



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VIII
CENTRO DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIA E SAÚDE
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

PAULO CÉSAR FERREIRA DIAS FILHO

AVALIAÇÃO DE DEFORMAÇÕES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

**ARARUNA-PB
2017**

PAULO CÉSAR FERREIRA DIAS FILHO

AVALIAÇÃO DE DEFORMAÇÕES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Leonardo Medeiros da Costa.

**ARARUNA-PB
2017**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do Trabalho de Conclusão de Curso.

D541a Dias Filho, Paulo Cesar Ferreira.
Avaliação de Deformações em Vigas de Concreto Armado
[manuscrito] : 62 / Paulo Cesar Ferreira Dias Filho. - 2017
62 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências, Tecnologia e Saúde, 2017.

"Orientação : Prof. Me. Leonardo Medeiros da Costa, Coordenação do Curso de Engenharia Civil - CCTS."

1. Deformações. 2. Vigas. 3. Concreto armado.

21. ed. CDD 624.18349

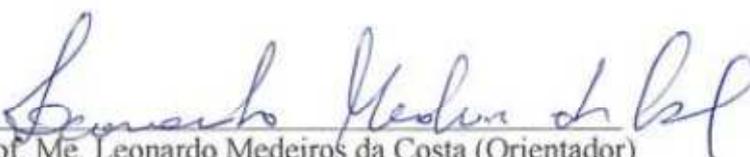
PAULO CÉSAR FERREIRA DIAS FILHO

AVALIAÇÃO DE DEFORMAÇÕES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

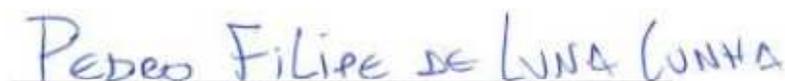
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: 09/11/2017.

BANCA EXAMINADORA


Prof. Me. Leonardo Medeiros da Costa (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof. Marinaldo dos Santos Júnior
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof. Me. Pedro Filipe de Luna Cunha
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Aos meus pais,

Paulo César Ferreira Dias e Luciene Pereira Barbosa Dias.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que com sua infinita bondade me dá instrução para buscar a sabedoria, conhecimento e entendimento.

Aos meus pais, que com toda dificuldade enfrentada não desistiram e persistiram no apoio, incentivo e amor.

À Paloma Colmana Martins de Figueiredo, pelo amor, compreensão e paciência.

À minha família. Irmã, tios e tias, primos e primas, por todo carinho, confiança e ajuda.

Ao Professor, Leonardo Medeiros da Costa, por ter aceitado o convite e ter me auxiliado neste trabalho.

Aos amigos, colegas, professores e funcionários da UEPB, campus VIII de Araruna/PB.

A todos que até minimamente contribuíram para minha formação moral e intelectual.

“Faça o teu melhor, na condição que você tem, enquanto você não tem condições melhores, para fazer melhor ainda”.

(Mario Sergio Cortella)

RESUMO

Os critérios de dimensionamento, hipóteses adotadas, falta de controle e desenvolvimento tecnológico dos materiais e ferramentas, tornavam as estruturas mais robustas e, com isso, mais rígidas, menos eficientes e mais onerosas. No decorrer dos anos, graças ao avanço de estudos e técnicas de análise estrutural, pode-se projetar de maneira mais eficiente, aproveitando ao máximo a capacidade resistente dos materiais e tornando, conseqüentemente, os elementos estruturais mais esbeltos. O resultado disso foi o aparecimento de deformações maiores e com isso, um estado de fissuração mais avançado, que pode comprometer a durabilidade e o uso da edificação. Destacando-se, neste contexto, a verificação quanto aos estados limites de serviço prescritos nas normas que regulamentam o projeto de estruturas de concreto. No contexto da análise estrutural, este trabalho estuda os deslocamentos de vigas de concreto armado, buscando-se avaliar os deslocamentos por meio de formulações que levam em conta a colaboração do concreto tracionado entre zonas fissuradas, e até formulações práticas emitidas para uma estimativa simplificada do deslocamento do elemento. Serão contempladas as considerações que cada órgão regulamentador propõe para a estimativa de deslocamentos das vigas, incluindo os efeitos adicionais da fluência e retração do concreto de acordo com formulações do CEB-FIP (1991), EUROCODE 2 (1992) e ABNT NBR 6118:2014. Desde considerações de ações, propriedades dos materiais até o modelo de cálculo empregado por cada norma estudada serão comparadas às da norma brasileira vigente. A metodologia utilizada permite a avaliação de parâmetros como as propriedades mecânicas e físicas do concreto a fim de observar suas influências nos deslocamentos e fissuração.

Palavras-Chave: Deformações. Vigas. Concreto armado.

ABSTRACT

The engineering of the last century took as optics as structures more robust and, with this, stiffer, becoming less efficient and more onerous. Spending the years, the advances in studies and techniques and technologies, it can be designed more efficiently, taking full advantage of a resistance capacity of the materials making, consequently, thinner structural elements. The result was the appearance of deformations greater and with this, a state of more advanced cracking that can compromise the durability and serviceability of the building. In this context, a check is made of the serviceability limit States required by the standards governing checks. Based on the results obtained, it's observed that, for NBR 6118/2014, give bases for an initial and a total deflection, however, it is necessary to suggest that the calculation of time delayed deflection due to creep and shrinkage be calculated approximately by a coefficient as a function of time that is independent of the creep coefficient and specific retraction values. The recommendation is to calculate a coefficient, which considers long-term loads as a function of the creep, and multiply it by the initial deflection. Such a recommendation overestimates the displacements, making the sizing expensive. In the context of the structural evaluation, this work studies the displacement of reinforced concrete beams, aiming to evaluate the displacements through formulations that take into account tension stiffening effects and even practical formulations issued for a simplified estimate of the displacement of the element. Will be introduced the considerations for each estimation of performance evaluation effects, including the additional effects of creep and shrinkage in concordance with CEB-FIP (1991), EUROCODE 2 (1992) and ABNT NBR 6118:2014 forms. From the considered actions, the properties of the materials up to the work model employed for each standard studied are compared to those of the current Brazilian standard. The methodology used allows the evaluation of parameters such as the mechanical and physical properties of the concrete to observe their influence on deflections and cracking.

Keywords: Deformations. Beams. Reinforced concrete.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 4.1 - Diagrama momento-curvatura de um elemento fletido	21
Figura 4.2 - Comportamento das fissuras em uma viga	22
Figura 4.3 - Reversibilidade da retração.....	23
Figura 4.4 - Reversibilidade da fluência.....	24
Figura 4.5 - Acréscimo de deformação devido à fluência.....	24
Figura 4.6 - Seção transversal não fissurada	26
Figura 4.7 - Seção transversal fissurada	27
Figura 4.8 - Deslocamentos devidos à rotação do vão	29
Figura 5.1 - Diagrama momento-curvatura devido a flexão simples CEB-FIP (1991).....	43
Figura 5.2 - Diagrama de momento fletor definindo l_o , l_a , l_b	44
Figura 7.1 - Viga exemplo	49
Figura 7.2 - Gráfico relação momento versus flecha com influência da taxa de armadura de compressão	53
Figura 7.3 - Gráfico flecha total versus taxa de armadura de tração	54
Figura 7.4 - Gráfico flecha imediata versus taxa de armadura de tração	55
Figura 7.5 - Gráfico flecha total versus f_{ck}	55
Figura 7.6 - Gráfico flecha imediata versus f_{ck}	56
Figura 7.7 - Gráfico flecha devida a fluência versus f_{ck}	56
Figura 7.8 - Gráfico flecha final versus altura da viga	57
Figura 7.9 - Gráfico flecha imediata versus altura da viga.....	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Valores de ψ_1 e ψ_2 , segundo a ABNT NBR 6118:2014.....	36
Tabela 5.2 - Valores de ψ_1 e ψ_2 , segundo o FIB (1999).....	40
Tabela 5.3 - Coeficientes de redução das ações variáveis, segundo o EUROCODE 2 (1992)	45
Tabela 7.1 - Propriedades geométricas da seção transversal da viga.....	50
Tabela 7.2 - Momentos fletores característicos na seção crítica (kN.cm).....	51
Tabela 7.3 - Propriedades dos Materiais e Momento de Fissuração.....	51
Tabela 7.4 - Parâmetros utilizados para cálculo do deslocamento diferido.....	51
Tabela 7.5 - Deslocamentos segundo ABNT NBR 6118:2014.....	52
Tabela 7.6 - Deslocamentos segundo CEB-FIP (1991).....	52
Tabela 7.7 - Deslocamentos segundo EUROCODE 2 (1992).....	52
Tabela 7.8 - Deslocamentos calculados com parâmetros da ABNT NBR 6118:2014 pelo método do EUROCODE 2 (1992).....	52
Tabela 7.9 - Influência da taxa de armadura de compressão nos deslocamentos.....	53
Tabela 7.10 - Redução percentual dos deslocamentos [%].....	59

