



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS – CCEA  
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ  
LICENCIATURA PLENA EM CIÊNCIAS EXATAS

**A CONTRIBUIÇÃO DA TORRE DE HANÓI NA CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA  
FRACTAL**

JOSIVAN PAULINO DOS SANTOS

PATOS – PB  
Novembro de 2011

JOSIVAN PAULINO DOS SANTOS

**A CONTRIBUIÇÃO DA TORRE DE HANÓI NA CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA  
FRACTAL**

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Ciências Exatas com habilitação específica em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, em cumprimento às exigências como requisito para a obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Ciências Exatas.

Orientador: Prof. Drº. Vital Araújo Barbosa de Oliveira

PATOS – PB  
Novembro de 2011

S237c SANTOS, Josivan Paulino dos

A Contribuição da Torre de Hanói na Construção da Geometria Fractal / Josivan Paulino dos Santos. Patos: UEPB, 2011.

57f

- Monografia (trabalho de conclusão de curso - (Tcc) - Universidade Estadual da Paraíba.  
Orientador: Prof. Dr. Vital Araújo Barbosa De Oliveira.

1. Educação Matemática 2. Formação de Professores  
I. Título II. Oliveira, Vital Araújo Barbosa de

CDD 327.7



ATA DE DEFESA DE TCC

Aos 21 dias do mês de novembro do ano de 2018; às 09:00 horas, no Campus VII da Universidade Estadual da Paraíba, ocorreu a apresentação de Trabalho de Conclusão de Curso, requisito da disciplina TCC, do (a) aluno (a) Josiven Paulino dos Santos tendo como tema "A contribuição da Torre de Sênai na construção da geometria fractal"

Constituíram a Banca Examinadora os professores:

Professor (a) Vitel Araújo Barbosa de Oliveira  
Professor (a) Rhodoolfo Allyson Felix Alencar Lima  
Professor (a) Juciano Lucena Trajano

Após a apresentação e as observações dos membros da banca avaliadora, definiu-se que o trabalho foi Aprovado, com nota 9,8 (nove virgula oito).

Eu, Vitel Araújo Barbosa de Oliveira, Professor (a) orientador (a), lavrei a presente ata que segue assinada por mim e pelos demais membros da Banca Examinadora.

Vitel Araújo Barbosa de Oliveira  
Professor(a) Orientador(a)  
Nome Completo

[Assinatura]  
Professor(a) Examinador(a) 1  
Nome Completo

Juciano Lucena Trajano  
Professor(a) Examinador(a) 2  
Nome Completo

JOSIVAN PAULINO DOS SANTOS

**A CONTRIBUIÇÃO DA TORRE DE HANÓI NA CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA  
FRACTAL**

Monografia aprovada em 21 / 11 / 2011

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Vital Araújo Barbosa de Oliveira (Orientador) – CCEA

---

Prof<sup>a</sup>. MS. Rhodolfo Allysson de Félix Alencar Lima (membro) – CCEA

---

Prof<sup>a</sup>. Luciano Lucena Trajano (membro) – CCEA

Dedico ao meu pai José Paulino e a minha mãe Alzira, meus maiores exemplos de vida, que tornaram todos os meus sonhos possíveis e continuam me ensinando a ser mais justo, amigo e educador. Sem vocês em minha vida nada teria sentido de viver.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus pelas oportunidades que me foram dadas na vida, principalmente por ter conhecido pessoas e lugares interessantes, mas também por ter vivido fases difíceis, que foram matérias-primas de aprendizado.

Não posso deixar de agradecer aos meus pais José e Alzira, sem os quais não estaria aqui, e por terem me fornecido condições para me tornar o profissional e homem que sou.

A minha amiga Joana, que desde pequeno me ensinou diversas coisas.

Aos meus alunos, pelo respeito e carinho que estiveram e tem por mim sempre que me encontram.

A minha namorada Ana Paula uma pessoa muito especial e que contribuiu bastante neste trabalho, pelos inúmeros puxões de orelha, que sempre soaram como incentivo, as conversas sobre como as pessoas buscam informações, e inclusive pelas inúmeras revisões de texto que foram feitas.

Aos meus professores que ao longo da minha formação contribuíram de forma decisiva para o meu crescimento, proporcionando este momento. Graças a vocês estou aqui!

Ao meu orientador Professor Dr<sup>o</sup> Vital, que foi fundamental para a realização deste trabalho e com sua dedicação e competência contribuiu muito para o meu crescimento profissional. Este trabalho tem muito de você!

A todos os meus colegas do curso de Licenciatura Plena em Ciências Exatas, em especial Allan, Damiana Karla, Elisabete, James e Vera, pelos auxílios e apoio durante todo o curso. Nunca esquecerei de vocês!

Enfim, sou grato a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para realização deste trabalho.

Muito Obrigado Meu DEUS!!!

*“As nuvens não são esferas, as montanhas não são cones, as linhas costeiras não são círculos e a casca de uma árvore não é suave, nem os relâmpagos se propagam em linha reta”.*

*(Benoit Mandelbrot)*



## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo utilizar a torre de Hanói na construção da geometria fractal, através de atividades, bem como a utilização do Software Excel. Através deste estudo, foi possível abrir espaço para que os alunos discutam, debatam e questionem sobre este novo método. Este trabalho será desenvolvido no 6º ano do Ensino fundamental da escola E.E.E.F.M. Professor João Noberto. Assim, será abordado, em destaque o estudo sobre a construção da geometria fractal um ramo da matemática que estuda as propriedades e comportamento dos fractais, expondo como essa geometria proporciona aos alunos uma relação mais complexa entre os saberes do cotidiano e o escolar, oferecendo uma visão mais ampla da matemática, vendo-a como uma ciência avançada, e não apenas como um corpo de conhecimentos prontos e acabados. Ao final desta pesquisa, foi deixado informações significativas que auxiliam os estudantes ao que se refere à construção dos conceitos geométricos, tornando-os atraentes e motivadores para que os estudantes minimizem o desgosto pela matemática.

**Palavras chave:** Material didático, Matemática, Ensino-aprendizagem.

## ABSTRACT

This study aims to use the Tower of Hanoi in the construction of fractal geometry, through activities and the use of Excel software . Through this study, it was possible to make room for students to discuss , debate and question about this new method . This work will be developed in the 6th year of Elementary school EEEFM Professor John Noberto. Thus it will be discussed, the emphasis on the study on the construction of a fractal geometry branch of mathematics that studies the properties and behavior of fractals , showing how this geometry provides students with a more complex relationship between school and everyday knowledge , providing a view broader mathematics, seeing it as an advanced science , and not just as a body of knowledge ready and finished . At the end of this research, significant information was left to help students with regard to the construction of geometrical concepts , making them attractive and motivating for students to minimize the distaste for mathematics.

**Keywords:** Material didactic, Mathematics, Teaching – apendizagem

## LISTA DE FIGURAS

Figura – 1 Torre de Hanói -----	19
Figura – 2 Fractal do boneco de pão de mel ou Conjunto de Mandelbrot ---	22
Figura – 3 Cinco primeiros níveis de construção do fractal Conjunto de Cantor -----	23
Figura – 4 Os três primeiros passos para a construção do fractal curva de peano -----	24
Figura – 5 Quatros primeiros passos para construção do fractal curva de Hilbert -----	25
Figura – 6 Cinco primeiros passos para a construção do fractal curva de koch -----	25
Figura – 7 Construção passo a passo do fractal Triângulo de Sierpinski ----	26
Figura – 8 Esquema de uma arvore com auto-similaridade -----	28
Figura –9 Fractal gerado por computador -----	29
Figura –10 Obra-prima de Jackson Pollock -----	29
Figura –11 E.E.E.F.M. Professor João Noberto -----	32
Figura –12 E.E.E.F.M. Professor João Noberto -----	32
Figura –13 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto -----	34
Figura –14 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto -----	34
Figura –15 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto confeccionando a Torre de Hanói -----	43
Figura –16 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto confeccionando a Torre de Hanói -----	43
Figura –17 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto confeccionando a Torre de Hanói-----	44
Figura –18 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto no laboratório de informática -----	45
Figura –19 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto no laboratório de informática -----	45

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Índice de resposta da questão 3 -----	36
Gráfico 2 – Índice de resposta da questão 4 -----	36
Gráfico 3 – Índice de resposta da questão 5 -----	37
Gráfico 4 – Índice de resposta da questão 6 -----	37
Gráfico 5 – Índice de resposta da questão 7 -----	38
Gráfico 6 – Índice de resposta da questão 8 -----	39
Gráfico 7 – Índice de resposta da questão 9 -----	40
Gráfico 8 – Índice de resposta da questão 10 -----	40
Gráfico 9 – Índice de resposta da questão 11 -----	41
Gráfico 10 – Índice de resposta da questão 13 -----	42
Gráfico 11 – Índice de resposta da questão 14 -----	42
Gráfico 12 – O movimento com 2 discos -----	46
Gráfico 13 – O movimento com 3 discos -----	46
Gráfico 14 – O movimento com 4 discos -----	46
Gráfico 15 – O movimento com 5 discos -----	46

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Índice de resposta da questão 1 -----	35
Tabela 2 – Índice de resposta da questão 2 -----	35
Tabela 3 – Índice de resposta da questão 12 -----	41

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	12
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
2.1 Os jogos no ensino da matemática .....	14
2.2 Os PCNs e os jogos.....	16
2.3 Os jogos na formação dos Professores .....	17
2.4 História da torre de Hanói .....	19
2.5 A geometria fractal.....	21
2.5.1 Conjunto de Cantor.....	23
2.5.2 Curva de Peano .....	24
2.5.3 Curva de Hilbert.....	24
2.5.4 Curva de Koch .....	25
2.5.5 Triângulo de Sierpinski.....	26
2.6 Geometria Fractal e os PCNs .....	26
2.7 A geometria Fractal e suas aplicações.....	27
2.7.1 Os fractais e a natureza .....	27
2.7.2 A arte e os fractais .....	28
2.7.3 A geometria fractal na matemática.....	30
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	31
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	34
4.1 Análise do questionário aplicados aos alunos.....	34
4.2 Análise do questionário dos professores.....	39
4.3 Construção da torre de Hanói pelos alunos .....	43
4.4 Construção da geometria fractal com a torre de Hanói usando o Excel .....	45
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	47
REFERÊNCIAS .....	48
APÊNDICES .....	51
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO AOS ALUNOS.....	52
APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO AOS PROFESSORES .....	53

## 1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por finalidade levar para sala de aula atividades que possam despertar o interesse e a motivação dos alunos pela matemática, em sala de aula. Utilizando uma nova metodologia que esta sendo bastante inserida no ensino que são os jogos matemáticos. Mostrando como a torre de Hanói que é um desses jogos matemáticos, interagem na construção da geometria fractal.

Historicamente, a matemática é tida como uma ciência rigorosa, formal e abstrata, tais concepções levam a uma prática pedagógica impessoal e, por vezes, dissociada da realidade, o que torna o ensino e a aprendizagem processos cercados de dificuldades. Sabe-se que ainda vigora no meio educacional a idéia de que o professor deve apresentar definições, resolver exemplos e exigir exercícios de fixação, o aluno, por sua vez, deve demonstrar sua aprendizagem através da reprodução do exposto. Porém, este modelo de ensino tem sido cada vez mais questionado, na medida em que, reprodução de atividades não significa compreensão e, conseqüentemente, não permite a construção de conhecimentos.

Diante das dificuldades enfrentadas no ensino da matemática, os professores buscam, gradativamente, priorizar não a reprodução, mas sim a construção dos conhecimentos, sendo que, para tanto, devem ser trabalhadas atividades que despertem o interesse e a motivação dos alunos, permitindo uma interação entre professor, aluno e saber matemático, possibilitando a busca de significações dos conceitos a serem construídos.

Dentre tais atividades, destacam-se os jogos matemáticos, que têm enormes valores educacionais, assim, acredita-se que a utilização deste recurso em sala de aula é uma excelente alternativa para desenvolver a capacidade dos alunos atuarem como sujeitos na construção de saberes.

As primeiras aplicações dos jogos à educação surgiram no século XX. Com o objetivo de fazer com que os alunos prestam atenção e aprendam com maior facilidade.

A utilização desses jogos educativos na metodologia de ensino da matemática auxilia o professor a complementar suas aulas, fazendo com que os alunos se interessem pelas mesmas, pois os jogos estimulam o raciocínio lógico

matemático, capacitando elaboração de novas estratégias de jogos e de resolução de problemas. Ajudando no desenvolvimento mental, e proporcionando a ele uma forma divertida e prazerosa de aprender Matemática.

É um processo dinâmico no qual o aluno torna-se o agente dessa construção ao vivenciar situações, estabelecendo conexões com o seu conhecimento prévio, construindo significados.

Há uma grande relação entre o jogo e a construção do conhecimento, pois o trabalho com os jogos matemáticos possibilita situações no qual o aluno precisa ultrapassar a fase de diversão, vista inicialmente na atividade, passando para uma fase de análise de atitudes, permitindo-lhe a compreensão de seu próprio processo de aprendizagem e desenvolvendo seu raciocínio mental.

Para formação do professor, os jogos inseridos no planejamento com intencionalidade, passa a ser um objeto de construção de saberes, podendo auxiliar tanto na facilidade do aprendizado dos alunos, como também na dinamização de sua prática.

