UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

OTAVIO JOSÉ SILVA SOUSA

CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMEROS INTEIROS A PARTIR DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

CAMPINA GRANDE
2017

OTAVIO JOSÉ SILVA SOUSA

CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMEROS INTEIROS A PARTIR DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Me. Maria José Neves de Amorim Moura

S725c Sousa, Otavio José Silva.

Construção do conceito de números inteiros a partir de uma sequência didática [manuscrito] / Otavio José Silva Sousa. - 2017.

62 p. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.

"Orientação: Profa. Ma. Maria José Neves de Amorim Moura, Departamento de Matemática".

1. Educação Matemática. 2. Sequência didática. 3. Números inteiros. 4. Situações didáticas. I. Título.

21. ed. CDD 512.72

OTAVIO JOSÉ SILVA SOUSA

CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMEROS INTEIROS A PARTIR DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para obtenção do título de graduado no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus I.

Orientadora: Prof. Me. Maria José Neves de Amorim Moura.

Aprovado em: 16/08/2017.

BANCA EXAMINADORA

Maria José Neves de Amorim Moura

Prof. Me. Maria José Neves de Amorim Moura (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Prof. Me. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Elivelton Serafim Silva.

Prof. Drn. Elivelton Serafim Silva
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)/ Universidade de São Paulo (USP)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha noiva, Joara, que nos momentos quase que insuportáveis, sempre me apoiou e não me deixou fracassar.
E a minha mãe, Maria José Silva, por ter me apoiado sempre com muita dedicação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus pela força, que fez me levantar no momento mais difícil.

A minha noiva Joara Alves da Silva que sempre esteve ao meu lado em todos os momentos com uma incansável dedicação e que me motivou a continuar e lutar. Sem o seu apoio eu não teria conseguido.

À Maria José Silva, que foi o meu pai e minha mãe ao mesmo tempo, educou-me e sempre me apoiou durante minha formação acadêmica.

A minha orientadora Maria José Neves de Amorim Moura pela grandiosa paciência para comigo, oferecendo-me os melhores caminhos para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores que compõem a banca examinadora que dispuseram do seu tempo para avaliação e contribuição deste trabalho.

Aos meus alunos do 7º ano que participaram desta pesquisa, enriquecendo a qualidade das nossas aulas desde então.

A todos, mesmo que indiretamente, ajudaram-me a alcançar este ponto tão importante da vida de um estudante do Ensino Superior, sua formação.

“Se uma situação leva à solução como um trem em seus trilhos, qual é a sua liberdade de construir seu conhecimento? Nenhuma”.

(GUY BROUSSEAU)

RESUMO

O presente trabalho tem o objetivo de investigar o processo de aprendizagem do conceito de Números Inteiros a partir de uma sequência didática. Foram realizados encontros em sala de aula com uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada da cidade de Campina Grande, Paraíba. Observamos, através de uma abordagem qualitativa e de caráter interpretativo, as opiniões, os registros nas atividades, os conhecimentos prévios, os erros e os conceitos atitudinais que fazem parte do processo de aprendizagem dos sujeitos de pesquisa de acordo com os estudos das Situações Didáticas difundida por Guy Brousseau. Pretendeu-se, a partir deste, responder ao seguinte questionamento: Como podemos construir o conceito de Números Inteiros com os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental a partir de uma Sequência Didática? Com base nesse estudo, entendemos que todo aluno tem um saber matemático dentro de si, devemos induzi-lo a tornar isso explícito de acordo com o meio em que está inserido, tornando professor e aluno atores em um contexto de aprendizagem. Com isso, o êxito da nossa abordagem só foi possível por meio do envolvimento dos alunos nas atividades discutidas ao longo da pesquisa de forma autônoma, o que nos trouxe resultados surpreendentes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Sequência Didática. Números Inteiros. Situações Didáticas.

ABSTRACT

The present work has the objective of investigating the learning process of the concept of Integer Numbers from a didactic sequence. Classroom meetings were held with a 7th grade class from a private school in the city of Campina Grande, Paraíba. We observe, through a qualitative and interpretive approach, the opinions, the records in the activities, the previous knowledge, the errors and the attitudinal concepts that are part of the learning process of the research subjects according to the studies of the Didactic Situations By Guy Brousseau. From this, we wanted to answer the following question: How can we construct the concept of Whole Numbers with the students of the 7th year of Elementary Education from a Didactic Sequence? Based on this study, we understand that every student has a mathematical knowledge within himself, we must induce him to make it explicit according to the environment in which he is inserted, making teacher and student actors in a learning context. With this, the success of our approach was only possible through the involvement of the students in the activities discussed throughout the research in an autonomous way, which gave us surprising results.

Keywords: Mathematical Education. Didactic Sequence. Integer Numbers. Didactic Situations.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

É recorrente ouvirmos dos alunos do ensino básico questionamentos sobre a importância da Matemática para a vida prática, perguntas tais como: *"Para que serve a Matemática? O que a Matemática aprendida na escola irá influenciar no meu dia a dia? Onde vou usar esse conteúdo matemático?"*.

Diante disso, vários pesquisadores em Educação Matemática se atentam ao desenvolvimento de métodos que incentivem os alunos a compreenderem o real significado da Matemática para as suas vidas e sua importância para a evolução da humanidade, e assim, levá-los a compreender que a sua aplicação no cotidiano é resultado do desenvolvimento e da investigação dos conceitos que regem a disciplina de Matemática na escola, mesmo que a sua aplicabilidade não seja imediatamente percebida. Além disso, em um mundo que vive um momento de constantes mudanças, é importantíssimo que todos nós fiquemos a par ao que concerne à aquisição do conhecimento e a Matemática caminha conjuntamente com o dinamismo que vivemos.

Entre vários estudos que se aprofundam em modificar a postura do professor em sala de aula e motivá-lo a utilizar práticas pedagógicas que favoreçam o aprendizado qualitativo de seus alunos, o estudo que contempla a investigação de nossos pressupostos é da Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Guy Brousseau, que enfoca os processos de interação entre professor, aluno e os saberes matemáticos de acordo com o meio que o aluno está vivenciando, isto é, promove-se a investigação dos conhecimentos prévios de nossos alunos e o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático que está dentro de cada um de nós.

Mediante esta motivação, o presente trabalho irá expor os fatores que emergem nas Situações Didáticas que propõem melhorar significativamente o processo de ensino-aprendizagem em Matemática.

Após fundamentarmos as propostas das Situações Didáticas de Brousseau, o segundo momento foca-se no processo de conceptualização de números inteiros por parte dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, que protagonizam uma série de obstáculos para a sua compreensão, assim, entendemos que para conceber o aprendizado com qualidade, o processo de construção do conceito de números inteiros ocorrerá a partir do momento que o aluno perceber a existência de números negativos nas situações mais simples da sua vida. Ainda neste ponto de vista, enfocaremos neste estudo as dificuldades enfrentadas pelos alunos principalmente ao que diz respeito à transitividade do conhecimento dos números naturais para o campo dos números inteiros e abordar através de uma sequência didática para possibilitar a autonomia do aluno na aquisição do conhecimento, minimizando as dificuldades de forma significava. Neste contexto, os PCN dizem:

> Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, falta, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações. (BRASIL, 1998, p. 66)

Muitas vezes, a resolução de problemas é a melhor fonte de motivação para os alunos mostrarem seus saberes e a utilização de jogos demonstra-se uma poderosa ferramenta de aprendizagem. Essas duas metodologias oferecem caminhos que geram grande expectativa para a nossa pesquisa, pois suas soluções e elaboração de estratégias têm como ponto de partida a exploração da cognição trazida pelo aluno. Por isso, para que uma situação didática ocorra, o professor deve planejar atividades que resultem nos meios necessários para incentivar o aluno a participar ativamente e com autonomia no processo de aprendizagem, pois, é a partir deste momento que iremos analisar a investigação matemática, a interação social e a ação de modo que ele vivencie experiências práticas e que ao mesmo tempo desenvolva o conceito de números inteiros de acordo com a sequência didática estudada por Guy Brousseau mediante um contrato didático, que por sua vez, explicaremos mais adiante.

Através da problemática e dos recursos que temos em mãos, esse trabalho estabelece a seguinte pergunta diretriz: ***Como podemos construir o conceito de Números Inteiros com os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental a partir de uma Sequência Didática?***

O nosso trabalho compreende quatro capítulos. No **primeiro capítulo,** delimitaremos a temática deste trabalho e seus objetivos. O **segundo capítulo** será destinado a fundamentar nossa pesquisa e está organizada em quatro momentos: no primeiro momento, abordaremos no que consiste o estudo das Situações Didáticas de Guy Brousseau. Os outros três momentos têm como objetivo mostrar as dificuldades enfrentadas pelos alunos em compreender o conceito de números inteiros e os desafios que os professores estão a superar. Vamos apresentar os referenciais teóricos que apontam o desenvolvimento do ensino de números inteiros, mostrando qual são os pontos de vista dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as diversas práticas pedagógicas que darão suporte a nossa pesquisa.

No **terceiro capítulo** abordaremos nossa intervenção, onde apresentamos os procedimentos metodológicos que serão aplicados na turma do 7º ano do Ensino Fundamental pela qual o professor/pesquisador, autor desse trabalho, já lecionou.

No **quarto capítulo** enfocará os resultados do presente relato de experiência, com o intuito de analisar o sucesso ou não da metodologia escolhida de acordo com a nossa fundamentação teórica, quanto à receptividade e desenvolvimento dos sujeitos de pesquisa.

Por fim, apresentaremos nossas considerações finais expondo as reflexões e o aprendizado pedagógico do professor/pesquisador, tendo a perspectiva para que este trabalho coopere no desenvolvimento de futuros estudos.

1.1 Objetivos

Analisar a construção do conceito de Números Inteiros por meio de uma Sequência Didática.

1.1.1 Objetivos específicos

- Elaborar uma sequência didática para o ensino de Números Inteiros que aborde uma Situação Didática;
- Aplicar atividades, escritas e verbalizadas, que possibilitem a construção do conceito de Números Inteiros;
- Identificar os erros e as dificuldades relacionadas aos Números Inteiros e torná-las ferramentas de aprendizagem;
- Investigar e valorizar a autonomia, as atitudes e a cognição dos alunos nos procedimentos feitos nas atividades propostas;
- Verificar o sucesso ou não da proposta de ensino presente nesta pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Diante da inovação de definição do qual é o papel do professor na sala de aula e da nossa preocupação com o processo de ensino-aprendizagem, escolhemos comprovar essa nova visão tomando como fonte de estudo o trabalho desenvolvido pelo educador francês Guy Brousseau, que é merecidamente considerado o pai da Didática Matemática. Não só ele como outros vários pesquisadores favorecem para o aperfeiçoamento do ensino de Matemática, que nos leva a um ponto em comum: permitir que o aluno construa e adquira o conhecimento de forma ativa em sala de aula. Brousseau (1996, p. 54 apud POMMER, 2008, p. 5) exemplifica que "se uma situação leva à solução como um trem em seus trilhos, qual é a sua liberdade de construir seu conhecimento? Nenhuma".

2.1 As Situações Didáticas

O presente trabalho se fundamenta de acordo com a área de conhecimento que propõe inovar todo o processo de ensino-aprendizagem, denominada de Didática Matemática, que se iniciou no decorrer do movimento da Matemática Moderna na década de 1960. Dentre esses estudos, destacam-se Yves Chevallard, Régine Douady, Raymond Duval e Gérard Vergnaud.

Em especial, dentro deste mesmo grupo de pesquisadores, o francês Guy Brousseau é o maior responsável pelo desenvolvimento no campo da Didática Matemática. Segundo Priscila Monteiro, selecionadora do Prêmio Victor Civita – Educador Nota 10, ele é um dos pioneiros da Didática Matemática, desenvolvendo uma teoria para compreender as relações que acontecem entre alunos, professor e o saber em sala de aula e ao mesmo tempo, propôs situações que foram experimentadas e analisadas cientificamente[1].

Inspirado nas obras de Lev Vygostsky (1896 - 1934) e Jean Piaget (1896 - 1980), que visa, como papel central, investigar o modo de como as crianças desenvolviam o conhecimento matemático, Brousseau viu algo a mais para explorar, fazendo da sala de aula um ambiente onde docentes e alunos são sujeitos centrais e indispensáveis no processo de ensino-aprendizagem, denominado pelo próprio autor de atores, e, dentro deste mesmo ambiente, inclui-se um terceiro elemento chamado de meio, que será usado como ferramenta desenvolvedora do saber matemático, isto é, a valorização da cognição. Assim, esse conjunto

[1] Extraído de: O PAI da didática da Matemática. **Revista Nova Escola**. São Paulo, 1 jan. 2009.

de fatores metodológicos aplicados na sala de aula ficou conhecido como a Teoria das Situações Didáticas.

A pesquisa da Didática da Matemática vem se aprofundando cada vez mais e se tornando tema central nas discussões entre especialistas da Educação. Partindo das ideias do educador tcheco Comenius (1592 - 1670), foi citado por Brousseau em outubro de 2006 em palestras na VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul e no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC de São Paulo, que se entendia por didática como sendo a arte de ensinar, segundo o qual existe um único método para o ensino de todas as ciências, o saber, o método natural válido tanto nas artes quanto nas línguas. Ainda assim, não eram levados em conta as variações que poderiam ocorrer para a aquisição do mesmo conhecimento, no entanto hoje, a didática atual tem a preocupação com as condições didáticas, que exige o desenvolvimento dos saberes como objeto de ensino.

Para D'Amore (2007, p. 4), define-se a didática matemática como "a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito".

Na prática, é indispensável que o professor estabeleça objetivos e que os resultados superem as expectativas dos alunos, assim, é necessário promover situações enriquecedores tendo como ponto de partida os conhecimentos e as experiências de vida de cada um, que serão referência para os objetivos, conteúdos e métodos.

O estudo das Situações Didáticas é bastante detalhado por Brousseau (2008). Inicialmente, ele define uma "situação" como sendo um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado. Para atingir um objetivo favorável para a reflexão e manipulação desse meio é tomar decisões que dependem de um conhecimento preciso. Posteriormente, identifica, como situações matemáticas, todas aquelas que levam o aluno a uma atividade matemática sem a intervenção do professor.

Finalmente, Brousseau (2008, p. 21) define situações didáticas como sendo "todo o contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o sistema educacional", colocando em evidência que cada conhecimento e saber é determinado por uma situação que exige uma ação do sujeito, levando ao aluno a pensar, a tentar, a errar (neste momento o professor adia prováveis correções) e a formular estratégias para que a situação seja solucionada.