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA	12
2.1 JUSTIFICATIVA	12
2.2 OBJETIVOS	12
3 FUNDAMENTOS DE SEGURANÇA EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO	13
3.1 ESTADOS LIMITES	13
3.1.1 Estados Limites Últimos - ELU	13
3.1.2 Estados Limites de Serviço – ELS.....	13
3.2 CONSIDERAÇÕES DE AÇÕES.....	14
3.2.1 Classificação das ações	15
3.2.2 Combinações de ações	15
4 DESLOCAMENTOS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO	17
4.1 FATORES INTERVINIENTES NOS DESLOCAMENTOS.....	17
4.1.1 Propriedades do concreto	17
4.1.1.1 Resistência à compressão	18
4.1.1.2 Resistência à tração	19
4.1.1.3 Módulo de deformação longitudinal.....	19
4.1.2 Fissuração.....	20
4.1.3 Retração.....	22
4.1.4 Fluência	23
4.2 CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS	25
4.2.1 Considerações iniciais.....	25
4.2.1.1 Seção transversal homogeneizada	25
4.2.1.2 Momento de fissuração.....	27
4.2.1.3 Momento de inércia efetivo	27
4.2.2 Cálculo dos deslocamentos imediatos	28
4.2.3 Cálculo dos deslocamentos diferidos.....	30
4.2.3.1 Fluência e retração segundo CEB-FIP (1991).....	31
4.2.3.2 Fluência e retração segundo EUROCODE 2 (1992).....	34
5 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS.....	36
5.1 RECOMENDAÇÕES DA ABNT NBR 6118:2014.....	36
5.1.1 Combinação de Ações.....	36
5.1.2 Cálculo do momento de fissuração.....	37
5.1.3 Cálculo do momento de inércia efetivo.....	37
5.1.4 Cálculo do módulo de elasticidade do concreto	38
5.1.5 Determinação do deslocamento imediato	38
5.1.6 Determinação do deslocamento diferido	38

5.2 RECOMENDAÇÕES DO CEB-FIP (1991)	39
5.2.1 Combinação de ações.....	39
5.2.2 Cálculo do momento de fissuração.....	40
5.2.3 Cálculo do Módulo de Elasticidade do Concreto.....	40
5.2.4 Determinação dos Deslocamentos a Partir da Curvatura Média	41
5.2.5 Procedimento Simplificado.....	43
5.3 RECOMENDAÇÕES EUROCODE 2 (1992)	45
5.3.1 Combinação de Ações.....	45
5.3.2 Cálculo do Momento de Fissuração	45
5.3.3 Cálculo do Módulo de Elasticidade do Concreto.....	45
5.3.4 Determinação dos Deslocamentos a Partir da Curvatura Média	46
5.3.5 Determinação dos Deslocamentos Diferidos a Partir da Curvatura Média.....	47
6 METODOLOGIA.....	48
7 ANÁLISE E RESULTADOS.....	49
7.1 DADOS INICIAIS DO EXEMPLO	49
7.2 PARÂMETROS UTILIZADOS	50
7.3 VALORES DOS DESLOCAMENTOS.....	51
7.4 INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE COMPRESSÃO.....	52
7.5 INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE TRAÇÃO.....	54
7.6 INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO À COMPRESSÃO (F_{ck}).....	55
7.7 INFLUÊNCIA DA ALTURA DA VIGA	56
7.8 ANÁLISE DOS RESULTADOS	57
8 CONCLUSÕES.....	60
8.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	60
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62

1 INTRODUÇÃO

Parte do projeto e dimensionamento de estruturas de concreto armado deve-se à consideração dos esforços levados até a ruína estrutural e parte ao desempenho em serviço da peça projetada. Com isso o projeto estrutural ganha requisitos de verificação da capacidade resistente e do desempenho em serviço, quando do uso da estrutura, sob enfoque do Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS).

Situações em que, nos elementos projetados, os requisitos de desempenho em serviço não sejam atendidos podem provocar danos, não só quanto ao seu aspecto funcional e visual, como em outros elementos de caráter estrutural ou não que a ele estejam ligados. Tais situações não implicam, necessariamente, a possibilidade de colapso do elemento, mas desperta a desconfiança do usuário, principalmente quando deslocamentos se tornam perceptíveis a olho nu.

Dessa forma, percebe-se que, em um projeto de concreto armado, não apenas o critério de segurança, mas também os critérios de utilização garantem o bom desempenho do elemento em situação de serviço.

Viga é um elemento estrutural cuja solicitação preponderante é a flexão. Sob controle normativo, as vigas são projetadas para que não ultrapassem os limites de deformações e fissuração que variam entre cada entidade normativa, de acordo com o padrão das construções, baseados em resultados empíricos que representem de forma mais fiel o seu comportamento real sob carregamento.

2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA

2.1 JUSTIFICATIVA

Historicamente o critério de segurança nas edificações vem sendo tratado ao longo dos anos em decorrência dos acidentes e falhas que custaram tanto prejuízo material, como também a perda de vidas humanas.

Os métodos e técnicas empregados na construção civil eram baseados no sucesso ou insucesso de construções similares. Com isso, os procedimentos construtivos eram modificados até que fosse encontrada uma solução satisfatória para contornar o problema. Desta maneira, a falta de equipamentos tecnológicos apropriados fazia com que esta abordagem resultasse em estruturas antieconômicas.

Com aplicações de novos materiais, menores seções, e estruturas menos robustas, uma nova abordagem tivera de ser desenvolvida para tornar o projeto de estruturas mais racional. Daí surgia a necessidade de imposição de uma medida de segurança e, tão logo fosse, a necessidade de avaliação dos deslocamentos para o bom funcionamento das estruturas em serviço.

Neste âmbito, as normas de projeto estrutural vêm impondo a exigência de avaliação de deslocamentos nos elementos fletidos. Tais prescrições visam reduzir a periodicidade de manutenção e/ou reparos, como também garantir que apesar do elemento sofrer deslocamento, possa atender à critérios mínimos de aceitação estrutural e estético.

2.2 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é avaliar o comportamento de vigas de concreto armado, simplesmente apoiadas, quando submetidas a ações que agem transversalmente ao seu eixo longitudinal e verificar os deslocamentos que nela ocorrem. São comparadas três diferentes abordagens para o cálculo dos deslocamentos imediatos e diferidos, como também serão avaliados parâmetros relevantes nos valores dos deslocamentos.

Além dos aspectos gerais citados acima, há também os seguintes pontos:

- Quantificar os tipos de deslocamentos em uma viga de concreto armado simplesmente apoiada sob influência de uma carga linearmente distribuída;
- Avaliar de forma racional qual a melhor maneira de se reduzir os deslocamentos a nível de projeto.

3 FUNDAMENTOS DE SEGURANÇA EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

3.1 ESTADOS LIMITES

Uma estrutura bem projetada deve atender a três hipóteses básicas de dimensionamento: segurança, bom desempenho e durabilidade, além da estética e economia. Estas são verificadas pelos estados limites, que representam situações em que inviabilizam a utilização da estrutura por alguma deficiência quanto à finalidade para qual foi dimensionada, isto significa dizer que ela atingiu um estado limite. Os estados limites são classificados em estado limite último e estado limite de serviço. Dessa forma, as estruturas são dimensionadas com relação à capacidade de carga última e à capacidade de carga de uso, de acordo com sua finalidade.

3.1.1 Estados Limites Últimos - ELU

Também conhecido como estado limite de ruína por se tratar da máxima capacidade de carga da estrutura. São aqueles relacionados ao colapso estrutural, ou a qualquer forma de ruína, que determine a paralisação, no todo ou em parte, do uso da estrutura. São exemplos:

- i. Perda de equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido: tombamento, deslizamento ou levantamento;
- ii. Alcance da resistência última: ruptura ou deformação plástica excessiva;
- iii. Escoamento excessivo da armadura: $\varepsilon_s > 1,0\%$;
- iv. Aderência ultrapassada: escorregamento da armadura;
- v. Transformação da estrutura: transformação em estrutura hipoestática;
- vi. Flambagem;
- vii. Instabilidade dinâmica – ressonância;
- viii. Fadiga – cargas de ciclo repetitivo.

3.1.2 Estados Limites de Serviço – ELS

São aqueles relacionados ao desempenho em serviço da estrutura, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos por ela suportados. Dessa forma, aspectos visuais, conforto do usuário são fatores considerados nos estados limites de serviço. São exemplos:

- i. Fissuração que compromete a estética e cause desconforto aos usuários;
- ii. Deformações excessivas que inviabilizem a utilização normal da estrutura ou cause desconforto aos usuários;
- iii. Vibrações excessivas que causem desconforto as pessoas ou danos em equipamentos.

