



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

SAUL BARBOSA DE OLIVEIRA

**O USO DE MATERIAL DIDÁTICO DE MANIPULAÇÃO EM UM LABORATÓRIO
DE MATEMÁTICA INSERIDO NO MUSEU**

**CAMPINA GRANDE
2017**

SAUL BARBOSA DE OLIVEIRA

**O USO DE MATERIAL DIDÁTICO DE MANIPULAÇÃO EM UM LABORATÓRIO
DE MATEMÁTICA INSERIDO NO MUSEU**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à banca examinadora do curso de licenciatura plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura Plena em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade.

**CAMPINA GRANDE
2017**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do Trabalho de Conclusão de Curso.

O48u Oliveira, Saul Barbosa de.
O uso de material didático de manipulação em um laboratório de matemática inserido no museu [manuscrito] / Saul Barbosa de Oliveira. - 2017
75 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.

"Orientação : Prof. Dr. Silvanio de Andrade, Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Ensino de Matemática. 2. Laboratório de Matemática. 3. Materiais Didáticos de Manipulação. 4. Museu de Ciências.

21. ed. CDD 510.7

SAUL BARBOSA DE OLIVEIRA

O USO DE MATERIAL DIDÁTICO DE MANIPULAÇÃO EM UM
LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA INSERIDO NO MUSEU

Trabalho de Conclusão de curso
apresentado à banca examinadora
do curso de licenciatura plena em
Matemática da Universidade
Estadual da Paraíba, como requisito
parcial à obtenção do título de
Licenciatura Plena em Matemática.

Aprovada em: 30/08/2017.

BANCA EXAMINADORA

Silvanio de Andrade

Prof. Dr. Silvanio de Andrade (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa

Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Elivelton Serafim Silva

Prof. Me. Elivelton Serafim Silva (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

À minha esposa, pela dedicação,
companheirismo, amor e amizade, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente a **Jesus**, agradeço por conceder força e saúde a cada dia, e pelas dificuldades e esperanças que tive nessa jornada, pois as mesmas forjaram um novo eu.

A minha esposa por me acompanhar nessa caminhada, por acreditar em mim, chorar e sorrir em cada momento. Ao meu pai, por me apoiar desde o início dos meus estudos, foi fundamental tê-lo ao meu lado, e minha mãe por sempre me conceder palavras de esperança e motivação.

Ao Professor Silvanio de Andrade, pela paciência e dedicação, mesmo quando não estava bem de saúde se dedicava a me orientar, pelas leituras e por acreditar em mim. Ao Professor Dr. José Lamartine da Costa Barbosa pelos conselhos que recebi acerca da graduação, e ao Professor Filipe Moura pela colaboração de forma indireta.

Agradeço ao Professor Me. Elivelton Serafim Silva, pelos conselhos, indicações e leituras sugeridas desde o início da graduação, ao Professor Me. José Roberto Costa Júnior pelas leituras e especialmente a Professora Dra. Filomena Maria G. S. Cordeiro Moita pela oportunidade de ser seu aluno PIBIC.

Agradeço a Universidade Estadual da Paraíba em parceria com a Prefeitura Municipal de Campina Grande, que realizaram o Programa de Apoio à Formação e ao Ensino do Município de Campina Grande (PROAFE), pois a oportunidade de participar do mesmo foi fundamental para o desenvolvimento desse trabalho e da minha formação docente.

Aos colegas de classe em especial a Flávio Silva Santos Albuquerque, pela parceria em várias disciplinas e trabalhos acadêmicos.

“O Senhor com sabedoria fundou a terra, com inteligência estabeleceu os céus”.

Provérbios 3:19

RESUMO

A pesquisa aqui apresentada tem como objetivo observar como o uso de materiais didáticos de manipulação pode contribuir com o desenvolvimento de conceitos matemáticos num laboratório de matemática inserido em um Museu de Ciência. Fundamentamos o presente trabalho nos escritos de BRITO (2016), TURRIONI (2004), FIORENTINI E MIORIM (1990), LORENZATO (2006) e SILVA (2012), dentre outros que discorrem sobre a importância do uso de materiais didáticos de manipulação no laboratório de ensino de matemática. Também usamos como fundamento as pesquisas de ALMEIDA (1997), PEREIRA (2007) e FALCÃO (2009), que falam sobre o uso de museus de ciência como uma alternativa para propiciar a aprendizagem. O trabalho aqui apresentado foi desenvolvido em forma de pesquisa qualitativa. A pesquisa foi realizada através da participação do autor no Programa de Apoio à Formação e ao Ensino no Município de Campina Grande-PB (PROAFE), no qual o mesmo atuava como monitor de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) inserido em um Museu de Ciência e Tecnologia recebendo alunos do Ensino Fundamental das escolas públicas da cidade em que o museu pertencia. O programa formou-se através de uma parceria entre a Universidade Estadual da Paraíba, Secretaria de Educação e Secretaria de Ciência, Tecnologia e Inovação (ambas do município de Campina Grande- PB). No decorrer da pesquisa identificamos várias concepções sobre o uso de Materiais Didáticos de Manipulação (MDM), perceberam-se algumas limitações tais como a sugestão que o professor não o use em todas as aulas ou conteúdos, muito menos deve usá-lo sem um planejamento prévio. Contudo em relação as suas possibilidades, destacamos a socialização no trabalho em grupo, de um aluno mais atuante e reflexivo em relação ao ensino-aprendizagem da matemática, e que o material didático de manipulação serve como instrumento de mediação entre o concreto e o abstrato. No decorrer da atuação como professor em formação e como monitor do Laboratório de Ensino de Matemática do Museu, chegamos à conclusão de que é possível ministrarmos aulas nesse ambiente, contudo, o mesmo se diferencia de um LEM convencional devido a alguns aspectos dos quais está inserido em uma dinâmica de museu. Outro resultado observado foi a maneira com a qual os alunos interagem nos experimentos aqui apresentados e suas respectivas respostas às atividades apresentadas, das quais notamos nas falas dos alunos aqui registradas durante as aulas que o uso de materiais didáticos de manipulação serviram tanto como um ótimo instrumento para desenvolver ideias matemáticas.

Palavras-Chave: Laboratório de Ensino de Matemática. Museu de Ciências. Materiais Didáticos de Manipulação.

ABSTRACT

The research presented here aims to observe how the use of didactic manipulation materials can contribute to the development of mathematical concepts in a mathematics laboratory inserted in a Science Museum. This paper is based on the writings of BRITO (2016), TURRIONI (2004), FIORENTINI AND MIORIM (1990), LORENZATO (2006) and SILVA (2012), among others, who discuss the importance of using didactic manipulation materials in the laboratory Of mathematics teaching. We also use as basis the researches of ALMEIDA (1997), PEREIRA (2007) and FALCÃO (2009), who talk about the use of science museums as an alternative to propitiate learning. The work presented here was developed in the form of qualitative research. The research was carried out through the participation of the author in the Support Program for Training and Teaching in the Municipality of Campina Grande-PB (PROAFE), in which he acted as monitor of a Mathematics Teaching Laboratory (LEM) inserted in a Museum Of Science and Technology receiving elementary school students from the public schools of the city in which the museum belonged. The program was formed through a partnership between the State University of Paraíba, Secretary of Education and Secretariat of Science, Technology and Innovation (both of the municipality of Campina Grande- PB). In the course of the research we identified several conceptions about the use of Teaching Materials (MDM), we noticed some limitations such as the suggestion that the teacher does not use it in all classes or contents, much less should use it without planning prior. However, in relation to its possibilities, we highlight the socialization in group work, of a more active and reflexive student in relation to the teaching-learning of mathematics, and that didactic material of manipulation serves as an instrument of mediation between concrete and abstract. In the course of acting as a teacher in training and as a monitor of the Mathematics Teaching Laboratory of the Museum, we conclude that it is possible to teach classes in this environment, however, the same differs from a conventional LEM due to some aspects of which it is inserted In a museum dynamic. Another result observed was the way in which the students interacted in the experiments presented here and their respective responses to the presented activities, of which we noticed in the speeches of the students registered during the classes that the use of didactic material of manipulation served as both an excellent instrument To develop mathematical ideas.

Keywords: Mathematics Teaching Laboratory. Museum of Sciences. Teaching Materials Handling

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Torre de Hanói com seis discos | 46 |
| Figura 2 – Aluno jogando a Torre de Hanói..... | 49 |
| Figura 3 – Fala do aluno A7E10..... | 52 |
| Figura 4 – Fala do aluno A11E10..... | 52 |
| Figura 5 – Geoplano Circular..... | 54 |
| Figura 6 – Geoplano Isométrico..... | 54 |
| Figura 7 – Geoplano Quadrado..... | 54 |
| Figura 8 – Geoplano Oval..... | 55 |
| Figura 9 - Aluno construindo figuras fechadas no geoplano..... | 57 |
| Figura 10- Monitor construindo junto ao aluno o conceito e posteriormente o método de como encontrar a área de um retângulo..... | 59 |
| Figura 11– Tangram..... | 62 |
| Figura 12– A3E6 manuseando o Tangram..... | 63 |
| Figura 13– Monitor com imagem de uma figura reproduzida com o Tangram.... | 64 |
| Figura 14– Aluno representou um cisne com o tangram..... | 65 |
| Figura 15– Representação da letra E feito por um dos alunos..... | 66 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|----------|--|
| CNPq | - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. |
| CONAPESC | - Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino de Ciências. |
| EaD | - Educação a Distância. |
| ENIC | - Encontro de Iniciação Científica. |
| ENID | - Encontro de Iniciação a Docência. |
| EPBEM | - Encontro Paraibano de Educação Matemática. |
| LEM | - Laboratório de Ensino de Matemática. |
| MD | - Material Didático. |
| MDM | - Material Didático de Manipulação. |
| PCN | - Parâmetros Curriculares Nacionais. |
| PIBIC | - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica. |
| PPGECEM | - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. |
| PROAFE | - Programa de Apoio à Formação e ao Ensino no Município de Campina Grande. |
| SAEBE | - Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica. |
| UEPB | - Universidade Estadual da Paraíba. |
| UFPB | - Universidade Federal da Paraíba. |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 11 |
| 2 | O USO DE MATERIAL DIDÁTICO DE MANIPULAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO DE IDEIAS MATEMÁTICAS..... | 15 |
| 2.1 | RECOGNIÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO DE MANIPULAÇÃO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA..... | 15 |
| 2.2 | CONTRIBUIÇÕES E LIMITES NO USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS DE MANIPULAÇÃO..... | 19 |
| 2.3 | PARTINDO DO CONCRETO AO ABSTRATO..... | 24 |
| 3 | O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM UM MUSEU VIVO DE CIÊNCIAS COMO POSSIBILIDADE METODOLÓGICA..... | 29 |
| 3.1 | SURGIMENTO DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA E DIFERENTES CONCEPÇÕES SOBRE O MESMO | 29 |
| 3.2 | POSSIBILIDADES DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA INSERIDO EM UM MUSEU COMO AUXILIO NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA | 33 |
| 3.3 | A CONSTRUÇÃO DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM UM MUSEU DE CIÊNCIAS..... | 35 |
| 4 | ALUNOS DE MATEMÁTICA DE ENSINO FUNDAMENTAL NUM LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM UM MUSEU: ATIVIDADES REALIZADAS, DESCRIÇÃO E ANÁLISE..... | 40 |
| 4.1 | ATIVIDADE 1: A TORRE DE HANÓI..... | 44 |
| 4.2 | ATIVIDADE 2: O GEOPLANO..... | 51 |
| 4.3 | ATIVIDADE 3: O TANGRAM..... | 59 |
| 5 | CONCLUSÃO..... | 66 |
| | REFERÊNCIAS..... | 70 |
| | ANEXOS..... | 74 |
| | ANEXO A..... | 74 |
| | ANEXO B..... | 75 |

1 INTRODUÇÃO

Nossa trajetória acadêmica teve seu início no ano de 2014, quando nos matriculamos no curso de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Estadual da Paraíba, no qual tivemos acesso a várias disciplinas voltadas à educação matemática, dentre as quais a disciplina de Laboratório de Matemática I, em particular, despertou o nosso interesse pela área. No segundo semestre do curso, quando atuamos como monitor do Laboratório de Matemática, tivemos um contato mais intenso com as leituras sobre os Materiais Didáticos de Manipulação, e isso nos fez perceber um novo olhar sobre o ensino de matemática que em parte mostrou um contraste com a forma de ensino que tivemos na educação básica.

Ainda no decorrer do processo de formação docente tivemos contato com a Professora Dra. Filomena Maria G. S. Cordeiro Moita, que nos concedeu a oportunidade de participar como aluno em um PIBIC. Foram passados 12 meses pesquisando sobre assuntos voltados a tecnologias e educação matemática e isso nos fez despertar um olhar mais crítico para a educação matemática.

Outro aspecto fundamental para o nosso aprofundamento teórico sobre educação matemática e MDM foi a participação em eventos da área como: o III Seminário Semestral do Projeto Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade, realizado em Julho de 2014; o VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática e III Fórum Paraibano de Licenciaturas em Matemática, realizado em Novembro de 2014; o V Encontro de Iniciação à Docência da UEPB / III Encontro de Formação de Professores da Educação Básica, realizado em Agosto de 2015, também na II Semana Acadêmica em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da UEPB, realizado em Novembro de 2015; o I Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino de Ciências, realizado em Junho de 2016; como também o XXIII Encontro de Iniciação Científica da UEPB/CNPq, realizado em Outubro de 2016; sendo todos acontecidos na cidade de Campina Grande (PB).

A publicação de trabalhos e atuação na monitoria em alguns desses eventos citados anteriormente motivaram-nos a procurar analisar com um olhar mais crítico as atividades que desenvolvíamos ao decorrer da graduação.

Já no quarto semestre do curso fomos convidados a participar do projeto de extensão denominado: Programa de Apoio à Formação e ao Ensino do Município de Campina Grande (PROAFE) sendo o mesmo uma parceria entre a Universidade Estadual da Paraíba e a Prefeitura Municipal de Campina Grande, em que tivemos como orientador o Prof. Dr. Silvanio de Andrade. Nesse projeto atuamos na monitoria de um Laboratório de Matemática de um Museu Vivo de Ciências, ministrando aulas laboratoriais de matemática para alunos do ensino fundamental de escolas do município de Campina Grande - PB, e para que essas aulas fossem realizadas, nos reuníamos periodicamente com antecedência e discutíamos as atividades realizadas e os MDM que iriam ser utilizados no LEM do Museu.

O espaço de discussão gerado durante os encontros foi bastante motivador, no intuito de procurar trocar experiências vividas em aulas ministradas no museu e estudar a forma correta de trabalhar com os Materiais Didáticos de Manipulação identificando sua contribuição e possibilidades, assim como a limitação dos mesmos no processo de mediação do professor entre o aluno e os saberes envolvidos, conseqüentemente obtivemos um grande prazer despertado pela pesquisa e docência mediante esses encontros no museu e reuniões de orientação.

Em nosso processo de formação acadêmica, uma das partes fundamentais é desenvolver um trabalho de conclusão de curso, que basicamente deveríamos escolher um tema e delimitar um problema de pesquisa a ser trabalhado, além de fazer um levantamento bibliográfico preparar os resultados e por fim redigir o projeto. Todavia, de acordo com Civardi; Ribeiro; Gonçalves Júnior (2010, p.15):

A construção do objeto de pesquisa, sua problematização, bem como a definição de uma metodologia eficiente, capaz de levar a resultados confiáveis e validáveis, tudo isso faz com que o pesquisador iniciante perca algumas noites de sono; muitas vezes, por que: não compreende bem o sentido de pesquisa científica, ainda não tem leitura suficiente acerca do tema que pretende exigir, não possui clareza de como elaborar e articular a metodologia ao tema, ao problema e à análise dos dados.

Buscando o tema da pesquisa e delimitar a problematização, dedicamos um grande tempo buscando ler vários artigos, monografias e dissertações que serviram como base desse trabalho. Neste período de construção da pesquisa acadêmica torna-se fundamental que o professor-pesquisador em formação busque uma fundamentação teórica em torno de diferentes metodologias de ensino que possam contribuir com a pesquisa e a prática educacional. Sendo assim, realizamos um

levantamento bibliográfico em torno do trabalho com o uso do material didático nas aulas de matemática, diferentes concepções de exploração do Laboratório de Ensino de Matemática e publicações sobre Museus de Ciência, pois optamos, ao decorrer da experiência obtida como monitor do laboratório de matemática, por investigar sobre essa linha de pesquisa.

