



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS I  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**RAIMUNDO JOÃO DOS SANTOS JÚNIOR**

**UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA EM UMA METODOLOGIA PARA O  
ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL VOLTADA AO ENSINO BÁSICO**

**CAMPINA GRANDE  
2017**

RAIMUNDO JOÃO DOS SANTOS JÚNIOR

**UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA EM UMA METODOLOGIA PARA O  
ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL VOLTADA AO ENSINO BÁSICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Profa. Ma. Thiciany Matsudo Iwano.

**Coorientador:** Prof. Dr. Daniel Scherer.

**CAMPINA GRANDE  
2017**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S237u Santos Júnior, Raimundo João dos.

Utilizando a realidade aumentada em uma metodologia para o ensino de geometria espacial voltada ao ensino básico [manuscrito] / Raimundo João dos Santos Júnior. - 2017. 63 p. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.

"Orientação: Profa. Ma. Thiciany Matsudo Iwano, Departamento de Matemática".

"Co-Orientação: Prof. Dr. Daniel Scherer, Departamento de Computação".

1. Realidade aumentada. 2. Ensino de Geometria. 3. Geometria espacial. 4. Proposta didática. I. Título.

21. ed. CDD 371.33

RAIMUNDO JOÃO DOS SANTOS JÚNIOR

UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA EM UMA METODOLOGIA PARA O  
ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL VOLTADA AO ENSINO BÁSICO

Trabalho de Conclusão de Curso em  
Licenciatura em Matemática da Universidade  
Estadual da Paraíba, como requisito parcial à  
obtenção do título de Licenciatura em  
Matemática.

Aprovado em: 11/05/2017.

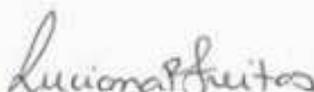
BANCA EXAMINADORA



Profa. Me. Thiciany Matsudo Iwano (Orientadora)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Profa. Me. Maria da Conceição Vieira Fernandes  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Profa. Dra. Luciana Roze de Freitas  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Dedico este trabalho a todos que acreditaram no meu desenvolvimento como pessoa e estudante. Aos meus pais, minha família, minha companheira Márcia Albuquerque e a todos os meus professores da Educação Básica em especial a Shelliton Santiago, Tássio Tavares e Gelder Gonçalves, aos professores da graduação agradeço em especial a professora Thiciany Matsudo Iwano, pela paciência e apoio durante todo o curso e a todos os meus companheiros de curso. Com carinho e muitos agradecimentos dedico este trabalho a vocês.

## AGRADECIMENTOS

À Deus por ter guiado meus passos desde o início dos meus dias até este momento.

A toda a minha família, em especial aos meus pais Maria do Carmo Justino e Raimundo João dos Santos e ao meu irmão Antônio Cassio Justino, que sempre me apoiaram nos estudos e me ajudaram a conquistar minhas metas servindo sempre como exemplo para mim.

A minha companheira vitalícia Márcia Albuquerque Queiroz, por ter me apoiado desde sempre no meu sonho de ser professor, o compartilhando comigo.

A todos os meus professores do Ensino Básico, em especial a Shelliton Santiago, Tássio Tavares e Gelder Gonçalves por terem me mostrado o quanto é legal entender e aprender sobre a Matemática.

A todos os professores da graduação, onde de tão importantes não posso destacar apenas alguns, pois a grande maioria contribuiu significativamente para minha formação acadêmica e profissional.

A minha orientadora Thiciany Matsudo Iwano, pela paciência e incentivo nos meus sonhos e principalmente por muitas vezes tornar o clima de orientação e das aulas bastante amigável o que em minha opinião me favoreceu demais na aprendizagem.

Aos meus companheiros de curso, Antônio Neto, Claudio Silva, Josué Marcos, Juan Felipe, Lucas Henrique, Natiene Silva, Newton César, Pedro Fellype, Tayná Maria e a todos os outros que eu possa ter esquecido de citar. Por todo o companheirismo, apoio, risadas e principalmente pelas incontáveis horas de aprendizado em conjunto, muito obrigado.

A todos os meus alunos, pela paciência e por me ensinarem tanto sobre diversas coisas além da Matemática, Obrigado.

Ao professor Daniel Scherer pelo apoio e paciência.

Ao amigo Newton Galiza, por me ajudar na transcrição do resumo para o inglês.

E por fim, a todos que contribuíram de alguma forma para o meu crescimento pessoal e intelectual. Realmente, muito obrigado.

## RESUMO

Este trabalho propõe o desenvolvimento de uma sequência didática usando a tecnologia da Realidade Aumentada (RA) em uma metodologia para o Ensino de Geometria Espacial. Através dos aplicativos Google Sketchup e Aumentaty Author, nosso objetivo é “trazer as figuras geométricas para o ambiente do aluno” assim tentando aumentar o seu interesse para com a aprendizagem do componente que já é bem defasado no Ensino básico. Começamos falando sobre dificuldades acerca do ensino-aprendizagem da Geometria Espacial na Educação Básica, depois discutimos acerca dos aplicativos que utilizamos e do funcionamento da RA, bem como planejamos usa-la em nossa sequência didática. Após isso, descrevemos a sequência didática de Geometria Espacial para o Ensino Básico e falamos sobre potencialidades acerca dela. Por fim, realizamos uma oficina com professores de Matemática em formação, da qual extraímos suas opiniões sobre o uso do ferramental em sala de aula para ministrar este componente. Tivemos resultados bastante positivos, como a agilidade de construção de objetos durante a aula, que nos ajudou a repensar alguns pontos da nossa construção.

**Palavras-Chave:** Realidade Aumentada. Ensino de Geometria. Geometria Espacial. Proposta Didática.

## **ABSTRACT**

This project propose the development of a didactic sequence using Augmented Reality technology (AR) in a methodology for teaching of Spatial Geometry. Through applications Google Sketchup and Aumentaty Author, with the objective to “bring geometric figures to student environment”, trying to show how interest is to the learning of the component that is already well-off in basic education. Start talking about how hard is teaching this component thought the school time, follow the discussion, we talk about the software used and how works AR and how use in this didactic sequence. The next topic, describe the sequence of Spatial Geometry for Basic Education and talk about potentialities. In the end, do a workshop to verify, with Math professors in formation, opinions about the use of tooling in class to teach this component. Receiving very positive results, like the agility of building objects during class, this help us to rethink some points of our construction.

**Keywords:** Augmented Reality. Geometry Teaching. Space Geometry. Didactic Proposal.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

IMAGEM 1 - DIVISÃO DO CÉREBRO E AS ATIVIDADES DESEMPENHADAS.....	12
IMAGEM 2 - TETRAEDRO REGULAR .....	12
IMAGEM 3 - FUNCIONAMENTO DA ESTRUTURA DA VISUALIZAÇÃO .....	15
IMAGEM 4 - CORAÇÃO EM RA .....	15
IMAGEM 5 - LIVRO INTERATIVO, CUBO EM RA.....	15
IMAGEM 6 - DODECAEDRO EM RA.....	16
IMAGEM 7 - CONE NO FLARAS .....	21
IMAGEM 8 - RETAS PARALELAS NO FLARAS .....	22
IMAGEM 9 - MARCADORES .....	23
IMAGEM 10 - INTERFACE DO AUTHOR .....	23
IMAGEM 11 - PONTO .....	26
IMAGEM 12 - RETA .....	27
IMAGEM 13 - PLANO .....	27
IMAGEM 14 - PLANO PARA CONSTRUÇÃO DE PARALELAS .....	28
IMAGEM 15 - PLANO MARCADO PARA CONSTRUÇÃO DE PARALELAS.....	28
IMAGEM 16 - PLANO COM ESBOÇO DE RETAS PARALELAS .....	29
IMAGEM 17 - REGIÃO VAZADA.....	29
IMAGEM 18 - ESCONDENDO ELEMENTOS ESPECÍFICOS .....	30
IMAGEM 19 - RETAS PARALELAS NO AUTHOR.....	30
IMAGEM 20 - ESTRUTURA PARA CONSTRUIR CONE .....	31
IMAGEM 21 - CONE.....	32
IMAGEM 22 - CONE COM DESTAQUE NA BASE.....	32
IMAGEM 23 - CONE VISUALIZADO NO AUTHOR .....	33
IMAGEM 24 - PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA .....	33
IMAGEM 25 - CÍRCULOS INTERSECTADOS .....	34
IMAGEM 26 - ESFERA NO SKETCHUP.....	34
IMAGEM 27 - ESFERA NO AUTHOR.....	34
IMAGEM 28 - ESTRUTURA PARA CRIAÇÃO DO CILINDRO CIRCULAR RETO .....	35
IMAGEM 29 - CILINDRO CIRCULAR RETO .....	35
IMAGEM 30 - CILINDRO EM RA .....	36
IMAGEM 31 - PRISMA EM RA.....	36
IMAGEM 32 - RETAS COM UM PONTO EM COMUM .....	38

IMAGEM 33 - RETAS COPLANARES SEM PONTOS EM COMUM .....	38
IMAGEM 34 - RETAS NÃO COPLANARES SEM PONTO EM COMUM .....	39
IMAGEM 35 - RETA SEM PONTO EM COMUM COM PLANO .....	40
IMAGEM 36 - RETA COM PONTO EM COMUM COM PLANO .....	40
IMAGEM 37 - RETA COM TODOS OS PONTOS CONTIDOS NO PLANO .....	41
IMAGEM 38 - PLANO SEM PONTOS EM COMUM.....	42
IMAGEM 39 - PLANOS DE INTERSEÇÃO NÃO VAZIA .....	42
IMAGEM 40 - RETAS PARALELAS NO AUTHOR.....	43
IMAGEM 41 - RETA SECANTE A PLANO.....	43
IMAGEM 42 - INTERSEÇÃO ENTRE RETAS.....	44
IMAGEM 43 - RETAS ORTOGONAIS .....	45
IMAGEM 44 - RETA PERPENDICULAR A PLANO .....	45
IMAGEM 45 - ÂNGULO ENTRE A RETA E O PLANO.....	46
IMAGEM 46 - ÂNGULOS ENTRE PLANOS.....	47
IMAGEM 47 - ÂNGULO ENTRE DIEDROS .....	47
IMAGEM 48 - ÁGUAS DO TELHADO.....	48
IMAGEM 49 - ESFERA EM RA.....	49
IMAGEM 50 - RETA EXTERIOR A ESFERA .....	50
IMAGEM 51 - RETA TANGENTE A ESFERA.....	50
IMAGEM 52 - RETA SECANTE A ESFERA .....	50
IMAGEM 53 - PLANO EXTERIOR A ESFERA .....	51
IMAGEM 54 - RETA TANGENTE A ESFERA.....	52
IMAGEM 55 - RETA SECANTE A ESFERA .....	52
IMAGEM 56 - ESFERA DE DIÂMETRO DE MEDIDA IGUAL A DIAGONAL DO CUBO.....	52
IMAGEM 57 - ESFERA INSCRITA NO CUBO.....	53
IMAGEM 58 - EXPLICANDO CONTEÚDO USANDO A RA .....	55
IMAGEM 59 - BUSCANDO SANAR DIFICULDADES.....	55

## SUMÁRIO

1.0 INTRODUÇÃO .....	11
2.0 REALIDADE VIRTUAL E REALIDADE AUMENTADA .....	14
2.1 A REALIDADE AUMENTADA E O ENSINO DE GEOMETRIA.....	16
3.0 METODOLOGIA .....	18
4.0 FERRAMENTAS PARA MODELAGEM 3D .....	19
4.1 GOOGLE SKETCHUP.....	19
4.2 FLARAS .....	20
4.3 AUMENTATY AUTHOR.....	22
5.0 CONTEÚDO REFERENCIAL DA SEQUENCIA DIDÁTICA .....	25
6.0 PRODUÇÃO DO MATERIAL NO GOOGLE SKETCHUP E VISUALIZAÇÃO PELO AUMENTATY AUTHOR.....	26
6.1 BREVE TUTORIAL DO GOOGLE SKETCHUP .....	27
6.2 VISUALIZANDO AS RETAS NO AUMENTATY AUTHOR .....	30
6.3 CRIANDO UM CONE .....	31
6.4 CRIANDO UMA ESFERA .....	33
6.5 CRIANDO UM CILINDRO .....	35
7.0 PROPOSTA DIDÁTICO PEDAGÓGICA .....	37
7.1 AS POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETAS E PLANOS .....	37
7.2 ÂNGULOS ENTRE RETAS E PLANOS .....	44
7.3 A ESFERA.....	49
8.0 OFICINA TESTE DA METODOLOGIA PROPOSTA.....	54
8.1 ALGUNS COMENTÁRIOS.....	56
9.0 CONCLUSÃO .....	57
9.1 TRABALHOS FUTUROS.....	58
10.0 REFERÊNCIAS.....	59
APÊNDICE A – QUESTIONARIOS DA OFICINA .....	61
Questionário inicial.....	61
Questionário Final.....	62

## 1.0 INTRODUÇÃO

A Geometria é um ramo da Matemática que está ligado à vida humana. Da construção civil até crianças demarcando um campo para jogarem futebol, podemos observar a presença de figuras, relações e associações geométricas. Segundo (BRITO, 2013) apud (PAVANELLO 1989) como uma resposta a necessidades da humanidade, seja para demarcação de terras ou para o desenvolvimento de utensílios e construção de moradias que o conhecimento geométrico foi se desenvolvendo.

Orientados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), (KIRNER e SISCOOTTO, 2007) frisam que a partir do ensino da Geometria Espacial, o aluno precisa entender os seus conceitos e relaciona-los ao mundo no qual ele está inserido; ressaltando ainda que, para isso, devemos nos desprender de ensinar apenas sobre os aspectos métricos da Geometria (ex.: uso de fórmulas para calcular áreas e volumes) e sim levar em consideração as relações geométricas entre as figuras, suas propriedades, semelhanças e congruências, para o conhecimento ser mais significativo para o aluno.

Como já discutido, a geometria faz parte da nossa vida. Mesmo com essa relação podemos perceber que os estudantes em geral têm dificuldade em entender o que é e como “funciona” a Geometria. Baseado na minha experiência prática durante o PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência), onde trabalhamos com alunos de várias faixas e observamos através das intervenções que: ocorria um baixo índice de acerto em questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que diziam respeito à compreensão geométrica.

Além da defasagem acerca do Ensino de Geometria que já é de cunho comum entre os estudiosos, encontramos na Neurociência uma explicação biológica. A “Neurociência é um conjunto de disciplinas que permeiam os estudos do sistema nervoso e originou-se das bases cerebrais da mente humana.” (RELVAS, 2012).

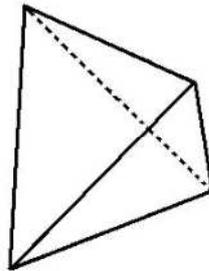
Atualmente os estudos sobre aprendizagem indicam que processos bioquímicos do cérebro estão diretamente associados com a aprendizagem significativa (não só da Geometria, como também de qualquer outro conteúdo ou disciplina). A Neuropedagogia é o viés que busca atividades pedagógicas que motivem a ocorrência dos processos bioquímicos adequados e, assim, desenvolver práticas pedagógicas que envolvam os estudantes de uma forma diferenciada, para assim ajudar seu sistema cognitivo a classificar o conhecimento como importante e a guarda-lo para poder ser utilizado no futuro. (RELVAS, 2012)

Como nosso trabalho é voltado para o ensino de Geometria Espacial, podemos entender a grande dificuldade de abstração das figuras na terceira dimensão primeiramente por um caráter biológico como o descrito acima.



