



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CAMPUS CAMPINA GRANDE
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FERNANDO ANDRÉ LINO

**A GEOMETRIA: ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS, SEU ENSINO E
APLICATIVOS**

**CAMPINA GRANDE - PB
2016**

FERNANDO ANDRÉ LINO

**A GEOMETRIA: ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS, SEU ENSINO E
APLICATIVOS**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática como requisito para a obtenção do título de Licenciado em Matemática, pelo Departamento de Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Abigail Fregni Lins.

**CAMPINA GRANDE – PB
2016**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

L758g Lino, Fernando André.

A geometria [manuscrito] : alguns aspectos históricos, seu ensino e aplicativos / Fernando André Lino. - 2016.
43 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)
- Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.

"Orientação: Profa. Dra. Abigail Fregni Lins, Departamento de Matemática".

1. Geometria espacial. 2. Ensino de geometria. 3.
Tecnologias educacionais. 4. Recursos didáticos. I. Título.

21. ed. CDD 371.33

FERNANDO ANDRÉ LINO

A GEOMETRIA: ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS, SEU ENSINO E APLICATIVOS

Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Em cumprimento as exigências para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

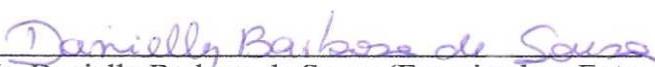
Área de concentração: Educação Matemática

Aprovado em: 20/06, 2016.

BANCA EXAMINADORA


Prof^ª Dra. Abigail Fregni Lins (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof^ª Dra. Morgana Lígia Farias Freire (Examinadora Interna)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof^ª Ms. Danielly Barbosa de Sousa (Examinadora Externa)
Escola Municipal de Ensino Fundamental Roberto Simonsen – Campina Grande
Escola Municipal de Ensino Fundamental Irmão Damião – Lagoa Seca

Em primeiro lugar a Deus que sem Ele não poderia ter conquistado mais este passo tão importante na vida escolar. Aos meus pais que contribuíram para minha formação. Apesar de não estarem presentes em todos os momentos, eles deram sua parcela de contribuição nesta formação.

Aos meus irmãos e minha esposa que também me acompanharam nesta jornada, e o filho que nasceu no decorrer dessa. E por fim aos meus amigos que foram o ponto inicial de tudo isso, pois me incentivaram a buscar sempre o melhor, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Durante o período deste trabalho, muitas pessoas incentivaram-me dando suas parcelas de contribuição, seja no conhecimento, amizade e carinho. É chegado o momento oportuno de agradecer. E nesse espaço presto, em poucas linhas, mas na integridade do meu coração meus agradecimentos.

Primeiramente, agradeço a Deus por me capacitar e dando sabedoria, graça e força nos momentos difíceis no qual passei neste Curso, perante barreiras que foram superadas para que tudo isso se tornasse em realidade. Também a minha esposa Anaquilza e meu filho Simion, um presente de Deus.

Agradeço aos membros da banca examinadora pelas contribuições.

Agradeço à professora Abigail por ter me auxiliado em todo esse trabalho e ter me dado orientações precisas, como a um filho, de modo admirável e respeitoso, trazendo-me segurança, possibilitando a conclusão deste trabalho com eficácia.

*Bem-aventurado o homem que acha sabedoria,
o homem que adquire conhecimento
(Provérbios 3:13)*

RESUMO

LINO, Fernando André. **A Geometria: alguns aspectos históricos, seu ensino e aplicativos**. 2016. 43f. Monografia (Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus Campina Grande, 2016.

Um dos objetivos de nossa pesquisa foi explorar e analisar discussões sobre a Geometria no seu contexto histórico como seu ensino no Brasil, de forma bibliográfica, extraíndo informações de trabalhos divulgados na web, monografias, dissertação, artigos e minicursos trabalhados em encontros matemáticos. O ensino da Geometria vai desde a simples operação, evoluindo, Geometria Intuitiva ou Subconsciente, Geometria Dedutiva ou Demonstrativa, Geometria Avançada e Geometria Espacial. Esta evolução leva o uso de recursos tecnológicos para as aulas de Matemática. Como resultado, aplicativos de geometria dinâmica como recurso complementar, que torna possível fazer cálculos com rapidez, resolver problemas, visualizar figuras, assim como permite trabalhar conceitos e construções geométricas. Com isso, em nossa pesquisa também apresentamos três dos aplicativos a serem utilizados para as aulas de Matemática, assim como trazemos algumas atividades como sugestões aos professores. Dentre os ramos da Geometria citados acima, nessa pesquisa daremos ênfase a Geometria Espacial.

Palavras-Chave: Geometria. História. Ensino. Aplicativos

ABSTRACT

LINO, Fernando André. **The Geometry: some historical aspects, its teaching and software**. 2016. 43f. Monograph (Teacher Initial Education in Mathematics) – State University of Paraíba – UEPB, Campus Campina Grande, 2016.

One of the aims of our research work was to explore and analyze discussions about Geometry in its historical context as its teaching in Brazil, in a bibliography way, extracting information of work published in the web, monographers, dissertations, articles and workshops done in mathematical events. The teaching of Geometry goes from a simple operation, evaluating in other ramifications, Space Geometry, Deductive Geometry, Intuitive Geometry and Advanced Geometry. This evolution provokes the use of technological resources in Mathematics classes. As results, the dynamic geometry software as complement resource that makes possible to do calculus in a faster way, to solve problems, to visualize figures, as well as to allow working concepts and geometrical constructions. For that, in our research work we also present three software to be used in Mathematics classroom, and we bring some activities as suggestion for the teachers.

Keywords: Geometry. History. Teaching. Software.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Caixa contendo 3 dimensões, altura, largura e comprimento.....	20
Figura 2 – Pirâmide.....	21
Figura 3 – Cubo.....	22
Figura 4 – Prisma ilimitado.....	23
Figura 5 – Prisma.....	23
Figura 6 – Cilindro.....	24
Figura 7 – Superfície Esférica	24
Figura 8 – Tela inicial do Calques 3D	29
Figura 9 – Menus Construção e Ver.....	29
Figura 10 – Menu Objeto.....	30
Figura 11 – Esfera.....	31
Figura 12 – Equação da Esfera.....	32
Figura 13 – Inserção de dois pontos.....	33
Figura 14 – Inserção do Cubo.....	33
Figura 15 – Cálculo da altura de um Cubo qualquer.....	33
Figura 16 – Passos para construção do paralelepípedo da Atividade 2.....	35
Figura 17 – Tela inicial do GeoGebra.....	36
Figura 18 – Bissetriz de um ângulo.....	38
Figura 19 – Reta tangente ao círculo com centro O e raio R.....	39

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
2	UM BREVE HISTÓRICO SOBRE GEOMETRIA E SEU ENSINO NO BRASIL.....	11
3	O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL.....	16
4	USO DE APLICATIVO PARA SALA DE AULA E PROPOSTAS DE ATIVIDADES.....	27
4.1	O APLICATIVO CALQUES	27
4.1.1	Atividades propostas com o aplicativo Calques 3D.....	31
4.2	O APLICATIVO GEOGEBRA.....	34
4.2.1	Atividades propostas com o aplicativo GeoGebra.....	36
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	40
	REFERÊNCIAS.....	41

1 INTRODUÇÃO

No segundo semestre de 2006 pude desfrutar de uma experiência em sala de aula, substitui uma professora da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Carlota Barreira, por saída de licença maternidade.

Quando a substitui, os alunos da turma de 6ª série (hoje 7º ano) disseram que a professora decidiu que em todas às quartas-feiras seriam ministradas às aulas sobre o conteúdo de Geometria. Em particular essa decisão foi muito importante, porque o conteúdo não seria desprezado, nem deixado para o final do ano, que geralmente é um momento de muito estresse na preparação de avaliações e fechamento do bimestre, entre outros, ou seja, quando não havia certeza se existiria tempo suficiente para ministrar todo o conteúdo do estudo da Geometria.

Observando a necessidade de dedicação do ensino de Geometria nas salas de aula, visto à sua importância na formação de um cidadão focado na realidade de nossa sociedade de modo transformador, motivamo-nos a realização deste trabalho, cujo objetivo foi o de explorar e analisar discussões sobre a Geometria no seu contexto histórico e de ensino, assim como apresentar dois dos aplicativos de Geometria Dinâmica como sugestão metodológica aos professores de Matemática.

A metodologia de pesquisa adotada fora revisão bibliográfica, sendo realizada especificamente em livros, artigos, monografias, dissertações, entre outros. Por exemplo, pesquisamos a dissertação de Pavanello sobre Geometria e sua história; o artigo de Lorenzatto sobre a omissão no ensino da Geometria; a dissertação de Menezes que traz uma contribuição sobre a Geometria escolar no Brasil; e, o livro de Eves sobre a história da Geometria mundial.

Este trabalho divide em três capítulos, onde o primeiro capítulo contribui com um breve histórico sobre a Geometria e seu ensino no Brasil.

O segundo capítulo traz o estudo da Geometria Espacial e seu ensino, mostrando o que diz os parâmetros curriculares nacionais (PCN).

Por fim, o terceiro capítulo aponta contribuição para o corpo docente no estudo de Geometria Espacial, trabalhando a tecnologia em benefício da educação com uso de aplicativos em sala de aula, trazendo o aspecto da tecnologia da informação, da visualização, da experimentação de objetos e figuras geométricas espaciais.

Neste último capítulo damos prioridade para aplicativos que podem ser usados em sala de aula conforme a criatividade de cada docente, explorando o máximo de cada aplicativo e tornando a aula mais interessante.

2 UM BREVE HISTÓRICO SOBRE GEOMETRIA E SEU ENSINO NO BRASIL

Neste capítulo discutimos a história da Geometria e o seu ensino no Brasil

O conhecimento geométrico nasceu na necessidade dos povos nômades em procurar deixar esse tipo de vida para melhor se adaptar a um determinado lugar, e ali procurar formas de se organizar, trabalhando na terra e cultivando-a, abandonando assim a vida nômade (PAVANELLO, 1989).

Com isso, a prática da agricultura em grande escala foi gerando mais e mais transformações na sociedade, pois tornou-se necessária à cooperação de membros nas construções de edificação para armazenamento dos alimentos, represas e canais de irrigação, e o aparecimento de profissionais como agricultor, oleiro, artífice, pedreiro, encanador, entre outros (PAVANELLO, 1989).

Para o plantio foi necessário estabelecer limites entre as plantações, determinar formas específicas e técnicas de manejo do solo, técnicas para que as águas da chuva não estragassem o plantio (PAVANELLO, 1989).

