UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS.
CAMPUS – VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANNA KALLINE DE SALES SILVESTRE

O ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE PRAXEOLÓGICA A PARTIR DO LIVRO DIDÁTICO

MONTEIRO – PB

2017

ANNA KALLINE DE SALES SILVESTRE

O ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE PRAXEOLÓGICA A PARTIR DO LIVRO DIDÁTICO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial a obtenção do título de graduada no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus* VI - Poeta Pinto do Monteiro.
Orientador: Professor Mestre José Luiz Cavalcante.

MONTEIRO – PB

2017

S587e Silvestre, Anna Kalline de Sales.
O ensino de probabilidade no Ensino Médio [manuscrito] : análise praxeológica a partir do livro didático / Anna Kalline de Sales Silvestre. - 2017.
49 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2017.
"Orientação : Prof. Me. José Luiz Cavalcante , Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."

1. Teoria Antropológica do Didático (TAD). 2. Livro didático. 3. Probabilidades. 4. Ensino Médio.

21. ed. CDD 519.2

ANNA KALLINE DE SALES SILVESTRE

O ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE PRAXEOLÓGICA A PARTIR DO LIVRO DIDÁTICO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial a obtenção do título de graduada no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus* VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Aprovada em 01 de dezembro de 2017

José Luiz Cavalcante

Prof. Me. José Luiz Cavalcante (UEPB)

Orientador

Manoel Rivelino Gomes de Oliveira

Prof. Dr. Manoel Rivelino Gomes de Oliveira (UEPB)

Examinador

Tony Regy Ferreira da Silva.

Prof. Me. Tony Regy Ferreira da Silva (UEPB)

Examinador

DEDICATÓRIA

Dedico a Deus, minha força e fortaleza todos os dias.

A minha mãe ao meu pai, pelo apoio, dedicação e esforço para que eu concluísse meus estudos.

A meu esposo por todo apoio e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por toda força e graça concedida no decorrer do curso, na realização deste trabalho e na concretização de um sonho.

A meus pais, irmãos e todos os meus familiares por toda ajuda e pela compreensão nos momentos em que precisei estar ausente durante esta caminha.

Ao meu esposo pelo apoio, compreensão e orações com as quais tenho contado todo esse tempo.

A todos os professores que tive durante toda a minha vida – em especial os da licenciatura – por me apresentarem e me encantarem com a beleza da docência e o amor com o qual desenvolviam suas atividades.

Ao meu orientador José Luiz Cavalcante e a sua esposa Ivanize Cavalcante, pelos incentivos, contribuições e dedicação.

A banca examinadora deste trabalho, pelas criticas e sugestões para o enriquecimento do mesmo.

A Universidade Estadual da Paraíba, a todos os seus funcionários, a meus amigos e a todos que direta ou indiretamente contribuíram na minha formação, meu muito obrigada.

“não temas, porque eu sou contigo; não te assombres, porque eu sou o teu Deus; eu te esforço, e te ajudo, e te sustento com a destra da minha justiça.” (Isaías 41.10).

RESUMO

O presente trabalho de conclusão de curso teve como objetivo central analisar as organizações matemáticas em torno do saber probabilidade e suas noções no livro didático de Matemática para o ensino médio adotado em uma escola pública do munícipio de Monteiro - PB. Partimos do quadro teórico da teoria antropológica do didático de Yves Chevallard, onde a atividade matemática é considerada como uma prática humana que pode ser modelada em termos de organizações praxeológicas CHEVALLARD (1999). Uma organização praxeológica é normalmente composta por dois blocos; o saber-fazer que é descrito em termos de tipos de tarefas (T) e técnicas (τ) para resolver esses tipos de tarefas, e o bloco saber que é composto por uma tecnologia (θ) que explica e justifica a técnica e uma teoria (Θ) que dá suporte a essa tecnologia. Esses quatro objetos formam uma praxeologia que pode ser matemática e também didática. Em nosso trabalho o foco foi tentar observar como o livro didático adotado na referida escola propõe a organização praxeológica matemática para este saber. De acordo com Gonçalves (2004) o saber probabilidade comporta algumas concepções, a clássica, frequentista, subjetiva, geométrica e axiomática, nesse sentido o autor destaca a importância de já no ensino médio discutir a probabilidade a partir dessas diferentes concepções. Assim nossa questão de pesquisa foi: o livro didático do ensino médio de escola pública de Monteiro – PB favorece na organização praxeológica matemática e didática a exploração das várias concepções do saber probabilidade? A pesquisa seguiu um viés qualitativo conforme Fiorentini e Lorenzato (2006), se aproximando da pesquisa documental. Os resultados indicam que no livro didático analisado a organização praxeológica é local e é concentrado no bloco saber-fazer, isto é, não há uma indicação explicita que favoreça o trabalho com a o bloco saber. Além disso, pudemos observar um privilégio da perspectiva clássica probabilidade, de modo que, mesmo trazendo temas relativos a probabilidade como uma frequência no livro essa discussão é figurativa, o mesmo com a probabilidade geométrica.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático - TAD, Análise de livro didático, Probabilidade no Ensino Médio, Concepções sobre probabilidade.

ABSTRACT

The present work of course conclusion had as its central objective to analyze the mathematical organizations around the knowledge probabilities and their notions in the textbook of Mathematics for the high school adopted in a public school of the municipality of Monteiro - PB. We start from the theoretical framework of Yves Chevallard's anthropological didactic theory, where mathematical activity is considered a human practice that can be modeled in terms of praxeological organizations (CHEVALLARD, 1999). A praxeological organization is usually composed of two blocks; the know-how that is described in terms of types of tasks (T) and techniques (τ) to solve these types of tasks, and the block know that is composed of a technology (θ) that explains and justifies the technique and a theory (Θ) that supports this technology. These four objects form a praxeology that can be both mathematical and didactic. In our work the focus was to try to observe how the textbook adopted in said school proposes the mathematical praxeological organization for this knowledge. According to Gonçalves (2004), knowing probability has some conceptions, classical, frequentist, subjective, geometric and axiomatic, in this sense the author highlights the importance of already in high school discuss the probability from these different conceptions. So our research question was: did the high school textbook of public school of Monteiro - PB favor in the mathematical and didactic praxeological organization the exploration of the various conceptions of probability knowledge? The research followed a qualitative bias according to Fiorentini and Lorenzato (2006), approaching documentary research. The results indicate that in the didactic book analyzed the praxeological organization is local and concentrated in the know-how block, that is, there is no explicit indication that it favors the work with the knowledge block. In addition, we could observe a privilege of classical probability perspective, so that even bringing subjects related to probability as a frequency in the book this figurative discussion, the same with geometric probability.

Key words: Anthropological Theory of Didactics - TAD, Didactic book analysis, Probability in High School, Conceptions about probability.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LD – Livro Didático

OD – Organização Didática

OM – Organização Matemática

OMG – Organização Matemática Global

OML – Organização Matemática Local

OMP – Organização Matemática Pontual

OMR – Organização Matemática Regional

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

TAD – Teoria Antropológica do Didático

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Nosso trabalho se propôs a discutir a ecologia do saber, probabilidade e as suas noções no livro didático de Matemática do Ensino Médio. Utilizando a noção de organização praxeológica que é uma noção central da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Yves Chevallard em 1985 desde os seus primeiros estudos no final da década de 70 do século passado, quando apresentou para a comunidade de estudiosos da Didática da Matemática a noção de transposição didática, inaugurou um novo olhar nesse campo científico. A abordagem antropológica reconheceu a matemática e, mais especificamente a atividade matemática, como uma prática humana, que ocorre no seio das instituições.

Assim cada saber é o saber de uma instituição, de modo que esses saberes assumem diferentes configurações conforme vão sendo transpostos de uma instituição para outra. Essas transformações e a ecologia que permitem um saber ir vivendo em uma dada instituição são uns dos principais objetos de estudo da TAD e também da noção de transposição didática. (CHEVALLAR, 1997).

Contextualizando com o saber que escolhemos investigar, isto é, a probabilidade, podemos dizer que a Teoria das Probabilidades que é, reconhecidamente, um ramo da matemática em expansão, que faz interface com Estatística com inúmeras aplicações nos diversos campos científicos, se apresenta em sua forma mais pura, como saber sábio (*savoir savant*), no entanto, essa apresentação pode ser considerada didaticamente inadequada para ser apresentada numa turma de ensino médio, logo para que essa apresentação ocorra, este saber deve sofrer transformações que correspondem ao processo de transposição didática, isto é, passa-se de saber sábio para um saber à ensinar.

Com a noção de praxeologia ou análise praxeológica podemos identificar em termos de tipos de tarefa, técnicas, tecnologia e teoria, como este saber se organiza em uma dada instituição. Em nosso caso, a instituição é escola pública do município de Monteiro que oferta o Ensino Médio.

Chevallard (1997) observa que diversos agentes atuam no processo de transformação de um saber sábio para um saber à ensinar, como por exemplo, o Ministério da Educação, editoras, autores de livros didáticos, pesquisadores, e em menor grau os professores. Todos esses agentes, por sua vez, fazem parte do que ele chama de *noosfera*, isto é, a esfera pensante que determina como os saberes devem ser apresentados na escola.

O livro didático surge então como um artefato que, em certa medida, expressa essas aspirações da *noosfera*. Quando o Ministério da Educação determina, por exemplo, que para um livro ser aprovado no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), este livro deva ter considerações em relação a evolução histórica dos saberes, de alguma forma está dito, explicita ou implicitamente, que os livros didáticos devem incorporar esse elemento na abordagem dos conteúdos.

Dessa forma, analisar o livro didático pode revelar importantes pistas de como um saber deve ser ensinado. Não é à toa que quando participamos de atividades de Estágio Supervisionado, percebemos que o livro didático assume um papel preponderante nas atividades de planejamento dos professores. Inclusive, muito de nós, estudantes da licenciatura, quando vamos dar aula, primeiramente estudamos aquele assunto, e normalmente, o fazemos por meio dos livros didáticos.