Porém, a utilização dos jogos matemáticos como recurso didático exige um planejamento bem estruturado, com metodologias detalhadas e objetivos definidos, que busquem não só auxiliar os educandos no processo de construção de seus conhecimentos, mas também proporcionar ao professor momentos de reflexão sobre sua prática educativa no que diz respeito da relação entre professor, aluno e saber matemático.

Assim, cabe ao professor organizar a aprendizagem, fornecendo e possibilitando condições adequadas para que o trabalho transcorra de forma satisfatória, propondo atividades que tornem o jogo um recurso valioso para o ensino da matemática, fazendo com que os alunos percebam a importância da interação com os materiais didáticos, oportunizando momentos de efetiva aprendizagem.



## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 OS JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A matemática está presente na vida das pessoas de maneira direta ou indireta. Em quase todos os momentos do cotidiano, exercita-se os conhecimentos matemáticos. Apesar de ser utilizada praticamente em todas as áreas do conhecimento, nem sempre é fácil mostrar aos alunos, aplicações que despertem seu interesse ou que possam motivá-los.

Segundo Souza (2006, p. 44), “o ensino da matemática atravessa uma situação de grande desconforto, tanto para quem aprende como para quem ensina”.

A introdução de jogos como estratégia de ensino-aprendizagem em sala de aula é um recurso pedagógico que apresenta excelentes resultados, pois cria situações que permitem ao aluno estimular a sua criatividade, que é um dos grandes desafios do professor que procura dar significado aos conteúdos desenvolvidos.

Agranionih e Smaniotto (2002, p. 16) definem o jogo matemático como:

[...] uma atividade lúdica e educativa, intencionalmente planejada, com objetivos claros, sujeita a regras construídas coletivamente, que oportuniza a interação com os conhecimentos e os conceitos matemáticos, social e culturalmente produzidos, o estabelecimento de relações lógicas e numéricas e a habilidade de construir estratégias para a resolução de problemas.

Assim, o jogo é um processo, no qual o aluno necessita de conhecimentos prévios, interpretação de regras e raciocínio, o que representa constantes desafios, pois a cada nova jogada são abertos espaços para a elaboração de novas estratégias, desencadeando situações-problema que, ao serem resolvidas, permitem a evolução do pensamento abstrato para o conhecimento efetivo, construído durante a atividade.

Para que os alunos percebam a real importância dos jogos para a sua aprendizagem, o professor pode realizar um trabalho de exploração do jogo, já que, o ato de jogar por si só, pode não ser suficiente para a construção dos

conhecimentos matemáticos. Sendo assim, o jogo pode ser trabalhado em uma perspectiva de resolução de problemas, pois para Moura (2006, p. 80-81), os jogos matemáticos são recursos assumidos com a finalidade de “[...] desenvolver habilidades de resolução de problemas possibilitando ao aluno a oportunidade de estabelecer planos de ação para atingir determinados objetivos, executar jogadas segundo este plano e avaliar sua eficácia nos resultados obtidos”.

Sabe-se que os jogos matemáticos são recursos que podem ser empregados pelos professores em sala de aula a fim de mudar a rotina de suas aulas e facilitar a aprendizagem dos alunos, já que:

Ensinar por meio de jogos é um caminho para o educador desenvolver aulas mais interessantes, descontraídas e dinâmicas, podendo competir em igualdade de condições com os inúmeros recursos a que o aluno tem acesso fora da escola, despertando ou estimulando sua vontade de freqüentar com assiduidade a sala de aula e incentivando seu envolvimento nas atividades, sendo agente no processo de ensino e aprendizagem, já que aprende e se diverte, simultaneamente. (SILVA, 2005, p. 26).

Assim os jogos, permiti o enriquecimento mental, possibilita a interação com os conteúdos didáticos, fazendo com que facilite a resolução dos problema matemáticos. Os jogos, durante a atividade, promovem momentos nos quais o aluno precisa deixar para traz a fase de empolgação e divertimento, inicialmente gerada pela atividade, partindo para uma fase de constatações, análise de atitudes e construção de saberes.

Sendo assim, percebe-se que a utilização de jogos matemáticos aliados à resolução de situações-problema torna-se mais eficaz, pois permite que o jogador faça uma análise completa de suas atitudes durante e após a atividade, possibilitando, não só a compreensão dos conteúdos, mas também de seu próprio processo de aprendizagem.

Além disso, o trabalho conjunto com jogos permite ao professor realizar uma avaliação de seu trabalho e do rendimento dos alunos, ou seja, uma intervenção pedagógica, que nada mais é do que o ato de acompanhamento e observação das atividades, que pode ser realizada antes, durante ou após o ato de jogar,

São nessas situações que, geralmente, os alunos podem expor suas estratégias de jogo, métodos que ajude na resolução de problemas, possibilitando a

comunicação com os colegas e com o professor. Tornando-se, capazes de analisar suas próprias atitudes e refletir sobre o desenvolvimento da atividade.

## 2.2 OS PCNS E OS JOGOS

Com o passar dos anos o ensino da matemática tem passado por varias mudanças, mas mesmo assim ainda existe um grande fracasso em relação a mesma. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 38):

[...] tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial.

Novos métodos a serem inseridos na matemática são os alvos para que aconteça uma mudança nesta visão sobre a matemática. Os jogos matemáticos são exemplos desses métodos. Os jogos têm o objetivo de fazer com que os alunos aprendam de uma forma mais clara e ampla os conteúdos abordados pelo professor em sala de aula.

Para as Diretrizes (MEC, 2006), os jogos são eficientes para a memorização e sugerem que há vários tipos de jogos que podem ser utilizados para instigar a memorização.

Além desse fato, os PCNs (MEC, 1997) enfatizam que os jogos são um aspecto que leva a criança a se interessar, se estimular, e a se desenvolver para resolver dificuldades ou problemas. Também informam que, além de ser um objeto sociocultural em que a matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos e supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, rios tipos de jogos que podem ser utilizados para instigar a memorização.

Os jogos têm suas vantagens no ensino da Matemática desde que o professor tenha objetivos claros do que pretende atingir com a atividade proposta.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs, 1998), do Ministério de Educação e Cultura (MEC), em relação à inserção de jogos no ensino de Matemática, pontuam que estes:

Constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações [...] (p. 46).

As situações vivenciadas durante a partida levam o jogador a planejar as próximas jogadas para que tenha um melhor aproveitamento. Mas isso só ocorrerá se houver intervenções pedagógicas por parte do professor.

.Assim de acordo com os PCNs os jogos matemáticos, quando utilizados de forma correta, inseridos no planejamento do professor, contribuem para que os alunos assimilem melhor os assuntos, promovendo melhor interatividade com os mesmos.

### 2.3 OS JOGOS NA FORMAÇÃO DOS PROFESSORES

Muitos profissionais na educação ainda utilizam uma maneira de ensino muito tradicional, o que fazem com esse método de ensinar se torne a cada dia mais ultrapassado. Esse método tradicional ainda predominante na maioria de nossas escolas contribui para tornar o estudo da matemática enfadonho, rotineiro e desmotivador, obtendo um alto índice de reprovação nessa disciplina.

A partir desse contexto os jogos vêm se configurando como caminhos altamente significativos para as aulas de Matemática, destacando-se sua potencialidade para o desenvolvimento do pensar matemático, da criatividade e da autonomia do educando. Através disso, os jogos e as oficinas pedagógicas quando bem fundamentados por uma intenção didático-pedagógica, passam a auxiliar na sistematização do conhecimento proporcionando aos futuros professores a percepção de sua capacidade de elaborar a construção do conhecimento, situações-problema, desafios e jogos matemáticos.

Lara (2004a, p. 24-27), “classifica-os em: Jogos de construção são aqueles que trazem ao aluno um assunto desconhecido fazendo com que, por meio da manipulação de materiais ou de perguntas e respostas, ele sinta a necessidade de uma nova ferramenta, ou se preferirmos, de um novo conhecimento para resolver determinada situação – problema proposta pelo jogo; Jogos de treinamento são aqueles criados para que o aluno utilize várias vezes o mesmo tipo de pensamento e

conhecimento matemático, para abstraí-lo, estendê-lo, ou generalizá-lo, aumentar sua autoconfiança e sua familiarização com o mesmo; Jogos de aprofundamento são utilizados depois de o aluno ter construído ou trabalhado determinado assunto. A resolução de problemas é uma atividade muito conveniente para esse aprofundamento; Jogos estratégicos são aqueles em que o aluno deve criar estratégias de ação para uma melhor atuação como jogador, podendo pensar múltiplas alternativas para resolver um determinado problema”. Exemplo: dama, xadrez, Cartas.

De acordo com Lara (2004b, p.36), o trabalho com jogos matemáticos, em sala de aula, traz diversos benefícios:

O professor consegue detectar os alunos que estão com dificuldades reais; O aluno demonstra para seus colegas e professores se o assunto foi bem assimilado; Existe uma competição entre os jogadores e os adversários; Durante o desenrolar de um jogo, observa-se que o aluno se torna mais crítico, alerta e confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e tirando conclusões, sem necessidade da aprovação do professor; Não existe o medo de errar, pois o erro é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta; O aluno se empolga com o clima de uma aula diferente, o que faz com que aprenda sem perceber.

Mas deve-se, também, Lara (2004c, p.42), diz que tem que ter alguns cuidados ao escolher os jogos a serem aplicados:

Não tornar o jogo algo obrigatório; Escolher jogos em que o fator sorte não interfira nas jogadas, permitindo que vença aquele que descubra as melhores estratégias; Utilizar atividades que envolvam dois ou mais alunos, para oportunizar a interação social; Estabelecer regras, que podem ou não ser modificadas no decorrer de uma rodada; Trabalhar a frustração pela derrota na criança, no sentido de minimizá-la; Estudar o jogo antes de aplicá-lo (o que só é possível, jogando).

Diante de uma prática pedagógica é necessário que tanto a instituição de ensino quanto os professores tenham clareza sobre a concepção de ensinar, para poder intervir, de forma a contribuir para a construção do novo conhecimento.

Os jogos além de promover ao aluno uma forma melhor de entender os assuntos, incentiva o futuro professor a produção de novos saberes, propondo reflexões sobre os aspectos teóricos e práticos da utilização de jogos.

Assim, esse novo formato de ensinar conteúdos matemáticos bem aplicados todos ganha. Ganha o professor por ter a possibilidade de propor novas formas dos seus alunos aprenderem e ganha o aluno (professor em formação inicial), pois passa a ser mais autônomo, desenvolvendo outras habilidades que lhe serão úteis por toda a sua vida.

## 2.4 HISTÓRIA DA TORRE DE HANÓI

A Torre de Hanói é um dos jogos ou quebra-cabeças matemáticos mais populares (figura-1). Este material já foi utilizado em investigações empíricas que enfatizam a relação entre a ação e a compreensão em um contexto psicogenético por Piaget. Este quebra-cabeça foi inventado pelo matemático francês Edouard Lucas (1842-1891) e comercializado como brinquedo desde 1883.



Figura-1 Torre de Hanói

Fonte: <http://www.vgnoticias.com.br/arquivos/Torres%20de%20Hanoi.jpg>

Lucas anexou ao seu brinquedo à seguinte lenda romântica (FERRERO, 1991; MACHADO, 1992): “No tempo de Benares, cidade santa da Índia, sob a cúpula que marcava o centro do mundo, existia uma bandeja de bronze com três agulhas de diamantes, cada uma de um palmo de altura e da grossura do corpo de uma abelha. Durante a Criação, Deus colocou 64 discos de ouro puro em uma das

agulhas, o maior deles imediatamente acima da bandeja e os demais, cada vez menores, por cima. Esta torre foi chamada de Torre de Brahma. Dia e noite os sacerdotes trocavam os discos de uma agulha para outra, de acordo com as leis imutáveis de Brahma. Essa lei dizia que o sacerdote do turno não poderia mover mais de um disco por vez, e que o disco fosse colocado na outra agulha, de maneira que o de baixo nunca fosse menor do que o de cima. Quando todos os 64 discos tivessem sido transferidos da agulha colocada por Deus no dia da Criação para outra agulha, o mundo deixaria de existir. Dizem os sábios que o mundo foi criado há 4 bilhões de anos aproximadamente e os monges, desde a criação, estão movendo os discos na razão de 1 disco por segundo”. A principal função do jogo era treinar a disciplina mental dos jovens monges.

O jogo consiste em uma base contendo três pinos, em um dos quais são dispostos alguns discos uns sobre os outros, em ordem crescente de diâmetro, de cima para baixo. O objetivo consiste em passar todos os discos de um pino para outro qualquer, usando um dos pinos como auxiliar, de maneira que um disco maior nunca fique em cima de outro menor em nenhuma situação e utilizando o número mínimo de movimentos. O número de discos pode variar sendo que o mais simples contém apenas três (WATANABE, 1986).

De uma forma lúdica, o referido jogo pode ser usado, desde a educação infantil até o ensino superior, como um método de resolução de problemas que, partindo de casos mais simples, leva a generalizações. Segundo Machado (1995), a Torre de Hanói é um jogo muito simples que envolve desafios com grau crescente de dificuldade, que podem ser explorados até mesmo com o auxílio de computadores.

Machado (1995, p.45) diz que:

Na pré-escola, a Torre pode ser utilizada como jogo livre, com regras simples para separação de cores ou tamanhos. A partir da 4<sup>a</sup> ou da 5<sup>a</sup> séries, pode-se jogar segundo as duas regras básicas e o jogo possibilita uma série de explorações interessantes, no caminho para a descoberta da estratégia ótima para alcançar o fim almejado.

