



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS  
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ**

**RENÊ WELLINHTON ARAÚJO**

**O ALGEPLAN COMO ALTERNATIVA DIDÁTICA NO ENSINO  
E APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS**

**PATOS – PB  
2010**

**RENÊ WELLINHTON ARAÚJO**

**O ALGEBLAN COMO ALTERNATIVA DIDÁTICA NO ENSINO  
E APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS**

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Ciências Exatas da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para a obtenção do título de Licenciando em Ciências Exatas.

**ORIENTADOR:** Dr. Vital Araújo Barbosa de Oliveira

**PATOS – PB  
2010**

A658a

Araújo, Renê Wellinhton

O Algebran como alternativa didática no ensino e aprendizagem de polinômios / Renê Wellinhton Araújo.  
Patos: UEPB, 2010.

49f.

Monografia (TRABALHO Acadêmico Orientado – (TAO)  
– Universidade Estadual da Paraíba.

Orientadora: Prof Dr. Vital Araújo Barbosa de Oliveira .

1. Ensino 2. Ensino de Matematica I Título II Oliveira.  
Vital de Araújo Barbosa de.

CDD 371.102



Universidade Estadual da Paraíba  
Campus VII – Patos  
Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas  
Curso de Licenciatura em Ciências Exatas

ATA DE DEFESA DE TCC

Aos dezeite dias do mês de dezembro do ano de 2010, às 10 horas, no laboratório de Informática, do Campus VII da Universidade Estadual da Paraíba, ocorreu a apresentação de Trabalho de Conclusão de Curso, requisito da disciplina TCC, do(a) aluno(a)

Renê Wellington Araújo  
tendo como tema "O algebras como algebras de idéias no ensino e aprendizagem de polinômios"  
Constituíram a Banca Examinadora os professores:

Professor(a) MS. Dr. Vital Araújo B. de Oliveira (Orientador(a)),

Professor(a) MS. Dr. Mauro Souza Lima (Examinador(a)),

Professor(a) MS. Tatiana Rocha de Souza (Examinador(a)).

Após a apresentação e as observações dos membros da banca avaliadora, definiu-se que o trabalho foi Aprovado, com nota 8,7.

Eu, Vital Araújo Barbosa de Oliveira, Professor(a) – Orientador(a), lavrei a presente ata que segue assinada por mim e pelos demais membros da Banca Examinadora.

Vital Araújo Barbosa de Oliveira  
PROFESSOR(A) – NOME COMPLETO – ORIENTADOR(A)

Mauro Souza Lima  
PROFESSOR(A) – NOME COMPLETO – EXAMINADOR

Tatiana Rocha de Souza  
PROFESSOR(A) – NOME COMPLETO – EXAMINADOR

**RENÊ WELLINHTON ARAÚJO**

**O ALGEBRA COMO ALTERNATIVA DIDÁTICA NO ENSINO E  
APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS**

**Aprovada em : 17/12/2010**

**BANCA EXAMINADORA**

-----  
**Dr. Vital Araújo Barbosa de Oliveira**  
**(ORIENTADOR)**

-----  
**Dr. Ilauro de Souza Lima**

-----  
**Msc Tatiana Rocha de Souza**

**PATOS – PB**  
**2010**

Dedico este trabalho primeiro a Deus a quem devo o meu maior bem (minha vida), a minha querida mãe e a todos que de certa forma contribuíram para a minha conclusão neste curso.

## **RESUMO**

Diante da importância do conhecimento matemático chamamos a atenção para o ensino da Álgebra, haja vista, da sua grande utilidade dentro da própria matemática. Porém percebendo da insuficiência que este ensino tem representado em nossas escolas evidenciamos aqui o uso de material concreto como recurso didático, e em especial do Algeplan na abordagem de polinômios, conteúdo no qual os alunos demonstram ter muitas dificuldades. Apostamos assim numa proposta de aprendizagem que possa ser significativa e que esteja desvinculado das práticas do ensino tradicional.

**Palavras-chave:** Ensino, Aprendizagem, Dificuldades

## **ABSTRACT**

Given the importance of mathematical knowledge we call attention to the teaching of algebra, in view of its great utility in the proper mathematics. But perceiving of insufficiency that this teaching has represented in our schools we evidence here the use of concrete material as a teaching resource, and in special of the Algeplan on abordage of polynomials, content in which students demonstrate have many difficulties. We bet so in a proposal of that learning can be significant and that be released from the traditional teaching pratices.

**Keywords:** Teaching, Learning, Diffculty



## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 01</b> – Representação das peças que compõem o material concreto.....	30
<b>Figura 02</b> – Representação geométrica da expressão $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$ .....	31
<b>Figura - 03</b> Representação geométrica da expressão $x^2 + 2x + 3$ .....	32
<b>Figura 04</b> - Representação geométrica da soma $(x^2 + 2x - 4) + (-3x + 2)$ .....	32
<b>Figura 05</b> - Representação geométrica da diferença $(3x^2 + 2x + 5) - (5x^2 + x + 5)$	33
<b>Figura 06</b> - Representação geométrica de $(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2)$ .....	34
<b>Figura 07</b> - Representação geométrica de $(x^2 + x^2 + x + x + x + 1) + (x^2 + x + x)$ ..	34
<b>Figura 08</b> - Representação da regra de sinais para a multiplicação .....	35
<b>Figura 09</b> - Representação geométrica de $2y \cdot (2x + 3)$ .....	36
<b>Figura 10:</b> Representação da operação de fatoração do polinômio $4xy + 6y$ usando o material concreto.....	36
<b>Figura 11</b> - Representação geométrica de $(x - 1)(x + 1)$ .....	37
<b>Figura 12:</b> Representação geométrica da operação de fatoração do polinômio $x^2 - 1$ usando o material concreto.....	37
<b>Figura 13</b> - Representação geométrica de $(x + 2)(2x - 3)$ .....	37
<b>Figura 14</b> - Representação geométrica do resultado de $(x + 2)(2x - 3)$ .....	38
<b>Figura 15</b> - Representação geométrica do resultado de $(x + 2)(2x - 3)$ , depois de efetuados os cancelamentos.....	38
<b>Figura 16</b> - Representação geométrica da fatoração de $2x^2 + x - 6$ .....	39
<b>Figura 17</b> - Representação do resultado de $(x + 2)(2x - 3)$ .....	49
<b>Figura 18</b> - Representação geométrica da fatoração de $2x^2 + x - 6$ .....	40
<b>Figura 19</b> - Representação geométrica do resultado da fatoração de $2x^2 + x - 6$ .	40
<b>Figura 20</b> - Representação geométrica de $(x^2 + 3x + 2) / (x + 1)$ .....	41
<b>Figura 21</b> - Representação geométrica de $(x^2 + 2x + 3) / (x + 2)$ .....	42
<b>Figura 22</b> - Representação geométrica do resultado de $(x^2 + 2x + 3) / (x + 2)$ ...	43
<b>Figura 23</b> - Representação geométrica do resultado de $(x^2 - 3) / (x + 2)$ .....	44

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>08</b>
<b>2. O ENSINO DE MATEMÁTICA .....</b>	<b>10</b>
<b>2.1 A IMPORTÂNCIA DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO .....</b>	<b>10</b>
<b>2.2 RELATOS DO AVANÇO DO ENSINO DA MATEMÁTICA .....</b>	<b>11</b>
<b>2.3 PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA .....</b>	<b>14</b>
<b>3. A IMPORTÂNCIA DO MATERIAL CONCRETO NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM .....</b>	<b>17</b>
<b>3.1 ASPECTOS HISTÓRICOS E DEFINIÇÕES .....</b>	<b>17</b>
<b>3.2 O MATERIAL MANIPULÁVEL COMO ESTÍMULO AO INTERESSE DO ALUNO .....</b>	<b>18</b>
<b>3.3 O MATERIAL DADÁTICO COMO AUXÍLIO NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS .....</b>	<b>20</b>
<b>3.4 REFLETINDO SOBRE A PRÁTICA DO USO DO MATERIAL CONCRETO .....</b>	<b>22</b>
<b>4. A ÁLGEBRA .....</b>	<b>24</b>
<b>4.1 RELATOS HISTÓRICOS E ALGUMAS DEFINIÇÕES.....</b>	<b>24</b>
<b>4.2 A RELEVÂNCIA DO CONHECIMENTO ALGÉBRICO .....</b>	<b>26</b>
<b>4.3 DIFICULDADES NO ENSINO DA ÁLGEBRA .....</b>	<b>27</b>
<b>5. A APRESENTAÇÃO DO MATERIAL E SUA UTILIZAÇÃO .....</b>	<b>30</b>
<b>5.1 O ALGEPLAN .....</b>	<b>30</b>
<b>5.2 ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E SIMPLIFICAÇÃO .....</b>	<b>31</b>
<b>5.3 MULTIPLICAÇÃO .....</b>	<b>35</b>
<b>5.4 FATORAÇÃO .....</b>	<b>35</b>
<b>5.5 DIVISÃO .....</b>	<b>41</b>
<b>6. CONCLUSÃO .....</b>	<b>46</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>47</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Quando participando das experiências dos estágios supervisionados I, II, III e IV, refletimos sobre a postura dos professores em sala de aula, bem como da representação dos alunos dentro do contexto escolar.

O que nos chamou a atenção foi a prática de aulas dirigidas ainda com base no antiquado “ensino tradicional”, ou seja, aquele tipo de aula onde os únicos recursos didáticos são: o pincel, o apagador e a lousa; onde o apelo à aprendizagem é a exposição oral, e tem como principal característica a atuação do professor como agente detentor do conhecimento a repassar; e os alunos como inertes pacientes.

Consideramos a importância que os materiais didáticos citados representam também as exposições orais do professor são importantes no processo de ensino-aprendizagem, mas, quando praticados como único e exclusivo recurso, não tem representatividade suficiente para produzir resultados satisfatórios.

O ensino praticado deste modo não tem significado para o aluno, pois o conhecimento já se apresenta pronto e acabado, sendo que assim os educandos não têm a oportunidade de vivenciarem experiências que lhe permitam construir seus conhecimentos, e conseqüentemente, aprender de fato.

Diante desta problemática, recorreremos a rica literatura pedagógica no sentido de verificar a importância que o trabalho com materiais concretos representam, e convencido dessa importância, evidenciamos aqui uma proposta de trabalhar com materiais concretos e em particular com o Algeplan, cujo objetivo é auxiliar no entendimento de expressões polinomiais.

A decisão de explorar a área da matemática se justifica naturalmente pela nossa formação, ou seja, de futuros licenciados em Ciências exatas com habilitação em matemática; também por considerar a importância da matemática tanto na vida cotidiana, assim como da sua atuação auxiliadora em outras áreas do conhecimento, e também na vida profissional.

Decidimos explorar a álgebra e em particular as expressões polinomiais do 8º ano do Ensino fundamental pela dificuldade que verificamos dos alunos nestes conteúdos, pois os conceitos algébricos chegam com grande grau de abstração, bem como pela importância que a álgebra representa dentro da própria matemática,

haja vista, que em matemática geralmente quase tudo finda em resolver uma equação.

Temos então como objetivo, nessa pesquisa bibliográfica, a apresentação da aplicação do Algeplan como recurso didático para no ensino de polinômios, no sentido de tentar convencer que a atuação do mesmo também pode ser representativo no que diz respeito a um ensino mais significativo para o aluno.

## 2. O ENSINO DE MATEMÁTICA

### 2.1. A IMPORTÂNCIA DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Não é preciso imaginar muito para percebermos a necessidade dos números em nossa vida. Por mais simples que possa ser nossos afazeres cotidianos faz-se necessário um mínimo de conhecimento relacionado à matemática. No nosso cotidiano compramos, vendemos, realizamos medidas com respeito à massa, comprimento, volume, tempo, juros, etc.; e para tanto as noções operárias, de proporcionalidade e algumas informações são essenciais para os afazeres mais básicos. Como bem comenta os PCNs do ensino médio (1997, p.150): “A constatação da sua importância apoia-se no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho”.

Na sociedade da globalização a tecnologia é sempre uma constante que chega ao mundo social, cultural e profissional e por consequência gera a necessidade da informação, da resolução de problemas, da tomada de decisão, de fazer interferências, de trabalhar cooperativamente; e a Educação deve buscar satisfazer a aquisição destas capacidades.

Sendo que assim, torna-se muito mais evidenciado o conhecimento matemático; uma vez que o mesmo auxilia a todas as áreas da atividade humana, como bem comenta os PCNs do ensino médio (1999 p.251):

[...] todas as áreas requerem alguma competência em matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

E este contexto instrumental da matemática deve ser percebido como um sistema de códigos e regras que permita modelar a realidade e interpretá-la. E os conteúdos relacionados à álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de

fenômenos em universos finitos, pois são subáreas da matemática em especial ligadas as explicações.

De modo que agora qualificando o seu valor formativo os mesmos PCNs (1999, p. 251) concorda:

Em seu papel formativo, a matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, propiciando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

É importante perceber também o ideal da matemática como ciência, devendo ser chamada a atenção do aluno, as características estruturais da disciplina e especificamente onde as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos criando intuições onde às técnicas

Uma das desmotivações para que o aluno continue estudando é justamente a não aquisição de conhecimentos anteriores que ele deixa de absorver significativamente, de modo que o mesmo se perde não encontrando forças para poder continuar estudando. Por isso cabe a todas as componentes da educação básica, e aqui em especial a matemática, devido à importância; dar suporte intelectual ao aluno para que ele continue aprendendo de modo a conquistar a sua autonomia.

## **2.2. RELATOS DO AVANÇO DO ENSINO DA MATEMÁTICA**

Quando o Brasil ainda era colônia e vivia sob as influências do que se produzia nos países europeus, sobretudo na casa dos nossos colonizadores, Portugal, os conhecimentos matemáticos já então começaram, timidamente, a se desenvolver que foi por volta de 1650, com as primeiras aulas de artilharia e

fortificações em nosso país. A Matemática, desde a época medieval, atribuía-se uma utilidade prática, sendo vista, predominantemente, como um conhecimento para as chamadas “artes mecânicas”. John Henry (1998) afirma que “*As ciências matemáticas sempre se dedicaram ao conhecimento prático, útil, e os praticantes, em geral, tinham a orientação empirista, testando a aplicação de suas técnicas no mundo real*”. A geometria representava um dos elementos necessários aos carpinteiros, aos agrimensores e aos arquitetos. A aritmética constituía a base principal da arte do comércio.