No caso da Probabilidade há estudos que indicam que a sua compreensão não é um processo trivial. Embora, seja um conceito fundamental para sociedade atual, tanto em termos de aplicações científicas, quanto em situações em que nos deparamos com a incerteza e com a aleatoriedade, boa parte dos cidadãos manifesta incompreensão frente a este conteúdo. Basta lembrar que muitas das nossas decisões quando tomadas por impulso ou intuição, geralmente tendem a contradizer o que a Probabilidade como medida de chance, tende a dizer. Isso ocorre com as pessoas comuns, mas também com aqueles que estão estudando probabilidade, seja no ensino médio ou até mesmo na formação de professores. (CAVALCANTE; ANDRADE; RÉGNIER, 2016)

Gonçalves (2004) destaca ainda o carácter problemático do conceito de probabilidade, isto é, a falta de consenso sobre a definição do que seja probabilidade. Ele nos conta que a probabilidade pode assumir diferentes facetas de acordo com a concepção abordada. Dentre essas concepções ele destaca a probabilidade clássica, frequentista, subjetiva, geométrica e axiomática. Como forma de melhorar a compreensão dos alunos sobre a probabilidade, recomenda-se que os alunos tenham contato com essas diversas abordagens.

Assim, tendo o livro didático como um referencial importante para os professores e alunos, indagamos acerca da abordagem de probabilidade em LD do ensino médio adotado em uma escola pública de Monteiro – PB. Essa abordagem, em especifico, favorece na sua organização praxeológica matemática e didática a exploração das várias concepções do saber probabilidade?

Para investigar essa questão propusemos o seguinte objetivo geral: analisar as organizações matemáticas em torno do saber probabilidades e suas noções no livro didático de

Matemática para o ensino médio adotado em uma escola pública do munícipio de Monteiro - PB.

Desde a criação do PNLD observa-se um processo de melhoria e aprimoramento da edição e distribuição dos livros didáticos nas escolas. A melhoria, por sua vez, ocorre em termos quantitativos e qualitativos e está também sujeita aos rigorosos processos de avaliação que são feitos para que um determinado livro didático seja aprovado e, consequentemente, disponibilizado para uso nas salas de aula. Logo, a nossa investigação tem potencial para enriquecer o debate sobre a abordagem da probabilidade nos livros didáticos de Matemática para o ensino tomando como amostra a análise praxeológica de uma coleção que é adotada em uma das principais escolas de Ensino Médio da rede estadual em Monteiro – PB. (SILVA JUNIOR, 2007).

Nosso texto está organizado em três capítulos. No primeiro levantamos os principais argumentos teóricos da TAD, além de elementos sobre o saber Probabilidade. No segundo discutimos os aspectos metodológicos da pesquisa e, no terceiro capítulo apresentamos os dados e as análise que fizemos.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1. ALGUNS CONCEITOS DA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Neste trabalho abordaremos a linha francesa da didática da matemática na qual a formalização conceitual de suas constatações práticas e teóricas, é caraterizada como uma das suas mais importantes propriedades.

A matemática pode ser observada desde o final da Pré-História sendo aplicada pela necessidade de contagem e medição, em práticas sociais como a agricultura, construção civil, troca de mercadoria, entre outras. Assim a matemática surge nas mais diversas civilizações como uma prática social importante para o desenvolvimento de cada sociedade.

Apesar da sua importância a questão do seu ensino sempre foi considerada como uma área que recebia pouca atenção. Foi só no final do século XIX que matemáticos e professores preocupados com as dificuldades de aprendizagem desse conteúdo se mobilizaram para discutir possibilidades de melhoria sobre o conhecimento matemático. O evento que ocorreu em Roma em 1908, ficou conhecido como marco na constituição da Educação Matemática no mundo. (VALENTE, 2005).

Contudo a área de educação matemática só pôde ser considerada consolidada recentemente. Nas ultimas décadas, teve um grande impulso gerando diversas tendências teóricas e aperfeiçoando determinadas vertentes que compõe as temáticas educacionais do ensino da matemática. Pais (2011) apresenta a seguinte definição para educação matemática:

> A *educação matemática* é uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis de escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática. (PAIS, 2011, p.10)

Dentre as várias tendências que constituem a educação matemática, o autor destaca a didática da matemática como uma disciplina científica. Ele orienta que esta não deve ser confundida com a disciplina pedagógica "didática da matemática" e a define como sendo:

> [...] uma das tendências da grande área da educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível

> experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica. (PAIS, 2011, p.11)

Dentro do sistema didático as conexões entre teoria e pratica não podem ser tomadas, de forma alguma, isoladamente, mas devem se manter fortemente integradas e inseridas nas relações entre professor, aluno e o saber. Para Pais (2011, p. 11) “A dimensão teórica é entendida como sendo o ideário resultante da pesquisa e a pratica como sendo a condução do fazer pedagógico”.

Uma noção pedagógica que pode nos ajudar a compreender as alterações pelas quais passam os conteúdos de matemática desde a sua origem, passando pela apresentação nos livros didáticos, e pelos objetivos de ensino do professor, até finalmente nos depararmos com os resultados alcançados em sala de aula é o fenômeno da transposição didática, em que:

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD,1996)

Com base na definição dada por Chevallard (1997) a partir da transposição didática podemos vislumbrar que o processo de escolha pelo qual passam os conteúdos contemplados no ensino escolar, não é dado de uma forma direta e imediata. Pais (2011) cita a própria história das ciências como uma das fontes que geram através das suas constantes transformações, uma parte básica do conteúdo curricular, uma vez que continuam mantendo suas próprias características.

Para Chevallard (1997) o conjunto dos agentes e instâncias institucionais que interferem e influenciam nas transformações dos conteúdos é chamado de *noosfera*. Assim, destacamos alguns desses agentes: como professores, autores de livros, especialistas, cientistas e políticos. Para tanto, a *noosfera* não só seleciona a escolha de conteúdos, mas também estabelece os valores, objetivos e métodos, que orientam o sistema de ensino.

A utilização de indicações contidas em documentos oficiais como Parâmetros Curriculares Nacionais, Base Curricular Comum, livros didáticos, programas e revistas, indicam esses anseios da *noosfera* frente ao conteúdo a ser ensinado. Criações didáticas como materiais pedagógicos, e até mesmo *softwares* educativos são instrumentos desse processo de transposição, ou seja, ao longo do processo de transposição didática deve ocorrer uma reflexão sobre o uso destes recursos para poder ajudar na compreensão dos porquês de um conteúdo fazer parte, estar ausente, ou ser apresentado de determinada forma na instituição escolar.

Para Pais (2011) “O saber científico está associado à vida acadêmica, embora nem toda produção acadêmica represente um saber científico.” Também chamado de “saber sábio”, este saber tem sua origem nas instituições de pesquisa e nas universidades, podendo ou não ser vinculado ao ensino básico. Destacando que no ensino superior é, em geral, apresentado um registro em uma linguagem codificada e com mais rigor.

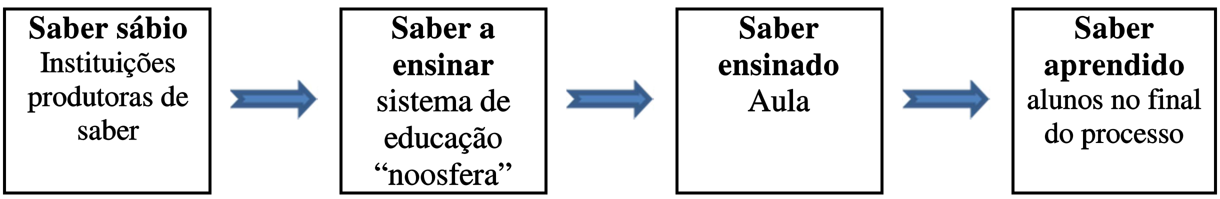
Embora vários aspectos vinculados aos conceitos matemáticos sejam mantidos como foram criados, o saber escolar ou o “saber a ensinar” perde um pouco desse rigor ao ser apresentado aos alunos. Pais (2011) aponta que a linguagem interfere diretamente no sistema didático e que este tem relação direta com o fenômeno cognitivo. Para tanto, são criados alguns recursos que viabilizam o essencial da intenção de ensino da disciplina, são as chamadas criações didáticas.

Assim a Teoria das Probabilidades, geralmente, inicia-se pela apresentação da probabilidade como uma função medida, no entanto, essa abordagem poderia ser considerada abstrata demais para os estudos de níveis mais elementares da formação escolar.

O saber ensinado é aquele apontado no plano de aula do professor e que não necessariamente corresponde com o comprimento integral dos objetivos programados (PAIS, 2011). Sendo assim, esse saber não pode ser visto, tão somente, como uma simplificação do saber científico, pois não há garantia de que, no plano individual, o conteúdo aprendido pelo aluno (saber aprendido) corresponda exatamente ao conteúdo ensinado pelo professor. Daí vem os desafios da metodologia de ensino, na qual não se pode dissociar da análise dos valores e dos objetivos da aprendizagem. “[...] enquanto o saber científico é validado pelos paradigmas da área, o saber escolar está sob o controle de um conjunto de regras que condiciona as relações entre professor, aluno e saber.” (PAIS, 2011)

Uma representação útil dos processos de transposição está na figura a seguir:

Figura : Etapas do processo de transposição didática



Fonte: (LUCAS, 2009-2010, p. 22, tradução nossa)

Nesta figura vemos que o saber passa por diversos processos de transformação até se tornar um saber que atinge o aprendizado dos alunos.

Ainda sobre esse processo destacamos que as primeiras duas etapas correspondem a transposição didática externa, e as duas últimas a transposição didática interna. Em nossa pesquisa, nos detemos ao saber relacionado ao ensino, aquele que está posto no livro didático e, portanto, corresponde a parte externa do processo.

1.2 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

A teoria antropológica do didático, doravante TAD, foi desenvolvida por Yves Chevallard. Esta teoria é um progresso importante do conceito de transposição didática, que incorpora a didática na área da antropologia, com o enfoque no estudo das organizações praxeológicas matemática e didáticas como manifestação das práticas institucionais, em nosso caso, da instituição escolar.

De acordo com Almouloud (2007, p.111) a TAD "[...] estuda as condições de possibilidades e funcionamento de sistemas didáticos, entendidos como relações sujeito – instituição – saber.". Ainda segundo o autor Almouloud (2007) ao citar Chevallard (1999) a TAD estuda o homem diante do saber matemático, especificando, as situações que são, propriamente, matemáticas.

Para Almouloud (2007) a TAD assim como a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, ao cumprir o papel de teorias fundantes da Didática da Matemática, estabelecem três grandes rupturas em relação às explicação didáticas o sobre o ensino de matemática em meados dos anos 60 e 70 do século passado. Essas rupturas foram, na percepção de Almouloud (2007):

- A primeira, ao conjecturar a Matemática como a essência dos fenômenos didáticos;
- A segunda foi movida pelo desejo de elaborar uma ciência da educação desses fenômenos, o que promoveu a explicação de modelos teóricos utilizados e submetidos a um esquema experimental para verificar sua confiabilidade;
- E a terceira com a suposição dos conhecimentos matemáticos só podendo ser compreendidos e aprendidos por meio de atividades e problemas que podem ser resolvidos pela mobilização desses conhecimentos. Trata-se de uma atividade estruturada, na qual se destacam diferentes fases: ação, formulação e validação, que tem o aluno como ator principal, e as fases de evolução e institucionalização.