O manuseio do quebra-cabeça permite o desenvolvimento de diversas atividades, com a exploração de vários conceitos matemáticos.

## 2.5 A GEOMETRIA FRACTAL

A geometria fractal surgiu com a necessidade de calcular e descrever certos fenômenos da natureza ou objetos intrincados que não possuem forma definida. Uma geometria que apresenta estruturas geometricamente complexas e infinitamente variadas.

Segundo Barbosa (2005, p. 09) a palavra “fractais, baseia-se no latim, do adjetivo *fractus*, do verbo *frangere*, correspondente significa quebrar: criar fragmentos irregulares, fragmentar”. Caracterizam-se por repetir um determinado padrão com ligeiras e constantes variações. Como consequência dessa auto-similaridade, as diferentes partes de um fractal se mostram similares ao todo. Assim, os fractais têm cópias aproximadas de si em seu interior.

De acordo com Moreira (1999), citado por Nicoline (2005, p.5) diz que “os fractais são conjuntos cuja forma é extremamente irregular ou fragmentada e que têm essencialmente a mesma estrutura em todas as escalas”. Mas somente a poucos anos, com aperfeiçoamento e progresso do computador é que a Geometria Fractal vem se consolidando, com auxílio de novas teorias nas áreas da física, biologia, astronomia e matemática.

O termo "fractal" foi criado em 1975 pelo pesquisador Benoit Mandelbrot, que ficou conhecido como o "pai dos fractais" e responsável pela descoberta de um dos fractais mais conhecidos, o conjunto de Mandelbrot ou boneco pão de mel.

A definição mais simples é que Fractais são objetos gerados pela repetição de um mesmo processo periódico, apresentando auto-semelhança e complexidade infinita. Os fractais apresentam uma infinidade de formas diferentes, aparentemente não existindo uma igual à outra.

O conjunto de Mandelbrot (ou boneco de pão de mel) é um fractal definido como o conjunto de pontos  $c$  no plano complexo para o qual a sequência (ou sucessão) definida iterativamente.



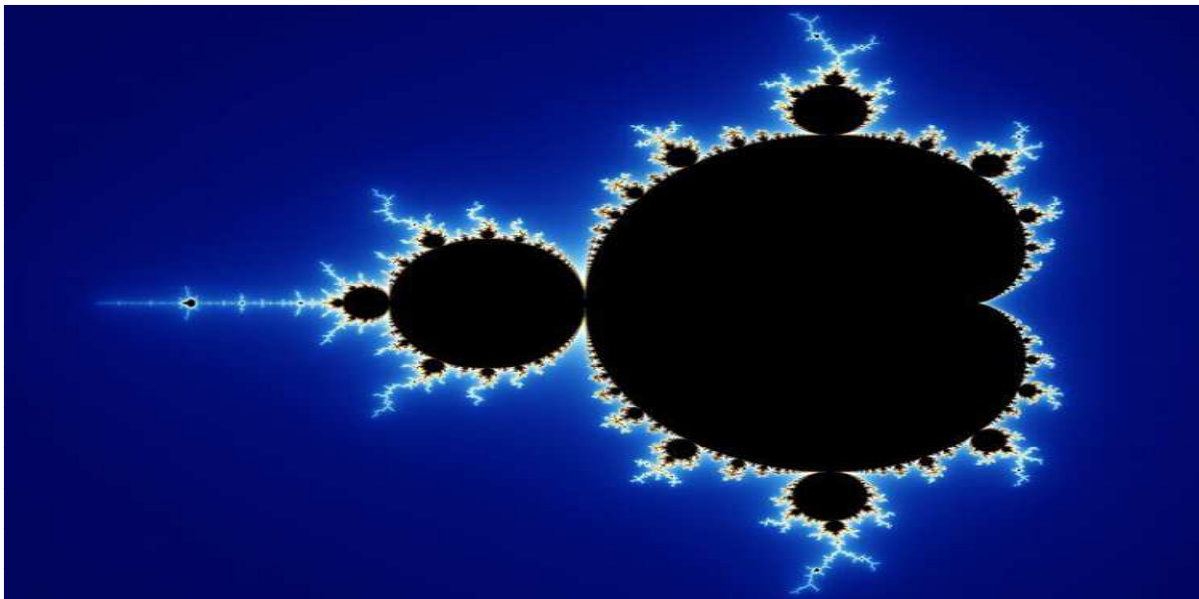


Figura-2 fractal do “boneco de pão de mel” ou “Conjunto de Mandelbrot”.

Fonte:[http://1.bp.blogspot.com/U0m6KuLzlel/TdfVjFle5yl/AAAAAAAAABxl/gn6QMqrn5g4/s1600/Fractais\\_Mandelbrot.jpg](http://1.bp.blogspot.com/U0m6KuLzlel/TdfVjFle5yl/AAAAAAAAABxl/gn6QMqrn5g4/s1600/Fractais_Mandelbrot.jpg)

Na geometria fractal existem duas características frequentes que segundo Siqueira (2007, p.1), são:

“Complexidade Infinita: É uma propriedade dos fractais que significa que nunca conseguiremos representá-los completamente, pois a quantidade de detalhes é infinita. Sempre existirão reentrâncias e saliências cada vez menores.” “Auto-similaridade: Um fractal costuma apresentar cópias aproximadas de si mesmo em seu interior”. Um pequeno pedaço é similar ao todo. “Visto em diferentes escalas a imagem de um fractal parece similar”.

Aproximação da geometria fractal com as formas da natureza é por caracterizada por ter um grau de irregularidade ou tortuosidade na qual impossibilita a sua medição em termos de comprimento.

Diante disso a geometria dos fractais está ligada a uma ciência chamada CAOS. A teoria do caos baseia-se em demonstrações matemáticas e teorias que tentam descrever processos em movimento, ou seja, estuda sistemas dinâmicos. As estruturas fragmentadas, extremamente belas e complexas dessa geometria, fornecem certa ordem ao CAOS, razão de ser, às vezes, considerada como a sua linguagem, que busca padrões dentro de um sistema por vezes aparentemente aleatório.

A geometria fractal de Mandelbrot reflete uma natureza de irregularidades, de reentrâncias, saliências e depressões, de fragmentação. O senso estético nos fractais está na visualização de simetrias, o que permite sentir o belo.

Foram muitas pesquisas que serviram de apoio matemático a Mandelbrot, propostas por matemáticos de notável projeção científica, sendo, portanto, considerados precursores. Os fractais mais conhecidos são: Conjunto de Cantor; Curva de Peano; Curva de Hilbert; Curva de Koch; triângulo de Sierpinski.

### 2.5.1 Conjunto de Cantor

Cantor<sup>1</sup> (1845-1918), que se destacou por apresentar idéias altamente inovadoras sobre o conceito de infinito, propôs a construção de um objeto que resultou chamar-se de conjunto de Cantor. A construção geométrica do conjunto de Cantor recebe, por vezes, o nome de “Poeira de Cantor”.

Para sua construção, inicia-se com um segmento de reta de comprimento unitário. Divide-se este segmento em 3 partes iguais, retirando-se o seu terço médio. Essa é a primeira etapa, ou primeiro nível, da construção. Na segunda etapa, retira-se o terço médio de cada um dos dois segmentos restantes da primeira etapa. As porções restantes são novamente divididas e delas são retirados os terços médios, procedendo-se sucessivamente do mesmo modo. O processo é repetido fazendo-se o número de etapas, ou níveis  $N$ , tender a um número infinitamente grande.

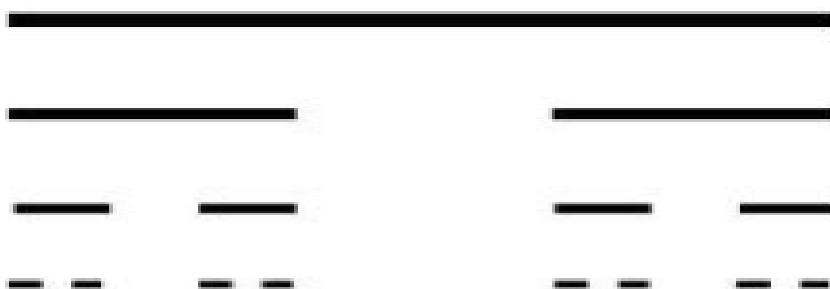


Figura - 3 - Cinco primeiros níveis de construção do “Conjunto de Cantor”.

Fonte: [http://3.bp.blogspot.com/\\_ab\\_Lejj8msw/TUb8BfWNV8I/AAAAAAAAABU/ijSOJIdzcc/s1600/Cantor\\_dust.gif](http://3.bp.blogspot.com/_ab_Lejj8msw/TUb8BfWNV8I/AAAAAAAAABU/ijSOJIdzcc/s1600/Cantor_dust.gif)

<sup>1</sup> Geog Cantor (1845-1918), matemático Russo cujos seus trabalhos estão ligados a Teoria dos Conjuntos com na base do aparecimento do famoso fractal Conjunto de Cantor.

### 2.5.2 Curva de Peano

Curvas de Peano são curvas descritas pelo matemático italiano Giuseppe Peano<sup>2</sup> de forma a preencher completamente um espaço bidimensional (como um quadrado) ou generalizando um espaço N-dimensional (hipercubo).

A construção da curva de Peano é usado o processo iterativo. Começando com um pequeno segmento de reta, por exemplo, com uma unidade de comprimento. Depois é dividido o segmento de reta em três sub-segmentos iguais, construindo um retângulo sobre o sub-segmento intermédio ficando com dois quadrados de lado iguais a cada um dos sub-segmentos.

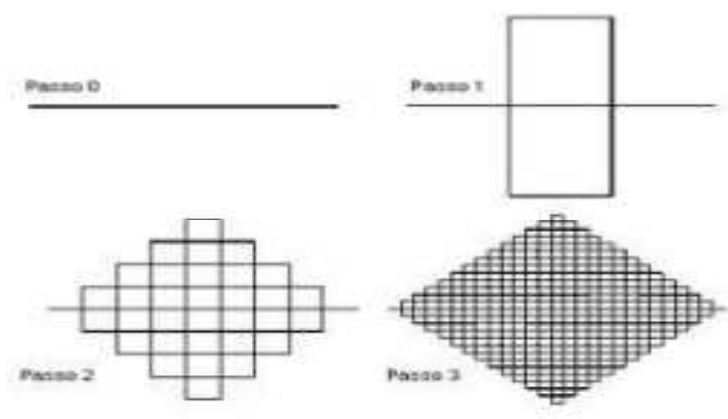


Figura - 4 os três primeiros passos para a construção da “curva de peano”  
Fonte: <http://www.natcomp.com.br/lvcon/web/imagens/temas/6/id237.jpg>

### 2.5.3 Curva de Hilbert

David Hilbert<sup>3</sup> quem apresentou a curva de Hilbert, e como a curva de Peano para a sua construção é necessário de um processo recursivo, mas com algumas particularidades. Inicialmente é um quadrado unitário, no segundo passo consiste em dividi-lo em quatro quadrados iguais, unindo os pontos centrais de cada um desses quadrados. A curva é formada, pelos segmentos de reta formados pela ligação desses pontos centrais, e não pelos quadrados. Os próximos passos são construídos através do processo anterior.

<sup>2</sup> Giuseppe Peano (1858-1932) matemático Italiano descreveu a primeira curva em 1890. Desde então, foram descobertas, por outros matemáticos, curvas que por possuírem características comuns à primeira, foram denominadas Curvas de Peano.

<sup>3</sup>David Hilbert (1862-1943), matemático alemão que criou o fractal “A Curva de Hilbert”.

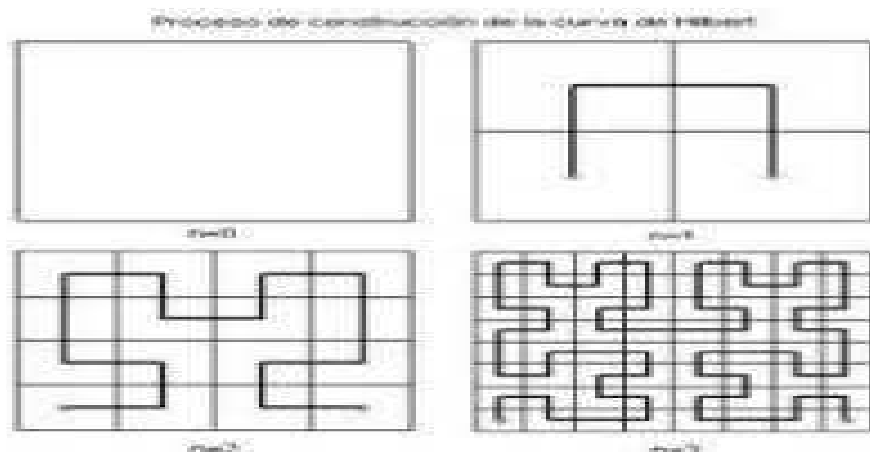


Figura - 5 quatros primeiros passos para construção da “curva de Hilbert”  
 Fonte: <http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/images/stories/Exposiciones/Historia/rostrohumano/24-Hilbert.jpg>

#### 2.5.4 Curva de Koch

Helge Von Koch<sup>4</sup> foi o criador da curva de Koch que mais tarde originou a “Ilha de Koch” ou “Floco de Neve de Koch”. De todas as figuras de fractais a curva de Koch é a única que diferencia das outras em relação a sua construção. Na sua construção o primeiro passo a figura inicial é um triângulo equilátero, composto por três segmentos de retas. O segundo passo é dividir cada lado do triângulo em três partes iguais e construir sobre cada um dos segmentos médios um novo triângulo equilátero. O próximo passo é repetir o mesmo processo em cada um dos 12 segmentos obtidos. Repetindo o processo a curva de Koch é representada.