**Imagem 1 - Divisão do Cérebro e as Atividades Desempenhadas**

Veja na Imagem 1 que a área relacionada ao raciocínio lógico e a da intuição e imaginação são opostas. No estudo de Geometria Espacial precisamos de intuição e imaginação para relacionar desenhos feitos no quadro e em livros que são bidimensionais como estruturas tridimensionais. Precisamos do raciocínio lógico para poder, utilizando a formalidade, construir o conhecimento sobre o conteúdo abordado.



**Imagem 2 - Tetraedro Regular**

Por exemplo, caso um aluno não consiga associar a Imagem 2 com sua forma tridimensional, terá dificuldades em identificar elementos e relacionar propriedades deste sólido com estruturas estudadas na geometria plana. A dificuldade também existe em uma aula tradicional, baseados em quadro e giz. Pois, para o professor desenhar elementos tridimensionais no quadro bidimensional existem obstáculos, tais como:

- a perda de informação pela falta da terceira dimensão ou;
- o não preparo do professor para desenhar estas determinadas estruturas.

Muitos professores se deparam com esses dilemas no ensino de Geometria Espacial, mas nem sempre tem familiaridade com aplicativos de visualização em três dimensões ou com o uso de material concreto para facilitar o entendimento e assimilação dos conceitos por parte do aluno.

O material concreto para ensino de Geometria Espacial é bastante comum e vai desde a construção dos sólidos pelos próprios alunos (Fanelli, 2013) até o uso de materiais comerciais (Moraes, 2014).

Já o uso de aplicativos para visualização em três dimensões, busca a incorporação das novas tecnologias (a exemplo de computadores, *tablets* ou *smartphones*) (Pereira, 2014).

Este trabalho propõe o uso da Realidade Aumentada como ferramenta de assistência ao professor. Embasado no uso de um aplicativo que permita a criação de objetos 3D e outro aplicativo que facilita a visualização dos modelos criados, sobrepostos ao mundo real.

O objetivo deste trabalho é construir uma sequência didática para o professor que não tem facilidade com o manuseio de aplicativos de visualização 3D, de modo a facilitar o entendimento dos seus alunos acerca das estruturas básicas da Geometria Espacial.

Para isso estudaremos acerca das ferramentas de visualização em RA, dos conteúdos de Geometria que abordaremos, os quais julgamos que possam ser mais bem explicados e compreendidos com o uso desse ferramental, também levaremos em conta o tempo que o professor dispõe para aprender a utilizar esse tipo de material em suas aulas.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na próxima seção tem-se uma discussão sobre os conceitos de Realidade Virtual e Realidade Aumentada, na qual também são expostos trabalhos relacionados com o tema deste. Na seção seguinte tem-se a metodologia que foi utilizada para escolha e estudo dos ferramentais computacionais, bem como a forma de abordagem do ensino de Geometria Espacial através destes recursos informáticos. Após, discutiremos sobre um aplicativo de visualização em 3D e dois de sobreposição (RA) e porque escolhemos um deles para desenvolver nossa sequência didática, assim como um breve tutorial sobre esses aplicativos e como vamos utiliza-los. Seguindo, disporemos de uma seção que trás a sequência didática e subsequentemente uma sobre uma oficina realizada com esta, para colher informações de professores de Matemática em formação acerca desta sequência didática. Por fim, temos as considerações finais e argumentações que poderão ser discutidas em trabalhos futuros.

## 2.0 REALIDADE VIRTUAL E REALIDADE AUMENTADA

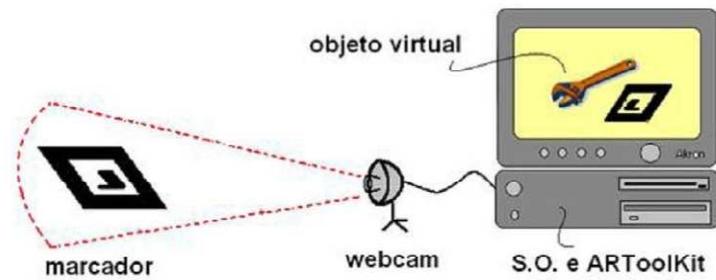
Desde a invenção dos primeiros computadores, nós seres humanos somos condicionados a aprender a nos “comunicar” com as máquinas através de símbolos, mecanismos, válvulas. Entretanto, ao longo dos anos, estudiosos vêm tentando fazer os computadores se adaptarem a nossa linguagem, ao nosso mundo. A Realidade Virtual (RV) e a Realidade Aumentada (RA), principalmente esta última, são tecnologias que buscam associar o nosso ambiente com os ambientes virtuais.

Em (KIRNER e SISCOUTTO, 2007) a Realidade Virtual é definida como uma evolução das interfaces computacionais que busca romper a barreira criada pelo monitor ou dispositivo de visualização equivalente. Dando uma sensação de imersão do usuário a um ambiente virtual, favorecendo a relação entre o real e o virtual. Como sabemos, essa tecnologia não é de uso comum da população em geral, pois é necessário o uso de determinados dispositivos tecnológicos tais como: óculos, luvas, capacetes, entre outros. Esse tipo de maquinário não é vantajoso do ponto de vista do custo benefício e o seu uso requer um treinamento adequado para o usuário. A falta desse treinamento gera desconforto e dificuldade de manuseio.

A Realidade Aumentada, segundo (KIRNER e SISCOUTTO, 2007) é “... uma tecnologia que permite a sobreposição de objetos e ambientes virtuais com o ambiente físico, através de algum dispositivo tecnológico”. Esses dispositivos são bem mais acessíveis em relação aos da RV, por isso a RA está sendo mais difundida entre as pessoas que não trabalham diretamente com tecnologia; julgamos ser por não requerer um treinamento específico nem dispositivos muito sofisticados ou uma aparelhagem muito complexa para obter um uso satisfatório da RA.

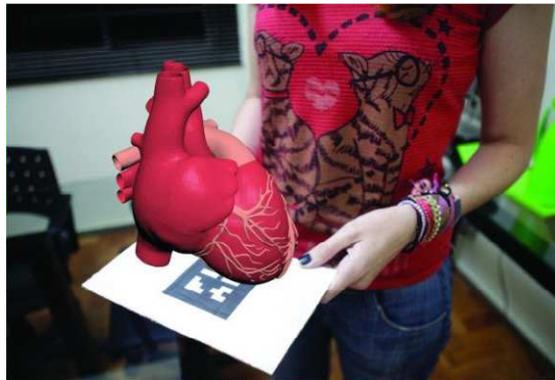
A Realidade Aumentada é a mescla, ou combinação, do ambiente real com elementos virtuais. Essas aplicações fazem com que possamos, mesmo no mundo real, manipular elementos virtuais que são aplicados no nosso mundo através de um recurso de sobreposição de um determinado aplicativo.

A estrutura de funcionamento da Realidade Aumentada é mostrada na Imagem 3. Existe um marcador (*tag*) no qual associamos uma das nossas construções 3D através de um aplicativo. Ao visualizar o marcador, por meio de uma câmera, a *tag* é processada em um aplicativo de visualização de RA e, a partir de um monitor de computador, temos a imagem do ambiente real com o objeto virtual em sobreposição ao marcador (Imagem 4, Imagem 5 e Imagem 6).



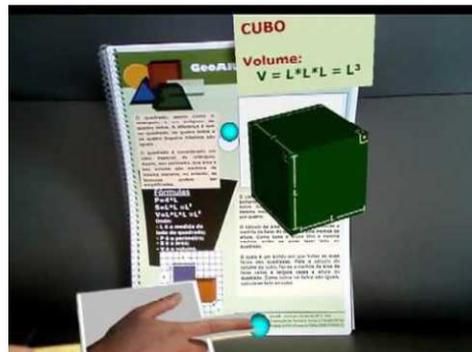
**Imagem 3 - Funcionamento da Estrutura da Visualização**

Esta tecnologia já é utilizada em várias áreas, tanto para entretenimento como para o auxílio na educação.

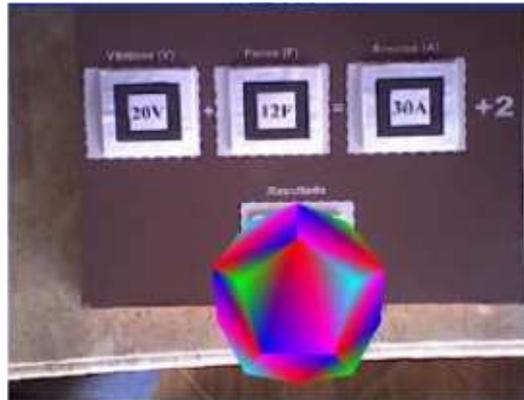


**Imagem 4 - Coração em RA**

Algumas aplicações da RA já são utilizadas para o ensino de Matemática:



**Imagem 5 - Livro Interativo, Cubo em RA**



**Imagem 6 - Dodecaedro em RA**

Em seguida discutiremos um pouco sobre como e o que vamos utilizar para trabalhar a Realidade Aumentada e a Geometria Espacial para alcançar o objetivo de propor uma sequência didática de Geometria Espacial utilizando a RA.

## **2.1 A REALIDADE AUMENTADA E O ENSINO DE GEOMETRIA**

Como dito anteriormente a RA faz com que elementos virtuais se sobreponham ao mundo real e queremos usar essa “coexistência” para auxiliar no ensino de Geometria Espacial. Para guiar os nossos conhecimentos sobre essa relação, pesquisamos diversos trabalhos acadêmicos que tem o foco semelhante ao que planejamos, para assim, termos uma base do que os estudiosos sobre o assunto já desenvolveram e discorrem acerca dessa relação.

Esta pesquisa foi feita nos repositórios do PROFMAT e de algumas outras universidades, tais como a Universidade Federal do Rio Grande do Sul e Universidade Federal de Goiás. Buscando pela palavra-chave Realidade Aumentada e Ensino de Geometria.

O que percebemos através dessa pesquisa é que existem muitos trabalhos que tratam sobre o uso da RA para o ensino dos *Poliedros de Platão* e da *Relação de Euler*. Entretanto, a grande maioria são trabalhos bem teóricos que discorrem quase sempre acerca da potencialidade de algum aplicativo e seu uso em sala de aula para o ensino de algum destes conteúdos.

Por meio dessa pesquisa conhecemos alguns dos aplicativos de RA, como o SISEULER que usa a Realidade Aumentada como elementos da *Relação de Euler* para visualizar *Poliedros de Platão*, discutido por (ARAÚJO, 2013); o GEOAR que segundo (REIS e KIRNER, 2012) é um livro interativo de Geometria que traz o conteúdo atrelado a imagens em Realidade Aumentada; o EASY MATH discutido por (MENDES, 2013) busca destacar a altura e a base de poliedros; e o uso do Google Sketchup 7 e 8, em trabalhos

distintos, para construir figuras em três dimensões e o uso do Flaras e Flaras 2 para visualizá-las em RA, (Fraça, 2015) e (Pereira, 2014) que também trazem aplicações, nas quais percebemos que o uso destas tecnologias aprimorou em velocidade a assimilação dos conteúdos por parte dos alunos.

Como já dito, a maioria das referências são de trabalhos bem teóricos, o que não era o que buscávamos para o nosso, a referência de (Pereira, 2014) trouxe uma aplicação em que, segundo a experiência dele, a velocidade e familiaridade dos alunos com o conteúdo ensinado usando uma metodologia com RA foi muito maior do que a de uma turma que não teve aulas utilizando esses recursos, porém, o autor não trouxe um tutorial de utilização dos aplicativos que foram usados por ele. Assim, buscamos estender a quantidade de conteúdos abordados utilizando RA trazendo também tutoriais básicos sobre os aplicativos, para assim, o professor que não tem tempo de aprender como construir as figuras, entender como elas funcionam e acreditamos que isto vem facilitar o uso deste material em sala de aula de uma maneira satisfatória por um profissional que não teve contato a fundo com os aplicativos.

A maioria os trabalhos propõem muitas potencialidades do uso da RA para o Ensino de Matemática, que julgamos serem interessantes principalmente as que usam o Google Sketchup para gerar as figuras, pois nos dá uma margem maior de conteúdos que podem ser abordados, de acordo com as possibilidades que suas ferramentas abrangem. Por este não ser um aplicativo voltado apenas para o ensino de geometria ele não é limitado a poucas aplicações, entretanto, em nenhum dos trabalhos acerca do uso deste aplicativo encontramos de fato, um tutorial que ajude ao professor utilizar essa ferramenta de maneira rápida e efetiva em sua aula, sendo difícil mesmo para nós de manuseá-las no início.

### **3.0 METODOLOGIA**

A partir dos estudos sobre o ensino de Geometria Espacial através de tecnologias computacionais e tendo suporte do grupo de pesquisa de informática educativa do Departamento de Computação, foi seguida a seguinte metodologia:

- Estudo da ferramenta Google Sketchup 8, de modo a criar familiaridade para criação de objetos modelados em 3D;
- Definição do conteúdo a ser abordado na sequência didática;
- Modelagem dos objetos virtuais 3D referentes aos conteúdos;
- Estudo da ferramenta FLARAS 2.4.3, de modo a verificar sua compatibilidade com os modelos 3D criados;
- Estudo da ferramenta Aumentaty Author 1.3, de modo a verificar sua compatibilidade com os modelos 3D criados;
- Confeção do tutorial de uso das ferramentas para criação dos sólidos do estudo.
- Aplicação do tutorial na forma de um minicurso voltado para alunos do curso de Licenciatura em Matemática.

#### 4.0 FERRAMENTAS PARA MODELAGEM 3D

Para a escolha inicial das ferramentas foi proposto o uso do Google Sketchup 8 e o Flaras 2, pois ambos já tinham sido utilizados na produção de material para o Ensino de Geometria (Pereira, 2014) e tiveram, ao nosso ver, resultados bastante positivos.

Por isso, além de usar o Flaras e o Sketchup, que nos permite uma boa visualização em RA e podemos trabalhar conteúdos diversos para criar uma sequência didática, decidimos também explicar os fundamentos básicos utilizados nas construções das figuras, a fim de fazer com que aquele profissional que não tem tanta ligação com a tecnologia possa ter um facilitador para a utilização desta, bem como, também dar meios para ele modificar a sequência didática a sua maneira, contribuindo assim para o seu ensino na sua respectiva turma.

Por fim, aplicamos parte da nossa sequência didática em uma oficina realizada com professores de Matemática em formação, para ouvir deles, após conhecer a forma de aplicação que abordamos suas opiniões e críticas sobre a ideia, buscando refiná-la para um aprimoramento da sequência, com fim de auxiliar o professor do Ensino Básico que venha a usá-la em sala de aula, visto que, pretendemos disponibilizar toda a sequência bem como os arquivos dos objetos e o tutorial de como operar os aplicativos de uma forma prática buscando facilitar para o caso do leitor desejar criar mais objetos para visualizá-los em Realidade Aumentada.

Discutiremos sobre estes aplicativos, seus pontos positivos e negativos e após isso traremos a sequência que nos propomos a sugerir neste trabalho.

#### 4.1 GOOGLE SKETCHUP

Para o desenvolvimento dos modelos 3D era necessária uma ferramenta para modelagem de objetos virtuais. O grupo de pesquisa repassou o uso do Google Sketchup, alegando ser mais simples de utilizar, além de ser gratuita.

Apesar da versão mais atual ser a 17, utilizou-se a versão 8; uma vez que era a versão suportada pela ferramenta de visualização de Realidade Aumentada. O Quadro 1 contém um resumo sobre os dados da ferramenta.