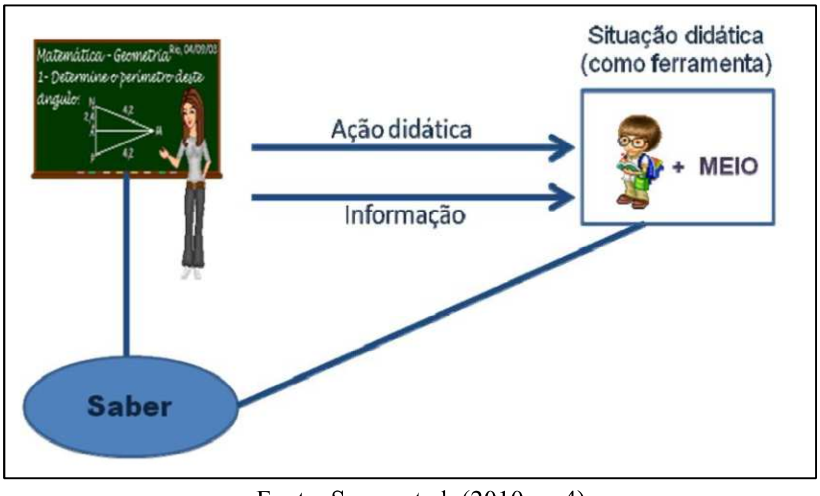
Sobre a necessidade da valorização da cognição do aluno para o processo de ensino-aprendizagem, D'ambrósio (1989, p. 59) destaca que:

> Estas propostas partem do princípio de que o aluno está constantemente interpretando seu mundo e suas experiências e essas interpretações ocorrem inclusive quando se trata de um fenômeno matemático. São as interpretações dos alunos que constituem o se saber matemática “de fato”. Muitas vezes o aluno demonstra através de respostas e exercícios, que aparentemente compreendeu algum conceito matemático; porém uma vez mudado o capítulo de estudo ou algum aspecto do exercício, o aluno nos surpreende com erros inesperados. É a partir do estudo dos erros cometidos pelos alunos que poderemos compreender as interpretações por eles desenvolvidas.

Deste modo, uma situação didática envolve atividades que devem ser planejadas pelo professor propiciando os meios necessários para enfatizar a autonomia do aluno, tendo como consequência a investigação, a interação social, a comunicação e a ação de modo que ele vivencie experiências conhecidas e que ao mesmo tempo desenvolva suas habilidades e competências no conteúdo matemático.

Entre os vários alicerces da Didática, D’Amore (2007) destaca que o meio (*milieu*) em que uma situação se encontra, mesmo que esteja implícito, desempenha um papel fundamental no processo de aprendizagem, uma vez que a teoria das situações didáticas fundamenta-se na autonomia do aluno a fim de manifestar seu conhecimento. Essa autonomia favorece para que o sujeito possa adotar um sistema de interação com um terceiro elemento, denominado de meio, criando estratégias de resolução que se refiram exclusivamente às necessidades do meio. Ou seja, a relação aluno e meio será concebida diretamente condicionada aos conhecimentos preliminares do sujeito para assim poder agir dada a situação, sem uma intervenção explicativa do professor, que por sua vez, escolherá atividades com o objetivo de fazer com que o aluno adquira determinado conhecimento seguindo uma lógica interna de forma independente.

Figura 1 - Esquema de uma Situação Didática



Fonte: Souza et al. (2010, p. 4)

> A intervenção do professor evoca, necessariamente, em relação aos conhecimentos que ensina, um funcionamento possível em outras circunstâncias, não apenas nas situações com fins didáticos (exercícios ou problemas) que ele propõe. Cria, então, uma fictícia ou efetivamente, um outro meio, em que o aluno atua de forma autônoma. (BROUSSEAU, 2008, p. 54)

Diante disso, podemos observar a importante função do meio, que é fundamental para entendermos o funcionamento das teorias das situações didáticas que, segundo D'Amore (2007, p. 5), essa teoria "visa então à criação, à organização e à utilização de problemas por parte de um sujeito com algumas propriedades e conhecimentos mínimos tais de tornar bastante provável o desenvolvimento do processo determinado pela situação".

A aplicação de jogos seguindo essa sequência tem desempenhado um papel importante para colocar em foco os conhecimentos prévios dos estudantes, criando situações didáticas enriquecedoras. Mostraremos como ilustração o jogo "Quem vai dizer 20?", que foi divulgado pelo próprio Brousseau (1996) para mostrar a caracterização das situações didáticas. Esse jogo tem como objetivo mostrar a operação de divisão de uma maneira diferente da qual foi aprendida, permitindo descobertas e demonstrações de teoremas por parte das crianças.

O jogo se inicia com dois participantes, começando, de preferência, com uma competição entre professor e aluno, um deles escolhe o número 1 ou o número 2 e em seguida o oponente responde acrescentando mentalmente uma ou duas unidades ao número proposto pelo primeiro competidor, até chegar ao 20, após isso a situação se reverte e reiniciam o jogo. Ganha quem chegar ao resultado 20 utilizando menos operações. Posteriormente, pode-se jogar em duplas e em seguida, em equipes, sempre anotando os cálculos. Conforme o jogo vai avançando, as crianças vão refletindo e traçando estratégias. Segundo Pommer (2008), neste momento o professor abre as possibilidades para que o aluno faça suas próprias descobertas, sem revelar sua intenção didática, tendo papel de mediador. Chamamos esse fenômeno de situação adidática e a partir dela podemos analisar, conforme Brousseau (1996), quatro tipo de situações:

- **Situações de ação:** os alunos colocam seu raciocínio e decisões em prática para resolver o determinado problema. Essa situação surge quando os alunos concluem que a melhor forma de ganhar é chegar o mais rápido possível nos números 14 ou 17, pois deste modo usarão menos operações para chegar ao 20. Veja que, ainda não há um conhecimento formulado matematicamente, e sim uma percepção.

- **Situações de formulação**: os alunos são influenciados a modificar sua linguagem a fim de explicitar suas estratégias, assim mesmo que nas mensagens ocorram erros, já que não existe uma obrigatoriedade do uso da linguagem da matemática formal, os alunos usam suas ações de forma mais consciente. Podemos observar isso quando a criança é submetida a comunicar a sua estratégia ao grupo, que pode ser imediata, ou seja ser compreendida ou não pelos colegas, ou mediata, quando é necessário que a estratégia acarrete na vitória.
- **Situações de validação**: Aqui a equipe elabora e propõe um enunciado que resulte na vitória ou tenta provar que o enunciado do adversário não é válido, convencendo assim seus interlocutores com o apoio do uso de uma linguagem matemática formal.
- **Situações de institucionalização**: O saber matemático do aluno é revelado e sistematizado de acordo com o que eles validaram, além disso, o professor mostra sua intenção didática. "O professor retoma a parte da responsabilidade cedida aos alunos, conferindo ao estatuto de saber ou descartando algumas produções dos alunos, definindo assim os objetos de estudo através da formalização e generalização. É na institucionalização que o papel explícito do professor é manifestado, o objeto é oficialmente aprendido pelo aluno e o professor reconhece tal aprendizagem" explica Pommer (2008, p. 8).

Portanto, para que uma situação didática ocorra com sucesso, é preciso que professores devam promover ações pedagógicas favorecendo ao aluno interpretar o meio do qual está e foi incluso de acordo com sua realidade e conhecimentos prévios, fazendo-o agir, formular, validar e institucionalizar enfocando em uma aprendizagem significativa do conteúdo trabalhado.

Outro enfoque no estudo de Brousseau é ao que se refere ao contrato didático, que se dedica na relação de um conjunto de regras sejam elas explicita ou implicitamente estabelecidos para quem ensina e para quem aprende. Entretanto, trabalhar com tais regras torna-se algo imprevisível e que está em constante movimento. O processo didático não é capaz de estabelecer um contrato permanente em sala de aula, pois aquele que ensina não estará ciente de como o aluno reagirá diante de um problema, logo, o professor não tem condições epistemológicas de prever que o aluno entenda ou produza uma matemática nova. Contudo, Brousseau (2008, p.74) argumenta que:

> A ilusão de que existe um contrato é indispensável para que a relação aconteça e seja, eventualmente, bem-sucedida. Cada um – o professor e o aluno – imagina o que o outro espera dele e o que cada um pensa do que o outro pensa... e essa ideia cria as possibilidades de intervenção de devolução da parte adidática das situações e de institucionalização.

A partir da ideia do autor, podemos imaginar que diante das atividades propostas, ocasionalmente surgirão erros por parte dos alunos, fazendo com que haja uma reestruturação do contrato didático. Para Brousseau, o erro é um tipo de conhecimento valioso capaz de gerar novos saberes e, consequentemente, fazer com que o professor possa reavaliar as situações de aprendizagem. Neste momento é importante que haja o incentivo do sujeito a aprender corrigindo suas próprias ações, conhecimentos e saberes. Dessa forma, um aluno que se submete à reflexão de suas ações, estará aberto a maiores possibilidades de aprendizagem.

Finalmente, Brousseau destaca a forma de como o professor começa a atuar ativamente (como aquele que ensina) na aula, onde aluno e professor interagem com um mesmo meio (situações de aprendizagem) para constituir relações entre conhecimentos ou de transformar conhecimentos em saberes, e, é nesse momento que ocorre a situação didática. Tendo em vista o meio didático, o professor posiciona-se como aquele que prepara a sua aula, na qual ele revisa todo o contrato didático.

2.2 Os Números Inteiros

O presente objeto de estudo se refere às primeiras abordagens ao processo de ensino do conteúdo específico de números inteiros. Primeiramente, iremos destacar suas dificuldades de aceitação por parte dos alunos nas turmas de 7º ano do Ensino Fundamental. Posteriormente, vamos nos atentar ao que os Parâmetros Curriculares orientam para os educadores em Matemática a fim de melhorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem de Números Inteiros. E por fim, fundamentaremos as diversas estratégias de ensino que vários pesquisadores do ramo apontam para tornar os alunos mais independentes com relação à aquisição do conhecimento, especificamente ao que refere ao ensino de Números Inteiros por meio de uma sequência didática.

2.2.1 As dificuldades dos alunos do 7º ano na aceitação dos Números Inteiros

Basta refletirmos um pouco para que possamos comprovar a existência de números negativos ao nosso redor, que, conforme Santana (2013), este conteúdo está presente nos noticiários, que informam a temperatura abaixo de zero de uma cidade ou o saldo bancário de um correntista que está devendo ao banco. Ainda podemos acrescentar o uso dos números inteiros ao saldo de gols dos times de futebol em um torneio e as medidas de altura e profundidade em relação ao nível do mar. Todas essas cognições trazidas através do convívio do aluno serão uma das maiores contribuições para o processo de ensino-aprendizagem e favorece para o desenvolvimento do meio do estudo difundido por Brousseau.

No entanto, a dificuldade que é frequente na sala de aula é que, na escola, o aluno deverá formalizar este conhecimento prévio matemático e que foge, em alguns momentos, do raciocínio utilizado durante toda a vida escolar até este momento, principalmente ao que se refere ao uso exclusivo dos números naturais e suas operações.

De fato, segundo Assis (2011), a passagem do campo dos números naturais para o campo dos números inteiros determina um salto conceitual significativo, devido às abstrações que nem sempre são devidamente compreendidas.

A situação adversa citada, leva ao professor a modificar a sua postura e buscar formas de aplicar metodologias eficazes que sejam necessárias para auxiliar o aluno a superar o processo de transição dos números naturais para os números inteiros. Sobre a abordagem do professor diante da dificuldade, Lima (2011, p. 20) justifica que:

> Realmente, quando trabalhamos com Números Inteiros, deparamo-nos com muitas contradições. Mas, cabe ao professor, debater as expressões que parecem ferir a lógica. Explicando-as detalhadamente, os alunos vão perceber que aparentes incoerências às vezes escondem significados lógicos. E, tratando de Números Inteiros, as alternativas de ensino são imensas. Sendo que é preciso tornar concreto esse conteúdo.

Assis (2011) corrobora com o autor acima afirmando que em muitas vezes, o conhecimento novo entra em desarmonia com tudo que já foi aprendido, e em geral, esse processo implica em dificuldades de aprendizagem e que necessita de cuidados especiais por parte de quem ensina.

Além disso, o estudo do meio de Brousseau valoriza o ponto de vista investigativo do aluno, pois, para Santana (2013), podemos questionar o aluno sobre a existência de números menores do que zero, que até então, em séries anteriores e de acordo com o conhecimento adquirido no estudo dos números naturais isso não era concebível. Este pensamento conduz ao aluno a refletir de forma investigativa a situação didática proposta, o que leva a busca da autonomia da construção do saber. A partir deste ponto, o zero ganha um novo significado, como aponta Teixeira (1993, p. 63) a seguir:

> Assim, a compreensão do que seja um número negativo avança paulatinamente, por abstrações e generalizações, na medida em que a criança descobre que se negativo é menor do que o positivo, há um ponto de onde negativo e positivo se originam. Isso leva, por sua vez, à necessidade de nova ampliação, porque nos naturais a assimilação do zero foi feita com base no significado de ausência de quantidade. Agora é preciso ampliar este significado, ou seja, diferenciá-lo na concepção de zero origem.

Assim, um dos pontos chave para a compreensão de números inteiros por meio de uma abstração reflexiva é o professor levar o aluno a investigar o novo sentido para o zero, isto é, interpretá-lo como ponto de origem, que conforme Skemp (1980, apud TEIXEIRA 1993, p. 63) diz que "os números positivos e negativos enquanto tais (valor absoluto) são os mesmos, mas o que os caracteriza como inteiros é a posição que ocupam em relação ao ponto de origem, os que os torna relativos".

Quando se trabalha com as operações envolvendo números inteiros, é necessário que o aluno, na nova etapa da sua vida escolar, consiga discernir o novo sistema de resolução dos métodos anteriores, que por muitas vezes apresentam obstáculos nos casos em que o professor não intervenha na construção do conceito de números inteiros. Isso é justificado quando os alunos se deparam com expressões representadas por (2 – 5), onde é comum os professores ouvirem repostas tais como (3), ignorando-se o sinal de negativo, o que mostra dificuldade de aceitação de que existam números menores do que zero e em muitas vezes fazendo analogia a solução da expressão (5 – 2).

Também é frequente o aluno questionar se é possível resolver tal expressão cuja subtração seja de um número menor com um maior, afinal ele está diante de uma contradição aos métodos observados nas resoluções feitas durante vários anos na escola. Consequentemente, é observada a insistência em fazer assimilações às propriedades vistas com os números naturais.

Por outro lado, isso não significa que tudo que foi aprendido nos anos anteriores será descartado, mas sim, expandido. Nascimento (2010) destaca que é importante os alunos perceberem que os números naturais são os números positivos e que eles foram incluídos no conjunto dos números inteiros. Logo, se refere a uma ampliação e não a uma substituição da aquisição do conhecimento.