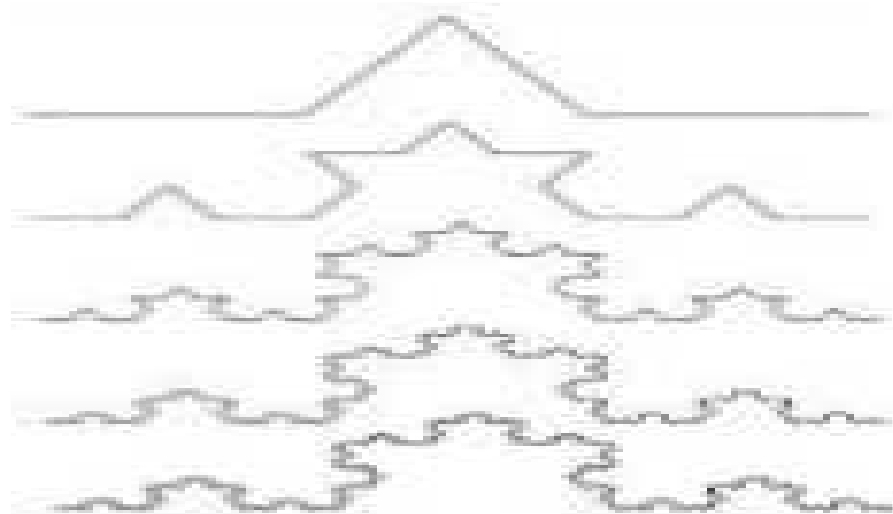


Figura - 6 cinco primeiros passos para a construção da “curva de Koch”  
 Fonte: <http://blog.nkosi.org/wp-content/uploads/2011/08/01.jpg>

<sup>4</sup> Helge Von Koch (1870-1924), matemático Sueco que introduziu em 1904 o fractal conhecido como “A Curva de Koch”.

### 2.5.5 Triângulo de Sierpinski

O Triângulo de Sierpinski foi criado por Waclav Sierpinski<sup>5</sup>, para sua construção existe varias formas para construir esse fractal. Uma delas é: a princípio temos a figura de um triângulo equilátero, em seguida nos pontos médios dos três lados, temos a construção de um novo triângulo com vértices nesses pontos. Formando, assim quatro triângulos com lados iguais na metade do triângulo anterior. O mesmo processo inicial é repetido em todos os triângulos equiláteros, e assim é obtido o triângulo de Sierpinski.

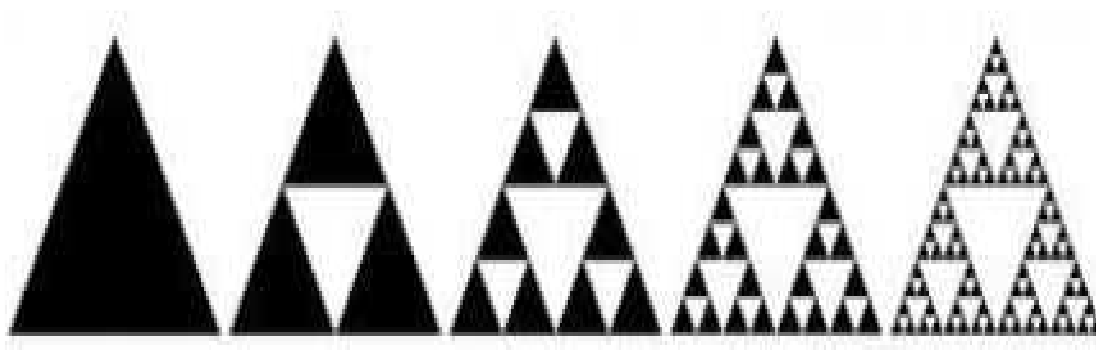


Figura - 7 construção passo a passo do “Triângulo de Sierpinski”

Fonte: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/64/Sierpinsky\\_triangle\\_\(evolution\).png/512px-Sierpinsky\\_triangle\\_\(evolution\).png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/64/Sierpinsky_triangle_(evolution).png/512px-Sierpinsky_triangle_(evolution).png)

## 2.6 GEOMETRIA FRACTAL E OS PCNS

Ao decorrer do tempo, nas escolas, é trabalhada uma geometria apenas com medições, distâncias, cálculos de área e volume, ou seja, a geometria plana e a espacial, mas, a ciência como um todo está em constante evolução e, talvez, por conta disso, é necessário que sempre estejamos nos atualizando, fugindo um pouco desse tradicionalismo.

Ao examinamos as Diretrizes Curriculares da Matemática para Educação Básica, ela nos aponta que para o Ensino Fundamental, “[...] o conteúdo estruturante geometria se desdobra nos seguintes conteúdos específicos: Geometria Plana; Geometria Espacial; Geometria Analítica, e noções básicas de Geometria Não-euclidiana”, porém, o aluno não deve aprender só a geometria euclidiana, mas também ter um conhecimento mais científico, conhecendo a geometria não-euclidiana.

<sup>5</sup> Waclaw Sierpinski (1882-1969), matemático Polaco que criou em 1916 o fractal que recebeu o seu nome “Triângulo de Sierpinski”.

[...] é especialmente adequado para mostrar diferentes modelos explicativos do espaço e suas formas numa visão sistematizada da Geometria com linguagens e raciocínios diferentes daqueles aprendidos no ensino fundamental com a geometria clássica euclidiana. (PCN+, 2002, p. 125)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's, e as Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica em Revisão do Estado do Paraná abordam os conteúdos estruturantes sobre geometrias, entre eles noções básicas de Geometria Não-euclidianas. Mas, o que acontecesse é que grande parte dos professores desconhecesse sobre a existência de tal geometria, não sabendo assim como trabalhar em sala de aula. Diante disso, percebe-se a necessidade de se trabalhar novos saberes escolares como as Geometrias Não-euclidianas, em especial, a Fractal.

## 2.7 A GEOMETRIA FRACTAL E SUAS APLICAÇÕES

É muito difícil mostrar com toda precisão todas as aplicações dentro da geometria fractal. Nos últimos 20 anos a geometria fractal e seus conceitos foram ferramentas para pesquisas em diversas áreas como, por exemplo, de física, química, biologia, medicina e dentre outras.

### 2.7.1 Os fractais e a natureza

Entende-se por fractais como formas geométricas complexas e irregulares. Esses padrões irregulares ocorrem na Natureza, como por exemplo, a diversidade de formas que pode assumir um floco de neve.

No entanto, as formas da Natureza são em geral irregulares, retorcidas, entrelaçadas. O atributo de "natural" de uma paisagem surge na superposição de detalhes irregulares, casuais, às formas geométricas dominantes.

Assim, os fractais são cada vez mais usados para modelar fenômenos complexos entre os quais a difusão num sólido, turbulências, movimentos caóticos, etc. Por outro lado, a Geometria também é utilizada para representar o mais fielmente possível a Natureza. Alguns fractais conseguem, de fato, "imitar"

perfeitamente células, nuvens, contornos terrestres, o sistema circulatório, o tecido pulmonar, etc.

Um bom exemplo de fractal é a copa das árvores. Em uma árvore típica, a formação da copa começa a partir das ramificações iniciais do tronco. De forma similar às primeiras ramificações, cada ramo principal sofre novas ramificações que se repetem até as ramificações terminais onde surgem as folhas.

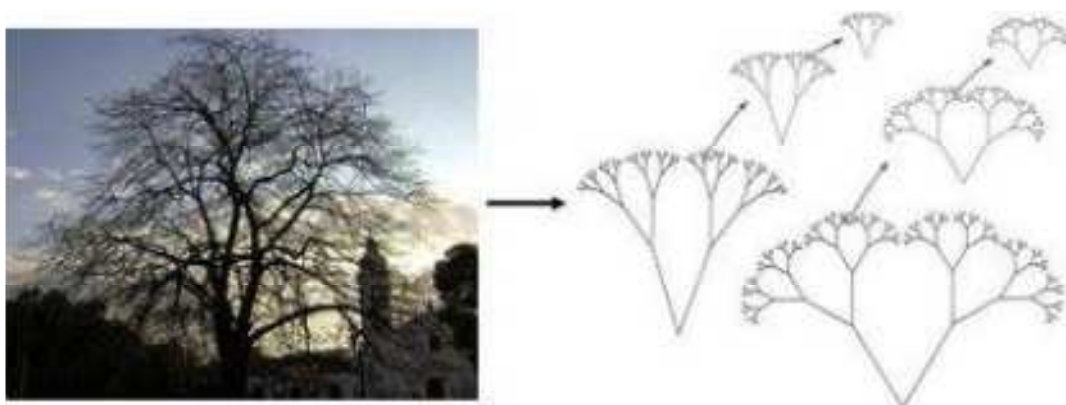


Figura - 8 esquema de uma árvore com auto-similaridade.

Fonte: [http://2.bp.blogspot.com/\\_6ASSIYTudc/SifeqcaPuWI/AAAAAAAAAKQ/NoGD44PUZTo/s400/%C3%81rvore+fractal.jpg](http://2.bp.blogspot.com/_6ASSIYTudc/SifeqcaPuWI/AAAAAAAAAKQ/NoGD44PUZTo/s400/%C3%81rvore+fractal.jpg)

Neste exemplo podemos perceber os ramos “infinitos” de uma árvore. Observando que a cada vez que um dos ramos é ampliado, revela a presença de novos ramos, e assim por diante, sugerindo que o galho se ramifica por inúmeras gerações em escalas cada vez menores tendendo ao infinito. Através deste exemplo mostra a auto-similaridade dos fractais.

### 2.7.2 A arte e os fractais

As manifestações da vida, bem como fenômenos da natureza, são demonstradas pelo ser humano através da Arte. A Geometria Fractal e a Arte interagem com a Natureza proporcionando um estudo inspirador, criativo e prazeroso.

A geometria fractal fornece aos artistas situações de harmonia, de contrastes ou de contemplação. A complexidade desta geometria instiga o senso estético e belo levando o artista a analisar e a criar.

Devido à sua dimensão fracionária ou irregular, a geometria fractal dificilmente poderá ser explicada pela geometria clássica.

Para o “artista” podemos considerar que existem dois domínios de aplicação dos fractais:

Primeiro, existe o artista que usa normalmente software comercial para simular paisagens ou para obter diferentes texturas com a finalidade de preencher superfícies em imagens virtuais. Por outro lado, existem “artistas fractais” que assumem que trabalham com fractais e criam imagens não figurativas, normalmente muito coloridas, a partir de programas muito mais complicados e com muito mais matemática. Alguns até escrevem os seus próprios programas.

Os fractais encontram aplicações artísticas variadas, como gerar texturas, simulação de vegetação e confecção de paisagens. Podendo então evoluir para representações tridimensionais complexas

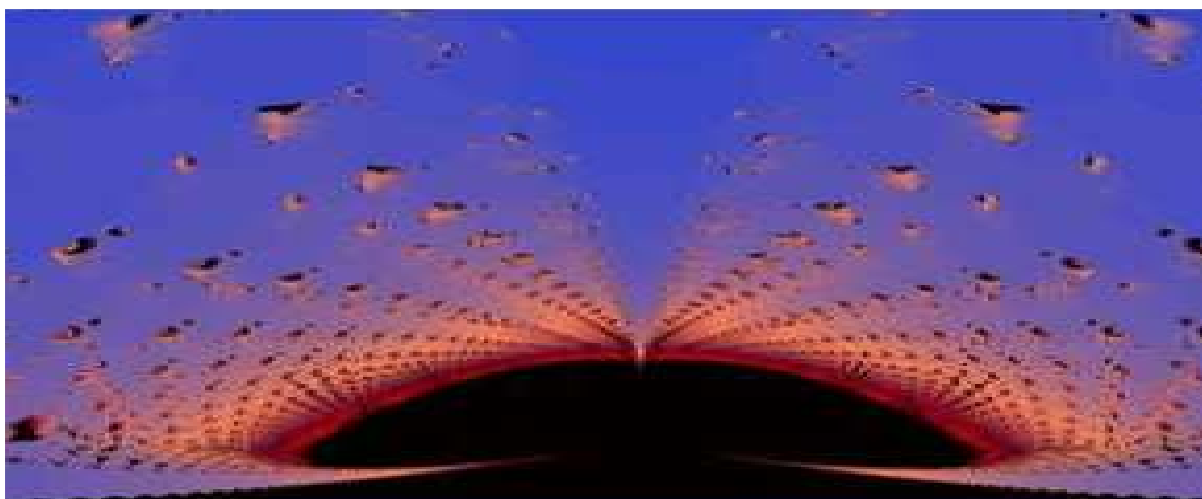


Figura - 9 Fractal gerado por computador

Fonte: <http://library.kiwix.org:4213//300px-BlackholeSun.PNG>



Figura - 10 obra-prima de Jackson Pollock<sup>6</sup>

Fonte: <http://materialsscience.uoregon.edu/taylor/art/images/pollock2.jpg>

---

<sup>6</sup> Obra-prima de Jackson Pollock (1912-1956), feita a base de Óleo sobre lona em 1952, utilizando uma vareta de madeira.