O Google Sketchup foi desenvolvido pela companhia **@Last Software**, tendo por objetivo possibilitar para o usuário criar objetos 2D e 3D, foi criado para uso de arquitetos, construtores civis, e outros profissionais que precisem de modelagem 3D.

Quadro 1. Resumo do Google Sketchup

Nome do Software	Google Sketchup
Versão atual	17
Site para download	<a href="https://www.sketchup.com/pt-BR">https://www.sketchup.com/pt-BR</a>

O passo inicial foi baixar a versão adequada da ferramenta (que se encontra no endereço:

<https://dl.dropboxusercontent.com/u/99462126/Ferramentas/googlesketchupwen8.0.15158.exe>).

Inicialmente foi difícil entender o uso das ferramentas do Google Sketchup, entretanto, a página oficial também dispõe de vídeos tutoriais para utilização do aplicativo, então após assisti-los, foi possível começar a entender como funcionam suas ferramentas e como iríamos utilizá-las.

Primeiramente ao realizar o download dos aplicativos Google Sketchup e o Flaras tivemos problemas em usá-los em conjunto.

O Google Sketchup é um aplicativo de criação de modelos em 3D, utilizado por arquitetos e profissionais da construção civil. É bastante rico de possibilidades para criação de objetos em três dimensões, como também de visualização, onde podemos até mesmo deixar a criação transparente para estudar também a parte que fica no interior de determinada estrutura.

## 4.2 FLARAS

O Flaras é um *Toolkit*<sup>1</sup> para visualização de objetos virtuais em Realidade Aumentada. Foi desenvolvido por Costa e Douglas (2012), sob a orientação do Professor Claudio Kirner, tendo por objetivo possibilitar ao usuário visualizar imagens em 2D e 3D, podendo ainda conter áudio e vídeo, com as terminações .wrl e .kmz em Realidade Aumentada.

A versão utilizada foi 2.4.3, tendo sido atualizada pela última vez em 2013. Apesar de ser relativamente antiga, é um software gratuito e era a ferramenta em uso pelo grupo de pesquisa, motivo pelo qual se manteve nos momentos iniciais do trabalho. O Quadro 2 contém um resumo da ferramenta.

---

<sup>1</sup> Significa caixa de ferramentas, nesse caso, para ferramentas de visualização de objetos 3D em RA.

Quadro 2. Resumo do FLARAS

Nome do Software	Flaras 2
Versão atual	2.4.3
Site para download	<a href="http://ckirner.com/flaras2/">http://ckirner.com/flaras2/</a>

O passo inicial foi baixar a versão adequada da ferramenta (que se encontra no endereço: <http://ckirner.com/flaras2/download/>).

Para aprender como utilizar o Flaras foi necessário muito tempo, pois, construindo as mesmas estruturas de formas diferentes no Sketchup gera, ou não, uma visualização de todos os seus elementos pelo Flaras, logo, para entender como fazer a visualização de todos os itens interessantes para a construção, foi bastante complicado.

O Flaras é um aplicativo bastante limitado, ele só visualiza uma estrutura por vez, não identifica duas cores diferentes simultaneamente em uma mesma construção, o que serviria bastante para destacar regiões específicas na figura, e até para colocar alguma escrita; possui também uma interface não intuitiva a menos que você tenha algum conhecimento Matemático para entender como rotacionar e transladar a figura de maneira desejada.

Porém, apesar desses desafios e mesmo sem um tutorial de explicação de porque o *Flaras* não interpretava as figuras da forma que desejávamos, ou ainda de como deveriam ser feitas estas figuras para que o aplicativo as visualizasse, o trabalho se desenvolveu. Construimos as figuras para a sequência didática que planejamos, assim obtivemos algumas figuras em Realidade Aumentada com uma boa visualização, como está:

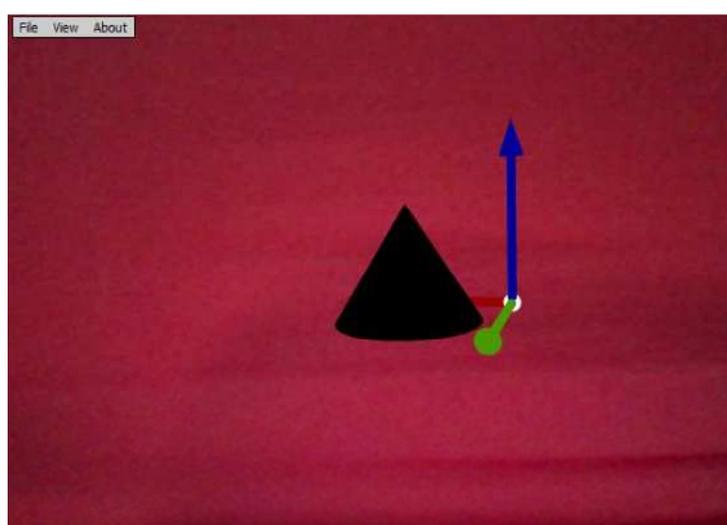
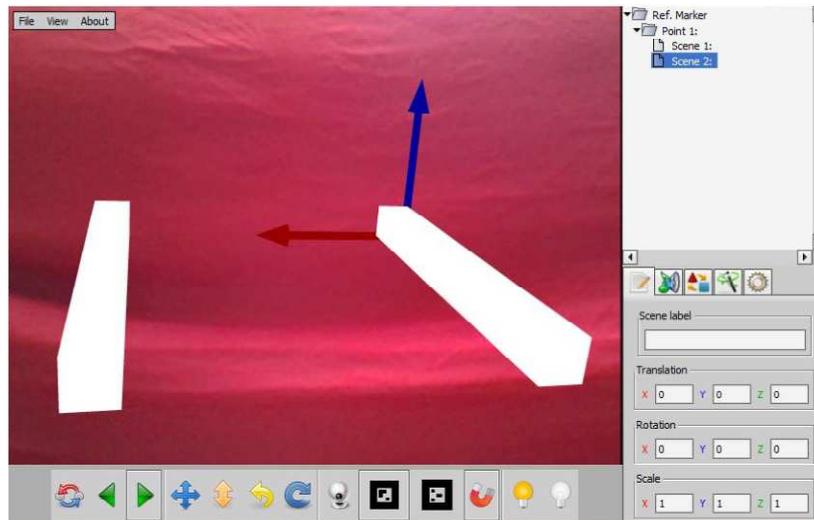


Imagem 7 - Cone no FLARAS

Entretanto, no caso de retas e planos não era possível utilizar duas cores diferentes, nem as nomear de maneira satisfatória. Também foi necessário usar vários artifícios para obter o resultado desejado.



**Imagem 8 - Retas Paralelas no FLARAS**

Muito tempo foi despendido com esse trabalho, usando a versão 8 do Google Sketchup para construir as figuras e o Flaras para visualizá-las. Apesar do trabalho de construção dos objetos com o Google Sketchup, muitas construções ainda deixavam muito a desejar na visualização em RA até que tivéssemos contato com o Aumentaty Author.

### 4.3 AUMENTATY AUTHOR

O Aumentaty Author é um *Toolkit* para visualização de objetos virtuais em Realidade Aumentada. Foi desenvolvido por um conjunto multidisciplinar de professores com mais de uma década de experiência em tecnologias gráficas, tendo por objetivo trazer o recurso de visualização em Realidade Aumentada de forma mais facilitada em uma interface mais simples, em resposta a grande demanda desta tecnologia atualmente. O Aumentaty Author é gratuito para uso não comercial.

A versão utilizada foi a 1.3, tendo sido atualizada pela última vez em 2015. Considerando os problemas encontrados com a utilização do Flaras, a equipe do grupo de pesquisa apresentou o Aumentaty como alternativa. O Quadro 3 contém um resumo da ferramenta.

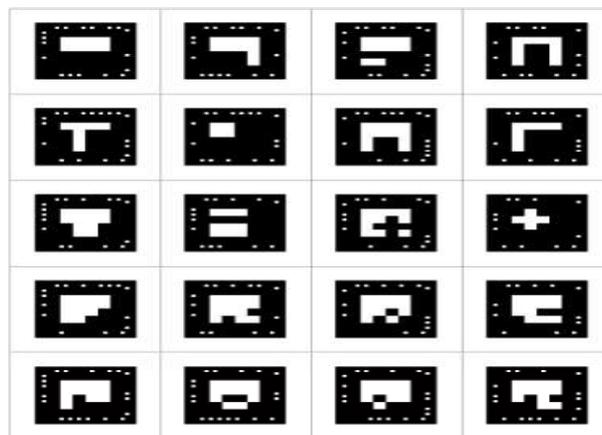
Quadro 3. Resumo do Aumentaty Author

Nome do Software	Aumentaty Author
Versão atual	1.3

Site para download	<a href="http://author.umentaty.com/">http://author.umentaty.com/</a>
--------------------	---

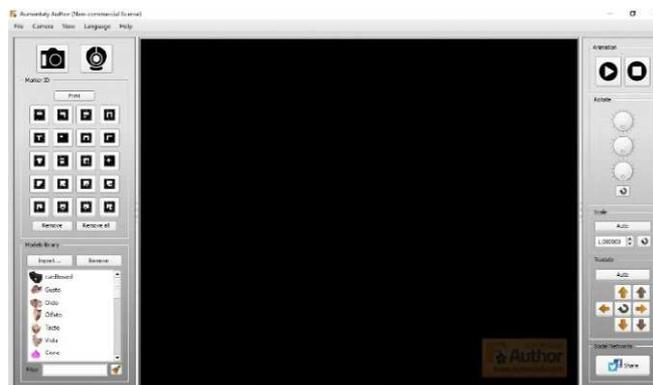
O passo inicial foi baixar a versão adequada da ferramenta (que se encontra no endereço: <http://author.umentaty.com/descargas>).

É fácil entender como utilizar este aplicativo, pois, além de ter uma interface intuitiva, os desenvolvedores disponibilizam documentos com o tutorial de utilização e com as *tags* (Imagem 9), que são os marcadores que colocamos em frente à câmera no qual atrelamos o objeto virtual, assim, sendo bem simples para começar a utilizar.



**Imagem 9 - Marcadores**

É um aplicativo livre para download e pode ser utilizado sem necessidade de licença de uso, é extremamente mais útil que o Flaras, para este trabalho. O aplicativo possui uma visualização em RA simples de ser realizada, possibilitando o uso de diversas cores e construções diferentes em uma só cena com um só marcador, que é a forma que usamos para atrelar o ente virtual ao mundo real, e uma interface muito mais intuitiva. Então, decidimos por reconstruir toda a sequência didática que antes utilizava o Flaras, com o Aumentaty Author.



**Imagem 10 - Interface do Author**

Discorreremos sobre as principais maneiras de construir as figuras que serão postas neste trabalho, com a finalidade do professor da Educação Básica poder entender como construir suas próprias figuras se assim quiser, o possibilitando maior diversificação dessa sequência didática com criações próprias possivelmente baseadas nas mostradas abaixo.

## **5.0 CONTEÚDO REFERENCIAL DA SEQUENCIA DIDÁTICA**

Como o objetivo é abordar a Geometria Espacial do Ensino Básico, foi escolhido como referencial teórico o material de (Lima, 2016).

Isso aconteceu por que o livro-texto é voltado para o professor, ou seja, traz várias situações e possibilidades do uso de materiais em sala de aula para melhorar o entendimento do aluno, bem como contém uma explicação bastante detalhada acerca das definições e demonstrações sobre o conteúdo, muito bem ilustrado em suas construções, exemplo e exercícios.

O autor apresenta o conteúdo de Geometria Espacial começando por Pontos, Retas e Planos, suas definições e relações entre si, seguindo para o conteúdo de Perpendicularismo e depois abordando Medição de Distância e Ângulos, porém, nossa sequência não contém a parte de medição de distâncias, pois, julgamos não estar em confluência com a sequência cronológica dos conteúdos que dispomos. Os sólidos expostos pelo AUTOR são os dispostos nas Imagens 19, 23, 24, 26, 27, 30, 31, 35, 40, 41, 47, 49, 56 e 57.

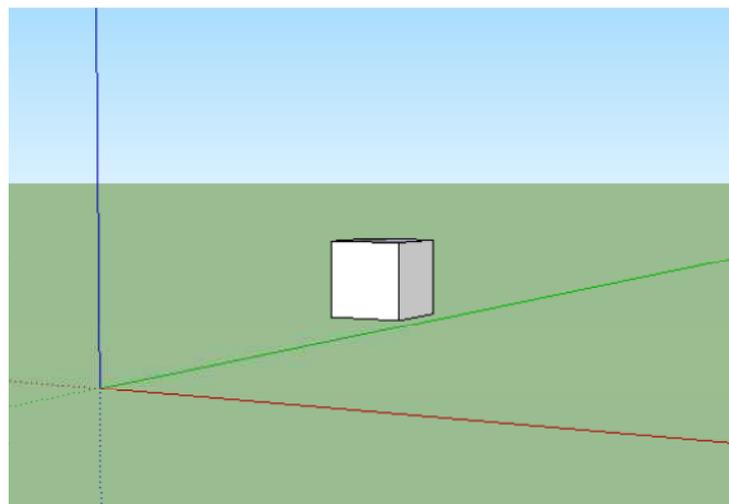
## 6.0 PRODUÇÃO DO MATERIAL NO GOOGLE SKETCHUP E VISUALIZAÇÃO PELO AUMENTATY AUTHOR

É impossível representar de maneira física os entes geométricos fundamentais, visto que, estes são estruturas abstratas, imaginárias. Nossa solução foi descrever uma associação desses entes abstratos com objetos geométricos convenientes para construção no Google Sketchup e visualização do Aumentaty Author.

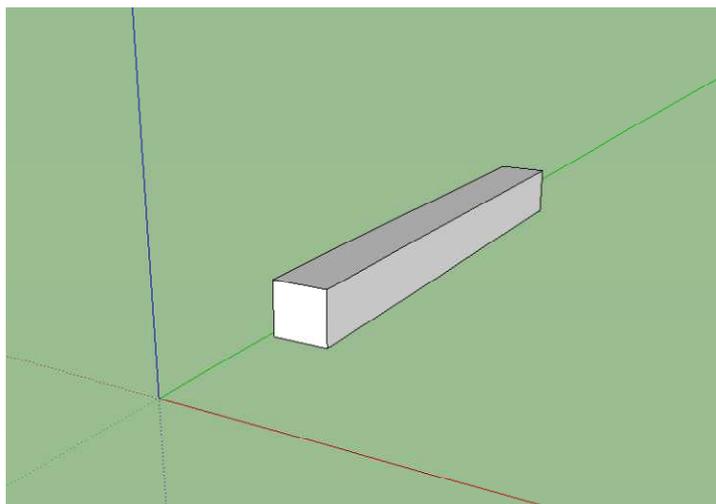
Descreveremos abaixo uma maneira prática de obter uma visualização satisfatória, destacando que esta não é única, já que, com certeza, podem existir outras formas de construir as estruturas descritas neste trabalho, e que propiciam a exibição no Author de maneira semelhante.