2.2.2 Tratamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais para os Números Inteiros

Diante dos obstáculos que os alunos enfrentam no processo de aprendizagem dos números inteiros, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) incorpora um apoio significativo para a postura didática do professor.

Referindo-se aos terceiros e quartos ciclos, temos que: "o trabalho com os conteúdos relacionados aos números e as operações deve privilegiar atividades que possibilitem ampliar o sentido numérico e a compreensão do significado das operações" (BRASIL, 1998, p. 95).

Para uma primeira abordagem, os PCN propõem a discussão de aspectos históricos que levem os alunos à compreensão de que os números surgiram através das necessidades e preocupações humanas, buscando o desenvolvimento de seu próprio povo.

A análise da evolução histórica dos números inteiros, por sua vez, revela que por muito tempo, não houve a preocupação dos povos em refletir sobre a existência de números negativos para resolver problemas de sua civilização, assim, quando sua concepção foi necessária, gerou para o homem um grande desafio.

> O uso pioneiro dos números negativos é atribuído aos chineses e aos hindus, que conceberam símbolos para as faltas e diferenças "impossíveis" (dívidas). A adoção do zero teve um papel-chave na construção dos inteiros, possibilitando operar com grandezas negativas, mudando o caráter de zero-nada para zero-origem, favorecendo, assim, a ideia de grandezas opostas ou simétricas. (BRASIL, 1998, p. 97).

Apesar das situações envolvendo os negativos surgirem no cotidiano e nos estudos sistemáticos da Matemática, principalmente ao que concerne à Álgebra e à Geometria, foi apenas a partir do início do século XIX, após uma longa dificuldade de aceitação, que os números inteiros são tratados como forma de ampliação dos números naturais e ganham sentido quando são integralizados às leis aritméticas.

Ao se deparar com o conteúdo de números inteiros na escola, os alunos encontram dificuldades de aprendizagem devido às contrariedades em relação ao que foi aprendido ao longo dos anos no Ensino Fundamental, trazendo consigo resultados insatisfatórios. Diante disso, os PCN de Matemática do ensino Fundamental apontam a importância do professor ter o conhecimento dos obstáculos que os alunos enfrentam ao ter o primeiro contato com os números inteiros a fim de auxiliá-lo a abordar o conteúdo de forma mais adequada, como:

> - Conferir significado às quantidades negativas;
> - Reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir de zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido;

> - Reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero origem);
> - Perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais - Por exemplo, é possível adicionar 6 a um número e obter 1 no resultado", como também é possível "subtrair um número de 2 e obter 9";
> Interpretar sentenças do tipo x = – y (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e -y é negativo), (BRASIL, 1998, p. 98)

De acordo com os PCN de Matemática, um dos problemas decorridos no processo de ensino-aprendizagem para os números inteiros dos terceiros e quarto ciclos ocorre quando o professor direciona os alunos à prática da memorização das regras aritméticas exigidas, sem um parâmetro contextual. Apesar de que no início possa parecer uma metodologia eficaz, não haverá compreensão dos alunos quanto ao seu significado, como reconhecer que são uma extensão dos números naturais. Tão logo, tais regras de resolução cairão em esquecimento rapidamente, o que ocasiona aplicações de formas inadequadas.

Na visão de uma aprendizagem de qualidade, evidenciam que se deve buscar nos alunos, desde as séries inicias, ideias intuitivas de números negativos que emergem de experiências práticas permitindo as primeiras comparações.

Portanto, apoiando-se no desenvolvimento dessa noção cognitiva, podemos nos aprofundar na investigação de situações-problema no campo aditivo, pelos quais possam indicar falta, diferença, posição ou deslocamento na reta numérica, assim como a utilização de matérias manipuláveis e interpretação de tabelas.

Entretanto, devemos propor não somente atividades que se apoiam na análise de situações concretas e, desse modo, os PCN destacam que essas concretizações nem sempre estão presentes na abstração reflexiva que concerne à noção de números inteiros.

Por outro lado, o texto dos PCN (1998) evidencia que trabalhar com a formalidade pode trazer redução de seu estudo para o formalismo vazio. Assim, partindo da compreensão da extensão dos números naturais, devemos buscar situações que justifiquem as propriedades dos números inteiros a partir de experiências práticas e ter como apoio o conhecimento de números naturais.

De forma geral, para o desenvolvimento qualitativo em sala de aula, ao que inclui o ensino de números inteiros, os PCN de Matemática abordam, principalmente, à importância de se trabalhar com a resolução de problemas valorizando os saberes trazidos pelos alunos no cotidiano e isso auxilia diretamente para aplicação das situações didáticas mostradas por Brousseau.

2.2.3 Considerações sobre as estratégias de ensino para Números Inteiros

Ao chegarem no 7º ano do ensino fundamental, e especificamente, ao terem os primeiros contatos com os números inteiros, os alunos se deparam com uma nova maneira de olhar Matemática e tendem a perceber, equivocadamente, que a Matemática aprendida em anos anteriores ficou defasada e tudo se tornou ainda mais complicado.

Entretanto, Lima (2011, p. 25) diz que "podemos desmistificar a visão equivocada que se tem em relação a Matemática, disciplina que possui um patamar de importância indiscutível no currículo escolar e na formação integral do aluno".

Em um mundo tão dinâmico, a preocupação com o desenvolvimento das potencialidades cognitivas de quem exerce a docência deverá ser um dos principais objetivos da educação e que se firma como grande apoio didático.

Em consenso com essas vertentes, nesta seção vamos expor, de forma sucinta, algumas das tendências da Educação Matemática que auxiliam na formação do *milieu* a fim de um maior suporte para o estudo da Teoria das Situações Didáticas voltado para o ensino introdutório do conteúdo de números inteiros para os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Assim, na aula de introdução aos números inteiros e apoiado ao estudo desenvolvido por Brousseau, orienta-se que professor proponha discussões de situações que envolvam números negativos para que se capte os saberes, as convicções, os acertos e os erros de seus alunos, permitindo a construção do conceito de forma autônoma.

Neste contexto, Van de Walle (2009) destaca que os alunos quase que diariamente têm alguma interação com números negativos ou experimentam fenômenos que números negativos podem modelar e é uma ótima alternativa para o professor discutir essas ideias com os seus alunos.

Todo novo conhecimento exige, para um entendimento satisfatório do conteúdo, trabalhar com modelos e exemplos reais. Um dos modelos a seguir é exemplificado por Van de Walle (2009, p. 532), que utiliza a ideia de crédito e débito:

> Suponha que você é o contador de uma pequena empresa. A qualquer hora, seus registros mostram quantos reais a empresa tem em sua conta. Existirá sempre a quantia de reais em dinheiro (créditos ou arrecadação) e uma quantia de reais em contas a pagar (débitos). A diferença entre débito e totais de crédito informa o valor (saldo) da conta. Se existem mais créditos que débitos, a conta é positiva, ou "no preto". Se existem mais débitos que créditos, a conta está em dívida, mostrando um valor em dinheiro negativo, ou "no vermelho". Além disso, suponha que todas as

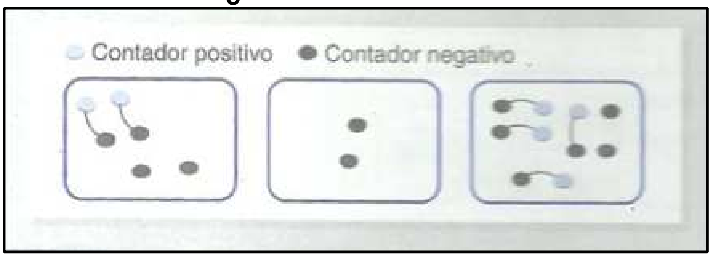
> transações são enviadas pelo correio. O carteiro pode trazer o correio, uma ação positiva, ou levar o correio, uma ação negativa.

Logo, esses modelos servem como parte introdutória para números inteiros, onde ajudarão os alunos a entenderem o que acontece com os números que são menores do que zero. Também abordam as quantidades que são acrescentadas ou retiradas devido a ações positivas ou negativas. É importante também que se abra espaço para o estudante citar outras situações, qualificando a discussão da situação.

Quando partimos para o ensino das operações com inteiros, podemos utilizar materiais manipuláveis, como ábacos ou contadores. A utilização do ábaco para o ensino de números inteiros foi um trabalho realizado por Rodrigues e Oliveira (2010), que desenvolveram uma metodologia a partir das ideias de Biachini (2004) que consiste na utilização do ábaco com apenas duas hastes com argolas vermelhas (representam números negativos) e argolas azuis (representam números negativos). No ábaco podemos tanto representar esses números quanto efetuar as operações, as atividades podem propor em adicionar argolas vermelhas ou azuis e os alunos irão conferir qual é a diferença. Por exemplo, se adicionarmos três argolas vermelhas em uma haste e cinco argolas azuis na outra, qual será o resultado? Teremos como resposta duas argolas azuis a mais em relação as vermelhas (+2).

Com a mesma ideia, Van de Walle (2009) utiliza contadores de papel azul (positivos) e cinza (negativos), mas o detalhe aqui é que se trata de adicionar (contadores de mesma cor) ou remover (contadores de cores diferentes). Logo, se tenho cinco contadores azuis e sete contadores da cor cinza, o resultado representará dois contadores da cor cinza (– 2). Como no modelo abaixo (figura 2), cada quadro é um modelo de 2 negativo como resultado.

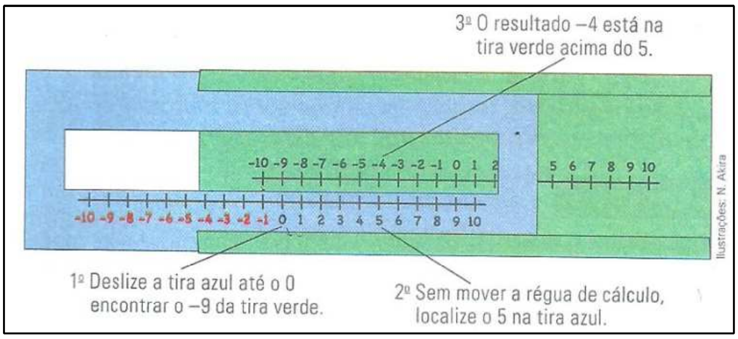
Figura 2 - Contadores



Fonte: Van de Walle, 2009, p. 533

Trabalhar com a reta numérica, segundo Van de Walle (2009) é um outro modelo comumente, apesar de tradicional, ainda gera confusão por parte dos alunos. Como sugerem Souza e Pataro (2014) uma atividade em que primeiro necessita da construção de uma régua de cálculo, que será sobreposta a uma reta numérica, tanto a régua quanto a reta devem ser numeradas de (– 10) a (10) e para começar o cálculo, as peças devem estar alinhadas. Na figura abaixo (figura 3), é exemplificado como fazer o cálculo [(– 9) + (+5)] utilizando o material concreto descrito:

Figura 3 - Régua de cálculo



Fonte: Souza e Pataro, 2014, p. 41

A resolução de problemas no ensino de Matemática inspira vários pesquisadores a utilizá-las no estudo das situações didáticas e no que diz respeito à compreensão de números inteiros, é o momento para enriquecer a aula com discussões entre os próprios alunos e o professor. Assis (2011, p. 2) destaca que:

> O aluno que desenvolve a capacidade de resolver problemas matemáticos aumenta a sua autoconfiança; aprende a raciocinar passo a passo; a efetuar a análise de situações com as quais se depara; a utilizar conceitos e procedimentos matemáticos mais facilmente e, o que é mais importante, estará mais bem capacitado a aplicar a Matemática a questões do dia a dia e em outros contextos.

Voltando para a situação com contadores e a reta numérica, um exemplo de abordagem pedagógica, que identifica uma situação didática, é dividir a turma em dois grupos, em que uma parte faz a atividade utilizando contadores e outra faz a mesma atividade, porém tendo como material concreto a reta numérica.

De acordo com Van de Walle (2009), essa estratégia didática contribuirá para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem por meio de resolução de problemas, visto que, quando as soluções forem encontradas, os grupos farão comparações e justificativas de seus resultados. Muitas ideias incorretas emergirão na sala de aula, erros com o quais devem ser valorizados para o estudo das situações didáticas. O saber resultante vindas das discussões e esclarecimentos representam um direcionamento muito mais produtivo do que se fosse a uma abordagem puramente expositiva.

Por fim, a aplicação de jogos em sala de aula tem desempenhado um papel importante não só processo de ensino-aprendizagem como na formação de cidadão do estudante e se apresenta como uma sugestão muito pertinente pelos pesquisadores em educação matemática. Os próprios PCN justificam que:

> Os jogos podem contribuir – enfrentar desafios, lançar-se na busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório – necessárias para a aprendizagem em Matemática (BRASIL, 1998, p. 47)

De acordo com Silva (2004), a utilização dos jogos é imprescindível para que o educador crie um ambiente enriquecedor, estimulador e social, favorecendo a confiança, segurança e o respeito mútuo, o que leva o aluno a estruturar sua personalidade, raciocinar logicamente, ser independente e crítico, ser coerente em seus atos ter iniciativa e aumentar a sua autoestima.

Notoriamente, podemos observar que esse método apresenta uma forma de se abordar o lúdico e reconhecer aspectos do pensamento lógico-matemático, além de desenvolver a criatividade e os princípios de socialização. Para D'Ambrósio (1989) o jogo incentiva o aluno a levantar hipóteses e conjunturas, aspecto fundamental no desenvolvimento científico, inclusive matemático.

Todas essas propostas metodológicas no ensino de Matemática estão relacionadas entre si. Além disso, elas se complementam e se dedicam em quebrar a dicotomia existente entre a matemática ensinada de forma tradicional com a matemática observada na vida real. Neste contexto, temos em mãos todo o suporte para o processo de desenvolvimento de uma sequencia didática com os números inteiros e, assim, promover uma interação dos momentos de ação entre alunos, professor e saber estudados por Brousseau, levando em consideração o meio em que se atua.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentaremos a metodologia utilizada para o recolhimento de dados de investigação para o desenvolvimento deste trabalho, assim como a descrição dos participantes envolvidos nas atividades, apresentação e discussão da sequência didática que acarretarão em nossos resultados e análises.

3.1 A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática

A metodologia para a conclusão deste trabalho é a Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Por ela, entenderemos os resultados de nosso estudo, com o foco no desenvolvimento dos objetivos traçados e, por fim, compartilhar a experiência obtida da interação aluno-professor-saber.