Com o surgimento da profissão de oleiro, através de seu trabalho essencial para o desenvolvimento daquela época e que também ainda serve para a nossa, determinou-se a forma de objetos (utensílios), seja para cozinha, como exemplo, panelas e utensílios utilizados em casa como na atividade da agricultura. Conforme Pavanello (1989, p. 23) relata:

[...] a confecção de um calendário que ocupou gerações de sábios (sacerdotes) das civilizações antigas, acabando os egípcios por adotar um calendário solar, baseado em observações prolongadas do sol e das estrelas, enquanto os sumérios e seus sucessores empreenderam a tarefa muito mais difícil de conciliar o calendário lunar e o solar. Muito conhecimento geométrico resultou de tudo isso até hoje usamos medidas de ângulos (e tempo) o mesmo sistema sexagesimal utilizado na Mesopotâmia há milhares de anos.

Com o avanço da agricultura e seu conhecimento surgem várias técnicas e com elas começam a tecelagem, com abundância de materiais, como a lã, o linho e o vime atendendo a necessidade de vestuários e armazenamento de alimentos (PAVANELLO, 1989).

Na agricultura havia um problema, o de estabelecer limites nas propriedades e suas linhas divisórias com relação às áreas de cultivo para proteger as plantações das

cheias anuais do rio Nilo (Egito). Para tanto, foi imprescindível os conhecimentos geométricos para resolver este problema, bem como o de armazenagem dos tributos e excedentes de produção. Para isso, fez-se necessário os conhecimentos geométricos. Tendo o avanço matemático o sistema de medidas, com o uso não só de adição e subtração de objetos, mas também o uso da operação de multiplicação e divisão, que se fez necessário para “calcular quantidades relacionadas às obras públicas, como abertura de canais de irrigação e construção de pirâmides” (PAVANELLO, 1975, p. 24).

Como falou Eves:

Mais tarde, a inteligência humana fora capaz de, a partir de certo número de observações relativas a formas, tamanhos e relações espaciais de objetos físicos específicos, extrair certas propriedades gerais e relações que incluíam observações anteriores como casos particulares (EVES, 1992, p. 2).

Como relata o site *Somatematica*, para ter-se uma ideia, os sacerdotes responsáveis por arrecadar impostos sobre a terra provavelmente começaram a calcular a extensão dos campos por meio de uma simples observação. Em determinado dia, um dos sacerdotes ao observar trabalhadores pavimentando mosaicos quadrados em uma superfície retangular, notou que para se conhecer o total de mosaicos bastavam contar os de uma fileira e repetir esse número tantas quantas fileiras houvesse¹.

Com isso, vemos o quanto se faz necessário os conhecimentos geométricos para que se tenha um bom desempenho ao realizar determinadas ações nas diversas profissões em nossa sociedade organizada. Contudo, o que nos resta é trabalhar esses conhecimentos, tendo em vista que são tão necessários para a sociedade como um todo.

Um documentário produzido pela BBC sobre a História da Matemática, disponível no Youtube em *A Linguagem do Universo*, discute que para entender como conseguiram os Egípcios derivar a fórmula de cálculo do volume de uma pirâmide truncada, mostram que com uma pirâmide construída de modo a que o ponto mais alto esteja diretamente sob um lado, três destas podem ser unidas para formar uma caixa retangular, de modo a que o volume desta pirâmide inclinada seja um terço do volume da caixa. Isto é, a altura multiplicada pelo comprimento multiplicado pela largura,

¹Dicionário Enciclopédico Conhecer – Editora Abril Cultural, ano. (<http://somatematica.com.br/geometria.php>; acessado em: 23/09/2012).

dividido por três. Caso cortássemos a pirâmide em fatias, poderíamos reorganizar as camadas, notando que o volume da pirâmide não mudou apesar dessa alteração.

Este é mais um exemplo de que a Geometria tornou-se tão importante, e fora utilizada bem antes de vários filósofos e matemáticos como Pitágoras, Leibniz e Newton. Sabemos que ela, por sua vez, continua sendo importante, como propôs Platão em sua tese de que a Geometria é a chave para resolver os segredos do Universo (BBC, A Linguagem do Universo, 2008).

Em inícios do século XX, o ensino elementar foi garantido à população dos países desenvolvidos e a escola secundária aberta a um número cada vez maior de estudantes, “pois a maioria esmagadora da população brasileira era ainda analfabeta: 69,63% da população (excluídos os menores de 5 anos)”, conforme assinala Paiva (1985, p. 85). Conforme Pavanello (1989, p. 111):

O acesso aos demais níveis de escolarização era reservado a uma minoria compreendida por elementos das camadas médias (destinados, por exemplo, a ocupações no comércio, a funções subalternas no funcionalismo público e nos setores de prestação de serviços) e pelos filhos e parentes dos latifundiários, que se habilitam graças à diplomação em escolas de nível superior, ao desempenho de funções burocráticas e políticas no governo.

Com o tempo chega-se o momento que a preocupação seria com a qualidade do ensino e não mais o acesso aos níveis escolares, expansão da rede pública, e sim com a reforma no ensino, capacitação de profissionais, novas metodologias de ensino, “com a difusão de técnicas e teorias psicológicas, com publicação de obras didático-metodológicas e com os estudos da pedagogia” (PAIVA, 1985).

Acredito que deveria ser ostentado por todos os nossos governantes não somente a quantidade de profissionais (visando o ensino básico), mas também a qualidade do ensino. Em muitos casos falta capacitação dos profissionais e incentivos para Educação como um todo. Apesar de uma nação nascer a partir da Educação, os professores enfrentam dificuldades para que possam ministrar suas aulas e transmitir um ensino de qualidade, a que a sociedade merece.

O ensino da Matemática no Brasil na escola primária, em especial o de Geometria, buscou o domínio das técnicas operatórias necessárias à vida prática e a atividade comercial. Outras noções de Geometria também foram trabalhadas, sob a mesma orientação utilitária (PAVANELLO, 1989).

Já na escola secundária, o ensino era gratuito, as vagas eram limitadas e, portanto havia uma seleção cujos aprovados teriam que ter QI alto para obter a vaga. Os ramos de Matemática (Aritmética, Álgebra e Geometria) “eram ensinados como disciplinas separadas e ministradas por professores diferentes”, as aulas de Geometria eram meramente teóricas não havia preocupação com aulas práticas (PAVANELLO, 1989).

Propor um meio para trabalhar com a Geometria, de forma explorar institivamente, porém, “progressivamente construir uma sistematização” (PAVANELLO, 1989).

No Brasil, pesquisas recentes apontam para a importância do ensino das construções geométricas, auxiliando a construção do conhecimento em Geometria, e/ou têm mostrado as dificuldades em que os alunos têm se deparado diante de alguns problemas, nos cursos superiores, nos quais a Geometria e as construções geométricas são imprescindíveis (LIBLIK e PINHEIRO, 1996; ZUIN, 2000).

Nota-se, no mencionado acima, que ainda há um despreparo no Fundamental e Ensino Médio no que se refere ao ensino da Geometria, apesar de estarmos cercados de tantos objetos, imagens de diversas formas e tamanhos que encontrados na natureza, nas ruas, arquiteturas em nossas cidades, quer sejam antigas ou não, nas salas de aulas e em outros lugares. Ou seja, há material concreto suficiente ao nosso redor, isto é, Geometria, sendo a visualização uma das características da construção do conhecimento geométrico a qual pode ser usada para trabalhar o ensino da Geometria Espacial. O que se diria de uma aula complementada com material semelhante aos mencionados? E uma aula que não possui tais instrumentos didáticos? Resta-nos repensar a respeito e dar o devido valor ao ensino da Geometria que deve ser desprezada ou tratada como mais um conteúdo da Matemática. Ecoando Lorenzato (1995, p. 8):

Em 1988, a Associação Americana (The Nacional Council of Supervisors of Matematics - NCSM), durante seu encontro anual redigiu um documento que continha quais as habilidades básicas, em Matemática, necessárias para os estudantes do século XXI. O ensino de Geometria está entre as doze áreas de competência que todos os alunos deverão apresentar, em Matemática, em sua atuação como adultos responsáveis deste século.

Sendo esta mais uma afirmação que contempla a importância do ensino da Geometria em sala de aula, e nos faz pensar que não se pode abandonar tal ensino explorando a visualização de objetos, usando materiais concretos ou até mesmo

utilizando a tecnologia em favor do ensino e aprendizagem nas aulas de Geometria através de aplicativos que possibilitam uma facilidade na aprendizagem.

Conforme mencionei minha experiência em sala de aula, a professora (2006), a qual substitui separava um dia na semana para o conteúdo de Geometria, hoje com a mudança apresentadas nos livros didáticos com o conteúdo de Geometria foi distribuída de forma mais distinta, como afirmam Santos e Nunes (2014) pouco se vê sobre Geometria. Conforme Pavanello (1993) com a promulgação da Lei 5692/71, os professores passaram a ter liberdade em escolher os conteúdos, dando argumento aos professores para o abandono do ensino da Geometria ou então deixar para o final do ano quando não é possível trabalhar com tanta atenção este conteúdo.

Diante de tudo o que foi exposto neste capítulo discutindo sobre a Geometria, o seu significado para alguns autores, sua história e em específico no Brasil, temos muito que fazer para revitalizar o ensino da Geometria em nosso país, que depende do envolvimento de todos para retomarmos a um novo estágio deste ensino no Brasil.

Cabe a nós professores repensar nossos conceitos a respeito, é necessário ser feito um melhoramento do nosso papel nas escolas, e a escola acadêmica é de fundamental importância na formação de professores, tem o seu papel a desempenhar na profissionalização desses.

No próximo capítulo abordamos Geometria Espacial, levando em consideração o seu ensino, discutindo o que os Parâmetros Curriculares Nacionais trazem a respeito do assunto e tomando por base também o que é tratado em alguns artigos, monografias e congressos, na apresentação de minicursos e palestras.

3 O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL

Este capítulo discute, em um primeiro momento, o que vem a ser Geometria, isto é, sua definição, o que vem a ser Geometria Espacial, entre outros. Em um segundo momento discute aspectos de seu ensino.

Nos PCN, tendo em vista as nossas escolas tê-los por base para o Projeto Pedagógico Escolar, podemos encontrar o que seria Geometria, o que deveria ser discutido pelos professores a respeito dela em sua sala de aula:

A geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços (BRASIL, 1998).

Geometria é o ramo da Matemática que trata das formas e espaços e trabalha com a medida dessas formas e sua representação descrevendo-as.

As propriedades de que a Geometria trata são de dois tipos, associadas à posição relativa das formas e associadas às medidas (PCN, 1998, p. 120).

Os PCN fazem uma crítica à abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, e que não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas.

Para Pavanello (1989, p. 157), a Geometria é a investigação do *espaço intelectual*, “onde o jovem tem um tipo particular de pensamento buscando novas situações, sendo sensível aos seus impactos visuais e, interrogando sobre eles”. Com isso, na Geometria deve-se explorar o conhecimento como um todo, não apenas uma parte esquecendo-se da outra, pois as propriedades métricas e as de posições relativas de objetos geométricos se complementam. É indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno.

