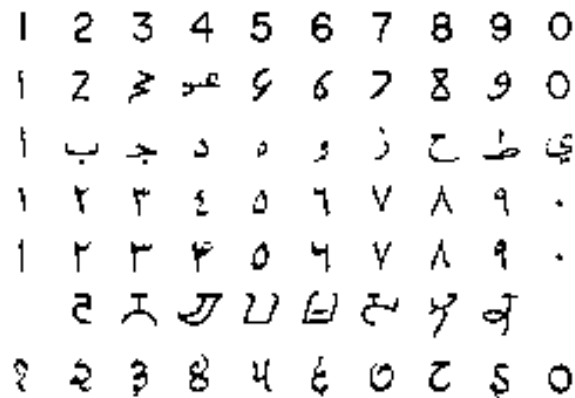


Figura 16. Evolução da representação dos algarismos indo-arábicos. Disponível em <http://mathematikos.psyco.ufrgs.br/im/mat01038051/portosil/passa7a2.gif>, acessado em 19/3/2010.

Sendo assim, o zero estava, evidentemente, presente nesta numeração. E os hindus proveram um grande avanço conceitual, que se tornou um importantíssimo evento de matemática de todos os séculos, ou seja, tinham começado a reconhecer o zero como um número, abrindo dessa maneira as análises para a álgebra (Berlingooff e Gouvêa, 2008).

Já, na escrita segundo Gundlach (1992), os hindus usavam uma palavra para ausência de quantidade, lacuna ou vazio que se chamava *sanya* ou *sunya*. E transformou-se para árabe como *sifr*, passando para o latim como *zephyrum* ou *zephirum*, por volta do século XIII d.C., preservando seu som, mas não seu sentido. Com isso, houve posteriormente mudanças como *zeuero*, *zepiro* e *cifre* chegando por sua vez as palavras *zero* e *cifra*.

No início do século VII ocorreu uma importante modificação no formato da grafia do décimo número ou do zero, que inicialmente era pequeno e circular “o”, evoluindo para a atual forma oval “0”, o que possibilitou sua diferenciação da letra “o” minúscula ou da “O” maiúscula e que também consolidou sua simbologia mundial de maneira relativamente rápida. Com isso, o zero como símbolo e conceito chegou ao Oriente, principalmente através de Mohammed ibn Musa al-Khowarizmi. Para ele o símbolo do zero não era pensado como número, mas como ocupante de lugar.

Diante do crescimento do aprendizado das pessoas, aprendendo inclusive a calcular com os novos números, ocorreu dessa forma a necessidade de operações com o número zero, como por exemplo: soma, multiplicação e a ideia de não aceitá-lo como solução de equações. Porém, Thomas Harriot (1560-1621) aceitava-o, conseguindo resolver equações algébricas na forma de algum polinômio igual à zero (Berlingooff e Gouvêa, 2008).

Nesta perspectiva, trazemos Padrão (2008), destacando nesses períodos históricos, que temos o zero algarismo, representante da ausência de uma ordem numérica, e o zero número, indicando a ideia de quantidade nula.

Entretanto, ainda em relação à origem do zero, Caraça (1951), relata que o homem da civilização atual começaria a sucessão dos números não mais pelo 1, e sim pelo 0. Escrevendo dessa forma: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...; os primitivos, por sua vez, desconsideram o zero como número. Para ele, a criação do zero para representar o nada, é uma das descobertas mais importantes dos séculos. Já, para, Ifrah (1997), o zero é o “conceito mais delicado da história” (p. 690), o “ponto de partida de toda a matemática [...] (p. xvii)”, ou seja, “foi a descoberta suprema e tardia dos aritméticos” (p. 690).

A partir de todo o exposto, compreendemos que ele representa a mais perfeita abstração matemática de todos os tempos.

3.3. Algumas indicações para abordagens do zero

Diante de tantos argumentos relatados sobre a importância do zero, os propósitos aqui, deveriam ser os mesmos. Porém, após percebermos como ele é fundamental para Matemática, a sua utilização, hoje, ainda é limitada, o que contradiz a sua importância. Mas, por que isso acontece? Seria pelo esquecimento dos autores, em abordar o conceito histórico do zero nos Livros Didáticos? Neste sentido, muitas das vezes passa-se despercebida esta abordagem nos conteúdos didáticos, sendo que o fundamento conceitual deste tópico mereceria maior destaque nos níveis elementares de ensino, até pelo fato de que facilitaria uma compreensão mais detalhada dos sistemas de numeração criados pelos nossos antepassados e de sua influência para esta formação.

Alguns autores relatam que o zero não é utilizado no cotidiano, seria isso uma das causas de seu esquecimento nos Livros Didáticos? Para isso, destacamos que:

O zero como número não representava nenhuma quantidade, assim podemos pensar que não haveria necessidade de representação, pois era uma situação que antecedia a aquisição do bem ou da riqueza, que seria representada pelo número 1. Em situações do dia-a-dia, dificilmente se utiliza o zero em uma operação.

(Padrão, 2008, p.68)

Porém, compreendemos que sua utilização vai além das referências e do contexto em que é estudado pelos alunos, pois utilizamos seu conceito em diversas aplicações algébricas,

principalmente, nas propriedades dos números. Além disso, o zero se constitui como número que detém características especiais, mas seus conceitos epistemológicos ficam esquecidos e não chegam aos alunos.

Por outro lado, nas nossas referências educacionais temos destaque para a utilização deste tópico conceitual, os PCN trazem indicações para o uso do zero nas aulas de Matemática, principalmente, quando se referem aos números inteiros:

A adoção do zero teve um papel-chave na construção dos inteiros, possibilitando operar com grandezas negativas, mudando o caráter de - zero-nada - para - zero-origem -, favorecendo, assim, a idéia de grandezas opostas ou simétricas.

(PCN, 1998, p. 97)

Entretanto, neste contexto, entendemos que a utilização do zero, já, deveria está precedida de um conceitual esclarecedor e formador, pois, poderíamos ter conflitos e obstáculos epistemológicos de conceitos nos números inteiros. E os próprios parâmetros indicam isso:

A fim de auxiliar a escolha de caminhos mais adequados para abordar os inteiros, é importante reconhecer alguns obstáculos que o aluno enfrenta ao entrar em contato com esses números, como:

- Reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir de zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido;
- Reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero-origem);

(PCN, 1998, p.98).

Após termos a essência nas bases nacionais, agora nos pairam outros questionamentos. Vimos, anteriormente, que os professores utilizam os Livros Didáticos como principal material de referência na sala de aula, às vezes até como único, deveriam eles deter de um conhecimento mais detalhado dos conceitos matemáticos. Daí, temos: como os professores utilizam-no? Será que eles foram capacitados para explorar esse conceito?