Enquanto que, em uma pesquisa quantitativa, trabalha-se, essencialmente, com a análise de dados coletados cercada de grande número de indivíduos, a pesquisa qualitativa, também chamada de pesquisa naturalística ou etnográfica, é definida por buscar o reconhecimento e a interpretação dos dados e dos discursos, como afirma D'Ambrósio (2006).

A palavra qualitativa engloba, de acordo com o que estabelece diversos autores no livro organizado por Borba e Araújo (2006), a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também incorpora as noções de respeito de percepções de diferentes aspectos comparáveis às experiências.

A concepção do termo qualitativo estará enquadrada nas pesquisas que reconheçam os seguintes pressupostos:

> (a) A transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtro vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (BORBA e ARAÚJO, 2006, p.88).

Portanto, para um processo ser qualitativo, o professor/pesquisador não promove apenas a mudança de perspectiva em seu ambiente de trabalho, mas, além disso, possibilita a reconfiguração da pesquisa, diante da análise das limitações e vantagens das mesmas com o objetivo em levá-lo a superação das dificuldades em sala de aula e adaptar a metodologia aplicada para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.

Neste contexto, a pesquisa qualitativa se baseia nos resultados que nos permite identificar, analisar e interpretar as consequências de uma problematização prática, e, além disso, durante a suas observações, podem ocorrer mudanças significativas quanto ao planejamento inicial à medida que a própria experiência com a pesquisa de campo leve o autor transformar seu foco em questão, sendo impossível estabelecer ações previsíveis.

De acordo com o que destaca Borba e Araújo (2006), um dos principais fatores para a constituição de uma pesquisa é o estabelecimento de uma pergunta norteadora, embora a definição de uma pergunta seja considerada um dos momentos mais difíceis, ela irá nos propor os caminhos para o desenvolvimento da pesquisa. Essa dificuldade surge a partir do momento que o pesquisador não percebe que a pergunta se forma completamente durante o desenvolvimento de sua investigação e não desde o início, isto é, as questões de pesquisa se originam na própria experiência prática profissional. Mesmo quando a preocupação do pesquisador é em não modificar seu planejamento inicial, o propósito de estudo, em uma pesquisa qualitativa, provavelmente mudará. A partir disso, dá-se a importância de promover procedimentos diversos em uma pesquisa.

A pesquisa qualitativa se organiza em algumas etapas:

> 1. Formulação das questões a serem investigadas com base no referencial teórico do pesquisador;
> 2. Seleção de locais, sujeitos e objetos que constituirão o foco da investigação;
> 3. Identificação das relações entre esses elementos;
> 4. Definição de estratégias de coleção e análise de dados;
> 5. Coleção de dados sobre elementos selecionados no item 2 e sobre as relações identificadas no item 3;
> 6. Análise desses dados e refinamento das questões formuladas no item 1 e da seleção proposta no item 2;
> 7. Redefinição de estratégias definidas no item 4;
> 8. Coleta e análise dos dados. (D’Ambrósio, 1996, p. 103).

Embora já havíamos discutido que a pesquisa qualitativa tem como foco a ideia da subjetividade, é importante, mesmo assim, que deixemos claro que ela carrega consigo um rigor sistematizado como qualquer outra pesquisa científica. Para D’Ambrósio (1996), uma pesquisa qualitativa deve possuir dados os mais referenciais possíveis (data, local, hora e identificação dos sujeitos de estudo). Já quanto à análise desses dados, o pesquisador deve se basear em uma fundamentação teórica, que por outro lado, irá depender da interpretação do próprio pesquisador no decorrer de suas observações.

Diante dessas concepções, "fica também muito claro que essa modalidade de pesquisa depende muito de o pesquisador estar em atividade na sala de aula como professor" (D'Ambrósio, 1996, p. 104).

3.2 Participantes da pesquisa

Os alunos que participaram da pesquisa estudam no turno matutino de uma escola da rede privada de Campina Grande, município paraibano, pela qual eu sou professor titular desde o ano de 2013. A escola atende desde o Ensino Infantil até ao Ensino Fundamental II, tendo seu funcionamento nos turnos da manhã e tarde.

Os participantes atuavam na turma do 7º ano do Ensino Fundamental, que, de acordo com o currículo escolar vigente da escola, o conteúdo de números inteiros é introduzido no início do segundo bimestre letivo. A turma era composta de 17 alunos, sendo 7 meninas e 10 meninos com média de idade de 12 anos e todos participaram das atividades de pesquisa.

3.3 Sequência didática

A intervenção feita a partir de uma sequência didática tem o propósito de adquirir e analisar os dados, e, principalmente, pôr em prática o estudo feito por Brousseau com a aplicação no ensino de números inteiros. Assim como verificar os resultados do êxito, ou não, da metodologia abordada e incentivar o poder de construção do conhecimento por parte dos alunos.

3.3.1 Uma conversa informal

A primeira abordagem feita para introduzir o conteúdo de números inteiros para a turma foi construir um ambiente de discussão sobre assuntos do dia a dia dos alunos e, partir disso, formalizar a ideia da existência de números menores do que zero.

Foram expostas situações que ajudem a entender o conceito de números negativos, em que, primeiramente, foi dito que os números naturais têm servido para expressar o resultado de contagens ou de algumas medidas, tais como:

- Faltam 50 km para chegar na cidade;
- Um aluno tem 13 anos;
- Vou comprar 10 laranjas.

Essas informações não deixam dúvidas quanto ao seu significado, pois os números naturais envolvidos definem perfeitamente a quantidade que expressam.

Em seguida, usei o mesmo método para exemplificar uma situação em que envolvia temperatura de um local. Será que se dizermos apenas o valor da temperatura, que representa um número natural, é o suficiente para sabermos a real temperatura de certo local? Por exemplo, dizer que a temperatura na Antártida está em 40° C é uma resposta satisfatória?

Após esta informação, a proposta foi lançada e os alunos foram desafiados a utilizarem seus conhecimentos prévios e rapidamente encontraram o erro. Inicialmente, de forma tímida, o aluno A1 diz que achou estranha essa informação. Já a aluna A2 demonstrou mais segurança em sua resposta e disse para a turma que é preciso dizer que a temperatura está abaixo de zero. Portanto, após a validação do seu conhecimento, podemos concluir que os alunos sabiam que na Antártida as temperaturas são baixas devido ao frio excessivo e logo desconfiaram que a informação que passei estava incompleta.

A segunda pergunta feita à turma foi a seguinte: "Um mergulhador está a 20 metros de distância em relação ao nível do mar. Qual é a opinião de vocês em relação a essa informação?"

Imediatamente, o aluno A3 disse que entendeu a informação, pois sabe que o mergulhador está abaixo do nível do mar (formulação). Mas a aluna A4 intervém e argumenta que é preciso ser mais específico, porque o mergulhador pode realmente estar mergulhando ou, neste momento, ele pode não estar exercendo a profissão de mergulhador, pode estar simplesmente se divertindo saltando de paraquedas (validação). Valoriza-se a criatividade na resposta da aluna em questão ao explicar que a informação dada pelo professor estava incompleta, pois a mesma não determina se o mergulhador está abaixo ou acima do nível do mar. Por fim, institucionalizamos a opinião da aluna dizendo que quanto mais profundo, mais distante do nível do mar, isto é, quanto maior for a distância entre o número negativo e o zero, menor ele é.

Posteriormente, no momento que iríamos para o segundo ponto de nossa conversa, o aluno A5 cita outra situação em que vemos números inteiros, que são nos elevadores dos prédios, quando sobem e descem em relação ao térreo (o aluno usou o termo "chão"). O elevador pode estar acima ou abaixo do "chão". O aluno complementa a sua resposta dizendo que a sua tia mora em um prédio, especificamente no 5º andar.

A intervenção do aluno nos incentivou a alterar, por alguns minutos, os procedimentos planejados previamente e pedimos que os alunos sugerissem outras situações que lembram números inteiros.

No entanto, não obtivemos nenhuma resposta, então conduzimos os alunos a refletirem sobre lucro e prejuízo, também quanto ao saldo de gols de um time de futebol. Quanto ao primeiro exemplo, houve uma grande recepção e entendimento, os alunos conceberam que prejuízo se refere a algo negativo. Já a questão do saldo de gols, uma aluna perguntou o que seria significa saldo de gols, logo tive que explicar as regras do futebol, pois não houve correção dos colegas.

A partir desse ponto, começamos a trabalhar com as questões do livro didático[2] que utilizamos na escola. A primeira questão mostra o mapa da América com as temperaturas de algumas cidades (figura 4):

Figura 4 - Temperaturas mínimas registradas em 19/01/2011

Fonte: Souza e Pataro, 2014, p. 88

[2] SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia. FTD Sistema de Ensino: SIM; Matemática, 7º ano –1. ed. São Paulo: FTD, 2014.

As perguntas foram feitas para a turma em geral e respondidas oralmente, possibilitando opiniões e resultados para que finalmente pudéssemos formalizar a resposta ser colocada na questão feita pelo livro.

Foi proposto para que os alunos respondessem os seguintes itens:

a) *Quais cidades apresentam temperaturas negativas?*

A resposta foi a mesma entre os alunos. Eles deduziram que se o número apresentar o sinal de menos, ele indica um valor negativo.

b) *Qual foi a menor temperatura registrada entre as cidades apresentadas? Em que cidade ocorreu essa temperatura?*

Quase a metade da turma respondeu que Washington, com – 3°C, era a menor temperatura. Já outra parte afirmou que Quebec, com – 18°C, soluciona o problema dado. No entanto, seguindo uma lógica semelhante ao grupo anterior, alguns alunos disseram que Fortaleza, com 24°C, poderá ser a menor temperatura.

A turma discute ideias e tentam contestar um ao outro (validação) até que eu intervenho (institucionalização) e formalizamos juntos que a resposta correta é realmente Quebec.

Na comparação de números inteiros, os alunos também cometeram alguns erros no processo de construção conceitual.

Chegaram a achar que +40 é menor que +20 por pensar que +40 está mais distante de zero. A aluna A2 elaborou uma dica criativa para não errar em números inteiros em relação à comparação: dizer se está mais quente ou mais frio. No exemplo dado a ela, +40 é mais quente do que +20. Por outro lado, temos que – 40 é mais frio do que – 20.

Seguindo a aula introdutória, foi mostrado que para representar fatos históricos ocorridos em épocas diferentes podemos utilizar uma linha do tempo. Em geral, tomamos como marco zero o nascimento de Cristo. Dessa forma, as datas dos fatos ocorridos antes do nascimento de Cristo são indicados junto à sigla a.C. (antes de Cristo) ou pelo sinal de negativo (–). Já as ocorridas após o nascimento de Cristo são indicadas junto à sigla d.C. (depois de Cristo) ou pelo sinal de positivo (+). Tais siglas já são conhecidas devido às aulas de História.

Assim, a temperatura e os fatos históricos é um dos modelos que podem ser representados na reta numérica inteira.

3.3.2 O Jogo *Vai e Vem*

A primeira atividade prática aplicada para a turma foi o jogo do ***Vai e Vem***[3]. Com o auxílio lúdico deste jogo, desenvolvemos a exploração de somas algébricas de números inteiros de forma intuitiva.

Para confecção do jogo, utilizamos o modelo de tabuleiro (anexo A) disponível no livro didático de Giovanni Júnior e Castrucci (2009) e foram feitos dados, com cartolina de cor verde, que era a cor disponível no momento da confecção (para esta atividade não é importante distinguir cores) e, além disso, foi necessário o uso de fichas coloridas. Nesta etapa, deixei os alunos a vontade para enfeitar as suas fichas a fim de diferenciá-las. Uns colocavam apenas primeira letra do seu nome, outros desenhavam (corações, flores). Assim, para uma turma que continha 17 alunos, foram distribuídos 6 cópias do tabuleiro e 6 dados de cor verde, formando assim 5 grupos de três pessoas e um grupo trabalhou em dupla, cada aluno com a sua ficha enfeitada para jogar.

Quanto ao procedimento e as regras do jogo, ele se assemelha aos clássicos jogos de corrida de tabuleiro, eis as regras:

- Todos os participantes iniciam o jogo com suas fichas personalizadas na flecha de "partida".
- Cada jogador, na sua vez, lança os dois dados.
- No primeiro lançamento, cada um avança o número de casas conforme os pontos obtidos no dado.
- Nos demais lançamentos, se a ficha estiver em uma casa branca, o jogador avança tantas casas que indicarem os pontos do dado; caso esteja com a ficha em uma casa roxa, deverá recuar o número de casas de acordo com os pontos obtidos no dado.
- Vencerá o jogador que atingir a chegada em primeiro lugar, podendo haver empate se outros atingirem a chegada na mesma rodada. Caso o jogador obtenha na jogada um valor superior ao necessário para atingir a casa de chegada, deverá andar até a chegada e retornar o número de casas de acordo com o valor obtido no dado.
- Os pontos obtidos pelos jogadores em cada partida são distribuídos do seguinte modo:
    - 1º colocado = 3 pontos ganhos
    - 2º colocado = 1 ponto ganho
    - 3º colocado = 1 ponto perdido

[3] Extraído de: SÃO PAULO (Estado), Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Experiências matemáticas: 6ª série. Versão preliminar, São Paulo, 2008.

Cada rodada foi registrada pelos alunos por meio de uma atividade escrita para acompanhamento e interpretação das ações (apêndice A). É o momento propício para se explorar o cálculo da soma algébrica de números inteiros, assim como a organização de dados em tabelas.

Com as regras explicadas, é chegada a hora tão esperada, seja pelos alunos quanto para o professor/pesquisador, que é a execução da aula lúdica com a expectativa de seus resultados. Percebemos imediatamente o envolvimento dos alunos, que demostraram alegria, cooperativismo e respeito mútuo. Por ser um jogo de fácil entendimento, não houve muitas dúvidas a serem tiradas durante as rodadas, porém, alguns alunos se mostravam indignados por causa do “azar” que tinham ao cair em uma casa de cor roxa com frequência, indagando que era impossível sair daquela situação. Mas, com um pouco de paciência dos mesmos, todos saíram satisfeitos com a atividade.

Entretanto, ocorreram duas situações em que tivemos que alterar as regras do jogo para que o desenvolvimento da aula decorresse de forma satisfatória. Como havia 17 alunos divididos, um dos 6 grupos tiveram que jogar em dupla, logo, como as regras não atendiam nosso objetivo, modificamos as regras apenas para este grupo, onde o vencedor da rodada ganhava 2 pontos (+2) e o segundo colocado perdia um ponto (– 1). Assim, manteve-se a qualidade da aprendizagem para todos.