No ambiente em que nos encontrávamos procuramos a indagação que norteou a pesquisa aqui apresentada: **Como o uso de materiais didáticos de manipulação pode contribuir com o desenvolvimento de conceitos matemáticos em um laboratório de matemática inserido no Museu de Ciência?**

Durante as aulas que tivemos com as diversas turmas, buscamos trabalhar em grupo sempre que necessário, de forma individual (quando preciso) ou com toda a turma, estimulando-os a se colocarem oralmente ou por escrito, sempre que lhes fosse pedido. Ao perceberem alguma observação significativa para os mesmos ou se sentirem em dificuldades com o uso de MDM, sempre ao final de cada encontro pedimos para que também fizessem anotações sobre suas compreensões no decorrer da aula, já o modo como os mesmos realizavam o que era proposto, bem como a forma como eles percebiam, davam sentido aos conceitos científicos trabalhados.

Esse trabalho tem como fundamentação teórica outras pesquisas já publicadas, nas quais foi possível identificar que os museus de ciências são comuns no auxílio no processo de ensino-aprendizagem de áreas como Biologia, Química e Física, porém pouco se fala sobre LEM inseridos em Museus de Ciências. Partindo por esse pressuposto, a realidade de laboratório de Ensino de Matemática irá ser reestruturada, pois iremos trabalhar em uma dinâmica de museu, onde as aulas são de forma experimentais utilizando MDM durante as visitas que as escolas fazem ao Museu.

A presente pesquisa apresenta análises de três das oito atividades que trabalhamos no Museu, sendo elas: a Torre de Hanói, Geoplano e o Tangram, que serão descritos no Capítulo IV da pesquisa. É fundamental esclarecer que no trabalho aqui apresentado constatamos como o Museu se comporta em um período maior de tempo, verificamos a forma com que os alunos reagiram a cada atividade e como foi o progresso da mesma, além das suas falas. Depois de fazer um levantamento bibliográfico em torno do tema desta pesquisa, cuja estrutura tem a seguinte forma: Introdução; O uso de materiais didáticos de manipulação no

desenvolvimento de ideias matemáticas; O laboratório de ensino de matemática como possibilidade metodológica; Alunos de matemática do ensino fundamental no laboratório de ensino matemática no museu; Atividades realizadas no LEM em um Museu: Descrições e análise dos resultados; e Considerações finais.

No Capítulo II, apresenta-se uma discussão sobre a reconhecimento do material didático de manipulação no ensino da matemática, em seguida discorre-se sobre o prazer na aprendizagem e na socialização do trabalho em grupo realizado através dos momentos de interação gerados pelos encontros no museu, por conseguinte os discursos e saberes em torno do uso de MDM e percepções que contribuem para o ensino-aprendizado da matemática partindo do concreto para o abstrato.

Ao longo do Capítulo III, apresenta-se o surgimento do laboratório de ensino de matemática e concepções sobre o mesmo, em seguida discorre-se sobre a construção de um laboratório de ensino de matemática em um museu de ciências, a que sua realidade se diferencia dos demais, logo após, o capítulo trata do uso de materiais didáticos de manipulação no laboratório de matemática no museu.

No decorrer do Capítulo IV, é discorrida a experiência vivenciada no laboratório de ensino de matemática em um museu onde foi realizada a pesquisa e assim trataremos das atividades realizadas, da descrição e análise das mesmas.

Portanto, conduziremos nossas considerações finais acerca do uso de MDM dentro de um LEM em um museu de ciências dentro da sequência de experimento que selecionamos, discorrendo assim sobre as possibilidades de suas respectivas aplicações dentro do processo de desenvolvimento de ideias matemáticas, de acordo com as concepções do pesquisador. No mais, essa pesquisa procurou contribuir com as discussões (poucas até então) em torno de uma nova proposta para contribuir com o processo de ensino-aprendizagem da Matemática realizada em um museu de ciência e tecnologia através dos experimentos realizados, experimentos estes que a partir deles os alunos deixam de exercer um papel passivo, e passam a exercer ativamente um papel sobre os conceitos matemáticos que estão sendo trabalhados nas exposições.

Finalmente segundo Brito (2016), podemos fazer uma conexão entre escola, museu, universidade e conhecimento matemático, com o apoio do uso do material didático de manipulação e laboratório de ensino de matemática.

2 O USO DE MATERIAL DIDÁTICO DE MANIPULAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO DE IDEIAS MATEMÁTICAS

O presente capítulo está dividido em três partes. Na primeira apresentar-se-á uma discussão sobre o reconhecimento do material didático de manipulação no ensino-aprendizagem de matemática, suas contribuições e limites no seu uso. Na segunda parte iremos apresentar os discursos e saberes em torno do uso dos MDM. Na terceira apresentaremos ainda as contribuições e resultados de pesquisa que discorrem sobre o partir do concreto para o abstrato.

2.1 RECOGNIÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO DE MANIPULAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Entender como o ser humano aprende é algo que tem incomodado estudiosos da mente, do comportamento e principalmente educadores de várias gerações. As teorias por eles desenvolvidas contribuíram na criação de planos, que têm como objetivo auxiliar o processo de ensino-aprendizagem. Partindo do pressuposto de que sabendo a maneira que se dá o aprendizado, facilita-se a elaboração dos planos de ensino.

Segundo Libâneo (1994), o processo de ensino se constitui pela mediação realizada pelo professor entre o objeto do conhecimento a ser estudado e o aluno. Entretanto, nesse percurso o docente utiliza meios para realizar o encontro entre o saber e o sujeito da aprendizagem, esses são recursos didáticos.

De acordo com Lorenzato (2006, p.16), o material didático cuja escolha depende dos objetivos do professor, pode ser qualquer objeto que possa servir no processo de aprendizagem, identificando assim o termo material didático de manipulação como qualquer material concreto como sólidos geométricos ou ábaco. E conforme Grossnicke, Junge e Metzner, (1951 apud Reys 1971, p. 551) os materiais didáticos de manipulação são “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e mover. Eles podem ser objetos reais que são usados para representar uma ideia”, sendo assim podemos concluir que durante uma atividade ou situação de aprendizagem é necessário por parte dos alunos um envolvimento físico com o material.

Por conseguinte, Bezerra (1956, p. 55-58) classifica o material didático de manipulação da seguinte forma:

- Material didático analítico ou de observação: modelos de sólidos geométricos; ângulos ou polígonos.
- Material didático instrumental, ou de trabalho: corresponderia aos objetos comuns à sala de aula como giz, quadro, apagador por parte do docente; por parte dos alunos: esquadros, compasso ou transferidor.
- Material didático informativo: o livro didático; os livros de apoio como os paradidáticos; jornais e revistas relacionados ao ensino de matemática.
- Material didático ilustrativo ou descritivo: equivalente a filmes; modelos; desenhos; murais; entre outros.
- Material experimental ou demonstrativo: diferentes tipos de sólidos; aparelhos simples de madeira; jogos aritméticos; tabuleiros de unidades e frações de Pestalozzi; o ábaco; grãos; aparelhos para demonstração do teorema de Pitágoras ou Tales.
- Material simbólico: mapas; gráficos; estatísticas; cartazes com fotos ou ilustrações de problemas; curiosidades ou desafios.

Temos em conta que material didático de manipulação são todos aqueles objetos que possam exercer uma ação física de forma didática, com a finalidade de promover uma atividade de ensino.

As primeiras concepções sobre MDM não são recentes, pois, ao decorrer da história, vários educadores, principalmente matemáticos, defenderam uma metodologia de ensino baseada na experimentação por parte do aluno, ou seja, a manipulação ou a visualização como elemento fundamental no processo de ensino-aprendizagem, entre esses se destacam: Comenius (1592-1671), Rousseau (1712-1778), Pestalozzi (1746-1827), Montessori (1870-1952), Decroly (1871-1932). Já se tratando de educação matemática no Brasil, ao despontar o século XX com as propostas de alterações curriculares de Euclides Roxo, sendo o mesmo influenciado pelo trabalho do alemão Félix Klein, inspiraram alguns professores de matemática como Manoel Jairo Bezerra e Júlio César e Souza (Malba Tahan), a criar sugestões de trabalhar matemática tendo como espaço o Laboratório de Ensino de Matemática.

Com o avanço das pesquisas no campo da educação matemática como área de conhecimento, em trabalhos publicados por Fiorentini e Miorim (1990), Pais (2000), Narato (2004), Rêgo e Rêgo (2008), Silva (2012) e Brito (2016), nota-se uma preocupação pertinente sobre o uso de MDM na sala de aula de matemática, atenção esta em torno do uso acrítico, pouco reflexivo, desvinculado de uma proposta de ensino bem fundamentada, que possibilite uma compreensão mais significativa em relação aos conceitos matemáticos trabalhados ao decorrer da atividade.

Todavia, pode-se ter o risco de um fortalecimento de um ensino tradicional, camuflado por uma proposta didática aparentemente inovadora. Nos últimos anos, muitas escolas apresentam em suas propostas pedagógicas um discurso construtivista, usando como pressuposto que é possível desenvolver ideias matemáticas partindo do concreto para o abstrato, utilizando-se de MDM. Com efeito, torna-se evidente a necessidade de se ter uma concepção mais ampla dos limites e das vantagens do uso de MDM a ser utilizado em sala de aula, fazendo o uso da reconhecimento do mesmo, para saber em que instante eles se justificam e de que forma podem contribuir para que não se apresentem apenas como um objeto meramente atrativo a ser exibido.

Em trabalho publicado por Bezerra (1962), alguns estudos da época apontavam que havia certa unanimidade em respeito à utilização de materiais didáticos, quando adotados na escola primária, enquanto que na escola secundária havia divergência de dois grupos nos pensamentos em relação ao seu uso. Um grupo que defendia sua utilização de forma criteriosa, outro contrário ao seu, por causa do caráter abstrato da Matemática, de que seu uso dificultaria tal processo.

O mesmo autor defende que, ao fazer-se uso do material didático em sala de aula para melhorar o processo de ensino-aprendizagem, o docente deveria tomar alguns cuidados, identificados por Silva (2012) no quadro 1.

| Restrições apresentadas pelos estudiosos em relações ao uso do MD na escola secundária | Cuidados na utilização do material didático no processo de ensino-aprendizagem |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • O caráter abstrato da Matemática não permite o uso dos “acessórios de ensino”; • O perigo de viciar a criança; • Pouco tempo; • A alegação de que vem obtendo ótimos resultados sem o uso dos recursos audiovisuais; • É uma brincadeira; • Dificuldade de tempo para o professor construir ou imaginar esse material; • Falta de recursos para obtenção; • O perigo das representações falsas; • Exagero no emprego. | <ul style="list-style-type: none"> • Saber qual o objetivo de seu uso; • Cuidado para não generalizar seu uso; • Usá-lo quando necessário; • Conduzir o aluno do concreto para o abstrato; • Entender que o material didático pode ser necessário, mas não é suficiente para garantir a aprendizagem; • Considerar a maturidade do aluno no seu uso; • Perceber os diferentes níveis de compreensão cognitiva em que os alunos se encontram em relação à Matemática; • Não tornar a aula uma brincadeira; • Evitar o ridículo; • Quando usado nas demonstrações, destacar o material didático como um auxiliar no processo; • Evitar que o material didático contribua para construir conceito falso; • Testar o material didático antes de usá-lo em sala de aula e evitar construir conceitos falsos; • Dar preferência ao material didático produzido pelos próprios alunos. |

Quadro 01- Quadro resumo sobre restrições e cuidados no uso de MD, segundo Bezerra (1962, p. 19-28).

Vigotski (2007) enfatiza em seus escritos que o homem passa a se relacionar com as coisas do seu respectivo ambiente, por meio de ferramentas ou instrumentos

intermediários. Por exemplo, se nosso objetivo é cozinhar feijão, faz-se necessário uma vasilha, ou para plantar o feijão é necessário usar uma enxada para arar a terra e limpar o mato. Então esses instrumentos peculiares da tecnologia, produzem uma mediação entre a ação humana concreta sobre o mundo e o mundo ao seu redor.

2.2 CONTRIBUIÇÕES E LIMITES NO USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS DE MANIPULAÇÃO

Não é preciso obter um alto grau em conhecimentos sobre educação para notar que há um aumento em desistência por parte dos alunos, podendo ser este um dos problemas que se pode justificar com a seguinte declaração:

[...] é a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivadas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas (BRASIL, 1996, P.21).

Partindo desse pressuposto, originam-se indagações preocupantes: O que fazer para melhorar tal situação? Para inverter essa circunstância, que caminhos deveremos tomar? Um dos recursos sugeridos por inúmeros pesquisadores como metodologia alternativa para melhorar esse quadro é o uso de Materiais Didáticos de Manipulação (MDM).

Ao longo das últimas décadas, o uso de MDM vem sendo defendida por educadores e pesquisadores em Educação Matemática, a exemplo de Bezerra (1956), Nacarato (2005), Passos (2006), Rego (2006), Lorenzato (2006), Silva (2012) e Brito (2016), dentre outros. Todos os autores citados anteriormente identificam a importância do referido método de uma forma que induza o docente a refletir sobre sua prática pedagógica na sala de aula, fazendo uso assim de meios alternativos que possibilitem o processo de ensino-aprendizagem da matemática, apresentando assim as possibilidades e limitações na sua prática em sala de aula.

Segundo Brito (2016), falar sobre MDM é bastante complexo, tendo em vista as divergências que existem em torno do caminho metodológico oferecido tanto na formação inicial quanto na formação continuada de docentes. Em ambos os tipos de formação, as propostas desenvolvidas com o uso do MDM na sala de aula de matemática têm como objetivo tentar amenizar as dificuldades apresentadas às dificuldades apresentadas pelos discentes em tal disciplina.

As deficiências no processo de aprendizagem são evidentes, principalmente quando observamos os resultados das provas do Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB) são expostos pelos PCN de Matemática (1998, p.23), como demonstrado a seguir:

Dados de 1993 indicavam que na primeira série de Ensino Fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, e tornava a cair para 3,1% na quinta série e subia para 5,9% na sétima série.

Dados de 2013 do SAEB mostram uma melhora em relação à disciplina de matemática, ainda que a mesma seja pequena em relação aos processos de ensino aprendizagem. Mostrando ainda uma matemática muitas vezes descontextualizada e sem significado para o aluno. E uma metodologia que pode auxiliar nessa melhora é o uso do Material Didático de Manipulação.

Fundamentado no trabalho de outros educadores, Bezerra (1962, p. 11-13) classifica o uso de materiais didáticos (nos limitaremos aos materiais didáticos de manipulação) com quatro funções principais: motivadora, auxiliadora na apresentação de matéria, fixadora e verificadora. Pode contribuir para fixar os conceitos, como elemento auxiliar no trabalho do docente, como atividade que tem a capacidade de verificar ou validar determinado conceito. Por exemplo, solicitar aos alunos que desenhem um triângulo retângulo com catetos com medidas iguais a 16 cm e 12 cm, logo após solicitar para que os mesmos obtenham a medida de um de seus lados, primeiramente usando a fórmula e posteriormente usando uma régua. Por conseguinte, apresentam-se retângulos com medidas superiores, para que o discente note que não é conveniente ou se quer possível fazer tal desenho em uma folha, o que seria mais prático, mas que não seria mais adequado tendo apenas papel e régua. O uso da fórmula do Teorema de Pitágoras seria o mais conveniente para solucionar tal problema, mediante os recursos possíveis.

Observando por esse prisma, poderíamos identificar outros aspectos positivos no uso de MDM nas aulas de Matemática, tanto o prazer no processo de aprendizagem como a socialização no trabalho em grupo.

Diante de situações em que o aluno é levado a resolver um determinado problema, tendo em base o uso de MDM, há nesse momento uma possibilidade que o mesmo adquira uma visão mais ampla sobre o conceito matemático e entender como determinado conteúdo pode contribuir para sua inserção na sociedade.

Abrindo um parêntese: nesse tipo de situação, o educador matemático, ao aplicar seus conteúdos, os problemas que induzirão o aluno ao desenvolver o conceito matemático devem seguir esse conselho fundamental:

No estudo dos números deve o trabalho ser prático. Que se ensine cada jovem e criança não simplesmente a resolver problemas imaginários, mas fazer com precisão as contas de seus próprios ganhos e gastos. Que aprendam o devido uso do dinheiro, usando-o. Quer seja suprido por seus pais, quer seja ganho por eles mesmos, aprendam os rapazes e as moças a escolher e comprar sua própria roupa, seus livros e outras coisas necessárias; e fazendo um registro de suas despesas aprenderão, como não o fariam de qualquer outra maneira, o valor e o uso do dinheiro. Esse ensino auxiliará a distinguir a verdadeira economia da mesquinhez de um lado, e do outro, da prodigalidade. Devidamente orientado, incentivará hábitos de liberalidade. Auxiliará o jovem a aprender a dar, não por um mero impulso do momento, ao serem suscitados os seus sentimentos, mas a dar regular e sistematicamente. Desta maneira todo estudo pode tornar-se um auxílio na solução do máximo dos problemas: a educação de homens e mulheres para melhor desempenho das responsabilidades da vida. (WHITE, 2008. p. 238, 239).