No dimensionamento das estruturas, a segurança estrutural pode exigir a verificação de alguns estados-limites de serviço como:

- Estado-limite de formação de fissuras – ELS-F: estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado-limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a resistência a tração na flexão.
- Estado-limite de abertura de fissuras – ELS-W: estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais ou superiores aos valores máximos.
- Estado-limite de deformações excessivas – ELS-DEF: estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal.
- Estado-limite de descompressão – ELS-D: estado no qual, em um ou mais pontos da seção transversal, a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção. Verificação usual no caso do concreto protendido.
- Estado-limite de descompressão parcial – ELS-DP: estado no qual garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas.
- Estado-limite de compressão excessiva – ELS-CE: estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido. Usual no caso do concreto protendido na ocasião da aplicação da protensão.
- Estado-limite de vibrações excessivas – ELS-VE: estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção.

Sendo, pois, o objeto deste trabalho a avaliação de deformações em vigas, a abordagem deste trabalho consistirá em tomar os critérios do Estado Limite de Serviço (ELS), com ênfase no estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF).

3.2 CONSIDERAÇÕES DE AÇÕES

A norma brasileira ABNT NBR 8681:2003 Versão Corrigida:2004 – Ações e segurança nas estruturas – Procedimento, define ações como sendo as causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas. As forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações. As ações são divididas em ações diretas e indiretas. Ações indiretas são aquelas oriundas de deformações impostas, quanto que ações diretas são aquelas suscitadas pelas próprias forças.

3.2.1 Classificação das ações

De acordo com sua variabilidade temporal as ações são classificadas em três categorias: permanentes, variáveis e excepcionais.

As ações permanentes, representadas por **g**, são aquelas que ocorrem com valores praticamente constantes, ou de pequena variação em torno de sua média, durante a vida útil da edificação. São ainda divididas em ações permanentes diretas e indiretas. Como exemplos de ações permanentes diretas podem ser citados o peso próprio da estrutura e dos revestimentos, equipamentos fixos e empuxo de terra, este último deve-se ter a garantia de sua permanência durante toda a vida da construção para que sua influência possa ser levada em consideração no cálculo das ações. As ações permanentes indiretas podem ser os recalques de apoio, retração e fluência, imperfeições geométricas de pilares e a protensão. A variabilidade das ações permanentes é medida num conjunto de construções análogas.

Ações variáveis, como a própria nomenclatura específica, são aquelas que apresentam variações expressivas em torno de sua média durante a vida útil da construção. São geralmente representadas pela letra **q** e como exemplos têm-se as ações acidentais que atuam nas construções em função de sua finalidade, como peso de pessoas, móveis, veículos, etc. Outros exemplos de ações variáveis são as forças de frenagem, impacto, carga de vento e pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas, de modo geral. Estas são classificadas em função de sua probabilidade de ocorrência durante a vida da construção como sendo: ações variáveis normais ou especiais. Ações variáveis normais têm probabilidade de ocorrência suficientemente grande para que sejam obrigatoriamente consideradas no projeto das estruturas de um dado tipo de construção. Ações variáveis especiais são aquelas cargas acidentais de natureza ou de intensidade especiais que devem ser especificamente definidas cada situação.

Ações excepcionais são aquelas que têm uma duração muito curta e pequena probabilidade de ocorrência durante a vida útil da construção, mas que devem ser consideradas nos projetos de determinadas estruturas. Consideram-se como excepcionais as ações decorrentes de causas tais como explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes ou sismos excepcionais.

3.2.2 Combinações de ações

É consensual de normas como ABNT NBR 6118:2014, CEB-FIP (1991) e o EUROCODE 2 (1992) de combinar ações permanentes e variáveis de acordo com sua grandeza e sua probabilidade de atuarem simultaneamente durante um determinado período. Dessa

forma, é possível alcançar um carregamento que represente a situação mais desfavorável com maior probabilidade de ocorrência durante a vida útil da construção.

Para a verificação de estados limites de serviço, define-se três tipos de combinação de ações: quase-permanente, frequente e rara.

Nas combinações de utilização são consideradas todas as ações permanentes, inclusive as deformações impostas permanentes, e as ações variáveis correspondentes a cada um dos tipos de combinações, de acordo com sua classificação.

Para as combinações de serviço quase permanente e frequente, as ações permanentes são consideradas com seu valor característico total $F_{g,k}$, já para as ações variáveis, seus valores são reduzidos por um certo coeficiente de combinação ψ , sendo assim, considerado um valor reduzido das cargas variáveis dado por $\psi \cdot F_{q,k}$. Esse coeficiente redutor é tabelado de acordo com o tipo da ação e da utilização da estrutura.

Na combinação quase permanente todas as ações variáveis sofrem a mesma redução, sendo consideradas com seus valores quase permanentes. Havendo m ações permanentes características e n ações variáveis, a ação de serviço é dada pela seguinte expressão:

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_2 F_{qj,k} \quad (3.1)$$

Na combinação frequente a ação variável principal $F_{q,1}$ é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1,k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase-permanentes $\psi_2 F_{q,k}$, conforme a seguinte expressão:

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \psi_1 F_{q1,k} + \sum_{j=1}^n \psi_2 F_{qj,k} \quad (3.2)$$

Já nas combinações raras de serviço, a ação variável principal $F_{q,1}$ é tomada com seu valor característico $F_{q1,k}$ e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{q,k}$, como mostra a expressão a seguir:

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + F_{q1,k} + \sum_{j=1}^n \psi_1 F_{qj,k} \quad (3.3)$$

Nas equações (2.1) a (2.3), $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para a combinação considerada e ψ_i é o coeficiente redutor das ações variáveis.

A escolha da combinação a ser utilizada dependerá, além da norma de cálculo adotada, do tipo de verificação que está sendo realizada. Nos próximos capítulos deste trabalho será

comentado qual combinação deve ser usada e quais os valores dos coeficientes para cada regulamentação consultada.

4 DESLOCAMENTOS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

As cargas que agem transversalmente ao eixo longitudinal das vigas acabam por causarem deformações, curvando seu eixo longitudinal. Dizer que um elemento estrutural sofreu um deslocamento significa dizer que os pontos de seu eixo estão deslocados em relação à posição original. Há dois tipos de deslocamentos: imediato e diferido. O deslocamento imediato é aquele que surge logo após a retirada do escoramento do elemento estrutural, no caso de lajes e vigas. O outro tipo de deslocamento se processa com o passar do tempo e é conhecido também como deslocamento de longa duração. A magnitude dos deslocamentos é função da solicitação imposta e dos efeitos dependentes do tempo.

Este capítulo tratará das considerações feitas para o cálculo dos deslocamentos em elementos estruturais submetidos a flexão simples. Será feita uma abordagem sobre as propriedades mecânicas do concreto, os fatores que influenciam no deslocamento e como obtê-los e, por fim, a estimativa dos deslocamentos imediatos e diferidos, seguido dos critérios de controle de deslocamentos.

4.1 FATORES INTERVINIENTES NOS DESLOCAMENTOS

Há uma diversidade de fatores que interferem, com maior ou menor relevância, na grandeza dos deslocamentos. Conforme ACI 435.2R (1996, apud GUARDA, 2005), podem ser citados, dentre outros: o tipo, a grandeza e o histórico do carregamento; o vão e as condições de apoio do elemento estrutural; as propriedades geométricas de sua seção transversal; as propriedades dos materiais utilizados; a fissuração, a retração e a fluência do concreto; as taxas de armadura de tração e de compressão; e o processo de execução da estrutura. Alguns deles afetam diretamente os valores dos deslocamentos, como o vão e o carregamento. Outros, indiretamente, como a taxa de armadura de compressão, que, na realidade, interfere na retração. A seguir, serão comentadas algumas destas relações.

4.1.1 Propriedades do concreto

As propriedades do concreto que exercem influência direta no cálculo dos deslocamentos são a resistência à tração e o módulo de elasticidade. Há influência da resistência à compressão, visto que de seu valor característico, o f_{ck} , podem ser feitas correlações para a obtenção de outras.

4.1.1.1 Resistência à compressão

Basicamente, a resistência à compressão é controlada pelas propriedades da pasta de cimento hidratada. Tais propriedades dependem da relação água-cimento, do grau de hidratação, do processo de cura, do tipo e classe de resistência do cimento, do tipo e quantidade de adições, dos aditivos, e da resistência e rigidez dos agregados. Todos esses fatores podem ser devidamente controlados a fim de se obter um concreto com a resistência requerida em projeto.