Em outro momento, a aluna A4 estava na casa 25. Após jogar o dado, verificou que o número obtido foi o 5. Essa situação faz com que ela avance três casas e ultrapasse a linha de chegada, no entanto, ela deve voltar duas casas, assim como diz a regra estipulada pelo jogo. Como essa situação estava acontecendo com frequência não apenas com aluna em questão, mas em outros grupos e, além disso, estava gerando demora para alguém ganhar na rodada, consequentemente, tornando o jogo chato, definimos em consenso com os alunos que, independente do valor obtido no dado, se caso ultrapassar a linha de chegada, não precisa voltar mais casas e o jogador vencerá a rodada.

Durante o jogo, enfatizamos também sobre a importância dos registros das pontuações dos jogadores após o final de cada rodada e cada grupo ficou responsável por esses registros. Além disso, ficaram encarregados de ordenar os integrantes do grupo a fim de definir o campeão geral. Ainda neste momento, destacamos que o jogo *Vai e Vem* é uma oportunidade de promover a familiarização de representar simbolicamente o ato de perder ou ganhar de acordo com a sua classificação, tendo o uso sinais de positivo e negativo. Assim, quem ficou em primeiro lugar, ganha +3; para quem ficou em segundo, representa-se +1 e para o terceiro colocado, deve ser registrado – 1.

Após o término das quatro rodadas, os alunos registraram em uma tabela a classificação de cada um dos jogadores do grupo e não mostraram dificuldades.

3.3.3 Expandindo o Jogo *Vai e Vem*

Na aula seguinte, correspondente a uma hora-aula, consistiu em continuar a exploração do jogo *Vai e Vem*. Essa atividade também está presente no livro didático "A Conquista da Matemática" de Giovanni Jr. e Castrucci (2009).

Reproduzimos na lousa as tabelas apresentadas a seguir e explicamos aos alunos que elas mostram os resultados do Jogo *Vai e Vem* de uma turma fictícia.

Tabela 1 - Resultados do primeiro grupo

CLASSIFICAÇÃO	NOME DO(A) ALUNO(A)	TOTAL DE PONTOS
1º	Pedro	8 g
2º	Carlos	7 g
	Luzia	4 g
	Silvia	3 g
	Francisco	
Total do grupo		20 g

Fonte: Giovanni Jr. e Castrucci, 2009, p. 47

Tabela 2 - Resultados do segundo grupo

CLASSIFICAÇÃO	NOME DO(A) ALUNO(A)	TOTAL DE PONTOS
	Isabela	8 g
	Guilherme	6 g
	Maria	
	Ricardo	4 g
	Rodrigo	2 g
Total do grupo		26 g

Fonte: Giovanni Jr. e Castrucci, 2009, p. 47

Tabela 3 - Resultados do terceiro grupo

CLASSIFICAÇÃO	NOME DO(A) ALUNO(A)	TOTAL DE PONTOS
	Renata	4 g
	Catarina	
	Vinícius	
	Sebastião	3 g
	Daniela	
Total do grupo		

Fonte: Giovanni Jr. e Castrucci, 2009, p. 47

Entretanto, como pode ser observado, alguns dados apresentados nas tabelas estão danificados e através de uma atividade intuitiva, nossos alunos poderão recuperá-los descobrindo os valores que faltam. Além disso, foi escrito na lousa uma legenda mostrando que a letra “g” se tratava de pontos ganhos, e a letra “p” representaria os pontos perdidos.

Antecipamos aqui que, analisando as tabelas, o aluno A8 pensou que o personagem Pedro teria 8 gramas como resultado, isto é, ele fez a assimilação da letra g com a unidade medida de massa, o grama. Apesar de explicarmos do que se tratava, julgamos importante modificar a simbologia utilizada na tabela e procuramos utilizar os sinais de positivo e negativo, evitando assim rupturas no conhecimento adquirido.

As regras sofreram também uma pequena alteração em relação a aplicada nas aulas anteriores, pois, como o livro didático sugere que, tanto o jogo como o problema que está sendo abordado, necessitam de 5 participantes em cada grupo, mudando assim a pontuação de cada um. Logo, temos que:

- 1º colocado = 5 pontos ganhos
- 2º colocado = 3 ponto ganhos
- 3º colocado = 1 ponto perdido
- 4º colocado = 1 ponto perdido
- 5º colocado = 2 pontos perdidos

Essa abordagem tem como objetivo o trabalho com somas algébricas envolvendo números inteiros de forma intuitiva e também incentiva a comparar e ordenar os resultados. Para preencher a última tabela, apresentamos a seguinte dica: três alunos empataram em 1º lugar e não houve 3º, 4º e 5º lugares.

Posteriormente, após os alunos refletirem por um tempo sobre atividade, retomamos a atenção deles para discutir os resultados e observações, baseadas nas seguintes etapas:

a) Verificar os resultados preenchidos na tabela e questioná-los como chegaram a esse resultado.
b) Saber a tabela que eles mais gostaram. E por quê.

O segundo momento usado para analisar essa tabela de outra maneira consistiu em lançar alguns desafios para que os alunos usassem o raciocínio lógico e as regras de pontuação do jogo de modo que descobrissem qual foi a combinação, em três rodadas, que um aluno fictício alcançou o total de pontos estabelecidos na tabela. Para servir de exemplo, exibimos o seguinte modelo: o total de pontos de Guilherme foi igual a +4. Então, uma maneira dele ter alcançado esses pontos foi ter vencido a primeira rodada, ganhando 5 pontos

(+5); depois ficou na última colocação, perdendo 2 pontos (–2) ; e na terceira rodada, ficou em 3º colocado, adicionando 1 ponto (+1). Implicitamente, os alunos devem ter atenção em utilizar apenas os valores descritos nas regras do jogo. Nosso objetivo também é usar essa situação para levá-los a formalizar esse conhecimento, expressando os dados obtidos em forma de uma soma algébrica de números inteiros.

Por fim, o terceiro procedimento do nosso estudo foi feito na aula seguinte e aborda a proposta perante a seguinte situação: na tabela abaixo estão anotados os pontos obtidos por Maurício, Antônio e Márcia em cinco partidas feitas no jogo *Vai e Vem*.

Tabela 4 - Pontos anotados ao final de cinco partidas

MAURÍCIO		ANTÔNIO		MÁRCIA	
PARTIDA	PONTOS OBTIDOS	PARTIDA	PONTO OBTIDOS	PARTIDA	PONTOS OBTIDOS
1º	+1	1º	-1	1º	+2
2º	-4	2º	+1	2º	+4
3º	+7	3º	+2	3º	+3
4º	+1	4º	+5	4º	+4
5º	-3	5º	-6	5º	-15

Fonte: Giovanni Jr. e Castrucci, 2009, p. 48

A atividade é composta pelas seguintes perguntas:

a) Quem foi o vencedor?
b) Se Maurício pudesse anular o resultado de uma partida para tentar ser o vencedor, qual a partida deveria escolher? E se fosse Antônio? E se fosse Márcia?

Notoriamente, o enfoque desta atividade é comparar, ordenar e efetuar somas envolvendo de números inteiros. Especialmente o item *b* promove uma investigação mais profunda por parte do aluno, em que ele irá procurar anular várias filas a fim de buscar a solução do problema de cada personagem que está sendo solicitado na pergunta. Deixamos a cargo dos alunos decidirem como irão proceder, isto é, traçar suas próprias estratégias.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos de acordo com o que foram descritos e desenvolvidos nas aulas serão analisados sob o olhar do estudo da Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau (2008) e com o foco mediante a uma pesquisa qualitativa, pela qual temos como objeto de estudo a subjetividade e capacidade de autonomia do aluno, de acordo com D'Ambrósio (2009).

Neste contexto, a opinião do aluno está diretamente ligada ao meio que ele está inserido e isso deve ser lapidado pelo professor. Por isso, todos os procedimentos desenvolvidos nos encontros foram registrados em um diário de bordo, isto é, para a coleta dos dados qualitativos, as verbalizações expostas pelos alunos, discussões, os erros, os acertos e as intervenções necessários feitas pelo professor/pesquisador foram anotadas. Sobre a utilização de um diário de bordo pelo educador, os autores Saucedo, Weller e Wendling (2012) afirmam que se trata de uma das ferramentas utilizadas durante as ações colaborativas de apoio e regência pelos acadêmicos na sala de aula e que favorecem o cunho investigativo por parte do profissional em educação, nele estão os registros das impressões sobre a prática pedagógica, os materiais utilizados e a resposta dos alunos no processo de ensino-aprendizagem.

4.1 Analisando os resultados da conversa informal

No primeiro encontro relacionado ao conteúdo de números inteiros, procuramos, em um primeiro momento, abordar por meio de uma conversa informal e descontraída situações que envolviam números pelos quais os alunos ainda não tinham visto na escola de maneira técnica até então. Logo, apesar de estarem prestes a adquirir uma nova noção de número no campo matemático, demostraram familiaridade com os negativos a partir do momento em que citamos as situações que aparecem no nosso dia a dia, como as temperaturas das cidades no momento em que os noticiários anunciam a previsão do tempo, a noção de lucro e prejuízo, a posição de um elevador de um prédio em relação ao térreo – esta situação foi sugerida pelo aluno A5 – e também o saldo de gols dos times participantes de um campeonato de futebol. Este último exemplo, não agradou muito os alunos, pois a maioria das crianças dessa turma não acompanha muito o esporte em questão e muito menos se atentam às regras do mesmo.

Analisando a etapa acima descrita, nosso objetivo foi fazer com que nossos alunos percebessem a utilização de números negativos apenas na situação que mencionei, isto é, cumprir o contrato didático inicial estipulado. No entanto, fomos surpreendidos com a situação verbalizada por A5, que de forma autônoma, utilizou o seu conhecimento prévio (o apartamento onde mora a sua tia) para exemplificar outra situação em que identificamos os números inteiros, mesmo não formalizando o conteúdo. Isso fez com que mudássemos o contrato didático e decidimos continuar explorando outras situações pelas quais os alunos conheciam. Esse fenômeno comprova a afirmação de Brousseau (2008) em que é impossível para o professor estabelecer um contrato didático permanente, pois aprendizagem está em constante dinamismo.

Assim, trazer situações do cotidiano para a elaboração do conceito do conteúdo matemático juntamente com o aluno, favorece, primordialmente ao surgimento do senso crítico e a criatividade do aluno, fatores que são tão importantes para o processo de aprendizagem e transforma uma matemática simplesmente expositiva para uma matemática comunicativa. Neste ponto de vista, Pires e Mansutti (2002, p. 108) afirmam que:

> Ao observar e escutar os alunos, o professor tem a oportunidade de identificar e valorizar os conhecimentos que manifestam. A comunicação desempenha um papel fundamental na aprendizagem matemática porque permite a construção de vínculos entre os conhecimentos informais e a linguagem simbólica própria da Matemática.

Logo, concluímos que esta primeira etapa superaram as expectativas, tanto pela rápida familiarização, demonstrada pelo fato dos alunos concordarem que encontram números abaixo de zero em situações frequentes da vida, quanto à participação e ao empenho da turma do 7º ano pela qual atuamos.

Na segunda abordagem, utilizando o livro didático, destacamos a segunda pergunta feita, essa que gerou muita polêmica e três respostas distintas. *“Qual foi a menor temperatura registrada entre as cidades apresentadas? Em que cidade ocorreu essa temperatura?”*

Quase a metade da turma respondeu que Washington, com – 3°C, era a menor temperatura. Eles justificaram a resposta usando o fato de – 3 ser negativo e estar mais próximo de zero. Podemos analisar que, assim como nos números naturais, eles pensaram erroneamente que os números inteiros são menores quanto mais estiverem perto do zero.

Já outra parte, liderada principalmente pela aluna A4, afirmaram que Quebec, – 18°C, é a cidade de menor temperatura, por estar mais distante de zero, de acordo com o conhecimento adquirido de que quanto mais distante de zero, menor é. Usando essa mesma linha de pensamento, uma pequena parte da turma não validou a afirmação feita pelo grupo anterior, pois se o menor número é aquele que está mais distante de zero, então Fortaleza com

24°C, poderá ser a menor temperatura, já que, entre as cidades citadas, Fortaleza tem o valor com a maior diferença em relação ao zero.

Procuramos não interagir neste momento dos debates, ouvindo apenas as justificativas dessas opiniões, afinal, detectamos que neste momento os alunos se encontraram em uma situação adidática, que de acordo com Brousseau (2008), consiste em permitir que o aluno busque sozinho uma solução para o problema, isto é, sem a intervenção do professor.

Consequentemente, a situação adidática também se caracteriza pela necessidade do aluno relacionar-se com o problema utilizando seus conhecimentos prévios. Concluímos que os alunos que deram a primeira resposta, que foi Washington, não refletiram o bastante e se atentaram às mesmas regras que constituem os números naturais, no entanto, promoveram uma situação de ação quando expuseram para a turma seu raciocínio e de formulação quando justificaram suas opiniões. O segundo grupo de alunos que respondeu corretamente, embora tal resposta ainda não havia sido descoberta por todos da turma, houve ação e formalização assim como também pela pequena parte de alunos que deram como resposta Fortaleza. Com estas três hipóteses em mãos, os alunos partem para a próxima fase da situação adidática, que é a de validação, onde se promovem as discussões e contestações das formulações defendidas por cada grupo.

Para Brousseau (2008), o papel do professor neste momento é proporcionar situações favoráveis de modo que o aluno aja diretamente baseado no saber, transformando-o em conhecimento, assim devemos propor situações que os alunos possam viver a fim possibilitar o uso do conhecimento para solucionar o problema. Neste contexto, intervenho com o objetivo de inseri-los em um meio e sugiro que eles voltem para a questão do mergulhador e se imaginem sendo ele, isto é, "quanto mais fundo o mergulhador nadar...". A aluna A4 me complementa e responde: "menor fica. Olha aí, tá vendo!". E assim, com a intervenção, promovemos uma situação de institucionalização e formalizamos juntamente com os alunos a resposta para o problema.

4.2 Analisando os resultados da exploração do Jogo *Vai* e *Vem*

A utilização de jogos tendo como intuito levar os alunos a construírem conceitos matemáticos tem se mostrado uma abordagem metodológica que enfoca o processo de construção do conhecimento do aluno através de suas experiências com diferentes situações problemas, apresentas como forma de jogo, como afirma D'Ambrósio (1989).

Logo, escolhemos usar o jogo vai e vem como ferramenta para integrar a nossa pesquisa qualitativa. O jogo *Vai e Vem* tem o objetivo implícito de levar os alunos a desenvolverem somas algébricas envolvendo números inteiros. Tivemos como resultado inicial a boa receptividade dos alunos, principalmente pelo fato do jogo ser de fácil entendimento, apresentar ludicidade e familiaridade.