Daí os Parâmetros apontam que:

a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas, ainda que a mesma tenha um “papel fundamental no currículo que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. É realidade que as questões geométricas começam a mexer com o pensamento do jovem e adolescente despertando o interesse de modo natural e espontâneo”. (PCN, 1998, p. 122).

Sempre existe a curiosidade, e esse assunto instiga o adolescente a imaginar o mundo real em que vive, mostrando que muitas vezes aquilo que parece ser apenas uma figura. Na verdade, há diversos assuntos ali correlacionados entre si, por exemplo, a própria história cultural de uma determinada cidade está sendo transmitida através da arquitetura das casas que visualiza essa cultura ou história ao longo dos anos.

Este explora uma característica marcante da Geometria, a visualização, ao observar um objeto ou figura pode-se ter a impressão de ver tipos de figura diferente, o que alguém ver pode ser diferente do que a outra pessoa.

A partir da visualização começam-se os questionamentos sobre o que a figura representa para cada um, por que o artista quis transmitir através dela, qual o seu volume, tamanho, ou seja, quais as suas medidas? Logo estamos investigando justamente a Geometria nesses questionamentos.

O oleiro serve-se de sua imaginação para criar e recriar peças incríveis com grande habilidade e rapidez demonstrando uma capacidade de criatividade que deixa as pessoas admiradas, uma profissão como esta tão antiga, mas que atualmente não é dado tanto valor, porém vemos que a Geometria está inserida neste contexto através de seu modo representativo tanto das formas geométricas, como espaço e medidas.

Então, “a Geometria está por toda parte”, como diz Lorenzato (1995, p. 5), e ainda com a Geometria traz para o ser humano algo que se chama de “pensar geométrico e raciocínio visual” e se desenvolve no ser humano, e o leva a resolver questões relacionadas com a vida de forma geométrica, daí onde que se apresenta o conhecimento geométrico.

Existem diversas situações na convivência social que podem ser resolvidas bastando apenas ter um olhar diferente em cada momento para que se possa ter uma solução, para tanto o conhecimento discutido acima pode nos motivar de uma forma eficaz para mudanças em nosso comportamento enquanto um ser social que somos.

Assim, não é um desperdício de tempo ver Geometria, e até pelo fato de que mesmo que ignoremos ela está em nosso redor, no cotidiano de cada um, basta olhar de modo crítico para aquilo que nos circula, simplesmente ignorá-la não dá, pelo fato de que há outros ramos da Matemática que ligam a mesma.

A Geometria é cheia de instrumentos que possibilitam a explorar as características espacial e visual de cada pessoa; isso demonstra que é possível estabelecer a intermediação entre outros conteúdos.

O indivíduo tende a observar tudo o que se encontra ao seu redor para mais tarde realizar a sua representação: “desenhos, imagens, linguagem verbal” (LIMA, 2010, p. 17). O homem em si tem capacidade de visualizar objetos e desenvolver sua imaginação através destes componentes que representam o espaço em que vivemos ou temos vivenciado algumas experiências. A Geometria Espacial possibilita vermos o mesmo problema de modo diferente, desenvolvendo nosso senso crítico, e a sensibilidade.

A Geometria tem outras características que se faz necessário, levar em consideração, Garcia (2006, p. 8) traz à tona estas “características como Geometria intuitiva, Geometria dedutiva, Geometria de transformações, Geometria avançada”.

Queremos chamar a atenção para a primeira característica citada é chamada de Geometria subconsciente, “aquela que tem sua origem nas observações do mundo físico, real” (LIMA, 2010). As pessoas param, observam e fazem suas comparações quanto a tudo que veem e tocam.

Já a “Geometria científica surge do trabalho da mente humana sobre suas noções primitivas, consolidando-se conscientemente nas leis regras gerais, como cálculo e medidas” (LIMA, 2010).

A Geometria de transformações é a forma mais abrangente de se ver Geometria teve-se essa percepção desde que surgiu, a ideia de existir outros tipos de Geometria, Euclidiana e não-Euclidiana no século XIX, assim o espaço passa a ser o lugar onde pode se fazer comparações entre os objetos (CARNEIRO, 2005).

“A Geometria avançada é uma concepção recente e geral da Geometria, definida como conjunto de objetos e conjunto de relações entre os objetos” como aponta Carneiro (2005).

De tudo isto resulta do entendimento do espaço extrai daquilo que é real para ser idealizado, como um pensamento que pode ser desenvolvido de modo que em nossa mente os objetos tivesse a condição de se moverem e também passam a ser comparados uns com os outros.

E a “Geometria dedutiva introduzida pelos gregos”, tem sua parcela de contribuição. Assim abriu o caminho para a Geometria Espacial, que estávamos a discutir, pois a mesma tem esse tipo de concepção daquilo que é real e passa a ser imaginado, de acordo com Lima (2010, p. 14).

A Geometria Espacial está presente na vida comum de todo o cidadão, sendo idealizado pelos diversos profissionais, tratando da visualização como característica de sua criação imaginada, colaborando com a cultura social, pois a Matemática não é algo de outro mundo que alguns pensam, ela está perto e é usada, diariamente, para diversas resoluções de problemas. Sem o conhecimento matemático com certeza sofreríamos perdas com relação às nossas finanças e outros.

Dadas tantas evidências da Geometria Espacial não se pode negar sua existência e sua necessidade, para tanto precisamos enxergar os benefícios que tem trazido aos cidadãos e profissionais de diversas áreas, a sua eficácia em nossa sociedade é notório, não há como deixar de descrever se de fato é tão evidente.

Para falar em dimensão, precisamos ter em mente o que vem a ser, ou seja, qual o seu conceito dado pelos matemáticos, dessa forma pensei em pesquisar a respeito, então, de acordo o site da Wikipedia²: “Na Matemática, a dimensão de um espaço é o número de parâmetros necessários para identificar um ponto desse espaço”.

Nos dias atuais, ouvimos sobre tecnologia 3D, mas de onde vem este termo? Como poderíamos falar sobre o mesmo, matematicamente? No mundo em que vivemos existem várias figuras, de diversas formas e tamanhos. Observe as estrelas no céu, são exemplos de objetos sem dimensão, já as faixas contínuas de rodovias são unidimensionais. CD e DVD são bidimensionais, e ainda, temos os que são tridimensionais, como um exemplo a ser citado é o próprio automóvel. Na Matemática, as figuras tridimensionais (3D) ou com três dimensões comumente vê-se falar, estas têm medidas de comprimento, largura e altura, como mostra a Figura 1:

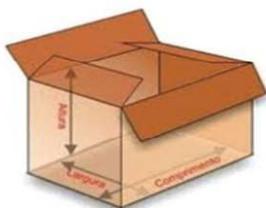


Figura 1: Caixa contendo 3 dimensões, altura, largura e comprimento.

Fonte:

http://cejarj.cecierj.edu.br/pdf_mod3/matematica/Unid2_MAT_Matematica_Modulo_3.pdf.

² site: [pt.wikipedia.org/wiki/dimensão_\(matemática\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/dimens%C3%A3o_(matem%C3%A1tica)) acessado em 17.07.2013

A Geometria Espacial trabalha com as figuras que possui acima de duas dimensões, que são os prismas, cubos, esferas, cilindros que apontam para outras formas que se assemelham a estas, e podemos citar como exemplos, dados, caixa de sapato, casquinha de sorvete, canudos, PVC e outras. Que estão sendo tratadas são as figuras tridimensionais que têm sido encontradas em vários lugares e de diversas formas, algumas já citadas.

As figuras tridimensionais são muitas vezes difíceis de serem trabalhadas em papel e lápis, ou seja, em sua forma plana, mas existem recursos didáticos que podem auxiliar.

Dentre os diversos ramos da Matemática, a Geometria Espacial é o que mais favorece o desenvolvimento das capacidades intelectuais de abstrair, generalizar, projetar, interpretar com rapidez, e sensibilidade às questões cotidianas (LORENZATO, 1995). Podemos nos debruçar muito no que tange a Geometria Espacial quando trazemo-la para a nossa vida cotidiana, a observar diversas figuras naturais como tais existem no universo em vivemos, que podemos citar exemplos, astros, planetas, os favos de abelhas, as pirâmides no Egito que é uma representação clara de figura geométrica, bem como os cristais, pedra preciosas, até objetos mais simples em que não notamos, mas em que a Geometria Espacial está inserida. Porque não poder se referir também as formas da natureza, com árvores, montanhas, vales, planícies e construções idealizadas e concretizadas pelos homens, tais como, barragens, grandes e pequenas cidades, castelos e outras mais onde há várias possibilidades de formas geométricas.

Os tetraedros podem ser chamados de pirâmides triangulares, por ser formado por triângulos. “Os tetraedros são figuras geométricas que podem ser construídas reunindo-se quatro triângulos”. Recortando-se uma pirâmide formada por quatro triângulos equiláteros, teremos a *planificação* da figura e que pode ser construído um modelo espacial para esse tetraedro (CÂNDIDO E GALVÃO, 2004, p. 32).

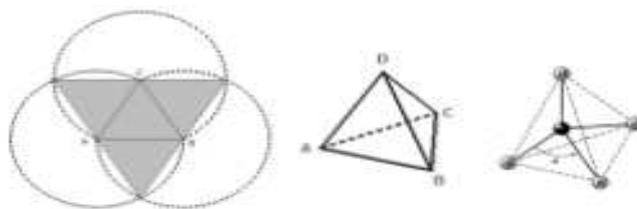


Figura 2: Pirâmide
Fonte: Cândido e Galvão

Pode-se construir tetraedro com diversos materiais canudos, varetas, palitos utilizando bolinhas de isopor, palitos e outros. É possível observar que em geral um tetraedro tem quatro faces triangulares, quatro vértices e seis arestas. E também vemos no Módulo 5, por Cândido e Galvão (2004, p. 33) que:

- cada par de vértices determinam exatamente uma aresta;
- cada três vértices determinam uma face;
- duas faces que um vértice em comum tem exatamente uma aresta em comum;
- dados dois vértices de uma face, a aresta determinada por eles é um lado desta face.

O cubo é um poliedro que, por sua vez, também é conhecido como hexaedro este é formado por seis faces quadradas, na Figura 3.