De acordo com Chevallard, Bosch e Gascón (2001) o status antropológico na teoria é assegurado pelo reconhecimento das atividades matemáticas, ou atividade estudo, como sendo uma prática humana. O didático corresponde ao reconhecimento de que onde existe a intenção de ensinar, logo o didático deve estar presente, isto é, o didático é denso nas práticas humanas. Logo a TAD está preocupada com as condições e restrições na difusão dos saberes. O forte viés epistemológico da TAD centraliza na ecologia dos saberes seu principal foco de investigação.

Na TAD, instituição, pessoas, objetos são tratados como entes primitivos que correspondem a toda uma modelização de como o didático e a cognição ocorrem nas instituições. Ferramentas como análises praxeológicas, níveis de codeterminação, a dialética entre objetos ostensivos e não ostensivos são utilizadas para explicar a ecologia dos saberes e os fenômenos didáticos decorrentes dessa ecologia.

Assim, em nossa pesquisa a probabilidade é o saber em jogo. A forma como ele se organiza no livro didático, isto é, sua praxeologia, pode indicar importantes características de como deve ser posto em prática o ensino desse saber na escola, no caso, na modalidade Ensino Médio.

1.2.1. A MODELIZAÇÃO ANTROPOLÓGICA DA MATEMÁTICA

Na percepção de Almouloud (2007) a principio Chevallard desenvolveu a teoria da transposição didática para assinalar o saber matemático num projeto de uma análise epistemológica do saber do ponto de vista didático, ou seja, a transposição didática para distinguir diferentes saberes envolvidos no processo de ensino/aprendizagem. Essa análise está fundada nos termos dos objetos de saber, os quais são divididos em objetos:

> - Paramatemáticos: ferramentas utilizadas para descrever e estudar outros objetos matemáticos;
> - Matemáticos: além de instrumentos úteis para estudar outros objetos matemáticos, tornam-se objetos de estudo em si mesmos;
> - Protomatemáticos: apresentam propriedades utilizadas para resolver alguns problemas, sem contudo adquirir o status de objeto de estudo ou de ferramenta para o estudo de outros objetos. (ALMOULOUD, 2007, p.113).

Contudo, para Chevallard (1996) esta classificação foi insuficiente, daí a elaboração da TAD, na qual a problemática ecológica amplia o campo de análise e permite abordar os problemas que se criam entre os diferentes objetos do saber a ensinar, criando entre os objetos inter-relações hierárquicas que permitem identificar e analisar as estruturas ecológicas dos objetos.

A didática da matemática à luz da antropologia considera que tudo é objeto, distinguindo os tipos de objetos particulares: as instituições, os indivíduos e as posições que os indivíduos ocupam nas instituições, tomando os indivíduos como sujeitos das instituições.

Já o conhecimento – e o saber como sendo certa forma de organização de conhecimentos – admite a existência de um objeto se um sujeito ou uma instituição o reconhece, declara Almouloud (2007). Um objeto depende do reconhecimento e do relacionamento de pelo menos uma pessoa ou instituição com esse objeto, trata-se das práticas sociais que se realizam na instituição e que envolvem o objeto em questão.

Para Chevallard (1996) a noção de relação pessoal ao saber, ou R(X,O) depende de uma relação institucional oficial R(I,O). A aprendizagem para Chevallard (1996) ocorre no momento que em R(X,O) muda. Em termos explicativos, pode-se dizer que o objeto "probabilidade" pode ou não existir para uma determinada pessoa X em dado momento de sua vida. Imaginando um estudo do ensino médio, podemos inferir que mesmo que determinado estudante tendo tido alguma experiência com fenômenos aleatórios, não tenha clareza de que aquilo seja um aspecto estudado pela probabilidade, então diríamos que R(X,O) era vazia, ou seja, X não conhecia O. Quando X se torna estudante do ensino médio e lhe é apresentado o objeto probabilidade então R(X,O) mudou, podemos dizer que O passou a existir para X através da relação institucional.

A noção de praxeologia ou organização praxeológica pode, segundo Chevallard (1999), nos indicar como as práticas institucionais em torno de um dado objeto O são modeladas, isso implica dizer que as praxeologias indicam as relações R(I,O) que são esperadas para cada pessoa que seja sujeito daquela instituição.

Almouloud (2007) aponta que as noções de (tipo de) tarefa, (tipo de) técnica, tecnologia e teoria, vão permitir modelar as práticas sociais em geral e, em particular, a atividade matemática. Com base nos três postulados abaixo:

- Toda prática institucional pode ser analisada, de diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas;
- O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica;
- A ecologia das tarefas, quer dizer, as condições e entraves que permitem sua produção e sua utilização nas instituições.

É bom esclarecer que a palavra "técnica" aqui usada refere-se a uma "maneira de fazer" uma tarefa e não necessariamente a um procedimento estruturado e metódico, ou algoritmo. E que a relação institucional que se estabelece entre uma instituição *I* (aluno, professor...) e um objeto *O* depende do conjunto de tarefas que as pessoas, ocupando essa posição, devem cumprir pelo uso de determinadas técnicas, Almouloud (2007).

Desse modo, na ecologia das tarefas se supõe que uma técnica deve ser pelo menos compreensível, legível e justificada para existir numa instituição, pois é uma condição mínima para permitir a seu controle e garantir a eficácia das tarefas feitas, que são geralmente tarefas supondo a colaboração de vários atores.

Portando com os dois primeiros postulados obtemos um bloco pratico-técnico constituído de um tipo de tarefa e uma técnica (saber-fazer) e o terceiro postulado aborda a ecologia das tarefas o que Bosch e Chevallard (1999) chamam de a tecnologia da técnica, que nada mais é do que a condição (exigências) ecológica que implica na existência de um discurso descritivo e justificativo das tarefas e técnicas. Assim também toda tecnologia precisa de uma justificação, que os autores chamam a teoria da técnica, como podemos ver no esquema abaixo:

Tabela : Componentes de uma praxeologia ou organização matemática (OM)

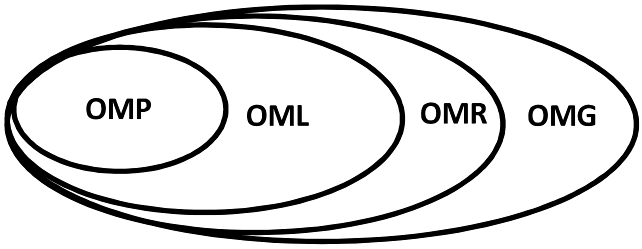
Componentes	Blocos	
Tarefa (T)	Prático-Técnico [T,τ]	Saber-fazer
Técnica (τ)		
Tecnologia (θ)	Tecnológico-Teórico [θ,Θ]	Saber
Teoria (Θ)		

Fonte: (LUCAS, 2009-2010, p. 25, tradução nossa)

Uma organização praxeológica (ou praxeologia) pontual é formada de um conjunto de técnicas, de tecnologia e de teorias organizadas para um tipo de tarefa, baseado numa prática humana, sempre acompanhada de um discurso, mais ou menos desenvolvido que a justifica, a acompanha e lhe da razão, isto no interior de uma instituição, conforme Almouloud (2007). Uma Organização Matemática Pontual (OMP) diz respeito a um tipo de tarefa, de um determinado conteúdo, já Organização Matemática Local (OML), refere-se a diferentes tipos de tarefas de um determinado conteúdo e a Organização Matemática Regional (OMR) se refere a um bloco de conteúdos, portando a praxeologia pontual integra a OML que integra a

OMR. Pode-se falar ainda de uma organização matemática global (OMG) que incorporaria todas as outras:

Figura : Dinâmica das organizações matemática



Fonte: A autora da pesquisa

Uma praxeologia pontual pode ser descrita como sendo o conjunto (T, τ, θ, Θ), quando temos uma técnica que resolve um conjunto de tipos de tarefas. A praxeologia local pode ser (T_i, τ_i, θ, Θ), quando temos uma tecnologia que explica varias praxeologias pontuais. Em nosso trabalho o interesse é nesse tipo de praxeologia, isto é, na OML.

1.2.2. OS OBSTÁCULOS DA NATUREZA DOS OBJETOS

Os obstáculos da "natureza" dos objetos matemáticos e o de seu funcionamento na atividade matemática conduziram a necessidade de distinguir dois tipos de objetos: os objetos ostensivos e os objetos não-ostensivos.

Almouloud (2007) frisa que os objetos ostensivos, "são os objetos manipuláveis na realização da atividade matemática", ou seja, todo objeto que tenha uma natureza sensível, tendo de fato certa materialidade, uma realidade perceptível.

Porém, os objetos não-ostensivos são "todos os "objetos" que, como as ideias, as instituições ou os conceitos, existem institucionalmente sem que, no entanto, eles sejam vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por conta própria." (ALMOULOUD, 2007, p. 119).

Os objetos não-ostensivos dependem da manipulação adequada de certos objetos ostensivos que lhes são associados, Bosch e Chevallard (1999) tratam a manipulação como "um termo genérico para designar os diversos usos possíveis dos objetos ostensivos pelo sujeito e para diferencia-lo dos não ostensivos", logo a diferenciação se dá pelo fato dos objetos ostensivos poderem ser manipulados.

Quando adotamos como exemplo a notação $P(\overline{A})$ e as palavras “probabilidade de um evento A não ocorrer” estamos fazendo uso de objetos ostensivos, já quanto a noção da probabilidade de um evento A não ocorrer estamos fazendo uso de objeto não ostensivo, pois não podemos manipular a noção apenas torna-la presente.

Quando trazemos para os termos da antropologia observamos que o cumprimento de toda tarefa envolve necessariamente a manipulação de ostensivos regulados pelos não-ostensivos.

1.2.3. ANÁLISE DE UMA ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA

Para Chevallard (1999) as praxeologias (ou organizações) relacionadas a um saber matemático, são de duas espécies: matemáticas e didáticas, dito isto as Organizações Matemáticas (OM) estão atribuídas a realidade matemática que se pode construir para ser desenvolvida em uma sala de aula e as Organizações Didáticas (OD) estão atribuídas à forma como se faz essa construção. Podemos assim dizer que segundo Chevallard (2002) existe uma relação entre os dois tipos de organizações que ele define como fenômeno de codeterminação entre as organizações matemáticas.