Para facilitar tanto a questão da construção como a visualização das figuras, nossas construções no Google Sketchup seguem o padrão descrito a seguir:

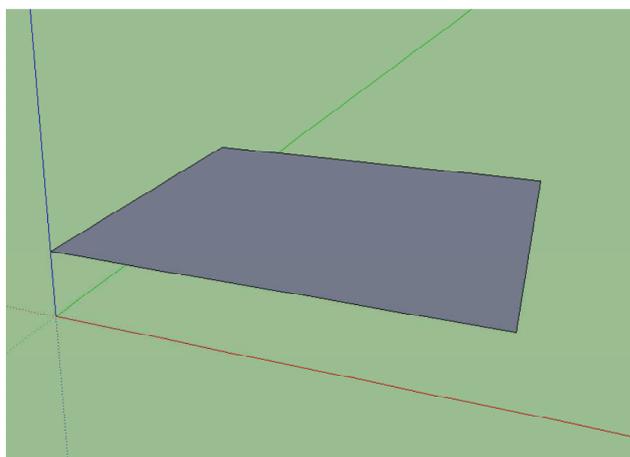
- Ponto: vamos considerar um ponto como um cubo de lado medindo meio metro (Imagem 11);
- Reta: para retas consideraremos paralelepípedos de comprimento igual a cinco metros, altura e largura iguais a meio metro (Imagem 12); e
- Plano: consideraremos planos como um quadrado de lado medindo cinco metros (Imagem 13).



**Imagem 11 - Ponto**



**Imagem 12 - Reta**

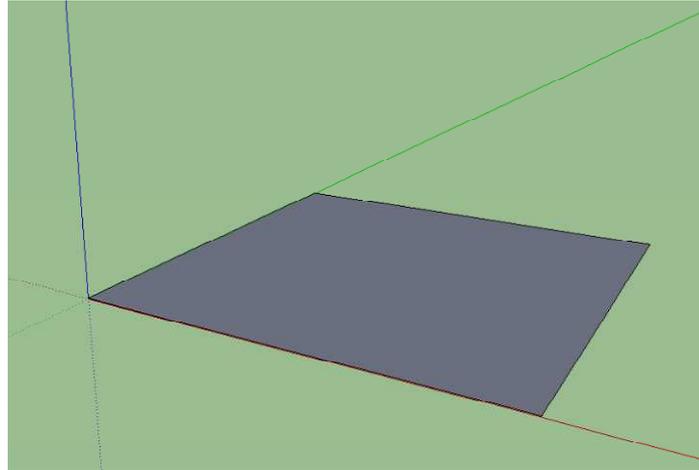


**Imagem 13 - Plano**

## **6.1 BREVE TUTORIAL DO GOOGLE SKETCHUP**

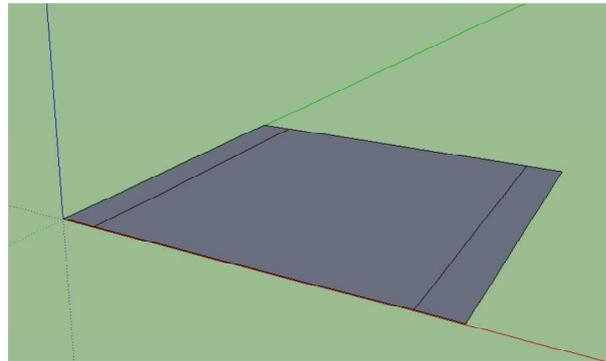
A seguir, um breve tutorial da utilização das ferramentas do Google Sketchup para efetuar a construção das representações dos entes geométricos.

Como exemplo, construiremos retas paralelas. Sabemos dos conhecimentos de Geometria Espacial, que duas retas paralelas determinam um plano. Logo duas retas são paralelas se, e somente se, não se intersectam e existir um plano que as contém, então primeiramente desenhemos um plano, usando a ferramenta “*Rectangle*” e escrevendo as medidas indicadas (Imagem 14). Comece clicando com o botão esquerdo do mouse na origem do plano cartesiano e arrastando até obter o tamanho, para tal no canto inferior direito serão mostradas as dimensões da sua construção, para construir exatamente com as medidas indicadas, basta escrevê-las neste local substituindo as medidas que estarão sendo mostradas.



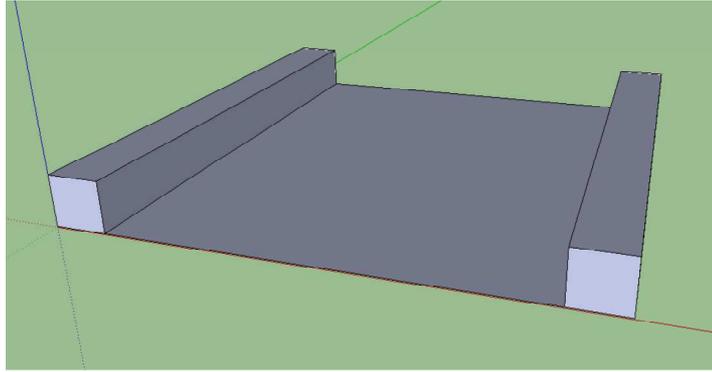
**Imagem 14 - Plano para Construção de Paralelas**

Com a ferramenta “*Line*”, clique com o botão esquerdo do mouse em um vértice e marque um ponto a meio metro de distância dele, sobre um dos lados do quadrado que estamos usando como plano e outro sobre o mesmo lado com uma distância de quatro metros e meio. A partir desses dois pontos, trace linhas para ligá-los a pontos do lado oposto a estes (Imagem 15).



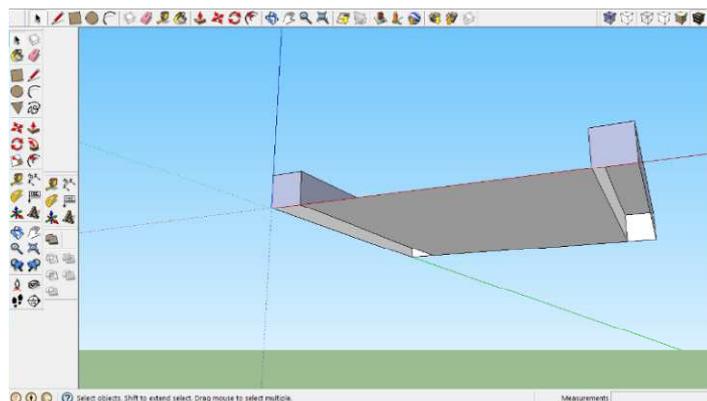
**Imagem 15 - Plano Marcado para Construção de Paralelas**

Então selecionando a ferramenta “*Push/Pull*”, passe o cursor sobre a região destacada pelo último traçado; clique e arraste-a para cima meio metro. Faça o mesmo com a região do lado oposto (Imagem 16).



**Imagem 16 - Plano com Esboço de Retas Paralelas**

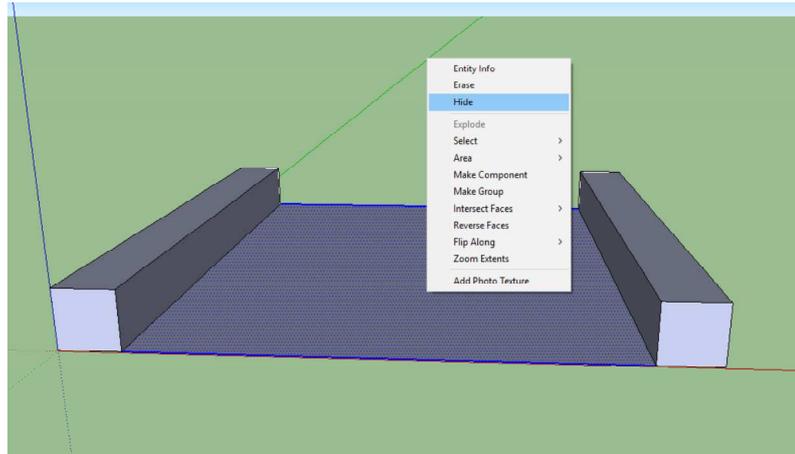
Ao girar a figura, usando a ferramenta “*Orbit*” percebemos que a região abaixo das retas está vazada (Imagem 17), visto que a ferramenta anterior “puxou” a região da reta, ou seja, a região que anteriormente fazia parte do nosso plano agora é a parte superior da nossa reta.



**Imagem 17 - Região Vazada**

Para resolver esse problema de visualização basta usar a ferramenta “*Line*” para cobrir a região vazada, traçando um segmento de reta ligando dois vértices consecutivos da região vazada.

Por fim, selecione a região não desejada clicando com o botão esquerdo do mouse, ou seja, a parte correspondente ao plano, e ao clicar com o botão direito selecione a opção “*Hide*”, para literalmente esconder/ocultar a região que não nos é desejada neste momento (Imagem 18).

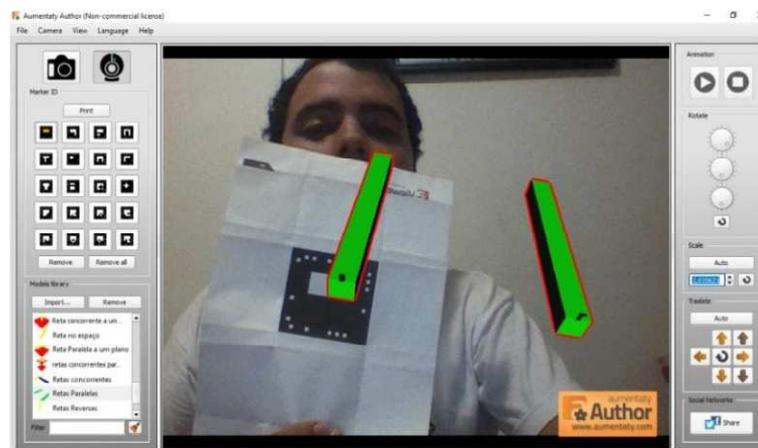


**Imagem 18 - Escondendo Elementos Específicos**

Ao executar esta ação, ficam visíveis apenas as retas paralelas. Pode-se usar a ferramenta “*Paint Bucket*” para pintar as retas. Pode-se ainda utilizar as ferramentas de escrita 2D ou 3D para indicar nomes para as retas. Para salvar o modelo 3D a partir do Google Sketchup basta selecionar as opções “*File*” > “*Export*” > “*3D Model*”.

## 6.2 VISUALIZANDO AS RETAS NO AUMENTATY AUTHOR

Para visualizar as retas no Aumentaty Author, primeiro abra o aplicativo e então selecione a opção “*Import...*” no “*menu*” da esquerda, escolha o arquivo salvo do objeto 3D feito no Sketchup. Agora, selecione a miniatura que surgiu abaixo dos modelos do aplicativo que se localiza abaixo da opção selecionada e arraste a miniatura até uma das vinte miniaturas de “*tag’s*”, ao apontar a “*tag*” (previamente adquirida no mesmo endereço eletrônico em que foi realizado o download do aplicativo) na qual você “*soltou*” seu objeto, para a câmera ocorrerá então a visualização do seu objeto em RA. É importante exportamos o arquivo com a terminação **.dae**. Vejamos agora a figura pelo aplicativo na Imagem 19.



**Imagem 19 - Retas Paralelas no Author**

Ao idealizar as representações do ponto, reta e plano, pensou-se em utilizar estruturas cilíndricas (cilindro reto) para representar retas e pontos. Entretanto, no momento de intersectamos essas figuras, a figura ficava vazada, como mostrado na Imagem 17. Apesar do mesmo inconveniente ocorrer quando utilizamos paralelepípedos, a ausência de vértices na circunferência, base do cilindro, não permite um resultado satisfatório ao utilizar a ferramenta “*Line*” na maioria dos casos. Então adotamos o uso de paralelepípedos para representação das retas.

Construir representações de sólidos geométricos normalmente estudados no Ensino Básico é aparentemente mais simples. A maioria requer fazer um quadrilátero ou outra figura da geometria plana, como base para o sólido. E depois utilizar um triângulo ou um trapézio para criar a figura desejada. A exceção é pela esfera que é feita de uma forma diferenciada desta. Onde, deve-se fazer dois círculos e girar um no eixo do outro para criar uma esfera. Abaixo vamos dar exemplos de construção de um cone e de uma esfera.

### 6.3 CRIANDO UM CONE

Para um cone, desenhe um círculo de raio qualquer com a ferramenta “*Circle*”. Neste caso utilizou-se o raio de um metro. Trace um segmento ligando o centro do círculo a um dos pontos do seu entorno e outro partindo do centro do círculo (de comprimento qualquer, neste caso foi usado dois metros) formando um ângulo reto com o ultimo segmento, ligando agora esses dois segmentos construímos um triângulo retângulo, para todos esses passos utilizou-se a ferramenta “*Line*”, o resultado obtido pode ser observado na Imagem 20.

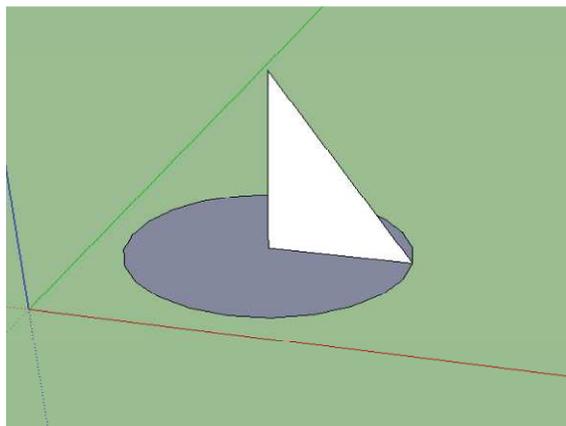
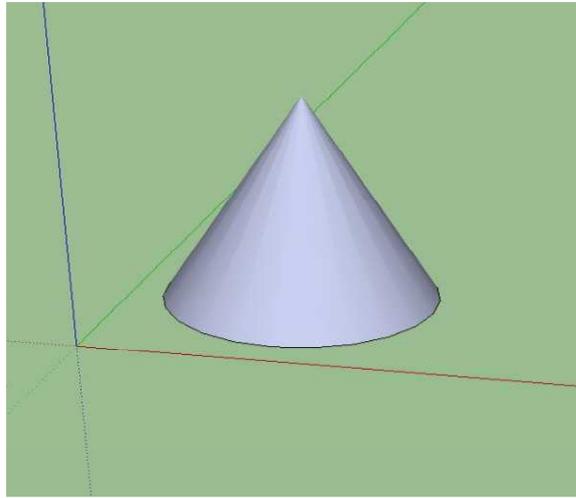


Imagem 20 - Estrutura para Construir Cone

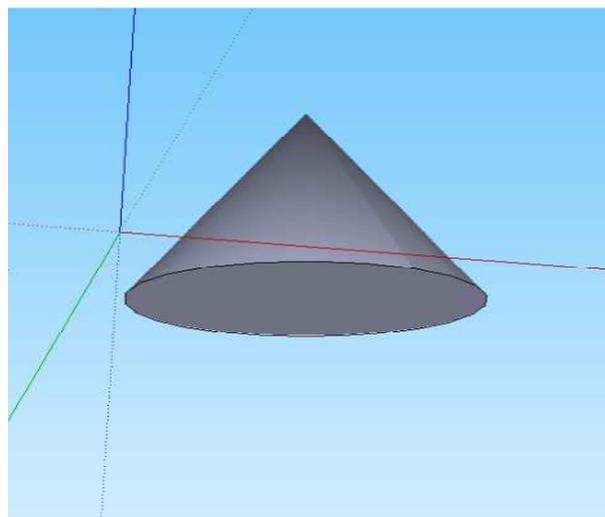
Realizada a construção, cliquemos com o botão esquerdo do mouse na região interna do círculo, selecione a ferramenta “*Follow Me*” e clique na parte interna do triângulo retângulo também com o botão esquerdo, gerando a Imagem 21.



**Imagem 21 - Cone**

Observe (Imagem 22) que da mesma forma que aconteceu no caso das retas paralelas, o cone fica vazado exatamente em sua base. Novamente utilizamos a ferramenta “*Line*”, basta desenhar uma linha que liga pontos não consecutivos do traço da circunferência da base, para assim completar o cone.