Assim o docente deixará de ser apenas um transmissor de conhecimentos matemáticos e passará a ser um educador matemático, inserindo assim o discente na sociedade com um olhar crítico e capaz de aplicar a matemática como um cidadão íntegro.

Esses aspectos possibilitam que o aluno disponibilize uma vivência em torno de como um determinado conteúdo matemático se apresenta em sala de aula e possíveis aplicações nas mais diversas situações no cotidiano do discente, assim têm-se uma possibilidade de fazê-lo identificar aplicações nas mais diversas situações, permitem também construir uma relação entre as utilidades de um conceito apresentado ou de como podemos evidenciá-lo através de uma representação física.

Silva (2012) enfatiza que experiências bem sucedidas realizadas pelos docentes são determinantes para construir uma relação de afinidade com a matemática e que trabalhar com uma metodologia de ensino que explore abordagens das mais diversificadas e uma atenção ao comportamento da turma em relação às aulas ministradas permite estabelecer uma relação de proximidade. Ele ainda sugere, entre suas preocupações, que o professor deve trabalhar antes, durante e depois das aulas, atividades estas que explorem o uso de materiais didáticos de manipulação.

Ao apresentar atividades metodológicas fundamentadas e diversificadas, estamos como educadores matemáticos possibilitando que o aluno tenha uma vivência com diferentes abordagens de um mesmo conteúdo ou tópico ministrado. Se, por exemplo, um aluno não compreendeu uma explicação sobre um determinado conteúdo e pede para o professor sanar determinada dúvida, geralmente não adianta repetir a explicação da mesma forma esperando que o aluno vá entender (o que frequentemente acontece nas nossas escolas). É imprescindível que o professor mude a abordagem utilizada para que, dependendo do nível de dificuldade em que o aluno se encontra, possamos assim contribuir naquele momento.

Notamos no decorrer das atividades que apresentam o uso de materiais didáticos de manipulação, que as mesmas permitem ao aluno uma possibilidade de interagir de diferentes maneiras, internamente, no momento em que necessita construir ou reconstruir conceitos matemáticos em torno do conteúdo explorado. Na atividade mediada com a turma toda ou por grupos pequenos, no momento em que o professor intervém; ou mesmo quando um colega faz determinada observação durante a atividade. Assim como outros recursos didáticos, o uso de MDM permite que o professor trabalhe com pequenos grupos, avaliando o desempenho dos seus alunos ao longo do processo, identificando como se relacionam ao longo da aula, entre si e com aquilo que lhe foi solicitado.

Ainda no uso de MDM, nota-se uma preocupação em autores como Matos e Serrazina (1996) onde discorrem que o Material didático de manipulação se justifica quando ocorrer uma ação verdadeira sobre a formação de ideias matemáticas por parte dos alunos, que infelizmente muitos professores estão aquém dessa realidade e simplesmente fazem com que seus discentes realizem apenas uma reprodução da fala ou prática do professor.

Para Carvalho (1994), ao analisar a importância do MDM, observa-se a necessidade de um cuidado especial com a utilização desses recursos, e sobreleva-se a importância do professor como mediador da atividade. Este será responsável pelo planejamento das ações a serem desenvolvidas para estudar algum conteúdo matemático, após a definição precisa ainda dos objetivos educativos que pretende alcançar com a exploração dos materiais didáticos. É indispensável ressaltar aqui que uma atividade envolvendo materiais didáticos de manipulação realizada de maneira inadequada pode ressaltar em uma experiência educativa frustrante, tanto

para professores com para alunos. Isto acontece quando o MDM não propicia a aquisição de um conhecimento peculiar esperado, tal acontecimento revela várias vezes o que Silva (2012) chama de despreparo pedagógico, seja ele de planejamento ou de execução por parte do professor.

Com relação à aprendizagem de conceitos matemáticos, é fundamental ressaltar que diversos alunos aprendem a utilizar o MDM de maneira mecânica às instruções do docente, revelando ainda mais que no desenvolvimento das atividades há uma falta de compreensão entre as ações ligadas ao uso dos materiais e significados abstratos representados através destes instrumentos de mediação simbólica.

Ponte e Serrazina (2000, p.116) colocam que:

Os conceitos e relações matemáticas são entes abstratos, mas podem encontrar ilustrações, representações e modelos em diversos tipos de suportes físicos. Convenientemente orientada, a manipulação de material pelos alunos pode facilitar a construção de certos conceitos. Pode também servir para representar conceitos que eles já conhecem por outras experiências e atividades, permitindo assim a sua melhor estruturação.

Desta maneira, faz-se necessário entender que os conceitos matemáticos não são formados diretamente do material didático, como uma relação estímulo-resposta, em outras palavras, alguns sugerem que basta apenas que o aluno manipule e o mesmo assimilará todo conteúdo que o professor pressupôs ele iria adquirir. Esse tipo de conhecimento não surge ao simples ato de manipular (agir) sobre o objeto, pois é necessário que existam intervenções mediadas nesse processo, na qual a ação do professor é fundamental nesse aspecto, o que Silva (2012) caracteriza como uma relação estímulo-mediador-resposta. Sendo assim, Lorenzato (2006), Pais (2000), Fiorentini e Miorim (1990), entre outros pesquisadores, complementam esse fato e ainda identificam que é a mediação entre estudantes e professores, através de uma atividade exploratória e significativa, que determina a relevância do material didático de manipulação. Estes elementos físicos não carregam os conceitos matemáticos e sim o ato reflexivo sobre suas ações e sobre os objetos que podem levar o sujeito a construir os significados em relação à construção de conceitos abstratos.

Quando discutimos sobre a relevância dos materiais didáticos de manipulação como instrumentos de mediação no processo de ensino-aprendizagem, observamos

em pesquisas recentes, saberes consolidados em torno de sua utilização em sala de aula.

Fiscarelli (2008, p. 175) identifica que “falar sobre materiais didáticos, hoje, torna-se algo simples e talvez de pouca importância, já que suas potencialidades para o ensino parecem estar cristalizadas em nossas concepções”.

É cada vez mais frequente a elaboração de políticas e pesquisas educacionais, nas quais se defende que “o uso dos mais diversos materiais didáticos, principalmente os provenientes das novas tecnologias, como instrumentos capazes de proporcionar uma aprendizagem mais eficaz às novas exigências do nosso mundo”. (FISCARELLI, 2008, P.17)

Um fator primordial na discussão em torno da metodologia de trabalho com os MDM diz respeito à forma com que os professores lidam com as políticas de incentivos ao uso de tais recursos, proporcionando uma metodologia de trabalho que vise qualificar e incentivar o professor a lidar ou não com o uso do material didático de manipulação para introduzir, resolver problemas, explorar conceitos relacionados ao ensino e aprendizagem em Matemática.

2.3 PARTINDO DO CONCRETO AO ABSTRATO

Por anos a matemática tem sido interpretada pela grande maioria das pessoas como uma ciência complexa e repleta de abstrações, de difícil compreensão e que apenas uma pequena minoria (de mentes privilegiadas) pode estudar e compreender suas ideias. Concepção como esta está presente no imaginário dos alunos, que em diversas situações em que o docente está apresentando um determinado conceito no qual seja necessário um pouco mais de abstração, revelam-se comentários dessa ordem.

Comumente quando os professores empregam o conceito de concreto, carregam-no de um sentido positivo: “realidade”, “aquilo que é próximo”, “as coisas que podemos tocar e perceber” e o “compreensível”. Porém ao conceito de abstrato transparecem conotações negativas: “longe da realidade”, “imaginário puro”, “geral e teórico”, “distante” e de “compreensão difícil”. Tais sentidos são facilmente percebidos em discursos de professores apresentados por Meksenas (1992, p.93):

Quando professores discutem a adequação dos livros didáticos, afirmam que desejavam livros que tratem de “questões concretas” ou

que tal livro não é utilizado em aula por apresentar “os conteúdos de forma muito abstrata”. Também é comum classificar e hierarquizar disciplinas: a matemática e até a sociologia são muitas vezes vistas como teóricas e abstratas sendo que a história e a física são concretas, por lidar com “fatos reais”.

Essa concepção sobre concreto e abstrato e principalmente nos referindo ao que é dito sobre matemática é uma concepção que vem dos tempos longínquos, como é notório nos textos de Platão que vemos a seguir:

Coloquemos, pois, como lei para aqueles que entre nós estão destinados a ocupar os primeiros postos, que se apliquem na ciência dos cálculos, que a estudem, não superficialmente, mas até que, por meio da pura inteligência, tenham chegado a conhecer a essência dos números; não para fazer que esta ciência sirva como fazemos mercadores e negociantes, para as vendas e compras, mas para aplicá-la às necessidades da guerra e facilitar à alma o caminho que deve levá-la desde a espera das coisas perecíveis à contemplação da verdade do ser. (Cury (1994, apud PLATÃO, 1984, p.44)).

Mostra-se aqui o germe da seleção pela Matemática, pois ela servirá para os eleitos. Fosse seu desejo alcançar a verdade, deveriam estudá-la em profundidade. Assim como eram desprezíveis os mercadores e negociantes frente aos guerreiros, era desprezível o seu uso para cálculos no cotidiano. Dessa maneira, Platão estabelece a distinção entre a Matemática Pura e a Aplicada, valorizando a matemática pura. Como podemos notar no diálogo entre Sócrates e Glauco:

Sócrates – Advirto agora quão bela em si é esta ciência do cálculo e quão útil para o desígnio a que nos propomos, quando se estuda por si mesma e não para fazer dela um negócio.

Glauco – Que é que te causa tanta admiração nela?

Sócrates – A virtude que possui de elevar a alma, como acabamos de dizer, obrigando-a a raciocinar sobre os números tais como são em si mesmos, sem tolerar jamais que seus cálculos visem sobre números visíveis a palpáveis. (Cury (1994, apud PLATÃO, 1984, p. 44)).

Na segunda frase de Sócrates, não é difícil perceber que a matemática é uma ciência difícil, e o mesmo frisa a idéia de que ela é um estudo para os mais aptos, sendo estes os que têm condições suficientes para aprofundar-se nela.

Segundo Brito (2016) e Rêgo et al (2012), ambos compartilham em seus trabalhos a concepção que a realidade é maximizada. O conhecimento é considerado abstrato, no sentido de não estar conectado à intuição e ao mundo físico; não é provido de representações concretas, acabado e neutro; apesar da

consideração de que aprender matemática “deve ser mais do que memorizar resultados e a conquista de conhecimento deve estar entrelaçada ao domínio de um pensar e fazer matemática”.

Olhando de um âmbito geral, na concepção do ser humano entre as classificações que possuem dicotomia, raras são as que aparentam tão naturais quanto diferenciar algo concreto de outro abstrato. Sem via de dúvidas, parece muito simples o real, o tangível o concreto em compensação ao abstrato, algo presente na imaginação. Olhando por esse prisma, os objetos matemáticos, desde os mais inteligíveis até os mais complexos conceitos, admitidas ou não raízes empíricas, são cabalmente classificados como abstrações.

Verificam-se duas formas de conceber o conhecimento matemático nos escritos de Machado (2011). Uma é caracterizada por uma ascensão que vai do concreto ao abstrato e outra, simetricamente oposta, que insinua a construção do conhecimento indo do abstrato ao concreto.

Frequentemente reduz a função do pensamento teórico à de uma via de mão única, através da qual são criadas abstrações generalizadoras, que se tornam cada vez mais abrangentes e, naturalmente, mais distantes do real. (MACHADO, 2011, p.7).

Para Machado a segunda concepção é a que mais está presente no dia-a-dia de sala de aula. Ele justifica tal afirmação pela predominância dos esquemas que conduzem em situações de aprendizagem, da teoria às aplicações ou aos exercícios que frequentemente são utilizados em sala de aula das mais variadas disciplinas.

Segundo Moysés (1997), Vygotsky fala da formação de conceitos espontâneo e científico. Ele considera o conceito espontâneo como sendo aquele que as pessoas aprendem no seu cotidiano, por meio da observação e manipulação vivenciada pelas pessoas. Todavia o conhecimento científico é aquele sistematizado e transmitido intencionalmente, segundo uma metodologia específica, que são conceitos que aprendemos na escola.

Por trás de qualquer conhecimento científico existe sempre um sistema hierarquizado do qual ele faz parte. A principal tarefa do professor ao transmitir ou ajudar o aluno a construir esse tipo de conceito é a de levá-lo a estabelecer enlace indireto com objeto por meio das abstrações em torno das suas propriedades e da compreensão das relações que eles mantêm com o conhecimento amplo. Ao contrário do espontâneo do conhecimento científico só e elabora intencionalmente, isto é, pressupõe uma relação consciente e consentida entre o sujeito e o objeto de conhecimento é uma operação mental que exige que se centre ativamente a atenção sobre o assunto, dele abstraindo os aspectos que são fundamentais

e inibindo os secundários, e que se chegue a generalizações mais amplas mediante uma síntese. (VYGOTSKY (1987, apud MOYSÉS, 1997, p.70)

Assim, no mesmo momento em que faz esse processo de análise e síntese, de abstração e inibição de certos traços e características, a pessoa também deve caminhar do particular para o geral e desse para o particular.

Por esse prisma, nota-se que no uso de materiais didáticos de manipulação há uma possibilidade de contribuição de conceitos matemáticos à medida que os objetos (MDM) utilizados são na maioria das vezes do cotidiano dos próprios alunos, gincanas, jogos, caixas, quebra-cabeças, e vários outros. Desse modo, o professor tem uma possibilidade de centrar ativamente a atenção sobre os materiais que o mesmo utiliza durante suas aulas com o conteúdo que está sendo trabalhado e, desses materiais, podendo extrair aspectos que são fundamentais para que se chegue a generalizações mais amplas.

Elaborar propostas que possibilitem contribuir para harmonizar a relação entre os discentes e as ideias matemáticas que precisam ser estudadas durante as aulas são fundamentais. O uso de materiais didáticos de manipulação é uma forma de contribuir para que o processo de interação entre docentes e conceitos matemáticos ocorra de “forma amigável”, de tal maneira que a aprendizagem seja consciente e amistosa o máximo possível. Sobre essa prática pedagógica, os PCN relatam que:

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos (BRASIL, 1996, P.42).

Sendo assim, acredita-se que o uso de MDM, associado aos conceitos matemáticos, é de essencial importância para o processo educacional do discente. Segundo Nacarato (2005), o uso de materiais didáticos de manipulação é de fundamental importância para qualquer que seja o nível de ensino (seja fundamental ou nível superior) uma vez que podem contribuir para o desenvolvimento da visualização. Essa visualização pode contribuir para tornar mais claro o conteúdo estudado dando uma maior significação ao assunto e facilitando a aprendizagem usando como pressuposto que se pode partir do concreto para o abstrato.

Por conseguinte, de acordo com Silva (2012), o material didático de manipulação pode permitir o trabalho com diferentes abordagens do conteúdo, além da possibilidade de motivar a criatividade e a interação do trabalho em grupo, no qual o docente assume a função de mediar a relação entre o ensino e a aprendizagem, contribuindo assim para que o aluno possa estabelecer ligações entre a matemática e o cotidiano dos discentes. Lembremos ainda que a ação do aluno se reduz a uma manipulação, pois o uso de MDM se reduz a uma manipulação qualquer, logo que o uso de material didático de manipulação também pode propiciar atividades passivas do aluno. As atividades com MDM devem ser organizadas de tal maneira pelo professor que propiciem ação do aluno sobre os objetos e faça com que o mesmo assimile propriedades, estabeleça relações, generalize, ou seja, transforme o objeto. Esse processo é totalmente possível, seja ela empírica ou reflexiva.

Assim, é importante que o docente faça o uso da manipulação de materiais concretos, em qualquer nível de ensino, para auxiliar a construção de conceitos que exigem raciocínio lógico, pois o método de trabalhar partindo do concreto e formalizando conceitos, generalizações e propriedades é uma prática que possibilita o aluno se tornar mais reflexivo e perceber a importância das aplicações da matemática no seu dia-a-dia.