Os componentes teóricos e tecnológicos de uma praxeologia no processo de formatação de saberes/conhecimentos perdem seu credito é o que afirma Almouloud (2007). “Constantemente, em uma determinada instituição I surgem novas praxeologias que poderão ser produzidas ou reproduzidas se existem em alguma instituição I’” (ALMOULOUD, 2007, p. 123).

1.3. ALGUMAS NOÇÕES DE CONCEITOS DE PROBABILIDADE

O interesse do homem em estudar os fenômenos que envolvem diferentes possibilidades na natureza não é de hoje. O estudo da teoria das Probabilidades surgiram em épocas remotas com o intuito de fortalecer as chances de vitória em jogos de azar. Gonçalves (2004) faz uma síntese histórica citando alguns nomes de personagens com os respectivos anos dos trabalhos e as suas contribuições no estudo das probabilidades.

Tabela : Estudo Histórico de Probabilidades

Personagem/ano	Descrição

Cardan (1663)	Jérome Cardan, “já utilizava a noção de probabilidade para estudar jogos de azar. Em sua obra “De Ludo Aleae”, publicada em 1663, encontram-se as primeiras citações sobre as regras da adição e da multiplicação (axioma do condicionamento e da independência) e também sobre a regra que podemos interpretar como a primeira avaliação assintótica de uma probabilidade”. (COUTINHO, 1994, p.15)
Pascal e Fermat (1654)	Pascal envia uma carta para Fermat no qual expõe um método de resolução para os problemas das partes, proposto por Chevalier de Méré. A resolução continha a famosa fórmula: $$P(A) = \frac{Total\ de\ casos\ favoráveis}{Total\ de\ casos\ possíveis}$$
Huygens (1657)	Publica nesse ano um tratado, o “De rariociniis in ludo aleae”, que explicita e utiliza a noção de esperança matemática.
Jacques Bernoulli (1713)	Início da visão freqüentista, publicada na obra “Ars Conjectandi”, que aproxima Probabilidade de um evento pela sua frequência observada quando a experiência é repetida um grande número de vezes.
Bayes (1763)	Bayes escreveu “La Doctrine des Chances”, que introduz uma nova concepção de Probabilidade, matematicamente idêntica à probabilidade da “Geometria do Acaso”, “que depende da análise do observador e da hipótese de eqüiprobabilidade por simetria. Os métodos bayesianos têm sua origem na idéia de atribuir uma probabilidade às causas de um evento observado a partir de um valor tomado “a priori” e recalculado em função dessa observação, de onde a classificação de “subjetiva”. Note-se bem a diferença entre esta concepção e a concepção de Jacques Bernoulli, dita “objetiva”, uma vez que dependia apenas do número de observações feitas sobre o evento estudo” (COUTINHO, 1994, p. 18)
D’Alembert (1760)	D’Alembert, em 1760, questiona sobre a independência entre duas jogadas consecutivas de uma moeda e escreve: “(...) no curso normal da natureza, o mesmo evento (qualquer que seja ele) ocorre muito raramente duas vezes consecutivas, mais raramente três e quatro vezes, e jamais cem vezes consecutivas” (COUTINHO, 1994, p.18)
Condorcet (1785)	Publica a obra “Essai sur l’Application de l’Analyse à la Probabilité des Decisions Rendues à la Pluralité des Voix”, no qual tenta utilizar técnicas probabilistas na tentativa de fundar uma matemática social.
Laplace (1825)	Em 1812 e 1825 Pierre-Simon Laplace publica “Teoria Analítica da Probabilidade” e “Ensaio Filosófico sobre Probabilidade”, respectivamente. Desenvolveu seu modelo matemático disposto como axiomas e definições. Citamos Coutinho (1994, p.21): “... Vejamos então os dois primeiros princípios: Primeiro Princípio: (a probabilidade) é a relação entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Segundo Princípio: mas isto supõe os diversos casos igualmente possíveis. Se não são, determina-se primeiro suas possibilidades respectivas, cuja justa apreciação é um dos pontos mais delicados da teoria do acaso. Então, a probabilidade será a soma das possibilidades de cada caso favorável.”
Lebesgue (1901)	Henri Lebesgue “elabora a Teoria de Integração fundamentada pela Teoria das Medidas de Borel, no Qual colocou a Análise Matemática em uma perspectiva revolucionária, mesmo que Lesbegue não tenha desenvolvido suas conseqüências e aplicações à Teoria das Probabilidades” (COUTINHO, 1994, p.24)
Poincaré (1902)	Poincaré, em 1902 dá ao “conceito de acaso um enfoque moderno, ligando-o à complexidade dos fenômenos observados, sem contudo, tentar mudar os instrumentos fundamentais do Cálculo das Probabilidades”. Citamos aqui o que ele escreve sobre o equilíbrio do cone: Se um cone repousa sobre sua ponta, nós sabemos que ele vai tombar, mas não sabemos para que lado; nos parece que só o acaso vai decidir”. (COUTINHO, 1994, p. 23)

Borel (1909)	Émile Borel, em 1909 "forneceu uma das primeiras contribuições à axiomatização do Cálculo das Probabilidades com sua obra "Le Hasard" em 1914. Em suas diversas obras sobre o assunto, retoma numerosas considerações epistemológicas sobre a noção de probabilidade, assim como discorre sobre inúmeras aplicações". (COUTINHO, 1994, p. 24)
Von Mises (1919)	Em 1919 Von Mises aproxima a noção de probabilidade à de freqüência experimental, dentro de sua teoria dedutiva, e supõe a probabilidade definida como limite de freqüências. Observa-se uma relação bastante próxima dos trabalhos de Jacques Bernoulli e Von Mises, a probabilidade sob o ponto de vista freqüentista, porém Von Mises se apropria dos recentes termos e conceitos do cálculo para defini-la.
Keynes (1921)	John Maynard Keynes publica em 1921 a obra "A Treatise on probability", tratando a probabilidade Segundo uma abordagem subjetiva.
Kolmogorov (1933)	Em 1933 Andrei Kolmogorov faz a apresentação axiomática à Teoria das Probabilidades, colocando-a no Quadro da Teoria dos Conjuntos. Em sua obra ele destaca que seu objetivo é explicitar e sistematizar o conjunto de axiomas que já estavam sendo utilizados pela maioria dos teóricos contemporâneos do Cálculo de Probabilidades. Axioma 1: Para qualquer evento (isto é, qualquer subconjunto do espaço amostral S), a probabilidade desse evento satisfaz a relação: $0 \leq P(A) \leq 1.$ Axioma 2: A probabilidade associada ao evento certo (S) é $P(S) = 1.$ Axioma 3: Se dois eventos forem mutuamente exclusivos, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Fonte: (GONÇALVES, 2004, p. 35-37)

Muitas vezes, nos deparamos com situações na natureza que acarretam em incertezas, o que podemos chamar de fenômenos ou experimentos aleatórios. Com o propósito de estudar esses fenômenos sempre podemos buscar avaliações através de diversas probabilidades de ocorrência.

De acordo com Cavalcante, Andrade e Régnier (2016) algumas concepções de Probabilidade quanto à sua abordagem no ensino podem ser: Clássica ou Laplaciana, Geométrica, Frequentista, Subjetivista e Formal ou Axiomática. Para os autores, a abordagem Clássica ou Laplaciana privilegia a definição clássica de probabilidade, sendo esta entendida como a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis. Admitindo, implicitamente, a equiprobabilidade de todos os acontecimentos do espaço amostral, calculada a priori sem necessidade de experiências. Já na abordagem Frequentista, os autores veem a probabilidade como um acontecimento que emerge do processo de experimentação, portanto o valor da probabilidade é compreendido como a frequência relativa de sucessos obtidos durante a realização de um experimento.

Para Magalhães (2006) a definição Clássica de probabilidade refere-se a subconjuntos unitários equiprováveis, no caso enumerável finito temos:

$P(A) = \frac{Número\ de\ elementos\ em\ A}{Número\ total\ de\ elementos\ em\ \Omega}$, onde o espaço amostral é denotado por Ω e A é um subconjunto de Ω.

E chama de probabilidade Geométrica, quando temos Ω não enumerável, aplicado ao conceito de comprimento de intervalos, medida de áreas ou similares. "Por exemplo, para Ω sendo um intervalo dos reais temos, $P(A) = \frac{comprimento\ \ de\ A}{comprimento\ total\ de\ \Omega}$." (MAGALHÃES, 2006, p. 11). A probabilidade geométrica é mais visual, muitas vezes não sendo necessária uma solução analítica.

> Designe-se por <<med>> uma medida da dimensão (comprimento, área, volume) de uma região qualquer incluída num espaço amostral contínuo (S) de uma experiência aleatória. De acordo com a definição geométrica, a probabilidade de que um ponto selecionado ao acaso a partir de S se localize na região A nele incluída é dada pela razão $P(A) = \frac{med\ A}{Med\ S}$. (GUIMARÃES, 1997, p.75 *apoud* GONÇALVES, 2004, p.53)

Ainda de acordo com Magalhães (2006) uma definição, denominada frequentista ou também chamada por ele de estatística, "[...] considera o limite de frequências relativas como o valor da probabilidade. Para tal, seja n_A o número de ocorrências de A em n repetições independentes do experimento em questão. Assim, $P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{n_A}{n}$." (MAGALHÃES, 2006, p. 11). No caso da abordagem frequentista, não se conhece de fato o seu espaço amostar(Ω), podendo esse inclusive ser muito grande, isto é, Ω → ∞.

Quando uma experiência, na realidade, não se repete, mas existe a possibilidade ainda que teórica da mesma ocorrer, a utilidade da frequentista fica comprometida. Por esse motivo Guimarães (1997, p.76 *apoud* GONÇALVES, 2004, p.54) explica que: "Então as propriedades satisfeitas pelas probabilidades interpretadas como limite de frequência devem ser satisfeitas pelas probabilidades subjetivas.". Existindo casos em que é mais fácil interpretar as probabilidades como expressões de grau de credibilidade desde que satisfaça o conjunto de propriedades que foram anteriormente identificadas como características destas, de acordo com qualquer uma das definições apresentadas. A ideia de subjetividade está intimamente ligada a teoria proposta por Poincaré (1992, *apoud* GONÇALVES, 2004, p.36), onde o acaso é sempre considerado.