No século XVIII, foi que os matemáticos brasileiros, em sua maioria com a formação na França ou em Portugal, começam a se destacar e a escrever livros de Geometria, Álgebra e Aritmética, baseados em obras de estrangeiros, publicadas e largamente utilizadas na Europa e nos Estados Unidos. José Fernandes Pinto Alpoim foi o responsável pelos dois primeiros livros didáticos escritos no Brasil, em que a matemática tem um destaque, o *Exame de Artilheiros*, em 1747, e *Exame de Bombeiros*, em 1748, é necessário ressaltar que a finalidade dos livros era militar.

Somente no século XIX, já no império, com a implantação das escolas primárias em 1827 e do Colégio Imperial Dom Pedro II em 1837, no Rio de Janeiro, é que se pode afirmar que o conhecimento matemático foi introduzido de maneira significativa em nosso país, estendendo-se até o século XX.

E por todo este tempo o ensino praticado era o “Tradicional”, mas com a promulgação da LDB 4024/61 evidenciou-se idéias no sentido de reverter esta situação, onde agora o centro das questões pedagógicas, valorizando um ensino em que a principal característica seria agora os aspectos psicológicos, em que a participação do aluno deveria ser sempre uma constante, contrastando assim com a insatisfatória prática tradicional. Pois pensando assim, acreditava-se que o currículo viesse a satisfazer ao avanço do conhecimento científico e as novas concepções educacionais (PCNs, 1999).

No período subsequente, o Brasil sofrendo influências do segmento de linha de ação dos países centrais do chamado bloco continental, buscou novos rumos para o ensino de biologia, Física, matemática e Química. Também neste período surge a matemática moderna, tendo como ênfase na teoria dos conjuntos e estruturas algébricas, que se constitui num movimento educacional direcionada para uma política de modernização econômica, considerando que posto com a área das Ciências naturais viria a se constituir acesso privilegiado para o pensamento

científico e tecnológico. Assim a matemática era considerada como lógica, sua compreensão a partir de estruturas que lhe conferia o papel fundamental de sua própria linguagem (PCN, 1999).

A unificação da matemática pura com a matemática escolar se tornou um problema, pois o ensino passou a ter preocupações excessivas com as abstrações e a própria matemática e esta proposta estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do Ensino Fundamental. O principal veículo da matemática moderna no Brasil foi o livro didático o que teve grande influência.

Nesta década já se propunha a democratização do ensino no entendimento de que a importância da vivência seria prolongada não somente para os eventuais futuros cientistas, mas também para os cidadãos comuns. Este fato proporcionou um crescimento, principalmente do Ensino Médio, no entanto não foi acompanhado pela qualificação de professores que pudesse atuar de forma satisfatória.

Também nesta época, é pouco depois, se estabeleceu um núcleo conceitual teórico de diferentes correntes construtivistas, cuja ênfase era uma proposta pedagógica relacionada a construção do conhecimento por parte do aluno, onde o conhecimento prévio do mesmo deveria ser respeitado.

Os estados Unidos em 1980 apresentaram recomendações para o ensino de Matemática no documento agenda para ação que tinha como foco principal a resolução de problemas. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, lingüísticos, na aprendizagem da matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares (PCN, 1999). As reformas ocorridas mundialmente tiveram influências a partir dessa idéia. E as propostas elaboradas em diferentes países, apresentaram pontos de convergência, como exemplo, a Etnomatemática que se destaca dentre os trabalhos que ganharam importância na última década. Ela destaca do ponto de vista educacional, o entendimento dos processos de pensamento, dos modos de entender, de explicar e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do próprio indivíduo. Cujas pretensões, é a partir da realidade chegar a ação pedagógica de maneira natural, mediante enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural (PCN, 1999).

Estes redirecionamentos ocorridos foram relevantes para a educação científica e matemática e felizmente, pelo menos no plano das leis e das diretrizes, a definição para o ensino estabelecido na LDB/96, bem como seu detalhadamente e



encaminhamento pela resolução CNE/98 apontam para uma revisão e uma atualização na direção correta (PCNs, 1999).

E agora segundo a Lei nº 9.394/96 estabeleceu-se para o Ensino Fundamental e Médio uma Base Comum Nacional a ser completada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, com base nas características da região e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela (Art.26).

A matemática e as ciências da natureza são componentes a integrar a Base Comum Nacional e contempla a construção de sistemas de pensamento mais abstrato e significativo, a aprendizagem de concepções científicas atualizadas do mundo físico e natural e o desenvolvimento de plano e estratégias centradas na solução de problemas e finalidade da área, visando aproximar o educando do trabalho de investigação científica e tecnológica, como atividades institucionalizadas de produção de conhecimentos, bens e serviço.

### **2.3. PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Os baixos índices de desempenho global observados em exames de matemática pelos alunos nos leva a perceber as condições que se encontra o ensino de Matemática no Brasil. Onde partes destes problemas estão relacionados ao processo de formação do magistério; tanto a formação inicial como a continuada. E sobre a formação inicial e continuada dos professores, seriam mais eficientes se fossem conduzidos em função das necessidades identificadas na prática docente. Tal formação ainda não aparece em muitos currículos.

Apesar das constantes denúncias sobre o ensino de matemática, os problemas permanecem. Na maioria das escolas ainda predomina um ensino tradicional, centrado no professor, que tem por função a transmissão do conhecimento. Muitos estudantes continuam não vendo sentido na aprendizagem da Matemática, que lhes é apresentada de forma descontextualizada.

Também as práticas em sala de aula que tomam por base o livro didático, que infelizmente, muitas vezes são de qualidade insatisfatória e ainda nas questões ligada as restrições das condições de trabalho. Sendo ainda fatores de problema no

ensino da Matemática a abordagem da resolução de problemas relacionada a itens isolados utilizados apenas como aplicações da aprendizagem, cuja resolução está baseada em determinada técnica.

E quanto à organização de conteúdo, é algo que está vinculado a hierarquização, onde a idéia do pré-requisito é a estrutura lógica da matemática. Nesta visão a aprendizagem ocorre como elos de uma corrente; onde para se entender um determinado conteúdo deve-se dominar os assuntos anteriores. Isto somente em parte é verdade, não necessitando, no entanto uma adesão tão forte neste sentido.

Também deixa de se levar em conta o conhecimento prévio do aluno, que é resultado da riqueza do conteúdo da sua experiência pessoal. Pois aprendizagem em que se evidencia um conhecimento que seja significativo para o aluno também tem que estar apoiado aquilo que ele já sabe do assunto, pois o mesmo, ao contrário daquilo que se imagina, não traz em si, não uma mente vazia, mas conhecimentos que precisam ser evidenciados e trabalhados.

Outra distorção que se percebe é no que tange a idéia de um conteúdo relacionado ao cotidiano, e assim muitas vezes desprezando outros conteúdos que são importantes na formação; por julgar a falta de aplicabilidade diária na vida do aluno. A evidência de um conteúdo relacionado ao cotidiano do aluno é de fato importante no processo de ensino-aprendizagem, porém deve haver uma reflexão maior por parte do docente no sentido de não comprometer a riqueza do ensino com uma visão restrita.

O enfoque a prática em sala de aula onde se evidencia a História da Matemática contribui para a riqueza do ensino. No entanto torna-se insuficiente quando não cumprindo o papel de apresentá-la como surgindo das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, estabelecendo comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. Mas somente contando “historinhas” da biografia de matemáticos famosos, destacadas no livro didático (PCNs, 1997).

Também a recomendação do uso de material didático sem reflexão, planejamento e estudo por parte do docente, revela problemas que podem causar prejuízos ao processo de ensino. É essencial que se estabeleça objetivos a serem alcançados quando se trabalha com materiais didáticos, para que as mesmas não

se desvançam no “nada”. Seja pura perda de tempo e não venha a cumprir o ideal do ensino de matemática: que é ensinar matemática.

### 3. A IMPORTÂNCIA DO MATERIAL CONCRETO NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM

#### 3.1. ASPECTOS HISTÓRICOS E DEFINIÇÕES

Diante das dificuldades apresentadas no processo de ensino-aprendizagem de matemática, faz-se necessário que o professor assuma uma postura no sentido de refletir sempre quanto a sua atuação em sala de aula. Para ajudar nesta reflexão é essencial muito estudo e busca minuciosa a literatura, objetivando encontrar práticas que colocadas em ação venha contribuir com um ensino bem mais representativo. Evidenciamos o uso do material concreto como uma dessas práticas, justificando sua eficiência bem como comentando suas limitações.

A forma tradicional de ensino que existe até hoje em muitas de nossas escolas, já no sec. XVII começa a ser questionado. Comenius (1592-1671), considerado o pai da Didática, dizia em sua obra *Didática Magna* (1657) que “*ao invés de livros mortos, por que não podemos abrir o livro vivo da natureza?* Devemos apresentar a juventude às próprias coisas, ao invés das suas sombras” (Ponce, p. 127).

No século XVIII, Rousseau (1712-1778), ao considerar a Educação como um processo natural do desenvolvimento da criança, ao valorizar o jogo, o trabalho manual, a experiência direta das coisas, seria o precursor de uma nova concepção de escola. Uma escola que passa a valorizar os aspectos biológicos e psicológicos do aluno em desenvolvimento: o sentimento, o interesse, a espontaneidade, a criatividade e o processo de aprendizagem, às vezes priorizando estes aspectos em detrimento da aprendizagem dos conteúdos.

Nesta nova concepção de educação e de homem é que surgem, primeiramente, as propostas de Pestalozzi (1746-1827). Estes foram os pioneiros na configuração da escola ativa. Pestalozzi acreditava que uma educação seria verdadeiramente educativa se proviesse da atividade dos jovens. Fundou um internato onde o currículo adotado dava ênfase a atividades dos alunos tais como canto, desenho, modelagem, jogos, excursões ao ar livre, manipulação de objetos,

onde as descrições deveriam preceder as definições; o conceito nascendo da experiência direta e das operações sobre as coisas (Castelnuovo, p. 17-18).

Posteriormente, Montessori (1870-1952) e Decroly (1871-1932), inspirados em Pestalozzi, iriam desenvolver uma didática especial (ativa) para a matemática. Com respeito aos materiais manipuláveis Vale (1999, p. 112) os classificam como sendo todo “o material concreto de uso comum ou educacional, que permita, durante uma situação de aprendizagem, apelar para os vários sentidos dos alunos devendo ser manipulados e que se caracteriza pelo envolvimento ativo dos alunos”.

Serrazina e Matos (1996, p. 193) define estes materiais como “objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma idéia”. Lorenzato (2006, p. 18) utiliza o termo Material Didático quando se refere aos materiais concretos, considerando “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”; para Bezerra (1962, p.8) é todo e qualquer acessório usado pelo professor para realizar a aprendizagem. São, pois, materiais didáticos: o quadro-negro, o giz, o apagador, os livros, instrumentos, os aparelhos e todo meio áudio-visual usado pelo professor ou pelo aluno, durante a aprendizagem. Muitos autores e educadores utilizam termos diferentes quando falam de materiais concretos; alguns usam a expressão instrumentos de aprendizagem; outros preferem objetos de aprendizagem, artefatos didáticos, materiais manipuláveis, materiais didáticos, etc.

### **3.2. O MATERIAL MANIPULÁVEL COMO ESTÍMULO AO INTERESSE DO ALUNO**

O material manipulável se apresenta como atraente elemento enriquecedor no processo de ensino e aprendizagem, particularmente pelo seu envolvimento lúdico. As brincadeiras que norteiam as atividades didáticas com estes recursos se prestam ao serviço de permitir aos educandos ficarem mais livres mais, abertos; subjugando assim as tensões causadas pela prática unilateral do ensino tradicional que ainda permanece bastante vivo em nossas escolas, sendo com isto fator de motivação.

O jogo muitas vezes na escola é negligenciado por ser visto como passatempo ou como atividade de descanso e assim contrastando com a matemática que é percebida, pelos mesmos, como algo sério, onde a utilização de brincadeiras iria somente gerar bagunças. Ainda que o aspecto lúdico esteja envolto nesse processo, porém o primordial e o estímulo a aprendizagem e o desenvolvimento de habilidades matemáticas por parte dos alunos.

Todo jogo por natureza desafia, encanta, trás movimento, barulho e certa alegria para o espaço no qual normalmente entra apenas o livro, o caderno e o lápis. Essa dimensão não pode ser perdida apenas porque os jogos envolvem conceitos de matemática. Ao contrário, ela é determinante para que os alunos sintam-se chamados a participar das atividades com interesse.

A dimensão lúdica envolve desafio, surpresa, possibilidade de fazer de novo, de querer superar os obstáculos iniciais e o incomodo por não controlar todos os resultados. Esse aspecto lúdico faz do jogo um contexto natural para o surgimento de situações-problemas cuja superação exige do jogador alguma aprendizagem e certo esforço na busca por sua solução.

No jogo reduz-se a consequência dos erros e dos fracassos do jogador, permitindo que ele desenvolva iniciativa, autoconfiança e autonomia. No fundo, o jogo é uma atividade séria que não tem consequências frustrantes para quem joga, no sentido de ver o erro como algo definitivo ou insuperável.

Por meio da manipulação dos materiais concretos, o aluno é motivado à ação e tem estimulada a sua capacidade (OLIVEIRA, 2008). E nesta mesma linha comenta Antunes (2008, p. 36): “O jogo ganha um espaço como ferramenta real da aprendizagem, na medida em que propõe estímulos no interesse do aluno, que como todo pequeno animal adora jogar e joga sempre principalmente sozinho”.

De modo que se algumas vezes escutarmos comentários negativos a respeito dos jogos ou de qualquer outro material didático, é porque certamente estes materiais não foram aplicados de maneira correta.

Torna-se necessário que a aprendizagem se desenvolva e aconteça de forma significativa para o aluno. O ensino não pode somente ser praticado de modo mecânico, onde, por exemplo, o educando aprende decorando todo itinerário de um cálculo. Não acontecendo, contudo nesse processo os caminhos que leva a verdadeira compreensão deste conteúdo. Primeiramente, ao processo mecânico deve-se refletir sobre os meios que supostamente possa contribuir para uma ação

educativa que permita dirigir o aluno a uma ação pedagógica que lhe confira passo-a-passo a compreensão efetiva dos conteúdos, pois em assim acontecendo, sua aprendizagem se mostrará não de modo fragmentada, limitada; mas abundante, permitindo-lhe relacionar o conhecimento aprendido em várias outras áreas do conhecimento. A aprendizagem mecânica até é necessária, mas só deve se tornar uma realidade depois de que o aluno compreenda de forma significativa o conteúdo.