Para visualizar o cone no Aumentaty Author, basta seguir os mesmos passos descritos na seção **VISUALIZANDO RETAS NO AUMENTATY AUTHOR** e assim obter o resultado exposto na Imagem 23.



**Imagem 22 - Cone com Destaque na Base**



**Imagem 23 - Cone Visualizado no Author**

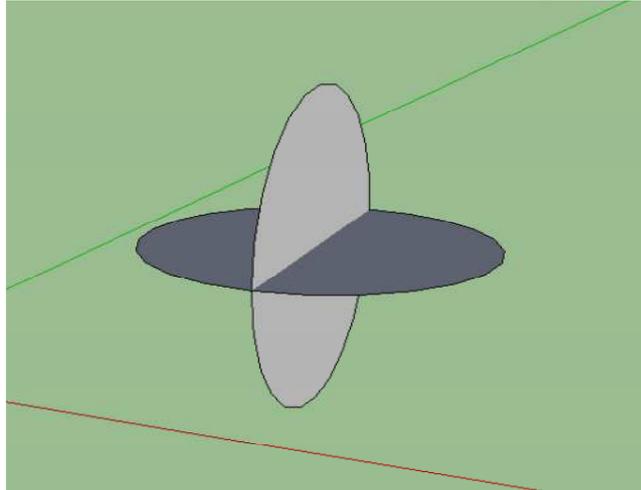
Para construir uma pirâmide o processo é semelhante ao de construção do cone, porém, com um polígono regular invés do círculo, como mostrado na Imagem 24.



**Imagem 24 - Pirâmide de Base Quadrada**

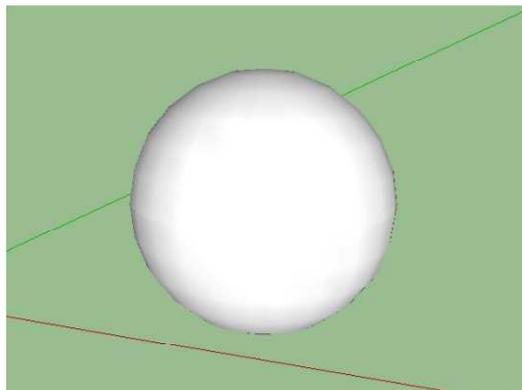
## 6.4 CRIANDO UMA ESFERA

Para a esfera, vamos construir dois círculos distintos, preferencialmente “paralelos”, de mesmo raio, neste caso usamos o raio de um metro, depois utilizaremos a ferramenta “*Rotate*”, clicando com o botão esquerdo sob o centro de um dos círculos e depois em um dos seus extremos para assim rotacioná-lo 90°, e agora clicando duas vezes com o botão esquerdo sobre este círculo, selecione a ferramenta “*Move*” e clique no centro dele e o arraste até o centro do outro para obter o resultado da Imagem 25.



**Imagem 25 - Círculos Intersectados**

Agora selecione o círculo que está na horizontal. Selecione a ferramenta “*Follow Me*” e clique no círculo na vertical, gerando assim a esfera. No entanto, ela está dividida ao meio por uma curva, selecione a curva e clique com o botão direito do mouse. Selecione a opção “*Hide*”, gerando assim a figura:



**Imagem 26 - Esfera no Sketchup**

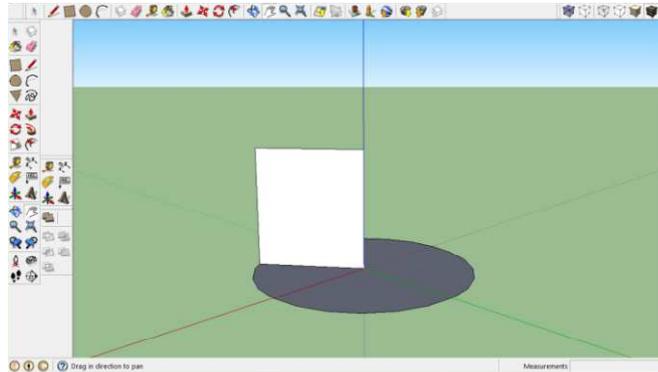
Vejamos agora a visualização dessa esfera pelo Author:



**Imagem 27 - Esfera no Author**

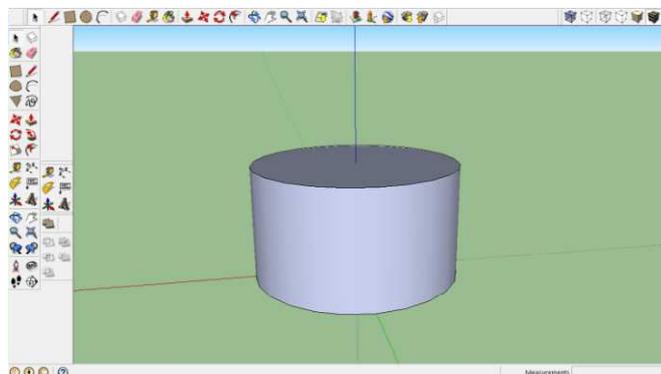
## 6.5 CRIANDO UM CILINDRO

Para o cilindro (cilindro circular reto, mais comum estudado no Ensino Básico), vamos construir um círculo depois um retângulo contendo o centro do círculo da forma mostrada na Imagem 28.



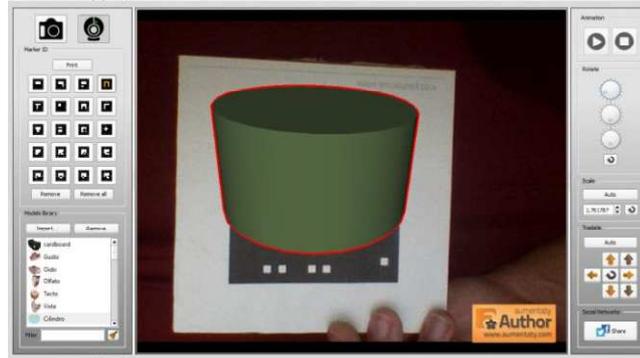
**Imagem 28 - Estrutura para Criação do Cilindro Circular Reto**

Neste caso, o raio do círculo usado foi de um metro e a altura traçada com a ferramenta “*Line*” é qualquer. Agora, clique com o botão esquerdo sobre o círculo, selecione a ferramenta “*Follow Me*” e clique com o botão esquerdo sobre o retângulo, obtendo a Imagem 29.



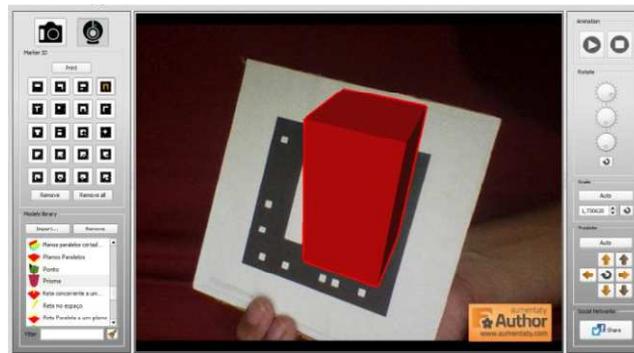
**Imagem 29 - Cilindro Circular Reto**

Ocorre o mesmo problema que com o cone nesta construção, ela fica vazada, utilizando a mesma técnica usada para o cone podemos resolver isso. A Imagem 30 traz a visualização do Cilindro em RA.



**Imagem 30 - Cilindro em RA**

A construção do prisma a ideia é semelhante a do cilindro, basta utilizar como base um polígono regular, veja a Imagem 31.



**Imagem 31 - Prisma em RA**

## 7.0 PROPOSTA DIDÁTICO PEDAGÓGICA

É importante destacar que a nossa proposta é para o Ensino Básico, logo muitas proposições passíveis de demonstração serão aceitas e convencionadas a partir da experimentação. O uso dos aplicativos é para tornar a experimentação mais palpável e as proposições serem assimiladas de maneira mais satisfatória pelo aluno.

Utilizamos como livro-texto base no desenvolvimento dessa sequência o livro *A Matemática do Ensino Médio 2016* da coleção Professor de Matemática da SBM, este sendo o volume 2 da coleção, dividiremos a abordagem desses conteúdos em quatro tópicos.

### 7.1 AS POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETAS E PLANOS

Já sabemos das adaptações que serão feitas, por motivos construtivos, dos entes geométricos fundamentais, ponto, reta, plano e espaço. Apresentaremos agora os três postulados (ou axiomas) que são verdades fundamentais, nas quais, pautaremos todas as construções seguintes. Estes são:

- **Postulado 1** : Dados dois pontos distintos no espaço, existe uma, e somente uma, reta que os contém.
- **Postulado 2** : Dados três pontos não colineares do espaço, existe um, e somente um, plano que os contém.
- **Postulado 3** : Se uma reta possui dois de seus pontos em um plano, então ela está contida no plano.

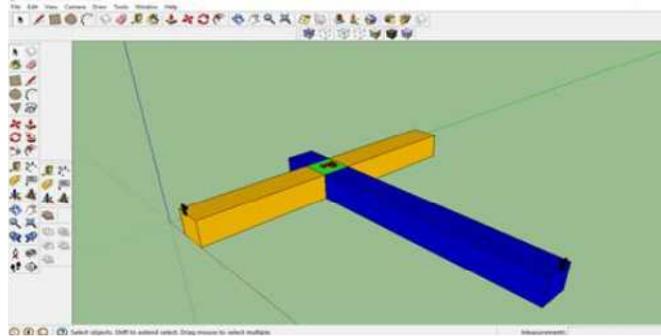
A partir desses postulados podemos definir algumas relações sobre os entes geométricos fundamentais e classificá-las. Essas possibilidades levantam duas perguntas importantes acerca desses entes:

- Quais relações entre pontos e retas geram um plano?
- Quais são as posições relativas entre retas e planos no espaço?

Vamos buscar responder estes dois questionamentos em conjunto e, com o uso da Realidade Aumentada, investigar e constatar “visualmente” a sua validade.

Começaremos a responder a segunda questão, ao tratarmos as posições relativas entre retas como coplanares ou não coplanares. Pois quanto a posição relativa entre retas no espaço, essas se dividem em três tipos distintos, não considerando o caso delas serem coincidentes.

1. As retas podem ter apenas um ponto em comum (Imagem 32).

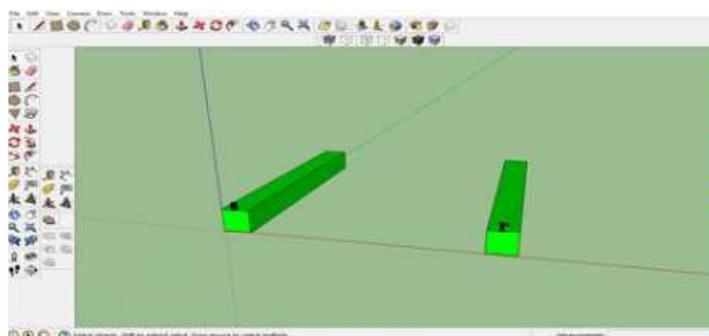


**Imagem 32 - Retas com um Ponto em Comum**

Neste caso dizemos que a reta  $r$  (amarela) é concorrente a reta  $s$  (azul). Percebemos baseados nos Postulados, que  $r$  e  $s$  determinam um plano, respondendo assim a uma parte da primeira questão feita.

Visualmente é perceptível, entretanto, se formos explicar através dos Postulados basta identificar três pontos não colineares; para tal, basta escolher um ponto  $A$  e  $B$  em  $r$  e  $s$  distintos do ponto  $P$  (interseção entre as retas). Assim concluímos que existe um plano que passa por esses três pontos, e como dois pontos de cada reta pertencem a este plano, pelo Postulado 3, a reta que passa por eles, no caso  $r$  e  $s$  estão contidas nesse plano.

2. As retas podem não possuir nenhum ponto em comum, e serem coplanares (Imagem 33).

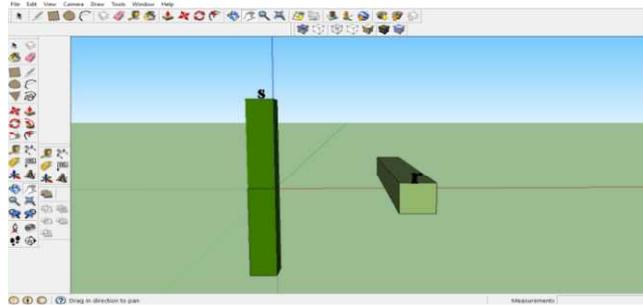


**Imagem 33 - Retas Coplanares sem Pontos em Comum**

Neste caso dizemos que a reta  $r$  é paralela a reta  $s$ . Além disso,  $r$  e  $s$  determinam um plano, pois, podemos escolher três pontos distintos não colineares e fazer uso do Postulado 2. Por meio do Axioma das Paralelas (caso plano), temos a garantia que as retas  $r$  e  $s$  estão

contidas neste plano. O axioma nos diz que dada uma reta e um ponto fora dela, é possível obter uma única reta paralela à reta dada.

3. As retas podem não possuir nenhum ponto em comum e não serem coplanares (Imagem 34).



**Imagem 34 - Retas não Coplanares sem Ponto em Comum**

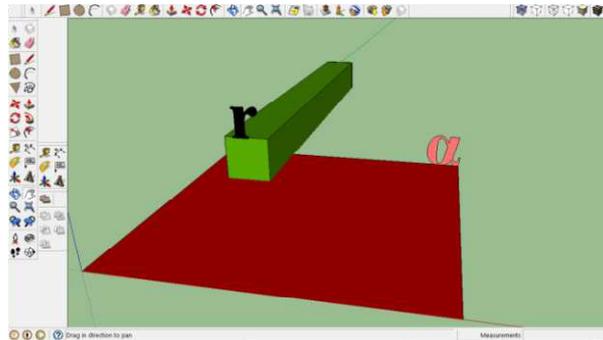
Neste caso dizemos que a reta  $r$  é reversa a  $s$ . Percebemos que  $r$  e  $s$  não determinam um plano, pois ao escolher três pontos não colineares uma das retas nunca está contida ao mesmo tempo ao mesmo plano. O quadro abaixo traz um resumo dessas três relações, destacando a interseção entre as retas e se são coplanares ou não em cada caso.

<b>Resumo das Relações entre Retas</b>		
<b>Posição Relativa entre as retas</b>	<b>Interseção?</b>	<b>Coplanares ou não?</b>
<b>Concorrentes</b>	<b>Um ponto</b>	<b>Sim</b>
<b>Paralelas</b>	<b>Vazia</b>	<b>Sim</b>
<b>Reversas</b>	<b>Vazia</b>	<b>Não</b>

Note que utilizamos notações referentes a conjuntos neste quadro resumo, pois retas e planos podem ser vistos como conjuntos de pontos. Assim, faz sentido falarmos em interseção entre esses entes geométricos.

Estes são os casos de relação entre retas do espaço. Agora, vejamos as relações entre uma reta e um plano no espaço. Para esta situação temos três possibilidades para a relação entre retas.

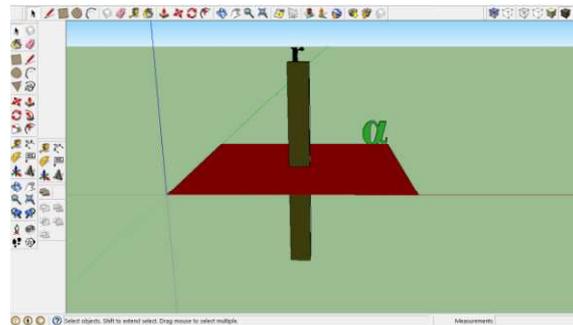
1. Uma reta e um plano podem não possuir pontos em comum (Imagem 35).