Nossa ultima abordagem é a que Gonçalves (2004) chama de Axiomática. Para o autor esta pode ser entendida de forma simplificada, considerando-se os seguintes axiomas:

> Axioma 1: Para qualquer evento A (isto é, qualquer subconjunto do espaço amostral S), a probabilidade desse evento satisfaz a relação:
>
> $$0 \leq P(A) \leq 1\ .$$

> Axioma 2: A probabilidade associada ao evento certo (S) é:
> $$P\ (S) = 1$$
> Axioma 3: Se dois eventos forem mutuamente exclusivos, então:
> $$P\ (A\ \cup B) = P(A) + P(B)$$
> As propriedades assim definidas passam a ser meros objetos matemáticos. A garantia de que se trata de objetos com interesses teóricos e práticos, assenta no fato de que os axiomas são, por lado, consistente e, por outro, pragmáticos.
> A consistência dos axiomas impõe que os resultados que a partir deles se possam deduzir não sejam contraditórios. O seu pragmatismo está associado à capacidade de permitirem representar de uma forma útil fenômenos ou processos com que a realidade nos confronta. (GUIMARÃES, 1997, p. 8 *apoud* GONÇALVES, 2004, p.54)

É importante frisar que a ideia de mutuamente exclusiva indica a não existência de elementos comuns a ambos os conjuntos, ou seja, $A \cap B = \emptyset$.

Diversos especialistas advogam que no ensino de Probabilidade é interessante promover experiências em que os alunos possam confrontar e se deparar com as diferentes concepções. Gonçalves (2004) destaca, por exemplo, a possibilidade a importância de trabalhar a definição clássica e a frequentista de forma conjunta. No entanto, esse tipo de abordagem não é simples de ser feito, demanda sobretudo, suporte epistemológico, ou seja, para trabalhar nessa perspectiva é necessário dispor de materiais, recursos e referências que apontem e dê suporte para que o trabalho possa ser desenvolvido.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

2.1. PROBLEMATIZAÇÃO

As demandas formativas da sociedade demonstram cada vez mais a necessidade de reconhecer que vivemos um tempo em que a incerteza e o aleatório fazem parte de nosso dia-a-dia. Quando desejamos contratar um seguro de um veículo, nem nos damos conta que cada pergunta do corretor de seguro tem uma intenção particular de determinar o nosso perfil e consequentemente dizer sobre o risco que oferecemos. Por exemplo, se as estatísticas mostram que a probabilidade de um condutor que tenha idade entre 18 e 25 anos é maior que um condutor acima de 35 anos. Certamente a seguradora oferece uma faixa de preço mais atrativo para a segunda classe de condutores, isto é, aqueles que oferecem menos riscos.

Não bastasse o exemplo citado, atualmente podemos destacar inúmeras aplicações da probabilidade nos mais variados ramos das ciências e também nas mais diversas profissões. As probabilidades envolvendo a genética, risco de vida, seguros, investimentos, e etc. Demonstram a importância desse conteúdo e ao mesmo tempo, justificam sua presença no currículo da educação básica. O uso da probabilidade é inerente a maior parte das decisões que tomamos.

Como Chevallard (2002) coloca, o ensino de determinado assunto em sala de aula, está relacionado com toda uma infraestrutura social e pedagógica que influência no seu ensino. Pensando nessa afirmação, em relação ao saber Probabilidade podemos questionar, por exemplo, que sendo a probabilidade um conhecimento tão importante, porque durante a formação no ensino médio, tão pouco tempo é dedicado ao seu ensino? Porque as situações trabalhadas na escola se limitam a exemplo com jogos de azar? Experimentos equiprováveis com moedas, urnas, etc.? Porque ainda temos um aporte mais eficiente das novas tecnologias para o ensino de probabilidade?

Observamos que algumas dessas questões já têm respostas, outras não. No entanto, nosso estudo não pretendia responde-las, embora esperávamos que pudéssemos lançar luzes sobre o debate.

O PNLD desde sua criação em 1998 tem buscado aprimorar a distribuição e a qualidade como requisito para aprovação dos livros didáticos.

De acordo com PNLD temos que:

> O livro didático de Matemática, instrumento de trabalho do professor e de aprendizagem do aluno, é adequado na medida em que favorece a aquisição, pelo aluno, de um saber matemático autônomo e significativo. Para a realização desse processo, alguns princípios gerais precisam ser considerados para que esse livro didático favoreça a aquisição, pelo aluno, de níveis gradativamente mais elevados e complexos de autonomia no pensar. (BRASIL, 2015, p.22)

O destaque dado ao livro didático pelo PNLD mostra que seu papel, como manual de estudo é de favorecer o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. No caso do saber relacionado a probabilidade pensamos que um livro deve minimante contemplar aspectos como as diferentes concepções, aspectos históricos, aplicações diversas do conteúdo, bem como tipos de tarefas que ajudem os estudantes no processo de significação daquilo que estão aprendendo.

Nesse sentido passamos a nos perguntar como o livro didático propõe a abordagem da probabilidade, isto é, o livro didático do ensino médio adotado em uma escola pública de Monteiro – PB favorece na sua organização praxeológica matemática e didática a exploração das várias concepções do saber probabilidade?

Diante deste questionamento, fixamos como objetivo central analisar as organizações matemáticas em torno do saber probabilidades e suas noções no livro didático de Matemática para o ensino médio adotado em uma escola pública do munícipio de Monteiro - PB.

Para alcançar este objetivo fixamos como objetivos específicos:

- ✓ Realizar um estudo praxeológico sobre o conteúdo probabilidade no livro do ensino médio;
- ✓ Analisar o papel da organização didática no livro didático para o estudo da probabilidade no Ensino Médio.

Em seguida passaremos a discutir o caminhar metodológico de nossa pesquisa.

2.2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

2.2.1. NATUREZA DA INVESTIGAÇÃO

Partindo da nossa questão de pesquisa e dos objetivos fixados adotamos como referência metodológica uma abordagem qualitativa, na compreensão de que esta permite compreender os processos e fenômenos que não podem em profundidade. Assim, a pesquisa qualitativa privilegia o entendimento dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação, recolhendo os dados a partir de um contato aprofundado com os indivíduos, na pesquisa qualitativa a fonte de dados é o ambiente natural, onde o pesquisador é o principal instrumento. (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Fiorentini e Lorenzato (2006) destacam que a pesquisa qualitativa pode utilizar diversos instrumentos para que os dados sejam coletados, sendo que estes dados podem vir de fontes variadas como análise de textos pessoais dos sujeitos da pesquisa, entrevistas, manuais e documentos oficiais, atividades produzidas na sala de aula entre outros.

Para nosso estudo, entendemos que a análise é essencialmente documental e nos baseamos no roteiro apresentado por Ferreira (2016) que caracterizou sua análise como um estudo exploratório, ou seja, aquele que tem a finalidade de mostrar ao pesquisador um primeiro panorama de uma dada realidade. Compreendemos que estudo que desenvolvemos, tão somente, diz sobre a ecologia dos saberes envolvendo probabilidade em livro didático do Ensino Médio, porém esse pode ser um resultado que irá permitir outros desdobramentos, como por exemplo, observar como essas praxeologias do livro didático influenciam os estudantes na prática.

Em nosso estudo não há a caracterização de sujeito, embora o livro didático seja nossa fonte de dados.

A escolha do livro foi feita tomando como critério adoção do livro na rede estadual de ensino em Monteiro – PB. Após levantamento inicial detectamos que o principal livro adotado nas escolas era "Novo olhar matemática" Souza (2013), logo foi nesse livro que realizamos a análise praxeológica.

Seguindo o roteiro proposto por Ferreira (2016) destacamos três etapas da pesquisa:

- 1ª Etapa: Planejamento e execução

Nesta etapa realizamos um estudo e aprofundamento dos pressupostos teóricos da TAD. E, realizamos também, um planejamento das atividades para identificar as organizações praxeológicas, além disso, também fizemos um estudo do conteúdo de probabilidade.

- 2ª Etapa: mapeamento e construção da organização praxeológica.

Passada a fase de planejamento, passamos a execução do estudo praxeológico. Na tentativa de identificar as OM (organizações matemáticas) e OD (organizações didáticas), fizemos incialmente a primeira leitura geral da obra, sem nos preocupar em determinar elementos praxeológicos. Feita essa leitura, passamos ao processo de identificação dos objetos separadamente. Primeiro as tarefas, as técnicas e possíveis vestígios de tecnologia.

Feito esse inventário, começamos a agrupar tarefas semelhantes para constituir os tipos de tarefas e os agrupamentos de técnicas para resolvê-las. Paralela a essa análise tentamos perceber elementos que denotassem as concepções de probabilidade presentes no livro.

- 3ª Etapa: análise das conexões e potencialidades.

A última etapa da investigação consistiu na análise da organização praxeológica em torno do saber probabilidade. Para identificação de elementos da OD, fixamos três categorias de análise:

- Concepções sobre probabilidade;
- História da probabilidade;
- Aplicações da probabilidade.

3. RESULTADOS E ANÁLISES

Neste capítulo faremos um estudo praxeológico do livro didático adotado atualmente na maior escola de ensino médio do município de Monteiro – PB. Uma escola da rede estadual de ensino que atende alunos da zona urbana e rural. Também apresentaremos um estudo acerca de quais concepções de ensino de probabilidade são adotadas no livro. Ao realizar estes estudos pudemos observar os elementos praxeológicos aplicados tanto nas OM quanto nas OD.

Nosso objeto de pesquisa é o livro didático “Novo olhar matemática” de Souza (2013), do 2° ano do ensino médio. Ele está dividido em cinco blocos relativos Trigonometria, Matemática financeira e Estatística, Matrizes e Determinantes, Geometria, Análise combinatória e Probabilidade. O capítulo destinado a questão de probabilidade é o último capítulo do livro, o capitulo nove. .

Na leitura geral da obra, verificamos que não existem conexões entre os outros blocos e conteúdo de probabilidades, mesmo, no bloco de análise combinatória, não há menção.

3.1. ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

O livro didático analisado introduz o conteúdo com um trecho histórico contado em três parágrafos. Conta que a primeira obra conhecida refere-se a questões envolvendo jogos, tratado por Cardano e cita mais alguns matemáticos como: Pascal e Fermat apresentando ilustrações (retratos) destes dois. Também cita: Niccolo Tartaglia, Pacioli, Huygens e Bernoulli. Indicando os anos das obras e seus títulos bem como o período em que cada um viveu. Contudo, não citou, por exemplo, Laplace que também tem contribuições importantes.

Ainda na introdução, intitulada “Estudando probabilidade”, o quarto parágrafo já aborda a probabilidade num contexto atual – meteorologia. Logo após observamos que na organização do livro são levantadas algumas questões seguidas da afirmação de que o aluno será capaz de responder ao término do capítulo. Nota-se que apesar da citação a meteorologia, o texto não explora nenhuma aplicação da probabilidade concreta sobre o tema.