De forma geral, o aumento do f_{ck} proporciona uma redução dos deslocamentos finais. A parcela elástica do deslocamento é influenciada pela rigidez do elemento e, quando há melhoria na resistência à compressão, há também, melhoria tanto no módulo de deformação, e conseqüentemente na rigidez, quanto na resistência à tração, retardando o início da fissuração da peça. Já a parcela diferida é atenuada devido à diminuição da fluência e da retração por secagem. É válido esclarecer que o aumento da resistência à compressão do concreto não garante uma redução dos deslocamentos na mesma proporção.

A resistência à compressão é determinada através de ensaios padronizados de curta duração. No Brasil, é realizado o ensaio com corpos de prova cilíndricos, com relação altura/diâmetro não menor que 2. Em geral, o resultado do ensaio é expresso em função da resistência característica do concreto na idade padrão de 28 dias, convencionando-se que esta seja a idade em que a estrutura deverá entrar em contato com o carregamento. Este ensaio é regulamentado pela ABNT NBR 5739:2007 – Concreto: Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos.

Devido a fatores de natureza aleatória como falta de homogeneidade da mistura, graus de compactação distintos para diferentes corpos de prova, dentre outros, verifica-se experimentalmente uma razoável dispersão de valores da resistência obtidos em um lote de corpos de prova. Reconhecendo, assim, a resistência à compressão como uma variável aleatória, deve-se recorrer à Teoria das Probabilidade para análise dos resultados. O f_{ck} é definido como sendo a resistência na qual há probabilidade de 5% de se obter resistências inferiores à mesma. De acordo com a equação da distribuição norma de probabilidades, tem-se:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,645S \quad (4.1)$$

Onde S é o desvio padrão das resistências.

Em algumas verificações tem-se a necessidade de se fazer referência ao valor médio da resistência à compressão, f_{cm} . Tal valor pode ser associado à resistência à compressão característica, f_{ck} , e estimada da seguinte forma:

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad (4.2)$$

Onde Δf é um valor pré-definido nas normas de projeto. Para o CEB-FIP (1991) e EUROCODE 2 (1992) este valor é 8 MPa.

4.1.1.2 Resistência à tração

Como hipótese básica para dimensionamento, a resistência a tração do concreto é sempre desprezada, pois ela tem pouca importância na capacidade estrutural da peça. Seu valor gira em torno de 10% da resistência à compressão, para concretos convencionais. Porém, tem sua importância no estudo de deslocamentos, podendo-se, com ela, considerar o efeito do concreto tracionado entre as fissuras. A fissuração causa uma diminuição na rigidez dos elementos fletidos e, conseqüentemente, um aumento de seus deslocamentos.

A resistência à tração pode ser determinada por três tipos de ensaios diferentes: ensaio de tração axial, ensaio de flexão ou ensaio de tração por compressão diametral.

A resistência à tração direta seria o melhor parâmetro para se avaliar o comportamento do concreto sob esforços de tração. Entretanto, como traz Hilsdorf & Müller (1999, apud GUARDA, 2005), o ensaio para a sua determinação, chamado de ensaio de tração axial, apresenta muitas dificuldades de execução, sendo utilizado quase que exclusivamente em pesquisas.

Para a obtenção da resistência à tração na flexão, utilizam-se vigas biapoiadas de concreto simples submetidas à flexão, sendo esta provocada, em geral, por duas cargas concentradas nos terços do vão, para que, no vão central entre as cargas, a viga esteja sujeita à flexão pura. Esse ensaio configura-se mais simples quanto a realização e é mais utilizado que o de tração axial.

Quanto à resistência à tração indireta, sua determinação é feita através do ensaio de corpos-de-prova cilíndricos submetidos à compressão diametral. Este ensaio é conhecido mundialmente como “ensaio brasileiro”, por ter sido criado pelo Professor Fernando Luiz Lobo Carneiro, na cidade do Rio de Janeiro, em 1943.

Quando não se tem acesso a valores experimentais, as normas de cálculo auxiliam apresentando expressões para a determinação das resistências do concreto à tração em função da resistência característica do concreto à compressão.

4.1.1.3 Módulo de deformação longitudinal

Para a maioria dos materiais empregados na engenharia têm-se que a relação tensão-deformação segue uma linearidade dentro da região elástica do diagrama. Esse comportamento

foi descoberto por Robert Hooke, em 1676, para molas, e é conhecido como Lei de Hooke. Sua formulação pressupõe que a tensão σ é diretamente proporcional à deformação ε e pode ser expresso matematicamente como na expressão 4.3.

$$\sigma = \varepsilon E \quad (4.3)$$

A constante E que define a relação linear entre a tensão e a deformação é o chamado módulo de elasticidade linear, correspondente ao coeficiente angular do trecho elástico do gráfico tensão *versus* deformação.

O concreto é um material que apresenta um comportamento não linear, quando submetido a tensões de certa magnitude. Esse comportamento se dá devido à microfissuração progressiva na interface entre o agregado graúdo e a pasta de cimento. Apesar de não apresentar um comportamento elástico-linear, tendo um diagrama tensão-deformação curvo, admite-se para cada valor de tensão atuante, associar um valor para o módulo de elasticidade secante.

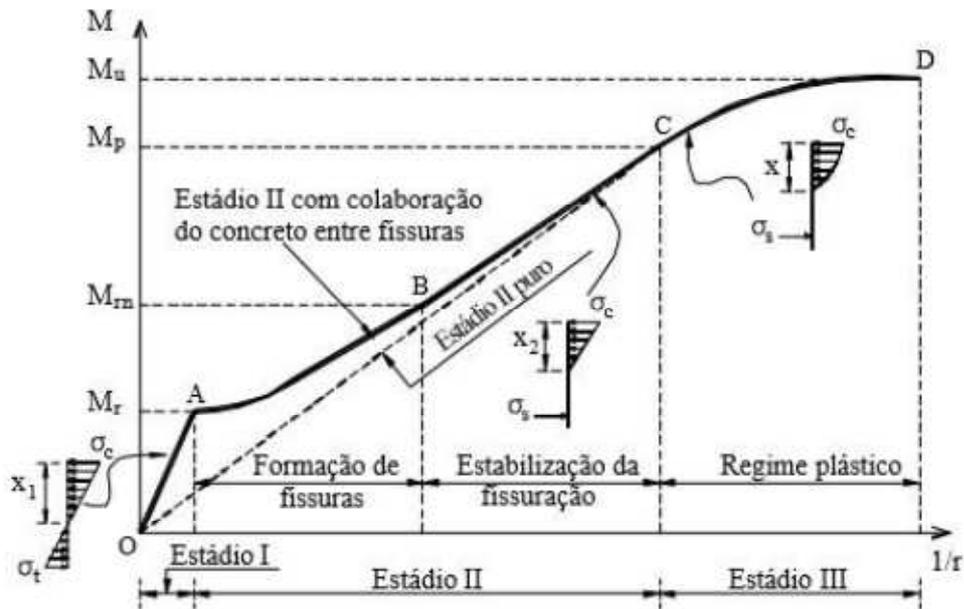
Para fins de avaliação dos deslocamentos baseadas em análise linear usa-se o módulo de elasticidade secante do concreto, dado pela inclinação da curva que passa pela origem e pelo ponto da curva que está a aproximadamente 40% da resistência do concreto f_c , na curva tensão *versus* deformação do concreto.

4.1.2 Fissuração

Em elementos de concreto armado a rigidez depende do estado de fissuração no qual a peça se encontra, considerado a variação do momento de inércia. Deste modo, para se entender o comportamento dos deslocamentos em vigas de concreto armado, é necessário conhecer o comportamento das peças quando do desenvolvimento das fissuras.

A evolução da fissuração é observada com o nível de sollicitação do elemento. A partir de um diagrama momento-curvatura típico de um elemento de concreto armado é possível mapear os estádios de deformação da peça. A figura 4.1 exemplifica o comportamento das fissuras a partir da relação momento-curvatura.

Figura 4.1 - Diagrama momento-curvatura de um elemento fletido



Fonte: Guarda (2005)

A partir da figura 4.1, pode ser caracterizado três estádios de deformação de uma viga de concreto armado submetida a flexão simples.

O trecho OA corresponde ao Estádio I, onde na peça acontecem pequenas tensões, a tensão de tração no concreto não ultrapassa o valor da sua resistência à tração característica e, assim, pode-se admitir um comportamento elástico-linear ao longo da seção. Nesse caso, tanto o concreto comprimido como o tracionado, além da armadura, colaboram para a rigidez da peça. Além disso, como o momento atuante da seção não ultrapassa o momento de fissuração, não há fissuras visíveis. Para as condições de serviço, apenas alguns trechos dos elementos fletidos apresentam essas características.