**Imagem 35 - Reta sem Ponto em Comum com Plano**

Neste caso dizemos que  $r$  e  $\alpha$  são paralelos por não possuírem pontos em comum.

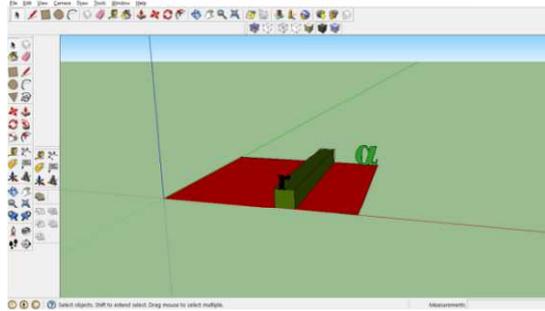
2. Uma reta e um plano podem possuir um ponto em comum (Imagem 36).



**Imagem 36 - Reta com Ponto em Comum com Plano**

Quando ocorre esta situação, dizemos que  $r$  é secante  $\alpha$ , por possuírem um ponto em comum.

3. O último caso é quando uma reta e um plano possuem mais de um ponto em comum (Imagem 37).



**Imagem 37 - Reta com Todos os Pontos Contidos no Plano**

Neste caso, vemos que não apenas dois pontos da reta estão no plano, é claro, pois é garantido pelo Postulado 3. Assim, dizemos que  $r$  está contida em  $\alpha$ .

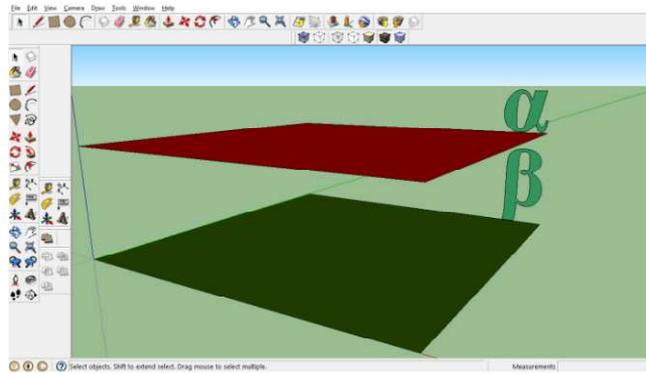
Vejamos agora, uma tabela resumo dessas relações:

<b>Resumo das Relações entre Reta e Plano</b>	
<b>Posição Relativa entre reta e plano</b>	<b>Interseção</b>
<b>Reta Contida em Plano</b>	<b>Toda a Reta</b>
<b>Reta Secante a um Plano</b>	<b>Um Ponto</b>
<b>Reta Paralela a um Plano</b>	<b>Vazia</b>

Note que, mais uma vez utilizamos as palavras normalmente usadas para relacionar conjuntos, esse uso é recorrente para essas estruturas. Perceba também, que não temos mais a coluna que destaca se a relação gera ou não um plano, visto que, não é mais o caso de avaliar essa construção, já que um dos entes relacionados já é um plano.

Para concluir a resolução da segunda questão feita no início deste capítulo temos as relações entre planos, que neste caso, excluindo a possibilidade de serem coincidentes, dividem-se em duas situações.

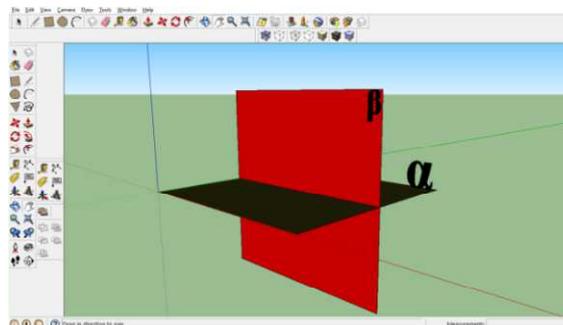
1. Os planos podem não possuir nenhum ponto em comum (Imagem 38).



**Imagem 38 - Plano sem Pontos em Comum**

É natural, baseadas nas últimas relações, dizer que os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são planos paralelos.

2. Os planos podem possuir interseção não vazia, neste caso se intersectarão segundo uma reta (Imagem 39).

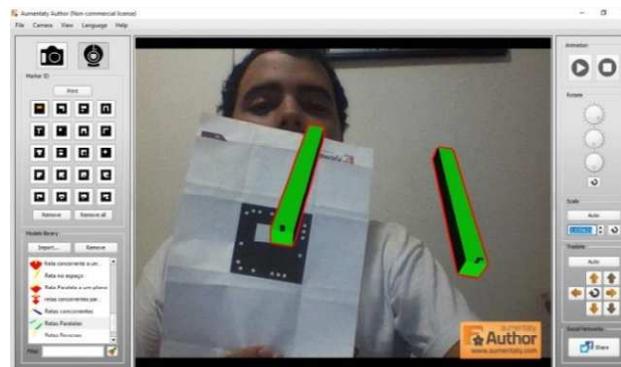


**Imagem 39 - Planos de Interseção Não Vazia**

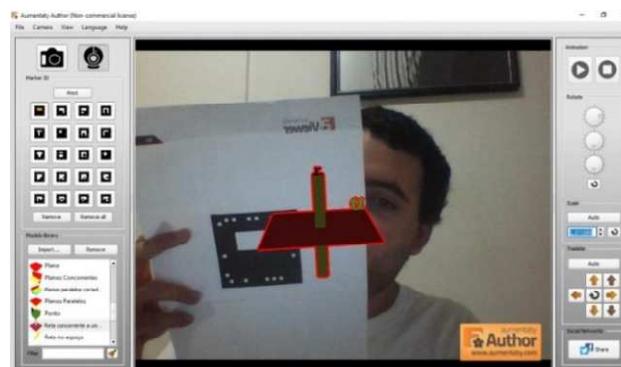
Dizemos agora que os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são secantes. Observe que os planos são ilimitados, assim, essa interseção também é, ou seja, uma reta. Este destaque deve ser sempre feito, para o aluno não imaginar o caso da interseção ser apenas um ponto, é importante lembrar que se pode garantir isso por meio dos Postulados e não apenas visualmente, é importante ressaltar que essas estruturas são apenas representações de um ente geométrico que não pode ser representado através de desenho, pois sabemos que este é ilimitado, algo que uma representação física não pode assumir.

<b>Resumo das Relações entre Planos</b>	
<b>Posições Relativas entre Planos</b>	<b>Interseção</b>
<b>Secantes</b>	<b>Uma Reta</b>
<b>Paralelos</b>	<b>Vazia</b>

Não trataremos aqui das formas de desenhar essas estruturas no Google Sketchup, pois demos exemplos de construções similares anteriormente, sendo estas seguindo passos semelhantes. Seguem alguns exemplos dessas estruturas visualizadas pelo Aumentaty Author para mostrar que não se perde praticamente nenhuma informação acerca da construção do Sketchup (Imagens 40 e 41).



**Imagem 40 - Retas Paralelas no Author**



**Imagem 41 - Reta Secante a Plano**

Agora traremos algumas sugestões de exercícios nos quais podemos usar os aplicativos para auxiliar na resolução dos exercícios. O professor pode abordar qualquer outro

exercício que ache pertinente, no qual a visualização através dos aplicativos possa servir de suporte para apoiar o aluno na resolução.

### Exercícios:

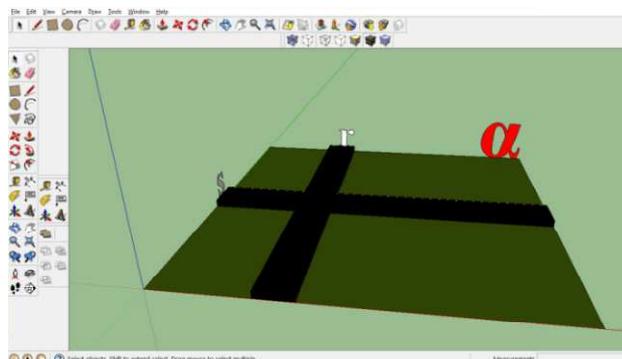
- Dados duas retas concorrentes e um ponto fora do plano determinado pelas retas qual é a interseção dos planos definidos por cada reta e o ponto em questão?
- Sejam duas retas reversas. A e B pontos distintos da primeira e C e D pontos distintos da segunda. Qual a posição relativa das retas que passam por AC e BD?
- Mostre que duas retas distintas paralelas a uma mesma reta são paralelas entre si.

Traremos também uma questão desafio, que requer um pouco mais de prática e raciocínio dos alunos.

- A que distância da base de uma pirâmide de altura  $h$  deve ser conduzido um plano paralelo de modo que a área da seção determinada seja metade da área da base?

## 7.2 ÂNGULOS ENTRE RETAS E PLANOS

A noção de ângulo deriva da Geometria Plana, que podemos dizer que é a região delimitada pela abertura entre duas retas. Para retas já temos esta ideia, agora a estenderemos para relações de retas com planos e de planos com outros planos também, mostrando que, essas noções derivam da de ângulo entre retas de maneira natural.



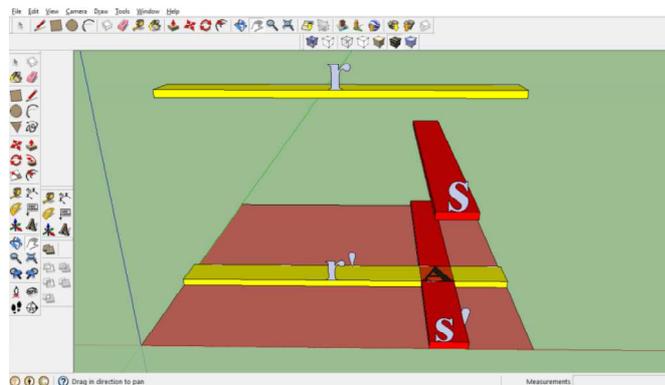
**Imagem 42 - Interseção entre Retas**

Dizemos que as quatro regiões descritas pela interseção das retas são os ângulos determinados por elas ao se interceptarem. É importante ressaltar que quando falamos em

ângulo, por convenção, estamos nos referindo ao menor ângulo formado por estas retas e não a todos.

Perceba que estamos usando retas de meio metro de comprimento por 0.1 metros de altura, pois, agora estamos focando o nosso estudo na região delimitada pelas retas e não nelas próprias, então, no estudo de ângulos usaremos retas cada vez menores, para destacar os ângulos entre elas e não as próprias como antes.

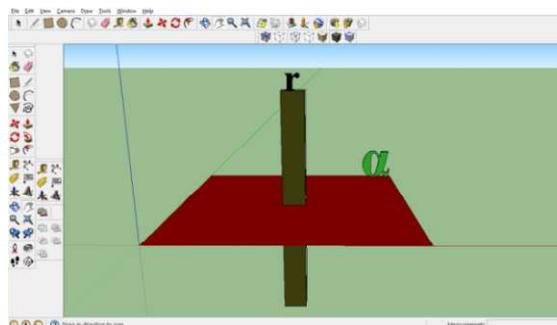
Neste caso da Imagem 42 dizemos que estas retas são perpendiculares, pois formam ângulos de  $90^\circ$ . Esta definição da Geometria Plana nos leva a uma definição mais geral relacionada à de perpendicularismo.



**Imagem 43 - Retas Ortogonais**

Definimos retas ortogonais, quando existem retas paralelas a estas que são perpendiculares (Imagem 43), desta forma é fácil perceber que ortogonalidade é uma generalização da definição de perpendicularismo decorrente da Geometria Plana.

Veja a Imagem 44:



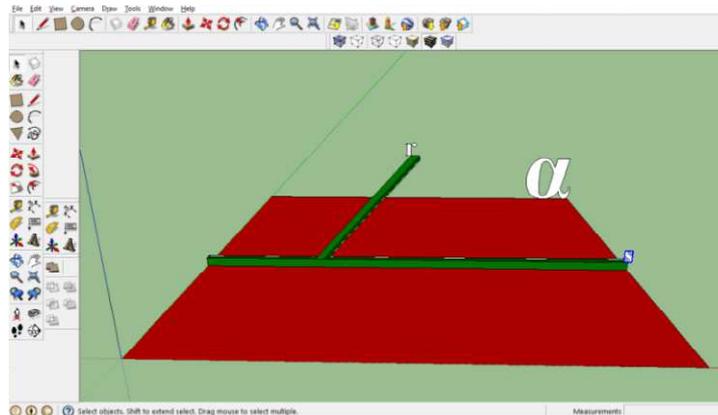
**Imagem 44 - Reta Perpendicular a Plano**

Dizemos que uma reta é perpendicular (a reta forma um ângulo de  $90^\circ$  com o plano) a um plano se, só se, a reta em questão for ortogonal a todas as retas do plano.

Uma proposição importante é que, se uma reta é perpendicular a duas retas concorrentes do plano, ela é perpendicular ao plano. Visualmente e através da experimentação, como sabemos que as retas concorrentes geram um plano, é fácil de aceitar

que a reta é perpendicular ao plano. Lembrando que como é uma proposta para o Ensino Básico, a validade visual é o bastante, visto que, o formalismo matemático não é estritamente necessário nesse nível. É importante dizer que para o caráter formal da Matemática isso não é o suficiente, mas para o nível que estamos tratando é o bastante para a assimilação das proposições.

Quando uma reta é secante a um plano, mas o ângulo desta reta com o plano não é de  $90^\circ$ , ou seja, não é perpendicular ao plano (Imagem 45), determinar o ângulo entre essa reta e esse plano, é o mesmo que calcular o ângulo entre a reta e sua projeção ortogonal neste plano.

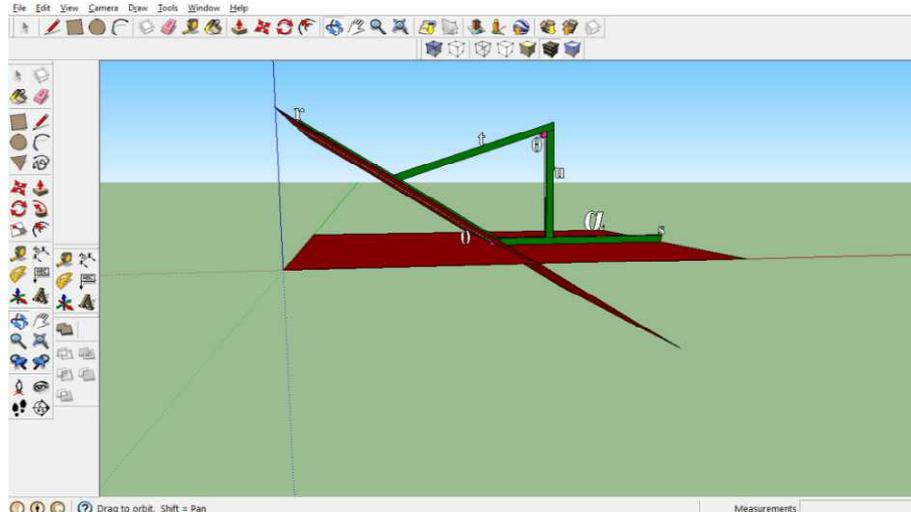


**Imagem 45 - Ângulo entre a Reta e o Plano**

Projeção ortogonal de um ponto do espaço em um plano é a interseção entre uma perpendicular traçada por esse ponto em relação ao plano com o próprio plano, a projeção ortogonal de uma reta é a projeção de cada um de seus pontos em um plano assim, esta é a reta  $s$  é a projeção ortogonal de  $r$  em  $\alpha$ . Como já sabemos determinar, da Geometria Plana, o ângulo entre duas retas, então o ângulo entre  $r$  e  $s$  é o ângulo entre  $r$  e  $\alpha$ .