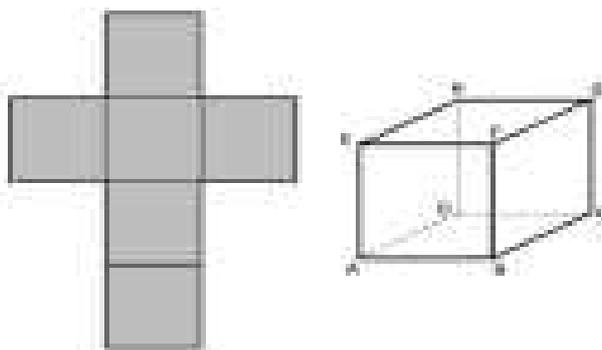


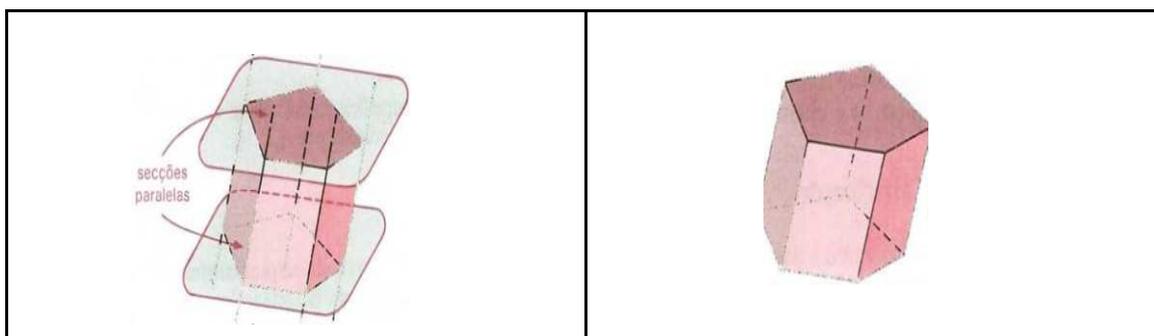
Figura 3: Cubo
Fonte: Cândido e Galvão

Nota-se na Figura 3 o cubo em sua forma planificada que tem formato de um retângulo regular. Outra coisa a observar é que o cubo possui retas paralelas, duas retas, reversas, estão contidas em planos paralelos.

Além da pirâmide e do cubo existem outros poliedros regulares, mas os poliedros são formados a partir de polígonos planos dessa forma vemos (Fig. 3) que cada face desse polígono corresponde a uma e somente uma face de outro polígono.

Conforme definiu Dolce e Pompeo no livro Fundamentos da Matemática Elementar, volume 10, adquirido através do site³, “prisma convexo é a reunião de parte do prisma convexo ilimitado, compreendida entre os planos de duas secções paralelas e distintas, com essas secções”.

³ <http://drikamath.files.wordpress.com/2012/02/vol-10-geometria-espacial-completo-osvaldo-dolce-josc3a9-nicolau-pompeu-geometria-espacial.pdf>

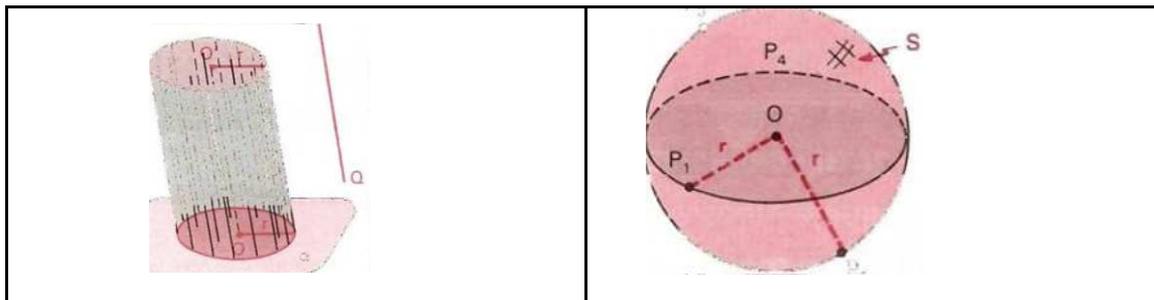


Figuras 4 e 5: Prisma ilimitado e Prisma
 Fonte: Dolce e Pompeo

O prisma é um dos sólidos geométricos que também pode ser encontrado em diversos lugares inclusive em nossas próprias casas, em embalagens, e muitos objetos de modo geral. Este sólido possui duas faces que são dois polígonos congruentes e faces laterais que são paralelogramos, de acordo com o trabalho realizado por em Matemática Geometria Plana e Espacial, por Candido e Galvão acessado no site⁴.

No tocante aos sólidos geométricos, outro a ser observado é o cilindro que se diferencia do prisma por ter suas bases em forma de círculo. Sendo assim, cilindro é a reunião da parte do cilindro circular ilimitado que se encontra entre os planos de suas secções paralelas e distintas em relação a essas secções:

⁴ http://www.cienciamao.usp.br/dados/pru/_geometriaplanaeespacial.apostila.pdf, em 14 de junho de 2013.



Figuras 6 e 7: - Cilindro e Superfície Esférica
Fonte: Dolce e Pompeo

Quem nunca brincou com uma bola, seja de futebol, voleibol ou outro esporte qualquer? Esta representa uma figura geométrica que é bem comum no cotidiano das pessoas, trata-se da esfera (Figuras 6 e 7: cilindro e esfera) que é definida, (que pode ser encontrado através do link a seguir sobre a educação matemática⁵), como sendo um “objeto tridimensional que resulta da rotação de um círculo em torno do seu diâmetro”.

Sabe-se que existem propriedades, medidas destes sólidos aqui citados que não foram mostrados, tais como: comprimento, largura, altura, volume, e ainda mais sobre seus vértices, arestas, faces e outros. Traremos no próximo capítulo aplicativos que poderão ser utilizados como ferramentas complementares e auxiliares aos professores e alunos nas aulas de Geometria Espacial, fazendo com que possam visualizar bem fora estudado. Trazemos exemplos de questões que o professor poderá utilizar em sua aula de Geometria complementando-a.

A Geometria está presente naturalmente no nosso dia-a-dia sem que haja necessariamente a intervenção humana. Para termos um ensino da Geometria mais eficaz é preciso se utilizar de coisas, objetos e profissões, que este último faz uso da Geometria para realizar determinados trabalhos, e pode ser usado como exemplo na nossa sala de aula. Como é que pode se separar o ensino da Geometria de nossa realidade? Visto que estamos cercados de sua essência por todos os lados, basta apenas olhar em nossa volta para percebermos o quanto está presente em nosso cotidiano. Profissionais se utilizam de suas ferramentas de trabalho, às vezes sem perceber, para que através do conhecimento geométrico exercer sua profissão com eficiência. Por isso, “o ensino das propriedades métricas envolvendo cálculos de distâncias, áreas e volumes

⁵ <http://educacao.uol.com.br/matematica/cilindro-cone-e-esfera-definicoes-area-e-volume.jhtm>

é apenas uma parte do trabalho a ser desenvolvido que não pode ignorar as relações geométricas em si” (PCN, 1998, p. 120).

De acordo com os PCN tem-se:

No ensino de Geometria na escola do Ensino Básico faz-se necessário contemplar também o estudo de propriedades de posições relativas de objetos geométricos; relações entre figuras, espaciais e planas em sólidos geométricos; propriedades de congruência e semelhança de figuras planas e espaciais. Análise de diferentes representações das figuras, planas e espaciais, tais como desenho, planificações e construções com instrumentos (PCN, 1998).

Entendemos que o ensino da Geometria Espacial vai além das aulas tradicionais em sala de aula até por que estamos cercados de formas geométricas, e que através dessas formas que são vistas em tantas coisas como pinturas, esculturas e construções arquitetônicas e outras, nascem conceitos, definições e modos de pensar e analisar que são de particular interpretação. Portanto, os alunos necessitam de liberdade para expressar esses conceitos para que juntos professor e alunos possam discutir e analisar tais conceitos, como formas de pensar diferente, que cada pessoa possui, dando oportunidade o alunado que possa crescer instrutivamente e abrir novos caminhos para aprendizagem (PCN, 1998).

De acordo com Rogenski e Pedroso (2008, p. 6):

estudos esclarecem que a Geometria promove o entendimento de diferentes conteúdos matemáticos, é por isso que precisa ser trabalhada em conjunto com cada conteúdo, pois dessa forma os alunos entenderão melhor até mesmo o cálculo algébrico, que, muitas vezes, parece ser abstrato.

Do citado podemos compreender claramente que os outros conteúdos da Matemática necessitam do conhecimento da Geometria para proporcionar um melhor entendimento deles, para tanto se faz necessário abordar os conteúdos com o auxílio da Geometria, o que pode ser bastante interessante do ponto de vista didático, pois nos faz pensar geometricamente trazendo com clareza e concisão as questões.

Para termos uma melhor compreensão da solução de um problema, desenvolvendo o pensamento crítico, espacial. E quando fazemos um desenho, seja em uma folha, no quadro com o uso do giz, não temos o entendimento completo da figura em relação o que é realizado em um aplicativo dinâmico, por exemplo, ou seja,

“dificulta a visualização, e algumas vezes o aluno se confunde na identificação de invariantes,” conforme Vargas (2010, p. 14).

No ensino da Geometria não basta abordar apenas o aspecto da exemplificação, se o aluno não consegue visualizar e compreender os significados de tudo aquilo que vê, será em vão, no entanto, toda apresentação ilustrativa das figuras, quer seja em quadro de giz ou até mesmo em algum aplicativo dinâmico que esteja sendo apresentada (ROGENSKI E PEDROSO, 2008, p. 7).

Do que se afirmam acima, compreendemos a necessidade de saber aplicar os conceitos da Geometria em especial a *Espacial*, na visualização das figuras tridimensionais possibilitando a flexibilidade de compreensão destes conceitos. Dessa maneira, aprendendo os significados dos conceitos observando as figuras geométricas, desenvolvendo a percepção correta de análise destas.

Mas Reis (2005, p. 6), em sua pesquisa bibliográfica comenta que se os professores buscassem criar novas alternativas para diminuir as dificuldades da abstração, de modo que o aluno vem a fazer uso da prática a aplicar no mundo real. Isso poderá mudar o rendimento quantitativo de seu QI, pois o ser humano está na fase evolutiva, acrescento podendo ter mais condições de aprender, assim desenvolvendo o seu potencial intelectual através da intervenção da Geometria Espacial nas resoluções de questões.

As dificuldades que pairam sobre a mente dos alunos no que reconhecimento das figuras geométricas quer sejam planas ou tridimensionais podem decorrer da ausência de responsabilidade de professores, dando justificativas para não colocar em prática este ensino. Tudo isto é fruto de deficiências do processo de sua formação. Assim, essas deficiências, segundo Hoffer, vários fatores corroboram para isso, tais como:

Ausência de trabalho com a geometria de posição; ausência de trabalho com o Desenho Geométrico; desvalorização, por parte de muitos professores, das representações bidimensionais e tridimensionais de figuras geométricas, com a valorização da aprendizagem mecânica de conceitos e princípios geométricos; ausência de trabalho com a Geometria Espacial Métrica, em que os alunos são levados ao estudo dos poliedros e corpos redondos e têm a possibilidade de fazer suas representações planas Hoffer (COSTA; BERMEJO e MORAES, 2009, p.3-4).