Neste sentido, o trabalho docente carece de conhecimentos sobre a epistemologia do conhecimento escolar. E a formação de professores, para identificar e abordar esses conceitos, requer a elaboração e a construção de significados lógicos e metodológicos da matemática, particularmente, ao que aqui nos interessa, o estudo do zero e suas peculiaridades já evidenciadas. Logo, o zero tem e merece destaque epistemológico tanto na sua origem, quanto na sua utilização.

Com essa preocupação em mente, analisamos alguns Livros Didáticos, por entender, mais uma vez, que eles são as molas mestras do professor de Matemática nas suas aulas,

observando a sua forma de abordagem do zero, inicialmente apenas como uma proposta de trabalho da disciplina Fundamentos Epistemológicos da Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba. Depois nosso interesse se estendeu. Para o trabalho, foram escolhidos Livros Didáticos utilizados em escolas da 5ª Regional de Ensino, localizada em Monteiro – PB, cidade onde está instalado o *Campus – VI*, da UEPB, das coleções foram escolhidos os volumes correspondentes a 5ª série/6º ano do Ensino Fundamental, por entender-se que nesta série o zero é apresentado aos estudantes com maior ênfase – pouco destaque ao conceito é dado pelos Livros Didáticos das séries iniciais. O conteúdo principal observado foi o de sistemas de numeração e das propriedades dos números naturais e inteiros, uma vez que nestes a chance de ocorrência de discussão sobre o zero é bem maior.

CAPÍTULO 4

ASPECTOS METODOLÓGICOS E ANÁLISE DOS DADOS

Toda pesquisa necessita de uma organização metódica e estrutural, com a nossa não foi diferente, ou seja, apresentaremos abaixo os principais referenciais metodológicos adotados e abordados no trabalho. Por último, faremos a análise dos Livros Didáticos, em que, trataremos das principais relevâncias encontradas nos livros sobre a história do zero. Sendo assim, este capítulo está dividido em dois subtextos, como assim se apresenta.

4.1. Programa de execução metodológica

Os seres humanos, por si só, são curiosos e apreensivos em relação a determinados temas, conosco não foi diferente. A partir do momento, em que, passamos a estudar Matemática, no curso de Licenciatura Plena em Matemática, do *Campus – VI*, da UEPB, localizado na cidade de Monteiro – PB, muitos assuntos e conteúdos nos chamaram a atenção durante este percurso, como por exemplo: teoria dos grupos, aplicações de integrais, resolução de problemas, equações diferenciais ordinárias, geometria espacial, didática da matemática, informática aplicada às aulas de matemática, práticas de ensino, modelagem matemática, estágio supervisionado, análise matemática, entre tantos outros.

Mas, um, em especial, se destacou que foi a *História da Matemática*, tendência da *Educação Matemática* e área do conhecimento, com grande respaldo, para que entendamos, detalhadamente, a evolução da Matemática nos seus demasiados processos de criação e, também, de tê-la como recurso metodológico para as aulas de Matemática. Foi nesta perspectiva, de conhecer e aprofundar os conhecimentos sobre a *História da Matemática*, que cursando o componente curricular, Fundamentos Epistemológicos da Matemática, nos deparamos com um tema, até então inexplorado e desconhecido, a origem do zero.

Esse conteúdo, que a priori, representava mais um conceito matemático, à medida que passamos a conhecê-lo, ele foi tomando proporções. Surgiam assim, inquietações e curiosidades, como por exemplo, como um símbolo pode representar o inexistente, o imaterial? Quem o criou? Quando foi criado? Será que ele sempre teve essa forma? Diante dessas e de outras indagações, começamos a nos questionar: os professores de Matemática utilizam esse conceito em sala de aula? Como eles utilizam-no? Sendo assim, mediante, tantas dúvidas, decidimos pesquisar sobre o tema.

No entanto, para iniciarmos uma pesquisa, precisamos entender, primeiramente, o que é uma pesquisa? E para isso, tomamos o Dicionário Aurélio, em que, *pesquisa* significa: *sf.* 1. Ato ou efeito de pesquisar (1 e 2). 2. Investigação e estudo, minuciosos e sistemáticos, com o fim de descobrir fatos relativos a um campo do conhecimento. Já, para Ander-Egg (1978, p. 28, apud Marconi e Lakatos, 2009, p. 157), a pesquisa é um “procedimento reflexivo sistemático, controlado e crítico, que permite descobrir novos fatos ou dados, relações ou leis, em qualquer campo do conhecimento”.

Gil (1946, p. 17) define pesquisa “como o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”, no entanto, ele nos relata, ainda, que:

A pesquisa é requerida quando não se dispõe de informação suficiente para responder ao problema, ou então quando a informação disponível se encontra em tal estado de desordem que não possa ser adequadamente relacionada ao problema. A pesquisa é desenvolvida mediante o concurso dos acontecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos, técnicas e outros procedimentos científicos. Na realidade, a pesquisa desenvolve-se ao longo de um processo que envolve inúmeras fases, desde a adequada formulação do problema até a satisfatória apresentação dos resultados. (p. 17)

Com o intuito, de desenvolver uma pesquisa e diante de tantos processos e fases, nossas investigações foram baseadas, inicialmente, na pesquisa qualitativa em Educação Matemática, em que, destacamos o que nos diz Bodgan e Biklen (1994) sobre as características das pesquisas qualitativas:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. A investigação qualitativa é descritiva;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (p. 47-51, apud, Borba e Araújo, 2006, p. 24-5)

Nesta perspectiva, nossa pesquisa estrutura-se baseada, principalmente, nas referências de Marconi e Lakatos (2009) e, estritamente, nos conceitos de Bervian e Cervo (2003), que categorizam as etapas da pesquisa em: Levantamento Bibliográfico, Documentação, Leitura de Reconhecimento, Leitura Seletiva, Leitura Reflexiva, Leitura Interpretativa e Redação da Pesquisa, salientando-se que essas etapas estão concomitantemente integradas umas nas outras, porém cada uma com suas peculiaridades.