### **3.3. O MATERIAL DIDÁTICO COMO AUXÍLIO NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS**

É Tradição a relação da Matemática como ciência do rigor, da formalidade, infalível, abstrata, conduzindo a uma prática internalista, desvinculada da história, dissociada da realidade do aluno, na qual o conhecimento é cumulativo, e cada conceito ou propriedade é justificado pela sua necessidade na seqüência dos conteúdos. Dessa forma, apresentam-se definições, demonstrações, exemplos e exercício de fixação e aplicação. Concebe-se, nessa forma tradicional, que a aprendizagem é obtida naturalmente através da reprodução do exposto e dessa forma o aluno demonstra que aprendeu o conteúdo se puder reproduzi-lo corretamente. E assim produzindo um ensino insatisfatório, haja, vista, que desta forma o aluno não aprende os conteúdos, ele apenas pratica a velha prática da “docoreba”, e quando bem sucedido julga-se ter havido aprendizagem.

Mas, esse modelo de ensino passa a ser questionado na medida em que o fato de o aluno reproduzir corretamente é indicativo apenas do aprendizado da reprodução do conteúdo e não da sua compreensão, o que pode ser inferido nas avaliações efetivadas e que se preocuparam com outros aspectos da aprendizagem que não simplesmente a reprodução mecânica. O que vai de encontro com Freire (1996, p.52) que diz: “Ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar possibilidades para a sua própria produção”.

A Matemática quando surgiu como conhecimento foi a partir das necessidades e percepções dos homens. Essa Matemática utilitária era praticada pelos gregos, mas estes, ao mesmo tempo, *desenvolveram um pensamento abstrato, com objetivos religiosos e rituais. Começa assim um modelo de*

*explicações que vai dar origem às ciências, à filosofia e à matemática abstrata (D'AMBROSIO, 1998).*

As abstrações dos objetos matemáticos passaram a ser, então, estudados com um rigor que passa a caracterizar a Matemática. O conhecimento matemático desenvolvido a partir desses estudos foram no final do século IV a.C., apresentados por Euclides, no Os Elementos. Nesta obra, o autor faz uma apresentação formal do conteúdo, isto é, este é desenvolvido dedutivamente a partir de elementos primitivos e de postulados, verdades assumidas sobre esses elementos primitivos. No entanto, essa forma de apresentação formal da Matemática passa a ser um modelo para o seu ensino, já que, a mesma *tradicionalmente inspira, permeia, marca o ensino de Matemática nos 1º, 2º e 3º. Graus.*

Entendemos que o ensino da Matemática concebido no âmbito desse modelo formal onde a abstração é a maior constante, é uma das causas da dificuldade de o aluno aprender Matemática, em especial nas séries iniciais. Não há como despertar o interesse dos alunos quando se faz uma apresentação de conteúdos desprovidos de significados para eles, quando se prioriza a reprodução e não a construção do conhecimento.

Entendemos que o professor deve preocupar-se com o ensino da matemática formal, entre outros motivos por ser ela parte da cultura humana e pela importância desse conhecimento no mundo moderno. Por outro lado, deve ser também preocupação do professor ensinar de modo que os alunos não sejam meros reprodutores passivos desse conhecimento.

Por aprendizagem do conteúdo concebemos não somente o entendimento do conceito matemático, mas a sua utilização em situações problemas, a sua relação com outros conteúdos da própria Matemática e das outras Ciências, a sua aplicabilidade na compreensão e a atuação no mundo, ou seja, a aprendizagem da Matemática significa possibilidades de acesso ao conhecimento acumulado na História da humanidade, de reflexões e críticas e de transformação da realidade e a construção do conhecimento como um processo no qual o aluno torna-se parte dessa construção ao vivenciar situações, participar com o seu conhecimento prévio conhecimento prévio, e construir significados.

*Assim conhecimento e realidade são compreendidos como um mesmo movimento no qual o mundo faz sentido para a pessoa, onde se dá a atribuição de*



*significados e onde se participa da construção da realidade mundana, que tem a ver com a materialidade histórica (BICUDO, 2000).*

Dessa forma, o professor, para que o aluno construa seu conhecimento matemático, deve se preocupar inicialmente em inseri-lo em atividades que sejam interessantes e compreensíveis para ele, tais como jogos, brincadeiras, observação, leituras, tarefas, resolução de problemas, que permitam ressaltar posteriormente, num trabalho coletivo de síntese que envolva uma busca de significações sobre o vivido aspecto matemático envolvido, e é nessa perspectiva que o uso, em sala de aula de materiais concretos, também, se apresenta tão utilitário.

De modo que Ponte e Serrazina (2000, p. 116) dizem que: se “Convenientemente orientada, a manipulação de material pelos alunos pode facilitar a construção de certos conceitos. Pode também servir para representar conceitos que eles já conhecem por outras experiências e outras actividades na aprendizagem”. Lonrenzato (2006, p. 21) comenta também que o material concreto “pode ser um excelente catalisador para o aluno construir o seu saber matemático”, dependendo da forma que os conceitos são conduzidos pelo professor. Devem ter uma postura de mediador entre teoria, material concreto e realidade. E para Passos (2006, p. 78), os materiais concretos “devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber esta sendo construído”.

Sendo ainda que, o material concreto pela potencialidade da experiencição facilita a observação e a elaboração de estratégias, auxiliando o aluno na construção de seus conhecimentos (TURRIONI, 2004). E numa aprendizagem os conhecimentos são significativos para o aluno, revela que o grau de abstração Euclidiano está sendo dissipado.

### **3.4. REFLETINDO SOBRE A PRÁTICA DO USO DO MATERIAL CONCRETO**

Contudo para que o uso de materiais manipuláveis possa mediar o ensino e a aprendizagem, atingindo os objetivos satisfatórios, é necessário um estudo por parte do docente antes de sua aplicação. Estudo este que permitirá ao professor questionar sobre qual a finalidade de utilizar determinado material, como utilizá-lo e

quais as situações problemas poderão ser trabalhadas para que haja de fato aprendizagem, ou seja, o professor deve ter sempre clareza das razões fundamentais pelas quais o emprego do material concreto em sala de aula é importante no processo de ensino e aprendizagem de matemática. O ideal é fazer um projeto ou plano de Aula, explicitando os objetivos para serem atingidos pelos alunos; propor situações-problemas de modo que os alunos sejam encaminhados às descobertas, proporcionando que a aula seja um momento de verdadeira aprendizagem. Como bem discute Antunes (1998 p.37):

[...] uma grande quantidade de jogos reunidos em um manual somente tem validade efetiva quando rigorosamente selecionado e subordinado a aprendizagem que se tem em mente como meta. Em síntese, jamais pense em usar jogos pedagógicos sem um rigoroso e cuidadoso planejamento, marcado por etapas muito nítidas e que efetivamente acompanhe o progresso dos alunos, e jamais avalie sua qualidade de professor pela quantidade de jogos que emprega, e sim pela qualidade dos jogos que se preocupou em pesquisar e solucionar.

Os jogos e materiais concretos não podem ser mistificados, somente pela sua postura lúdica. Eles cumprem e devem cumprir, principalmente, a função primordial no ensino de matemática: que é ensinar matemática.

O apelo pelos materiais manipuláveis em sala de aula como suporte didático jamais deve ser visto como um passatempo ou que caracterize atividade vazia faz-se necessário a elaboração de um projeto, como já dito, procurando fazer um estudo do artefato didático e propor atividades que atendam as necessidades dos alunos e que estes explorem suas potencialidades (Macedo, Petty e Passos, 2000).

O processo de ensino e aprendizagem é bastante complexo, de forma que, a defesa de uma prática infalível para sanar todos os problemas nunca irá existir. O que deve acontecer, é, pois, reflexão e muito estudo por parte do docente no objetivo de promover um ensino, onde o aluno possa de fato tomar posse do conhecimento, contribuindo assim, para o seu crescimento intelectual, cidadão e humano.

## 4. A ÁLGEBRA

### 4.1 RELATOS HISTÓRICOS E ALGUMAS DEFINIÇÕES

Os PCN's de Matemática (Brasil, 1998) trazem diferentes interpretações da Álgebra como: Aritmética Generalizada, Funcional, Equações e Estrutural. Já, conforme o Dicionário Luft (2000), Álgebra é a parte da Matemática que generaliza as questões aritméticas, representando quantidades através de símbolos.

A Álgebra é a forma de uma aritmética avançada na qual letra do alfabeto representam (ou significam) números desconhecidos. As letras mais usadas são x, y ou n. A letra x é chamada também de símbolo (ou incógnita) ou variável. É um símbolo porque representa algo. É uma variável porque pode representar números diferentes, dependendo do problema (MACHADO, 2003).

De acordo com esta idéia, para Schoen (1995, p. 138):

[...] o desenvolvimento histórico do simbolismo algébrico começou com um período de álgebra verbal ou retórica, que durou pelo menos três milênios. Ao período retórico surgiu-se um outro, de mais um milênio, em que o discurso algébrico caminhou gradualmente da fase retórica para a simbólica.

Os procedimentos básicos desse tema se referem a calcular resolver, identificar variáveis, traçar e interpretar gráficos e resolver equações de acordo com as propriedades das operações no conjunto dos números reais e as operações válidas para o cálculo algébrico. Esse tema apresenta fortemente o caráter de linguagem com seus códigos (números e letras) e regras (as propriedades das operações), formando os termos desta linguagem que são as expressões que, por sua vez, compõem as igualdades e desigualdades.

Para o surgimento histórico da álgebra, retomamos alguns dados apresentados por Lauand . A álgebra surge com Muhammad Ibn Musa Al-Khwarizmi, na Casa da Sabedoria de Bagdá, que alcançou seu esplendor sob Al-Ma'amun (califa de 813 a 833). A este califa, Al-Khwarizmi dedicou seu *Al-Kitab al-muhtasar fy hisab al-jabr wa al-muqabalah* ("Livro breve para o cálculo da *jabr* e da *muqabalah*"), o livro fundador da Álgebra.

Al-Khwarizmi emprega a palavra *jabr* para designar a nova ciência ("álgebra" é simplesmente *al-jabr*, a *jabr*), pois *jabr* em árabe significa redução (no sentido de "força que obriga a entrar no devido lugar" - é a mesma palavra que se emprega em procedimentos ortopédicos, por exemplo) precisamente porque - analogamente à ortopedia - a Álgebra é forçar cada termo a ocupar seu devido lugar.

Para um contemporâneo de Al-Khwarizmi era evidente a aplicação prática da Álgebra, pois, ao criar esta ciência, sua preocupação fundamental era a de atender à necessidade da comunidade muçulmana de, literalmente, equacionar as prescrições do Alcorão (sura 4) para os problemas de partilha de herança, naturalmente, de extremo interesse para a comunidade.

Já para os alunos de hoje, o que a moderna matemática entende por Álgebra pode parecer uma fria e objetiva matéria de ensino constituida de uma sintaxe de estruturas operatórias e destituída de qualquer alcance semântico. O trabalho do professor e o do formador de professores é o de resgatar - na medida do possível - essa viveza que a álgebra tinha em suas origens.

Em seu longo desenvolvimento histórico, a Álgebra percorreu um longo caminho, até chegar ao século XIX, quando, com o aparecimento do Cálculo Diferencial e Integral, começaram a surgir as estruturações dos conjuntos numéricos, envolvendo também, como é óbvio, estruturas algébricas.

A estruturação dos conjuntos numéricos, exigiu o desenvolvimento de estruturas operatórias e, em meados do século XIX, surgem as estruturas de grupo e corpo, através dos trabalhos de Galois. Na mesma época, Ernest Eduard Krummer (1810-1893), introduz o conceito de ideal e anel. Quem estuda a história da matemática, vê claramente que a busca de soluções para problemas não resolvidos, sejam eles solúveis ou não, leva, invariavelmente a descobertas importantes pelo caminho.

Nesse sentido, um ponto de extrema importância no ensino de Álgebra (de matemática em geral) é mostrar a fecundidade da própria idéia de estrutura: que, por trás de objetos matemáticos, estão, no fundo, estruturas algébricas, etc. Esta é a razão pela qual se pode, por exemplo, falar da reta dos números reais: nos dois casos temos um corpo ordenado, contínuo e completo. E, no fundo, polinômios, vetores translação etc. possuem a mesma estrutura de espaço vetorial.

## 4.2. A RELEVÂNCIA DO CONHECIMENTO ALGÉBRICO

Os conhecimentos do campo algébrico constituem um conjunto de conhecimentos bastante significativo para que o aluno desenvolva sua capacidade de análise e síntese, de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para a resolução de problemas (MIRANDA, 2006).

A Álgebra na vivência cotidiana se apresenta com grande importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. No ensino médio, esse tema aborda de números e variáveis em conjuntos infinitos e quase sempre contínuos, no sentido de serem completos. Os objetos de estudo são os campos numéricos dos números reais e, eventualmente, os números complexos e as funções e equações de variáveis ou incógnitas reais (PCNs, 1999).

Na estrutura curricular do Ensino Fundamental, o estudo da Álgebra é fundamental. É a partir da apropriação dos seus conceitos que podemos fazer abstrações e generalizações e isso em um grau maior que o realizado no estudo da Aritmética. É importante a compreensão da linguagem algébrica na tradução de problemas reais para a linguagem matemática, a fim de resolvê-los. É também interessante lembrar que muito tempo foi necessário para que chegássemos à álgebra simbólica utilizada atualmente.

Muitos pesquisadores, preocupados com a educação algébrica que se tem dado aos alunos, afirmam que seria adequado iniciar desde cedo à educação das crianças no pensamento algébrico por meio de atividades que assegure o exercício dos elementos caracterizadores desse pensamento. Neste aspecto, os PCN de Matemática do Ensino Fundamental (1997, P. 117) também destacam:

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar “abstratamente”, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados.

Citam que a escola, além do domínio de conceitos, deve desenvolver atitudes e valores através de atividades que envolvam os alunos e, para isto é necessário

que uma nova postura metodológica se instale na escola. Reconhecem que esta nova postura é difícil de implementar, pois hábitos há muito consolidados precisam ser alterados, e reconhecem também a importância de um apoio científico e educacional das universidades para que ocorram mudanças.

A Álgebra passa a não ter significado para muitos alunos, que se preocupam em gerar estratégias para memorizar dados e aplicar fórmulas que serão logo esquecidos, e muitos não chegam a desenvolver o pensamento algébrico. Nos cursos de formação dos professores, geralmente, não existe preocupação de refletir sobre a formação do pensamento algébrico, para que os futuros professores possam ter uma prática mais significativa, que garanta uma aprendizagem real da Álgebra.