Na manipulação do material didático a ênfase não está sobre os objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor, respondendo sim ou não as perguntas feitas por ele. Não é o aluno quem pesquisa, mas o professor é quem lhe mostra o que deve concluir. (Carvalho, 1990, p.107).

Brito (2016) atribuiu certa ênfase no seu trabalho ao discorrer que a utilização do material didático de manipulação é indicada para facilitar o entendimento de conceitos abstratos, como “provas” ou visualizações dos conteúdos para despertar interesse no discente.

3 O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM UM MUSEU VIVO DE CIÊNCIAS COMO POSSIBILIDADE METODOLÓGICA

No capítulo aqui apresentado iremos discutir sobre o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), e o mesmo consiste em três partes. Na primeira iremos discutir sobre o surgimento do LEM e diferentes concepções sobre o mesmo. Na segunda parte iremos tratar da construção de um laboratório de ensino de matemática e em seguida iremos discorrer sobre a construção de um LEM inserido no Museu. E concluiremos esse capítulo na sua terceira parte, em que trataremos do uso de Materiais Didáticos de Manipulação em um LEM inserido no Museu.

3.1 SURGIMENTO DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA E DIFERENTES CONCEPÇÕES SOBRE O MESMO

No final do século XIX e ao despontar o século XX, Lorenzato (2006) discorre que com o movimento da Escola Nova, desenvolvia-se então uma nova concepção de que a aprendizagem surgia a partir da experiência do discente, e não mais a concepção de que o aluno era um receptáculo vazio no qual o professor depositava as informações; superando assim a idéia de que o ensino consiste na transmissão do conhecimento.

Nesse entendimento, segundo Brito (2016), ficava explícito que o ensino deveria partir do concreto, ou seja, do ato de manipular, visualizar, sentir para que depois possa partir para um nível de abstração mais elevado. Com efeito, essa ação não modifica o comportamento do discente em sala de aula como também a prática pedagógica do professor, modificando assim o processo de ensino-aprendizagem como um todo. Por conseguinte a essa nova concepção, De acordo com Varizo e Civardi (2011) o foco dos educadores matemáticos torna-se a aprendizagem e não mais o ensino, em decorrência disso surgiu uma produção vasta e de excelentes resultados sobre os recursos auxiliares de ensino ou de materiais didáticos e na formação de conhecimentos na área educacional. Sob a égide dessa concepção, surge a ideia de inserir um laboratório de matemática na escola do ensino elementar e secundário.

Com isso, em 1908, no IV Congresso de Matemática realizado em Roma, foi sugerida a instituição do laboratório de matemática. Nessa ocasião, foi criada a

Comissão Internacional do Ensino de Matemática (CIEM), tendo o matemático Felix Klein como primeiro presidente.

Segundo Varizo e Civardi (2011), entre as décadas de 1950 e 1970 repensou-se o significado de um laboratório de matemática na educação básica, no qual tem como objetivo principal o desenvolvimento de conteúdo do programa de matemática da escola elementar e secundária da época. Ao findar o século XX é quando se começa a realmente valorizar a utilização de materiais manipuláveis, vídeos, imagens, *softwares*, filmes e outros recursos no ensino aprendizagem de matemática. Tem início à concepção do laboratório de ensino de matemática.

De acordo com Lorenzato (2006), existem diferentes concepções sobre o LEM. Inicialmente o Laboratório de Ensino Matemática pode ser idealizado como um local, onde docentes e docentes podem armazenar materiais que devem ficar a disposição para serem utilizados pelos mesmos assim que necessário. O autor amplia essa concepção de tal forma que evidencia o LEM como local “onde os professores estão empenhados em tornar a Matemática mais compreensível aos alunos” (LORENZATO, 2006, p.7), um ambiente para se reunir com os alunos para, junto com eles, executar, produzir e resolver problemas relacionados a situações do cotidiano escolar, tais como: aulas preparatórias, mostras pedagógicas, aulas preparatórias para o ENEM ou Olimpíadas de Matemática, atividades experimentais relacionadas à regularidade das aulas ou pesquisas usando os recursos disponíveis em computadores, *tablets* ou *smartphones*.

Segundo Silva (2012, p.44) outra concepção é a de que:

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) seria como uma sala-ambiente que permite explorar didaticamente o pensar sobre o fazer matemático da escola, podendo ter um coordenador ou mesmo monitores que possibilitem a professores interessados em criar ou resolver propostas de trabalho sobre a aula de Matemática, ou para que os alunos possam, através de um pensamento investigativo e experimental, desenvolver a capacidade de aprender a aprender. O LEM seria um espaço de experimentação de propostas didáticas para os futuros professores.

Segundo Turrioni (2004) que observa pelo mesmo pressuposto, o LEM pode contribuir na formação de professores de Matemática com duas abordagens: a primeira seria no desenvolvimento profissional, ao possibilitar atividades que permitam aos futuros professores a vivência de situações adversas na sala de aula, nas quais o licenciando (futuro docente), com a colaboração do professor formador, e dos demais colegas de sala, simulariam diversas situações comuns no cotidiano

de sala de aula; Por conseguinte, a segunda seria a contribuição do Laboratório de Ensino de Matemática para o professor pesquisador, em que as atividades desenvolvidas tenham um caráter de contribuir para que o professor tenha a possibilidade de refletir sobre sua prática pedagógica em sala de aula, aplicando assim metodologias de ensino aprendizagem que segundo Silva (2012) possibilitem então uma prática docente de forma investigativa.

Turrinoni e Perez (2006, p.63) defendem que o Laboratório de Ensino de Matemática:

[...] deve ser entendido como um agente de mudanças num ambiente onde se concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do curso de licenciatura em matemática, bem como do currículo dos cursos de ensino fundamental e médio.

Outra concepção dada por Lorenzato (2006, p.7) é a de que “para muitos professores, todas as salas de aulas devem ser um laboratório onde se dão as aprendizagens de Matemática”. Para Lorenzato, esse tipo de concepção não favorece a construção do espaço do LEM no desenvolvimento de atividades relacionadas ao tema. E ainda segundo Rêgo e Rêgo (2006), o LEM constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o docente que tem a oportunidade de avaliar na prática, sem as pressões do espaço formal tradicional da sala de aula, ampliando sua formação de forma reflexiva e crítica.

Nota-se pelas discussões citadas anteriormente que não há possibilidade de expor uma única concepção para o LEM, porque existem vários objetivos para seu uso e diferentes organizações de sua estruturação. O que podemos afirmar sem via de dúvidas é que o LEM é um ambiente que propicia aos professores e alunos expandir a criatividade, enriquecer as ações de ensino-aprendizagem, desenvolver atividades exploratórias à descoberta de caminhos e soluções aos desafios propostos, favorecendo a percepção de padrões, de regularidade, de clarificar as relações matemáticas identificadas durante a experimentação.

Para Araújo (2007, p.60, apud SILVA, P.45) o LEM num curso de licenciatura em Matemática “deve se constituir em um ambiente em que se reflitam os pressupostos do ensino e da aprendizagem das tendências em Educação Matemática”. Na sala de aula da escola básica, o LEM tem como primordial objetivo servir como um mediador em um processo de ensino-aprendizagem tendo como foco a compreensão e no fazer matemático, por parte dos discentes.

Além do mais, com relação ao uso do LEM na formação inicial do professor, mais especificamente um ambiente de formação do professor, podem ser exploradas diferentes metodologias de ensino da Matemática, tais como:

- **História da Matemática**, em que os discentes podem explorar em diferentes livros, revistas ou jornais aspectos curiosos da Matemática ou de como um determinado conteúdo foi abordado ao longo da história do homem para resolver questões de ordem prática daquele grupo cultural, como, por exemplo, o cálculo da área das terras que ficavam as margens do rio Nilo no Egito antigo nos tempos de seca, ou mesmo de como a trigonometria se constituiu como saber científico em diferentes civilizações que necessitavam de orientação marítima durante suas viagens;
- **Resolução de Problemas**, metodologia esta que o professor pode apresentar problemas com o objetivo de desenvolver ideias e conceitos matemáticos por meio de MDM (Geoplano, ver capítulo 6 atividade 2). Neste trabalho, os alunos são levados a apresentar uma proposta de resolução com o uso do material didático de manipulação. Logo após de compreendido o padrão de regularidade pode apresentar uma solução para um problema similar, mas que não seja mais necessário uso do MDM, possibilitando obter um processo de generalização;
- **Jogos, desafios e brincadeiras** que permitam ao aluno explorar ideias e conceitos matemáticos, como a Torre de Hanói (Capítulo 6, atividade 1), explorando conceitos relacionados à lei de formação de uma função, sua demonstração por meio de indução finita, seu domínio e imagem, bem como a construção do gráfico de uma função no conjunto dos números naturais;
- **Tecnologias Digitais da informação e Comunicação**, com computadores e outras tecnologias de informática, com as quais os alunos podem explorar diversas atividades como, por exemplo, *softwares* dinâmicos que estão à disposição em diversos *sites* educacionais. O Tangram eletrônico pode ser usado para explorar diversos conteúdos relacionados à geometria plana ou ao estudo de frações. Outro exemplo é a Torre de Hanói na versão online através de

jogos eletrônicos, desde que envolvam atividades relacionadas à exploração de conceitos.

Nota-se que o desenvolvimento de tais atividades no LEM, nesta perspectiva, contribui para a formação de diferentes estratégias de ensino-aprendizagem que procurem melhorar a prática educacional.

Sob essas concepções, é fundamental que as atividades realizadas em sala de aula por meio de Laboratório de Ensino de Matemática com o auxílio do Material Didático de Manipulação possibilitem uma ajuda de melhor qualidade no processo de formação de conceitos científicos, tendo em vista que o uso de MDM não é determinante para que os alunos compreendam os conceitos matemáticos, como afirma Nacarato (2004), Silva (2012) e Brito (2016).

3.2 POSSIBILIDADES DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA INSERIDO EM UM MUSEU COMO AUXÍLIO NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Freire (1992) e Martins (2006) compartilham da concepção de que a socialização, comunicação e transmissão cultural dentro dos museus, já há algum tempo, configuram-se como temas presentes dentro da área de Educação. A educação em museus, enquanto prática educacional é um campo de estudos bastante abrangente, pois museus são instituições variadas, tanto no que se refere a sua tipologia de acervo, quanto a sua história, contexto sócio-cultural, perfil institucional e tipo de público frequentador.

A exposição muitas vezes requer o uso da palavra, mas preenche o espaço também com outros sentidos, com outra materialidade, com outras significâncias, luz, sombras, vazios, tridimensionalidade... Vidros, textos e objetos... Colecionadores, pesquisadores, museólogos, agentes educativos, visitantes... Setas, cores, direções... Memórias, esquecimentos... Fios tecidos nos múltiplos gestos de interpretação. (PEREIRA, 2007, p.11)

Segundo Brito (2016), nessa perspectiva são também ambientes de educação do olhar, do sentir e do experimentar, pois neles são encenados gestos, sentidos e movimentos, e a conexão com as mais diversas áreas do conhecimento. No Estado

da Paraíba existem 40 museus, e para Falcão (2009), essas instituições se destacam como espaços de acentuado diálogo, socialização, investigação, questionamentos e principalmente um ambiente adequado para trabalhar a superação da fragmentação disciplinar.

É notório que, já há algum tempo, a educação básica na rede pública brasileira trata o conhecimento de modo segmentado. Essa fragmentação do conhecimento científico a ser ensinado manifesta-se na separação das disciplinas na escola, e tem sido danosa para a educação. Até mesmo no contexto da disciplina de matemática.

Partindo por esse pressuposto, podemos observar o museu como ambiente onde se pode trabalhar a interdisciplinaridade entre duas ou mais áreas do conhecimento ou ainda um local onde se pode mostrar experimentos em que podemos usar um determinado conhecimento no cotidiano.

Sobre as escolas que procuram e visitam de maneira frequente os museus, Almeida (1997) discorre que é necessário entender que estes têm potencial de ultrapassar a complementaridade da escola, ou seja, os museus proporcionam a experiência com objetivos que, em si mesmos, podem gerar motivação curiosidade e indagações da parte do estudante. Uma visita ao museu tem a possibilidade de proporcionar aprendizagem tanto de elementos cognitivos como afetivos. Os ganhos afetivos são aqueles que mais enriquecem a educação em museus e parecem ser os mais possíveis de se realizar comparando-se com o ensino em sala de aula. A força motriz para conhecer mais sobre temas tratados e o crescimento pessoal são exemplos de ganhos afetivos.

É importante ressaltar que o LEM inserido no museu de ciências se difere do Laboratório de Ensino de Matemática da escola em alguns aspectos, pois quando nos referimos às atividades de LEM em museus devemos lembrar que as exposições de um museu são momentâneas, e não se demoram, além do mais, já que não existe uma continuidade das exposições, é necessário que tais exposições sejam feitas em um único momento.

Assim, de acordo com Brito (2016):

É nesse sentido que devemos pensar em um LEM de um museu, em aulas experimentais pensadas no tempo programado, que oferecem oportunidade dos alunos vivenciarem experiências matemáticas com o uso de matérias didáticos de manipulação, ao mesmo tempo em que o professor responsável pela exposição faz com que o aluno

desenvolva ideias matemáticas a partir das experiências realizadas (BRITO, p. 34).

Um ponto fundamental a ser refletido, que se trata em um laboratório de ensino de matemática inserido em um museu de ciência, é o fato de que não há continuidade das atividades. No LEM da escola o professor muitas vezes se programa para um número y de aulas e o mesmo usa a questão de que os alunos são os mesmos em todos os encontros. Todavia isso não ocorre no LEM do museu, pois, por se tratar de um espaço público, a alternância de pessoal é grande, ou seja, os alunos que visitam o museu não são os mesmos do encontro seguinte e por esse motivo que os experimentos que foram realizados deveriam atender a dinâmica do local.

Portanto, de acordo com Brito (2016), quando pensamos em atividades em museus é que os materiais devem estar prontos, poupando assim o tempo para que os alunos possam aproveitá-lo de uma melhor maneira.

3.3 A CONSTRUÇÃO DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM UM MUSEU DE CIÊNCIAS

Antes de discorrermos sobre como se dá a construção do laboratório de matemática inserido em um museu de ciências, iremos apresentar como se procede à construção de um LEM inserido no museu.

Segundo Lorenzato (2006), para apenas um docente construir um laboratório de ensino de matemática é muito difícil, e mais ainda é tentar mantê-lo sozinho. O esperado é que o LEM seja construído a partir da idealização de um grupo de discentes, professores das mais diferentes áreas do conhecimento e administradores da escola, e se cada um desses estiver fazendo sua parte, seu crescimento será de ótima qualidade.

A contribuição dos alunos para a construção do Laboratório de Ensino de Matemática é muito importante para o processo educacional deles, pois é fazendo que se aprende. Orientados pelo professor responsável pelo LEM, os alunos distribuídos em grupos, podem solicitar dos professores de diferentes áreas, exemplos de interseções dessas áreas com a matemática. (LORENZATO, 2006, P.8)

Assim, o laboratório de ensino de matemática vai se formando de acordo com as condições locais e até mesmo tornará possível uma exposição de todo material produzido no laboratório para a escola onde o mesmo está inserido e para outras escolas que ainda não possuem um LEM.

Para a construção de um LEM é imprescindível à disponibilidade de um ambiente físico na escola, seja uma sala ou até mesmo um cantinho de uma sala da escola. Este local conseqüentemente será transfigurado em um espaço que propicia conhecimento matemático. Nele, estarão sendo dispostos diversos materiais didáticos e as tecnologias voltadas para o ensino de matemática. Todo esse material interpretado como um meio pelo qual a aprendizagem se tornará mais significativa acerca dos conteúdos matemáticos.

Além do mais, poderão se constituir parte do laboratório, materiais como mesas, armários, carteiras, lousa, computadores, data show, dentre outros, pois os mesmos proporcionam um suporte aos materiais didáticos que ali estarão disponíveis. Segundo Brito (2016), o laboratório de ensino de matemática também poderá possuir características de sala de aula convencional, pois nele será possível ministrar aulas curriculares ou de reforço escolar, preparação de materiais de olimpíadas de matemática, planejar aulas, dentre muitas outras coisas.

Sendo assim, o LEM será o ambiente da escola onde se pensa em matemática o tempo todo, de forma lúdica e curiosa e que preza por uma aprendizagem com compreensão e sentido para que o aluno compreenda matemática.