É importante observar que o ângulo entre uma reta e um plano varia entre  $0^\circ$ , quando a reta esta contida no plano ou é paralela a ele, até  $90^\circ$  quando ela é perpendicular a ele.

Agora vamos definir ângulo entre dois planos. Se  $\alpha$  e  $\beta$  são planos paralelos o ângulo entre eles é de  $0^\circ$ . Se forem secantes, eles se intersectam segundo uma reta. Traçando duas retas perpendiculares  $r$  e  $s$  a está reta de interseção dos planos, cada qual contida em um dos planos, o ângulo entre os planos é igual ao ângulo formado por  $r'$  e  $s'$ , que são retas perpendiculares a  $r$  e  $s$  respectivamente, veja na Imagem 46.



**Imagem 46 - Ângulos entre Planos**

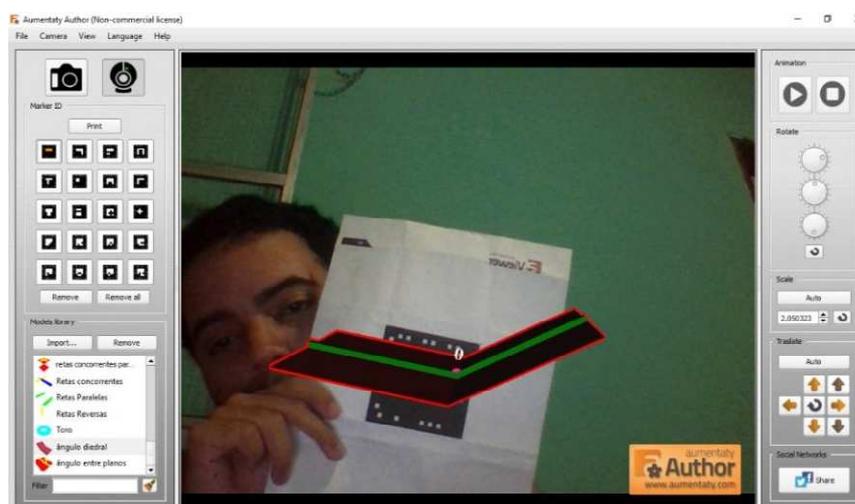
Vejamos que é uma definição um pouco sofisticada e difícil de entender para os alunos do Ensino Básico, entretanto, se trabalharmos apenas com os planos e os rotacionarmos é fácil ver qual o menor ângulo formado por esta interseção, porém, a definição serve para calcularmos este ângulo e não apenas visualizá-lo.

É claro que o ângulo entre planos, assim como o ângulo entre uma reta e um plano, varia entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ .

Decorrendo desta definição podemos definir também ângulo entre Diedros. Mas, primeiramente definamos Diedro.

Diedro ou ângulo diedro é a figura formada por dois semiplanos (chamados faces do diedro) limitados por uma mesma reta, chamada aresta do diedro.

O ângulo entre Diedros é semelhante ao ângulo entre planos, então vejamos a visualização em Realidade Aumentada.



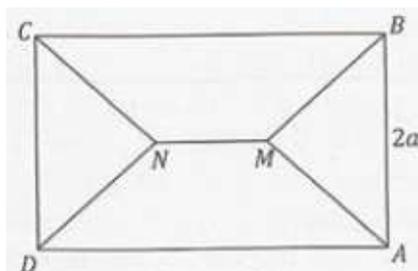
**Imagem 47 - Ângulo entre Diedros**

Perceba que o ângulo entre esses dois Diedros é dado de maneira muito semelhante ao de ângulo entre planos, para a questão construtiva é importante destacar como fazer a área em rosa que é a representação do ângulo. Para isso basta utilizar a ferramenta do Google Sketchup “*Arc*”, selecione o ponto inicial e o final do seu arco e depois sua forma. Para estender o arco por toda a espessura da reta basta usar a ferramenta “*Push/Pull*”. Assim, terá uma visualização similar a trazida na imagem.

Vejam agora alguns exercícios referentes a estas relações, em que o uso dos aplicativos pode auxiliar na visualização e resolução destes.

### Exercícios:

- Mostre que a reta que une os pontos médios de duas arestas opostas de um tetraedro regular é a perpendicular comum a elas.
- A figura abaixo mostra a planta do telhado de uma casa. Cada plano contendo uma porção do telhado é chamado de “água”; o telhado da figura, portanto, possui 4 águas. Ao longo da reta de interseção de duas águas, corre uma calha. Sabendo que cada água é inclinada de  $30^\circ$  em relação à horizontal, qual é a inclinação em relação à horizontal da calha AM assinalada na figura?



**Imagem 48 - Águas do Telhado**

- As moléculas de metano ( $\text{CH}_4$ ) têm formato de um tetraedro regular, com um átomo de hidrogênio em cada vértice, cada um deles ligado ao átomo de carbono no centro do tetraedro. Calcule o ângulo formado por duas dessas ligações.

### 7.3 A ESFERA

Neste tópico, trataremos da esfera e de sua posição relativas a pontos, retas e planos. A Esfera é um sólido geométrico que possui diversas propriedades em relação com outros sólidos, como o Cubo e o Tetraedro. Bem como o Círculo se relaciona com os Triângulos e Quadrados sendo inscrito ou circunscrito a estes na Geometria Plana.

Definiremos primeiramente Esfera. Dado um ponto  $O$  e um número maior do que zero chamado raio, denotado por  $r$ , chamamos de Esfera os pontos do espaço que distam  $r$  de  $O$ . A nomenclatura é usada tanto para designar todo o sólido como também apenas sua superfície, portanto, devemos deixar sempre claro em todo caso sobre o que estamos tratando para evitar problemas.

Para construirmos a Esfera no Google Sketchup basta seguirmos os passos apresentados na seção **CRIANDO UMA ESFERA**.

Podemos usar a ferramenta para pintura e a visualização dela em Realidade Aumentada deve ficar semelhante a esta:

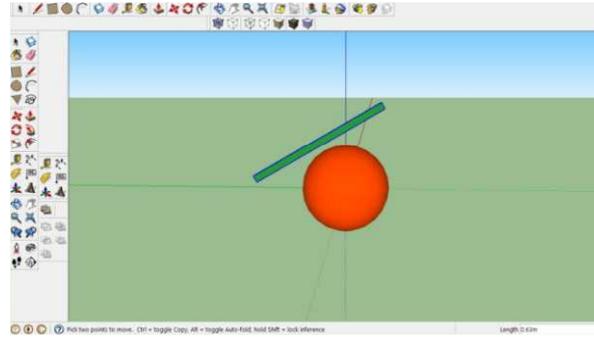


**Imagem 49 - Esfera em RA**

A posição de pontos em relação à esfera é bem intuitiva. O ponto é dito interior da esfera, se a distância entre o centro  $O$  da esfera e este ponto é menor do que o raio  $r$  da esfera. O ponto é dito pertencente à superfície da esfera, se a distância do centro  $O$  a este ponto é igual ao raio  $r$ . O ponto é dito exterior a esfera de centro  $O$  se a distância entre este ponto e o centro é maior do que o raio  $r$ .

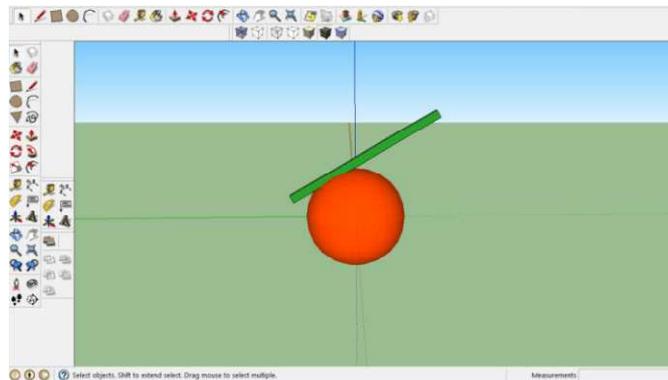
Para posições relativas entre as retas e a Esfera vamos utilizar o Google Sketchup para entendermos e mostrarmos o caráter visual destas relações.

A reta pode ser exterior a Esfera (Imagem 50), logo, a interseção é vazia.



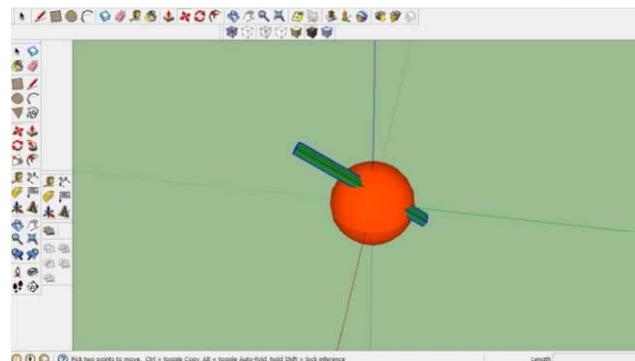
**Imagem 50 - Reta Exterior a Esfera**

A reta pode ter um ponto em comum com a Esfera (Imagem 51), neste caso dizemos que a reta é tangente a Esfera.



**Imagem 51 - Reta Tangente a Esfera**

A reta também pode ter dois pontos em comum com a Esfera (Imagem 52), neste caso dizemos que a reta é secante a Esfera.



**Imagem 52 - Reta Secante a Esfera**

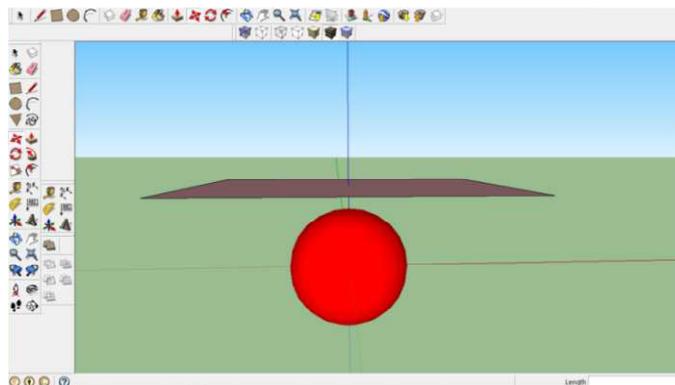
Essas são as possibilidades de relação entre reta e Esfera. No quadro resumo abaixo indicaremos as possibilidades e interseções entre reta e Esfera.

<b>Resumo das Relações entre Esfera e Reta</b>		
<b>Posições Relativas entre Retas e Esfera</b>	<b>Interseção</b>	<b>Distância entre Reta e o centro da Esfera</b>
<b>Exterior</b>	<b>Vazia</b>	<b>Maior do que o Raio</b>
<b>Tangente</b>	<b>Um ponto</b>	<b>Igual ao Raio</b>
<b>Secante</b>	<b>Dois Pontos</b>	<b>Menor do que o Raio</b>

Entenda como distância entre reta e Esfera a menor distância de um ponto da reta para o centro da Esfera. O mesmo vale para o próximo caso que será a distância entre a Esfera e um plano.

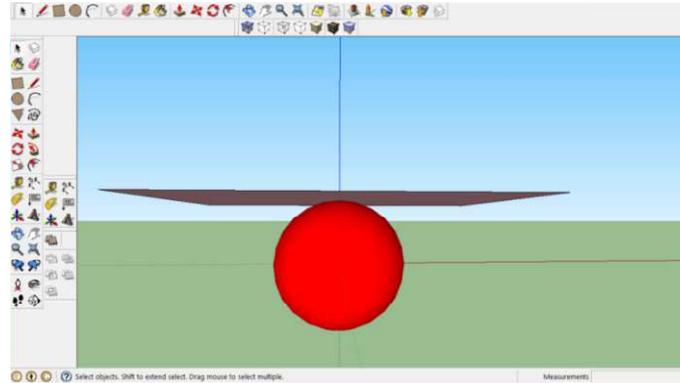
As posições entre planos e a Esfera exibem nomenclaturas parecidas com as entre reta e a Esfera. Portanto vamos comentar um pouco sobre estas.

O plano pode ser exterior a Esfera (Imagem 53), ou seja, todos os seus pontos são exteriores a Esfera.



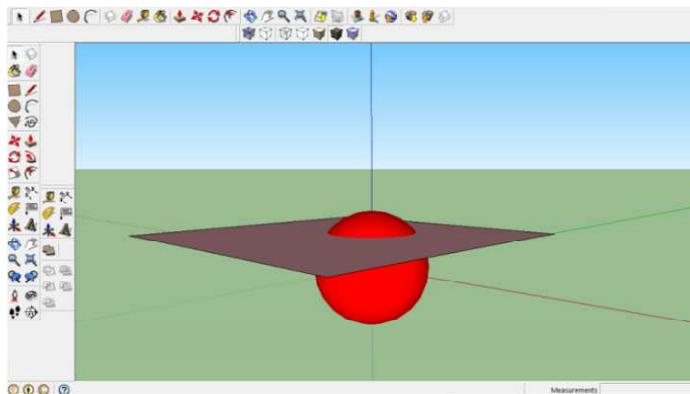
**Imagem 53 - Plano Exterior a Esfera**

O plano também pode ser tangente a Esfera (Imagem 54), ou seja, existe um ponto do plano que pertence ao plano e a Esfera simultaneamente. O plano tangente tem inúmeros usos e aplicações no Cálculo Diferencial.



**Imagem 54 - Reta Tangente a Esfera**

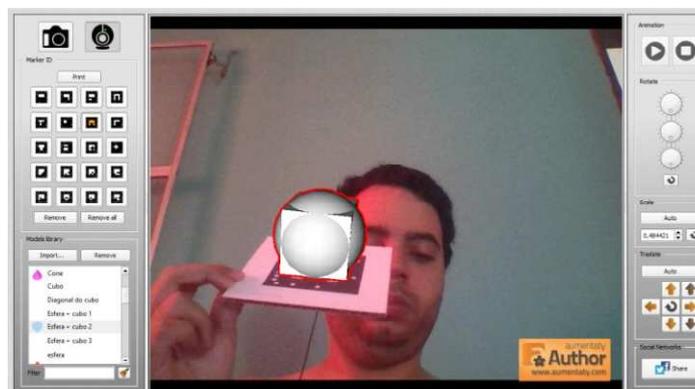
O plano ainda pode ser secante a Esfera (Imagem 55), nesse caso, o plano intersecta a Esfera segundo um círculo.



**Imagem 55 - Reta Secante a Esfera**

Perceba que dependendo da posição desse plano secante muda todo o círculo formado, se por acaso o plano contém o centro da Esfera, o círculo formado é de maior raio possível, que é igual ao raio da Esfera.

Abaixo traremos alguns exemplos de relação entre Cubo e Esfera usando o Aumentaty Author.



**Imagem 56 - Esfera de Diâmetro de Medida Igual a Diagonal do Cubo**



**Imagem 57 - Esfera Inscrita no Cubo**

### **Exercícios:**

- Sejam A e B pontos do espaço. Qual o lugar geométrico dos pontos P do espaço tais que o ângulo APB seja reto?
- Sejam dois pontos A e B não diametralmente opostos de uma esfera. Mostre que existe um, e somente um círculo máximo da esfera passando por A e B.