Por experiência que nos seja peculiar adquirida enquanto aluno do Ensino Médio, em uma escola pública, podemos reinterar que não tivemos um ensino de Geometria Espacial eficaz, pois o(s) professor (es) não deu (deram) a devida atenção ao

seu ensino. Vários fatores podem ter contribuído para isto, um deles a falta de conhecimento necessário para ministrar o conteúdo, e assim vai se deixando para o final do ano, quando há finalização dos bimestres e muitas vezes o tempo fica suscito a lecionar os conteúdos como comenta Oliveira e Silva em seu artigo que fora acessado através do link⁶, e afirmam que pouco tem sido abordado tais conteúdos nas salas de aula. Dessa forma, existe a grande necessidade de se estabelecer meios pelos quais a Geometria não seja colocada em último plano, vários pesquisadores citados aqui neste trabalho têm notado isso. Vários fatores têm contribuído para a deficiência na aprendizagem da Geometria. Se o professor não teve sua formação eficiente é de se esperar que não tenha conhecimento suficiente para transmitir este ensinamento, daí, o investimento na formação do professor é essencial.

Em sua pesquisa, Vidaletti conceitua o que desencadeou o tema principal em que aguçou o seu olhar, pontuando, que “a escolha em trabalhar com Geometria Espacial, advém, da constatação de que os alunos não aprendem da forma como deveriam, chegando ao final do Ensino Médio sem ter tido a oportunidade de construir o seu conhecimento” (VIDALETTI, 2009, p.14).

Apresentamos neste capítulo a Geometria Espacial e seu ensino. Primeiro vimos o que os PCN falam sobre o assunto, sua *definição*, suas características, *visualização*, a sua importância na vida do aluno de Matemática para seu desenvolvimento do conhecimento geométrico e raciocínio visual, opiniões fundamentadas em pesquisas.

O próximo e último capítulo traz o uso de aplicativos, possibilitando visualização e o raciocinar logicamente com figuras bidimensionais e tridimensionais para complementar e maturar aulas de Geometria Espacial, instigando a visualização e curiosidade do aluno, e estimulando o professor e aluno em criatividade.

⁶ <http://www.jozeildo.com/documentos/artigo-concepcoes-sobre-o-ensino-de-geometria.pdf> em 31.07.2013

4 USO DE APLICATIVOS PARA SALA DE AULA E PROPOSTAS DE ATIVIDADES

Neste capítulo, último, tratamos sobre os aplicativos CALQUES 3D e GeoGebra . Além de descrevê-los, sugerimos duas atividades para trabalhar com os mesmos em sala de aula.

Informamos aos professores e alunos que irão resolver questões usando os aplicativos aqui mencionados, antes de seguir os passos para resolução das atividades, os alunos e professores deverão se familiarizar com o aplicativo escolhido, para isso é preciso noções básicas de Windows ou Linux dependendo do sistema operacional a ser rodado no seu computador, e é só começar a interagir com o aplicativo descobrindo e redescobrando novas atividades.

4.1 O APLICATIVO CALQUES 3D

O Calques 3D é um aplicativo tridimensional de Geometria Dinâmica que mostra os planos em x, y e z; desenvolvido por Nicolas Van Labeke, na Inglaterra, apresenta na Figura 8 a tela inicial do aplicativo Calques 3D. Ele é um aplicativo livre que tem como objetivo a construção de figuras geométricas, tais como cilindro, retas, planos, esferas, cubos e outros. Ainda facilita a visualização das figuras geométricas, podendo ser encontrado o seu manual no site⁷:

⁷ <http://www.uff.br/calques3d/index.html>

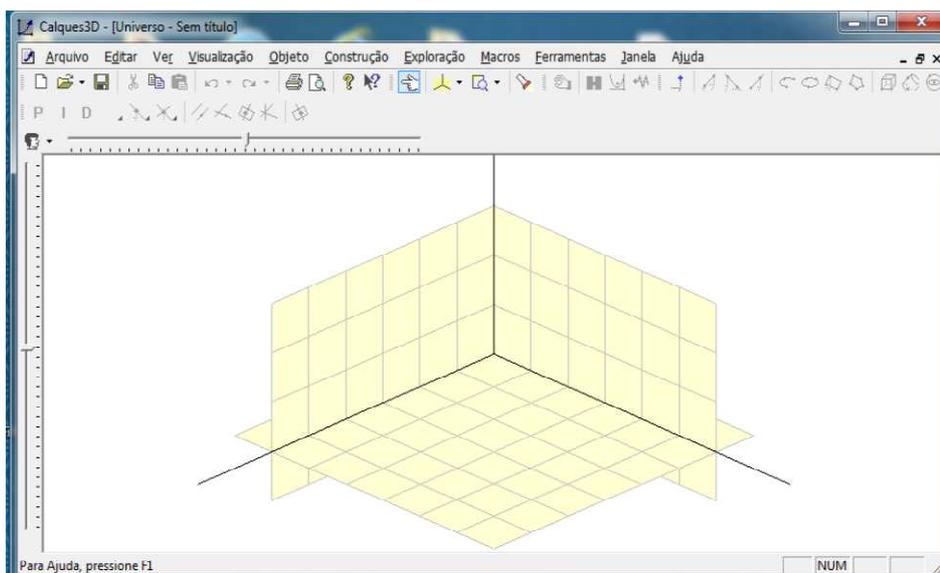


Figura 8: Tela inicial do Calques 3D, versão 2. 2. 0
Fonte: CALQUES 3D

Na Figura 8 verifica-se a tela inicial do Calques 3D, apresentando-se os menus Arquivo, Editar, Ver, Visualização, Objeto, Construção, Exploração, Macros, Ferramentas, Janela e Ajuda. Há barras de ferramentas que apresentam os ícones que facilitam assim o acesso rápido as opções dos menus. Em cada um dos menus existem opções para trabalhar com esse aplicativo. Pretende-se apenas focar nos menus que possivelmente utilizados em atividades selecionadas, como sugestão para sala de aula.

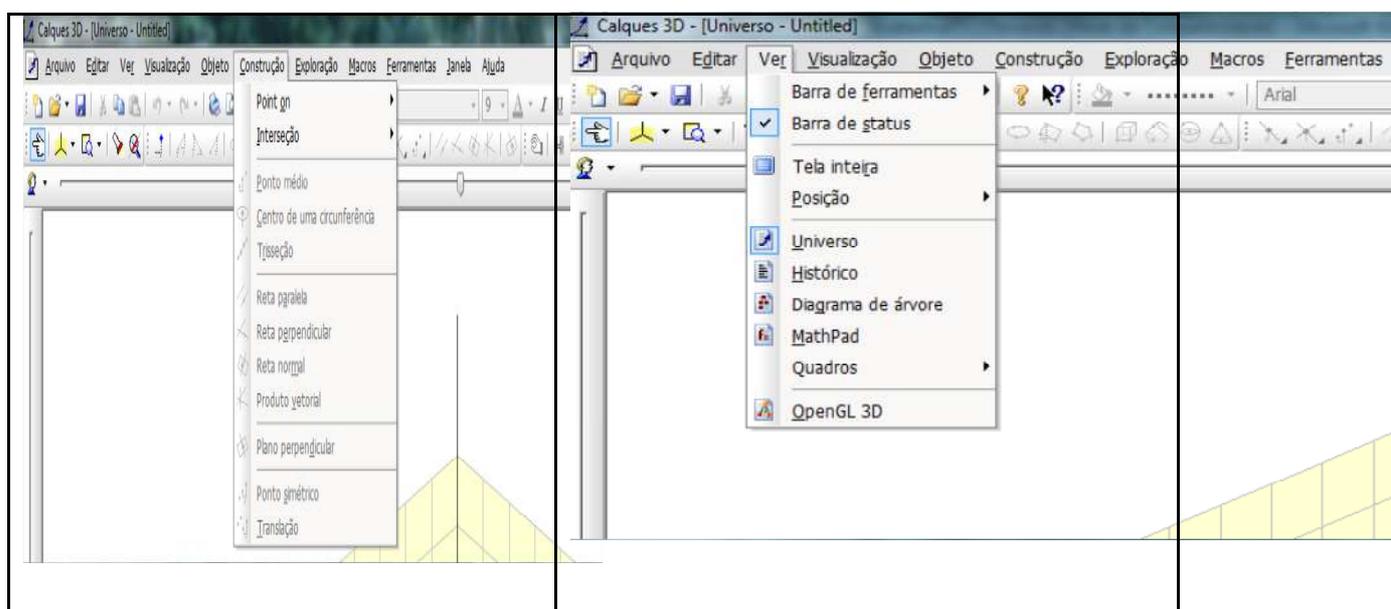


Figura 9: Os Menus Construção e Ver
Fonte: Aplicativo Calques 3D

A Figura 9 apresenta os menus Construção e Ver que podem ser acionados para executar as funções como marcar o ponto médio de um segmento, inserir reta paralela,

reta normal e outros, e ainda no menu Ver pode-se escolher as opções para ver o resultado do trabalho realizado no plano xyz.

O Calques 3D é um aplicativo dinâmico, didático, fácil uso. Não é preciso possuir um profundo conhecimento de informática prévio; basta se familiarizar com aplicativo após pouco entendimento desta área tecnológica.

Antes de executar qualquer trabalho neste aplicativo, o aluno deve ter em mente primeiramente em inserir os pontos nos eixos xyz no menu Objeto opção Ponto como indicado na Figura 9, logo abaixo, e depois inserir figuras nesses pontos, de acordo com cada atividade proposta, explorando conhecimentos geométricos quer sejam de figuras planas ou espaciais:

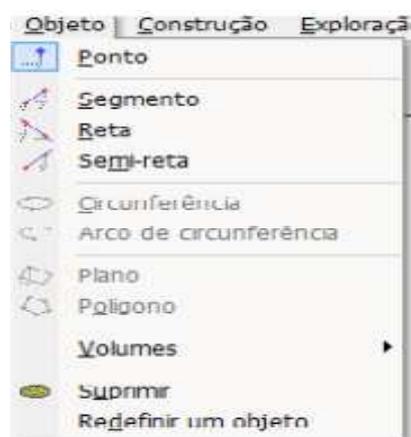


Figura 10: Menu Objeto
Fonte: Calques 3D

Neste aplicativo pode-se instigar a curiosidade do aluno ao explorar a figura, enxergando-a de vários ângulos. Desse modo, interagindo diretamente com a figura da forma que lhe for conveniente geometricamente. Assim, esse aplicativo permite que o aluno possa girar a figura que criou ou desenhou no CALQUES 3D com os seus recursos.

Existe ainda no menu Objeto a opção Segmento que insere um segmento de reta no gráfico, opção Reta que insere uma reta no gráfico. Sabe-se que é preciso pelo menos dois pontos para que essas ações sejam realizadas, e também outras opções são expostas neste menu, como Circunferência, Arco de Circunferência, Plano, Polígono e Volumes e subopção, Cubo, Esfera e Cilindro.

No menu Visualização encontra-se opções para visualizar a área de trabalho do aplicativo com zoom, referencial (apresenta opções de Solo, Paredes, Eixos ou Nenhum), Pontos de Vista e outros.