Contudo, segundo Lorenzato (2006), a construção do laboratório deve ser pensada de acordo com o público para o qual esta sendo destinado. Se o público for de crianças da educação infantil, os materiais devem estar centrados de maneira incondicional ao apoio do desenvolvimento delas, no que se refere aos processos mentais básica-correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação e conservação. Se o público-alvo são alunos de fundamental I, o apelo ao tato e visual deve se manter forte, os materiais contidos nesse LEM devem visar de maneira direta à ampliação de conceitos, a descoberta de propriedades, a percepção e a necessidade do emprego de símbolos e a compreensão de algoritmo. Essas mesmas características devem ser ampliadas para o ensino fundamental II, mas agora também devem compor o LEM aqueles materiais proporcionam desafios

no que diz respeito ao raciocínio lógico dedutivo como paradoxos e ilusões de ótica nos campos aritméticos, geométricos, trigonométricos e estatísticos.

Para ensino médio pode haver tudo o que foi citado anteriormente, contudo, pode estar repleto de revistas e provas antigas com o objetivo de preparar os discentes para vestibulares e para o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. E se o público for alunos de graduação como Licenciatura em Matemática ou Pedagogia, que tenham cada um dos materiais respectivos aos níveis de ensino no qual os futuros professores irão lecionar.

Portanto, podemos perceber que existem diversos tipos de LEM e que cada tipo depende do nível de ensino que se vai trabalhar e os seus diferentes objetivos e concepções. Para Brito (2016), a construção de um LEM não é um alvo para ser alcançado em curto prazo, uma vez construído, ele demanda constante complementação, exigindo que o docente se mantenha atualizado.

Após discorrermos um pouco sobre como se dá a construção de um LEM usual, iremos, a partir de então, discorrer sobre como se deu a construção do Laboratório de Ensino de Matemática no Museu que foi realizada a presente pesquisa e em que categoria o mesmo se encaixa.

O Laboratório de Ensino de Matemática do museu em estudo surgiu como um pré-requisito para a implantação dos cursos de licenciatura em EaD da UFPB, o laboratório de matemática começou a funcionar, de forma deficiente, em 2008. Contudo em 2010 foram enviados pela coordenação do curso os primeiro materiais didáticos, e em 07/10/2013 foram recebidos o mobiliário e a complementação dos materiais didáticos de manipulação. Nesse mesmo ano o LEM começou a funcionar de maneira satisfatória e excelente.

O Laboratório de Ensino de Matemática do Museu possui uma vasta diversidade de materiais voltados para o Ensino Fundamental I e para o Ensino Fundamental II, todavia, para o Ensino Médio a quantidade de materiais é bem limitada. Como grande parte dos LEM convencionais a construção do LEM onde realizamos a pesquisa se deu de forma gradativa, entretanto aos poucos foi tomando forma e até a presente data desse trabalho temos um laboratório muito bem equipado, que é utilizado não apenas pelos cursos de licenciatura em EaD-UFPB, como também atendendo escolas públicas do município de Campina Grande – PB e de cidades circunvizinhas como também escolas privadas, atendendo assim a comunidade de forma geral.

Partindo desse pressuposto, o museu pode ser visto como um espaço dedicado para aulas experimentais e assim se torna uma boa alternativa para as escolas que não possuem um LEM, ou mesmo não tem condições e até mesmo espaço apropriado para construir um próprio. Todavia, o fato de usar um museu como espaço dedicado a aulas experimentais não significa que as escolas que o usam como tal não devam arregimentarem esforços para construir o seu próprio, pois, como foi discorrido anteriormente, a construção de um LEM proporciona benefícios imensuráveis para a comunidade, escolas e principalmente no que se refere ao processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Contudo, podemos refletir na construção de um Laboratório de Ensino de Matemática citado por Lorenzato (2006), e na concepção de museus como ambientes que possibilitem uma aprendizagem ou também como uma extensão da escola citada por Pereira (2007), concluímos que há diversas categorias, dependendo assim o público alvo, como podemos ver a seguir:

Museus abertos ao público em geral: Segundo Almeida (1995, p.1), “as exposições museológicas são discursos criados com intenção de comunicar ideias, conceitos e informações ao público visitante, tendo como veículo específico os objetos”. Nessa categoria de museu há uma particularidade dos demais, pois ele é aberto nos fins de semana, com o objetivo de que o público que não possa visitar o mesmo durante a semana, possa o fazer nos finais de semana.

Museu-escola: De acordo com Brito (2016), seria uma parceira firmada entre as escolas de uma determinada localidade com um determinado museu, com a finalidade de desenvolver atividades de exposição ou de experimentação, onde os alunos possam vivenciar determinados momentos trabalhando a interdisciplinaridade e transdisciplinaridade, que na maioria das vezes não seria possível realizar nas escolas devido a diversos fatores, tais como: materiais disponíveis, estrutura, pessoal habilitado, dentre outros fatores.

O museu possui uma grande possibilidade de contribuir de maneira decisiva para a construção de propostas educativas compartilhadas com a escola, em que seja considerado valor crucial a criatividade.

Outro ponto de apoio básico de um museu escolarizado é uma compreensão do fato de que a proposta educativa dos museus é diferente daquela da escola. Partindo e se centrado na observação dos objetos, baseando-se fundamentalmente na linguagem visual e suas visões de mundo sobre aspectos científicos, artísticos, históricos, sem a mesma ordem sequencial da escola, sem seus

esquemas urgentes de aprendizado, de prazos rígidos ligados a planejamentos, sua escolha de museus, de trajetos no seu interior, de tempos dedicados a um aspecto ou outro de preferência entrem em contato com leituras da realidade muitas vezes diferentes ou nem mesmo veiculadas pela escola (LOPES, 1988, p86)

De acordo com Bezerra (2009), há três razões que servem de motivação para que os museus sejam vistos como ambientes que propiciem aprendizagem em parceiras com escolas.

- 1) O valor educacional das visitas aos museus. Estudos mostram que estudantes que visitam museus têm maior motivação e ganhos cognitivos.
- 2) O impacto da preparação anterior as visitas. Os estudos sobre o conhecimento prévio de estudantes, a preparação específica na classe e a orientação para as visitas como os principais promotores de possibilidades de ocorrência de aprendizagem, principalmente nos casos em que há maior integração museu/escola.
- 3) A complexidade dos elementos que influenciam aprendizagem. As investigações mostraram que os museus oferecem uma gama de oportunidades de envolvimento do aluno e que a possibilidade de interação entre alunos, professores e museus pode levar a experiências museais mais ricas.

Museu-escola-universidade: Segundo Brito (2016), o Museu-escola-universidade seria uma parceria entre as escolas, universidades e museus com a finalidade de trabalhar com os alunos a interdisciplinaridade através de atividades experimentais ou exposições, ao mesmo tempo em que se trabalha a formação inicial do futuro docente que atua como monitor do Laboratório de ensino de Matemática, expondo algum experimento realizado durante a visita dos alunos do museu. Pois, nessa categoria, os responsáveis pela exposição podem ser os alunos de licenciatura ou alunos da pós-graduação, desta forma, esses alunos da licenciatura têm a oportunidade de planejar e vivenciar diversos conteúdos na forma de experimentos, de modo que eles possam estar refletindo sua prática docente.

Sobre as concepções citadas anteriormente sobre museus, podemos dizer que a concepção que se enquadra no museu onde desenvolvemos o presente trabalho é a concepção de museu-escola-universidade. A configuração do mesmo é de um museu que funciona a partir de convênio com as escolas, através da prefeitura municipal de Campina Grande – PB e não apresenta exposições ao público de maneira geral e sim a um público específico. No momento em que expõe suas atividades, está contribuindo também com a formação inicial de futuros professores, pois as pessoas encarregadas pelas exposições são os alunos da licenciatura (caso do autor).

4 ALUNOS DE MATEMÁTICA DE ENSINO FUNDAMENTAL NUM LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA EM UM MUSEU: ATIVIDADES REALIZADAS, DESCRIÇÃO E ANÁLISE.

O museu onde se deu o desenvolvimento das atividades de monitoria do laboratório de ensino de matemática foi o Museu Vivo da Ciência e Tecnologia Lynaldo Cavalcanti, sendo este o que serviu como base para a presente pesquisa. Foi criado em 1992 e é uma coordenadoria da Secretaria de Ciência, Tecnologia e Inovação que tem por objetivo promover a difusão e popularização da Ciência, Tecnologia e Inovação junto à comunidade, o mesmo possui um acervo de exposições relacionado aos diversos assuntos de Ciência e possui laboratórios distintos para Matemática, Física, Biologia, Química e Tecnologias. Hoje, o museu está localizado em um prédio com cerca 2.120m².

O trabalho aqui apresentado foi desenvolvido a partir da experiência como integrante do Programa de Apoio à Formação e ao Ensino do Município de Campina Grande – PROAFE, que tem como principal objetivo integrar professores pesquisadores e estudantes dos cursos de licenciatura plena em Ciências Biológicas, Química, Física e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, bem como os alunos e professores de ciências e matemática do Ensino Fundamental de oito escolas da Rede Municipal de Ensino em Campina Grande – PB. As escolas contempladas não contam com espaços ou laboratórios para aulas práticas e estão localizadas em bairros centrais e periféricos da cidade.

As atividades do programa efetivam-se mais especificamente em quatro projetos metodológico-experimentais na área de Ciências Biológicas, introdução à Física, introdução à Química e Matemática. Tais projetos foram propostos pelos professores coordenadores das respectivas áreas programáticas e estão relacionados com cada um dos eixos temáticos, definidos no planejamento pedagógico da Secretária de Educação do Município.

Os projetos que estão sendo desenvolvidos no museu pertencem à Secretaria Municipal de Ciência, Tecnologia e Inovação da Prefeitura Municipal de Campina Grande. Cada projeto funciona de forma paralela durante três dias consecutivos (terça à quinta) nos turnos da manhã e tarde.

É reservado um dia para a avaliação e planejamento das atividades dos alunos. Semanalmente, as atividades corresponderão 20 horas/aula para cada uma das áreas temáticas, perfazendo um total de 80 horas/aula semanais. Para cada duas semanas é definida com o coordenador de área uma unidade temática onde um experimento será trabalhado com os alunos que visitarão o museu. É esperado para o atendimento semanal, um total de 150 alunos das diferentes escolas que frequentam o museu. O programa já está funcionando há quase dois anos, observando o calendário da Rede Municipal, o projeto iniciou em 30/04/2015 e foi prorrogado em 30/06/2016, podendo ser prorrogado também em 30/05/2017 por mais um ano.

Todas as atividades que os estudantes das licenciaturas da UEPB atuaram no PROAFE foram desenvolvidas experiências laboratoriais com a orientação do professor coordenador. No Laboratório de Ensino de Matemática estão presentes três monitores: o primeiro era quem ministrava a aula; o segundo prestava assistência ao que ministrava; e um terceiro tinha a responsabilidade de fazer anotações sobre as aulas para que o grupo de monitores pudesse discutir com o coordenador. Juntamente com os alunos da pós-graduação em uma reunião quinzenal, conversavam sobre os pontos positivos e negativos de cada atividade, considerando o ponto de vista dos monitores, dos alunos da pós-graduação e do coordenador. A atuação dos monitores ocorreu em turno diferente daquele em que o aluno estará na universidade desenvolvendo sua formação acadêmica.

A seleção dos alunos da UEPB que serão bolsistas no PROAFE será feita pelo professor coordenador que tiver sua proposta de trabalho aprovada. Todavia, deverá seguir conforme os critérios já definidos pela Pró-Reitoria da Extensão para seleção desses alunos. De igual modo, o envio de relatórios parciais e finais deverá seguir as mesmas obrigatoriedades dos programas de extensão da Universidade (Resolução UEPB/CONSEPE/004/2012).

Na equipe executora do projeto temos:

| Coordenação Geral | | |
|---|------------|--|
| Responsáveis | Quantidade | Área |
| Professores Orientadores | 01 | Ensino de Matemática |
| | 01 | Ensino de Física |
| | 01 | Ensino de Química |
| | 01 | Ensino de Biologia |
| Professores da rede municipal de ensino | 08 | Professores de ciências |
| | 08 | Professores de Matemática |
| Alunos dos cursos de licenciatura da UEPB | 06 | De Biologia (Bolsista) |
| | 08 | De Matemática são 06 alunos bolsistas e 02 alunos voluntários de pós-graduação |
| | 06 | De Química (Bolsista) |
| | 06 | De Física (Bolsista) |
| Coordenadores | 01 | Geral |
| | 01 | Técnico |
| | 01 | Pedagógico |

Nesse projeto estão envolvidos seis alunos bolsistas do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB e uma aluna do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM/UEPB, além da participação de professores que atuam tanto na graduação como nas pós-graduações de Matemática, Física e Química.

As descrições a seguir foram feitas a partir de um trabalho com o uso de materiais didáticos de manipulação em turmas do Ensino Fundamental II durante a execução do PROAFE, tendo como foco a aprendizagem da matemática e tendo como objetivos da pesquisa:

- Observar o efeito do uso do material didático de manipulação no desenvolvimento de conceitos matemáticos trabalhados em forma de experimentos, no Museu de Ciência;
- Identificar e analisar as potencialidades e limitações do uso do Laboratório de Ensino de Matemática em um Museu.

Nesse capítulo, trazemos o relato de três experimentos que foram desenvolvidos no LEM no museu, tendo como principal propósito destacar, mais detalhadamente, os experimentos para elucidar a importância do uso de materiais didáticos de manipulação na formação de ideias e conceitos matemáticos e relatar a experiência do autor como professor em formação.

Nos planejamentos que foram realizados, o objetivo a priori era a aplicação do conceito matemático, todavia foram notadas dificuldades que os alunos apresentavam em relação ao uso das operações que eram trabalhadas.

Com a finalidade de não identificar os alunos participantes da pesquisa fez-se uso de símbolos. Como as turmas eram diversas, adotou-se o seguinte código: os alunos serão chamados nessa pesquisa de A1 (Aluno 1), A2 (Aluno 2), A3 (Aluno 3), A4 e assim sucessivamente. Já para nos referirmos aos encontros, tomamos E1 (Encontro 1), E2 (Encontro 2) e assim por diante. Logo, no momento em que nesse trabalho aparecer (A1E1) significa aluno 1, encontro 1. (A1E2) aluno 1, encontro 2 e assim sucessivamente. Durante os experimentos, o monitor que chamaremos de **monitor 1** ministrou a aula e outro monitor, que será chamado no texto de **monitor 2**, prestou assistência ao anterior.

4.1 ATIVIDADE 1: A TORRE DE HANÓI

Conteúdo trabalhado:

- Desenvolvimento de estratégias matemáticas;
- Investigação de padrões numéricos.

Objetivo de Jogo:

- O objetivo do jogo é transportar todos os discos de uma torre para outra, no menor número de movimentos possível.



Figura 1: Torre de Hanói com 6 discos¹

De acordo com uma antiga lenda, há muito tempo atrás, na cidade Benares na Índia havia um templo com uma característica peculiar, em cima de sua cúpula havia três hastes de diamante. Em uma das hastes havia 64 discos concêntricos de diâmetro crescente. O deus Brahma incumbiu os sacerdotes daquele templo à tarefa de mover a pilha de discos de uma haste para qualquer uma das outras duas, todavia, eles deveriam mover um disco por vez e em hipótese nenhum eles poderiam colocar um disco maior por cima de um menor. Após o fim dessa tarefa, a torre e os sacerdotes serão transformados em pó, e o mundo desaparecerá com o estrondo de um trovão.

No Ocidente, atribui-se a criação do jogo e da lenda da torre de Hanói, ao matemático francês Eduard Lucas. O jogo teria sido comercializado como brinquedo sob a autoria do Professor Claus do colégio LI-SOU STIAN. Como brinquedos eram usados oito discos, segundo as mesmas regras descritas na lenda. (BARROS, 2011, p.28)

¹ Disponível em Google Imagens

A torre de Hanói é um material didático de manipulação completo para desenvolver ideias e conceitos matemáticos em todos os níveis de ensino, desde o ensino fundamental ao superior. Segundo Brito (2016), no ensino Fundamental a Torre de Hanói é utilizada mais especificamente para o desenvolvimento de estratégias e criação de padrões na perspectiva da resolução de problemas. No Ensino Médio tem a possibilidade de ser usado para desenvolver a lei de formação da função, trabalhando domínio, imagem e contradomínio de uma função também na construção de gráficos. Já no Ensino Superior, podemos utilizar para introduzir o conceito de indução finita, já que a mesma trabalha com os números naturais.