### **4.3. DIFICULDADES NO ENSINO DA ÁLGEBRA**

Comenta Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), que desde 1799, data esta em que a álgebra possa fazer parte do currículo no Brasil, até o início da década de 1960, o ensino evidenciava-se por um caráter de reprodução de conceitos. O ensino de matemática não somente era desvinculado do cotidiano das pessoas, ou das outras áreas do conhecimento, mas da própria ciência matemática, uma vez que era compartimentada, dividida em estanques. A sequência era estudar primeiro a aritmética, depois a álgebra e em seguida, a geometria.

A ênfase a resolução de equações e problemas caracterizava muito bem o seu caráter instrumental. Moraes, Mello e Bezerra (1959, p. 54) reforçam muito bem esta idéia quando define objetivos para álgebra: “A parte da Álgebra (da 2ª série ginásial) tem como objetivo primordial os problemas 1ª grau”. Assim também, Traana (1947, p, 7) que relacionado a solução de problemas definiu a álgebra: “Álgebra é a parte da matemática que resolve os problemas e demonstra os teoremas quando as quantidades são representadas por letras”.

Com base nos textos de livros anteriores a década de 1960, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) concluíram que o maior destaque relacionado ao ensino de álgebra era as transformações das expressões algébricas, e o caminho que era praticado para conduzir este conhecimento eram os procedimentos, que provavelmente

conduzia a uma aprendizagem mecânica, na qual as regras na solução de problemas eram trabalhadas.

Biazi (2002) realizou uma pesquisa para verificar o desempenho algébrico com 126 alunos dos três níveis de ensino na cidade de Toledo, Estado do Paraná. Cita a autora que as médias das notas obtidas nos três níveis de ensino são equiparáveis, e que alguns erros e algumas dificuldades apresentadas no Ensino Fundamental permaneceram no Ensino Médio e no Ensino Superior. Destaca que a quase totalidade dos sujeitos demonstrou pouca compreensão sobre a essência das operações algébricas, na medida em que registraram expressões incorretas, tais como: “ $a \times a = 2a$ ” ou “ $8a^2 + 216x^6 = 224a^2x^6$ ”.

Tendo em vista este contexto a escola deve buscar atividades para as crianças no sentido de fazer com que elas construam uma aprendizagem significativa na álgebra formal. Se não se introduzir a álgebra de maneira significativa, conectando os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem se aos objetos algébricos não se associar nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação.

O que ocorre em grande escala no ambiente escolar é encontrar alunos que se frustram e não conseguem ter um desempenho satisfatório nas aulas de Matemática, pois muitas vezes não vêem sentido na sua aprendizagem. É possível que não entendendo a matemática, os alunos se sintam frustrados, experimentem ansiedade e cheguem a duvidar da matemática como atividade significativa e valiosa.

Os PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais – afirmam que é preciso inovar nos métodos de ensino:

[...] um desenvolvimento mais eficaz, científico e pedagógico exige mudanças na própria escola, de forma a promover novas atitudes no aluno e na comunidade. É preciso mudar convicções equivocadas, culturalmente

difundidas em toda a sociedade, de que os alunos são os pacientes, de que os agentes são os professores e de que a escola estabelece simplesmente o cenário do processo de ensino (BRASIL, 1998, p. 263).

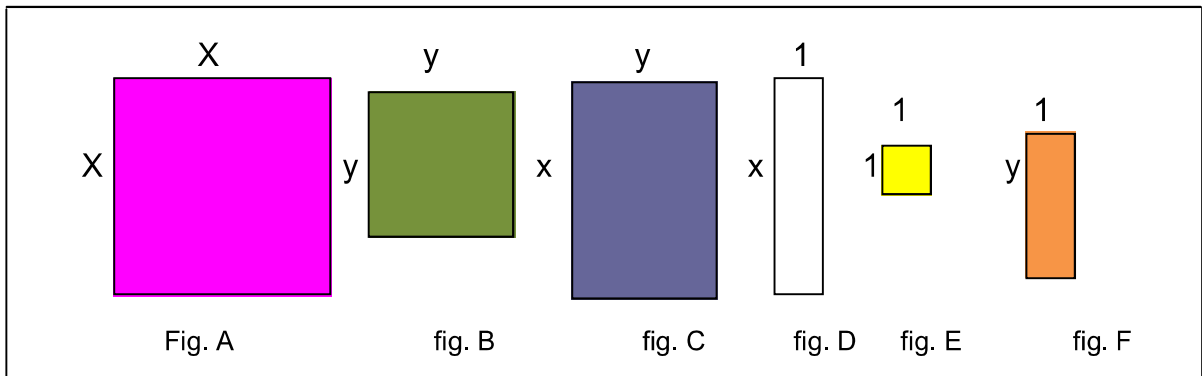
Para que ocorram mudanças, tão necessárias no ensino de álgebra, é preciso que se contemple além dos aspectos formais, a construção do pensamento algébrico, pois não se pode utilizar uma nova linguagem sem que lhe seja dado sentido, sem que não se sinta a necessidade de sua utilização. Deve-se entender que a linguagem é, pelo menos a princípio, a expressão de um pensamento. O pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola; sendo assim, pode-se afirmar que a álgebra perde seu valor como um rico instrumento para o desenvolvimento de um raciocínio mais abrangente e dinâmico.



## 5. A APRESENTAÇÃO DO MATERIAL E SUA UTILIZAÇÃO

### 5.1 O ALGEPLAN

O material é composto por peças em forma de quadrados de lado  $x$  (fig. A), quadrados de lado  $y$  (fig. B), retângulos com lados  $x$  e  $y$  (fig. C), retângulos com lados  $x$  e  $1$  (fig. D), quadrados de lado  $1$  (fig. E) e retângulo com lados  $y$  e  $1$  (fig. F) observando que as peças de mesma medida, porém, pretas, representam quantidades opostas:



**Figura 01** - Representação das peças que compõem o material concreto.

Esse material pode ser adquirido em lojas especializadas (em madeira), ou pode ser confeccionado em cartolina ou EVA.

Para indicar os “simétrico-opostos” usa-se o verso das peças que deverão ter a mesma cor (no caso do feito com madeira) ou uma identificação/letra (quando confeccionado em EVA). Para algeplan construído usando Cabri, escolhe-se outra cor, diferente das já usadas, por exemplo, cinza ou preto e constrói-se para cada peça outra, do mesmo tipo, na cor escolhida para indicar o seu “oposto”.

O objetivo principal do uso do *algeplan*, é relacionar as figuras geométricas (quadrados e retângulos) com expressões algébricas, funcionando como um material de apoio no ensino de expressões algébricas, monômios, polinômios e fatoração de trinômio de segundo grau.

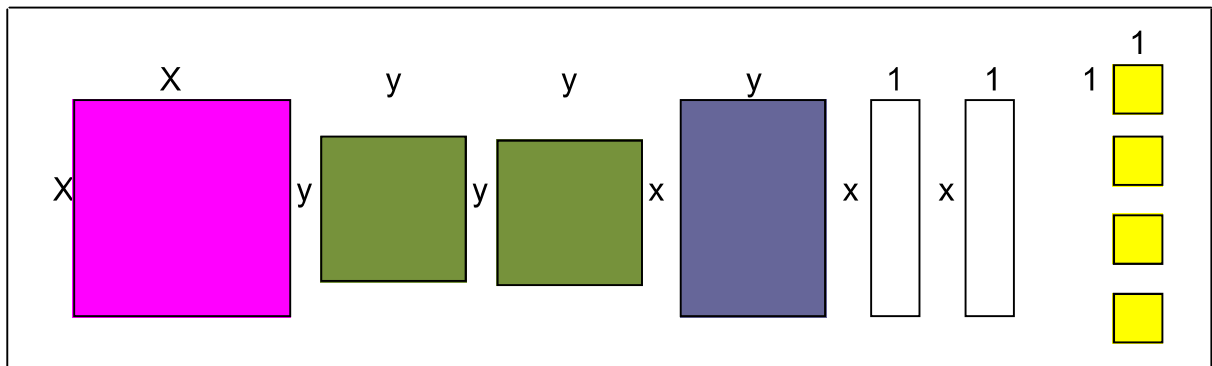
Utilizado após a introdução da teoria, retomada depois pode conduzir o aluno a trabalhar algebricamente incluindo as situações mais gerais tendo em uma aprendizagem mais significativa.

As peças são identificadas pelas suas áreas. Podem-se utilizar outras cores para cada tipo de peça ou ainda, tomar todas da mesma cor.

O material acima apresentado e as formas de resolução com o mesmo estão baseados no Algeplan, encontrado no trabalho desenvolvido por Rosemeire Aparecida Rosa, Fernanda Mansur Dias e Letícia Thais Medeiros e orientado por Ermínia de Lourdes Capello Fanti, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Campus de São José do Rio Preto, intitulado “O Algeplan como um recurso didático na exploração de expressões algébricas e fatoração”.

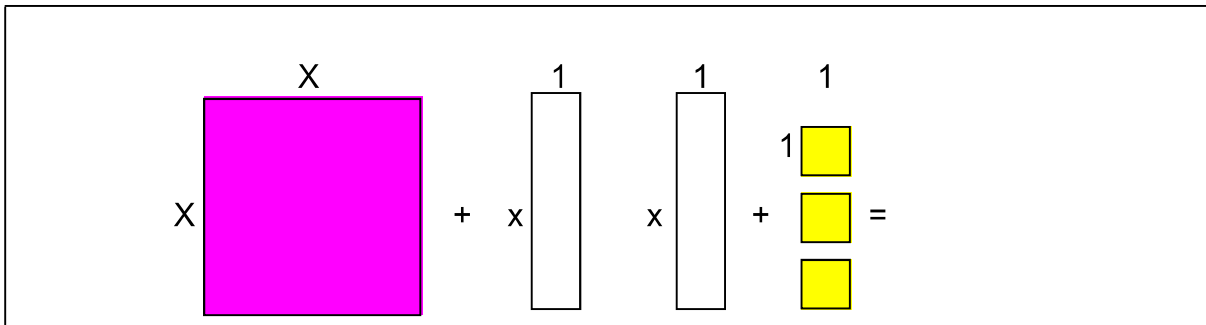
## 5.2. ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E SIMPLIFICAÇÃO

O primeiro passo é fazer a modelagem das expressões algébricas com as diferentes peças. *Exemplo:* A expressão  $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$  é representada da seguinte maneira:



**Figura 2** - Representação geométrica da expressão  $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$

Situação 1: Tome 1 quadrado de lado  $x$ , 2 retângulos de lados  $x$  e  $1$  e 3 quadrados de lado  $1$ . Efetue a soma das áreas das figuras, e expresse o resultado em forma de expressão algébrica, classificando-a em monômio, binômio, trinômio ou polinômio.



**Figura 3** - Representação geométrica da expressão  $x^2 + 2x + 3$

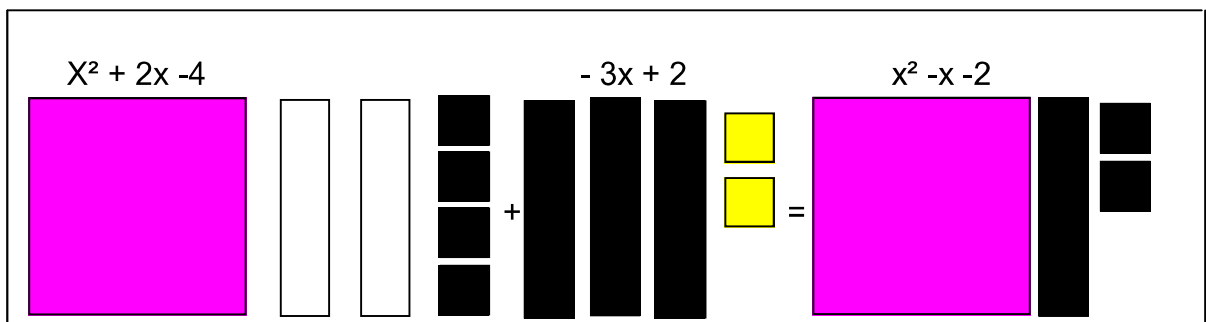
Após modelar as peças conforme o solicitado no exercício, é possível realizar a soma das áreas de cada figura e, assim, posteriormente, obter a expressão que representa a soma dessas áreas para poder classificá-la.

$$(x \cdot x) + [(x \cdot 1) + (x \cdot 1)] + [(1 \cdot 1) + (1 \cdot 1) + (1 \cdot 1)] = x^2 + [x+x] + [1+1+1] = x^2 + 2x + 3 \text{ (trimônio)}$$

Situação 2: Com o material, monte e resolva as seguintes expressões:

a)  $(x^2 + 2x - 4) + (-3x + 2)$

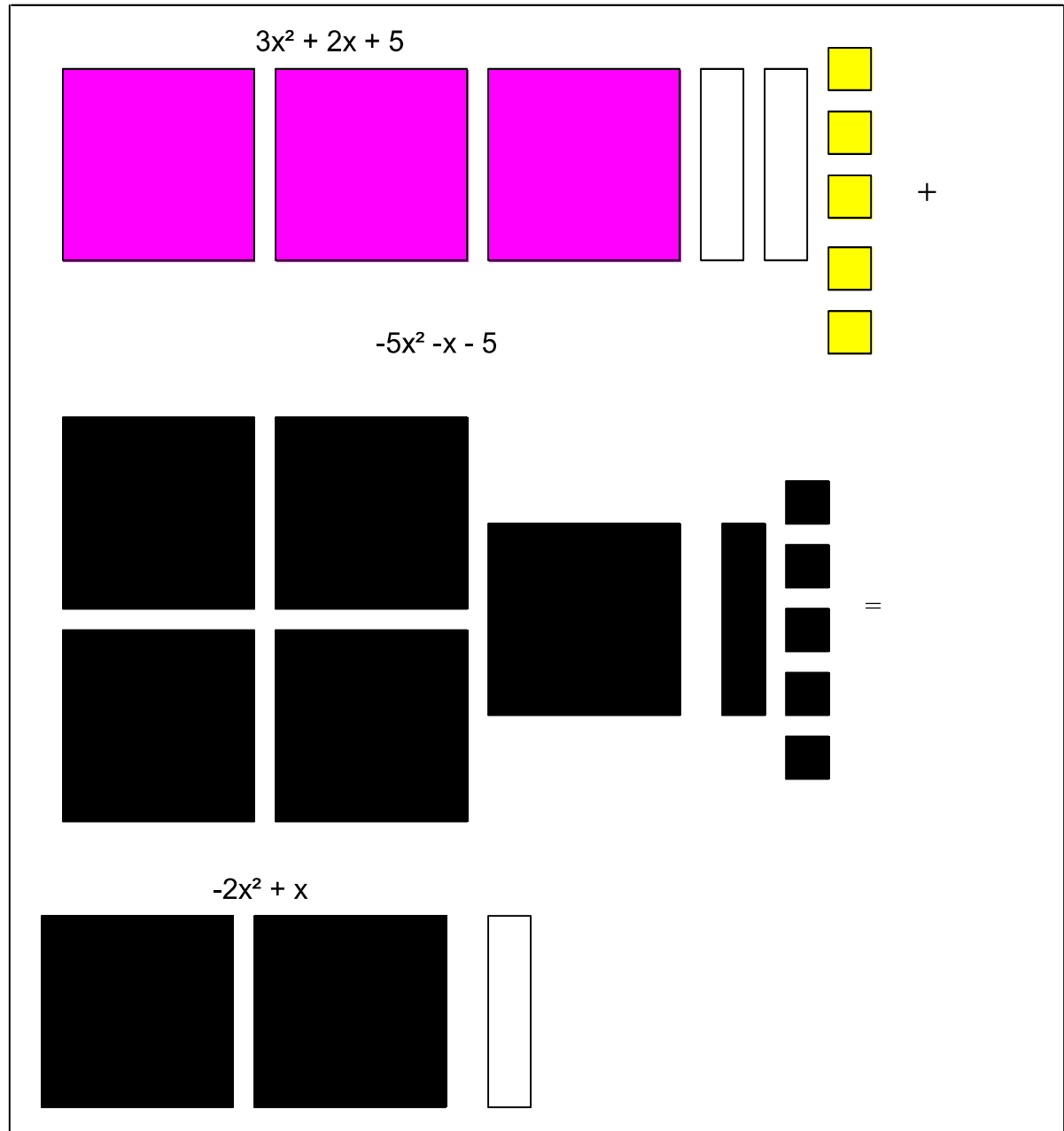
Inicialmente deve-se modelar as expressões com as figuras, a seguir observa-se que as peças pretas representam quantidades opostas (negativas), e efetuando os cancelamentos obtém-se o resultado desejado:  $x^2 - x - 2$ .