Na sequência parte-se de uma situação para definir experimento aleatório utilizando dados, em seguida são postos alguns exemplos, então é definido espaço amostral, seguido de mais alguns exemplos. Em notas ao lado observamos que os dados ou moedas não são viciados dando a ideia de espaço amostral equiprovável.

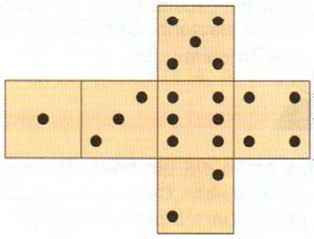
Figura : Relativa ao espaço amostral, livro didático

Alguns exemplos de experimentos aleatórios são:

- lançamento de um dado não viciado
- resultado de uma loteria
- sorteio de uma ficha de uma urna

No caso do lançamento de um dado comum, temos seis possíveis resultados.

A esse conjunto de resultados damos o nome de **espaço amostral**.



Nos estudos de probabilidade consideramos moedas, dados, roletas etc. honestos (não viciados), ou seja, sem qualquer tipo de modificação que possa influenciar os resultados obtidos.

Chamamos de **espaço amostral**, e geralmente indicamos por Ω (le-se: ômega), o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

Fonte: (SOUZA, 2013, P. 247)

Para chegar a definição de evento o livro didático usa mais exemplos, nos quais ele faz uso de notação de conjunto supondo que os alunos compreenderão o que está sendo discutido. E também é mencionada em nota a ideia de maior e menor frequência, mas nada que chegue a inferir numa abordagem frequentista. Os exemplos induzem ao conceito de evento simples ou unitário, evento certo, e evento impossível, para posteriormente definir evento formalmente. Dando continuidade o autor apresenta três atividades resolvidas e depois propõe mais algumas.

Por exemplo, para definir o espaço amostral total dos dias da semana ele introduz a notação de conjuntos diretamente:

Ω = {domingo, segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado}

A seção seguinte intitulada "Calculando probabilidades" o autor toma um exemplo, aponta o espaço amostral e o evento, define espaço amostral equiprovável e implica na probabilidade do evento ocorrer. Em seguida toma um novo evento do mesmo espaço amostral e levanta a probabilidade deste ocorrer. Para daí então, definir probabilidade:

Figura : Definição de Probabilidade do livro didático

Considere um evento *A* de um espaço amostral Ω finito e equiprovável. A razão entre a quantidade de elementos de *A* (indicada por n(A)) e a quantidade de elementos de Ω (indicada por n(Ω)) é a probabilidade P(A) de o evento *A* ocorrer.

$$P(A)=\frac{\text{número de elementos de A}}{\text{número de elementos de }\Omega}=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

ou

$$P(A)=\frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Fonte: (SOUZA, 2013, p. 251)

A abordagem de ensino aqui apresentada no livro didático é apenas Clássica ou Laplaciana. Após a definição o autor apresenta vestígios de uma tecnologia (θ) para concluir que a probabilidade de um evento A ocorrer é de 0% a 100%, ou seja, $0\% \leq P(A) \leq 100\%$. Do mesmo modo também é definida a probabilidade do complementar de A, denotado por $\bar{A}$.

3.1.1. ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DO LIVRO DIDÁTICO

Apresentamos aqui a análise das organizações praxeológicas identificadas no livro didático estudado em relação à probabilidade. Primeiramente analisaremos o bloco Prático-Técnico – "Saber-fazer" [T,τ]. Ferreira (2016) enfatiza a importância que a elaboração das tarefas tem para auxiliar na aprendizagem dos conteúdos, indo além de estudar e decorar fórmulas de modo mecânico e proporcionando ao aluno entender o que está fazendo. Constatamos tais tarefas (T):

T_1: Identificar o espaço amostral (Ω) e/ou n(Ω);

T_2: Encontrar os eventos e/ou quantidade de elementos dos eventos;

T_3: Calcular a probabilidade elementar de um evento;

T_4: Calcular a probabilidade do complementar;

T_5: Determinar a probabilidade da união de dois eventos;

T_6: Determinar a probabilidade condicional;

T_7: Indicar a probabilidade de ocorrer eventos simultâneos;

T_8: Indicar a probabilidade de ocorrer eventos independentes.

"Para uma determinada tarefa, geralmente existe uma técnica ou um número limitado de técnicas reconhecidas na instituição que problematizou essa tarefa, embora possam existir técnicas alternativas em outras instituições." (ALMOULOUD, 2007, p. 115). Apontaremos a seguir as técnicas apresentadas no livro.

τ_1: Para encontrarmos definição Ω (o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório) ou n(Ω), podemos:

- ✓ Fazer uso de diagrama de árvore;
- ✓ Por meio de tabela;
- ✓ Diagrama de Venn;
- ✓ Descrever os elementos de um conjunto
- ✓ Listando a quantidade de elementos de Ω.

τ_2: Selecionar os eventos pedidos:

- ✓ Descrevendo os elementos de um conjunto;

✓ Listando a quantidade de elementos.

τ_3 :Aplicar a formal de probabilidade: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

τ_4: Aplicar a definição formal de probabilidade do complementar de A em relação a $\Omega : P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

τ_5: Para determinar a probabilidade da união de dois eventos empregaremos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

τ_6: Determinaremos a probabilidade condicional de A em a B – a probabilidade de ocorrer o evento A já tendo ocorrido B, indicado por P(A|B) – aplicando : $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

τ_7: A probabilidade de ocorrer eventos simultâneos (ou sucessivos) é indicada por : $P(A \cap B) = P(A|B).P(B)$

τ_8: Para indicar a probabilidade de ocorrer eventos independentes recorremos a $P(A \cap B) = P(A).P(B)$.

Em relação ao bloco Tecnológico-Teórico – "Saber" [θ,Θ], foram encontrados alguns vestígios de tecnologia no livro didático, no entanto, observamos que esses vestígios se limitam a demonstração de algumas das principais propriedades relativas a probabilidade, e a demonstração de resultados ligados a probabilidade condicional e a união de probabilidades para eventos.

Notamos que as explicações têm elementos tecnológicos advindos da Teoria dos Conjuntos, de modo que, há certa confusão entre a abordagem clássica e axiomática, pois em dado momento, o autor adota uma postura mais próxima dos axiomas, no entanto, o cálculo de probabilidade é explicado diretamente sobre a própria definição do que é probabilidade. Esse problema é destacado por Gonçalves (2004) como uma limitação da própria abordagem clássica das probabilidades.

Os vestígios de tecnologia encontrados foram agrupados numa tecnologia principal teoria dos conjuntos $\boldsymbol{\theta_1}$.

$\boldsymbol{\theta_{11}}$: Considere A um evento qualquer de certo espaço amostral Ω. Para os conjuntos ∅, A e Ω, temos:

$$\emptyset \subset A \subset \Omega \Rightarrow n(\emptyset) \leq n(A) \leq n(\Omega)$$

Dividindo cada membro dessa desigualdade por n(Ω) > 0, obtemos:

$$\frac{\overbrace{n(\emptyset)}^{0}}{n(\Omega)} \leq \frac{n(A)}{n(\Omega)} \leq \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} \Rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$$

Portanto, a probabilidade de um evento ocorrer é um valor de 0 a 1, ou seja, de 0% a 100%.

- Se A é um evento impossível, temos P(A) = 0:

$$A = \emptyset \Rightarrow P(A) = \frac{\overbrace{n(\emptyset)}^{0}}{n(\Omega)} = 0$$

- Se A é um evento certo, temos P(A) = 1:

$$A = \Omega \Rightarrow P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1$$

Para todo evento A, temos:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ ou } 0\% \leq P(A) \leq 100\%$$

θ_{12}: Seja A um evento qualquer de certo espaço amostral Ω. Para calcular a probabilidade de um evento A não ocorrer ou também chamado de complementar e indicado por $\bar{A}$, temos:

Como $\bar{A} = \Omega - A$, temos:

$$n(\bar{A}) = n(\Omega) - n(A)$$

Ao dividirmos ambos os membros dessa igualdade por n(Ω)>0, obtemos:

$$\frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega) - n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} - \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Portanto a probabilidade de ocorrer o evento $\bar{A}$ é:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

θ_{13}: Considere os eventos A e B em um espaço amostral Ω finito e não vazio:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Da teoria de conjuntos:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Ao dividirmos ambos os membros dessa igualdade por n (Ω), obtemos:

$$\frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(\Omega)} \Rightarrow \frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

θ_{14}: Sejam A e B eventos não vazios de um espaço amostral Ω. Denominamos de probabilidade condicional de A em relação a B e indicamos por P(A|B) a probabilidade de ocorrer o evento A, já tendo ocorrido o evento B.

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

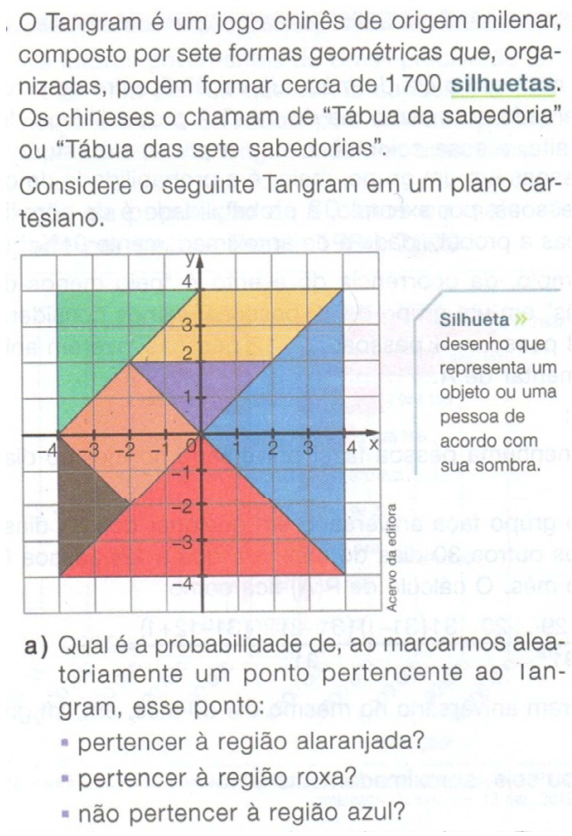
Para escrever P(A|B) em função de P(A∩B) e P(B), dividimos o numerador e o denominador de $\frac{n(A \cap B)}{n(B)}$ por n(Ω).