Nas artes plásticas, o pintor Jackson Pollock (1912-1956) dizia que pintava seus quadros baseado no ritmo da natureza. A marca registrada de Pollock eram os traços contorcidos de cores que se entrelaçavam em redemoinhos de tinta. Esse “estilo primitivo de pintar seria fruto de puro gênio ou tratava-se de um bêbado debochando das tradições artísticas?” (Taylor, 2003, p.86).

O físico Richard P. Taylor analisou e concluiu, com a ajuda do computador, que as obras de Pollock possuíam propriedades fractais.

### 2.7.3 A geometria fractal na matemática

A geometria fractal não veio para por para baixo a geometria euclidiana, mas sim mostrar com maior detalhe as formas naturais não mostradas na geometria euclidiana. Por que, aliás, existem grandes aproximações entre ambas.

Na matemática os fractais podem ser explorados no desenvolvimento de diversos conteúdos; como na álgebra, geometria, cálculo, modelagem matemática e números complexos, dentre outros.

De acordo com Sallum (p.1, 2005):

A introdução de fractais no ensino, além de satisfazer a curiosidade de quantos já ouviram falar neles, propicia a oportunidade de trabalhar com processos iterativos, escrever fórmulas gerais, criar algoritmos, calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente, introduzir uma idéia intuitiva do conceito de limite e é um excelente tópico para aplicação de progressões geométrica e estímulo ao uso de tabelas.

Os fractais inseridos no ensino da Matemática ajudam a preencher algumas lacunas que foram deixadas pela geometria euclidiana, possibilitando trabalhar a interdisciplinaridade e o acesso ao computador. As atividades envolvendo fractais fazem com que o aluno desenvolva o raciocínio - lógico matemático, integração entre conceitos matemáticos e elementos do cotidiano, desenvolvimento do senso estético, criatividade, entre outras habilidades.

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste trabalho pretende-se observar de uma forma qualitativa e quantitativa como a torre de Hanói contribui para a construção da geometria fractal, pois só assim será possível obter dados capazes de mostrar com maior detalhe e profundidade todos os aspectos relevantes de nosso objeto de estudo, expondo as concepções dos alunos e professores em relação à geometria fractal e a torre de Hanói.

Na pesquisa quantitativa, é aplicado métodos de Estatística descritiva, têm como objetivo descobrir quantas pessoas de uma determinada população compartilham uma característica ou um grupo de características. Ela é especialmente utilizada para obter medidas precisas e confiáveis que permitam uma análise estatística. Uma análise quantitativa apresenta os dados em percentuais. Já a pesquisa qualitativa segundo Canem (2003) afirma que uma análise qualitativa pode oferecer um quadro descritivo e aprofundado dos sentimentos e representações sociais, que movem os sujeitos da pesquisa. Bogdan e Biklen (1994) descrevem cinco características de uma pesquisa de cunho qualitativo. São estas: o meio ambiente natural como fonte de obtenção dos dados e o pesquisador como principal instrumento; os dados coletados são predominantemente descritivos; o cuidado com a descrição na forma de palavras ou imagens dos dados; o estudo sistemático do processo e não somente dos resultados e, por último, à medida que os dados vão sendo agrupados.

Minayo (2003 p. 22) esclarece:

A diferença entre qualitativo-quantitativo é de natureza. Enquanto cientistas sociais que trabalham com estatísticas apreendem dos fenômenos apenas a região "visível, ecológica, morfológica e concreta", a abordagem qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas.

Assim, a autora mostra com clareza que existe uma grande interação entre os dois tipos de pesquisas, deduzindo que uma complementa a outra.

Este estudo foi realizado com os alunos do 6º ano do ensino fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor João Noberto da cidade de Santa Teresinha – PB (Figuras 11 e 12).

Em que os instrumentos utilizados para a coleta de dados, foi um questionário aplicado aos professores (APÊNDICE A) e outro questionário aplicado os alunos (APÊNDICE B), além de entrevistas informais que foram realizadas para uma maior fundamentação das informações levantadas.



Figura - 11 E.E.E.F.M. Professor João Noberto.  
Fonte: Pesquisa de campo.



Figura - 12 E.E.E.F.M. Professor João Noberto.  
Fonte: Pesquisa de campo.

Para Moroz & Gianfaldoni (2002, p.66) um questionário “é um instrumento de coleta de dados com questões a serem respondidas por escrito sem a intervenção

direta do pesquisador”. Ou seja, é um meio pelo qual pode se aplicado ao um grande numero de pessoas, para que se possam obter dados precisos.

No questionário aplicado, uma das perguntas que foi feita aos alunos é se eles tinham conhecimento do jogo à torre de Hanói e se eles gostavam das aulas quando o professor usava outros meios ou métodos de aprendizagem. O questionário foi aplicado a todos os alunos que estavam presentes na sala de aula.

No questionário ao professor foram solicitados os seguintes itens: o tempo de magistério, quais os recursos utilizados em sua prática pedagógica, se utiliza os jogos matemáticos como recursos didáticos, se os jogos influenciam no aprendizado do aluno, tinha conhecimento do jogo torre de Hanói e se o utiliza em sala de aula.

Outro recurso também utilizado foi à confecção do jogo torre de Hanói e a utilização do software Excel para construção da geometria fractal, utilizando os movimentos das peças do referido material didático, para obter em maior detalhe os movimentos feitos no jogo:

Para obter um fractal geométrico com os movimentos dos discos a torre de Hanói, numere cada um deles. O menor será o um depois o dois e assim por diante. Anote a ordem em que os mesmos vão sendo movidos. Percebe-se claramente a existência da autosemelhança. (DELLA NINA,2007a, p.80)

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste Capítulo trata-se da análise dos resultados obtidos na aplicação dos questionários aos Professores e Alunos do 6º ano do ensino fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, onde foi desenvolvida a pesquisa. No entanto, o presente capítulo foi dividido em quatro partes: a primeira parte foi feita uma análise e discussão dos resultados dos questionários aplicados aos Alunos, na segunda parte, foi feito o mesmo procedimento com os questionários aplicados aos Professores, a terceira foi à confecção da torre de Hanói pelos alunos do 6º ano da referida escola já mencionada e a quarta foi à construção da geometria fractal com a torre de Hanói usando o Software Excel, também com os referidos alunos.

### 4.1 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO APLICADOS AOS ALUNOS

O questionário foi aplicado a um total de 25 alunos do 6º ano do ensino fundamental da referida escola. As Figuras 13 e 14 mostram o momento em que os alunos estão respondendo aos questionários.



Figura - 13 e 14 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto  
Fonte: pesquisa de campo

Nas Tabelas (1-2) mostra as respostas dos alunos às questões propostas por este trabalho de pesquisa.

1. O (A) professor (a) já utilizou algum jogo matemático em suas aulas?

6°ano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto		
Respostas	N° de alunos	%
Sim	0	0
Não	25	100
Total	25	100

Tabela – 1 O (A) professor (a) já utilizou algum jogo matemático em suas aulas?

De acordo com a Tabela 1, percebe-se quanto à utilização dos jogos em sala de aula, todos os alunos participantes da pesquisa responderam que o professor não teria utilizado nenhum jogo de matemática em sala. Pelos dados, verifica – se que, o interesse pela utilização dos jogos matemáticos é preocupante. Pois, os materiais didáticos que o aluno recebem não trazem nenhum conhecimento sobre jogos matemáticos.

2. Você conhece o jogo Torre de Hanói?

6°ano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto		
Respostas	N° de alunos	%
Sim	0	0
Não	25	100
Total	25	100

Tabela – 2 Você conhece o jogo Torre de Hanói?

Na Tabela 2, mostra que com relação ao conhecimento do jogo a torre de Hanói, todos os alunos responderam que não tem conhecimento sobre o jogo.

Os Gráficos de (1-5) continuam a apresentar as respostas dos alunos referente às perguntas proposta no questionário.

3. Você gosta quando o professor utiliza outros meios ou métodos de aprendizagem para dar aula?

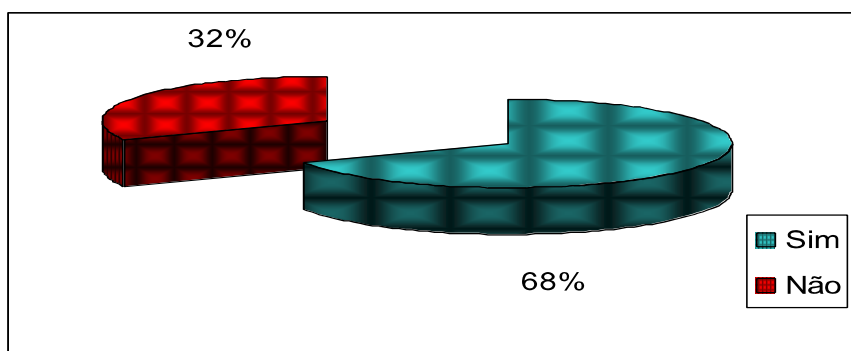


Gráfico – 1 Você gosta quando o professor utiliza outros meios ou métodos de aprendizagem para dar aula?

De acordo com os resultados demonstrados no Gráfico 1 podemos observar que a maioria (68%) dos Alunos responderam que gostam quando o professor utiliza novos métodos de ensino. E (32%) responderam que não gostavam. Podemos confirmar com esse resultado que a utilização de novos recursos em sala de aula serve para aumentar o interesse dos alunos na aprendizagem.

4. O (A) professor dever fazer a interação dos conteúdos matemáticos com qual desses recursos didáticos em sala de aula?

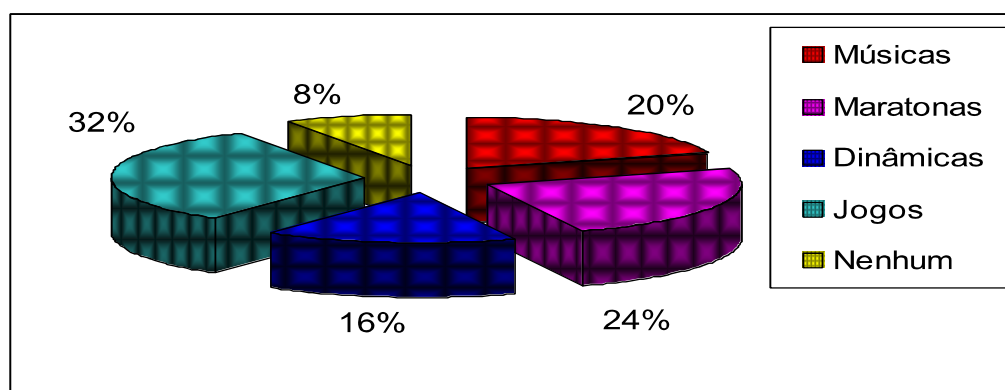


Gráfico – 2 O (A) professor dever fazer a interação dos conteúdos matemáticos com qual desses recursos didáticos em sala de aula?

Em relação a os resultados no Gráfico 2 mostra que (20%) dos alunos preferiam que o professor utiliza-se a música para ensinar os conteúdos matemáticos, (24%) preferem maratonas, (16%) aprenderiam mais com dinâmicas, (32%) gostaria da utilização dos jogos e (8%) não deveria fazer interação com

nenhum recurso didático com os conteúdos. De acordo com o Gráfico 2, mostra que a maioria preferem a utilização dos jogos matemáticos como recurso didático em sala de aula.

### 5. Você acha a disciplina de matemática?

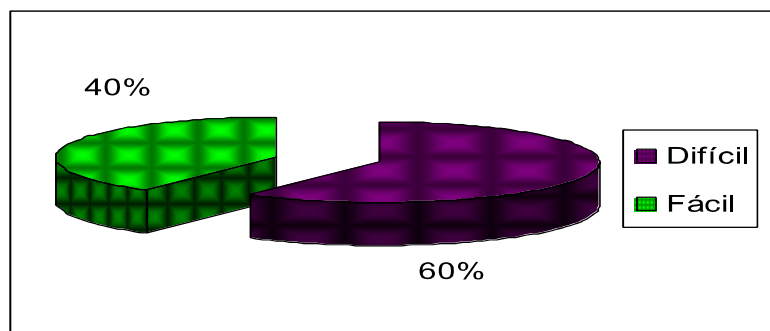


Gráfico – 3 Você acha a disciplina de matemática?

O Gráfico 3 mostra que há um grande número de alunos que acham a disciplina de matemática difícil o que corresponde a (60%) dos alunos e apenas (40%) gostam de matemática. Notam-se muitos alunos acham à matemática difícil, de acordo com este índice é necessário novos meios ou métodos para tornar o ensino da matemática menos complicado e mais agradável.

### 6. O que deveria ser inserido na disciplina de matemática para que ela torne-se mais agradável?

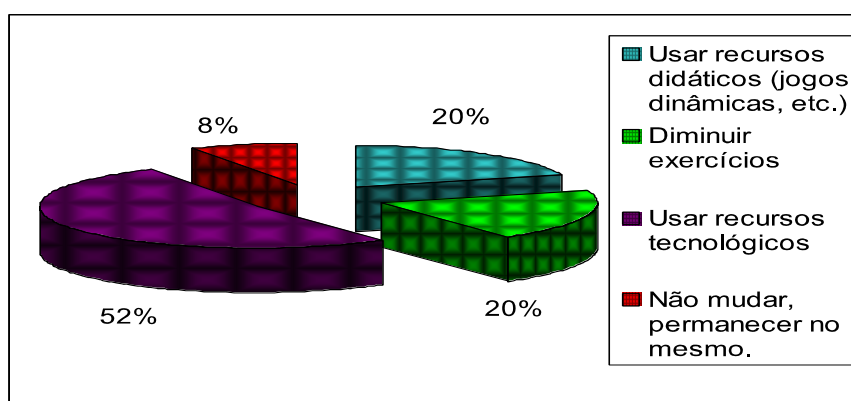


Gráfico – 4 O que deveria ser inserido na disciplina de matemática para que ela torne-se mais agradável?