E ainda segundo Brito (2016):

É possível perceber que em experiências, inclusive na graduação e na pós-graduação, por exemplo, na construção do gráfico obtido a partir do número de movimentos mínimos para transferir os discos de uma haste para outra, quando as pessoas vão construir o gráfico, geralmente reúne os pontos. Onde é um momento importante para o professor ter uma tomada de consciência de perceber porque no gráfico formado não pode ligar os pontos. (BRITO, p.93).

Estrutura

A Torre de Hanói é estruturada da seguinte maneira: Consiste de uma base retangular ou circular sobre a qual estão cravados três pinos e seis discos de diâmetro decrescente a partir da base.

Regras do Jogo

- Só pode movimentar uma peça por vez;
- Uma peça maior não pode ficar sobre a menor em nenhuma hipótese;
- Uma peça deve estar sempre em um dos três pinos, ou em movimento.

Descrição da atividade

O Relato a seguir se refere ao experimento realizado no Laboratório de Ensino de Matemática do Museu Vivo, no dia 08/11/2016, onde ministramos o experimento para uma turma de ensino fundamental de uma escola municipal de Campina Grande – PB, com cerca de 12 alunos, sendo estes de faixa etária entre 10 e 13 anos .

Inicialmente narramos a lenda da torre de Hanói, mostrando curiosidade em torno da origem da mesma, e ao decorrer da história, as regras foram sendo passadas acerca das movimentações das peças e o objetivo do jogo.

Posteriormente, na função de monitores, começamos a movimentar apenas uma peça, para que os alunos percebessem que era possível levar de um pino para o outro com apenas um movimento.

Assim, logo após essa pequena demonstração, pedimos para que os alunos se dividissem em duplas, foram distribuídas uma Torre de Hanói (de seis discos) para cada dupla e em seguida foi proposto um desafio aos alunos: eles deveriam movimentar duas peças com o mínimo de movimentos possíveis de acordo com as regras preestabelecidas. Alguns conseguiram com cinco movimentos, outros conseguiram com três movimentos, no momento que foi pedido para que eles conseguissem com menos movimentos que três todos entraram em um consenso e afirmaram de maneira unânime que não havia possibilidade, assim aumentamos o desafio para quatro peças.

Durante o desenvolvimento da atividade, os alunos apresentaram dificuldade em relacionar uma estratégia na movimentação das peças quando aumentou-se o número de discos, sendo preciso a intervenção dos monitores. Observamos a necessidade de intervir, para que os alunos percebessem a relação entre o número de peças na torre no início do jogo e o movimento que deveria se proceder.

No momento da intervenção foi distribuída uma ficha (redigida pelos alunos da pós-graduação) para cada dupla, que consistia em uma tabela e deviam preenchê-la com a quantidade de discos e a quantidade de movimentos que eles levaram para transferir de uma torre para outra (Anexo A).

Os alunos começaram a preencher a tabela e as duplas começaram a interagir. Ao decorrer desse momento os alunos perceberam que era possível realizar menos movimentos com a mesma quantidade de peças até um determinado limite.

Os alunos começaram a preencher a tabela de acordo com a quantidade de discos que colocavam nos pinos. Quando eles terminaram de preencher a tabela usando até 5 discos nos pinos, os monitores perguntaram a quantidade de movimentos que cada dupla levou para transferir as peças de um pino para o outro.

Perguntamos quantos movimentos eles levaram para transferir 2 discos e todos os alunos responderam que em 3 movimentos. Uma dupla pediu para demonstrar e permitimos que eles demonstrassem os 3 movimentos.



Figura 02: Alunos jogando a Torre de Hanói.

Monitor 1: Parabéns por ter conseguido, agora gostaria de saber se alguém aqui consegue menos que três!

A7E10: Tem como não professor, todo mundo tentou e menos que três não tem como!

Monitor 1: E com 3 discos, qual é o mínimo de movimentos para levar a torre de um pino para o outro?

A8E10: 9, professor, 9!

A2E10: Eu consegui com 7!

A7E10: Só tem como até 7.

A4E10: Eu consegui com 5 professor.

Monitor 2: Que bom! Você pode me mostrar?

Nesse momento o aluno A4E10 tentou, mas não conseguiu. Por conseguinte afirmou:

A4E10: Eu contei errado professor, só dá com 7 mesmo.

Seguiram-se as perguntas de maneira progressiva com relação aos discos. Quando se findou a atividade com o sexto disco, fizemos a seguinte pergunta:

Monitor 2: Qual foi a estratégia que vocês usaram para transferir os discos de um pino para o outro e sempre conseguir o número mínimo de movimentos?

A8E10: Eu coloquei rápido e fui decorando as jogadas do começo e no final fui jogando e pronto.

Monitor 1: Quem tentou de uma outra forma?

A7E10: Eu tentei desse jeito também!

A11E10: Eu consegui. É só não colocar peça preta em cima de preta, e nem peça branca em cima de branca, assim eu sempre ganho.

O Aluno 11 conseguiu traçar uma estratégia para poder vencer o jogo, pois a Torre de Hanói que estava com ele era a única que tinha os discos nas cores preta e branca. Enquanto o disco da base era preto o próximo era branco, e assim sucessivamente, todavia, os demais tinham suas torres ou todos os discos de uma cor apenas, ou todos os discos cada um com uma cor diferente, impossibilitando assim que os outros experimentassem essa estratégia.

Monitor 1: Parabéns! Mostre como se faz.

O Aluno 11 mostrou e, de fato, era uma estratégia que funcionava.

Monitor 1: Alguém tem uma estratégia que possa ser usada em todas as torres?

Nesse momento os alunos ficaram calados, ou seja, nenhum aluno conseguiu desenvolver uma estratégia de outra maneira. Sempre pelo método da tentativa e erro. Como nenhum outro aluno se pronunciou, os monitores sugeriram a seguinte estratégia:

Monitor 2: Pessoal, quando a quantidade de discos for ímpar e eu colocar os discos no pino em que eu quero colocar todos os discos, o que acontece?

Deu-se um tempo e os alunos relataram que conseguiram a quantidade mínima de movimentos.

Monitor 2: Parabéns! E se a quantidade for ímpar, quando eu coloco no pino que vai servir de apoio para colocar a torre no pino seguinte, o que acontece?

Novamente deu-se um tempo e os alunos que antes relataram que conseguiram, não conseguiam a quantidade mínima de movimentos.

Monitor 1: E quando a quantidade for par, o que acontece quando eu coloco no pino que vai servir de apoio para colocar a torre no pino seguinte?

Depois de um tempo os alunos constataram que conseguiram alcançar a quantidade mínima de movimentos.

Monitor 1: E quando a quantidade for par, o que acontece quando eu coloco no pino em que eu quero colocar todos os discos?

Eles constataram que não conseguiam alcançar a quantidade mínima.

A7E10: Aaah... Agora tá tranquilo e favorável, professor! Consegui pegar a estratégia.

Logo após, mostrou-se aos alunos a fórmula $2^n - 1$ para saber o número de movimentos de acordo com a quantidade de discos, e testou-se para $n=1$, $n=2$, $n=3$ até $n=6$, tentamos para $n=9$ e perguntou-se aos alunos: qual é quantidade de movimentos mínimos que os monges iriam precisar para transferir a torre de 64 discos? Depois de uma discussão acerca dos cálculos, foi dado o número 18.446.744.073.709.551.615 como resultado da expressão $2^{64} - 1$ e todos da sala ficaram impressionados. Logo após, findou-se a aula.

(Transcrição da fala dos alunos)

No final do encontro, solicitamos que os alunos falassem um pouco sobre a atividade realizada no museu. Como observamos nas imagens a seguir:

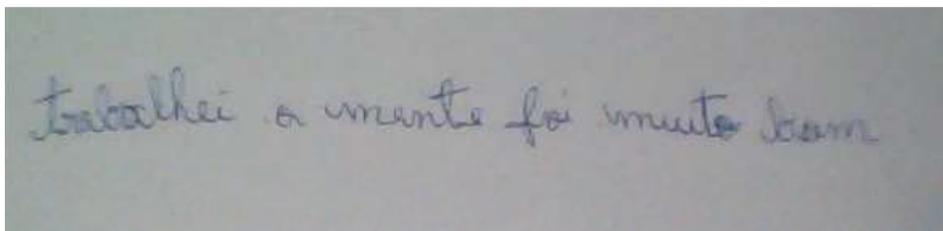


Figura 03: Fala do aluno A7E10

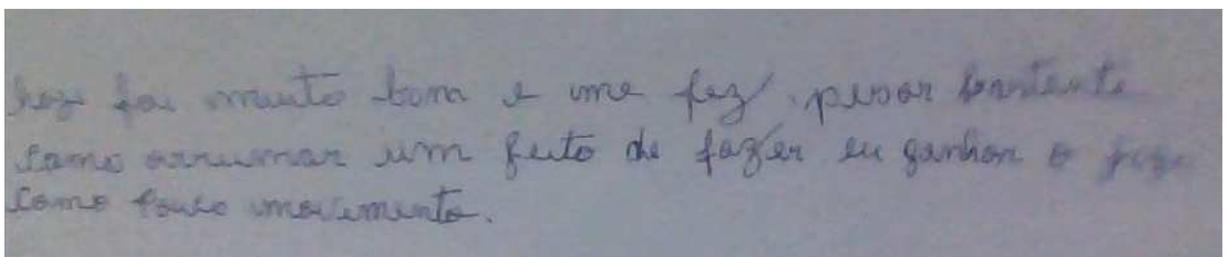


Figura 04: Fala do aluno A11E10

O uso do jogo foi, nesse caso, proveitoso para os alunos, pois se trabalhou o raciocínio lógico, como podemos presumir pela figura 03. Também por meio dessa

atividade, os alunos conseguiram pensar em construir estratégias, como podemos notar na figura 04.

4.2 ATIVIDADE 2: O GEOPLANO

O Geoplano é um material didático de manipulação simples que pode ser manuseado e confeccionado. No caso do geoplano quadrado (mais detalhes a seguir) pode ser produzido com uma tábua de madeira (natural ou pintada) cujas medidas irão ser da forma que o professor desejar fazer o geoplano, pois a mesma será a base. Pregos médios, de preferência sem a cabeça, ou pinos de madeira (indicados para trabalhar com crianças), ligas coloridas, com as quais se podem desenhar e formar figuras geométricas sobre o geoplano.

É fundamental a utilização da régua ou papel milimetrado, para a precisão da distância de um prego para o outro, tanto na vertical quanto na horizontal. Além do mais, o professor deve considerar que a medida não deve ser tão grande que não possa ser representada na tábua, muito menos tão pequena que não possa ser visualizada. A construção do conhecimento matemático com o auxílio do geoplano pode ser trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, até o Ensino Médio.

Conteúdo trabalhado:

- **Anos iniciais:** Construções livres, simetria, figuras planas, construção de tabuada, polígonos, entre outros.
- **Ensino Fundamental:** Teorema de Pitágoras, áreas, perímetros, tipos de triângulo, reta, segmento de reta, entre outros.
- **Ensino Médio:** Coordenadas cartesianas, sequência.

Tipos de Geoplanos:

Circulares: Em que, como o próprio nome traz, os pregos ou pinos são dispostos em forma circular:



Figura 05: Geoplano Circular²

Isométricos: Em que os pregos ou pinos são colocados na interseção das linhas, neste caso, podendo usar a malha quadriculada.



Figura 06: Geoplano Isométrico³

Geoplano Quadrado: São Formados de uma malha quadrada com o mesmo número de pregos ou pinos de cada lado.

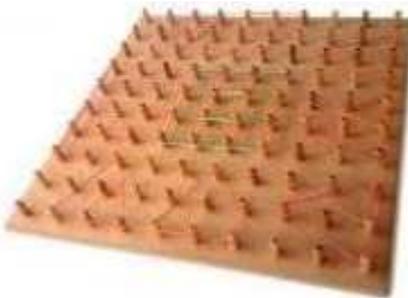


Figura 07: Geoplano Quadrado

² e ³ ambos disponíveis em Google Imagens

Geoplano Oval: Inicialmente é um geoplano quadrado, entretanto, na extremidade superior se faz uma semicircunferência com os pregos, sendo ela proporcional ao tamanho do quadrado.

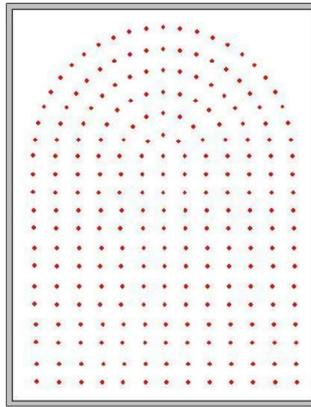


Figura 08: Geoplano Oval

Dentre os tipos de geoplano apresentados anteriormente, em nosso encontro utilizou-se o geoplano quadrado.

Conteúdo trabalhado:

- Área e perímetro de figuras planas.

Objetivo da Atividade:

- Construir juntamente com os alunos o conceito de área e perímetro de maneira clara, e posteriormente ensinar com base na construção feita como se calcula a área do retângulo e do triângulo usando composição e decomposição de figuras planas.

Material utilizado:

- Sete Geoplanos quadrados.
- Ligas de borracha.

É importante ressaltar que não havia geoplanos disponíveis no museu, logo os alunos de pós-graduação reuniram-se com os monitores de matemática e confeccionaram os 7 geoplanos com antecedência para a realização da atividade e, ao final dela, doaram para o museu.

Descrição da atividade

O Relato a seguir se refere ao experimento realizado no Laboratório de Ensino de Matemática do Museu Vivo, no dia 16/05/2017, onde foi realizado o experimento para uma turma de ensino fundamental de uma escola municipal de Campina Grande – PB, com cerca de 15 alunos, estando estes na faixa etária de 10 a 12 anos. Durante esta aula não atuamos como ministrante, e sim como observador.

Inicialmente, o monitor 1 perguntou se alguém gostava de matemática, a grande maioria disse que não, dois alunos falaram que sim, e um outro disse que não gostava da maneira que o professor ensinava. Em seguida o monitor disse:

Monitor 1: Boa Tarde! Essa taboa de madeira com alguns pregos se chama Geoplano, de início eu gostaria que vocês se dividissem em trios e cada trio pegue um geoplano.

E assim os alunos fizeram! É importante ressaltar que os mesmo não tiveram contato algum com o geoplano antes, foi percebido isso pelos comentários paralelos entre eles, nos quais ficaram se perguntando como iriam fazer matemática com aquele objeto.

Monitor 1: Agora eu gostaria que vocês pegassem essas ligas de borracha e fizessem figuras no geoplano.

A1E25: Pode ser qualquer uma?

Monitor 1: Qualquer uma!

Logo após os alunos construírem as figuras no geoplano, o monitor 1 pediu para que os mesmos chamassem a

medida de um prego ao outro (tanto na horizontal como na vertical) de unidade de comprimento (UC).

Monitor 1: Quantas UC tem cada figura que vocês construíram?

A4E25 : O meu deu 18 UC.

A5E25: O meu foi 24 UC.

Monitor 1: Parabéns! Agora eu peço que vocês que façam figuras fechadas com as ligas no Geoplano e posteriormente podem medir quando deu cada figura.

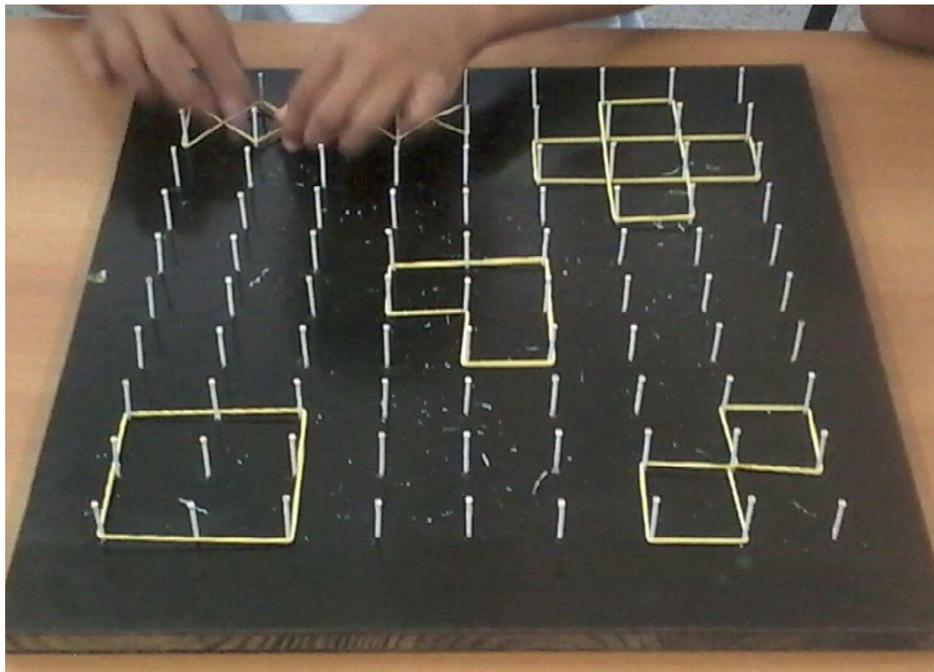


Figura 09: Alunos construindo figuras fechadas.