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \Rightarrow P(A|B) = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}}{\frac{n(B)}{n(\Omega)}} \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Notamos que OM apresentada corresponde a uma organização matemática local, já que os tipos de tarefas e suas técnicas estão em torno de uma tecnologia. Classificamos como teoria a própria Teoria das Probabilidades. Embora a abordagem de questão seja elementar. Então poderíamos inferir que o livro se limita a apresentar noções elementares das probabilidades.

Agora vamos observar algumas atividades propostas pelo livro e analisar suas praxeologias. Para resolver as atividades realizaremos as seguintes tarefas e técnicas:

Figura : Questão do livro didático



O Tangram é um jogo chinês de origem milenar, composto por sete formas geométricas que, organizadas, podem formar cerca de 1 700 **silhuetas**. Os chineses o chamam de "Tábua da sabedoria" ou "Tábua das sete sabedorias".

Considere o seguinte Tangram em um plano cartesiano.

Silhueta » desenho que representa um objeto ou uma pessoa de acordo com sua sombra.

a) Qual é a probabilidade de, ao marcarmos aleatoriamente um ponto pertencente ao Tangram, esse ponto:

- pertencer à região alaranjada?
- pertencer à região roxa?
- não pertencer à região azul?

Fonte: (SOUZA, 2013, p. 257)

T_1: Identificar o espaço amostral (Ω) e/ou n(Ω)

τ_1: Para encontrarmos Ω ou n(Ω), podemos:

Tomemos o plano cartesiano como uma malha. Daí foram contados 64 quadrados em todo Tangram, portanto: n(Ω) = 64.

T_2: Definir os eventos

τ_2: Selecionar os eventos pedidos:

Tomando o plano cartesiano como uma malha, temos:

Tabela : Seleção dos eventos pedidos

Região	Contando quantos quadrados há em cada região	Quantidade de quadrados
Região alaranjada (L)	Foram contados 4 quadrados e 8 metades, então: $4 + 8 \times \frac{1}{2} = 8$	n(L) = 8
Região roxa (R)	Foram contados 2 quadrados e 4 metades, então: $2 + 4 \times \frac{1}{2} = 4$	n(R) = 4
Região azul (A)	Foram contados 12 quadrados e 8 metades, então: $12 + 8 \times \frac{1}{2} = 16$	n(A) = 16

Fonte: A autora da pesquisa

T_3: Calcular a probabilidade

τ_3: Aplicar a definição formal de probabilidade: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

- Seja o evento "pertencer a região alaranjada", então n(L) = 8. Assim a probabilidade de marcamos um ponto aleatoriamente pertencente a região alaranjada é dada por: $P(L) = \frac{n(L)}{n(\Omega)} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$, ou 12,5%
- Seja o evento "pertencer a região roxa", então n(R) = 4. Assim a probabilidade de marcamos um ponto aleatoriamente pertencente a região roxa é dada por: $P(R) = \frac{n(R)}{n(\Omega)} = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$, ou 6,25%

T_4: Calcular a probabilidade do complementar

τ_4: Aplicar a definição formal de probabilidade do complementar de A em relação a Ω: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

- Seja o evento "pertencer a região azul", então n(A) = 16. Assim a probabilidade de marcamos um ponto aleatoriamente pertencente ao Tangram, mas não pertencente a região azul é dada por:

  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{16}{64} = \frac{3}{4}$, ou 75%

Figura : Questão do livro didático

(UEL-PR) De um total de 500 estudantes da área de exatas, 200 estudam Cálculo Diferencial e 180 estudam Álgebra Linear. Esses dados incluem 130 estudantes que estudam ambas as disciplinas. Qual é a probabilidade de que um estudante escolhido aleatoriamente esteja estudando Cálculo Diferencial ou Álgebra Linear?

a) 0,26
b) 0,50
c) 0,62
d) 0,76
e) 0,80

Fonte: (SOUZA, 2013, p. 261)

T_1: Identificar o espaço amostral (Ω) e/ou $n(\Omega)$

τ_1: Como o total de estudantes da área de exatas é 500, então:

$n(\Omega) = 500$ estudantes

T_2: Definir os eventos

τ_2: Selecionar os eventos pedidos:

Sejam C e A os eventos "estudar Cálculo Diferencial" e "estudar Álgebra Linear" respectivamente, temos:

$n(C) = 200$ estudantes, $n(A) = 180$ estudantes e $n(C \cap A) = 130$ estudantes.

T_3: Calcular a probabilidade de cada evento;

τ_3: Aplicar a definição formal de probabilidade: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$, logo:

- $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{200}{500} = \frac{2}{5}$
- $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{180}{500} = \frac{9}{25}$
- $P(C \cap A) = \frac{n(C \cap A)}{n(\Omega)} = \frac{130}{500} = \frac{13}{50}$

T_5: Determinar a probabilidade da união de dois eventos

τ_5: Para determinar a probabilidade da união de dois eventos empregaremos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Daí, a probabilidade de que um estudante escolhido aleatoriamente esteja estudando Cálculo Diferencial ou Álgebra Linear é dada por:

$P(C \cup A) = P(C) + P(A) - P(C \cap A) \Rightarrow P(C \cup A) = \frac{2}{5} + \frac{9}{25} - \frac{13}{50} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ ou 50%

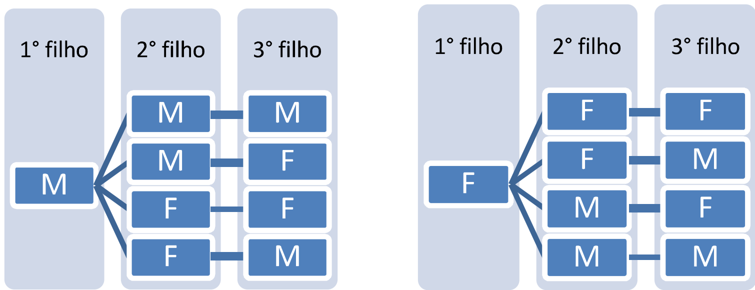
Portanto, a alternativa correta é b.

"Um casal planeja ter 3 filhos. Qual é a probabilidade de que o casal tenha exatamente dois filhos do sexo masculino(M), sendo que o primeiro filho que nasceu é do sexo feminino (F)?" (SOUZA, 2013, p. 265)

T_1: Identificar o espaço amostral (Ω) e/ou n(Ω)

τ_1: Para encontrarmos Ω e n(Ω), faremos uso do diagrama de árvore e em seguida descrevermos o conjunto:

Figura : Diagrama de árvore: representa as possibilidades dos três filhos do casal



Fonte: A autora da pesquisa

O espaço amostral que representa as possibilidades de o casal ter três filhos é: Ω={(M,M,M),(M,M,F),(M,F,F),(M,F,M),(F,F,F),(F,F,M),(F,M,F),(F,M,M)}, logo n(Ω)=8

T_2: Definir os eventos

τ_2: Selecionar os eventos pedidos:

Tomemos:

- Evento A: exatamente dois filhos do sexo masculino.
  A ={(M,M,F),(M,F,M),(F,M,M)}, logo n(A) = 3
- Evento B: o primeiro filho é do sexo feminino.
  B = {(F,F,F),(F,F,M),(F,M,F),(F,M,M)}, logo n(B) = 4
- A∩B: exatamente dois filhos do sexo masculino e o primeiro filho do sexo feminino.
  A∩B = {(F,M,M)}, portanto n(A∩B) = 1

T_3: Calcular a probabilidade de cada evento

τ_3: Aplicando a definição formal de probabilidade: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$, temos:

$P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ e $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

T_6: Determinar a probabilidade condicional

τ_6: Determinaremos a probabilidade condicional de A em a B – a probabilidade de ocorrer o evento A já tendo ocorrido B, indicado por P(A|B) – aplicando : $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Calculando $P(A|B)$, obtemos a probabilidade de que o casal tenha exatamente dois filhos do sexo masculino, sendo que o primeiro filho que nasceu é do sexo feminino:

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$ ou 25%

"De uma urna com 30 fichas numeradas de 1 a 30, serão retiradas duas fichas sem reposição. Qual é a probabilidade de o número em cada uma das fichas ser ímpar?" (SOUZA, 2013, p. 264)

T_1: Identificar o espaço amostral (Ω) e/ou n(Ω)

τ_1: Para encontrarmos Ω e n(Ω), descrevermos o conjunto:

O espaço amostral em uma urna com 30 fichas numeradas 1 a 30: Ω={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30}, logo n(Ω)=30.

T_2: Definir os eventos

τ_2: Selecionar os eventos pedidos:

Consideremos:

- Evento B: "retirar a primeira ficha e o número ser ímpar"

B={1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25,27,29}, logo n(B)=15.

- Evento A: "retirar a segunda ficha e o número ser ímpar".
  A={(1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25,27,29) – x}, sendo x a primeira ficha retirada em B∴ n(A) = 14.
- (A|B): Ao retirar a segunda ficha, já tendo retirado uma ficha com número ímpar sem reposição, temos 14 números ímpares em um total de 29.

T_3: Calcular a probabilidade de cada evento

τ_3: Calculando probabilidade formalmente, temos:

$$P(B) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

T_6: Determinar a probabilidade condicional

τ_6: Determinaremos a probabilidade condicional de A em a B:

$$P(A|B) = \frac{14}{29}$$

T_7: Indicar a probabilidade de ocorrer eventos simultâneos

τ_7: A probabilidade de ocorrer eventos simultâneos (ou sucessivos) é indicada por : $P(A \cap B) = P(A|B).P(B)$

Calculando P(A∩B), obtemos a probabilidade de ambos os números serem ímpares:

$$P(A \cap B) = P(A|B).P(B) = \frac{14}{29} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{7}{29}$$

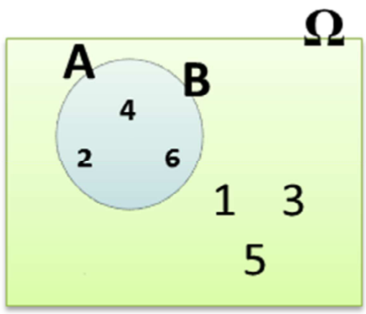
Portanto, a probabilidade de obter números ímpares nas 1° e 2° fichas é $\frac{7}{29}$.

"Qual é a probabilidade de, ao lançar um dado comum duas vezes, obter em ambos os lançamentos um número par de pontos?" (SOUZA, 2013, p. 264)

T_1: Identificar o espaço amostral (Ω) e/ou n(Ω)

τ_1: Para encontrarmos Ω e n(Ω),utilizaremos o diagrama de Venn, em seguida descrevemos o conjunto:

Figura : Diagrama de Venn: representa as possibilidades dos números de pontos de dois lançamentos de um dado.