Há o menu Construção que dispõe de mais opções para trabalhar na tela principal, como Point on, Interseção (Reta-Reta, Reta-Plano, Reta-Esfera, Plano-Plano, Esfera-Esfera e Plano-Cilindro), Ponto médio, Centro de uma circunferência, Trisection, Reta paralela, Reta perpendicular, Reta normal, Produto vetorial, Ponto simétrico e Translação.

O Calques 3D traz outros recursos que proporcionam resumos de dados referentes o objeto ou a figura trabalhado, na tela principal do aplicativo, como por exemplo, a equação de uma esfera pode ser apresentada na tela do Mathpad, opção esta localizada no menu Ver dentre outras opções disponíveis neste menu.

Por exemplo, para inserir uma esfera nos eixos xyz, o aluno precisa ir ao menu Objeto, clicar na opção ponto, inserir três pontos plano e então ir ao menu construção, opção Point on e subopção Esfera. E agora, para saber a equação dessa esfera, ir ao menu Exploração, opção Equação, e depois ao menu Ver opção Mathpad e pronto a equação da esfera apresentada como nas Figuras 10 e 11:

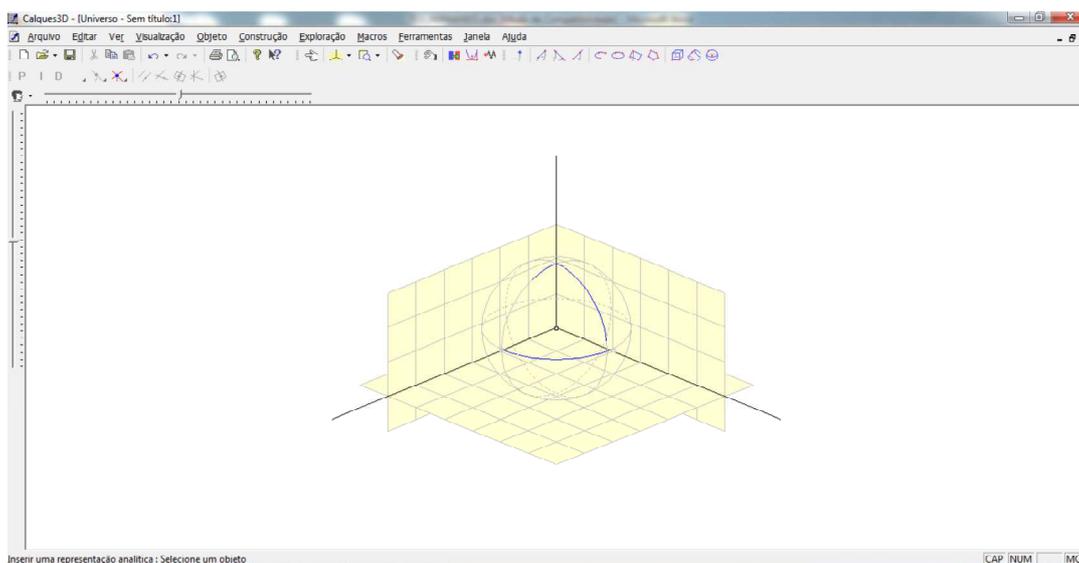


Figura 11: Esfera
Fonte: Objeto no Calques 3D

A Figura 10 apresenta uma esfera construída a partir do plano 3D, aplicativo Calques 3D. Pode-se verificar conhecimentos espaciais de objetos tridimensionais, aqui o centro da esfera é o ponto $(1/30, 1/30, 0)$, onde $x=1/30$, $y=1/30$ e $z=0$.

Na Figura a seguir, em outra página aberta deste aplicativo, por nome de MathPad é mostrado a equação de objetos geométricos, como, no exemplo, a equação da esfera da Figura 10.

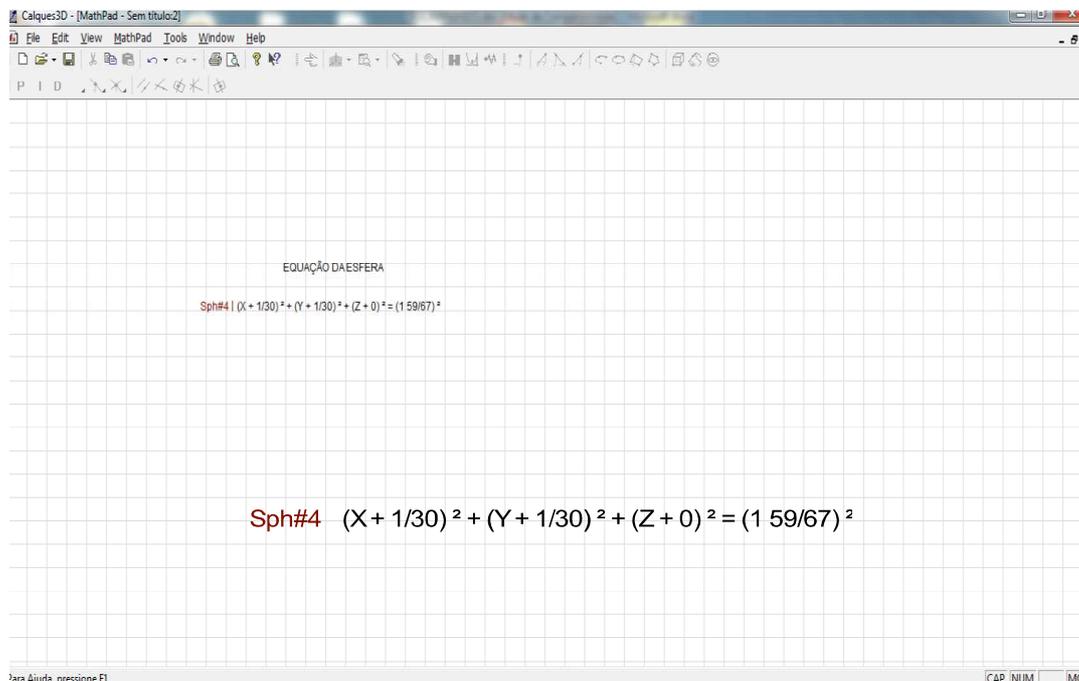


Figura 12: Equação da esfera
Fonte: Autoria própria

4.1.1 Atividades propostas com o aplicativo Calques 3D

O professor tem a opção no final de ministrar conteúdos relacionados à Geometria, incluí-los em atividades no aplicativo, partindo da inserção de uma esfera, por exemplo, envolvendo diversos conteúdos, intersecção de retas, ponto médio, intersecção de plano, localização do centro de uma circunferência. Numa sala de informática com aplicativo instalado, poderia dividir em turmas de acordo com o espaço físico disponível. Antes de começar essas atividades, o aluno precisará ter mínimo de conhecimento do aplicativo.

Descrevemos aqui duas atividades para trabalhar no Calques 3D:

Atividade 1

Atividade 1 proposta tem como objetivo explorar conceitos sobre pontos, retas, semi-retas, distância entre pontos, os alunos precisam desses conceitos para usar nessa construção, e ainda o conhecimento do aplicativo Calques 3D.

Os resultados esperados nessas atividades é que os alunos possam fazer comparações entre objetos, reais e imaginários melhorando o raciocínio, fixar mais rápido os conceitos adquiridos.

Construa os sólidos no aplicativo Calques 3D e determine as medidas que se pede:

- Cubo (altura)
- Cilindro (altura, volume).

Resolução do item:

- Essa atividade propõe a construção de um cubo qualquer e calcular a medida da altura desse cubo.

Primeiro passo: inserir dois pontos no plano do aplicativo usando o ícone *Ponto livre*  na barra de ferramentas.

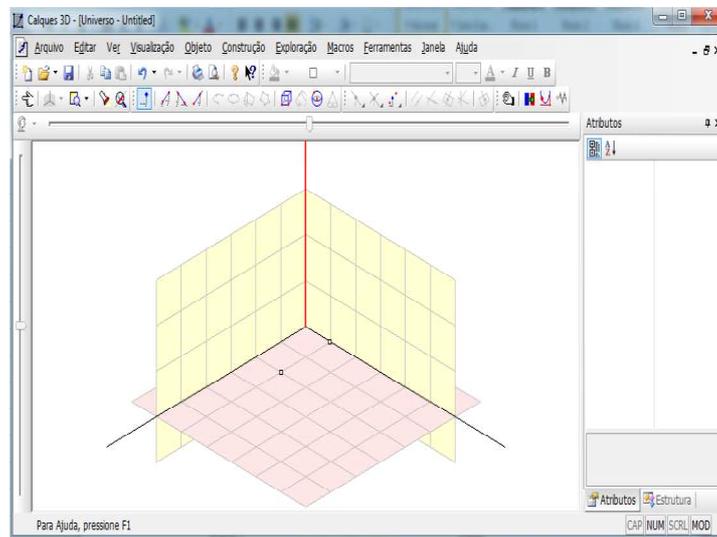


Figura 13: Inserção de dois pontos
Fonte: Autoria própria

Segundo passo: inserir o cubo clicando o ícone de Cubo  na barra de ferramentas, e clicando nos dois pontos inseridos anteriormente.

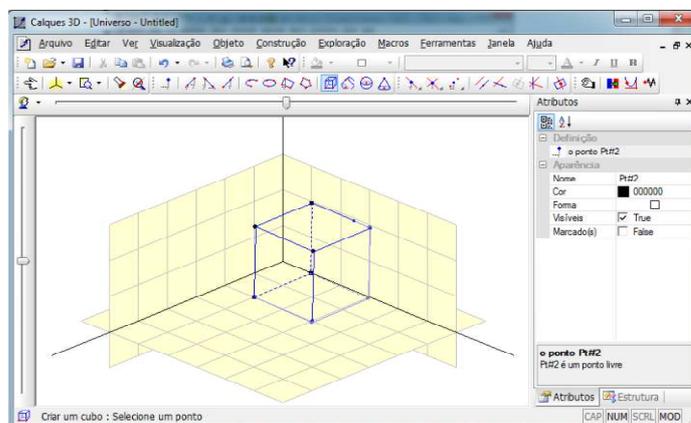


Figura 14: Inserção do Cubo
Fonte: Autoria própria

Terceiro passo: clicar na opção Rótulo do menu Exploração, e clicar nos pontos que representam o segmento que medem a altura do Cubo, e seguida no mesmo menu a opção Medida, então basta clicar nos dois pontos A e B para obter a medida desejada.