Figura 5 - Grupo I jogando o Vai e Vem

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Figura 7 - Grupo III jogando o Vai e Vem

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Figura 6 - Grupo II jogando o Vai e Vem

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Figura 8 – Grupo IV jogando o Vai e Vem

Fonte: elaborado pelo autor

Com o decorrer do tempo, na medida em que se passavam as rodadas, apareceram alguns problemas que exigiram a nossa intervenção. Destacamos a indagação da aluna A4, ela não conseguia vencer a rodada porque o número que era obtido no dado sempre era maior do que o necessário para ultrapassar a linha de chegada, fazendo retornar as casas restantes, isso estava causando uma frustração. Logo, entramos em consenso com os alunos e mudamos algumas regras, de modo a possibilitar que o jogo atingisse os objetivos traçados. Essa mudança de contrato com o aluno faz parte da sequência didática e da pesquisa qualitativa que é abordada neste estudo, enriquecendo a interação entre professor e aluno, valorizando a troca de experiências e dos saberes.

Promovemos também a importância em registrar os resultados em uma tabela, representando a pontuação de acordo com a sua classificação de modo simbólico, isto é, o ganho de pontos é representado pelo sinal de positivo (+) e a perda com sinal de negativo (–).

Figura 9 - Resultados obtidos pelo grupo V

TOTAL DE PONTOS					
Seu nome	1º partida	2º partida	3º partida	4º partida	Total
	+3	+3	+3	+3	+12
	+1	+1	-1	+1	+3
	-1	-1	+1	-1	-2
Total por partida					

CLASSIFICAÇÃO FINAL NO GRUPO		
Classificação	Nome	Total de pontos
1º		+12
2º		+3
3º		-2
Total do grupo		

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Figura 10 - Resultados obtidos pelo grupo VI

TOTAL DE PONTOS					
Seu nome	1º partida	2º partida	3º partida	4º partida	Total
	+3	-1	+3	+3	8
	+1	+1	+1	-1	2
	-1	+3	-1	+1	2
Total por partida	3	3	3	3	12

CLASSIFICAÇÃO FINAL NO GRUPO		
Classificação	Nome	Total de pontos
1º		8
2º		2
		2
Total do grupo		

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Como sugerem as amostras acima, os alunos, no final de cada rodada fizeram seus registros em grande parte de forma correta. Percebemos então que para escrever os resultados, os alunos se atentaram às regras colocando a pontuação de cada um e mesmo que ainda não formalizado os cálculos aritméticos envolvendo números inteiros, eles exibiram o resultado da soma algébrica.

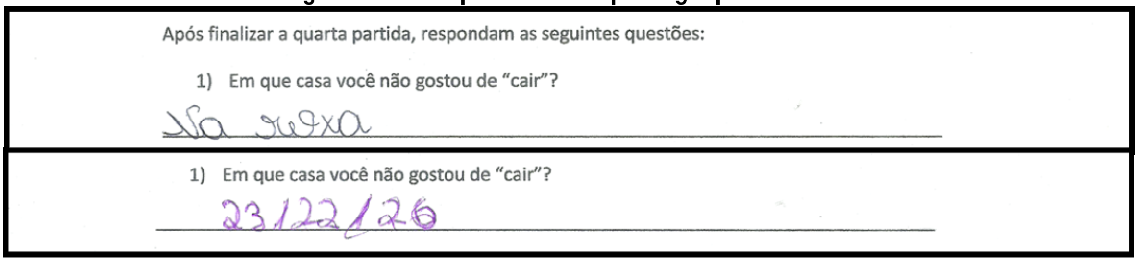
Propomos nesta atividade o preenchimento de uma segunda tabela que consistiu em comparar e ordenar, intuitivamente, quem seria o vencedor geral de cada grupo passadas as três rodadas.

Vemos que os estudantes não tiveram dificuldades em classificar as suas pontuações por elas serem, em sua maioria, dados com resultados envolvendo números naturais, já conhecidos previamente.

Com a conclusão do jogo, o momento é destinado em responder a segunda parte da atividade, que consiste em um questionário que se baseia no jogo vai e vem, onde podemos extrair as ideias desenvolvidas durante a brincadeira e compartilhar os saberes de cada um. Após recolher as atividades, perguntei o porquê eles terem dado tais respostas, assim, cada representante do grupo respondeu, com as suas palavras, para a turma e para o professor oralmente, possibilitando discussões.

1) *Em que casa você não gostou de "cair"?*

Figura 11 - Respostas dadas pelos grupos II e IV


Após finalizar a quarta partida, respondam as seguintes questões:

1) Em que casa você não gostou de "cair"?

Na roxa

1) Em que casa você não gostou de "cair"?

23/22/26

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

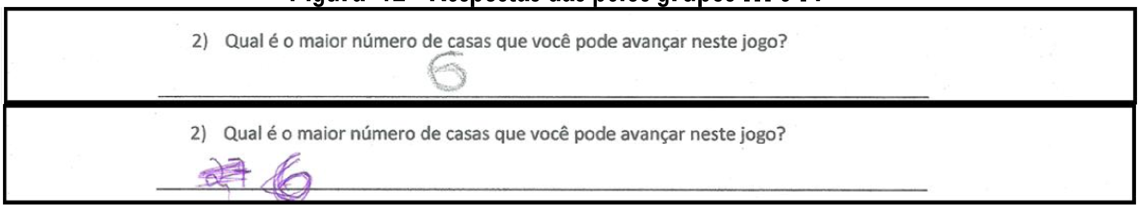
- Representante grupo 1 – Nas roxas, principalmente a casa 22. Teve uma vez que eu estava na casa 16 e fui para a 22. Deu muita raiva.
- Representante grupo 2 – Nas roxas, porque era difícil de sair delas. Quando saia, entrava de novo.
- Representante grupo 3 – Nas roxas e também na hora da chegada, pois o número que dava no dado era quase sempre maior com o que faltava e não conseguia vencer.
- Representante grupo 4 – A casa 24, porque tinha que voltar as casas e depois caímos na 24 de novo.
- Representante grupo 5 – Nas casas 22, 23 e 24. Toda hora nós voltamos para elas.
- Representante grupo 6 – Nas casas 22, 23 e 24, porque não ganhava quando estava perto de terminar, por ser roxa.

Notoriamente, de forma geral, quase todos os alunos reclamaram do fato de que as casas roxas exigiam que na próxima jogada, eles voltassem o número de casas exibidas no dado e na jogada posterior acontecia o fenômeno de cair nessas casas novamente, em específico nas sequências de número 22, 23 e 24, não conseguindo vencer tão rápido.

Procuramos partir da ideia que os alunos não compreenderam o real motivo da existência das casas roxas, assim, aproveitei o momento para questioná-los com a seguinte pergunta: *"Mas, de alguma forma, vocês viram algo de importante para a existência das casas roxas para entendermos os números inteiros?"* A aluna A2 disse que sim, elas são importantes porque é como se o dado tivesse se tornado negativo, tem que descer as casas, além de deixar o jogo mais acirrado. Imediatamente, o aluno A1 valida a experiência vivida da colega e acrescenta que existiu um momento que ele estava bem a frente dos outros jogadores e caiu em uma casa roxa (que ele chamou de casa negativa) e teve que voltar várias casas, perdendo o jogo.

2) Qual é o maior número de casas que você pode avançar neste jogo?

Figura 12 - Respostas das pelos grupos III e IV


2) Qual é o maior número de casas que você pode avançar neste jogo?

6

2) Qual é o maior número de casas que você pode avançar neste jogo?

~~27~~ 6

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Essa pergunta se apresentou com certa ambiguidade, pois os alunos não sabiam se se tratava do número máximo de casas avançadas em cada jogada ou da quantidade total. Embora a pergunta realmente se referisse a cada jogada, preferimos não intervir na dúvida e permitimos que eles próprios interpretassem a pergunta, assim, com a atividade finalizada, houve respostas distintas ao questionamento, no que acarretou enriquecimento quanto nas discussões, na busca de formulação e validação de suas opiniões. Grande parte dos grupos se atentou ao número de casas avançadas em uma jogada, afinal um dado comum possui 6 faces, logo o máximo de casas que podem ser avançadas são seis.

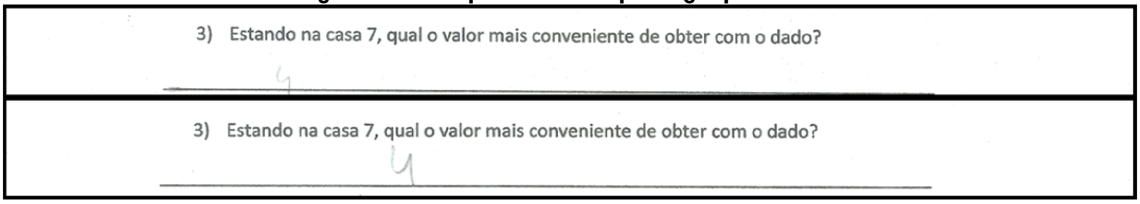
No entanto, tivemos três alunos que foram um pouco mais além e expuseram opiniões diferentes, gerando dúvidas entre a turma. O aluno A6 indagou que, na verdade, só podemos avançar 5 casas, pois a casa de número 6 é de cor roxa e assim, não avança. Após um tempo, o mesmo aluno não validou a sua interpretação, explica que existe a possibilidade de avançar 6 casas sem cair na casa roxa, no caso se estiver na casa 5, por exemplo, assim (5 + 6 = 11), que é uma casa branca.

Em outro momento, a aluna A2 diz que o tabuleiro possui 27 casas, logo essa é a quantidade máxima que podemos avançar. A turma, de forma instantânea concorda que realmente ela pode estar certa e no momento em que acreditávamos que a turma tivesse entrado em consenso, surge uma nova afirmação no momento em que o aluno A6 falou com convicção de que A2 estava errada, pois as casas roxas não permitem que nós avancemos. Logo o tabuleiro possui 20 casas para avançar, excluindo as sete casas de cor roxa.

Por fim, esclarecemos para os alunos que a pergunta se refere a apenas uma jogada, mas que o debate para encontrar a resposta correta foi muito bom e que apresentaram ideias bastante coerentes.

3) *Estando na casa 7, qual o valor mais conveniente de obter com o dado?*

Figura 13 - Respostas dadas pelos grupos I e V


3) Estando na casa 7, qual o valor mais conveniente de obter com o dado?

4

3) Estando na casa 7, qual o valor mais conveniente de obter com o dado?

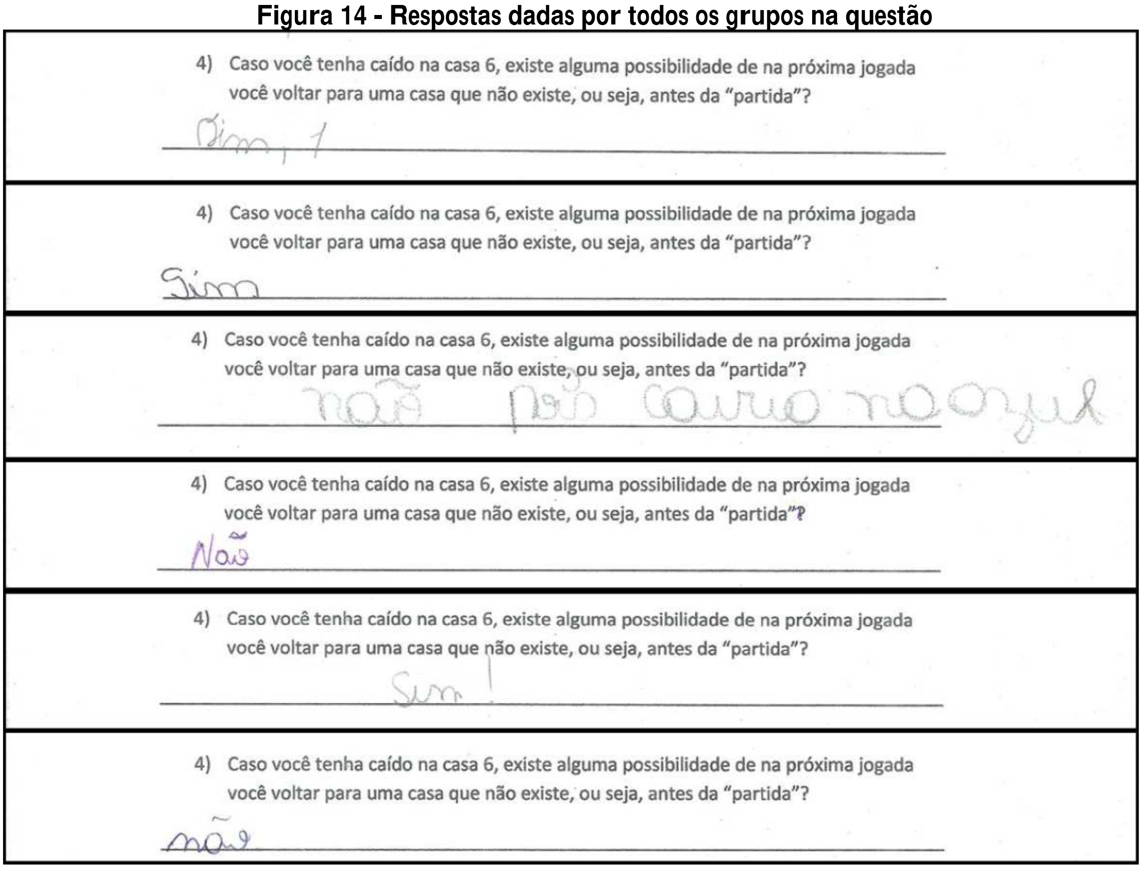
4

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Diante das experiências práticas no jogo e das discussões das questões anteriores, não houve dúvidas e nem opiniões distintas neste caso. Todo os grupos responderam que a melhor situação possível é obter o valor 4 na face do dado, evitando assim cair na casa roxa.

4) *Caso você tenha caído na casa 6, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que não existe, ou seja, antes da "partida"?*

Figura 14 - Respostas dadas por todos os grupos na questão


4) Caso você tenha caído na casa 6, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que não existe, ou seja, antes da "partida"?

Sim, 1

4) Caso você tenha caído na casa 6, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que não existe, ou seja, antes da "partida"?

Sim

4) Caso você tenha caído na casa 6, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que não existe, ou seja, antes da "partida"?

não pois cairo no azul

4) Caso você tenha caído na casa 6, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que não existe, ou seja, antes da "partida"?

Não

4) Caso você tenha caído na casa 6, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que não existe, ou seja, antes da "partida"?

Sim!

4) Caso você tenha caído na casa 6, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que não existe, ou seja, antes da "partida"?