**Figura 4** - Representação geométrica da soma  $(x^2 + 2x - 4) + (-3x + 2)$

b)  $(3x^2 + 2x + 5) - (5x^2 + x + 5)$

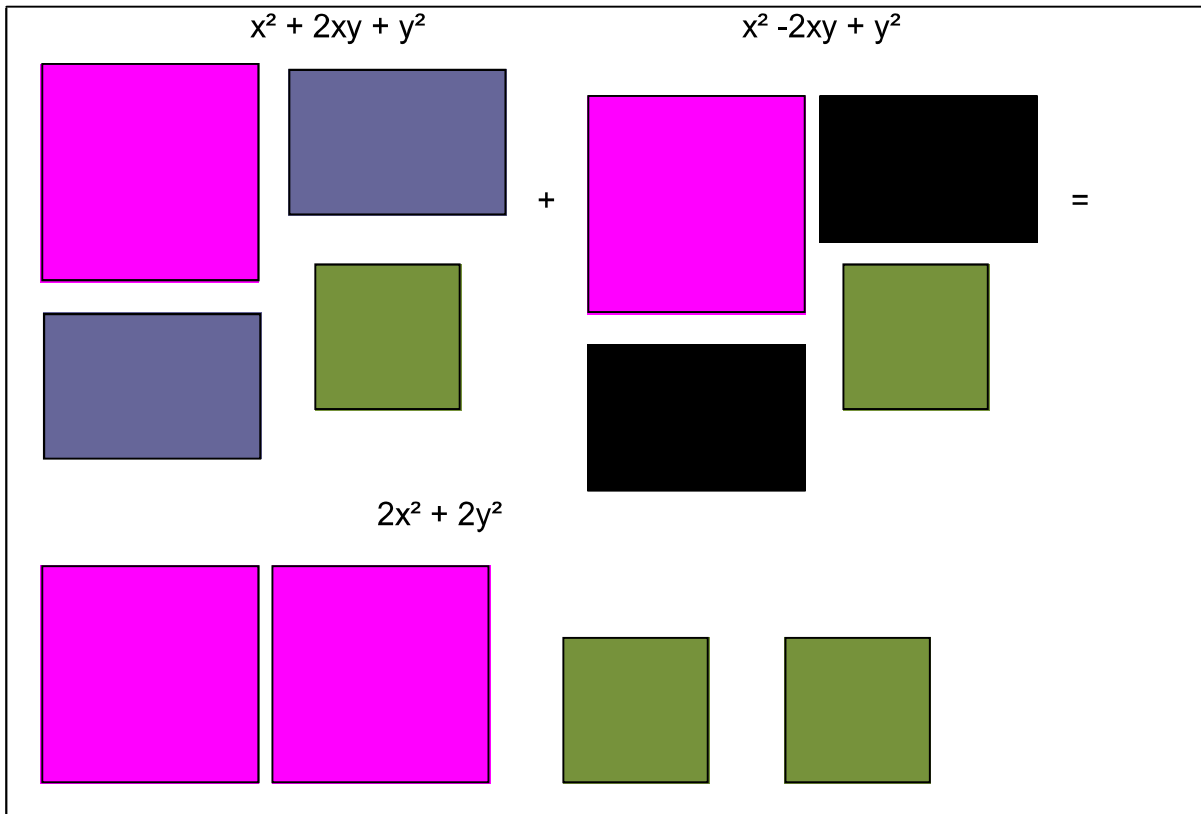
Inicialmente realiza-se a modelagem das expressões, obtendo  $(3x^2 + 2x + 5)$  e  $(-5x^2 - x - 5)$ , na sequência observa-se que as peças pretas representam quantidades opostas (negativas), e efetuando os cancelamentos obtém-se:  $-2x^2 + x$ .



**Figura 5** - Representação geométrica da diferença  $(3x^2 + 2x + 5) - (5x^2 + x + 5)$

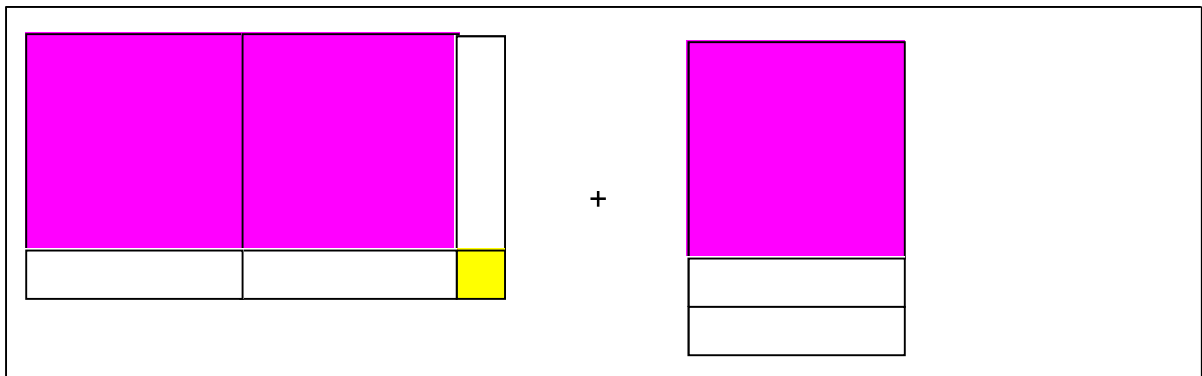
c)  $(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2)$

Primeiro efetua-se a modelagem das expressões obtendo:  $(x^2 + 2xy + y^2)$  e  $(x^2 - 2xy + y^2)$ , a seguir, observa-se que as peças pretas representam quantidades opostas (negativas), e efetuando os cancelamentos, obtém-se o resultado desejado:  $2x^2 + 2y^2$ .



**Figura 6** - Representação geométrica de  $(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2)$ .

Situação 3: Encontre a expressão ou polinômio que representa a área da soma das figuras:



**Figura 7** - Representação geométrica de  $(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2)$ .

Para obter a expressão relativa às figuras acima, é necessário calcular a área de cada uma das diferentes figuras que compõem a figura maior e, posteriormente, somar as áreas, para obter o resultado:  $3x^2 + 5x + 1$

$$(x^2 + x^2 + x + x + x + 1) + (x^2 + x + x) =$$

$$(2x^2 + 3x + 1) + (x^2 + 2x) =$$

$$2x^2 + 3x + 1 + x^2 + 2x =$$

$$3x^2 + 5x + 1$$

### 5.3. MULTIPLICAÇÃO

#### Multiplicação

Inicialmente deve-se modelar as representações para os produtos de acordo com as regras de sinais. Por exemplo:

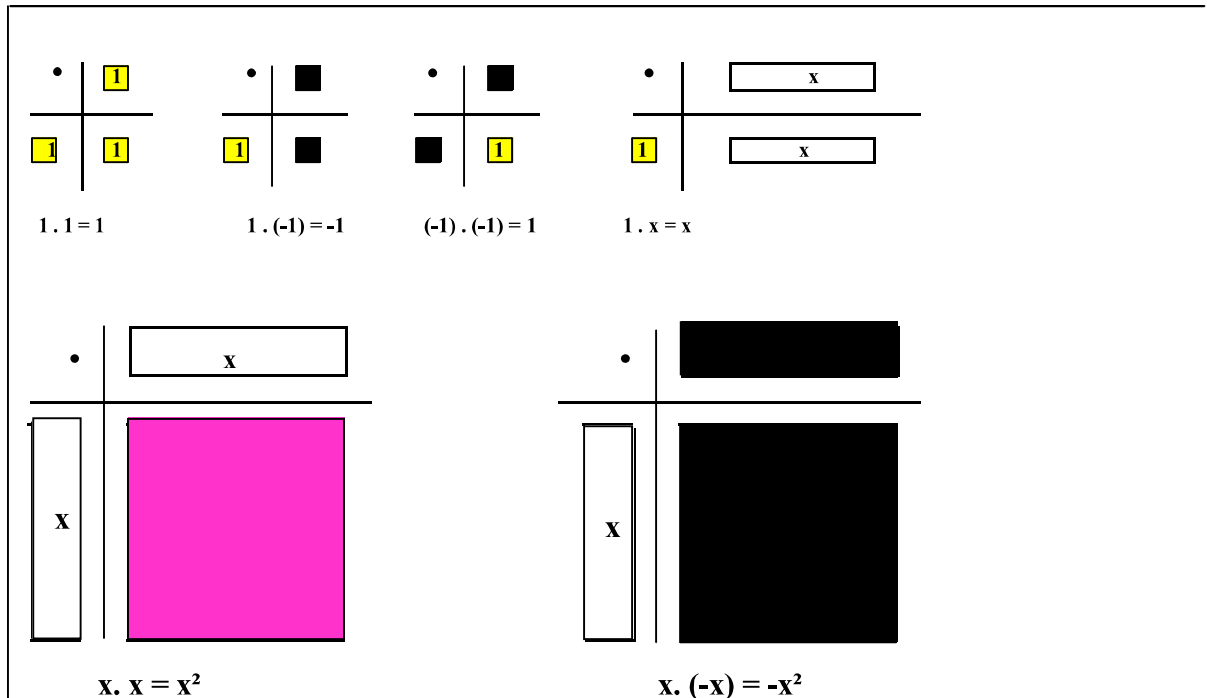


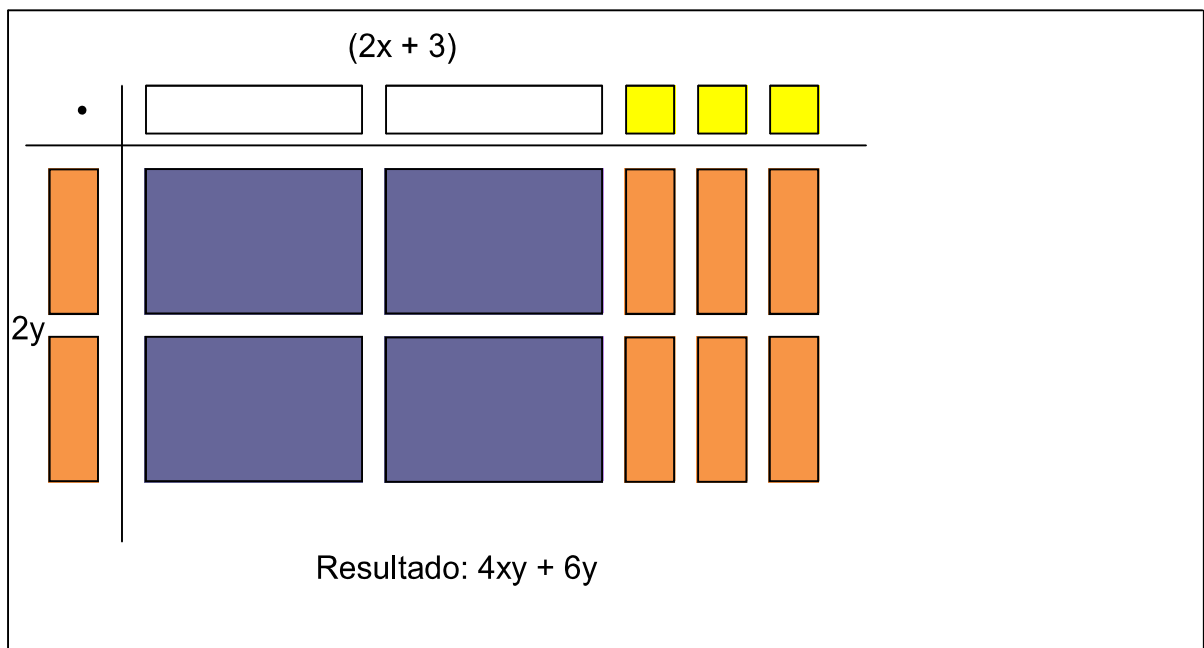
Figura 8 - Representação da regra de sinais para a multiplicação

### 5.4. FATORAÇÃO

A idéia de fatoração será estendida para as expressões algébricas. Assim, fatorar um polinômio equivale a decompô-lo num produto indicado por polinômios.