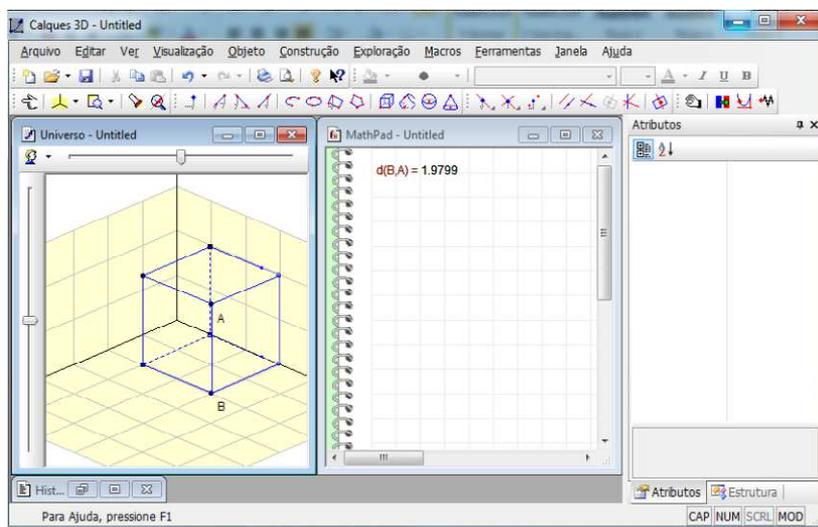


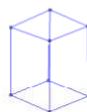
Figura 15: Cálculo da altura de um Cubo qualquer
Fonte: Autoria própria

Atividade 2

A Atividade 2 é de autoria de Andrea Maria Ritter. O objetivo é trazer a discussão sobre o paralelepípedo os conceitos de reta, de paralelismo, perpendicularismo entre retas, retas e planos, ou planos e planos.

Após essa atividade o aluno deverá estar apto para resolver questões sobre paralelismo e perpendicularismo, melhorar raciocínio lógico, saber calcular o volume e altura de um paralelepípedo.

Construa um paralelepípedo, nomeie seus vértices por A, B, C, D, E, F, G e H, semelhante figura abaixo:



Considerando esse paralelepípedo e os planos determinados pelas faces, resolva as questões:

Marque de verde todos os planos que contém a reta  e são perpendiculares ao plano EFGH;

a) Marque de azul o plano ACFH. Ele é perpendicular ao plano EFGH? Por quê?

A reta  é perpendicular ao plano EFGH. Qual é a posição dos planos CDEF, ACFH, BCFG, ao plano EFGH?

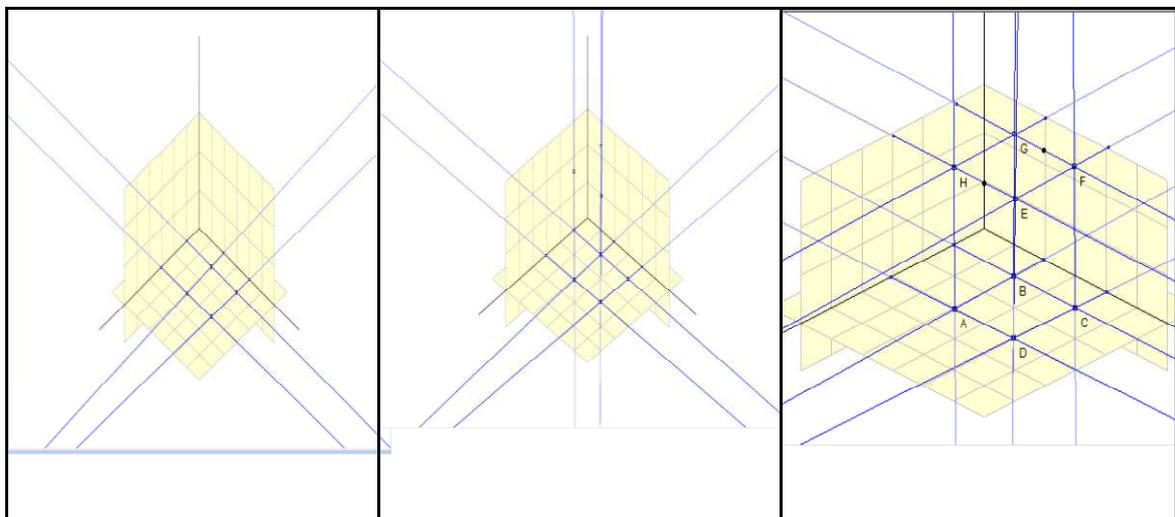


Figura 16: Passos para construção do paralelepípedo da Atividade 2
Fonte: Autoria própria

4.2 O APLICATIVO GEOGEBRA

O GeoGebra foi desenvolvido por Marcus Hohenwarter, na Universidade americana Florida Atlantic University, aplicativo de matemática dinâmica. É um aplicativo livre, seu manual pode ser encontrado no site (www.geogebra.org/), para uso em laboratórios de informática nas aulas de Geometria, que o professor tem ao seu dispor para tornar as aulas mais dinâmicas, demonstrando como funciona de modo fracionado e passo-a-passo como se dá a construção dos cálculos.

Por meio desse aplicativo é possível realizar diversas operações, tais como, determinar variáveis, introduzir equações e coordenadas através do teclado, construir objetos, secções, cônicas, gráficos representando funções e outras, ou seja, temos em mãos um aplicativo bastante eficaz na introdução e desenvolvimento na disciplina de Geometria trazendo-nos benefícios, aprofundando o conhecimento geométrico.

O aplicativo disponibiliza vários menus, que por sua vez, outras opções como submenus:

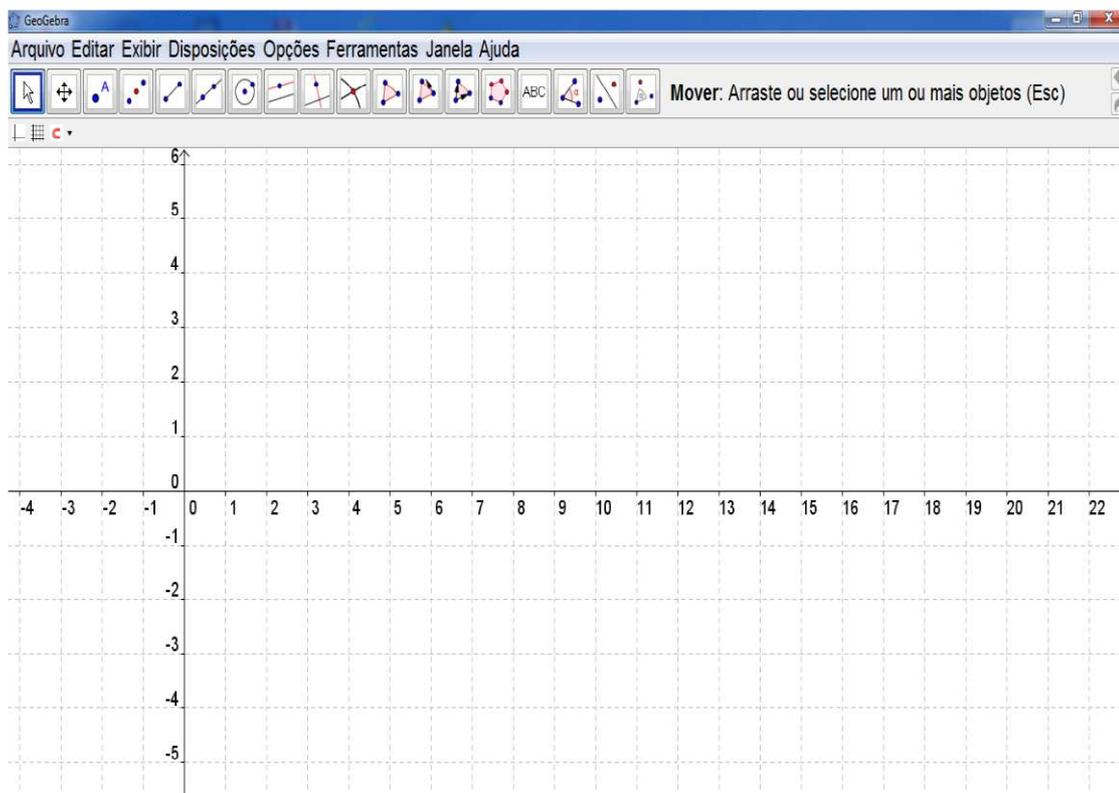


Figura 17: Tela inicial do GeoGebra
 Fonte: Autoria própria

Nota-se na Figura acima a tela inicial do GeoGebra e os menus ali inscritos, Arquivo, Editar, Exibir, Disposições, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda.

Menu Arquivo possui as opções, como, Nova Janela, Novo, Abrir, Abrir Arquivo Recente, Gravar, Gravar Como..., Compartilhar..., Exportar, Visualizar Impressão e Fechar.

Menu Editar possui as opções, Desfazer, Refazer, Copiar, Colar, Copiar para Área de Transferência, Propriedades, Selecionar Tudo.

Menu Exibir possui as opções, Eixos, Malha, Janela de Álgebra, Planilha, Janela de Visualização, Janela de Visualização 2, Protocolo de Construção, Teclado, Campo de Entrada, Barra de Ferramentas, Barra de Navegação para Passos da Construção, Atualizar Janelas, Recalcular Todos os Objetos.

Menu Disposições possui as opções, Álgebra e Gráficos, Geometria Básica, Geometria, Tabela e Gráficos, Gerenciar Disposições, Gravar Disposição Atual.

Menu Opções possui as opções, Descrições Algébricas, Pontos Sobre a Malha, Arredondamento, Rotular, Tamanho da Fonte, Idioma, Configurações.

Menu Ferramentas possui as opções, Configurar Barra de Ferramentas, Criar uma nova Ferramenta, Gerenciar Ferramentas, Movimento, Pontos, Retas-segmentos-semiretas-vetores, Retas especiais e lugar geométrico, Polígonos, Círculos e Arcos, Cônicas, Medidas, Transformações, Objetos especiais, Interface Gráficas, Gerais, Personalizadas.

4.2.1 Atividades propostas para o aplicativo GeoGebra

Neste aplicativo pode se trabalhar as propriedades e conceitos de reta, segmento e ponto, inserir polígonos regulares e fixos, explorar as aulas sobre cônicas, elipse, hipérbole e parábola. Antes de começar a resolver questões o aluno deverá conhecer os menus e opções, ou seja, se familiarizar com o aplicativo para então iniciar com as atividades.

Os assuntos relacionados a círculos e arcos e, se o professor preferir trabalhar com ângulos ao mesmo tempo. A aplicação dessa ferramenta, claro, depende da interação do professor com a mesma, e poder criar situações do ambiente que o aluno convive, para despertar neste a construção do conhecimento geométrico a partir do que já é conhecido pelo aluno, tendo em vista que a geometria surgiu diante das necessidades das comunidades adquiridas no seu dia-a-dia.

Descrevemos aqui duas atividades para trabalhar no GeoGebra:

Atividade 1

Esta atividade é de autoria de Rosely Ouais Pestana. Belarnian tem como objetivo revisar e explorar os conceitos de ângulos, ponto, semiretas, circunferência, e bissetriz, e ainda discutir sobre circunferência e círculo, trabalhando ao mesmo as construções geométricas.

Os resultados esperados ao término da atividade seria desenvolver a percepção visual, motivação para explorar os conhecimentos geométricos no aplicativo, fixar o conteúdo estudado.