Quando a tensão de tração atinge a resistência à tração característica do concreto, ponto A, surge a primeira fissura na região de momento fletor máximo e, na medida que o momento fletor solicitante aumenta, há o surgimento de novas fissuras. Isso acontece até o ponto B, para o qual, a partir desse, não há mais formação de fissuras, mas sim um aumento de abertura e comprimento das já existentes. Este avanço perdura até o ponto C, onde pode-se considerar que toda a seção esteja totalmente fissurada.

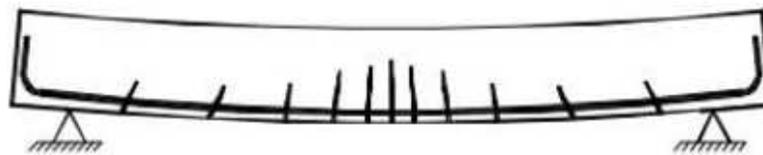
Em serviço, a maior parte das seções transversais dos elementos fletidos de concreto armado trabalham nos Estádios I e II. No Estádio II a parcela de rigidez causada pelo concreto tracionado entre as fissuras é totalmente desprezada.

No Estádio III, o momento fletor solicitante se aproxima do momento fletor de ruína. A fibra mais comprimida do concreto começa a plastificar, chegando a atingir, sem acréscimo de

tensão, a deformação última do concreto de 0,35%. A ruína acontece por esmagamento do concreto comprimido, ponto D.

A partir dessa caracterização, percebe-se que, para elementos fletidos, existem seções não fissuradas, quando o momento fletor solicitante for menor que o momento de fissuração e seções parcialmente ou totalmente fissuradas, nas regiões em que o momento fletor ultrapassa o valor do momento de fissuração. Isto pode ser observado na figura 4.2, em que se trata de uma viga simplesmente apoiada submetida a um carregamento uniformemente distribuído. As seções transversais nas regiões próximas aos apoios, onde os momentos fletores tendem a zero, não apresentam muitas fissuras, já na região do meio do vão, onde os valores dos momentos são mais altos, as seções estão bastante fissuradas.

Figura 4.2 - Comportamento das fissuras em uma viga



Fonte: Guarda (2005)

Contudo, nota-se que a seção de menor rigidez é aquela que apresenta fissura e, conseqüentemente, a seção de maior rigidez é aquela na qual não há ocorrência de fissuras.

Pela figura 4.2, é perceptível que nas seções entre as fissuras, há o concreto tracionado colaborando para a rigidez a flexão da peça. Esse é o comportamento chamado de enrijecimento devido ao concreto tracionado (*tension stiffening*), sendo parte fundamental para a avaliação dos deslocamentos em vigas de concreto armado. No que é chamado de Estádio II puro, desconsidera-se essa colaboração do concreto tracionado para a rigidez a flexão, acarretando assim, uma superestimava nos deslocamentos e o diagrama momento curvatura fica representado pela linha tracejada OC.

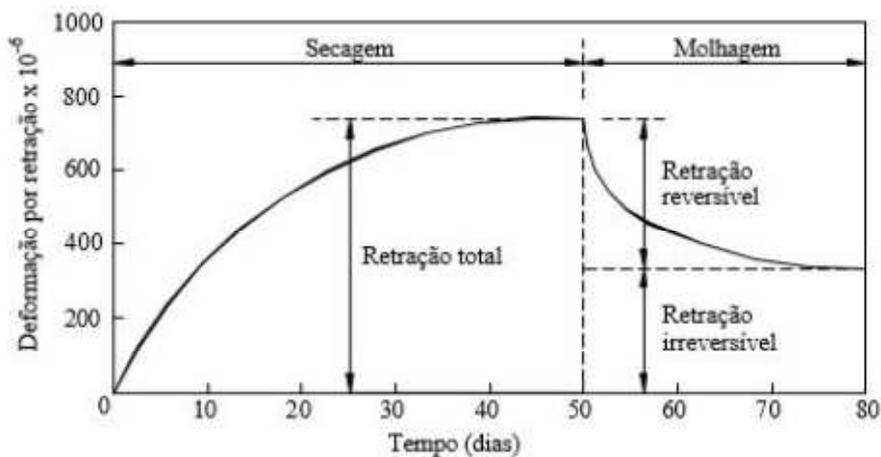
4.1.3 Retração

Retração é comumente definida como sendo a redução de volume do concreto na ausência de uma carga externa, acontece durante o processo de endurecimento, devido à diminuição do volume de água dos poros. Basicamente a retração é dividida em retração autógena e retração por secagem. A retração autógena ocorre sem perda de água para o exterior e é consequência da remoção da água dos poros capilares para hidratação do cimento (NEVILLE, 1997). Retração hidráulica é influenciada pelas condições ambientais que se

encontra o elemento, como umidade, temperatura, vento, etc. Além disso, o valor da retração é influenciado por fatores como os materiais constituintes e a dosagem do concreto, o tempo, a geometria do elemento estrutural, a idade do concreto quando começa o processo de secagem, e a quantidade de armadura de compressão e de tração.

Por meio de ciclos de molhagem e secagem as deformações de retração são parcialmente revertidas, como mostra figura 4.3.

Figura 4.3 - Reversibilidade da retração



Fonte: Guarda (2005)

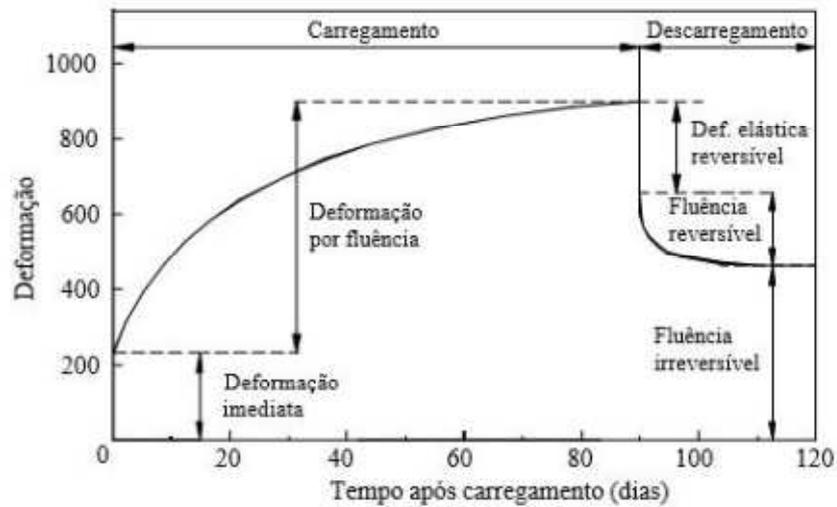
O fenômeno da retração ocorre pelo impedimento da livre deformação da peça, seja pelas armaduras, apoios ou elementos adjacentes. A restrição da livre deformação traz problemas como aparecimento de fissuras e até mesmo aumento das já existente, como também dos deslocamentos.

4.1.4 Fluência

Fluência pode ser definida como acréscimo contínuo de deformações mesmo para uma tensão constante, quando da ação de uma força externa. A fluência do concreto pode ser classificada em fluência básica e fluência por secagem. A fluência básica se desenvolve na troca de água entre o concreto e o ambiente. A fluência por secagem a perda d'água está associada ao acréscimo aplicação continuada das cargas.

A fluência é um fenômeno parcialmente reversível, o que quer dizer que, após retirado o carregamento que originou a deformação, uma parcela desta deformação total é restituída imediatamente, outra parte é restituída com o tempo e o restante é permanente.

Figura 4.4 - Reversibilidade da fluência

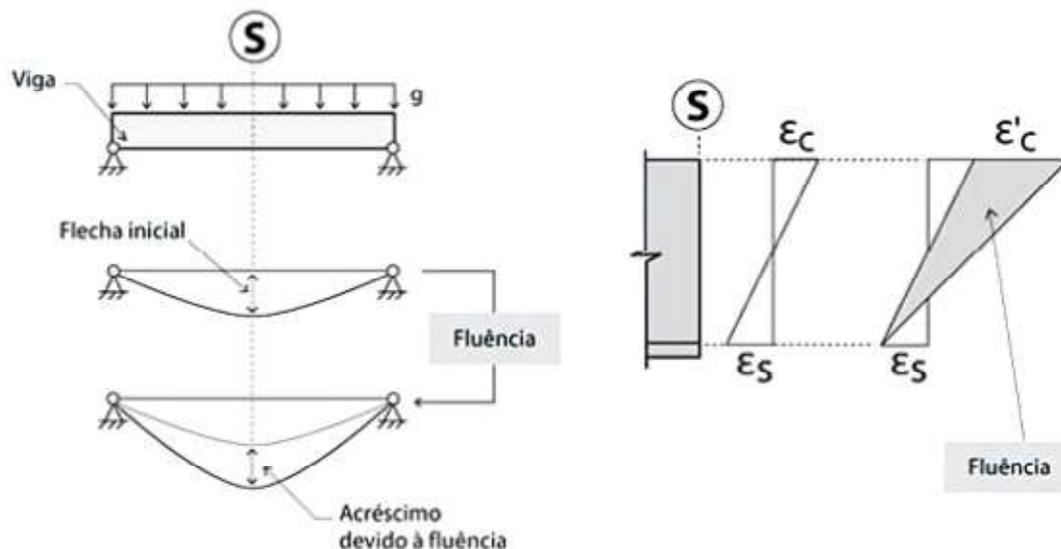


Fonte: Guarda (2005)

Portanto, vê-se que a duração e a intensidade do carregamento, bem como a idade do concreto quando da aplicação do primeiro carregamento, são aspectos relevantes na consideração da fluência. Seja de forma mais significativa ou de forma mais branda a fluência sempre estará presente nas estruturas de concreto armado, e, portanto, deve ser sempre incluída nas análises das verificações em serviço.