Fonte: A autora da pesquisa

O espaço amostral que representa os possíveis pontos de todos os lançamentos é dado por: Ω = {1,2,3,4,5,6}, logo n(Ω) = 6.

T_2: Definir os eventos

τ_2: Selecionar os eventos pedidos:

Vamos considerar:

- Evento A: "número de pontos do 1° lançamento ser par"

A={2,4,6}, logo n(A)=3.

- Evento B: "número de pontos do 2° lançamento ser par"

B={2,4,6}, logo n(B)=3.

T_3: Calcular a probabilidade de cada evento

τ_3: Calcular a probabilidade a partir da definição:

A probabilidade de obter um número par de pontos no 1° lançamento é:

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

A probabilidade de obter um número par de pontos no 2° lançamento é:

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Os eventos A e B são independentes, pois a ocorrência de um deles não influência a ocorrência do outro.

T_8: Indicar a probabilidade de ocorrer eventos independentes

τ_8: Para indicar a probabilidade de ocorrer eventos independentes recorremos a $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Portanto, a probabilidade de obter um número par de pontos em ambos os lançamentos é $\frac{1}{4}$ = 0,25 ou 25%.

3.2. ALGUMAS REFLEXÕES

Como colocamos na seção anterior a praxeologia presente no livro didático é local. De modo geral, os tipos de tarefa propostos, são respondidos a partir de técnicas que rementem a teoria dos conjuntos como ferramenta explicativa, mas não como justificativa. Algumas técnicas como aplicação da definição clássica de probabilidade ao problema usam a própria definição como justificativa. Há no livro uma ausência sobre a discussão do porque da probabilidade ser representada através de um quociente. Pensamos que uma investigação histórica da evolução do conceito, poderia ajudar os alunos na compreensão desses "porquês". Se as técnicas estão amparadas por uma tecnologia que repousa sobre a teoria dos conjuntos, a teoria da probabilidade é quem justificaria os resultados. Notamos certa confusão no papel tecnológico da teoria dos conjuntos utilizado pelo autor. Para nós essa confusão se deve ao fato que de um ponto de vista axiomático a teoria dos conjuntos como uma função medida é passível de representação em termos de conjuntos, no entanto, a abordagem escolhida pelo autor é a clássica, ou seja, tudo gira em torno do calculo a priori das probabilidades, de fato, alguns tipos de tarefas ligados, por exemplo, a probabilidade condicional, podem ser resolvidas calculando essas probabilidades a priori, teríamos o caso em que a técnica é a própria tecnologia, como prevê Chevallard (1999).

No entanto, nossa compreensão é de que o fato do livro didático concentrar as praxeologias em torno do bloco Prático-Técnico [T,τ], faz com que possamos dizer que a praxeologia que chamamos de local é apresentada de forma incompleta, pois o discurso tecnológico é ausente. De certa forma, isso parece denotar um cenário em que a prática institucional em torno do saber probabilidade seja resumida a: identificar espaços amostrais, aplicar a definição clássica, e em alguns casos, aplicar formulas que correspondem a uma elaboração relativa a condição condicional das probabilidades.

Portanto, do ponto de vista das concepções, observamos que a concepção clássica é a principal abordagem desse livro didático. A questão que apresentamos que tinha um potencial para abordagem da probabilidade geométrica não o faz a contento. Da mesma forma, quando o autor trata da seção sobre probabilidade e estatística, ele apresentam rudimento da probabilidade como uma frequência relativa o que deixa a entender que essa abordagem aparece no livro apenas de forma figurativa, para atender uma possível exigência de avaliação. Pois essa seção, não dá conta de explorar abordagem frequentista. Esse é um fenômeno destacado por pesquisadores como Lopes (2008), Carzola (2009), Coutinho (1994).

Figura : Exemplo para induzir a definição de evento, e evento simples ou unitário, como notas que apenas citam maior e menor frequência

Considere o sorteio ao acaso de um dia da semana. O espaço amostral desse experimento aleatório é dado pelo conjunto:

$$\Omega = \{\text{domingo, segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado}\}$$

Em relação a esse espaço amostral, destacamos os seguintes **eventos**:

- A $\rightarrow$ em um sorteio, ocorrer um dia da semana cuja letra inicial seja *s*

$$A = \{\text{segunda-feira, sexta-feira, sábado}\}$$

- B $\rightarrow$ em um sorteio, ocorrer um dia da semana cuja letra inicial seja diferente de *t*

$$B = \{\text{domingo, segunda-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado}\}$$

- C $\rightarrow$ em um sorteio, ocorrer um dia da semana cuja letra inicial seja *d*

$$C = \{\text{domingo}\}$$

O evento *C* é representado por um conjunto unitário. Nesse caso, dizemos que esse evento é **simples** ou **unitário**.

É muito provável que o evento *B* ocorra. Porém, não podemos afirmar que ele irá ocorrer sempre. Podemos afirmar apenas que ele acontece com maior frequência.

É pouco provável que o evento *C* ocorra. Porém, não podemos afirmar que ele não irá ocorrer. Podemos afirmar apenas que ele acontece com menor frequência.

Fonte: (SOUZA, 2013, p. 257)

No que se refere a aplicação da probabilidade os exemplos citados se limitam a questões fictícias, que ao final são resolvidas com as probabilidades a priori, numa aparente tentativa de simplificar o uso das probabilidades nesses contextos.

Finalizamos essa seção destacando que o conceito de probabilidade é abordado de forma simplista no referido livro, a partir de situações que se limitam ao cálculo das probabilidades a priori. Não conseguimos perceber no livro o saber probabilidade tomado como um conhecimento importante para sociedade.

Sobre o fenômeno da incompletude das organizações praxeológicas, este é observado, como sendo característica também presente no ensino secundário de países como Portugal e Espanha, conforme apontam Lucas *et al* (2014).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa apresentamos uma análise abordando organizações matemáticas em torno do saber probabilidades e suas noções no livro didático de Matemática para o ensino médio adotado em uma escola pública do munícipio de Monteiro - PB. Essa discursão surgiu quando indagamos como o livro didático propõe a abordagem da probabilidade, isto é, o livro didático do ensino médio adotado em uma escola pública de Monteiro – PB favorece na sua organização praxeológica matemática e didática a exploração das várias concepções do saber probabilidade?

Para responder tal indagação realizamos um estudo praxeológico sobre o conteúdo probabilidade no livro do ensino médio, estudamos também o papel da organização didática no livro didático para o estudo da probabilidade no Ensino Médio.

A partir dos resultados percebemos que do ponto de vista da TAD apesar de identificarmos algumas praxeologias a incompletude da organização praxeológica e didática causada pela ausência de alguns discursos tecnológicos pode comprometer a exploração das variadas concepções do saber probabilidade, pois a justificação do saber é fundamental nesta exploração dando sentido a tais concepções.

Esperamos que este trabalho contribua para ascender um debate em relação as concepções do ensino de probabilidade e suas diferentes abordagens. Para este fim apontamos TAD como um instrumento poderoso para contribuir nas análises.

Nosso trabalho se ateve apenas ao estudo bibliográfico e análise do livro didático adotado na escola da rede estadual de ensino médio em Monteiro – PB. Contudo, este assunto demanda mais pesquisas, sugerimos como possíveis investigações: Pesquisa de campo para levantar as abordagens pelo professor na sala de aula em relação ao livro didático estudado? Quais as praxeologias e as concepções de ensino os professores conhecem e/ou utilizam em sala de aula? Quais os outros recursos além do livro de didático o professor tem acesso e o utiliza em sala de aula, há dificuldades, quais? Estas questões podem ser abordas em um estudo mais profundo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BOGDAN, R. ; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BOSCH, M., CHEVALLARD, Y. Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique. **Recherches en didactique des mathématiques**. La pensée sauvage. *19*(1), 77-123. 1999.

BRASIL (2015). PNLD 2016, Ensino Fundamental – Anos iniciais. Disponível em: http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/guia-do-livro-didatico/item/7027-escolha-pnld-2016, Acesso em: 24/11/2017.

CARZOLA, I. M. **O ensino de estatística no Brasil.** Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2009. Disponível em: http://www.sbem.com.br/gt_12/arquivos/carzola.htm. Acesso em: 19/05/2015

CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X. D.; RÉGNIER, J.-C. O conceito de probabilidade na formação docente: uma reflexão apoiada pela análise estatística implicativa. **VIDYA**, Santa Maria, v. 36, p. 441-455, jul./dez. 2016. ISSN 2176-4603.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas**: O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas. 2001.

CHEVALLARD, Y. L´analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. In : **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, 1999. p. 221-266.

______________. **La transposición didáctica: del saber sábio al saber enseñado.** Buenos Aires: Aique, 1997.

______________. **Organiser l'étude Ecologia et Regulation**, Atas da 11ª Escola de Verão de Didática da Matemática, pela Editora La Pensée Sauvage: 2002

_______________. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In. Brun, J. **Didáctica Das Matemáticas** Trad: Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

COUTINHO, C. de Q. e S. **Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequentista.**1994. 151p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo,1994.

FERREIRA, M. E. A. **Estudo praxeológico como instrumento para refletir sobre a formação de professores que ensinam matemática:** o caso das funções quadráticas. Universidade Estadual da Paraíba. Monteiro, p. 32. 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO. S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos**.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica**. PUC/SP. SÃO PAULO, 2004.

LOPES, C. E. **O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e na formação de professores.** CEDES. Vol. 28, nº 74, Campinas. 2008.

LUCAS, C. O. **Organizaciones Matemáticas Locales Relativamente Completas**. Universidad de Vigo. [S.l.], p. 256. 2009-2010.

LUCAS, C. O. A.; FONSECA, C.; GASCÓN, J.; CASAS, J. M. Aspetos da rigidez e atomização da matemática escolar nos sistemas de ensino de Portugal e da Espanha: análise de um questionário. **Revista Educação Matemática e Pesquisa**. São Paulo, v.16, n.1, pp. 1-24, 2014.

MAGALHÃES, M. N. **Probabilidade e Variáveis Aleatórias**. 2ª. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2006.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**. 3ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

SILVA JUNIOR, C. G. D. O livro didático de matemática e o tempo. 1. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 7, n. 1, 2007. 13-21 p.

SOUZA, J. R. D. **Novo olhar matemática**. 2ª. ed. São Paulo: FTD, v. 2, 2013.

VALENTE, W. Euclides Roxo e a história da Educação Matemática no Brasil**. Revista Iberoamericana de Educação Matemática**. Nº 1. 2005.