O Gráfico 4 demonstra que (20%) dos alunos gostariam que usar-se recursos didáticos como jogos, dinâmicas, etc., (20%) diminuir-se exercícios, (52%)



preferem a utilização de recursos tecnológicos, (8%) não querem que mude nada permaneça com está. Segundo os dados estatísticos do Gráfico 4 em relação à questão 6, para tornar a disciplina de matemática mais agradável, o uso da tecnologia esta em maior percentual. Esse índice é devido o grande avanço da tecnologia.

7. Você já teve contato com algum recurso tecnológico para auxiliá-lo a aprender matemática?

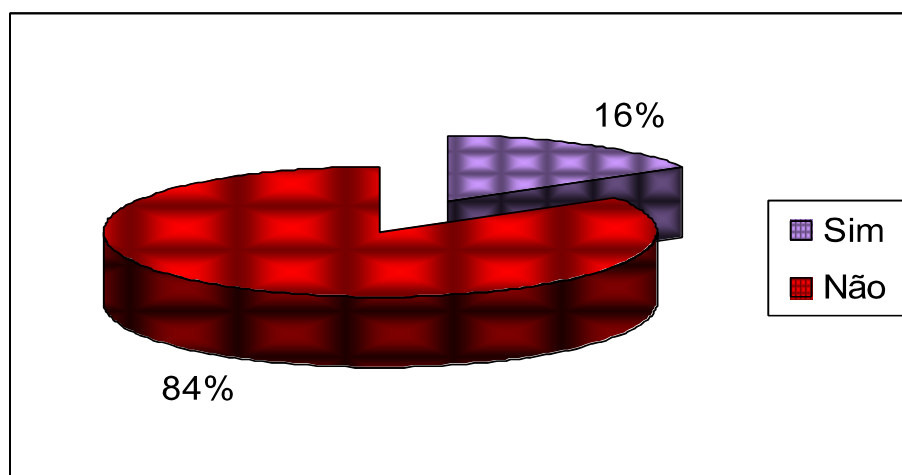


Gráfico – 5 Você já teve contato com algum recurso tecnológico para auxiliá-lo a aprender matemática?

Quanto à utilização de recurso tecnológico para auxiliá-lo a aprender matemática, como mostra no Gráfico 5, apenas (16%) já utilizaram e (84%) não utilizaram nenhum recurso tecnológico. De acordo com o Gráfico 5, é muito pouco a utilização da tecnologia na escola. Pois na era digital que estamos, onde tudo que é feito com auxílio do computador é muito pouco índice em relação à utilização da tecnologia para ajudar a aprender qualquer disciplina, principalmente à matemática.

Assim, terminamos a nossa reflexão sobre a utilização das diferentes formas de interação na sala de aula e a aprendizagem com jogos, que não pode ser vista como uma forma de perda de tempo, como para muitos pensam. Para D'Ambrosio (2007, p.105) "hoje é comum nas propostas para melhoria de eficiência profissional a recomendação de evitar a rotina". Assim a utilização dos jogos além melhorar a absorção dos conteúdos aos alunos é um método do professor sair daquela rotina do dia-a-dia.

## 4.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DOS PROFESSORES

As questões apresentadas aos Professores tiveram como objetivo, verificar a concepções destes em relação aos jogos educativos, bem como avaliar se estes Professores utilizam em sua prática a aprendizagem da matemática com os jogos.

Segundo os PCN (1999, p.5, 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental.

Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências, normas e controle.

Os jogos além de promover a interação com conteúdos, ajuda o aluno desenvolver seu raciocínio lógico e mental.

Dos professores selecionados para a pesquisa, foi aplicado a um total de 20 questionários aos educandos.

Nos Gráficos de (6-11) serão expostas as respostas dos Professores em relação às mesmas.

### 8. Qual o nível de formação?

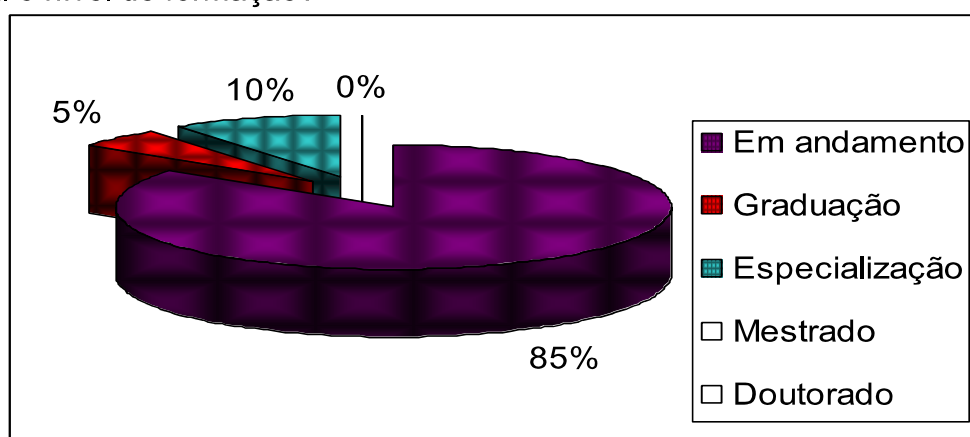


Gráfico – 6 Qual o nível de formação?

De acordo com os resultados demonstrados no Gráfico 6, percebemos em relação ao nível de formação, há um grande número de Professores nas escolas com sua formação em andamento (85%), (5%) com graduação e (10%) com

especialização, (0%) mestrado e (0%) doutorado. Nota-se que em nossa educação precisa de professores mais capacitados, para assim possamos ter alunos com maior conhecimento.

**9. Qual o nível de escolaridade que você ensina?**

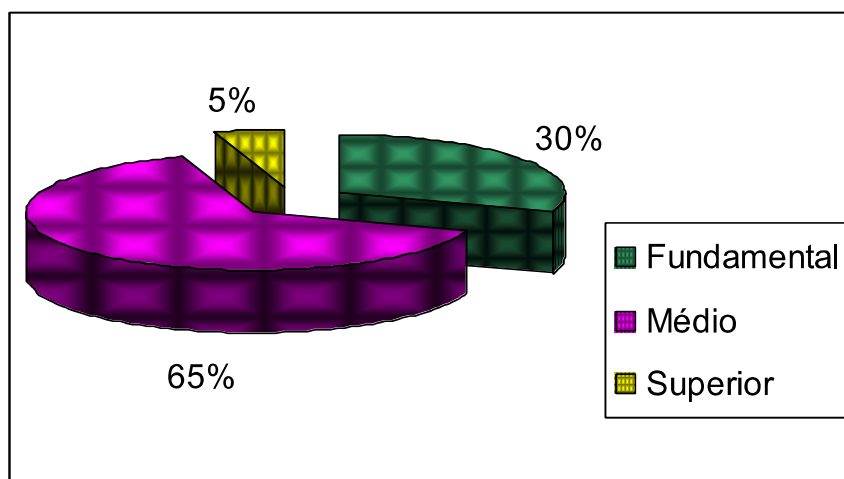


Gráfico – 7 Qual o nível de escolaridade que você ensina?

No Gráfico 7, mostra que a maioria dos professores ensinam no nível médio (65%), (30%) no ensino fundamental e apenas (5%) no ensino superior.

**10. Há quanto tempo você está atuando como professor (a) de Matemática?**

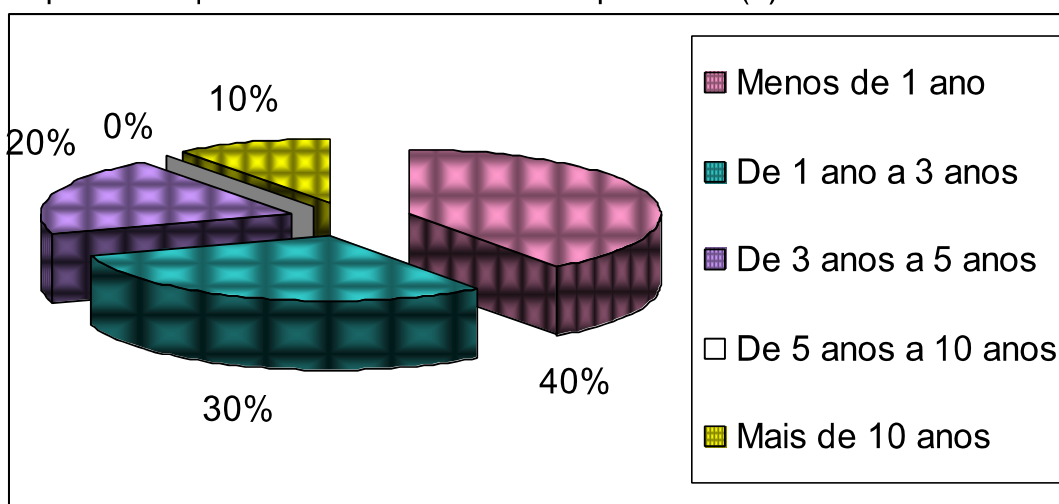


Gráfico – 8 Há quanto tempo você está atuando como professor (a) de Matemática?

Nos dados do Gráfico 8 revelam que (40%) dos professores em sala de aula atuam a menos de um ano, (30%) esta entre 1 ano a 3 anos, (20%) entre 3 a 5 anos, (0%) de 5 anos a 10 anos e (10%) esta em sala de aula a mais de 10 anos.

### 11. Você já teve algum contato ou já ouviu falar da Geometria Fractal?

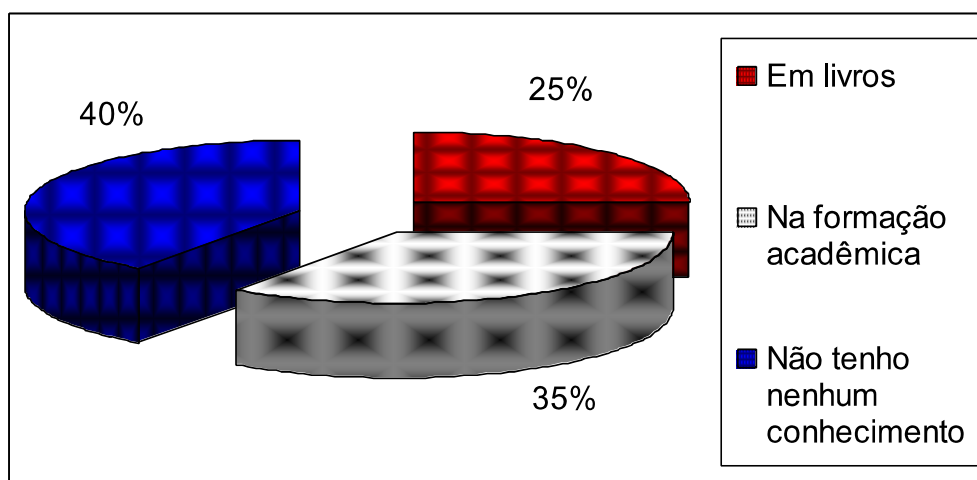


Gráfico – 9 Você já teve algum contato ou já ouviu falar da Geometria Fractal?

Conforme o Gráfico 9, (40%) dos professores não tem nenhum conhecimento da geometria fractal, (35%) já viram ou tiveram contato durante a formação acadêmica e (25%) só viram em livros.

Na Tabela 3 expõe a resposta referente à questão 12.

### 12. A utilização dos jogos matemáticos tem alguma importância em relação ao ensino-aprendizagem?

Questionário aos professores		
Respostas	Nº de professores	%
Sim	20	100
Não	0	0
Total	20	100

Tabela – 3 A utilização dos jogos matemáticos tem alguma importância em relação ao ensino-aprendizagem?

Na Tabela 3, obtivemos um grande índice quanto à utilização dos jogos matemáticos em relação ao ensino-aprendizagem, todos os professores da pesquisa responderam que sim (100%). Foi solicitado que citasse qual era a relação dos jogos com o ensino – aprendizagem. A maioria levou em conta a motivação dos alunos para aprender os conteúdos de uma forma mais dinâmica. A colocação de um professor foi a seguinte: *“melhora o conhecimento dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos”*. Esse ponto é importante, pois assim é possível agir em conjunto, jogos e conteúdos matemáticos.

13. Você já vez a interação da Torre de Hanói em algum conteúdo de matemática?

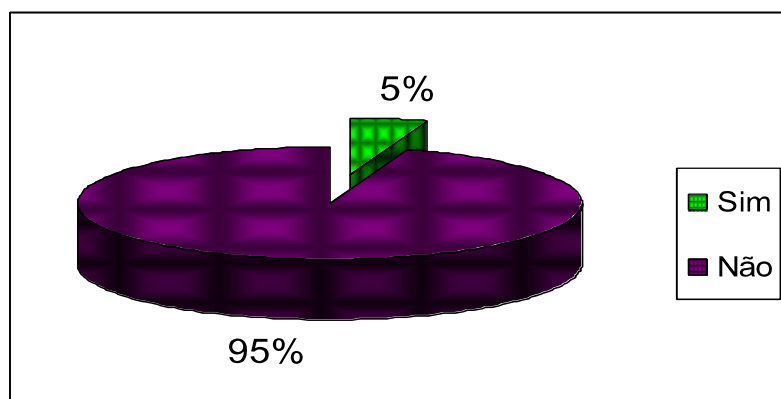


Gráfico – 10 Você já vez a interação da Torre de Hanói em algum conteúdo de matemática?.