A fluência provoca um acréscimo de deformações do concreto na zona comprimida. Então observa-se uma curvatura adicional à de flexão, que provoca um aumento da curvatura final, proporcionando um aumento nos deslocamentos, como mostrado na figura 4.5.

Figura 4.5 - Acréscimo de deformação devido à fluência



Fonte: Kimura (2007)

A consideração deste fenômeno varia segundo a norma a ser implementada. Abordagens com maiores precisões sugerem o cálculo da deformação devido a fluência por meio do coeficiente de fluência. Outros métodos práticos levam em conta esse efeito através de parâmetros que majoram a flecha elástica.

4.2 CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS

Para estimativa dos deslocamentos vários métodos podem ser empregados e a seguir serão apresentados conceitos referentes às normas aqui abordadas.

4.2.1 Considerações iniciais

O cálculo de deslocamentos por diversos métodos pressupõe uma abordagem em comum na aplicação de alguns parâmetros: influência das armaduras no momento de inércia e momento de fissuração. Estes parâmetros serão introduzidos aqui neste item.

4.2.1.1 Seção transversal homogeneizada

Para se considerar a influência das armaduras de tração e compressão no cálculo do momento de inércia da seção é possível utilizar uma seção homogeneizada, na qual se substitui a área de aço por uma área equivalente de concreto. A homogeneização da seção se faz pela multiplicação da razão modular (E_s/E_c), representada α_e , pela área de aço da seguinte maneira: $\alpha_e \cdot A_s$, para a armadura de tração e $\alpha_e \cdot A'_s$, para a armadura de compressão.

Considerando-se a seção transversal não fissurada, ilustrada na Figura 4.6, de um elemento submetido à flexão simples, para o cálculo do momento de inércia da seção homogeneizada, deve-se inicialmente determinar a posição da linha neutra. Esta pode ser obtida igualando-se a zero o momento estático em relação à linha neutra. Desta forma, tem-se:

$$x_1 = \frac{\frac{bh^2}{2} + \alpha_e(A_s d + A'_s d')}{bh + \alpha_e(A_s + A'_s)} \quad (4.4)$$

E, o momento de inércia vale:

$$I_1 = \frac{bh^3}{12} + bh \left(x_1 - \frac{h}{2} \right)^2 + \alpha_e [A_s (d - x_1)^2 + A'_s (x_1 - d')^2] \quad (4.5)$$

Sendo:

b: largura da seção transversal;

h: altura da seção transversal;

α_e : razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto;

d: a distância do centro de gravidade da armadura de tração até a fibra mais comprimida;

d': a distância do centro de gravidade da armadura de compressão até a fibra mais comprimida;

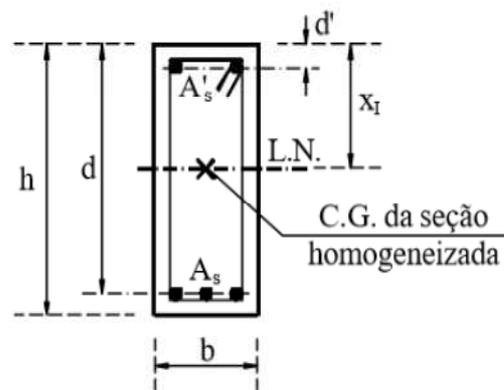
A_s: a área de aço da armadura de tração;

A'_s: a área de aço da armadura de compressão;

x_I: a altura da linha neutra, em relação à face comprimida;

I_I: o momento de inércia da seção não fissurada homogeneizada.

Figura 4.6 - Seção transversal não fissurada



Fonte: Guarda (2005)

Nawy (1996, apud GUARDA, 2005) ressalta que não há grande diferença entre o valor do momento de inércia da seção homogeneizada **I_I** e o valor do momento de inércia da seção bruta de concreto **I_c** para vigas com taxas de armaduras usuais, e por isso, é razoável a adoção de **I_c** em vez de **I_I** no cálculo dos deslocamentos. Quanto que para vigas densamente armadas, os efeitos da armadura já são significativos e, portanto, devem ser contabilizados.

Leonhardt (1971, apud JUNGES, 2011) coloca que para seções com taxas de armaduras elevadas recomenda-se adotar a seção homogeneizada, e no caso de taxas de armadura menores que 0,5% para peças fletidas, pode-se considerar apenas a seção de concreto. Segundo o autor, a armadura de compressão pode ser desprezada para taxas menores que 0,4%, sendo importante para a deformação lenta no caso de taxas maiores.

Analisando a figura 4.7, seção fissurada de um elemento submetido à flexão simples, o cálculo do momento de inércia agora, não considera o concreto sob tração, região tracejada na figura 4.7. Assim, a linha neutra no Estádio II é obtida a partir de:

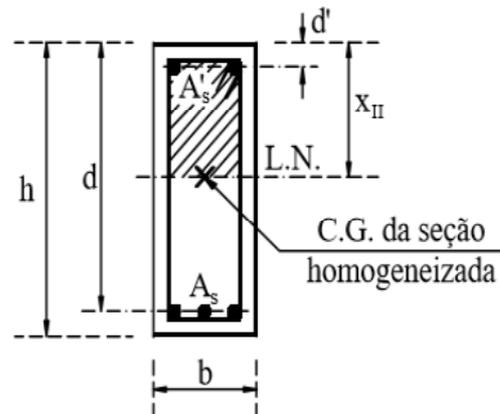
$$\frac{bx_{II}^2}{2} + [\alpha_e (A_s + A'_s) - A'_s] x_{II} + [A'_s d' - \alpha_e (A_s d + A'_s d')] = 0 \quad (4.6)$$

Assim o momento de inércia é dado por:

$$I_{II} = \frac{bx_{II}^3}{3} + \alpha_e [A_s (d - x_1)^2 + A'_s (x_1 - d')^2] \quad (4.7)$$

Em que x_{II} é a altura da linha neutra da seção fissurada, em relação à face comprimida e I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada no Estádio II.

Figura 4.7 - Seção transversal fissurada



Fonte: Guarda (2005)

4.2.1.2 Momento de fissuração

Quando a tensão de tração atuante atinge a resistência do concreto à tração a peça fissura.

O momento de fissuração pode ser definido como aquele que provoca a primeira fissura em uma peça de concreto submetida à flexão e, valendo-se dos conceitos de tensões na flexão da resistência dos materiais, o momento de fissuração pode ser escrito como:

$$M_r = \frac{I_c f_{ctm}}{y_t} \quad (4.8)$$

I_c : é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ctm} : a resistência do concreto à tração na flexão;

y_t : é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

4.2.1.3 Momento de inércia efetivo

Como representado pela figura 4.2, um elemento de concreto armado apresenta seções fissuradas e não fissuradas ao longo do seu vão. Então, existirão seções em que o momento de inércia será maior que a inércia da seção homogeneizada fissurada e outras em que a inércia será menor que a inércia da seção homogeneizada não fissurada.

Visando avaliar a colaboração do concreto íntegro tracionado entre seções fissuradas, Branson (1965), realizou um estudo experimental em vigas retangulares e T, simplesmente

apoiadas e contínuas, submetidas a carregamentos uniformemente distribuídos e de curta duração.

Baseado nos resultados experimentais dele e de outros pesquisadores, sugeriu que fosse feita uma ponderação das inércias entre os Estádios I e II puro, resultando uma inércia efetiva, dada por:

$$I_e = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m \right] I_{II} \right\} \leq I_c \quad (4.9)$$

Sendo:

M_a: o momento fletor na seção transversal do vão considerado;

M_r: o momento de fissuração do elemento estrutural;

I_c: é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II}: é o momento de inércia da seção fissurada de concreto, no Estádio II;

m: potência que depende se o momento de inércia está sendo calculado para seções individuais ou para todo um vão.