## 8.0 OFICINA TESTE DA METODOLOGIA PROPOSTA

A fim de comprovar se a metodologia proposta atendia as nossas expectativas e testá-la, buscando identificar os pontos positivos e negativos, realizamos uma Oficina, em que usamos uma versão mais concisa da sequência didática, e além de dar uma “aula” usando a tecnologia, dispomos aos participantes de computadores e dos programas utilizados, Google Sketchup e Aumentaty Author, para eles se sentirem na “pele” do professor da Educação Básica que vai ter contato com o material e poderá utilizá-lo em sala de aula.

A Oficina teve como título **UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA EM UMA METODOLOGIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL VOLTADA AO ENSINO BÁSICO**. Teve como público alvo alunos da graduação, escolhemos esse público por estes já terem contato com as metodologias de ensino da Matemática e assim poderem opinar de maneira mais incisiva acerca dos pontos positivos e negativos da nossa sequência didática. Esta Oficina foi aplicada nos dias quatro e seis de abril de 2017, com uma duração de duas horas em cada dia.

Primeiramente aplicamos um questionário, com a finalidade de identificar de que período do curso os alunos são e quais seus contatos com a Geometria no Ensino Básico e no Ensino Superior, seu conhecimento com aplicativos e metodologias acerca do ensino de Geometria Espacial e ainda se os participantes já ouviram falar no termo Realidade Aumentada. Identificamos ter participantes no início e no meio do curso e que o contato deles com metodologias acerca do Ensino de Geometria, segundo eles, é abrangente, porém, nas suas vivências não tiveram muito contato com elas, e que ainda o termo Realidade Aumentada era comum para eles.

Após este questionário, discorremos um pouco sobre as motivações para a escolha do tema e uma breve explicação do que é e como vamos utilizar a Realidade Aumentada nesta proposta didática. Em sequência, demos um exemplo de como vão ser visualizados os entes geométricos em RA, assim como no início da sequência descrita aqui neste trabalho. Em suma, tudo que foi passado na Oficina teve como base a sequência didática aqui descrita, com algumas adaptações pelo tempo que para ministrá-la por completo, foi insuficiente.

No primeiro dia tratamos sobre posição relativa entre retas e planos. Percebemos que os participantes ficaram empolgados com o uso da Realidade Aumentada para demonstrar exemplos construtivos dessas relações e entenderam que os modelos utilizados eram apenas para fins de construção, mas, que não representavam o que são de fato os entes geométricos fundamentais, cujos quais são abstratos, ou seja, não se consegue representar de maneira

construtiva, pois, são apenas conceitos, que pelas suas características não podem ser representados através de desenhos, nem de nenhuma outra forma construtiva.



**Imagem 58 - Explicando Conteúdo Usando a RA**

Foi perceptível dificuldades nas partes de construção, que não existem na sequência didática a ser passada para o professor da Educação Básica, mas, foram introduzidas a fim de dar uma ideia aos participantes de como funcionam os aplicativos utilizados, avaliamos que estas dificuldades se deram provavelmente pelo pouco contato com o aplicativo, visto que, com o avanço das construções a agilidade por parte dos participantes foi crescendo.



**Imagem 59 - Buscando Sanar Dificuldades**

No segundo dia tratamos sobre ângulos e sobre a Esfera, e ainda mostramos outros sólidos geométricos visualizados em Realidade Aumentada. Realizamos algumas construções, a principal foi a da, já citada, Esfera. Usamos ferramentas diferentes das usadas no primeiro dia, isso gerou uma dificuldade de manipulação para os participantes, e também tínhamos poucas câmeras para a visualização usando o Aumentaty Author, logo nesse ponto nem todos os participantes tiveram a oportunidade de interagir com a sua construção por isso focamos a visualização mais com o Google Sketchup.

Ao fim, aplicamos outro questionário, este colhendo informações acerca do aprendizado sobre o uso dos aplicativos e a opinião de cada um sobre a utilização desta metodologia no Ensino Básico, e em unanimidade os participantes escreveram que acreditam que esta metodologia auxiliará no entendimento dos alunos e ainda atrairá a atenção deles para a aula, visto que, a tecnologia faz uma aproximação das construções geométricas para o ambiente vivenciado pelos alunos.

## **8.1 ALGUNS COMENTÁRIOS**

Baseados nessas experiências, chegamos à conclusão de que um tutorial mais elaborado, com vídeos, por exemplo, seria de mais ajuda para o professor do Ensino Básico, já que ele não terá, provavelmente, a experiência passada na oficina, a de uma orientação presencial. Mas, percebemos que com uma orientação correta é possível se ministrar o conteúdo por esta metodologia, deixando em aberto também a criatividade do professor que a esteja usando, para adaptá-la, visto que, os usos das ferramentas necessárias e dos métodos serão descritos para ele.

Podemos concluir através dos questionários que os participantes gostaram da proposta, porém, na hora de discorrerem sobre sua opinião repetiram de maneira mecânica um discurso realizado ao começo da Oficina, acreditamos que por serem a maioria do primeiro período do curso ainda são imaturos quanto a este quesito de demonstrar suas opiniões acerca de algo. Foi um ponto negativo, mas, nos outros quesitos que foram obtidos através de marcação de quesitos obtivemos resultados ótimos, com algumas ressalvas, pois alguns participantes não estavam tão focados quanto poderiam.

Logo, concluímos que para este grupo de participantes a proposta didática pedagógica é muito útil no Ensino Básico, e por nos propormos a disponibilizar material de apoio ao professor da Educação Básica que queira utilizar esta sequência didática, ou parte dela, em suas aulas, segundo os participantes, não existiria uma grande dificuldade de o professor manipular esses aplicativos.

## 9.0 CONCLUSÃO

Após todo o estudo feito para desenvolver a nossa sequência didática procuramos criar algo que auxiliasse o professor da Educação Básica a ministrar estes conteúdos de maneira, segundo a nossa opinião formada a partir das pesquisas realizadas, mais satisfatória e não só uma repetida aplicação de fórmulas como acaba se tornando muitas vezes. Nosso objetivo com o uso da Realidade Aumentada é atrair a atenção dos alunos com a mesclagem dos entes geométricos, que na maioria das vezes ficam somente no imaginário do aluno, para o meio deles, os tornando mais familiares, buscando que sejam compreendidos mais facilmente por eles. Assim possibilitando um melhor desenvolvimento dos conteúdos posteriores que tomam por base estes aqui explanados.

A aplicação em forma de oficina realizada teve como foco buscar dos professores de Matemática em formação opiniões acerca da aplicabilidade dessa metodologia no Ensino Básico, visto que, ela requer pouca aparelhagem. Com os aplicativos e a forma de utilização destes disponibilizada, o professor desse componente pode usufruir desta metodologia sem gastar muitas horas aprendendo sobre os aplicativos, pois sabemos que em muitos casos isto impossibilitaria seu uso, sabendo que, o professor tem diversas aulas para preparar para cada turma na qual ministra aulas.

O questionário inicial teve como um dos objetivos saber o nível de conhecimento dos participantes sobre a utilização de aplicativos de computador para nos nortear acerca do contato de pessoas que não trabalham diretamente com isso possuem, e pudemos observar que a maioria esta familiarizada, o que nos leva a certa facilidade da manipulação dos aplicativos, então, com o questionário final notamos que após um tutorial o uso da metodologia não é tão complicado e nem custa muitas horas, visto que, na oficina construímos algumas estruturas e o professor do nível básico não precisará construir a menos que queira, pois, disponibilizaremos os arquivos criados por nós, então, percebemos que se ele só precisar aprender como funciona a visualização e usa-la não levará tanto tempo.

Esperamos que este trabalho sirva com base para o professor de Matemática do Ensino Básico diversifique sua aula, e se tiver possibilidade e interesse, possa implementar a proposta aqui deixada com sua experiência e aprimora-la buscando sempre aumentar o interesse dos alunos, que é o real foco do desenvolvimento deste trabalho, dar uma sugestão de método de ensino que facilite o aprendizado e atraia a atenção dos alunos para a aula e para o conhecimento matemático.

## 9.1 TRABALHOS FUTUROS

Como informações complementares o trabalho deixa em aberto uma utilização mais extensa da metodologia para os conteúdos vistos normalmente após estes, como poliedros. Também destacamos que se pode usar para o estudo da *Relação de Euler* e ainda para familiarizar o aluno da presença constante das figuras, neste ponto já estudadas, da geometria plana, buscando tornar para o aluno natural a transição da geometria plana para a espacial.

Ainda podemos destacar o uso do aplicativo Aumentaty Author através do celular, porém, esbarramos na barreira acerca do formato do objeto 3D suportado por este aplicativo que não é o **.dae**, encontrando uma forma de obter os objetos em um formato adequado a proposta de trazer os sólidos para a vivência do aluno poderá se estender significativamente.

## 10.0 REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, G. V. **A utilização da realidade aumentada no ensino dos poliedros convexos regulares**. UEMS. Dourados, p. 35. 2013. (ISBN).
- AUMENTATY AUTHOR. **Aumentaty author**. Disponível em: <<http://author.aumentaty.com/>> Acesso em: 04 de Abril de 2017.
- BRASIL. **Ministério da Educação do Brasil – MEC (2000)**: Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>> Acesso em: 04 de Abril de 2017.
- BRITO, F. D. P. **O uso de softwares no ensino de geometria espacial**. Universidade Federal de Lavras. Minas Gerais, p. 107. 2013.
- ESTUDO ESQUEMATICADO, **mapa mental: guia completo & esquematizado sobre como criar mapas mentais e utilizar o máximo potencial do seu cérebro**: Teoria dos hemisférios cerebrais e o cérebro global. Disponível em: <<http://estudoesquematizado.com.br/mapas-mentais/>> Acesso em: 28 de Abril de 2017.
- FANELLI, R. P. L. **Alternativas para o ensino da geometria espacial**. Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul. Dourados, p. 37. 2013.
- FRAÇA, J. S. **Uma proposta didática da realidade aumentada no ensino da geometria espacial**. Universidade Federal do Pará. Belém, p. 54. 2015. (ISBN).
- GeoAR - Livro Interativo de Geometria com Realidade Aumentada. Reis, Fernanda Maria Villela. Produção Independente, 2011. Duração de 02h35min. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=7-kCkZVd-KY>>. Acesso em: 16 de Fevereiro de 2017.
- google. (s.d.). **Trimble Sketchup**. Acesso em 10 de Fevereiro de 2017, disponível em Sketchup: <https://www.sketchup.com/pt-BR/>.
- GOMES, N. A. **Possibilidades do uso da realidade aumentada na visualização de elementos matemáticos**. Universidade Federal de Goiás. Jataí, p. 54. 2015. (ISBN).
- KIRNER, C.; SISCOOTTO, R. Fundamentos de Realidade Virtual e Aumentada. **Realidade virtual e aumentada conceitos, projetos e aplicações**, Petrópolis, 3, 28 Maio 2007. 292.

- LEMOS, B. M.; CARVALHO, C. V. **Uso de realidade aumentada para apoio ao entendimento da relação de euler**. Novas Tecnologias na Educação. Porto Alegre: RENOVE. 2010. p. 10.
- LIMA, E. L. **A matemática do ensino médio**. 7<sup>a</sup>. ed. Rio de Janeiro: SBM, v. 2, 2016.
- MENDES, M. D. **Realidade aumentada no ensino da matemática: um caso de estudo**. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. Vila Real, p. 132. 2013. (ISBN).
- MORAES, L. S. **A geometria espacial do ensino médio: um estudo sobre o uso do material concreto na resolução de problemas**. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 55. 2014.
- PEREIRA, D. D. **Uso da Realidade Aumentada como Ferramenta de Apoio ao Ensino da Geometria Espacial no 2º Ano do Ensino Médio: Utilização das Ferramentas FLARAS e Google Sketchup**. Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, p. 51. 2014.
- REIS, F. M.; KIRNER, T. G. **Percepção de estudantes quanto à usabilidade de um livro interativo com realidade aumentada para a aprendizagem de geometria**. Novas Tecnologias na Educação. Porto Alegre: Renote. 2012. p. 11.
- RELVAS, M. P. **Neurociência na prática pedagógica**. 1<sup>a</sup>. ed. Rio de Janeiro: Wak, 2012.
- SANTOS, F. C. D. **Realidade aumentada aplicada ao ensino de geometria espacial: um desafio para a educação matemática**. Universidade Federal do Pará. Belém, p. 74. 2015. (ISBN).
- SEBRAE. **Realidade aumentada é um novo mercado para startups realidade aumentada é a próxima plataforma, dizem alguns especialistas. Como a sua startup pode se aproveitar disso?** Disponível em: <<http://startupsebraeminas.com.br/realidade-aumentada-e-um-novo-mercado-para-startups/>> Acesso em: 16 de Fevereiro 2017.
- SOUZA, R. C., & Kirner, C. (2012). **Flaras +**. Acesso em 04 de maio de 2017, disponível em: <http://ckirner.com/flaras2/>.

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS DA OFICINA

### Questionário inicial

Nome:
Curso/ Período:
Universidade/Instituição:

Para cada item identificado abaixo, faça um círculo ao redor do número à direita que melhor combina com a sua opinião sobre as perguntas realizadas.

	não tive contato	não lembro			acho que foi bem completo
1. Qual o seu contato com a Geometria Plana/Espacial no Ensino Básico?	1	2	3	4	5
2. Qual o seu contato com a Geometria Plana/Espacial no Ensino Superior?	1	2	3	4	5
	não tive contato	péssima ideia			excelente ideia
3. O que você acha sobre o uso de metodologias com materiais concretos para o Ensino de Geometria Espacial?	1	2	3	4	5
4. O que você acha do uso de Canudos para o Ensino de Geometria Espacial?	1	2	3	4	5
5. O que você acha do uso de sólidos de acrílico para o Ensino de Geometria Espacial?	1	2	3	4	5
6. O que você acha do uso de dobraduras para o Ensino de Geometria Espacial?	1	2	3	4	5
7. O que você acha sobre o uso de aplicativos para o Ensino de Geometria Espacial?	1	2	3	4	5
	não tive contato	já ouvi falar			conheço bem
8. Já utilizou o aplicativo Word?	1	2	3	4	5
9. Já utilizou o aplicativo Paint?	1	2	3	4	5
10. Já utilizou o aplicativo MatLab?	1	2	3	4	5
11. Já utilizou o aplicativo GeoGebra?	1	2	3	4	5
12. Você já ouviu falar sobre Realidade Aumentada?	sim				não

## Questionário Final

Nome:
Curso/ Período:
Universidade/Instituição:

Para cada item identificado abaixo, marque o número que melhor combina com a sua opinião sobre as perguntas realizadas.

---

	Péssima			Ótima
1. O que achou da proposta de Ensino utilizando a Realidade Aumentada?	1	2	3	4
2. Comparando com as outras metodologias que você conhece sobre o Ensino de Geometria Espacial, está proposta é?	1	2	3	4
	Muito difícil			Muito fácil
3. O que você achou da interface, explicação e utilização do <i>Google Sketchup</i> ?	1	2	3	4
4. O que você achou da interface, explicação e utilização do <i>Aumentaty Author</i> ?	1	2	3	4
	Não			Sim
5. Você acha que é possível com o tutorial em texto e/ou imagem que o seu professor poderia utilizar essa metodologia em seu trabalho?	1	2	3	4
6. Com o tutorial em texto e/ou imagem, você utilizaria essa metodologia no seu trabalho?	1	2	3	4

Discorra sobre o que achou da oficina no geral, deixando suas opiniões, sugestões, críticas e/ou algo mais que você gostaria de destacar sobre a experiência (pode usar o verso da página):