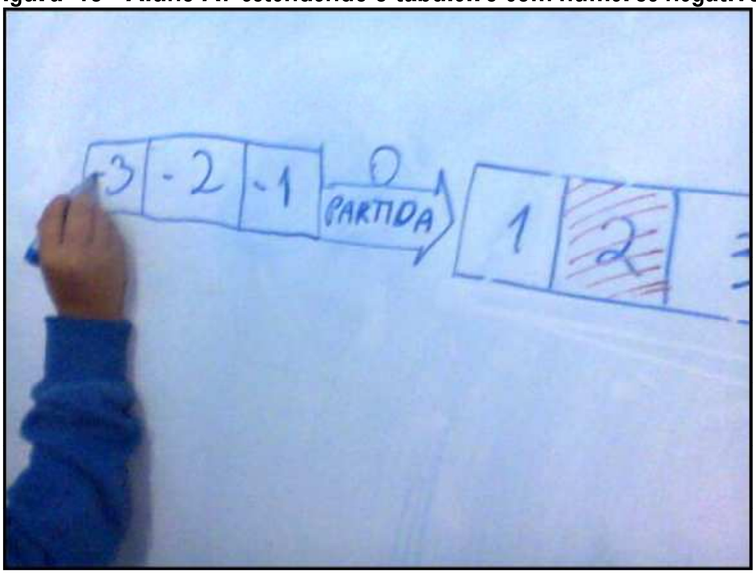
não

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Neste questionamento, é interessante salientar que metade dos grupos disse que sim, a outra metade afirmou que não, como se pode ver nos questionários. Ficamos com a sensação de que os alunos não haviam entendido o real sentido da pergunta, pois quando solicitamos a eles que justificassem suas respostas, expuseram opiniões vazias. Os alunos que optaram pelo sim, consideraram, de forma geral, que a "partida" não é uma casa e volta para o início desde que obtenha 6 na face do dado novamente. Já os alunos que preferiram responder que não, foram objetivos em afirmar que não existe casa antes da "partida".

Claramente, não há possibilidades de haver casas antes "partida", entretanto, para instigá-los a construção do conhecimento com números inteiros, fizemos duas perguntas: "E se imaginarmos o tabuleiro como uma reta numérica inteira, que número representaria a seta de partida?" Imediatamente, ouvimos como resposta – O zero (outros responderam a origem). A próxima pergunta foi: "Como eu poderia estender esse tabuleiro colocando números negativos?" Logo, há um alvoroço na sala como o intento de ajudar como o tabuleiro ficaria, e assim, solicitamos que um dos alunos (A7) venha até o quadro branco e desenhe como ficaria esse novo tabuleiro.

Figura 15 - Aluno A7 estendendo o tabuleiro com números negativos



Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Para finalizar, reformulamos a quarta pergunta deste questionário: "Caso você tenha caído em uma casa *menor do que 6 e que seja da cor roxa*, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que esteja antes da 'partida' deste novo tabuleiro feito por A7?" A resposta *sim* foi unânime. Como faltavam poucos minutos para o término da aula, colocamos alguns desafios rápidos na lousa para explorarmos o tabuleiro que A7 fez.

Esse desafio consistiu em, por exemplo, supormos que tivéssemos caído na casa de número 2, que se tornou roxa, e na próxima jogada o valor obtido no dado foi o número 5 então voltaríamos para algumas casas antes do zero-origem (antiga seta de partida), exatamente na casa cujo valor é (– 3).

Na aula seguinte, continuamos a exploração do jogo *Vai e Vem*, expondo na lousa tabelas que mostravam os resultados de uma turma fictícia. Feito isso, a primeira impressão que tiveram foi quanto a letra “g” contida nas tabelas, demonstraram estranheza e pensaram que se referia ao grama, unidade de medida de massa, logo mostramos uma legenda que estava exposta na lousa, explicando que “g” se refere a pontos ganhos e, se necessário, usamos a letra “p” para representar pontos perdidos.

Nesse momento, o aluno A8 conversa comigo dizendo que seria melhor representar com sinais, essa preocupação nos levou a refletir que o uso dessas letras poderiam confundir os alunos em estudos futuros, assim, decidimos modificar o planejamento inicial e adaptamos a tabela cedida pelo livro didático, representando na lousa o total de pontos com os sinais de negativo e positivo, o que valoriza mais uma vez o processo de construção do conhecimento do aluno e o meio em que ele está inserido.

Começamos a analisar a primeira tabela, a aluna A4 percebeu que a soma do total de pontos é (+22), isso quer dizer que o total de pontos feitos por Francisco, uma das partes danificadas, foi (– 2), para que assim o total de pontos chegasse a ser (+20). Com a pontuação descoberta, ficou fácil ordenar a classificação de cada jogador da primeira tabela.

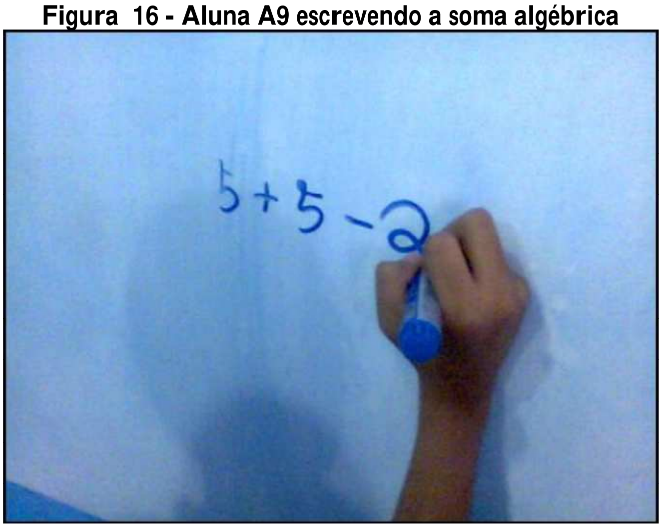
Na segunda tabela, o processo foi semelhante a anterior, a pontuação de Maria foi facilmente encontrada pelos alunos, pois a soma algébrica resultou em 22 pontos positivos, faltando ainda 4 pontos, que, por sua vez, é a pontuação de Maria.

A tabela do último grupo exigiu um pouco mais de reflexão por parte dos alunos, pois muitos campos se apresentaram riscados e poucos dados estavam sendo fornecidos. Entretanto, a atividade nos oferece a seguinte dica: “No último grupo, três alunos empataram em 1º lugar e não houve 3º, 4º e 5º lugares”. Perguntamos aos alunos o que essa dica nos significava. O aluno A10 respondeu que teremos três alunos em primeiro lugar e dois alunos em segundo lugar. Com isso, a tabela fica mais fácil de ser preenchida, pois Catarina e Vinícius empatam em (+4) e Daniela fica empatada com Sebastião, ambos com (+3). Já o total do grupo ficou (+20). Vimos que, esta atividade consiste em uma resolução de problema que explora a questão da ordenação dos números inteiros, respeito às regras e incentiva o pensamento estratégico e lógico dos alunos.

Quando perguntados qual foi a tabela que mais gostaram, embora alguns julgaram a segunda como a melhor por ser a mais fácil, a aluna A2, por exemplo, disse que a terceira foi a mais interessante porque fez com que eles pensassem um pouco mais, no entanto, ficou fácil depois que jogo deu a dica. Já a aluna A4 preferiu a primeira, pois inicialmente achou estranho a soma ter dado (+22) quando o total era apenas +20, só depois que pensou que podia usar o (– 2). A opinião de A4 foi bastante interessante, pois apesar de, no primeiro momento, não saber como proceder, a aluna solucionou o problema sozinha após refletir a utilização do número negativo.

Assim, dando continuação aos procedimentos da aula, expomos alguns desafios para a turma. Perguntamos, qual teria sido a combinação nas três rodadas para que Isabela tenha obtido um total de 8 pontos positivos? A aluna A9 respondeu que na primeira rodada ela ganhou (+5), na segunda ganhou novamente (+5) e na terceira ela ficou em último (–2). Solicitei a A9 que representasse no quadro branco a soma algébrica que indica o que ela falou.

Figura 16 - Aluna A9 escrevendo a soma algébrica



Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Logo, oferecemos outros desafios. Para definir a pontuação de um dos personagens, os alunos chegaram a um consenso que Rodrigo ficou na segunda colocação na rodada 1, ganhando 3 pontos, na outra rodada ficou na quinta colocação (–2) e na última rodada ficou em segundo novamente (+3), assim, encontraram a soma algébrica (+3 + 1 – 2). No entanto, o aluno A3 descobriu outra maneira para encontrar a pontuação de Rodrigo, a combinação sugerida por ele poderia ser (+5 – 1 – 2), como sugere as regras do jogo.

Em Renata, os alunos também descobriram outras duas possibilidades: (+3 – 2 + 3) e (+5 – 1 + 1). Diante das análises, vimos que podíamos nos aprofundar mais e solicitamos que procurassem uma terceira combinação de resultados para Renata.

Neste instante, ocorreu o fato de que permaneceram pensativos e calados, mas, depois de alguns segundos, o aluno A1 cedeu para todos nós a seguinte combinação: (3 + 2 – 1). Claramente, vemos que o aluno construiu o conceito atitudinal, demonstrou motivação e convicção em solucionar a situação-problema, o que levou aos colegas de classe a concordar com ele, mesmo quando perguntamos para a turma se ele realmente estava certo.

Infelizmente, A1 estava errado e ninguém havia ainda descoberto o erro, pois os alunos apenas se atentaram ao resultado da expressão, que por outro lado, correspondia realmente a (+4), a pontuação de Renata.

Ainda não queríamos revelar o erro, então apenas disse que A1 se equivocou em algum momento. A turma continuou em silêncio, a colega A11 insistia que a conta estava certa, afinal (3 + 2 = 5) e (5 – 1 = 4).

Sugerimos então que eles lessem novamente as regras de pontuação do jogo expostas no quadro branco, e quase imediatamente, alguns alunos perceberam que não existe a pontuação equivalente a (+2), logo, embora a resposta de A1 tivesse correta, a expressão não seguia as regras estipuladas pelo jogo.

Nesta resolução de problema, vemos que os alunos tiveram dificuldade em assimilar um detalhe em específico escrito na regra do jogo, que felizmente foi descoberta devido a insistência em buscar várias possibilidades de pontuação e a exposição do erro do aluno A1, que fizemos questão em aplaudir pela atitude e pela cooperação que enriqueceram as discussões para a resolução do problema em nossa aula, afinal, sabemos que o erro faz parte da construção do conhecimento, que é algo tão valorizado pelos estudos de Brousseau.

Até aquele momento, eles não haviam explorado uma maneira de encontrar uma combinação para pontuação cujo resultado deu um número negativo. Então, olhamos para a tabela e os alunos foram procurar uma possibilidade para a pontuação de Francisco, situado na primeira tabela e que teve como resultado 2 pontos perdidos como total (–2). Nesta etapa, testemunhamos mais um erro de A1, quando sugeriu a combinação (5 – 2 – 1), no entanto, ele logo reconheceu que errou e viu que o resultado deu +2. Por fim, o aluno A8 nos deu o seguinte resultado (– 1 + 1 – 2).

Na aula seguinte, fizemos a terceira e última abordagem usando o jogo *Vai e Vem* para a construção do conceito de números inteiros. Propomos mais uma análise de uma tabela

(tabela 4), contendo os pontos obtidos por alunos fictícios (Maurício, Antônio e Márcia) em cinco partidas e alguns desafios escritos no quadro branco.

Os desafios citados se baseiam nas seguintes perguntas propostas: *"Quem foi o vencedor? Se Maurício pudesse anular os resultados de uma partida para tentar ser o vencedor, qual partida deveria escolher? E se fosse Antônio? E se fosse Marcia?"*

Os alunos detectaram que Antônio vencerá esta disputa pelo fato de sua pontuação ter dado 1 positivo, contra zero ponto de Maurício e (– 2) de Márcia. Para responder as outras perguntas, o aluno A3 afirma que precisam ter cuidado com qual fila anulariam, pois pode ajudar o oponente em vez fazer Maurício vencer.

Assim, demos um tempo para que os alunos realizassem a tarefa, até quando sugiram as primeiras respostas. O aluno A6 disse que Maurício ganhar, anula 2ª fila. Já A4 diz que Antônio já ganhou, mas podemos anular 1ª e a 3ª filas. O caso de Márcia foi a mais fácil, segundo os alunos, pois intuitivamente, eles anularam a fila em que Márcia possui (– 15) pontos, ou seja, bastou retirar a 5ª fila.

O ponto negativo que vimos nesta atividade é que ela não foi tão bem recebida quanto as outras e, infelizmente, apenas os alunos que se familiarizam com a Matemática participaram de forma ativa na aula e quebrar esse paradigma é o objetivo de todo educador em Matemática, sempre incentivando os alunos a serem perseverantes e ajudá-los a despertar o pensamento lógico que está dentro de cada um de nós. Assim, com o propósito de democratizar a atividade para todos, organizamos juntos no quadro branco outra tabela que mostrasse como ficariam os resultado quando anulássemos cada uma das fileiras.

Tabela 5 - Pontuação obtida quando se anula cada fila

Anulou nenhuma			**3ª fila anulada**		
Maurício	Antônio	Márcia	Maurício	Antônio	Márcia
0	1	-2	-7	-1	-5
1º fila anulada			**4ª fila anulada**		
Maurício	Antônio	Márcia	Maurício	Antônio	Márcia
-1	2	-4	1	-4	-6
2ª fila anulada			**5ª fila anulada**		
Maurício	Antônio	Márcia	Maurício	Antônio	Márcia
4	0	-6	3	7	13

Fonte: elaborado pelo autor, 2016

Aleatoriamente, escolhi alguns alunos para que me ajudassem a determinar os jogadores que ganharam em cada fila anulada. As respostas obtidas foram convictas, mesmo quando eu perguntava para turma, em tom cético, se eles tinham certeza, eles permaneciam com as suas escolhas. Entretanto, no caso em que a terceira fila foi anulada, causou-se uma breve polêmica: o aluno A7 disse que o vencedor seria Maurício, com 7 pontos negativos. Imediatamente, mesmo antes de questioná-lo o porquê da sua escolha, os colegas reagem e afirmam que Antônio, com 1 ponto negativo, seria o vencedor. Logo perguntei: “por que Maurício?” Tivemos duas respostas interessantes. A aluna A2 disse: “Claro que é Maurício, por que ele perdeu menos pontos do que os outros”. Vemos que A2 utilizou uma frase prática para ajudar a turma a entender essa comparação, se perdeu menos então ganhou. Já a aluna A4, dá uma resposta mais técnica, buscando aplicabilidade dos números negativos na discussão: “É! Também porque o -1 está perto do zero”.

Ambas as opiniões além de estarem corretas, percebemos que uma está complementando a outra, pois apesar de apresentarem ideias diferentes, elas se encaixam no mesmo contexto que envolve a compreensão de números inteiros, principalmente ao que se refere à comparação e ordenação.