O coeficiente **m** pode ser tomado igual a 4, quando da determinação do momento de inércia efetivo para seções individualizadas de um vão qualquer. Já para um valor médio que corresponde à todas as seções ao longo do vão, esse coeficiente deve ser igual a 3. Sendo, assim a equação (3.9) passa a ser escrita na forma:

$$I_e = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq I_c \quad (4.10)$$

E, na equação (3.10), **M_a** passa a ser o momento fletor máximo **M_{max}** da seção crítica.

4.2.2 Cálculo dos deslocamentos imediatos

O Deslocamento imediato é função principalmente de aspectos como condições de apoio do elemento, carregamento, comprimento do vão, nível de fissuração, das propriedades geométricas da seção transversal e das propriedades dos materiais aço e concreto.

Partindo-se dos conceitos da resistência dos materiais, o deslocamento em vigas de concreto armado pode ser obtido a partir da relação momento-curvatura do elemento. Beeby (1999) define curvatura da seção como sendo a mudança de ângulo entre as extremidades de um comprimento de um elemento. Matematicamente pode ser expresso pelo inverso do raio de curvatura da seção (**1/r**). Portanto, a curvatura é função do momento em que a seção está submetida, como já apresentado na figura 4.1.

A mudança angular total entre dois pontos quaisquer de uma seção será dada pela integral da curvatura entre esses dois pontos, logo:

$$\theta = \int \frac{1}{r} dx \quad (4.11)$$

Por essa analogia, sendo um membro dividido em segmentos, a deformação do ponto mais extremo em relação à posição inicial é dada por:

$$a = \theta_1 \delta_x + \theta_2 \delta_x + \theta_3 \delta_x + \theta_4 \delta_x = \sum \theta_i \delta_x \quad (4.12)$$

Ou, como δ_x se aproxima de zero:

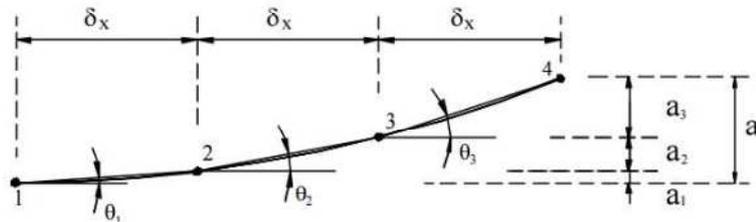
$$a = \int \theta dx \quad (4.13)$$

Então, substituindo a equação (4.11) na equação (4.13), tem-se:

$$a = \int \int \frac{1}{r} dx \quad (4.14)$$

Sendo $(1/r)$ a curvatura de cada segmento da seção avaliada. A figura 4.8 ilustra o raciocínio.

Figura 4.8 - Deslocamentos devidos à rotação do vão



Fonte: Beeby (1999)

Conhecida a distribuição das deformações na seção transversal e assumindo-se que as seções permaneçam planas após a deformação e também que se trata de um material homogêneo com comportamento elástico e linear, a curvatura é reescrita, em função do momento como:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad (4.15)$$

Onde \mathbf{M} é o momento atuante na seção considerada; \mathbf{E} é o módulo de deformação longitudinal do material e \mathbf{I} é o momento de inércia da seção.

Como o material tratado neste trabalho é o concreto armado, é de importância a consideração que a fissuração exerce na rigidez do elemento. Assim, como foi tratado o momento de inércia, deve ser tratada a curvatura. Será utilizada a curvatura média da seção, definida entre as curvaturas no Estádio I e Estádio II, correspondentes às seções não fissuradas

e seções fissuradas, respectivamente. Esse valor médio deve levar em consideração a colaboração do concreto tracionado entre as seções fissuradas (*tension stiffening*), representando melhor o comportamento da peça.

Os deslocamentos obtidos a partir da curvatura média sugerem uma dupla integração da curvatura ao longo do vão do elemento. As equações que apresentam o cálculo da curvatura média para obtenção dos deslocamentos serão introduzidas mais adiante de acordo com as recomendações das normas que abordam este método.

A fim de evitar utilizar técnicas complexas para o cálculo da deformação por integração, é possível assumir o concreto armado um material elástico e linear e assim a curvatura é escrita como na equação (4.15). Substituindo-se essa equação na equação (4.14) e fazendo-se a integração ao longo do comprimento do elemento, pode-se obter o deslocamento máximo do elemento como:

$$a = \beta \frac{ML^2}{EI} \quad (4.16)$$

Sendo L o comprimento do vão da viga; e β um coeficiente que depende das condições de apoio do vão da viga e do carregamento. Por exemplo, $\beta = 5/48$ para uma viga simplesmente apoiada e uniformemente carregada, e $\beta = 1/4$ para uma viga em balanço uniformemente carregada. A equação (4.16) é a mesma obtida da resistência dos materiais através da linha elástica, que pode ser obtida para outras configurações de apoio e carregamento por meio de tabelas e também expressões em função do carregamento em vez do momento atuante.

4.2.3 Cálculo dos deslocamentos diferidos

Os deslocamentos diferidos são aqueles causados pela fluência e retração do concreto. Sua avaliação é de grande importância, dado que sua magnitude é maior que os deslocamentos imediatos, sendo mecanismo imprescindível na avaliação do elemento em serviço.

Uma forma de se calcular os deslocamentos é a partir da deformação. Para um elemento de concreto submetido, em um instante inicial t_0 , à uma tensão constante $\sigma(t_0)$, a deformação total em um instante t , é composta pelas seguintes parcelas:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (4.17)$$

$\varepsilon_{ci}(t_0)$: deformação inicial do concreto, oriunda da Lei de Hooke para o módulo de elasticidade tangente do concreto;

$\varepsilon_{cc}(t, t_0)$: deformação devida à fluência do concreto, no período de t_0 a t ;

$\epsilon_{cs}(t, t_0)$: deformação devida à retração do concreto, no período de t_0 a t .

Para os cálculos das deformações causadas pela fluência, de acordo com o CEB-FIP (1991) e EUROCODE 2 (1992), foi adotada uma simplificação que consiste em adotar o módulo de deformação longitudinal do concreto reduzido. Para isso basta substituir o módulo de deformação pelo módulo reduzido, ou efetivo, e daí a deformação obtida já englobará a deformação imediata e a deformação devido à fluência. O módulo reduzido do concreto é dado por:

$$E_{c,ef} = \frac{E_c}{1 + \varphi} \quad (4.18)$$

Sendo:

$E_{c,ef}$: módulo de elasticidade efetivo do concreto; E_c : módulo de elasticidade do concreto; φ : coeficiente de fluência do concreto.

Um outro método simplificado muito utilizado para o cálculo dos deslocamentos diferidos consiste em considerar os efeitos do tempo através da majoração do deslocamento imediato por um coeficiente multiplicador, ou seja:

$$a_d = \lambda \cdot a_i \quad (4.19)$$

Sendo a_d o deslocamento diferido; a_i o deslocamento imediato e λ é o coeficiente multiplicador de deslocamentos imediatos.

BRANSON (1971) sugeriu uma expressão para o cálculo dos multiplicadores, dada por:

$$\lambda = \frac{T}{1 + 50\rho'} \quad (4.20)$$

Onde λ é o coeficiente multiplicador de deslocamentos imediatos; T é um coeficiente compreendido entre 0 e 2, função da duração do carregamento; ρ' é a taxa de armadura de compressão.

A equação (4.20) é uma equação empírica e simplificada, haja visto que sua formulação desconsidera fatores importantes como fluência e retração.

Será demonstrado a seguir a determinação do coeficiente de fluência e da deformação de retração do concreto, segundo o CEB-FIP (1991) e EUROCODE 2 (1992).

4.2.3.1 Fluência e retração segundo CEB-FIP (1991)

a) Fluência

O coeficiente de fluência é dado por:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t - t_0) \quad (4.21)$$

Sendo φ_0 o valor de referência do coeficiente de fluência para a idade t_0 , em dias, e $\beta_c(t-t_0)$ é um coeficiente que define o desenvolvimento da fluência ao longo do tempo. Seus valores são calculados a partir das seguintes expressões:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (4.22)$$

Onde:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,46(h_0/100)^{1/3}} \quad (4.23)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,5}} \quad (4.24)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} \quad (4.25)$$

Nas expressões acima, **RH** é a umidade relativa do ambiente em porcentagem, **f_{cm}** é a resistência média à compressão do concreto aos 28 dias de idade (MPa) e **h₀** é uma espessura equivalente do elemento estrutural em milímetros.