Sendo assim, inicialmente, buscamos investigar as mais variadas fontes de conhecimento científico: livros, teses, dissertações, monografias, artigos, revistas especializadas, anais dos eventos regionais, nacionais e internacionais, sítios das áreas envolvidas, entre outros documentos e fontes, sobre a temática da *história do zero nos Livros Didáticos*. No sentido de que esses referenciais nos auxiliem a compreender diversas óticas do tema, a organizar sua estrutura lógica argumentativa e a especificar o estudo, para que, a partir disso, pudéssemos explorar com mais afinco e ênfase a pergunta geradora:

“Como a história do zero está sendo abordada nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental”

E está pergunta geradora, não foi construída no primeiro momento, não. Ela passou por vários processos de elaboração e reelaboração, ou seja, “O processo de construção da pergunta diretriz de uma pesquisa é, na maioria das vezes, um longo caminho, cheio de idas e vindas, mudanças de rumos, retrocessos, até que, após um certo período de amadurecimento, surge a pergunta.” (Borba e Araújo, 2006, p. 29, grifo do autor).

Foi nesta busca que aprofundamos as teorias e fomos descobrindo que para chegarmos aonde queríamos, teríamos que transcorrer muitos caminhos, a começar não apenas, pelo zero e, sim, pela própria *Educação Matemática*, então, decidimos dividir os conteúdos em duas partes: os elementares e os essenciais. Iniciamos assim pelos elementares.

Desses surgiu: o que é *Educação Matemática*? Como e quando foi criada? Para que serve? A partir disso, percorremos alguns caminhos no sentido compreendê-la melhor, tomando como referência Miorim (1998), D’Ambrósio (2004), Miguel e Miorim (2008), Boyer (1996), Eves (2004), Bicudo e Garnica (2004), Sad e Silva (2008), Fiorentini (1994) e Vianna (1995), além de outros. No entanto, essas constatações e descobertas fortaleciam e emergiam outras indagações, desta vez, sobre a *História da Matemática*, e neste caso nos atemos em Boyer (1996), Eves (2004), Nobre e Baroni (1999), Gerdes (1989), Miguel (1993), porém, apenas a *História da Matemática*, não nos responderia. Passamos a assimilá-la de outra forma, através agora da sua função na *formação de professores* com Mendes (2001), Miguel e Brito (1996). Com isso, fecharíamos o ciclo de investigações dos conhecimentos elementares e passaríamos a explorar os conceitos essenciais.

Os conceitos essenciais dividem-se em estruturais e específicos. Os estruturais são os *Livros Didáticos* e os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (1997, 1998), esses dariam referências institucionais que apontariam para os principais blocos de conteúdos e seus

respectivos conceitos matemáticos, dentre eles, *números e operações*, bloco, em que, o zero é abordado nos sistemas de numeração e nas propriedades matemáticas, e para a utilização da *História da Matemática* como recurso metodológico nas aulas de Matemática, devido as suas potencialidades estruturantes; aqueles, por sua vez, foram explorados, com ênfase em Choppin (2004), desde as suas primeiras aparições no mundo e no Brasil, com destaque no *Programa Nacional de Livros Didáticos*, principalmente, no PNLD de Matemática – 2008 e no Guia de Livros Didáticos de 2008, em que, fizemos um breve levantamento da presença da *História da Matemática*, baseados nos trabalhos de Vianna (1995) e de Bianchi (2006), tanto no programa, quanto no guia, na busca de encontrarmos, especialmente, a abordagem do zero nesses ambientes.

Já, nos específicos, realizamos várias descobertas, que até então, não conhecíamos, e encontramos inúmeras peculiaridades destes conhecimentos. Eles se fundamentam em Ifrah (1997), Padrão (2008), Almeida (2001), Berlingolf e Gouveia (2008), Gudblach (1992) e Caraça (1951) para o estudo dos numerais, em especial, para *a história do zero*, e em Mendes (2002) na perspectiva sociocognitiva e cultural desses conceitos numéricos. Mas, após caminharmos por esses labirintos de significados, percebemos uma questão fundamental relacionada ao conceito do zero, que foi a sua natureza epistêmica.

E, diante de múltiplas teorias, constatamos, definitivamente, que *a história do zero* se viesse a aparecer nos Livros Didáticos seria no bloco conceitual dos Números e Operações, nos livros da 5ª série/6º ano do 3º ciclo do Ensino Fundamental, pois os sistemas de numeração e números naturais e inteiros aparecem com destaque neste período. Por isso, a pergunta geradora mereceria novas adequações e passaria a ser definida como:

“Como a história do zero está sendo abordada nos Livros Didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental”

Com a verificação da pergunta condutora, precisaríamos definir: onde faríamos a pesquisa? E quais coleções de livros seriam analisadas? Com isso, de imediato, procuramos um lugar que favorecesse o afloramento das ideias e que a tornasse dinâmica. O lugar, melhor, a região escolhida foi a do cariri ocidental, na qual, tem estabelecida a 5ª Regional Estadual de Ensino, localizada na cidade de, Monteiro - PB, que regula as diversas escolas estaduais distribuídas nos municípios que a compõe.

A partir daí, decidimos explorar as coleções de Matemática que compunham o sistema escolar de alguma dessas escolas, logo, iniciamos um levantamento das principais coleções

utilizadas. Com isso, nossas fontes documentais ficariam retidas aos *Livros Didáticos*, objetos de estudo. Sendo que, tínhamos um breve conhecimento deles, pelo *Guia de Livros Didáticos de 2008*, pois, havíamos realizado, a priori, um aprofundamento teórico.

As coleções de Livros Didáticos e seus respectivos autores, em uso em algumas das escolas estaduais da região, foram:

- Iezzi, G.; Dolce, O.; Machado, A. *Matemática e realidade*. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.
- Moderna, E. *Projeto Araribá: matemática*. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

As duas coleções, adotadas por estas escolas, passam a serem, definitivamente nossos objetos nesta pesquisa. Sendo assim, estavam constituídos todos os materiais que fazem parte do estudo, os livros por serem objetos oficiais de âmbito nacional e por possuírem níveis comparativos na sua composição, devido, principalmente, as suas normas regulatórias.

Transcorrido este momento de definição dos objetos de estudo, partimos para a análise dos livros, nos quais, concentramos esforços nas leituras reflexivas, fase minuciosa e detalhista, pois estaríamos analisando, cautelosamente, cada livro da 5ª série/6º ano das coleções de Matemática adotadas, em busca das abordagens da história do zero nesses contextos. Das duas coleções escolhidas começamos a análise pela “*Matemática e realidade*” de Iezzi, Dolce e Machado.

A segunda a ser analisada foi a coleção “*Projeto Araribá - matemática*”, da Editora Moderna, reforçando que utilizamos apenas o livro da 5ª série/6º ano de cada coleção, pois a história do zero encontra-se inserida neste volume.