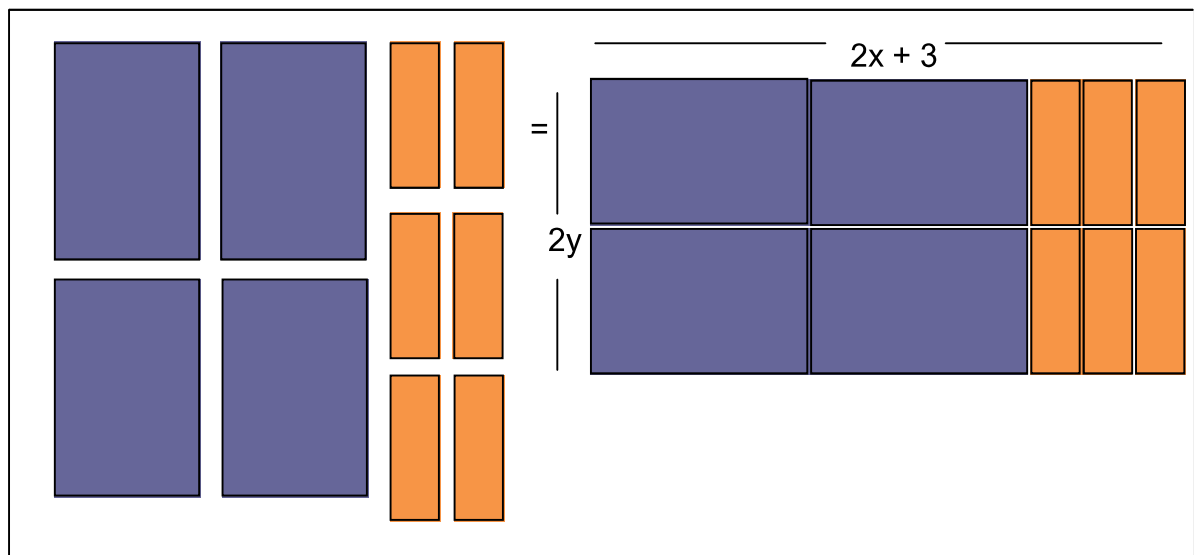
A seguir, são ilustradas duas situações:  $2y \cdot (2x + 3)$  e  $(x - 1) \cdot (x + 1)$ . Usando os modelos, obtém-se que  $2y \cdot (2x + 3) = 4xy + 6y$  e  $(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$ .

Situação 1:  $2y \cdot (2x + 3)$



**Figura 9** - Representação geométrica de  $2y \cdot (2x + 3)$ .

Na situação 1, tem-se um binômio na sua forma fatorada, a partir da técnica de colocar o fator comum em evidência, portanto, parte-se do resultado obtido anteriormente para se chegar, com o auxílio do material, à sua forma fatorada.



**Figura 10** - Representação da operação de fatoração do polinômio  $4xy + 6y$  usando o material concreto.

Situação 2:  $(x - 1)(x + 1)$ .

Aqui se deve usar a distributividade:  $x \cdot x = x^2$  (rosa),  $x \cdot (-1) = -x$  (preto) na primeira linha. Depois,  $1 \cdot x = x$  (branco - positivo) e por último  $1 \cdot (-1) = -1$  (preto - negativo) na segunda linha. Como resultado  $x^2 - 1$ , pois o retângulo preto cancela o branco (negativo e positivo).

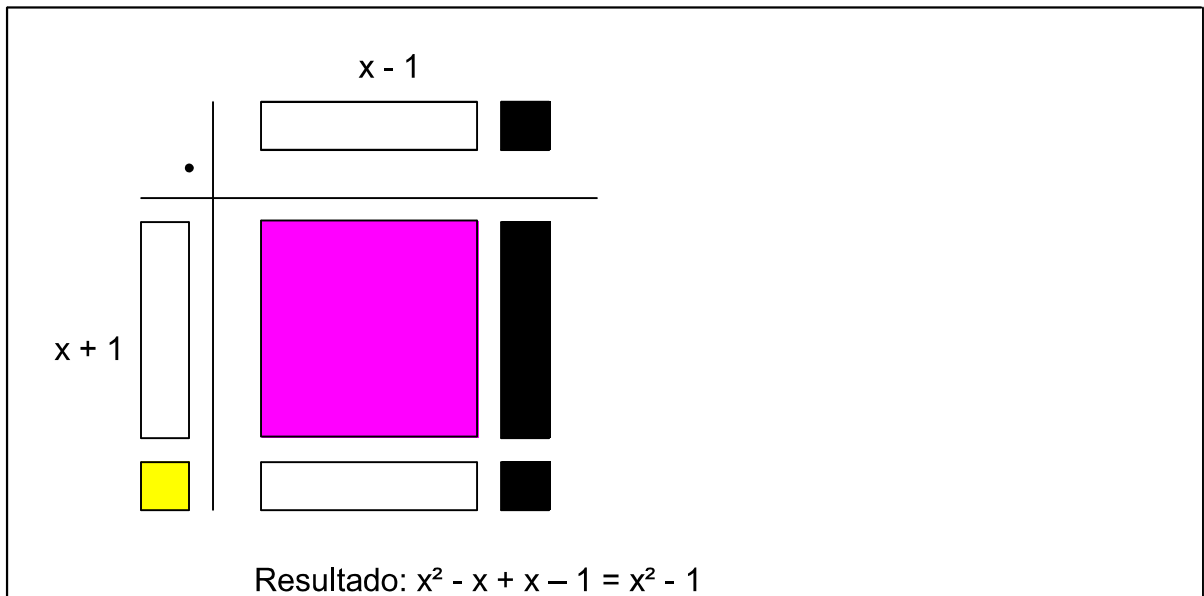


Figura 11 - Representação geométrica de  $(x - 1)(x + 1)$ .

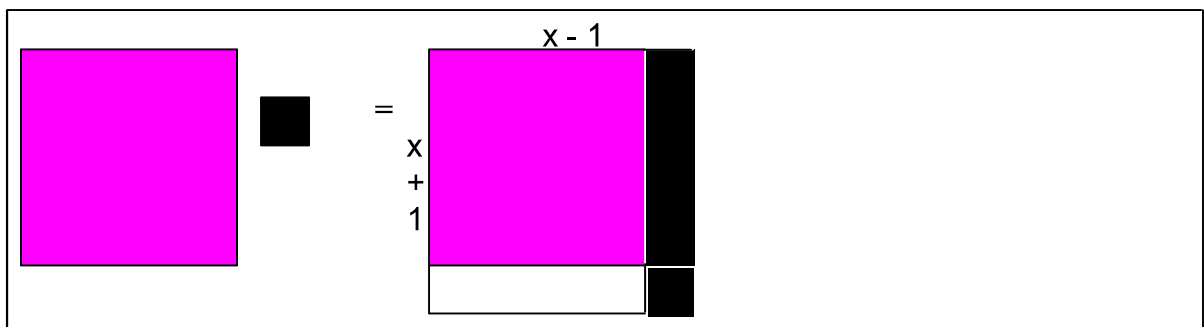


Figura 12 - Representação geométrica da operação de fatoração do polinômio  $x^2 - 1$  usando o material concreto.

Situação 3 :  $(x + 2)(2x - 3)$

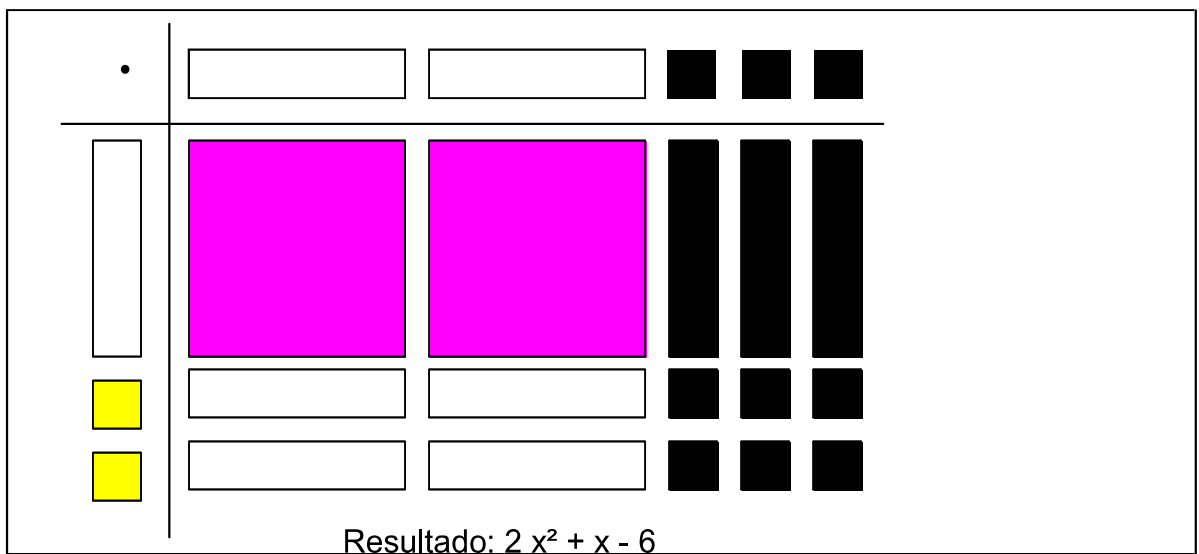
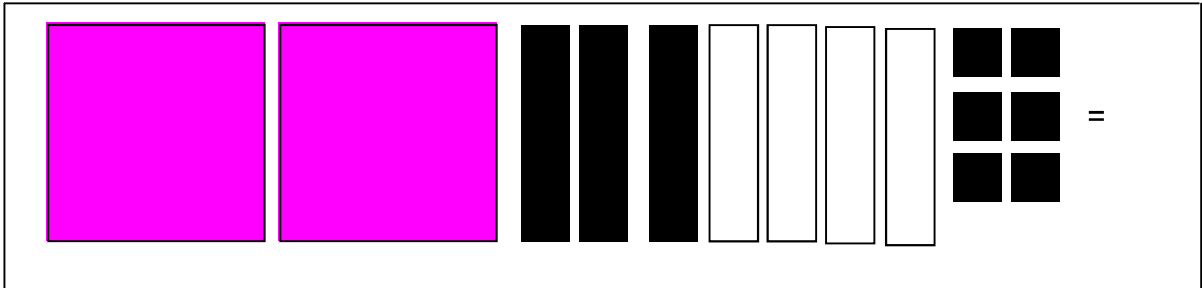


Figura 13 - Representação geométrica de  $(x + 2)(2x - 3)$

Na situação 3, ao multiplicar os binômios  $(2x - 3)$  e  $(x + 2)$ , obtém-se o

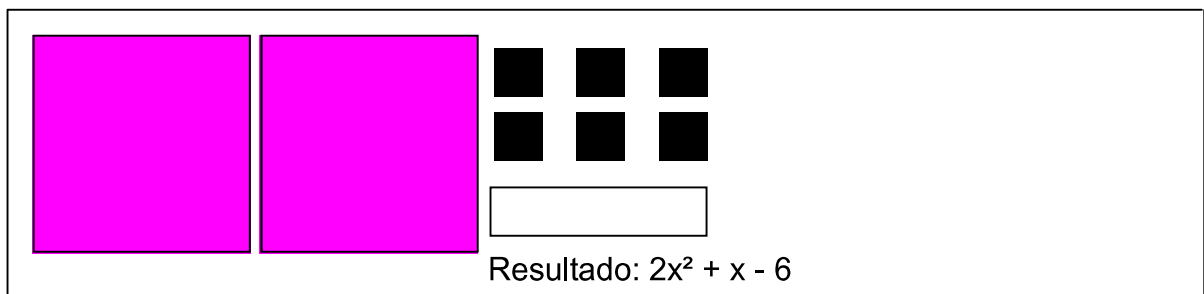


trinômio  $2x^2 + x - 6$ , como o trinômio é o desenvolvimento do produto dos binômios já citados, ele pode ser decomposto em um produto indicado de polinômios:  $(2x - 3)(x + 2)$ . Portanto, pode-se dizer que  $(2x - 3)(x + 2)$  é a forma fatorada de  $2x^2 + x - 6$ .



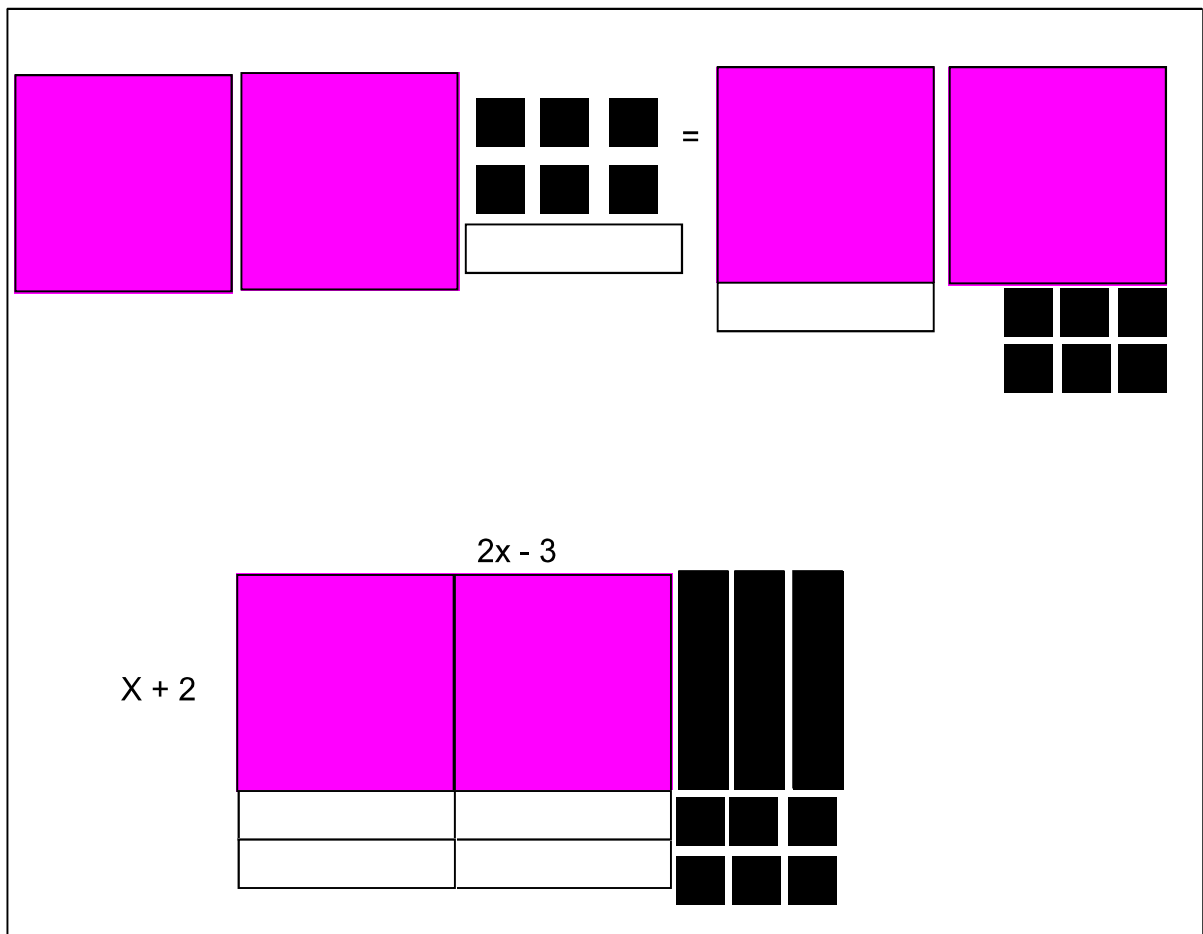
**Figura 14** - Representação geométrica do resultado de  $(x + 2)(2x - 3)$ , depois dos cancelamentos

Com as peças que representam o resultado fica visível que é possível efetuar o cancelamento dos retângulos de lados 1 e  $x$ , portanto, cada retângulo branco (positivo) cancela um retângulo preto (negativo), restando assim apenas um retângulo branco. Veja:



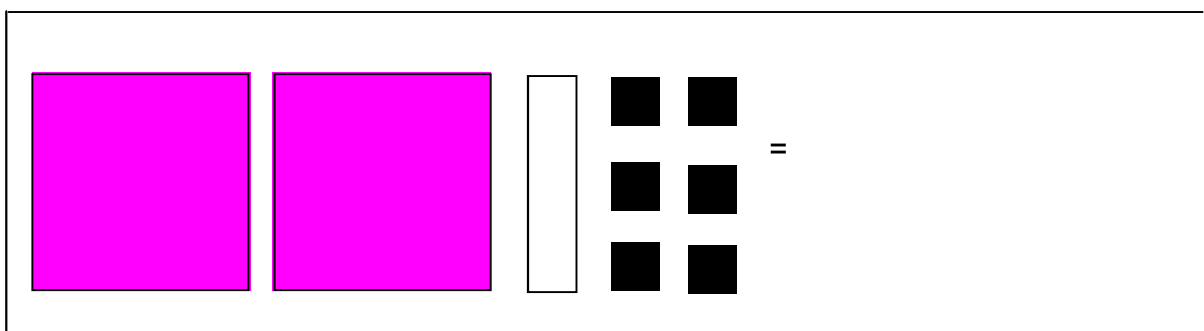
**Figura 15** - Representação geométrica do resultado de  $(x + 2)(2x - 3)$ , depois de efetuados os cancelamentos.