O Gráfico 10 demonstra que a utilização da torre de Hanói com os conteúdos matemáticos é muito pouco, só (5%) dos professores já utilizaram e (95%) dos professores nunca fizeram nenhuma interferência com a torre de Hanói aos conteúdos matemáticos.

14. O principal objetivo de se utilizar uma nova metodologia de ensino está em:

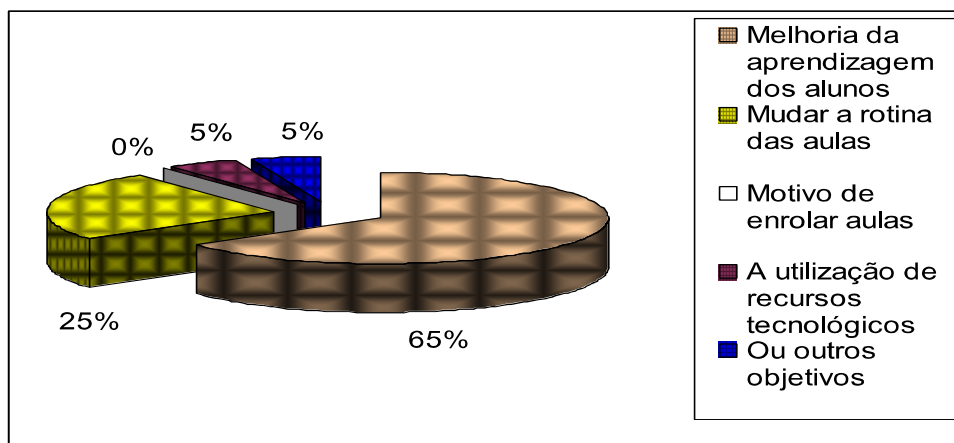


Gráfico – 11 O principal objetivo de se utilizar uma nova metodologia de ensino está em:

De acordo com os resultados demonstrados no Gráfico 11, mostra que em relação as respostas dos professores o principal objetivo de uma nova metodologia inserida no ensino é a melhoria da aprendizagem dos alunos (65%), (25%) é a mudança da rotina das aulas e (5%) a utilização de novos recursos tecnológicos, (0%) motivo de enrolar aulas e (5%) outros objetivos.

De acordo com todos os dados dos Gráficos de (6–11) podemos observar que a maioria dos professores enfrentam grandes dificuldades na utilização de

novos recursos em sala de aula, por vários motivos. Segundo os PCNs (MEC, 1997), para as crianças o jogo é muito prazeroso instigante e genuíno, pois gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da educação e do convívio escolar. Mas, na maioria das escolas não tem laboratório de matemática e nem os livros didáticos trazem a aplicação dos jogos com os conteúdos a serem abordados em sala de aula.

#### 4.3 CONSTRUÇÃO DA TORRE DE HANÓI PELOS ALUNOS

Foi dividida em duplas os alunos do 6º ano do ensino fundamental da referida escola já mencionada, onde cada dupla confeccionou uma torre de Hanói.

Para a construção da torre de Hanói, foram utilizados os seguintes materiais: tesoura; lápis; régua; papelão; isopor e palitos de churrasco. As Figuras 15 e 16 mostram o momento em que os alunos estão confeccionando.



Figura - 15 e 16 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto confeccionando a Torre de Hanói  
Fonte: pesquisa de campo

A Figura - 17 mostra a torre de Hanói confeccionada pelos alunos pronta para ser usada.

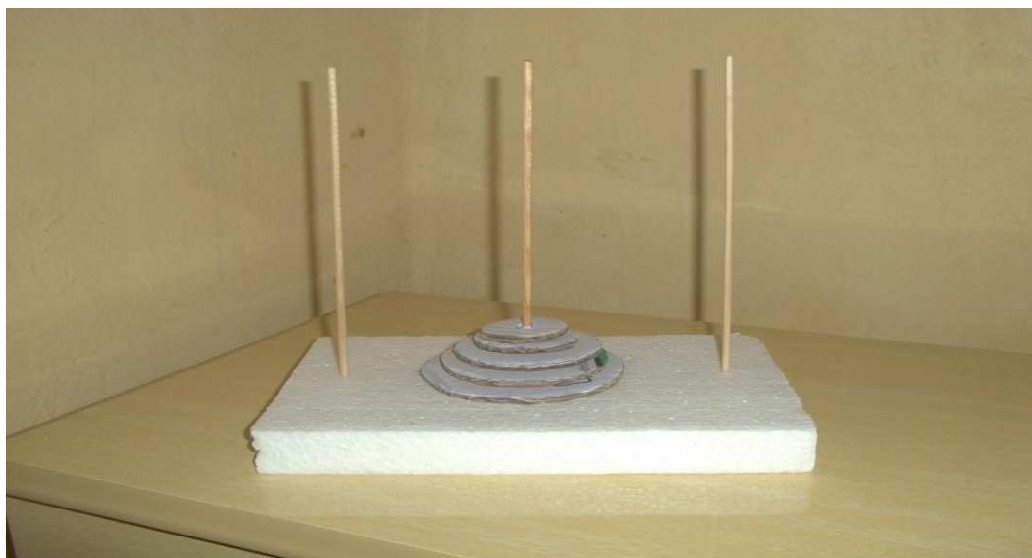


Figura - 17 torre de Hanói confeccionada pelos alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto  
Fonte: pesquisa de campo

Após a confecção das torres de Hanói, foram mostradas as regras do jogo, que são as seguintes:

- Mover todos os discos de um pino para outro pino;
- Mover um disco de cada vez;
- Em nenhum dos movimentos poderá o jogador colocar um disco sobre o outro de menor diâmetro (WATANABE, 1986).

Assim que foram dadas as regras do jogo, e mostrando como se jogava de início com 1 disco, 2, 3, 4 até 5 discos e mostrando como quantos movimentos seriam feitos de acordo com cada total de discos (Tabela 4).

Conforme Della Nina (2007b, p.77), [...] existe uma lei de formação de acordo com os números de movimentos dos discos, que é a seguinte:

$$M_n = 2^n - 1, \text{ onde "n" é o número de discos da torre.}$$

Número de discos	Número de movimentos
N = 1	$M_1 = 1$
N = 2	$M_2 = 3$
N = 3	$M_3 = 7$
N = 4	$M_4 = 15$
N = 5	$M_5 = 31$
...	...
N = 64	$M_n = ?$

Após todos saberem as regras do jogo, começaram a jogar em sua torre de Hanói.

Quando todos já estavam familiarizados com o jogo, todos foram levados para o laboratório de informática da referida escola para jogar o jogo on-line, como mostra as Figuras 18 e 19.



Figura - 18 e 19 Alunos do 6ºano da E.E.E.F.M. Prof. João Noberto no laboratório de informática  
Fonte: pesquisa de campo

#### 4.4 CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA FRACTAL COM A TORRE DE HANÓI USANDO O EXCEL

Após a confecção da torre de Hanói, em seguida quando os alunos jogaram o jogo on-line, foi mostrado como poderia ser percebida a existência dos fractais nos movimentos dos discos da torre de Hanói utilizando o Software Excel.

Para obter um fractal geométrico com os movimentos dos discos da torre de Hanói, foi enumerado cada um deles. O menor será o um, depois o dois será o dois e assim por diante, conforme Della Nina (2007c, p.77) mostra que:

Discos	Numeração
D <sub>1</sub>	1
D <sub>2</sub>	2
D <sub>3</sub>	3
D <sub>4</sub>	4
D <sub>5</sub>	5

Quanto aos movimentos dos discos fica a seguinte sequência de movimentos, como mostra Della Nina (2007d, p.82).



Nº de discos	Sequência de movimentos
N = 1	$S_1 = 1$
N = 2	$S_2 = 1, 2, 1$
N = 3	$S_3 = 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1$
N = 4	$S_4 = 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1$
N = 5	$S_5 = 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 5, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1$

De acordo com Della Nina (2007e, p.77):

Coloque as sequências de movimentos em uma coluna do Excel. Selecione esta coluna e vá ao menu inserir – gráfico. Escolha radar como tipo de gráfico e depois escolha o terceiro subtipo de gráfico, em seguida, avançar, novamente avançar. Eliminamos os eixos dos valores (y), linha de grade, legenda e por último selecionamos os números e delete.

E conforme Della Nina (2007f, p.83), “com essas sequências foi possível construir os seguintes gráficos”:

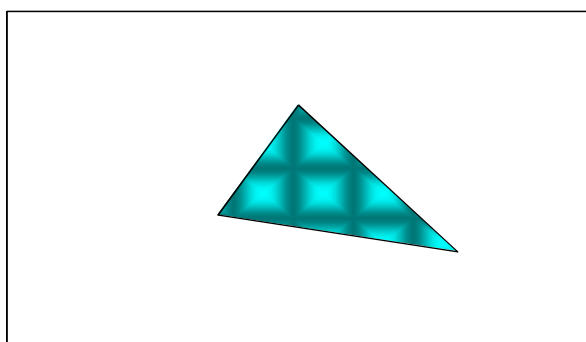


Gráfico – 12 O movimento com 2 discos

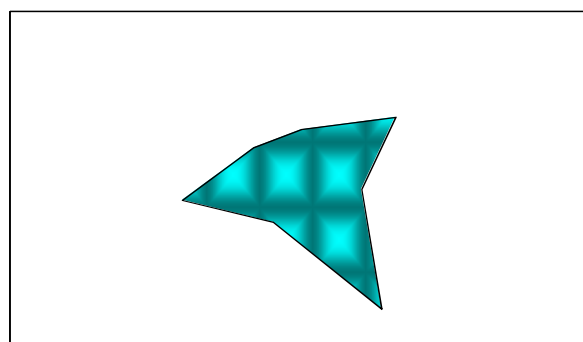


Gráfico – 13 O movimento com 3 discos

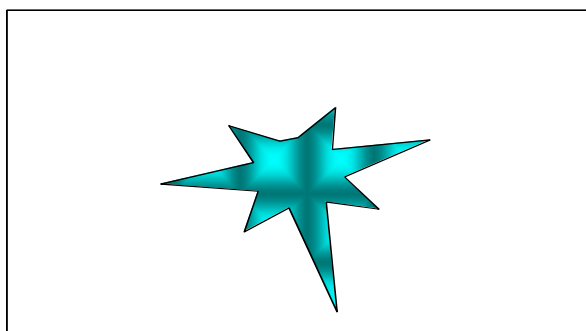


Gráfico – 14 O movimento com 4 discos

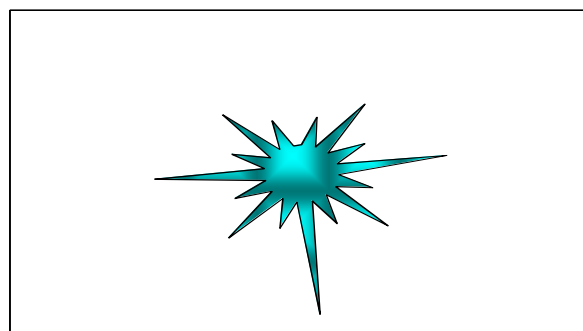


Gráfico – 15 O movimento com 5 discos

Por tanto, foi possível mostrar interação da Torre de Hanói com a geometria fractal, utilizando o software Excel.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante dos resultados obtidos na pesquisa, concluímos que a utilização dos jogos em sala de aula ainda precisa ser bastante debatida no campo escolar.

Verificamos que na escola foi encontrado carências e dificuldades em relação aos trabalhos com jogos. Apesar da importância dos jogos, que nos últimos tempos, é objeto de interesse de psicólogos, educadores, pesquisadores, como decorrência da sua importância para a criança e da constatação de que é uma prática que auxilia o desenvolvimento infantil, a construção ou potencialização de conhecimentos. A educação infantil configurou-se como o espaço natural do jogo e da brincadeira e tem favorecido a concepção de ensino e aprendizagem que acredita na utilização do jogo e da brincadeira como condição para a aprendizagem matemática.

Através deste trabalho, podemos ver que a maioria dos professores não tem conhecimento sobre a torre de Hanói, um jogo facilitador do aprendizado matemático, onde através dele é possível interligar vários conteúdos matemáticos, e mostrando através da movimentação dos seus discos a construção da geometria fractal.

As atividades desenvolvidas com os alunos mostraram com clareza a necessidade dos jogos em sala de aula, pois foi bastante satisfatório, trazendo contribuições para o aprendizado dos alunos sobre a utilização do jogo e a construção da geometria fractal. Por isso, é tarefa de nós, educadores, dar oportunidade há novas atividades e fazermos com que as pessoas tenham mais afinidade com as mesmas.

Finalmente, o que pretendíamos com este trabalho foi obtido, pois era deixar uma contribuição do nosso trabalho para que haja uma discussão sobre como é possível fazer com que o ensino da Matemática torne-se mais significativo e agradável ao aluno. Estabelecendo de fato que a simples rotina de mecanização de conceitos desfavorece o desenvolvimento do raciocínio de forma contextualizada e problematizada.