Nesse momento, quando o Monitor 1 observou que eles estavam considerando a diagonal como medida o mesmo tomou uma régua para cada aluno e distribuiu, posteriormente ele pediu para que os alunos medissem a distancia de um prego ao outro, e os mesmo perceberam que a distância da diagonal é distinta da horizontal e vertical e por isso não pode ser considerada no momento como unidade de medida padrão.

Monitor 1: Nós chamaremos a partir de então a contagem das unidades de comprimento das figuras fechadas de perímetro.

Por conseguinte o Monitor 1 pediu para que os alunos construíssem figuras nas quais o perímetro media 16 UC (como pode ser visto na figura 10), seguiu-se que o monitor apresentou o quadrado constituído de quatro unidades de comprimento e chamou esse quadrado unidade de área (UA), logo após o monitor pediu para que os discentes fizessem figuras fechadas nas quais eles próprios contariam as unidades de área.

Monitor 1: Agora, eu queria que vocês fizessem uma figura que tenha 16 UA.

Vários alunos conseguiram, notou-se que as figuras que os alunos formaram, possuíam 16 UA, todavia as UC eram distintas, assim o monitor sugeriu com que os alunos construíssem figuras com 16 UC e com a maior área possível.

A4E25 : O meu deu 12 UA.

A1E25: Só isso, o meu deu 16 UA.

Monitor 1: Pessoal, sabe como podemos saber quanto temos de unidade de área em cada figura sem necessitar de contar unidade por unidade, basta apenas contarmos quantas unidade de área nos possuímos na horizontal (em cada fileira) e depois contamos quantas unidades de área nos temos na vertical (em cada coluna), depois é só multiplicar!

A8E25: É verdade, com o meu deu certo!



Figura 10: Monitor construindo junto ao aluno o conceito e posteriormente o método de como encontrar a área de um retângulo.

Nesse momento é fundamental ressaltar que o uso dos materiais didáticos de manipulação é um recurso muito eficiente, pois, de forma lúdica, introduz os conceitos de área e perímetro de uma maneira em que a linha de pensamento do professor e do aluno andem juntos e, como foi discutido anteriormente, é imprescindível para do concreto para o abstrato, tornando compreensível o conhecimento matemático.

Monitor 2: Alguém sabe me dizer qual é a área do triângulo?

A4E25: Base vezes a altura dividido por dois.

Monitor 2: E por que é base vezes altura dividido por dois?

Como ninguém respondeu o monitor 2 propôs um desafio.

Monitor 2: Coloquem uma linha na diagonal do retângulo que vocês construíram. Qual é a figura que se formou e qual a sua área?

A9E25: Olha! Ficou com dois triângulos.

A4E25: E a área dele é metade do retângulo.

Monitor 2: Agora vocês sabem o porquê?

E todos responderam de maneira unânime que sim.

Monitor 1: Agora eu vou fazer aquela pergunta que fiz no começo e vocês não me responderam de maneira completa. Vocês sabem o que é área e perímetro?

A turma completa respondeu que sim.

A4E15: Área é a quantidade de quadradinho... Eita!... de unidade de área. E o perímetro é a quantidade de unidade de comprimento daqueles pedacinhos de liga de um prego para o outro

Monitor 1: Parabéns.

(Transcrição da fala dos alunos)

É notório que mais uma vez o uso de material didático de manipulação foi usado devidamente e ficou claro nesse experimento que o mesmo é ideal para transmitir conceitos matemáticos. Verificamos que usando MDM, foi de fundamental importância para os alunos deduzirem que a área do triângulo é metade da área do retângulo, e assim os alunos aprenderam algo que está muito além dos métodos: os conceitos.

4.3 ATIVIDADE 3: O TANGRAM

Conteúdos trabalhados:

- Composição e decomposição de figuras;
- Noções básicas de frações.

Objetivos:

- Construção de figuras planas a partir da composição e decomposição de tangram;
- Identificação das figuras planas que o compõem;
- Representação de frações.

Na atividade que será apresentada nesse momento, em reunião com o coordenador e com os voluntários da pós-graduação, nós, monitores, nos detivemos apenas na identificação e nomeação das peças do tangram, à construção de figuras quaisquer feitas a partir das peças que o compõem e à representação de frações a partir de suas próprias peças, com variações diversas do todo. Como o LEM do Museu onde realizamos o experimento dispunha de tangrans o suficiente, não houve necessidade de confeccionarmos.

Material utilizado para cada grupo:

- 7 Tangrans.

Descrição da atividade

O tangram é um MDM formado por sete peças que surgem através de uma subdivisão de um quadrado. Santana (2006) afirma em seu trabalho que o tangram é o quebra-cabeça mais antigo no qual se há registro. A origem desse jogo se dá pela civilização chinesa, mas não se sabe ao certo quem o inventou.

Na imagem abaixo, podemos notar que o tangram é formado por dois triângulos grandes, um médio e dois menores (todos isósceles), um quadrado e um paralelogramo.

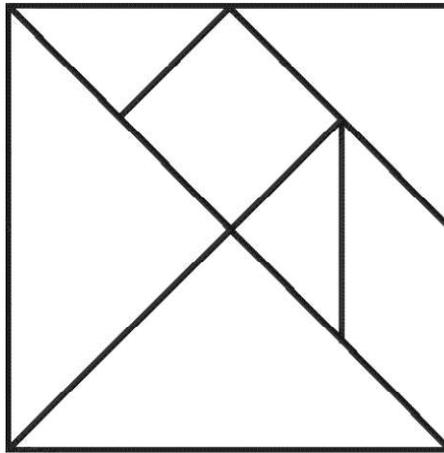


Figura 11: Tangram

Além do tangram acima, existem outros como: Tangram russo, pitagórico e triangular (para mais detalhes, verificar em Brito (2016)). Com ele, podemos trabalhar: Identificação de algumas figuras geométricas; representação de frações; composição e decomposição de figuras geométricas; exploração de conceitos de área e perímetro; relações entre áreas e perímetros; Teorema de Pitágoras; Proporcionalidade; entre outros.

O Relato a seguir se refere ao experimento realizado no Laboratório de Ensino de Matemática do Museu Vivo, no dia 26/10/2016, onde ministramos o experimento para uma turma de ensino fundamental de uma escola municipal de Campina Grande – PB, com cerca de 18 alunos, sendo estes da faixa etária dos 10 a 12 anos .

Inicialmente, quando os alunos entraram na sala, alguns exclamaram: “tangram! que bom!”. Perguntamos aos alunos se os mesmos haviam trabalhado com o tangram antes, a grande maioria relatou que o professor trouxe para sala de aula e deixou apenas eles manipularem.

Logo após, os alunos foram divididos em duplas e foi dado um tangram para cada dupla. Pediu-se para que eles manuseassem o tangram livremente. Alguns alunos usaram dois triângulos e formaram um quadrado, outros sobrepunham as peças e notaram que o quadrado junto de dois triângulos pequenos tinha o mesmo tamanho de um triângulo médio. Outros juntaram o paralelogramo com dois triângulos pequenos e um triângulo grande e formou um triângulo, como notamos na figura abaixo:

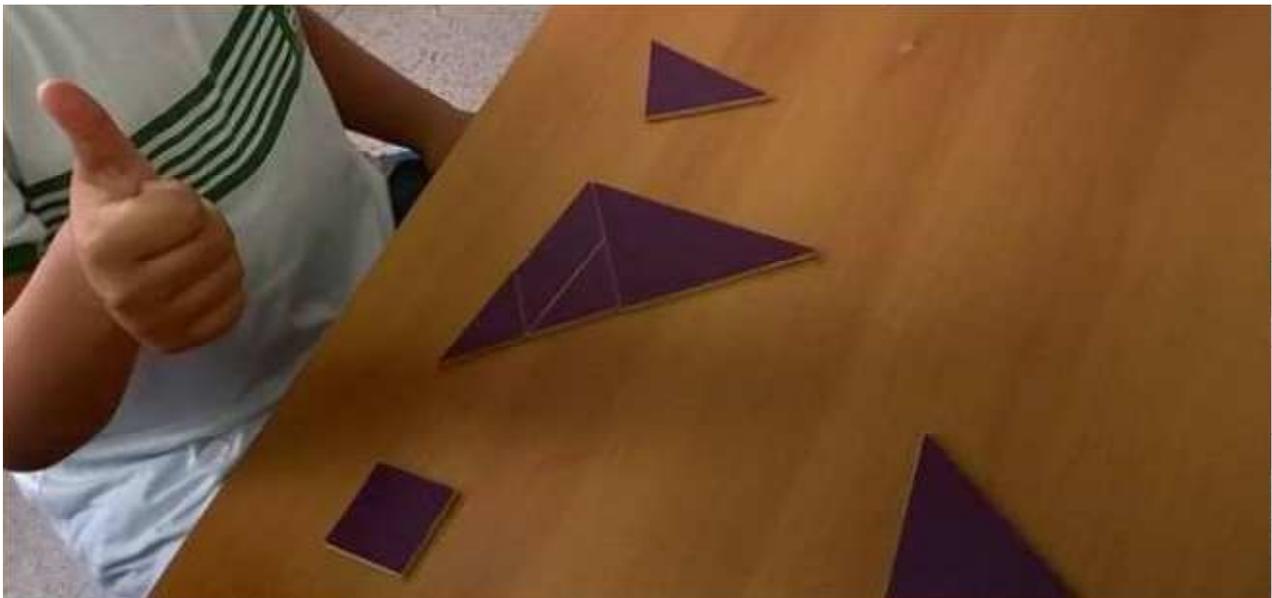


Figura 12: A3E6 manuseando o tangram.

Por conseguinte, pediu-se para os alunos que os mesmos olhassem para um monitor de um computador (suficientemente grande para que todos vissem) e

tentassem reproduzir com o tangram, as figuras que eles vissem no computador. Segue abaixo a imagem do monitor:

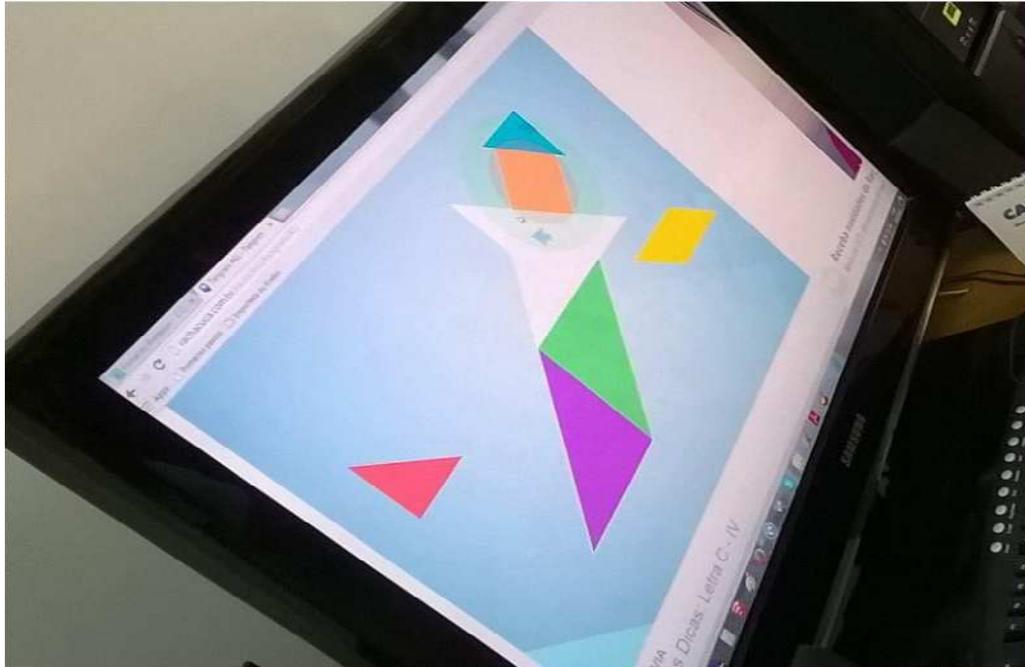


Figura 13: Monitor com imagem de uma figura reproduzida com o tangram*⁴

Antes de começar a atividade, o monitor 1 contou-lhes a lenda do tangram e desafiou eles utilizando um tangram virtual, pediu para que os alunos cumprissem os desafios e, desta forma, quando a maioria conseguia completar, passávamos à diante. Nesse momento, Solicitou-se que os alunos anotassem no caderno a quantidade de figuras diferentes que eles conseguiram formar. Passados cerca de 8 minutos, os alunos manuseando e construindo figuras das mais diversas formas, o monitor 1 perguntou aos alunos se eles tinham conseguido formar muitas figuras, e as repostas foram diversas.

*⁴ Fonte: <https://rachacuca.com.br/jogos/tangram-32/> acessado em 30/03/2017

Monitor 1: Quantas peças diferentes vocês acham que podem ser construídas com o tangram?

A3E6: Umas 40?

A5E6: Que nada, cara! Dá umas 70.

Monitor 2: Acho que dá mais.

A2E6: Chega em 100, professor?

Monitor: Cerca de 1700 figuras. Entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, triângulos, retângulos e outras coisas.

A3E6: Minha nossa! Não sabia que dava isso tudo.

A5E6: Vou entrar no site em casa para ver se eu consigo umas 200!

(Transcrição da fala dos alunos)

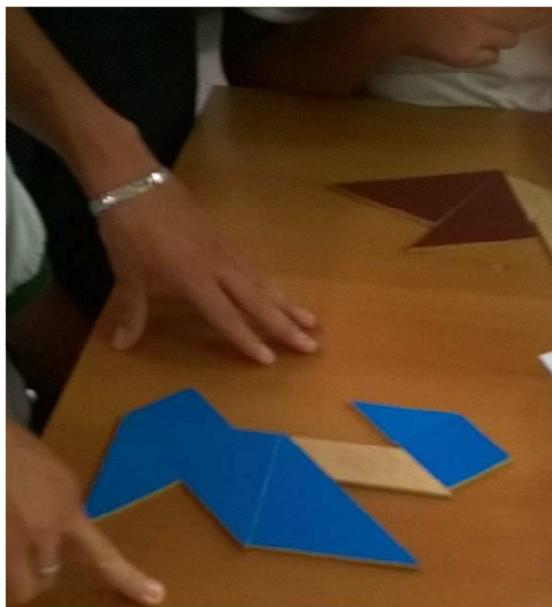


Figura 14: Alunos representaram um cisne com o tangram.

Foi possível perceber que os alunos estavam sentindo-se motivados ao participar da atividade, pois interagem entre as duplas para conseguir formar as figuras juntos.

Sobre essa concepção, Lorenzato (2008) fala que a experimentação é um processo que permite ao aluno envolver-se com o conteúdo matemático estudado, participar das descobertas e socializar com os colegas. Nesse momento, o monitor

perguntou se eles conheciam as peças do tangram, e responderam de maneira unânime que sim. Em seguida, o monitor perguntou o nome delas, um de cada vez. A única dificuldade que os alunos demonstraram foi confundir o paralelogramo com o retângulo, daí o monitor 1 explicou o que realmente diferenciava um retângulo de um paralelogramo, e um aluno da sala exclamou:

A4E6: Agora clareou, professor! Entendi.

Em seguida foi solicitado que os alunos os alunos representassem com o tangram algumas figuras geométricas que o monitor 1 desenhava no quadro. Após isso, o monitor apresentava e discutia as propriedades daquelas figuras com os alunos.

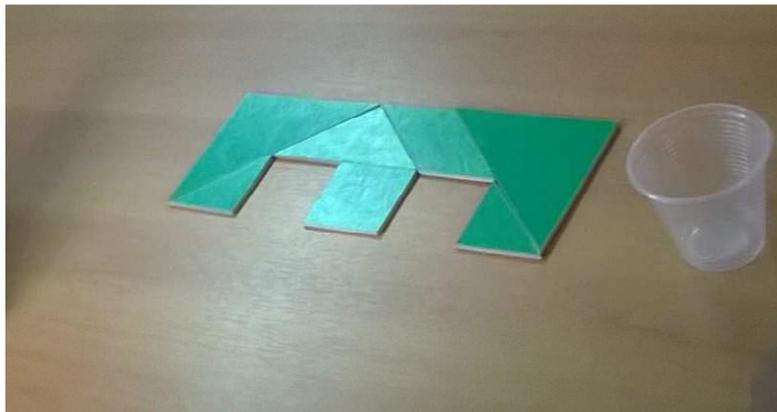


Figura 15: Representação da letra E feita por um dos alunos.