Por fim, nos atemos na leitura interpretativa dos dados, sempre, embasados nos fundamentos vistos em: Educação Matemática, como vertente do conhecimento destinada ao ensino de Matemática; a História da Matemática, por sua vez, como metodologia de ensino; os Livros Didáticos, como referência dos professores; o Guia de Livros Didáticos de Matemática – 2008, como mecanismo orientador e regulador e a história do zero, centro de todo o estudo, desde sua origem, até suas abordagens em Livros Didáticos, essas essências específicas deste trabalho. Entretanto, salientamos que os nossos olhares e nossas reflexões sobre a história do zero nesses Livros Didáticos estão dispostos, no próximo capítulo, em partes que juntas formam o exame minucioso dos dados.

4.2. Abordagem da história do zero nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental

Ao iniciarmos a análise dos Livros Didáticos de Matemática da 5ª série/6º ano das coleções adotadas, recordarmos e retomamos o conjunto dos principais fundamentos que sustentam a estrutura de investigação. No que se refere à História da Matemática evidenciamos suas amplas funções definidas por Miguel (1993) em:

- 1) uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem (*História-Motivação*);
- 2) uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (*História-Objetivo*);
- 3) uma fonte de métodos adequados para o ensino-aprendizagem (*História-Método*);
- 4) uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de matemática (*História-Recreação*);
- 5) um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação do seu ensino (*História-Desmistificação*);
- 6) um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (*História-Formalização*);
- 7) um instrumento na construção de um pensamento independente e crítico (*História-Dialética*);
- 8) um instrumento unificador dos vários campos da matemática (*História-Unificação*);
- 9) um instrumento promotor de atitudes e valores (*História-Axiologia*);
- 10) um instrumento de conscientização epistemológica (*História-Conscientização*);
- 11) um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (*História-Significação*);
- 12) um instrumento de resgate da identidade cultural (*História-Cultura*);
- 13) um instrumento revelador da natureza da matemática (*História-Epistemologia*). (p. 106-107, grifos do autor)

Nesta perspectiva, procuramos compreender as diversas situações didáticas em que poderíamos ter este recurso nas aulas de Matemática. Logo fomos analisar outros estudos, que apontam no mesmo sentido, tomando, assim, Sad e Silva (2008, p.39) que identificam diferentes tipos de investigação em História da Matemática que são divididos em: a vida de matemáticos ou educadores; a evolução de algum conceito ou teoria; uma área de conhecimento; instituições; o contexto cultural de uma criação; uma época determinada; um grupo específico; as relações da Matemática com outras áreas do conhecimento; as aplicações da História da Matemática; Livros Didáticos e o desenvolvimento de produções sobre a História da Matemática.

Com isso, nos deteríamos em investigar as aplicações da História da Matemática nos Livros Didáticos, com ênfase especificamente na história do zero. No entanto, teríamos que

determos esforços na forma como essas abordagens estão sendo aplicadas nesses livros. A partir daí, recorreremos a Vianna (1995) que destaca variadas inserções nos Livros Didáticos da História da Matemática e as classifica em: Motivação, Informação, Estratégia Didática e o Uso Imbricado. Cada uma com suas peculiaridades, significações e potenciais, externando as múltiplas metodologias, em que a História da Matemática poderia está sendo incorporada nas aulas de Matemática.

Aponta neste mesmo sentido, Bianchi (2006) na qual categoriza a presença da História da Matemática em Livros Didáticos em dois blocos. O primeiro referente à Parte Teórica que é dividida em: Informação Geral, Informação Adicional, Estratégia Didática e *Flash*; já, o segundo faz referência as categorias presentes nas Atividades que são: Informação, Estratégia Didática e Atividade Sobre a História da Matemática. Essas categorias expressas fortalecem a relevância dos nossos estudos e são os fios condutores para a realização da análise dos objetos.

Diante dos principais fundamentos elementares e essenciais, partimos para os Livros Didáticos. O primeiro a ser analisado foi o: *Matemática e realidade*, do Iezzi e Dolce, 5ª série/6º ano. O livro é dividido em unidades, que são subdivididas em capítulos, no entanto dentro das unidades encontram-se as seções: *Trabalhando com a informação*, *Matemática no tempo*, *Exercícios*, *Exercícios de reforço*, *Teste seu conhecimento* e *Desafios*. Por último, estão estabelecidas as respostas dos *Exercícios* e *Exercícios de reforço* no final do livro.

A seção, *Matemática e tempo*, é dedicada a História da Matemática, ou seja, concentramos nossos olhares nela, mas investigamos todas as possíveis abordagens históricas. Sendo assim, constatamos diversas inserções, apresentadas abaixo, sempre acompanhadas de suas respectivas abordagens e reflexões.

Conteúdo: *A numeração dos romanos*

Inserção (*flash*): *Os romanos não conheciam um símbolo para representar o número zero.* (p. 23)

A ênfase dada ao sistema de numeração romano é importante e relevante para o desenvolvimento das situações didáticas, no entanto, os autores indicam a falta de numeral, o zero, nesse sistema. Por que os romanos não desenvolveram o zero no seu sistema de numeração? Como representar a ausência deste símbolo?

Conteúdo: *A numeração dos hindus*

Inserção (*flash*): *Foram os hindus que inventaram os símbolos que usamos até hoje: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.* (p. 24)

Os hindus desenvolveram o nosso sistema, mas será que ele sempre desta forma? Ou seja, com os dez símbolos, a representação do zero está como pronta e acabada. Logo, ela transpassa sem nenhuma abordagem, inibindo seu potencial e sua abrangência.

Conteúdo - I: *Como os maias escreviam os números*

Inserção (*flash*): *Veja como eles escreviam os números de 0 a 19.*


0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	•	••	•••	••••	—	—•	—••	—•••	—••••
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
— — —	— — —•	— — —••	— — —•••	— — —••••	— — — —	— — — —•	— — — —••	— — — —•••	— — — —••••

Figura 17. Os números maias de 0 a 19.

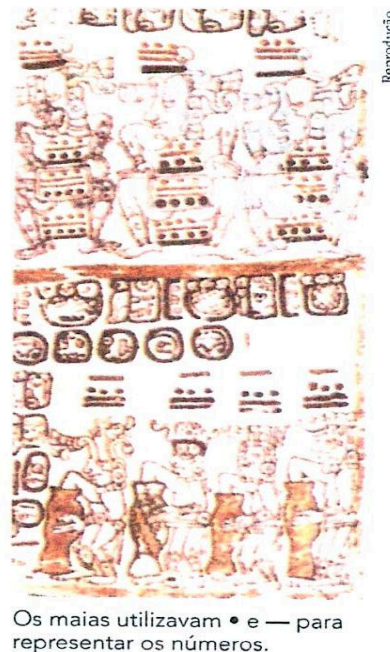


Figura 18. Algumas representações numéricas dos maias.