## REFERÊNCIAS

AGRANIONI, Neila Tonin; SMANIOTTO, Magáli. **Jogos e aprendizagem matemática**: uma interação possível. Erechim: EdiFAPES, 2002.

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrimos a Geometria Fractal para a sala de aula**. ed. Autentica: Tendências em Educação Matemática, 2005, 156 p.

BOGDAN R. BIKLEN S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto Editora. 1994. (Coleção Ciências da Educação).

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília-DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+)** – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

CANEM, A. Metodologia da pesquisa: abordagem qualitativa. In: SALGADO, M. U. C.; MIRANDA, G. V. (Org.). **Veredas-formação superior de professores**: módulo 4-v. 1/SEEMG. Belo Horizonte: SEE-MG, 2003. p. 217-240.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: Da teoria à prática. 14ª ed. Local de publicação: Papirus, 2007.

DELLA NINA Clarissa T de. **Brincando com a torre de Hanói e descobrimos fractais: uma sugestão de atividade para o ensino médio**. In: BOLETIM GEPEM, /Nº 50-jan/jun. 75-85 (2007).

DELLA NINA Clarissa T; SILVA Mercedes M. **Fractais na vida das pessoas**. In: ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DA REGIÃO SUL, 11., 2005, Santa Maria. Anais... Santa Maria: UNIFRA, 2005.1 CD-ROM.

FERRERO, L. **El juego y la matemática**. Madrid: La Muralla, 1991.

LARA, Isabel Cristina Machado de. **Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série**. São Paulo: Rêspel, 2004.

.

MACHADO, N. J. **Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins**. São Paulo: Cortez, 1992. Coleção Questões da Nossa Época, n. 2.

MACHADO, N.J. **Matemática e educação: alegorias, tecnologias e temas afins**. São Paulo: Cortez, 1995.

MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 5ª série): **matemática**. Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF,1997.

MEC - Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental - **PCN's: Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Diretrizes Curriculares Para a Educação Básica da Disciplina de Matemática**. Secretaria de Estado de Educação, 2008.

MINAYO. M.C.S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 4ª edição. São Paulo-Rio de Janeiro: Hucitec-Abrasco, 1996. . (org.). Pesquisa Social: Teoria, Método e Criatividade. 5ª edição. Petrópolis: Vozes, 1996a.

MOROZ, M.; GIANFALDONI, M. H. T. A. **O processo de pesquisa: iniciação**. Série Pesquisa em Educação. Brasília: Editora Plano, 2002.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, Tizuko Morchida. (org). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2006. p. 73-87.

NICOLINE, C. A. H. **Construindo uma proposta de Geometria Fractal para o ensino fundamental.** In: III CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 3., 2005, Canoas. *Anais...* Canoas: ULBRA, 2005. p. 1-6. CD-ROM.

SALLUM, E. M. **Revista do professor de Matemática. Fractais no ensino fundamental.** , vol. 57, 2005.

SOUZA, M. A. T. de. **Matemática em crise: depoimentos de alunos indicam pontos fracos no ensino da disciplina.** Revista do professor. Porto Alegre, v. 22, n. 88, p. 44-45, out/dez. 2006.

SIQUEIRA, Rodrigo. Grupo Fractarte **Janelas para o infinito. Exposição de Fractais** Disponível em: < <http://www.insite.com.br/fractarte.php> > Acesso em: 11 set. 2011.

SILVA, Mônica Soltau da. **Clube de matemática: jogos educativos.** 2. ed. Campinas, SP: Papirus, 2005.

TAYLOR, R. P. **Ordem no caos de Jackson Pollock.** In: Scientific American Brasil, n.8, 84-89, jan. 2003

WATANABE, Renate. Vale para 1, para 2, para 3,... vale sempre? **Revista do professor de Matemática.** Vol.9. SBM. São Paulo, 1986.

# APÊNDICES

## APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO AOS ALUNOS

Caro aluno, este questionário faz parte de um trabalho de Conclusão de Curso (TCC), cujo tema é “A contribuição da torre de Hanói na construção da geometria fractal”. Suas respostas são de suma importância no enriquecimento e valorização deste trabalho que tem por objetivo expor a relação das diferentes formas de interações na sala de aula e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

1. O (A) professor (a) já utilizou algum jogo matemático com você?

Sim ( )

Não ( )

2. Você conhece o jogo Torre de Hanói?

Sim ( )

Não ( )

3. Você gosta quando o professor utiliza outros meios ou métodos de aprendizagem para dar aula?

Sim ( )

Não ( )

4. O (A) professor dever fazer a interação dos conteúdos matemáticos com qual desses recursos didáticos em sala de aula?

( ) Musicas

( ) maratonas

( ) dinâmicas

( ) jogos

( ) nenhum

5. Você acha a disciplina de matemática:

Fácil ( )

difícil ( )

6. O que deveria ser inserido na disciplina de matemática para que ela torne-se mais agradável?

( ) Usar recursos didáticos (jogos, dinâmicas, etc.) ( ) Usar recursos tecnológicos

( ) Não mudar, permanecer no mesmo.

( ) Diminuir exercícios

7. Você já teve contato com algum recurso tecnológico para auxiliá-lo a aprender matemática?

Sim ( )

Não ( )

8. O (A) professor (a) deve utilizar jogos matemáticos em sala de aula?

Sim ( )

Não ( )

9. Você gosta da disciplina matemática?

Sim ( )

Não ( )

10. Com os jogos matemáticos você aprenderia mais fácil à matemática?

Sim ( )

Não ( )

## APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO AOS PROFESSORES

Caro professor, este questionário faz parte de um trabalho de Conclusão de Curso (TCC), cujo tema é “A contribuição da torre de Hanói na construção da geometria fractal”. Suas respostas são de suma importância no enriquecimento e valorização deste trabalho que tem por objetivo expor a relação das diferentes formas de interações na sala de aula e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

**1-** Qual o nível de formação?

Em andamento  Graduação  Especialização  Mestrado  Doutorado

**2-** Qual o nível de escolaridade que você ensina?

Fundamental  Médio  Superior

**3-** Há quanto tempo você está atuando como professor (a) de Matemática?

Menos de 1 ano  De 1 á 3 anos  De 3 á 5 anos

De 5 á 10 anos  Mais de 10 anos

**4-** Você já teve algum contato ou já ouviu falar da Geometria Fractal?

Em livros  Durante a formação acadêmica  Não tenho conhecimento

**5-** A utilização dos jogos matemáticos tem alguma importância em relação ao ensino-aprendizagem? Se “sim” cite-as.

Sim  Não

---

**6-** Você já vez a interação da Torre de Hanói em algum conteúdo de matemática?

Sim  Não

**7-** O principal objetivo de se utilizar uma nova metodologia de ensino está em:

Melhoria da aprendizagem dos alunos  A utilização de recursos tecnológicos

Mudar a rotina das aulas  Motivo de enrolar aulas  Ou outros objetivos

**8-** Por que ensinar Matemática?

Porque ela é importante no nosso cotidiano.

Porque é uma disciplina obrigatória.

**9-** A Matemática é uma disciplina fácil ou difícil de aprender? Por quê?

Fácil  difícil

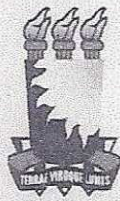
---

**10-** Cite algumas melhorarias para tornar o ensino da Matemática mais agradável?

---







UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS – CCEA  
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ  
LICENCIATURA PLENA EM CIÊNCIAS EXATAS

Caro aluno, este questionário faz parte de um trabalho de Conclusão de Curso (TCC), cujo tema é “A contribuição da torre de Hanói na construção da geometria fractal”. Suas respostas são de suma importância no enriquecimento e valorização deste trabalho que tem por objetivo expor a relação das diferentes formas de interações na sala de aula e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

1. O (A) professor (a) já utilizou algum jogo matemático com você?

Sim ( ) Não (X)

2. Você conhece o jogo Torre de Hanói?

Sim (X) Não (X)

3. Você gosta quando o professor utiliza outros meios ou métodos de aprendizagem para dar aula?

Sim ( ) Não ( )

4. O (A) professor dever fazer a interação dos conteúdos matemáticos com qual desses recursos didáticos em sala de aula?

( ) Musicas (X) maratonas ( ) dinâmicas ( ) jogos ( ) nenhum

5. Você acha a disciplina de matemática:

Fácil (X) difícil ( )

6. O que deveria ser inserido na disciplina de matemática para que ela torne-se mais agradável?

( ) Usar recursos didáticos (jogos, dinâmicas, etc.) (X) Usar recursos tecnológicos  
( ) Não mudar, permanecer no mesmo. ( ) Diminuir exercícios

7. Você já teve contato com algum recurso tecnológico para auxiliá-lo a aprender matemática?

Sim ( ) Não (X)

8. O (A) professor (a) deve utilizar jogos matemáticos em sala de aula?

Sim (X) Não ( )

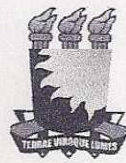
9. Você gosta da disciplina matemática?

Sim (X) Não ( )

10. Com os jogos matemáticos você aprenderia mais fácil à matemática?

Sim (X) Não ( )





UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS – CCEA  
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ  
LICENCIATURA PLENA EM CIÊNCIAS EXATAS

Caro professor, este questionário faz parte de um trabalho de Conclusão de Curso (TCC), cujo tema é “A contribuição da torre de Hanói na construção da geometria fractal”. Suas respostas são de suma importância no enriquecimento e valorização deste trabalho que tem por objetivo expor a relação das diferentes formas de interações na sala de aula e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

1- Qual o nível de formação?

Em andamento ( ) Graduação ( ) Especialização ( ) Mestrado ( ) Doutorado

2- Qual o nível de escolaridade que você ensina?

( ) Fundamental  Médio ( ) Superior

3- Há quanto tempo você está atuando como professor (a) de Matemática?

Menos de 1 ano ( ) De 1 a 3 anos ( ) De 3 a 5 anos

( ) De 5 a 10 anos ( ) Mais de 10 anos

4- Você já teve algum contato ou já ouviu falar da Geometria Fractal?

( ) Em livros  Durante a formação acadêmica ( ) Não tenho conhecimento

5- A utilização dos jogos matemáticos tem alguma importância em relação ao ensino-aprendizagem? Se “sim” cite-as.

Sim  Não ( )

Por melhorar o conhecimento dos alunos em relação aos conteúdos

6- Você já fez a interação da Torre de Hanói em algum conteúdo de matemática?

Sim  Não ( )

7- O principal objetivo de se utilizar uma nova metodologia de ensino está em:

Melhoria da aprendizagem dos alunos ( ) A utilização de recursos tecnológicos

( ) Mudar a rotina das aulas ( ) Motivo de enrolar aulas ( ) Ou outros objetivos

8- Por que ensinar Matemática?

Porque ela é importante no nosso cotidiano.

( ) Porque é uma disciplina obrigatória.

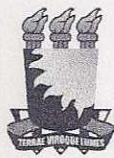
9- A Matemática é uma disciplina fácil ou difícil de aprender? Por quê?

Fácil  difícil ( )

Porque ela é bastante usada no nosso cotidiano

10- Cite algumas melhorias para tornar o ensino da Matemática mais agradável?

Usar outros recursos didáticos (jogos, dinâmicas, etc)



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS – CCEA  
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ  
LICENCIATURA PLENA EM CIÊNCIAS EXATAS

Caro professor, este questionário faz parte de um trabalho de Conclusão de Curso (TCC), cujo tema é “A contribuição da torre de Hanói na construção da geometria fractal”. Suas respostas são de suma importância no enriquecimento e valorização deste trabalho que tem por objetivo expor a relação das diferentes formas de interações na sala de aula e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

1- Qual o nível de formação?

( ) Em andamento ( ) Graduação  Especialização ( ) Mestrado ( ) Doutorado

2- Qual o nível de escolaridade que você ensina?

( ) Fundamental  Médio ( ) Superior

3- Há quanto tempo você está atuando como professor (a) de Matemática?

( ) Menos de 1 ano  De 1 a 3 anos ( ) De 3 a 5 anos

( ) De 5 a 10 anos ( ) Mais de 10 anos

4- Você já teve algum contato ou já ouviu falar da Geometria Fractal?

( ) Em livros ( ) Durante a formação acadêmica  Não tenho conhecimento

5- A utilização dos jogos matemáticos tem alguma importância em relação ao ensino-aprendizagem? Se “sim” cite-as.

Sim  Não ( )

POIS SE SAI DA ROTINA DO DIA - A - DIA e MELHORA O APRENDIZADO DOS ALUNOS.

6- Você já fez a interação da Torre de Hanói em algum conteúdo de matemática?

Sim ( ) Não

7- O principal objetivo de se utilizar uma nova metodologia de ensino está em:

( ) Melhoria da aprendizagem dos alunos ( ) A utilização de recursos tecnológicos

Mudar a rotina das aulas ( ) Motivo de enrolar aulas ( ) Ou outros objetivos

8- Por que ensinar Matemática?

Porque ela é importante no nosso cotidiano.

( ) Porque é uma disciplina obrigatória.

9- A Matemática é uma disciplina fácil ou difícil de aprender? Por quê?

Fácil  difícil ( )

DESDE QUE SE TENHA UMA BOA BASE.

10- Cite algumas melhorias para tornar o ensino da Matemática mais agradável?

DINÂMICAS, JOGOS, HISTÓRIAS, etc.