Partindo de  $2x^2 + x - 6$ , encontra-se a forma fatorada completando o retângulo, acrescentando em ambos os lados figuras opostas que se cancelam. Veja:



**Figura 16** - Representação geométrica da fatoração de  $2x^2 + x - 6$ .

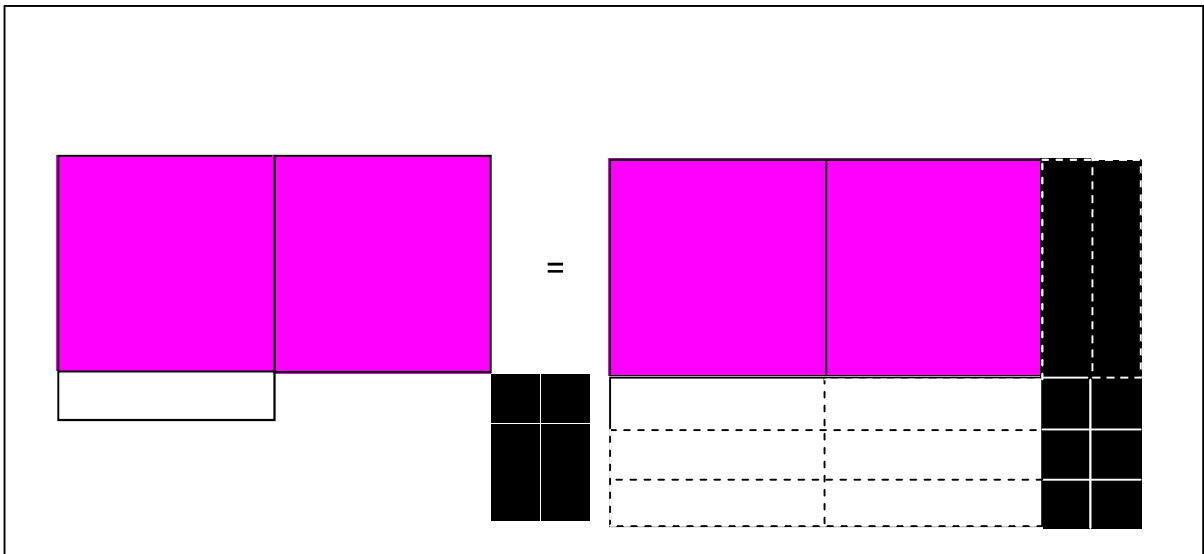
Usando o mesmo trinômio utilizam-se as peças que o representam e pelo método das tentativas formar-se-á um retângulo perfeito, para então se chegar a sua forma fatorada. Observe:



**Figura 17** - Representação do resultado de  $2x^2 + x - 6$ .

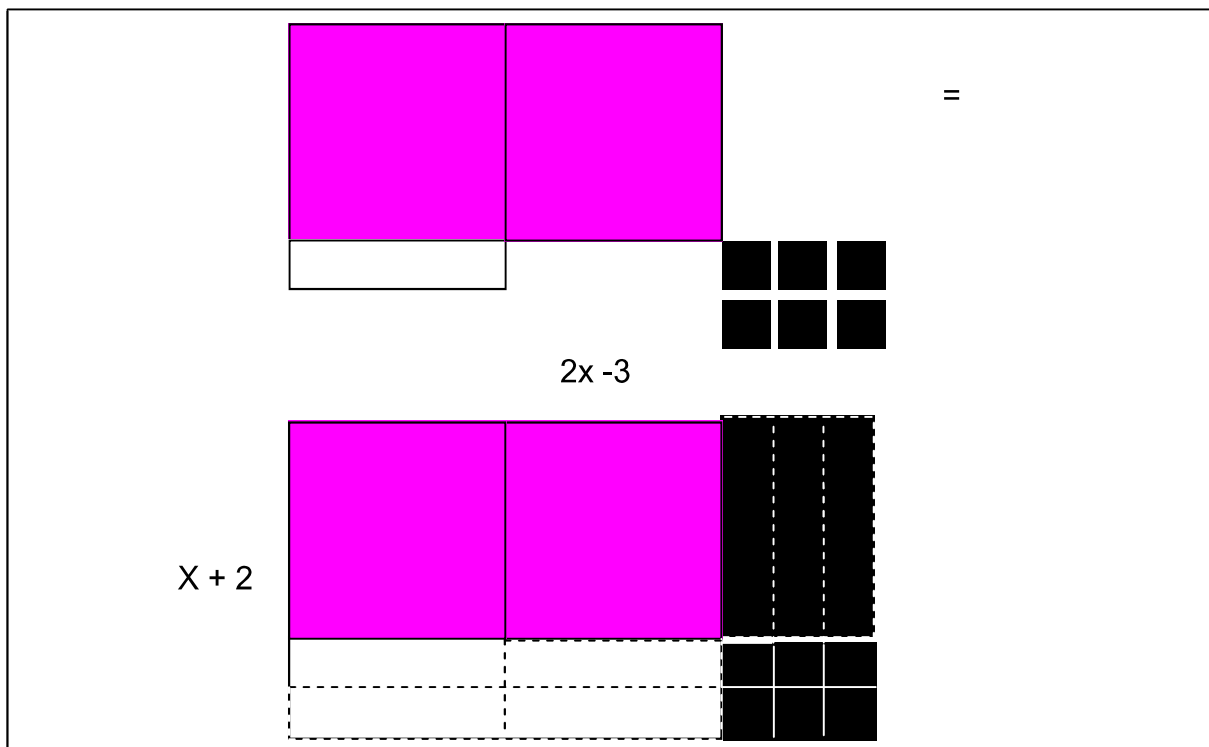
O objetivo, neste momento, é formar um retângulo perfeito com as peças do trinômio e, quando necessário, completá-lo com peças que se cancelam. Na situação abaixo não é possível completar o retângulo com as peças dispostas dessa maneira, pois, para efetuar o cancelamento, é preciso que os números de peças que estão faltando seja par, o que não acontece, pois faltam sete retângulos de lados 1 e

x, ou seja, completando com esse número de peças o resultado alterará para  $2x^2 + 4x - 6$ .



**Figura 18** - Representação geométrica da fatoração de  $2x^2 + x - 6$ .

Portanto, tentar-se-á de outra maneira:



**Figura 19** - Representação geométrica do resultado da fatoração de  $2x^2 + x - 6$ .

Dispondo dessa maneira, o retângulo perfeito está formado sem alterar o resultado, pois o número acrescentado de peças é par e, portanto, é possível efetuar o cancelamento de forma que o resultado permaneça o mesmo.

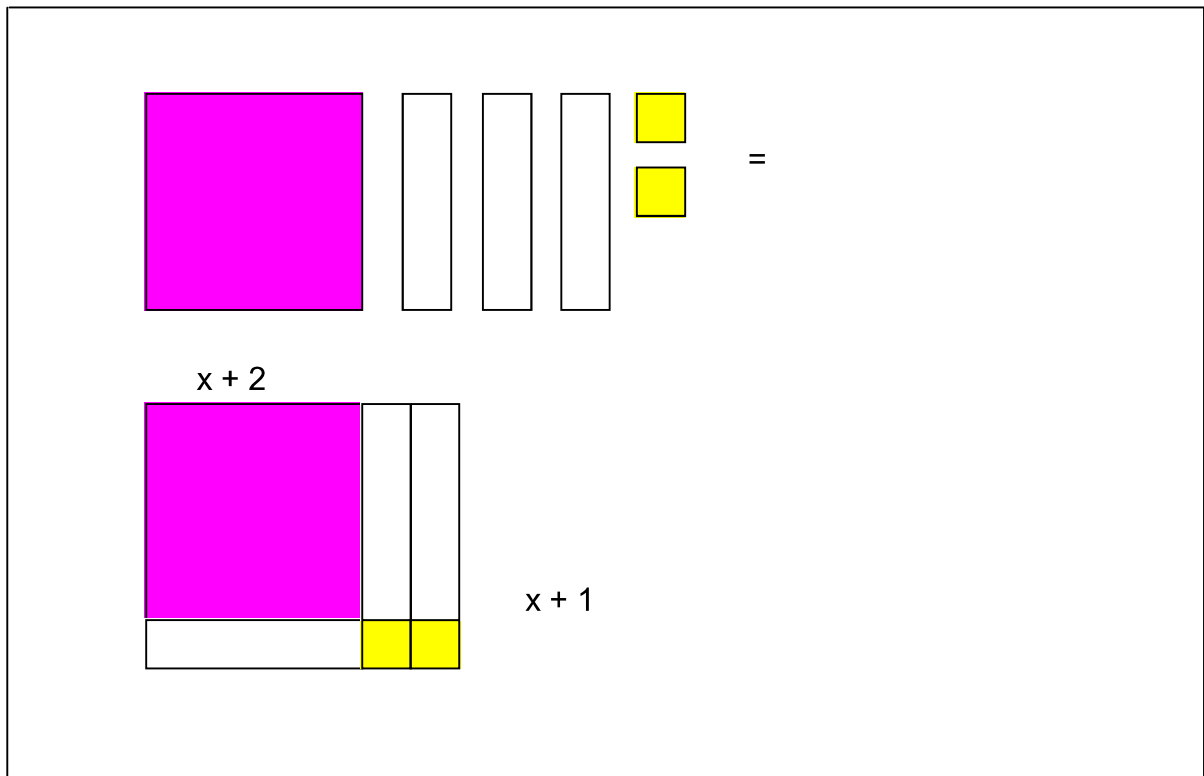
## 5.5. DIVISÃO

### 1º Caso: Divisão exata

Se a divisão for exata, o produto do quociente pelo divisor deverá ser igual ao dividendo. Assim, com o material, basta construir um retângulo onde um dos lados é igual ao divisor, conseqüentemente, o outro será o quociente.

Situação 1:  $(x^2 + 3x + 2) / (x + 1) = x + 2$

Com as figuras que representam o dividendo monta-se um retângulo perfeito, com um dos lados igual ao divisor, encontrando assim o outro lado do retângulo que é igual ao quociente.



**Figura 20** - Representação geométrica de  $(x^2 + 3x + 2) / (x + 1)$ .

Logo, os lados do retângulo serão iguais a  $(x + 1)$  e  $(x + 2)$ .

Pelo método da fatoração constrói-se um lado do retângulo igual ao divisor ( $x + 1$ ), completando o retângulo perfeito com as outras peças, tem-se o outro lado que é  $(x + 2)$  e, portanto,  $(x + 1) \cdot (x + 2) = x^2 + 3x + 2$ , assim na divisão o quociente é o segundo lado do retângulo.

Pelo método da chave (Algoritmo de Euclides), tem-se:

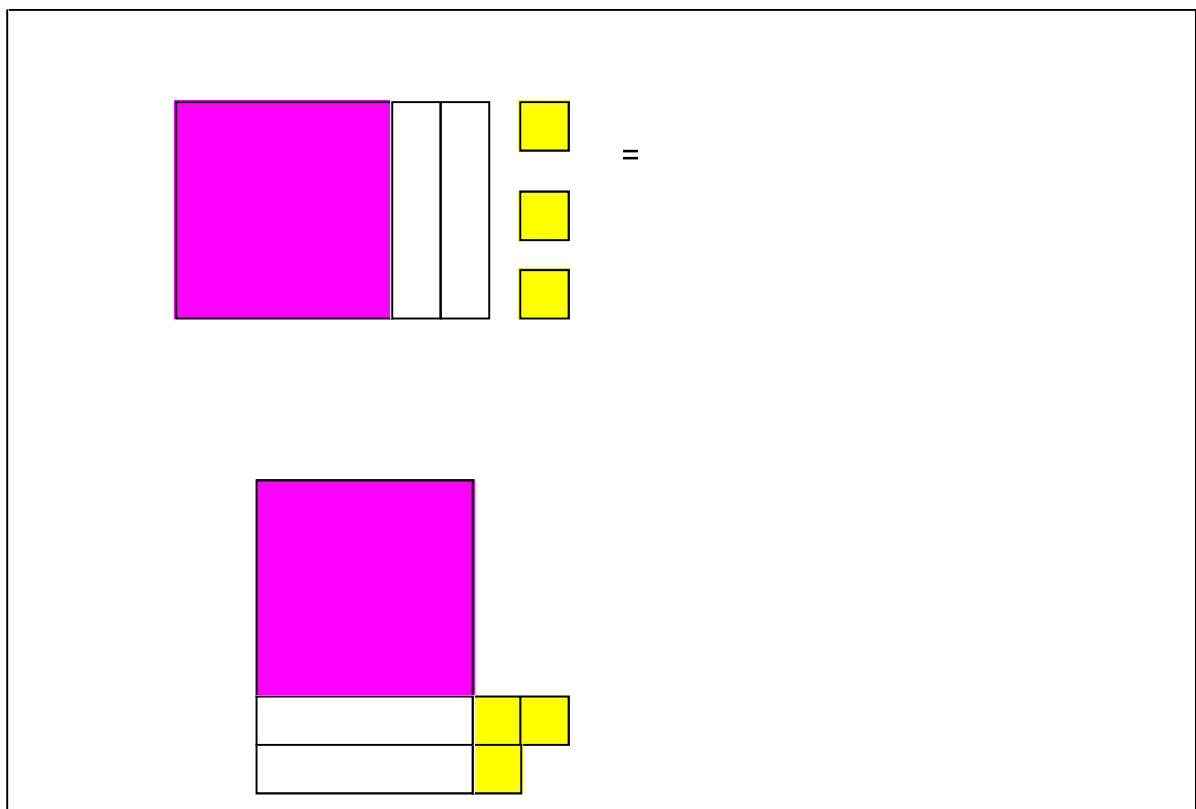
$$\begin{array}{r|l}
 x^2 + 3x + 2 & x + 1 \\
 \hline
 -x^2 - x & x + 2 \\
 \hline
 +2x + 2 & \\
 \hline
 -2x - 2 & \\
 \hline
 0 & \\
 \hline
 \dots\dots\dots &
 \end{array}$$

### 2º Caso: Divisão não-exata

A divisão não exata segue os mesmos passos da anterior, porém, o material excedente na construção do retângulo é o resto da operação.