Repare também que havia no sistema de numeração maia um símbolo para o número zero, o que não havia no sistema romano. (p. 73)

A abordagem do zero neste contexto da civilização maia faz referência ao símbolo determinado e acabado, acarretando apenas na representação simplista do símbolo. No

entanto, vimos que o processo de desenvolvimento deste conceito representou grande parte da evolução dos números. Com isso, provocaríamos dúvidas, a exemplo de: como os maias conseguiram elaborar o zero? E por que os romanos não? Notamos que a História da Matemática é apenas iniciada e superficial nesses contextos.

Conteúdo – II: *O sistema de numeração decimal*

Inserção (*flash*): *Os hindus – inventores dos algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 – contavam agrupando os elementos em grupos de dez. (p. 73)*

Novamente o sistema de numeração hindu é abordado, porém em outra ótica, desta vez como grupos de dez elementos dando destaque para o sistema decimal. E mais uma vez, o zero está inserido como algo imutável, reforçando nossos anseios do esquecimento da história dele nos Livros Didático.

Diante do exposto, a constatação da ausência da história do zero neste livro é evidente, salientamos assim, que nem a seção, *Matemática e tempo*, que se dedicada a História da Matemática, trouxe alguma abordagem do zero nas suas notas exploratórias. No entanto, as práticas envolvendo a História da Matemática, em especial a história do zero, como recursos metodológicos muitas das vezes não são explorados pelos autores de Livros Didáticos, o que acarreta um descaso epistemológico, pois vimos, anteriormente, que ele tanto tem a representação de número nulo como de ocupante de lugar, enquanto símbolo.

Por outro lado, caro leitor, como explicar as diversas operações matemáticas envolvendo o zero que se fazem presentes neste volume, se ao menos a ele foi dada a devida importância. Logo, mostraremos algumas aplicações do zero, que estão presentes neste livro:

Conteúdo: *Adição – Exercícios:*

Aplicação: 11. Calcule: b) $277 + 649 + 0$

Zero é chamado elemento neutro da adição. Numa adição, as parcelas iguais a zero podem ser eliminadas. (p. 13)

Anotações: O conceito do zero é apresentado apenas no exercício, mas a sua utilização deveria ser anterior.

Conteúdo: *Multiplicação*

Aplicação: *Casos especiais*

2º) *Quando o primeiro fator é 0, o produto é igual a 0. (p. 27)*

Anotações: na multiplicação a abordagem do zero é nos casos especiais, mas e nos outros casos de aplicação do zero, ele não era especial?

Conteúdo: *Divisão – Exercícios*

Aplicação: 98. Responda às perguntas a seguir:

b) *Existe algum número que multiplicado por 0 dá 0?* (p. 40)

Anotações: outro destaque é a multiplicação do zero por ele mesmo, uma situação relevante para a Matemática e que precisa ficar clara para os alunos, no entanto, ela aparece no exercício.

Conteúdo: *Potenciação – Exercícios*

Aplicação1: 6. Indique na forma de produto e calcule:

b) 0^3

Aplicação2: 8. Qual é maior:

d) 0^3 ou 0^5 ? (p. 63)

Anotações: nestes dois casos o conceito de número nulo na base da potência torna-se evidente, porém deixou-se o uso para o exercício. Além de que, na questão (8.) as situações são comparadas tentando confrontar o quantitativo do zero.

Conteúdo: *O sistema de numeração binário*

Aplicação: *exemplos:*

$$11 = 8 + 2 + 1$$

$$11 = 2^3 + 2^1 + 2^0$$

$$11 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \quad (\text{p. 76})$$

Anotações: o zero aparece agora como expoente da potência de 2, que é a base do sistema binário, situação ainda pouco explorada. No entanto, entendemos que esse conceito deveria vir, previamente, detalhado em outro momento.

Conteúdo: *Os múltiplos de um número*

Aplicação: *Multiplicando-se os naturais por zero, o resultado é sempre zero. Assim, o único múltiplo de zero é zero.* (p. 134)

Anotações: vimos que esta abordagem foi retratada na página 40, no exercício. E por que ela

não foi inserida naquele momento? Sendo que seu conceito se fazia necessário para àquela devida aplicação.

Conteúdo: *Potenciação de frações*

Aplicação: $\left(\frac{2}{3}\right)^0$. *Toda fração elevada ao expoente 0 dá como resultado o número 1:*

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \quad (\text{p. 193})$$

Anotações: neste contexto o zero reforça a situação do sistema binário, ele como expoente, só que agora o conteúdo estudado é fração.

Seção: *Exercícios de Reforço*

Aplicação: 29. *Que número natural as frações aparentes $\frac{0}{1}, \frac{0}{3}$ e $\frac{0}{17}$ representam?*

(p.160)

Anotações: a abordagem é frequente e muito utilizada nas frações, mas e o inverso quando o zero for o denominador o que acontece? Esta situação não é explorada no livro.

Mediante as aplicações e abordagens do zero neste Livro Didático, fica a pergunta: será que o zero não mereceria maior atenção pelos autores? No entanto, precisamos continuar a analisar do outro livro que falta.

O segundo livro analisado foi o Projeto Araribá – Matemática, 5ª série/6º ano, da Editora Moderna. Esse livro, por sua vez, se constitui de oito unidades iniciadas pelas seções: *Para começar...* e *O que você já sabe?* As unidades são subdivididas em capítulos, nos quais esses são alternados pelas seções *Trabalhando com a informação* e *Atividades integradas*. As unidades são finalizadas pelas seções *Estudando a resolução de problemas, compreendendo um texto; Trabalho em equipe* e *Organize suas idéias*. No fim do livro, encontram-se as respostas dos exercícios propostos e a bibliografia utilizada, além do suplemento com moldes.

Neste livro não detectamos nenhum local específico para a História da Matemática, entretanto, as menções históricas devem está inseridas nos conteúdos. Por isso, vamos descobri-las agora:

Conteúdo: *Sistema de numeração indo-arábico*

Inserção1 (*flash*): *Os símbolos criados para representar os números nesse sistema foram chamados de algarismos.*

Esses símbolos sofreram modificações ao longo do tempo e hoje são assim representados:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

(...)

Inserção2 (flash): Algumas características

Existe um símbolo para representar o zero.

(...)