Construa uma bissetriz de um ângulo ($0 < \alpha < 360^\circ$).

- Inserir dois pontos A e B;
- Use a terceira caixa da barra de ferramentas opção semirreta para traçar uma semireta ligando os dois pontos;
- Inserir um círculo no ponto A, use a sexta caixa da barra de ferramentas “Círculo dados Centro Um de seus Pontos” passando pelo ponto B;
- Inserir outro círculo no ponto B passando por A;
- Determine na intercessão dos círculos o ponto C;
- Inserir um círculo no ponto C passando por B;
- Determine na intercessão dos círculos em B e C o ponto D;
- Trace uma semireta de A até o ponto D;
- Agora determine os ângulos \widehat{BAD} e \widehat{DAC} .

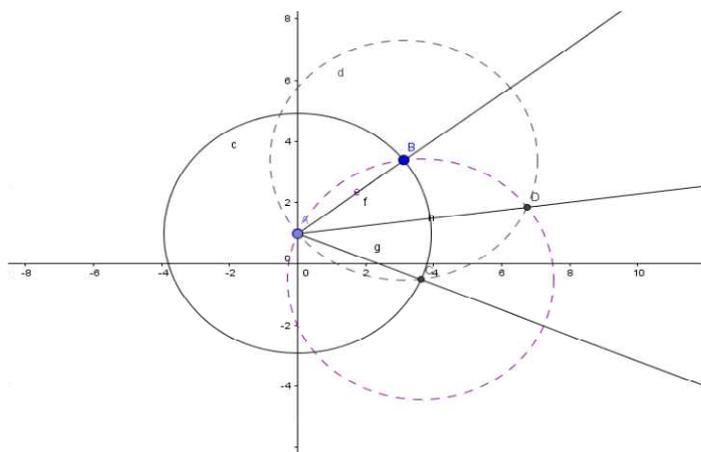


Figura 18: Bissetriz de um ângulo
Fonte: Autoria própria

Atividade 2

A atividade tem como objetivo explorar os conhecimentos sobre circunferência, raio, reta, segmento de reta, ponto e ainda o conceito de tangente e pode fazer comparações figuras ou atividades diárias do aluno ou algo semelhante, motivar a criatividade do aluno.

Espera-se com essa atividade que o aluno possa extrair o máximo do aplicativo que uma é excelente ferramenta e conhecimentos adquiridos e venha repassar, e tirar as

dúvidas sobre esse conteúdo ministrado. Esta atividade é de autoria de Roberto Claudino Ferreira.

Represente uma reta tangente a um círculo.

- a) Construa um círculo de centro “O” e raio OR. Clique na sexta caixa de ferramentas e em “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos”, depois nomeie o ponto “B” para “R”.
- b) Pelo ponto “R” trace uma reta perpendicular ao raio OR. Trace o segmento OR depois clique na quarta caixa de ferramentas e em “Reta Perpendicular”. E, então clique no raio OR e depois no ponto “R”. Resultado a construção da reta tangente ao círculo.

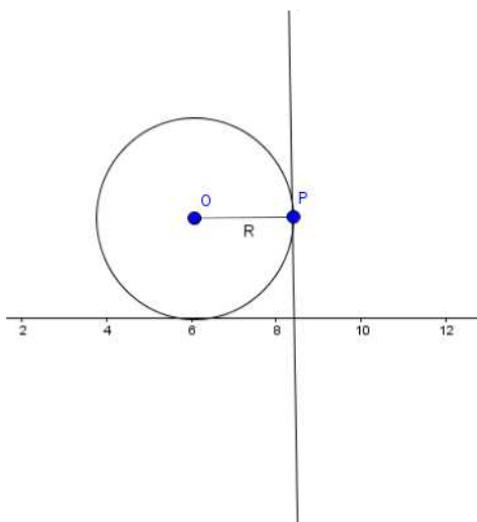


Figura 19: Reta tangente ao círculo com centro O e raio R
Fonte: Autoria Própria

Para elaborar seu plano de aula sobre os aplicativos aqui citados o professor pode consultar o trabalho de Rosely Oauis Pestana *Geogebra uma ótima Ferramenta, GeoGebra – Possibilidades para o ensino de Matemática* com professor Revelino José Petla⁸ e ainda Cláudia Santos Bastos em *GeoGebra: Um software de Geometria Dinâmica Espacial Gratuito*.

⁸ www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1646.pdf

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A história da Geometria e seu ensino no Brasil traz uma reflexão a seu respeito e seu efeito no passado e nos dias atuais no Brasil, e como esse ramo da Matemática influencia o aluno intelectual e no seu raciocínio visual e lógico de um mundo geometricamente modelado.

O conhecimento geométrico tem influenciado positivamente a vida de um povo na dimensão de seu intelecto e em sua vida diária, visto que estamos cercados das características que fazem parte da Geometria, a todo instante visualizando, mas sem a percepção clara desta. Quem não já observou ao menos uma noite estrelada e não se fascinou com elas e os astros criados por Deus. Pra não falar em refletir no que existira no espaço além das estrelas que contém no Universo.

Daí a ideia da Geometria Espacial representada pelos objetos unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais e alguns estão bem perto, material concreto pedagógico que podem ser usados em sala de aula.

Lembremos que o uso de aplicativos é de modo a complementar as aulas de Geometria, torná-las mais atrativas e reflexivas dando uma visão de mundo que o aluno não tem. Estes não substituem as aulas regulares, mas auxiliam servindo como recurso didático-pedagógico para o professor de Matemática.

Essa pesquisa nos fora satisfatória e conclusiva com objetivo alcançado, trazendo um breve histórico da Geometria e seu ensino no Brasil, e discussão sobre três dos tantos aplicativos disponíveis e atividades a se trabalhar a Geometria, tanto no ensino quanto na aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS

ABREU, Ana Rosa & CIA, Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Fundamental II, Matemática, Brasília, MEC/SEF, 1998.

BASTOS, Cláudia Santos, III Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, Calques 3D: Um Software de Geometria Dinâmica Espacial Gratuito. Universidade Federal de Goiânia, 2006.

BERVIAN, Rosely Ouais Pestana, GeoGebra uma ótima Ferramenta. Universidade Estadual da Bahia. Curso de Licenciatura Plena em Matemática à Distância. Disciplina Geometria Plana, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Brasília: MEC/SEF, 1998.

CÂNDIDO, Cláudia Cueva. GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. Matemática: Geometria Plana e Espacial, módulo 5. Governo do Estado de São Paulo, 2004.

CARVALHO, Marlene Lima de Oliveira, *Representações Planas de Corpos Geométricos*. Dissertação. Universidade Federal de Ouro Preto, 2010
<http://www.pppedmat.ufop.br/arquivos/Diss_Marlene_Lima.pdf>, acessado em 14.06.13)

COELHO, Saul Mark Lima, O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de problemas usando material concreto. Artigo. UFPI, 2004
<<http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/eventos/evento2004/GT14/GT9.PDF>>, acessado em 15.06.13)

COSTA, Msc. Acylena Coelho. BERMEJO, Ana Priscila Borges Bermejo. MORAES, Mônica Suelen Ferreira de. Análise do Ensino de Geometria Espacial. Artigo. Ijuí-RS, 2009.

DICIONÁRIO ENCICLOPÉDICO CONHECER, Abril – Cultural, História da Geometria, site <<http://www.somatematica.com.br/geometria.php>> , acesso em 23/09/2012.

DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 10. Geometria Espacial (posição e métrica). 5ª Edição, Editora Atual, 2007.
EVES, Howard. História da Geometria. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, v3.

FERREIRA, Roberto Claudino. Artigo: Ensinando Matemática com GeoGebra. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. 2010.

GARCIA, Luciane Maia Insuela. “A Visualização e a Representação Geométrica de Conceitos Matemáticos e suas Influências na Constituição do Conceito Matemático”, IGCE/UNESP – Rio Claro – 2006.

JULIANI, Kleber Sebastião, Geometria Espacial: Abordagem do cotidiano na sala de aula. Artigo. USP <<http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pde/kleber-geometria-espacial.pdf>>, acessado em 10.07.2013).

JUNIOR, Glauco Leite Lacerda, Utilização de Materiais Sólidos para Aprendizagem da Geometria. VI EPBEM – Monteiro/PB. UEPB, 2010.
(<http://www.sbempb.com.br/anais/arquivos/trabalhos/RE-11042817.pdf>, acessado em 14.06.13)

LIBLIK, Maria Petraitis. PINHEIRO, Marta. *Sobre a contribuição do ensino do desenho geométrico nas artes e na matemática: a importância da integração curricular*. In: *Anais da 48ª Reunião Anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência* (CD Rom). PUC-SP, 1996.

LIMA, Marcos Antonio Vargas de, Da Geometria Espacial para Plana: Uma experiência didática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Monografia, Porto Alegre – RS, 2010.

LORENZATO, Sérgio, Faculdade de Educação – UNICAMP, Campinas- SP, Educação Matemática em Revista, 1995

NASCIMENTO, Mauri C. Atividades Usando o Winplo 2-dim em Português. Unesp-Bauru, 2003.

PAIVA, V.P. Educação popular e educação de adultos. 3.ed. São Paulo, Loyola, 1985.

PAVANELLO, Regina Maria, O Abandono do Ensino de Geometria: Uma Visão Histórica, Dissertação, Universidade de Campinas, Faculdade de Educação, 1989.

REIS, Adriana Bernardes dos, A dificuldade de visualizar a Geometria Espacial no Ensino Médio. Monografia. Centro Universitário Claretiano- Batatais, 2005.

RITTER, Andréa Maria, A Visualização no Ensino de Geometria Espacial: Possibilidades com software Calques 3D. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Mestrado Profissionalizante em ensino de Matemática, 2011.

ROGENSKI E PEDROSO, Maria Lúcia Cordeiro, Sandra Maria Dias. Ensino da Geometria na Educação Básica: Realidades e Possibilidades. 2008.

SILVA, Eliane Maria da. OLIVEIRA, José Coutinho da Silva. SILVA, Jozeildo José da. SANTOS, Marilene Rosa doS. Concepções sobre o Ensino-Aprendizagem de Geometria Plana e Espacial em Escolas Públicas. 2008.

SILVA, Sógenes Geraldo Pereira da. RIBEIRO, Igor Schmidke. Manual do Winplot. Acesso link:< www.ufjf.br/carlos_soares/files/2010/03/manual-do-winplot.pdf.> em

SOARES, Erik, História da Matemática, A linguagem do Universo, youtube, BBC, 2012.

VIDALETTI, Vangiza Bortoleti Berbigier. Ensino e Aprendizagem da Geometria Espacial a partir de Manipulação de Sólidos. Dissertação de Curso Profissionalizante em Ensino de Ciências Exatas. Centro Universitário Univates. Lajeados, 2009.

ZUIN, E. S. L. Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental e o Ensino das Construções Geométricas, entre outras considerações. GT 19 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (PUC MINAS) Disponível.