Vale ressaltar que os alunos expuseram suas opiniões de forma autônoma, por meio de questionamentos feitos pelo professor, que nunca sabe que respostas irá obter. Com essa metodologia, é fácil ficarmos surpreendidos com a riqueza que a aula adquire quando permitimos o auxílio do aluno para construirmos ideias matemáticas.

Diante disso, finalizamos nosso trabalho com a consciência que não devemos nos contentar apenas com respostas corretas, mas sim, sempre exigindo a explicação dos alunos, como afirma Van de Walle (2009).

Já por outro lado, vimos que no decorrer deste estudo que tratar o erro como ferramenta de aprendizagem é fundamental para a efetivação da sequencia didática e assim à concepção da construção do conhecimento matemático. Como garante Brousseau (2008), o erro provoca a emersão dos chamados obstáculos, que é um conhecimento perfeitamente legítimo e inevitável, integrante do saber.

Entendemos que todo aluno tem um saber matemático dentro de si, devemos induzi-lo a tornar isso explícito de acordo com o meio em que está inserido, tornando professor e aluno atores em um contexto de aprendizagem.

Por fim, diante o longo ano que tivemos, incentivamos nossos alunos a estudarem cada vez mais os números inteiros e a participarem ativamente das aulas que se seguirão por toda a sua vida escolar, afinal, juntos podemos tornar uma sociedade ainda mais cooperativa, focados na formação da cidadania de cada um, promovendo assim, a melhora da qualidade da Educação e da aprendizagem em Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo investigar os resultados da intervenção de uma Sequência Didática para a construção do conceito de Números Inteiros introduzido na turma de 7º ano do Ensino Fundamental pela qual eu leciono.

Procuramos neste estudo, enfatizar as etapas do processo de aprendizagem desenvolvida pelos alunos e valorizar o pensamento lógico-matemático que todos nós temos em nosso consciente, seja ele explícito ou não. Por outro lado, podemos ir mais além quando falamos do amadurecimento profissional do professor perante sua formação e seu relato de experiência, incentivando sempre a diversificação de metodologias em nossas aulas de modo que leve os alunos a compreenderem o mundo ao nosso redor relacionado com a aprendizagem em Matemática. Em palavras sucintas, tivemos como referência desenvolver a relação entre o aluno, o professor e o saber.

Além disso, estamos cientes que esse trabalho se tratou de coletar dados mediante uma pesquisa qualitativa, isto é, baseada na subjetividade e no desenvolvimento da capacidade de interação autônoma dos estudantes perante desafios e questionamentos.

Para verificarmos a contemplação dos objetivos do planejamento, a pesquisa se baseou na inquietação causada pela problemática comum entre os educadores matemáticos, quando se refere à transição do conhecimento dos números naturais para o de números inteiros, que enfoca a dificuldade que os alunos possuem seja na persistência de não expandir o conhecimento prévio como também na metodologia inadequada aplicada pelo professor, causando rupturas na concepção do conhecimento.

Iniciamos nossa abordagem com uma conversa informal e descontraída, a fim de extrair dos alunos seus saberes em relação aos números inteiros. Primeiramente, procuramos expandir o entendimento que os alunos possuem perante os números naturais, exibindo informações que são claras o bastante para compreender a situação, diferente de quando falamos apenas o módulo do valor da temperatura medida ou quando não mencionamos se estamos a alguns metros de profundidade ou de altura em relação ao nível do mar.

Consequentemente, vimos nos relatos mencionados que os números inteiros se revelam explícitos a partir do momento que os alunos expuseram seus conhecimentos prévios, reconhecendo que de fato existem números abaixo de zero, que por sua vez, trabalhamos o seu novo significado, isto é, diferenciar o zero-nada do zero-origem.

Compreendemos que o ato de escutar o aluno deve ser cada vez mais frequente dentro de sala de aula, isso enriquece a aquisição do conhecimento por parte do aluno e da experiência didática do professor. Quando questionamos e incentivamos os alunos a buscarem a Matemática ao seu redor, em seu convívio, no meio que está inserido, podemos analisar as respostas com sucesso ou não, mas entendemos que diante da experiência vivida neste estudo, vimos que tais respostas são imprevisíveis, que não estarão escritas em nenhum planejamento inicial, surpreendendo o professor/pesquisador que possibilita abranger novos caminhos em sua sequência. Portanto, podemos imaginar que o processo de aprendizagem é uma engrenagem que está sempre em movimento e pode nos oferecer vários resultados.

Na segunda ação, propomos uma atividade em forma de jogo, que segundo Brousseau (2008) é um método adequado que proporciona o aluno a utilizar o saber para testar e efetivar estratégias. Com várias alternativas de jogos que pesquisamos previamente, escolhemos o *Vai e Vem* por entendermos que é muito importante utilizarmos critérios que façam com que os alunos não joguem apenas pelo jogo, mas, além disso, respeitar as regras estipuladas até a sua exploração, assim como os estudantes devem estar atentos quanto aos registros de seus resultados. É papel do professor incentivar a verbalização ou anotação das dificuldades encontradas, as estratégias traçadas pelos alunos durante o jogo e, também, no que concerne ao erro, interpretá-lo como parte da aquisição do saber.

Logo, o jogo *Vai e Vem* trouxe uma série de momentos proveitosos, pois os alunos além de se divertirem e promoverem o respeito mútuo, deram as suas opiniões, como por exemplo, a chateação causada quando caiam nas casas roxas; suas sugestões para dinamismo do jogo, como em relação ao número de casas que eram necessárias para completar a rodada; e o compromisso quanto ao registro de seus resultados na folha de atividade. Além disso, exploramos aqui os conceitos atitudinais dos alunos que foram até ao quadro branco para compartilhar as suas descobertas.

Na terceira ação, continuamos explorando o jogo *Vai e Vem* de maneira diferente. Representamos em tabelas o resultado do jogo de um grupo de pessoas fictícias para os alunos analisarem e solucionarem as situações-problema solicitadas na atividade.

O primeiro momento desta terceira ação consistiu no preenchimento de pontuações que foram danificadas, os alunos não tiveram dificuldades em descobrir os resultados, mas o impacto inicial ao se confrontarem com alguns problemas causou estranheza, como já mencionadas. Vimos que a atividade proposta sofreu modificações para que não cause rupturas no processo de ensino aprendizagem, achamos interessante quando o aluno pensou que a pontuação do personagem Pedro era igual a 8 gramas, referindo-se a 8g. O aluno sugeriu que mudássemos para o sinal de positivo. Assim entramos em consenso com os alunos e modificamos a tabela, havendo assim uma mudança no contrato didático.

O segundo e último momento da etapa exploratória do jogo *Vai e Vem*, mostramos mais um resultado de um grupo de personagens apresentados em outra tabela. A atividade propôs em anular determinada fila para fazer com que cada personagem ganhasse o jogo. A situação-problema não foi muito bem recebida por alguns alunos, pois percebemos que apenas os que se familiarizaram com a situação se mostraram ativos, dando as primeiras respostas após alguns minutos de espera. Neste momento, concluímos que seria importante naquela situação reunir a atenção de todos e construirmos juntos uma tabela com cada fila anulada e assim, exploramos as respostas que emergiram na sala, democratizando o conhecimento matemático.

Com o fim da intervenção, ratificamos que todo aluno tem um saber matemático dentro de si, devemos induzi-lo a tornar isso explicito de acordo com o meio em que está inserido, tornando professor e aluno atores em um contexto de aprendizagem.

Enfim, acreditamos que a nossa pesquisa possa contribuir para futuros estudos que visem a melhora da aprendizagem da Matemática, especialmente ao que se refere o estudo da Teoria das Situações Didáticas, que se mostrou um campo tão amplo, cheio de alternativas metodológicas que se apresentam com a potencialidade de se expandir cada vez mais.

Destacamos também a relevância do estudo conceitual dos números inteiros quanto a transitividade que a criança enfrentará ao expandir o conhecimento que ela obteve referente aos números naturais, que por sua vez estudou durante grande parte da sua vida escolar até então. Por isso é importante que o professor escolha com cuidado a metodologia que será aplicada em sala de aula, buscar meios que tornem o processo de aprendizagem realmente ativo.

Em termos gerais, respeitando os objetivos traçados, temos a convicção que atingimos as metas de nossa pesquisa, obtemos respostas que satisfizeram a nossas inquietações e que em muitos momentos nos surpreenderam. Vimos que podemos criar um ambiente riquíssimo em aprendizagem a partir de atividades, sejam elas escritas ou verbalizadas, que valorizem a liberdade do aluno de expor suas ideias e seus conhecimentos prévios sem temer a Matemática e os prováveis erros que venha a cometer. Todos esses fatores favorecem as Situações Didáticas e as utilizamos como ferramenta de aprendizagem no presente estudo, assim, tal estratégia de ensino incentiva os professores e alunos a compartilharem suas opiniões a todo momento, promovendo o respeito mútuo e a construção das aulas de Matemática cada vez mais dinâmicas e interessantes.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Maria Lúcia Torelli Doria de. **Geometria esférica:** uma sequência didática para a aprendizagem de conceitos elementares no Ensino Básico. São Paulo, 2011. Dissertação (Mestre profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. **Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

ASSIS, Cibelle de Fátima Castro de. **Problematizando com números inteiros**. In: ASSIS, Cibelle de Fátima Castro de; ASSIS, José Gomes de. (Orgs.) – Atividades para aulas de Matemática do Ensino Fundamental; aprender resolvendo, resolver aprendendo. João Pessoa; Editora Universitária da UFPB, 2011.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BORBA, Marcelo C. Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. In: Reunião anual da Anped, 27., 2004, Caxambu. **Anais da 27ª reunião anual da Anped**, 2004. Disponível em<http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>. Acesso em: 28 de mai. 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 5ª à 8ª série, Brasília, 1998.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo da teoria das situações didática:** conteúdos e métodos de ensino – São Paulo: Ática, 2008.

CEOLIN, Marcele. **Um estudo sobre Números Inteiros:** investigando a resolução de situações-problema. Porto Alegre, 2010. Monografia (Especialista em Matemática, Mídias

Digitais e Didática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

D' AMBRÓSIO, Beatriz. **Como ensinar Matemática hoje? Temas e debates**, ano II, n. 2. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática: 1989, p. 15-19.

D' AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

_____________. **Prefácio**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia, Didática da Matemática e práticas de ensino**. Bolema. Boletim de Educação Matemática. vol. 20, n° 28, 1179-205, 2007.

FIORENTINI, D. **Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente?** In: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática.** 7º ano – ed. Renovada. – São Paulo: FTD, 2009.

LIMA; Newton Hemiliano. **O ensino dos números inteiros por meio da utilização de jogos em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental**. Itabaiana, 2011. Monografia (Licenciatura em Matemática a Distância) – Departamento de Matemática, Universidade Federal da Paraíba.

NASCIMENTO, Ross Alves. Ensino dos números naturais e dos inteiros relativos. In: Congresso Nacional de Educação Matemática, 10., 2010, Salvador. **Anais do X ENEM**, 2010.

PIRES, Célia Maria Carolino; MANSUTTI, Maria Amábile. **Ideias matemáticas:** a construção a partir do cotidiano. In: CENPEC. Oficinas de matemática e de leitura e escrita: escola comprometida com a qualidade. 3. ed. São Paulo: Summus, 2002. p. 103-154.

POMMER, Wagner Marcelo. **Brousseau e a ideia de Situação Didática**. São Paulo: FEUSP, 2008. Disponível em: <http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf>. Acesso em: 14 set. 2016.

RODRIGUES, Letícia Ramos; OLIVEIRA, Tássia Oliveira de. **Operando números inteiros com o ábaco**.
Disponível em:<http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/minicursos/operandonumeros.pdf>. Acesso em: 22 mai. 2017.

SANTANA, Geralda de Fátima Neri. **Conhecendo novos números**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba. **Anais do XI ENEM**, 2013.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências matemáticas**: 6ª série. Versão preliminar. São Paulo: SE/CENP, 1994.
Disponível em: <https://midiasstoragesec.blob.core.windows.net/001/2017/02/experincias-matemticas-5-srie.pdf >. Acesso em 25 mai. 2017.

SAUCEDO, Kellys Regina Rodio; WELER, Key Cristina Enis; WENDLING , Cléria Maria. Diário de bordo na formação de professores: experiência no PIBID de pedagogia. In: **Espaço Plural,** ano 13, n. 26, 2012, Cascavel, p. 88 – 99. Disponível em: <http://e-revista.unioeste.br/index.php/espacoplural/article/download/8306/6128>. Acesso em: 31 mai. 2017.

SILVA, Mônica Soltau da. **Clube da Matemática: jogos educativos**. Campinas: Papirus, 2004.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia. **FTD Sistema de Ensino:** SIM; Matemática, 7º ano – 1. ed. São Paulo: FTD, 2014.

SOUZA, Joseane Maria da Silva et al. As Teorias de Guy Brousseau e Gerard Vergnaud como Auxílio de uma Intervenção Matemática. In: Colóquio Internacional: "Educação e Contemporaneidade", 4., 2010, Laranjeiras. **Anais do IV Colóquio Internacional: "Educação e Contemporaneidade"**, 2010.

TEIXEIRA, P. J. M. ; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. In: **Zetetiké – Faculdade de Educação/Unicamp**. Campinas, v. 21, n. 39 – jan/jun 2013.

TEIXEIRA; Leny Rodrigues Martins. Aprendizagem operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades. **Pro-Posições.** Campinas, v. 4, n. 1, p. 60 – 72, mar. 1993. Disponível em:<http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/10-artigos-teixeiralrm.pdf>. Acesso em 18 mai. 2017

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE A – ATIVIDADE PARA REGISTROS DO JOGO VAI E VEM

TOTAL DE PONTOS					
Seu nome	**1º partida**	**2º partida**	**3º partida**	**4º partida**	**Total**
Total por partida					

CLASSIFICAÇÃO FINAL NO GRUPO		
Classificação	**Nome**	**Total de pontos**
Total do grupo		

Pontuação:

1º colocado: 3 pontos ganhos

2º colocado: 1 ponto ganho

3º colocado: 1 ponto perdido

Após finalizar a quarta partida, respondam as seguintes questões:

1) Em que casa você não gostou de "cair"?

____

2) Qual é o maior número de casas que você pode avançar neste jogo?

____

3) Estando na casa 7, qual o valor mais conveniente de obter com o dado?

____

4) Caso você tenha caído na casa 6, existe alguma possibilidade de na próxima jogada você voltar para uma casa que não existe, ou seja, antes da "partida"?

____

ANEXO A – TABULEIRO DO JOGO VAI E VEM