Inserção3 (informação adicional): algarismos indo-arábicos na história

Os algarismos indo-arábicos na história			
Hindu 100 d.C.	Hindu 876 d.C.	Árabe (Espanha) 1200 d.C.	Atual
—	१	١	1
==	२	٢	2
≡	३	٣	3
ㄥ	४	٤	4
⊥	५	٥	5
ϕ	६	٦	6
∩	७	٧	7
∪	८	٨	8
∩	९	٩	9
	०	٠	0

Dados obtidos em: IFRAH, Georges.
História universal dos algarismos.
Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.
2 v. p. 45, 50, 475.

Figura 19. Evolução dos algarismos indo-arábicos.

(...)

(p. 16)

No primeiro momento, o zero representa mais um símbolo do sistema e não foi ao menos citado. Em um segundo momento, ele aparece como o único símbolo de destaque, pois os outros sistemas abordados (egípcio e romano) não o retratavam, já, que não possuíam e nem sequer menciona-se a sua ausência. No último momento, temos uma tabela com os algarismos indo-arábicos na história, em que, destaca a evolução dos números, em especial, o zero que não está presente no início da tabela.

As inserções sobre a história do zero neste livro estão acima, pouca coisa é encontrada nesse livro sobre a história do zero. Logo, a constatação é de ausência dos conceitos. Neste mesmo sentido, percebemos que nos sistemas de numeração egípcio e romano, não foi sequer ressaltado a inexistência do zero para construção dos números, o que passou sem nenhuma reflexão, diante de tantas abordagens que poderiam ser realizadas.

Com isso, fica evidente que a História da Matemática, ainda é timidamente utilizada nos Livros Didáticos, e conseqüentemente, sua participação nas aulas de Matemática torna-se reduzida, apontando neste sentido, segue a história do zero. Porém, veremos que o conceito de zero e o símbolo zero estão, constantemente, empregados nos Livros Didáticos e nas operações matemáticas básicas. Sendo assim, seguem abaixo as principais abordagens operacionais do zero neste livro.

Conteúdo: *Números Naturais*

Aplicação: *A seqüência dos números naturais é: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,...*

Observações:

Nessa seqüência, os números estão em ordem crescente e o primeiro termo é o número zero. (p. 10)

Anotações: o zero aparece como o primeiro número natural, além de ser indicado como o termo inicial na ordem crescente, no entanto, este conceito de primeiro número não ocorreu tão simples assim, como é demonstrado.

Conteúdo: *Números naturais – Atividades*

Aplicação: *5. Quais são as sentenças verdadeiras? Escreva em seu caderno.*

b) $560 = 56 + 0$

(...)

e) $100 - 100 = 0$ (p. 12)

Anotações: as atividades propostas nesta atividade apontam para algumas abordagens básicas do zero, a primeira refere-se ao sistema posicional, em que, cada número expressa uma determinada quantidade, e isso se evidencia na utilização do zero; na outra situação, destaca-se a subtração de quantidades idênticas, ressaltando que o resultado poderia ser zero.

Conteúdo: *Escrita dos números indo-arábicos*

Aplicação: *Desafio*

Descubra o número seguindo as pistas:

O algarismo das centenas é zero. (p.19)

Anotações: essa representação indica, justamente, o sistema posicional e o algarismo do zero é utilizado como ocupante de lugar, mas a diferença entre número nulo e ocupante de lugar não foi abordado anteriormente.

Conteúdo: *Propriedades da adição*

Aplicação: *Propriedade da existência do elemento neutro.*

O zero é o elemento neutro da adição: $a + 0 = 0 + a = a$

Exemplo:

$$250 + 0 = 0 + 250 = 250$$

O zero, quando é uma das parcelas de uma adição, não influi no resultado. (p. 25)

Anotações: O zero está presente desde a página 10 em: *Múltiplos 10 e 10 viagens*, por exemplo. Porém, seu conceito aparece apenas agora, e seu sentido posicional não prevalece ou é por que ele não nos interessa?

Conteúdo: *Propriedades da multiplicação*

Aplicação: *Propriedade da existência do elemento neutro*

O número 1 é o elemento neutro da multiplicação:

$$1 \cdot a = a \cdot 1$$

Exemplo:

$$20 \cdot 1 = 1 \cdot 20 = 20 \quad (\text{p. 48})$$

Anotações: a multiplicação dos números naturais detém de algumas propriedades, uma delas é a do elemento neutro como está exibida acima. No entanto, a aplicação do zero multiplicado por zero, não consta nos conteúdos adotados.

Conteúdo: *Multiplicação de números naturais – Atividades*

Aplicação: *6. Efetue as multiplicações em seu caderno.*

(...)

c) $13.247 \cdot 0$ (p. 50)

Anotações: a multiplicação por zero explora, efetivamente, a ação do número nulo representada por ele. Mas, surge apenas nas atividades.

Conteúdo: *Divisão de números naturais – Atividades*

Aplicação: *4. Calcule, em seu caderno, o quociente e o resto das divisões:*

(...)

d) $0 : 15$

e) $15 : 0$ (p. 56)

Anotações: o zero, agora, é abordado tanto como numerador, quanto denominador, essas situações operacionais precisam ficar explícitas e demonstram que o zero merece destaque excepcional nas suas aplicações.

Conteúdo: *Potenciação*

Aplicação: *Observação:*

De modo geral, numa potência de base e expoente naturais, o expoente indica quantos fatores devem ser multiplicados. Por isso, considera-se que o expoente de uma potência deve ser no mínimo, 2.

Contudo, os matemáticos, por razões bem específicas dessa ciência, estabeleceram regras especiais para os expoentes 0 e 1.

Toda potência com base diferente de zero e expoente zero é igual a 1.

Exemplos: $2^0 = 1$ $4^0 = 1$ $7^0 = 1$ (p. 63)

Anotações: nesta parte do livro, a potência com expoente zero é retratada como observação conteudista, além de que, o autor faz um reforço no mínimo expoente desejável, indicando o número 2. Logo, entendemos que este conteúdo mereceria um aprofundamento técnico e específico, para assim, explicar o motivo pelo qual o resultado sempre dá o número 1.

Conteúdo: *Leitura de frações*

Aplicação: *As frações são representadas pela expressão $\frac{a}{b}$, sendo a e b números naturais, com $b \neq 0$. (p. 152)*

Anotações: destacamos, aqui, o uso do zero como denominador nas frações e por que ele não pode estar no denominador das frações. Isso revela as diversas facetas e significados dele, mas ainda, não foi abordado com relevância.

Conteúdo: *Frações impróprias*

Aplicação: *Outras frações representam o zero: $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}, \frac{0}{4}, etc.$ (p. 155)*

Anotações: nesta situação o zero está como numerador das frações impróprias e que sua utilização aponta para, que quaisquer situações nesta ótica, resultem em zero.