Situação 1:  $(x^2 + 2x + 3) / (x + 2)$ .

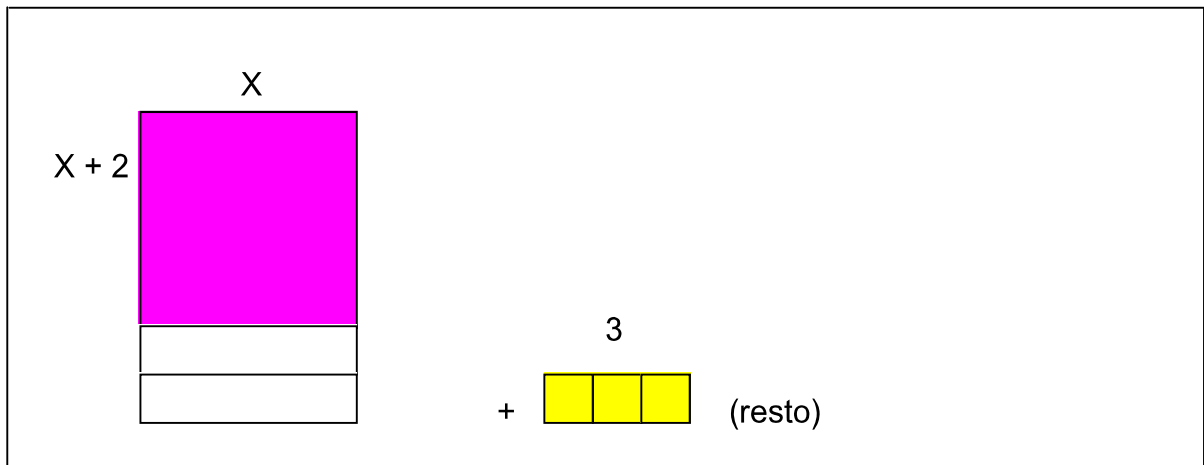
Com as figuras que representam o dividendo monta-se um retângulo perfeito, encontrando assim os lados do retângulo que serão iguais ao divisor e ao quociente.



**Figura 21** - Representação geométrica de  $(x^2 + 2x + 3) / (x + 2)$ .

Pode-se observar que utilizando todas as peças ou tentando completar o retângulo para que seja perfeito, o resultado fica alterado, portanto faz-se o seguinte, é possível visualizar que o retângulo perfeito já está formado, deixando de lado os

três quadrados amarelos de lados 1 e 1, logo, dessa maneira, o resultado não altera.  
Veja:



**Figura 22** - Representação geométrica do resultado de  $(x^2 + 2x + 3) / (x + 2)$

Como já se tem o retângulo de lados  $(x + 2)$  e  $x$  sem colocar as três peças de uma unidade, verifica-se que  $(x + 2)(x) = x^2 + 2x$  (área do retângulo) e tem-se o resto igual a 3, ou seja,  $x^2 + 2x + 3 = x(x + 2) + 3$ , portanto, o quociente é  $x$  e o resto é 3

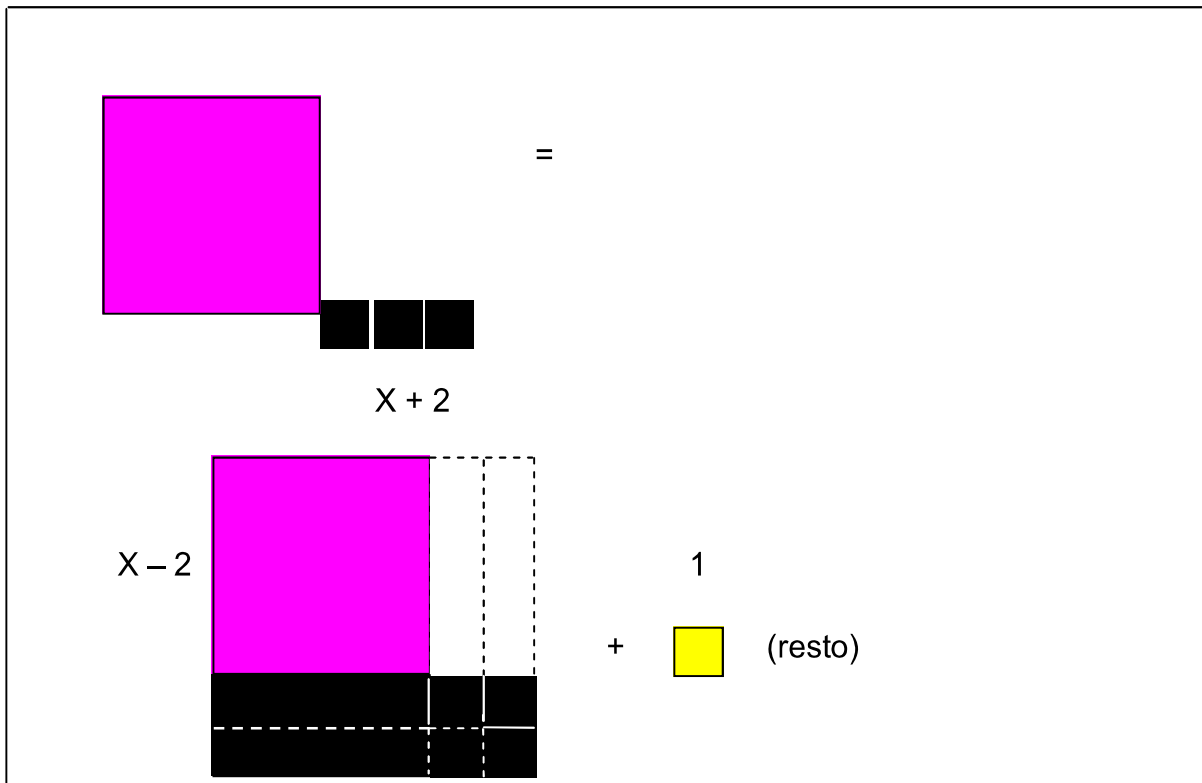
Pelo método da fatoração constrói-se um lado do retângulo igual ao divisor  $(x + 2)$ , completando o retângulo perfeito com as outras peças, tem-se o outro lado que é  $(x)$  e, portanto,  $(x + 2)(x) + 3 = x^2 + 2x + 3$ , assim na divisão o quociente é o segundo lado do retângulo.

Pelo método da chave (Algoritmo de Euclides), tem-se:

$$\begin{array}{r|l}
 x^2 + 2x + 3 & x \\
 \underline{-x^2} & x + 2 \\
 + 2x & \\
 \underline{- 2x} & \\
 + 3 & 
 \end{array}$$

Situação 2:  $(x^2 - 3) / (x + 2)$

Com as figuras que representam o dividendo monta-se um retângulo perfeito, encontrando assim os lados do retângulo que serão iguais ao divisor e ao quociente.



**Figura 23** - Representação geométrica do resultado de  $(x^2 - 3) / (x + 2)$

Nesse caso foi necessário completar o retângulo com peças de forma que não alterasse o resultado, então, acrescentaram-se quatro retângulos de lados 1 e  $x$ , dois de cada lado, de forma que se pudesse efetuar o cancelamento, e também quadrados de lados 1 e 1 de forma que o retângulo estivesse perfeito, porém sobrou um quadrado de lado 1 e 1 que se chamou de resto.

Assim, tem-se o retângulo de lados  $(x + 2)$  e  $(x - 2)$ , verifica-se que  $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$  (área do retângulo) e tem-se o resto igual a 1, ou seja,  $x^2 - 3 = (x - 2)(x + 2) + 1$ , portanto, o quociente é  $x - 2$  e o resto é 1.

Pelo método da fatoração, construiu-se um lado do retângulo igual ao divisor  $(x + 2)$ , completando o retângulo perfeito com as outras peças, tem-se o outro lado que é  $(x - 2)$  e, portanto,  $(x + 2)(x - 2) + 1 = x^2 - 3$ , assim na divisão o quociente é o segundo lado do retângulo.

Pelo método da chave (Algoritmo de Euclides), tem-se:

$$\begin{array}{r|l}
 x^2 - 3 & x + 2 \\
 \hline
 -x^2 - 2x & x - 2 \\
 \hline
 -2x - 3 & \\
 +2x + 4 & \\
 \hline
 +1 & 
 \end{array}$$

Com esse método fica visível o conceito de polinômios e a resolução das operações em álgebra, pois a partir da disposição do material é possível perceber como se dá o processo de resolução das situações, deixando de ser um trabalho obscuro e destituído de significado.



## CONCLUSÃO

O balanço das idéias comentadas neste trabalho se mostrou coerentes, visto que não entendemos a prática de nenhum método que possa ser infalível, e que possa resolver de forma mágica a necessidade da instrução.

As nossas pretensões foram modestas, todas as considerações admitiram a incumbência da reflexão, do estudo incessante, da pesquisa; elementos estes indispensáveis a prática docente.

A reflexão precisa ser uma arte no espírito do professor. A este foi dado à incumbência de avaliar, mais avaliar por avaliar, não cumpre os objetivos da avaliação. Por isso o professor tem que se avaliar primeiro. Avaliar sua prática, seu trabalho como um todo,

Acreditamos que esta pesquisa foi útil, no sentido de despertar para busca de boas práticas em sala de aula, em especial do Algeplan no trabalho com polinômios, e outras que somadas a esta possam ser representativas no processo de ensino e aprendizagem.

O trabalho com material concreto se mostra bastante produtivo, permitindo sair da prática somente da utilização do livro didático e de aulas expositivas, que apesar de necessárias precisam de complemento com outras práticas e a exploração do Algeplan em sala de aula pode cumprir este objetivo; não somente pelo atrativo da sua postura lúdica de jogo, mas por permitir que o aluno aprenda, e acreditamos que de forma significativa.

## REFERÊNCIAS

ANTUNES, Celso. **Jogos para estímulo das múltiplas inteligências**. 16. Ed. Petrólis, RJ: Vozes, 1998.

BEZERRA, Manoel Jairo. **O material didático no ensino da matemática**. Diretoria do Ensino Secundário / Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário / MEC. Rio de Janeiro, 1962.

BICUDO, M.AV. **A Fenomenologia: confrontos e avanços**. São Paulo. Cortex, 2000.

BIAZI, Leci Maria Cemin. **Erros e dificuldades na aprendizagem de álgebra**. Dissertação de mestrado. FACIPAL: Palmas/PR, 2003.

BRASIL. **Parâmetros curriculares Nacionais: matemática**. Secretária da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL (DF) Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e tecnológica – **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Ensino Médio**, 1999, Brasília – DF.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

D' AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, Papiros, 1998.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. São Paulo:FTD,1997.

HENRY Johm. **A revolução científica e as origens da ciência moderna**. Rio de Janeiro: Joege Zahar Ed., 1998, p.37.

LAUAND, Jean. A álgebra como Ciência Árabe, Revista de Graduação da Engenharia Química Nº 11, jan-jun- 2003, São Paulo, Mandruvá, PP. 33-46. Também on-line: [HTTP://www.hottopos.com.br/notand5/algeb.htm](http://www.hottopos.com.br/notand5/algeb.htm)

LORENZATO, Sérgio Aparecido. **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sicoli e PASSOS, Norimar Christe. **Aprender com jogos e situações-problemas**. 1ª. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

MACHADO, Silvia Dias Aleântara (org). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003

MATOS, José Manuel; SERRAZINA, Maria de Lourdes. **Didáctica da Matemática**. Lisboa, Universidade Aberta, 1996.

MIGUEL, FIORENTINI E MIORIM. Álgebra ou Geometria: **para onde vai o pêndulo?** Pró-posições, vol. 3, nº 1, Campinas, SP, 1992. MORAES, MELLO e

MINIDICIONÁRIO Luft. São Paulo. Ática, 2000.

MIRANDA, Ivonete Pocha; GRANDO, Neiva Ignês. **Álgebra no ensino fundamental: dificuldades e obstáculos**. In: **Pesquisa em educação matemática**. Passo Fundo: UPF, 2006.

OLIVEIRA, J.A. Varetasm Canudos e... Sólidos regulares, 2008. Disponível em: <[HTTP://br.geocities.com/Jayaneprof/tg/Platão/Varetas.htm](http://br.geocities.com/Jayaneprof/tg/Platão/Varetas.htm)> Última consulta em: 10/02/10.

PASSOS, Carmen Lucia Brancaglioni. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio (org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

PONCE, Anibal. **Educação e lutas de classes**, São Paulo: Cortex, 1985.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta **Curricular para o Ensino de Matemática**: 2º grau. São Paulo, SE/CENP, 1991.

SOUZA e BEZERRA. **Apostilas de didática especial de matemática**. MEC, CADES, 1959. TRAJANO, A, Álgebra Elementar. 22ª Ed; Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1947.

SCHOEN, Harold L. **A resolução de problemas em álgebra**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995

TURRIONI, Ana Maria Silveira. ***O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores***. 2004, p. 175. Dissertação de Mestrado. Unesp, Rio Claro.