Monitor 1: Galera, quantas unidades são necessárias para cobrir um triângulo médio usando o triângulo pequeno como unidade de medida?

Sem nenhuma exceção, responderam: Dois triângulos.

Monitor 1: E se fosse o triângulo grande?

De maneira análoga todos responderam: Quatro.

Monitor 1: E se eu quisesse decompor o quadrado, quantos triângulos eu poderia fazer?

A2E6: Dois triângulos pequenos.

Monitor 1: E se eu pegar um tangram completo, quantos triângulos pequenos é necessário para compor ele?

A3E6: São 16 triângulos pequenos.

Monitor 1: Muito bom! Como você chegou à resposta?

A3E6: É só ver que cada tangram vale quatro triângulos grandes e cada triângulo grande vale 4 triângulos pequenos. Então, quatro “tantos” de quatro triângulos pequenos dá 16 triângulos pequenos.

Monitor 1: Muito bom!

Logo após, o professor explicou formalmente a todos os alunos o que A3E6 tinha explicado com suas próprias palavras.

(Transcrição da fala dos alunos)

Podemos notar que A3E6 conseguiu visualizar (mesmo que não fosse de uma maneira formal) que o triângulo grande corresponde a exatamente $\frac{4}{16}$ do tangram. Ela percebeu o tangram em quatro triângulos grandes. E como a unidade de medida é de triângulos pequenos, podemos decompor o tangram em 16 triângulos pequenos, obtendo assim a fração $\frac{4}{16}$.

Nesse experimento notamos que o tangram foi avaliado pelos alunos de maneira positiva, pois os mesmos, ao findar a aula, disseram que se divertiram e começaram a gostar de matemática.

Assim, podemos mais uma vez verificar que o uso do tangram, sendo o mesmo um material didático de manipulação, pode contribuir para o processo de construção de conceitos matemáticos acerca dos conteúdos de geometria e fração.

5 CONCLUSÃO

A pesquisa aqui apresentada teve como foco investigar como o uso de materiais didáticos de manipulação pode contribuir com o desenvolvimento de conceitos matemáticos num laboratório de matemática no Museu Vivo da Ciência e Tecnologia Lynaldo Cavalcanti na cidade de Campina Grande – PB.

A experiência foi realizada através da participação do autor como monitor do programa PROAFE, no qual o mesmo atuava recebendo alunos do Ensino Fundamental das escolas públicas da cidade em que o museu pertencia. O programa formou-se através de uma parceria entre a Universidade Estadual da Paraíba, Secretaria de Educação e Secretaria de Ciência, Tecnologia e Inovação (ambas do município de Campina Grande- PB).

O PROAFE tem o objetivo de ministrar aulas experimentais em laboratórios de Física, Química, Biologia e Matemática em seus respectivos laboratórios inseridos museu. Entretanto, a pesquisa limitou-se à experiência das aulas que ministramos no laboratório de ensino de matemática do museu e de como dava-se a construção de ideias matemáticas para os alunos que visitavam o ambiente.

É de fundamental importância destacar que o projeto PROAFE é bastante inovador, pois na medida em que faz uma ponte entre Museu – Escola - Universidade, permite ter uma ação que propicia o docente a refletir sobre sua prática como educador matemático. No desenvolver da pesquisa percebemos, através dos escritos de Almeida (1997), Pereira (2007), Falcão (2009) e Brito (2016), que existem várias concepções sobre museus e que cada uma delas tem suas peculiaridades, todavia, em meio às diferentes abordagens, público alvo e tempo de visitação, algo em comum há: O desejo de propiciar aprendizagem através de suas exposições.

Ao desenvolver da pesquisa, as leituras fizeram com que refletíssemos no uso dos materiais didáticos de manipulação e como deve ser utilizado dentro de um laboratório de matemática em uma dinâmica diferenciada, pois o mesmo está inserido em um museu. De início, notamos que o MDM deve ser reconhecido seja ele material didático analítico ou de observação, instrumental, informativo, ilustrativo ou descritivo, experimental ou demonstrativo, cada um tem sua respectiva finalidade e, dependendo do objetivo do professor, deve reconhecer o que irá favorecer-lhe melhor na atividade que o mesmo deseja.

É importante ressaltar também que o uso de material didático de manipulação não deve ser feito de maneira mecânica, nem o MDM por si mesmo é suficiente, pois o aluno precisa da compreensão entre as ações ligadas ao uso dos MDM e às ideias matemáticas representadas através destes instrumentos de mediação simbólica. Isso acontecerá a partir do momento em que o professor não atue apenas como um transmissor de conhecimento, mas também como mediador da atividade, usando sempre o pressuposto de partir do concreto para o abstrato.

Notamos que o uso do material didático de manipulação no experimento do geoplano foi usado de maneira ímpar para o desenvolvimento de ideias matemáticas, pois o mesmo partiu do concreto para o abstrato de uma forma que na foi transmitido apenas o método mas principalmente o conceito. Concluímos isso depois de algumas discussões no grupo de planejamento das atividades e, talvez, um dos motivos pelos quais isso aconteça se deve ao pouco tempo destinado às atividades.

Porém, se tomarmos como base os escritos de Vigotski (2005), o material didático deve ser usado, a priori, como uma proposta de elaboração de problemas e não só como um instrumento de verificação, para que o mesmo seja uma ponte para a formação do conceito. O desenvolvimento dos conceitos, ou significados das palavras, supõe previamente o desenvolvimento de algumas funções intelectuais, tais como: atenção deliberada; memória lógica; abstração; capacidade para comparar e diferenciar.

Na atividade que usamos como MDM a Torre de Hanói, em uma das falas de A11E10 nota-se que o mesmo traçou uma estratégia matemática para concluir a transferência dos discos para outra haste conforme as regras do jogo. Falas como esta mostram que o MDM serviu como uma forma de exercitar o raciocínio lógico e, além disso, serviu como ponte para que o monitor fizesse uma reflexão juntamente com os alunos sobre padrões numéricos.

Ainda conforme Vigotski (2005), em algum momento durante a atividade com o uso de materiais didáticos, o monitor terá que fazer uma intervenção de modo que o aluno consiga sair do MDM para a abstração matemática. Nesse sentido, torna-se cada vez mais fundamental o trabalho de planejamento e de uma ação acompanhada de uma reflexão com o professor coordenador, juntamente com os alunos de pós-graduação e monitores, de modo a prepará-los para o uso mais adequado dos materiais didáticos de manipulação, não só como instrumentos de

verificação de resultados, mas como instrumentos problematizadores para o desenvolvimento de conceitos e ideias matemáticas.

Além dos resultados discorridos acima, percebeu-se que no uso de materiais didáticos manipuláveis em todas as atividades que ministramos no LEM do Museu se obteve resultados favoráveis ao processo de ensino–aprendizagem da matemática. Resultados como a promoção do trabalho em equipe que fez os alunos da sala interagirem e, por sua vez, gerou o ensino-aprendizado reflexivo no momento em que tanto os alunos tentaram justificar o proceder das suas ações no decorrer da atividade, assim como os monitores ao tentarem justificar o desenvolver da atividade e no decorrer da mesma explicar o conteúdo matemático que estava sendo trabalhado. Por conseguinte, mas não menos importante, o mesmo serviu como instrumento de mediação no processo de construção de conceitos matemáticos, pois no exato momento em que o aluno faz o uso de tais materiais, possibilita-se a reprodução de um modelo matemático que lhes traz uma semelhança a elementos matemáticos, ou seja, o discente parte do concreto para o abstrato, tornando-se capaz de explorar ideias matemáticas sem tantas dificuldades quanto iria encontrar se não trilhasse esse caminho.

Depois das experiências, discussões e leitura, concluímos que o professor deve ter um bom domínio em relação aos fundamentos teóricos e práticos da sua docência, pois esses aspectos permitem que o professor possa atuar com mais segurança na sua prática em sala de aula.

Em seguida, através dessa pesquisa, refletimos sobre o Laboratório de Ensino de Matemática em um museu. No decorrer deste trabalho, notamos que o mesmo pode assemelhar-se a uma LEM de uma escola em vários aspectos, como: A possibilidade de desenvolver e aprimorar novos métodos de ensino; o LEM favorece a socialização e o prazer pelo aprendizado auxiliando assim na construção de conceitos matemáticos.

Entretanto, no que diz respeito às diferenças entre um LEM inserido em um museu e o LEM convencional, se dá quanto à dinâmica de funcionamento de um Museu, pois ao visitarmos museus do tipo Museu-escola-universidade, não passamos muito tempo em uma determinada exposição, nem começamos a ver uma exposição em um dia e voltamos em outro para terminar de ver a continuação da atividade do dia anterior, sendo assim, não existe continuidade das exposições do museu, diferente do LEM convencional, pois o mesmo tem a continuidade na escola.

Nesse sentido, devemos pensar em experimentos envolvendo materiais didáticos de manipulação em um LEM inserido num museu de uma forma que os alunos possam vivenciar experiências matemáticas nesse período de uma forma diferente e lúdica.

Portanto, no que se refere às contribuições em relação ao processo de ensino-aprendizagem, esse trabalho mostra como o uso de materiais didáticos de manipulação utilizados em um Laboratório de Ensino de Matemática associado a museu pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, desde que se tenha a ideia de que o LEM, nessa perspectiva, é um local de visita onde os alunos podem aprender matemática com atividades experimentais rápidas e que se tenha uma proposta de atividade com os objetivos bem definidos.

.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. M. **Desafios da relação museu-escola**. Comunicação & Educação. São Paulo, set./dez. 1997.

ALMEIDA, A. F. Repercussões **do uso de materiais didáticos manipuláveis em aulas de geometria**. 2011. 200f. Dissertação (mestrado). Faculdade de Educação- Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, 2011.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental** – Brasília, DF: MEC/ SEF, 1998.

BEZERRA, J.M. **Didática especial de Matemática**. Rio de Janeiro, JR: MEC/ CADES 1956.

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do Ensino da Matemática - 2a Ed.** – São Paulo, SP: Cortez, 1994. (Coleção Magistério 2o grau. Série formação do professor).

CARVALHO. G. L. de. **Laboratório de ensino de matemática no contexto de uma escola de ensinos fundamental e médio**. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011. 114, 66 p.

CARVALHO, M.V.C; PEREIRA, J.S. **SENTIDOS DOS TEMPOS NA RELAÇÃO MUSEU/ESCOLA**. Cad. Cedes, Campinas, vol. 30, n. 82, p. 383-396, set.-dez. 2010.

CIVARDI, J. A.; RIBEIRO, J.P. M.; GONÇALVES JÚNIOR, M. A. Múltiplas facetas da investigação. In: _____ (Org.) **Como nos tornamos pesquisadores? Bastidores de pesquisa em Educação Matemática** – Curitiba: Editora CRV, 2010. p. 13-20.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M,A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da SBEM. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

FISCARELLI, R. B. de O. **Material didático: discurso e saberes**. Araraquara: Junqueira&Marin, 2008.

FREIRE, P. **Pedagogia de autonomia: Saberes necessários à Prática educativa**, 15ª Ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996 (Coleção leitura).

FALCÃO, A. **Museu como lugar de memória**. TV Escola/Salto para o futuro. Rio de Janeiro – RJ. 2009;

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. Campinas – SP: Cortez, 1994. (Coleção Magistério).

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: _____ (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** - Campinas. SP: Autores Associados, 2006. p. 3 – 37.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática** - 2a Ed. - Campinas. SP: Autores Associados, 2008

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: _____ (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** - Campinas. SP: Autores Associados, 2006. p. 3 – 37.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade**. Análise. 4. São Paulo, SP: Cortez, 2009.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua**. 6 ed.. São Paulo: Cortez, 2011.

MEKSENAS, P. **As noções de concreto e abstrato: Sua relação com as práticas de ensino**. Revista da Faculdade de Educação da USP –n.1(Julho de 1992) – (p.92-98).

MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky á educação matemática**. Campinas, SP: papiros. 11ªed. 1997.

NACARATO, A. M. **Eu trabalho primeiro no concreto** – São Paulo, SP: Revista de Educação Matemática – Ano 9, Nos 9-10. 2005. p, 1-6. NÉRICI, I. G. **Didática: uma introdução** – São Paulo: Atlas, 1983.

PEREIRA, J. S. **Escola e Museus: diálogos e práticas**. Belo Horizonte: Secretaria de Estado de Cultura / Superintendência de Museus; Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais / Cefor, 2007. 128 p.

PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. Disponível em:

http://www.ufrjr.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significad.pdf, 23a Reunião, Caxambu, 2000. Acesso em 31/03/2017.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didática da Matemática do 1o Ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000

RÊGO, R. M. RÊGO, R. G **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de Matemática**. In: _____ (Org). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**- Campinas. SP: Autores Associados, 2006.

REYS, R. E. **Considerations for teachers using manipulative materials**. NCTM Arithmetic Teacher 1971. Disponível em:
<http://www.jstor.org/discover/10.2307/41186429>. Acesso 12/ 03/ 2017.

SILVA, R. A. **O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de matemática**. 2012. 125f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2012.

TURRIONI, A.M.S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004. 175f. Dissertação (Mestrado) Universidade Estadual Paulista- UNESP, Rio Claro, 2004.

TURRIONI, A. M. S. e PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores de matemática. In:

LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** - Campinas. SP: Autores Associados, 2006. p. 57 – 76.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e linguagem**. Tradução: Jefferson Luiz Carmo; Revisão técnica: José Cipolla Neto. 3a ed. – São Paulo, SP: Martins Fontes, 2005.

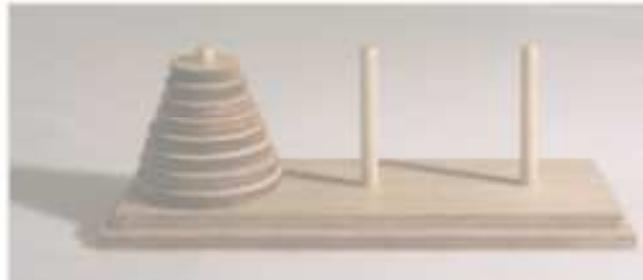
VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. Tradução: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna, Solange Castro Afeche. 7a ed. – São Paulo, SP: Martins Fontes, 2007.

WHITE, E.G. **Educação**. Tatuí – SP: Casa editora Brasileira, 2008.

ANEXOS

ANEXO A

Experimento: Torre de Hanói



Atividade

1- Parte história da torre de Hanói

- 2- Qual é a quantidade mínima de movimento para passar as peças de um pino para o outro, quando temos as seguintes quantidades de discos:

| N. de discos | Quantidade mínima de movimentos |
|--------------|---------------------------------|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |

- 3- Compare o resultado com um dos seus colegas.
- 4- Introduzir a ideia de potenciação como sendo uma multiplicação de parcelas iguais.
- 5- Deduzir a sequência que corresponde ao número mínimo de movimentos

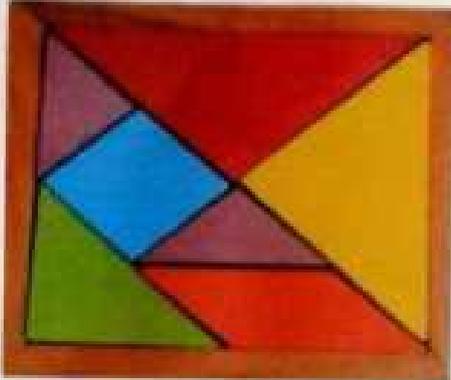
ANEXO B

Experimento: Tangram

**Museu Vivo de Ciência e Tecnologia
Laboratório de Matemática**

Visitante: _____
Escola: _____
Nome: _____

Experimento: Tangram



1- Usando as peças do tangram e tomando o triângulo pequeno para medir as outras peças responda as seguintes questões:

- Quantas unidades são necessárias para cobrir um triângulo médio?
- E o triângulo grande, é composto por quantas unidades?
- Você sabe verificar quantas unidades cabem em um Tangram (quando medido pelo triângulo menor)?

2- Por que o quadrado representa uma "fração" do Tangram, a qual é escrita $\frac{2}{16}$? Por que o triângulo grande corresponde a $\frac{8}{16}$ do Tangram?