Conteúdo: *Coordenadas cartesianas*

Aplicação: *Cada ponto do plano tem como coordenadas um par ordenado de números, sendo o primeiro relativo ao eixo horizontal e o segundo ao eixo vertical,*

sempre nessa ordem.

O ponto O tem coordenadas 0 e 0 – indicamos (0,0). (p. 244)

Anotações: o contexto, em que, o zero aparece agora não é mais de número nulo ou de algarismo. Ele representa o conceito de origem ou início da construção cartesiana. Diante, de mais uma aplicação, presenciamos a sua essência importância para a Matemática.

A composição do livro analisado, com relação à História da Matemática, em especial, para a história do zero, explora pouco a temática e as inserções existentes fazem alusão a pequenos fatos históricos. No entanto, por outro lado, vimos que os conceitos técnicos, operacionais e estruturais do zero estão presentes nas mais variadas estruturas do livro e nos diversos blocos de conteúdos do Ensino Fundamental.

Os dois livros analisados, das coleções *Matemática e realidade* e *Projeto Araribá – matemática*, foram explorados em duas perspectivas, a primeira e a de destaque principal, é a que busca compreender, detalhadamente, as abordagens da história do zero nos livros da 5ª série/6º ano de cada coleção. Pode-se afirmar que neles não se trabalha a origem do zero propriamente dita, mas destaca-se apenas a sua utilização nos sistemas de numeração, como conceito pronto e acabado. Abordam-se nesses livros os preceitos numéricos do zero a partir dos sistemas numéricos: maia, indo-arábico e romano.

As observações nesses livros indicam que as representações do sistema maia já trazem o zero como símbolo do princípio de contar que era representado por uma concha, muito engenhoso. O sistema indo-arábico detinha mais praticidade para representar os números, principalmente o zero. Segundo suas formas de apresentação, o sistema de numeração dos hindus era escrito como: 0, 1, 2, 3,...; e evidenciam que o sistema romano não tem na sua estrutura qualquer representação do zero.

Observamos, demasiadamente, que o fundamento histórico nesses livros ficou reduzido. E o que aconteceu anteriormente não nos serve? Será que a origem do zero não interessa à Matemática? Ou pode ser que somos nós quem não nos interessamos pela história da Matemática? Alguns desses questionamentos vieram à tona após investigarmos um pouco da aplicação desse assunto nas publicações escolares.

Da mesma forma, quando partimos para utilização do zero nas operações básicas da matemática estes livros não trazem abordagens sobre questões relacionadas ao quociente de zero por zero, por exemplo. De maneira análoga, observa-se que em anos posteriores o zero também não tem a atenção que merece. Por exemplo: qual a potência de zero elevado a um

expoente negativo? Quanto é 0^0 ? Muitas vezes essas questões são deixadas de lado nas definições apresentadas nos Livros Didáticos e nas aulas de Matemática. Na divisão de naturais, por exemplo, diz-se que a/b só é possível quando $b \neq 0$, mas não se põe em discussão os motivos porque não se divide por zero. Então, são estas algumas das indagações que chamaram a atenção e que passam nos Livros Didáticos sem nenhuma reflexão. Os livros analisados não trazem nenhuma informação sobre a origem do zero, apenas evidenciam os sistemas de numeração adotados e organizados.

As notas explicativas ou inserções com um pouco da história do zero são apresentadas em alguns momentos, mas ainda de forma fragmentada, e com informações que ainda precisam ser reformuladas e contextualizadas para, só assim, serem compreendidas pelos estudantes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tomando os fundamentos utilizados, as questões levantadas e investigadas, a execução dos procedimentos metodológicos, a análise dos dados e suas respectivas reflexões, buscamos a compreensão dos variados significados do zero, através da História da Matemática, com a sua respectiva história, e das suas abordagens nos Livros Didáticos, dada a sua importância para o entendimento de definições, propriedades, aplicações e obstáculos epistemológicos.

Sendo assim, constatamos que é fato o desuso dos conceitos históricos do zero nos Livros Didáticos analisados. Ou seja, o conteúdo matemático, a origem e o desenvolvimento do zero não são explorados com as devidas relevâncias e ressalvas, pois detectamos que ele se constitui por peculiaridades e sentidos epistemológicos, o que justificaria sua especial aplicação nos livros para auxiliar os estudantes.

Neste sentido, apontamos para a necessidade de salientar a importância de estudos de natureza epistemológica no processo de investigação e caracterização dos conteúdos matemáticos do zero, sendo indispensável, tanto para detectarmos o descaso histórico-matemático, como também, a composição conceitual empregada. Além do mais, esses estudos nos trazem indagações sobre o ensino de Matemática, por meio da História da Matemática como recurso metodológico que deveria aproximar cada vez mais os estudantes dos assuntos matemáticos. Levando-nos a percepção de que são necessários novos olhares e adequações às evoluções sociais da Matemática e da Educação, para assim termos aproveitamos satisfatórios e condizentes com as realidades educacionais vigentes.

Logo, recaíram nas ações que nos conduziram para o desenvolvimento deste trabalho com questionamentos, dúvidas e inquietações sobre esse tema. No entanto, o propósito deste não era apenas levantar possibilidades de estudo ou constatações sobre o esquecimento da história do zero nos Livros Didáticos; era também de externar nossas convicções sobre o uso da História da Matemática como referencial técnico para o ensino de Matemática com suas facetas, convergências e aplicações aos mais variados significados matemáticos.

Entretanto, não foi fácil reunirmos o referencial teórico, pois existem poucas publicações sobre o tema, o que acarretou em limitações bibliográficas as quais poderiam explorar com outras ressignificações a história do zero. Por outro lado, as adotadas foram suficientes para constituí-lo, ou seja, para direcionar a linha construtiva deste trabalho.

Por fim, nenhuma pesquisa está terminada ou concluída, temos sempre que reelaborá-la, reestruturá-la e indicá-la para novos olhares, novos contextos e novas eras. Sendo assim, as perspectivas para que a partir deste trabalho monográfico sejam produzidos novos textos e referenciais são no sentido de que a história do zero pode ser abordada como investigação conceitual, como pressuposto teórico para a Educação, para os anos finais do Ensino Fundamental, entre outros.

Portanto, outras óticas se fazem necessárias para ampliarmos as perspectivas de uso da história do zero nas aulas dos professores de Matemática, permeando-as cada vez mais, nas ações metodológicas do ensino básico, o que nos conduz a pensar em pesquisas futuras que aprofundem o tema. Com isso, poderíamos estabelecer conexões futuras tentando práticas educacionais sobre a forma como a história do zero reflete na aprendizagem desse conceito no 4º ciclo do Ensino Fundamental. Ou seja, buscando desvelar os seus múltiplos sentidos nas relações vigentes atuais.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Manoel C. Origem dos numerais. IV Seminário Nacional de História da Matemática. Natal, 2001. *Anais...* Rio Claro: SBHMat, 2001, p.119-130.
- ARAÚJO, Tássio O. A origem do zero e suas abordagens nos livros didáticos. X Encontro Nacional de Educação Matemática. *Anais*. Salvador-BA, 2010.
- BERLINGOUFF, William P. e GOUVÊA, Fernando Q. *A matemática através dos tempos: Um guia fácil e prático para professores e entusiastas*. São Paulo: Edgard Blucher, 2008.
- BERVIAN, P. A.; CERVO, A. L.; *Metodologia Científica: para uso dos estudantes universitários*, 2ª ed. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1978.
- BIANCHI, Maria I. Z. *Uma reflexão sobre a presença da História da Matemática nos livros didáticos*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 2006. (Dissertação de Mestrado)
- BICUDO, Maria A. V.; GARNICA, Antonio V. M. *Filosofia da Educação Matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- BORBA, Marcelo de C. e ARAÚJO, Jussara de L. Introdução. In: BORBA, Marcelo de C. e ARAÚJO, Jussara de L. (Orgs.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 23-26.
- BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Revista por Uta C. Merzbachi. Trad. por Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRASIL, Senado Federal. Decreto nº 891, de 08 de novembro de 1890.
- _____. Senado Federal. Decreto nº 18.564, de 15 de janeiro de 1929
- _____. Senado Federal. Decreto nº 19.850, de 11 de abril de 1931.
- _____. Senado Federal. Decreto nº 19.890, de 18 de abril de 1931.
- _____. Senado Federal. Decreto nº 21.241, de 14 de abril de 1932.
- _____. *Constituição Federal do Brasil*. Congresso Nacional. Brasília, 1988.
- _____. *Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDBEN*. Lei nº. 9.394 de 1996. Brasília: Ministério da Educação, 1996.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): matemática – 5ª a 8ª série*. Brasília: MEC/SEF. 1997.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica (SEB). *Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática*. Brasília, 2008.

CARAÇA, Bento de J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa, 1951.

CAUTY, André; HOPPAN, Jean-Michel. Os dois zeros maias. *Scientific American Brasil – etnomatemática*. 2. ed. Edição Especial. n. 35 São Paulo: Duetto, 2010. p. 10-13.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Revista Educação e Pesquisa*. São Paulo, v.30, n.3, set/dez – 2004. p. 549-566.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Algumas notas históricas sobre a emergência e a organização da pesquisa em educação matemática, nos Estados Unidos e no Brasil. In: MIGUEL, Antonio *et al.* A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. *Revista Brasileira de Educação*. Set/Out/Nov/Dez, 2004, n. 27. p. 70-93.

_____. *Uma história concisa da matemática no Brasil*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

EVES, Howard. *História da geometria*. São Paulo: Atual, 1992. (Coleção Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula)

_____. *Introdução à história da matemática*. Campinas, SP: Unicamp, 2004.

FERREIRA, Aurélio B. de H. *Novo Dicionário da Língua Portuguesa*. 3. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2004.

FIORENTINI, Dario. *Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: O Caso da Produção Científica em Cursos de Pós-Graduação*. Campinas, SP: Unicamp, 1994. (Tese de Doutorado)

FREITAG, B.; MOTTA, V. R.; COSTA, W. F. *O livro didático em questão*. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1997.

GERDES, Paulus. Sobre a origem histórica do conceito de número. *Bolema*, 4 (especial1). Rio Claro: UNESP, 1989.

_____. *Cultura e o despertar do pensamento geométrico*. Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991.

GIL, Antônio C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GUNDLACH, Bernard H. *Números*. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula)

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. *Matemática e realidade*. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

IFRAH, Georges. *A história universal dos algarismos*. vol. 1: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo; tradução de Alberto Munõz e Ana B. Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

LAKATOS, Eva M.; MARCONI, Marina de A. *Fundamentos de metodologia científica*. 6. ed. São Paulo: Atlas 2009.

MACHADO, Airton C.; FONSECA, Maria C. F. R.; GOMES, Maria L. M. Apresentação. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, n. 36, dez. 2002. p. 131-136.

MAFRA, José Ricardo e S.; MENDES, Iran A. História no Ensino da Matemática Escolar: o que pensam os professores. In: CUNHA, Emmanuel Ribeiro. SÁ, Pedro Franco de (Orgs). *Ensino e formação docente: propostas, reflexões e práticas*. Belém: [s.n.], 2002.

MENDES, Iran A. *O uso da história no ensino da Matemática: reflexões teóricas e práticas*. Belém: Eduepa, 2001. (Série Educação; n. 1)

_____. *Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática*. Natal, RN: UFRN, 2001. (Tese de Doutorado)

_____. Os números na sociedade na cultura. In: FOSSA, John A. (Org.). *Presenças Matemáticas*. Natal, RN: EDUFRN – Editora da UFRN, 2004. p. 187-225.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria A. *História na educação matemática: propostas e desafios*. 1ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MODERNA, Editora. *Projeto Araribá: matemática*. 1.ed. São Paulo: Moderna, 2006.

NOBRE, Sergio.; BARONI, Rosa L. S. A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria A. V. Bicudo.(org). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. - (Seminários e Debates)

PADRÃO, Darice L. *A Origem do Zero*. São Paulo: PUC-SP, 2008. (Dissertação de Mestrado)

PEREIRA, Ana Carolina C.; PEREIRA, Daniele E.; MELO, Elisângela A. P. Livros didáticos de matemática: uma discussão sobre seu uso em alguns segmentos educacionais. *Anais. IX Encontro Nacional de Educação Matemática*, Belo Horizonte, MG: 2007.

SAD, Lígia A.; SILVA, Circe Mary S. Reflexões teórico-metodológicas para investigação em História da Matemática. *Bolema*. Ano 21, n. 30. Unesp: 2008.

SKOVSMOSE, Ole. Matemática em ação. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. *Educação matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 30-57.

VIANNA, Carlos R. Filosofia da Educação Matemática. s/d. Disponível em: <HTTP://200.189.113.123/diaadia/diaadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Carlos4.PDF>. Acessado em 09 out. 2010.

_____. *Matemática e História: algumas relações e implicações pedagógicas*. São Paulo: FE-USP, 1995. (Dissertação de Mestrado)