A espessura **h₀** é dada por:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (4.26)$$

Onde **A_c** é a área da seção transversal do elemento e **u** é o perímetro do elemento em contato com a atmosfera.

A função **β_c(t-t₀)** é definida como:

$$\beta_c(t-t_0) = \left(\frac{t-t_0}{\beta_h + t-t_0} \right)^{0,3} \quad (4.27)$$

A duração do carregamento (t-t₀) é o tempo real sob a carga no qual o elemento estará submetido.

Sendo:

$$\beta_h = 150 \left\{ 1 + \left(1,2 \frac{RH}{100} \right)^{18} \right\} \frac{h_0}{100} + 250 \leq 1500 \quad (4.28)$$

Para levar em conta os diferentes tipos de cimento, a equação (4.17) deve ser analisada com uma idade modificada **t_{0,c}**, dada por:

$$t_{0,c} = t_{0,T} \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \text{ dias} \quad (4.29)$$

Onde $t_{0,T}$ é a idade de aplicação da carga corrigida para levar em conta os efeitos da temperatura de cura na maturidade do concreto, que segundo o CEB-FIP (1991), deve ser introduzida substituindo a idade real t . A idade corrigida é expressa por:

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[13,65 - \frac{4000}{273 + T_i} \right] \quad (4.30)$$

Onde Δt_i é o número de dias em que a temperatura foi igual à T_i (°C).

Na expressão (4.29) o expoente α é um coeficiente que depende do tipo do cimento. Seus valores são dados como a seguir: $\alpha = -1$: cimentos de endurecimento lento; $\alpha = 0$: cimentos de endurecimento normal; $\alpha = 1$: cimentos de endurecimento rápido e alta resistência inicial.

b) Retração

A deformação específica de retração que se desenvolve desde um instante de referência, t_s , até o instante t é avaliada, segundo o CEB-FIP (1991), a partir de:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs,0} \beta_s(t - t_s) \quad (4.31)$$

Onde t é a idade do concreto e t_s é a idade final de cura ($t > t_s$).

O coeficiente $\varepsilon_{cs,0}$ é dado por:

$$\varepsilon_{cs,0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \beta_{RH} \quad (4.32)$$

Sendo f_{cm} a resistência média à compressão do concreto aos 28 dias de idade (MPa) e:

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = \left[160 + 10 \beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm}}{10} \right) \right] \cdot 10^{-6} \quad (4.33)$$

O coeficiente β_{cs} depende do tipo de cimento e vale: $\beta_{cs} = 4$ para cimento de endurecimento lento; $\beta_{cs} = 5$ para cimento de endurecimento normal; $\beta_{cs} = 8$ para cimento de endurecimento rápido e alta resistência inicial.

O coeficiente β_{RH} leva em consideração a umidade relativa do ambiente e é dado por:

$$\beta_{RH} = -1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right], \text{ se } 40\% \leq RH < 99\% \quad (4.34)$$

$$\beta_{RH} = 0,25, \text{ se } RH \geq 99\% \quad (4.35)$$

A função $\beta_s(t-t_s)$, define a evolução da retração com o tempo é dada por:

$$\beta_s(t-t_s) = \left[\frac{t-t_s}{350(h_0/100) + t-t_s} \right]^{0,5} \quad (4.36)$$

h_0 continua sendo a espessura equivalente do elemento estrutural, como já definida anteriormente.

4.2.3.2 Fluência e retração segundo EUROCODE 2 (1992)

a) Fluência

O coeficiente de fluência $\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{t}_0)$ pode ser calculado por:

$$\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{t}_0) = \varphi_0 \beta_c(\mathbf{t}, \mathbf{t}_0) \quad (4.37)$$

Sendo φ_0 o valor de referência do coeficiente de fluência para a idade \mathbf{t}_0 , em dias e pode ser estimado por:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(\mathbf{t}_0) \quad (4.38)$$

φ_{RH} é um fator que leva em conta o efeito da umidade relativa do ambiente no valor de referência do coeficiente de fluência:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1(h_0/100)^{1/3}}, \text{ se } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}; \quad (4.39)$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1(h_0/100)^{1/3}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2, \text{ se } f_{cm} > 35 \text{ Mpa} \quad (4.40)$$

RH é a umidade relativa do ambiente em porcentagem, h_0 continua sendo a espessura equivalente do elemento estrutural, como já definida na equação (4.26).

$\beta_{f_{cm}}$ é um fator que leva em conta o efeito da resistência do concreto no valor de referência do coeficiente de fluência:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (4.41)$$

Sendo f_{cm} a resistência média à compressão do concreto aos 28 dias de idade (MPa).

$\beta(\mathbf{t}_0)$ é um fator que leva em conta a idade do concreto sob carregamento no valor de referência do coeficiente de fluência e é dado pela expressão (4.25).

$\beta_c(\mathbf{t}-\mathbf{t}_0)$ é um coeficiente que define o desenvolvimento da fluência ao longo do tempo, pode ser avaliado pela mesma expressão (4.27), demonstrada no CEB-FIP (1991).

O coeficiente β_h depende da umidade relativa do ambiente e da espessura equivalente do elemento estrutural é avaliado, segundo o EUROCODE 2 (1992), da seguinte maneira:

$$\beta_h = 150 \left\{ 1 + \left(1,2 \frac{RH}{100} \right)^{18} \right\} \frac{h_0}{100} + 250 \leq 1500, \text{ se } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}; \quad (4.42)$$

$$\beta_h = 150 \left\{ 1 + \left(1,2 \frac{RH}{100} \right)^{18} \right\} \frac{h_0}{100} + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3, \text{ se } f_{cm} > 35 \text{ Mpa} \quad (4.43)$$

Os coeficientes α_1 , α_2 , α_3 , são introduzidos nas equações acima para considerar a influência do da resistência do concreto e podem ser estimados por:

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad (4.44)$$

O efeito do tipo de cimento no coeficiente de fluência do concreto pode ser considerado, assim como para o CEB-FIP (1991), pela idade de aplicação de carga corrigida no valor de $\beta(t_0)$, pela expressão (4.29). Os efeitos da temperatura de cura na maturidade do concreto também seguem as recomendações como no CEB-FIP (1991) e podem ser estimados como demonstrado em (4.30). Os coeficientes α , dependente do tipo do cimento, seguem com os mesmos valores já apresentados.

b) Retração

A deformação específica de retração por secagem $\epsilon_{cd,0}$ é calculada por:

$$\epsilon_{cd,0} = 0,85 \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp \left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{10} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (4.45)$$

Sendo β_{RH} :

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] \quad (4.46)$$

Onde f_{cm} a resistência média à compressão do concreto aos 28 dias de idade (MPa), α_{sd1} é um coeficiente que depende do tipo de cimento e vale: $\alpha_{sd1} = 3$ para cimento de endurecimento lento; $\alpha_{sd1} = 4$ para cimento de endurecimento normal; $\alpha_{sd1} = 6$ para cimento de endurecimento rápido e alta resistência inicial, α_{sd2} é um coeficiente que depende do tipo de cimento e vale: $\alpha_{sd2} = 0,13$ para cimento de endurecimento lento; $\alpha_{sd2} = 0,12$ para cimento de endurecimento normal; $\alpha_{sd2} = 0,11$ para cimento de endurecimento rápido e alta resistência inicial.

5 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

A seguir serão apresentadas as recomendações da NBR 6118:2014, do CEB-FIP (1991) e do EUROCODE 2 (1992), para a verificação dos deslocamentos em elementos fletidos. No final, far-se-á um exemplo de cálculo, com intuito de exemplificar os procedimentos por ora introduzidos.

5.1 RECOMENDAÇÕES DA ABNT NBR 6118:2014

5.1.1 Combinação de Ações

A ABNT NBR 6118:2014 considera três tipos de ações para verificações relacionadas aos estados limites de serviço, a saber: quase-permanente, frequente e rara.

Os valores de cálculo das ações são sempre obtidos a partir de valores representativos e majorados pelos respectivos coeficientes de ponderação das ações, conforme a referente norma.

Em geral, o coeficiente de ponderação das ações para estados-limites de serviço é dado pela tabela 5.1, a seguir.

Tabela 5.1 - Valores de ψ_1 e ψ_2 , segundo a ABNT NBR 6118:2014

Ações		Ψ_1	Ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^a	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento em estruturas em geral	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,5	0,3

Fonte: Adaptado ABNT NBR 6118:2014

a: Edifícios residenciais.

b: Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), para a verificação do estado-limite de deformações excessivas, utiliza-se a combinação de ações quase permanente, e ainda, se as deformações excessivas forem causadas por ações de vento e temperatura, recomenda-se utilizar da

combinação frequente. Um outro uso para a combinação frequente é na verificação de vibrações excessivas.

5.1.2 Cálculo do momento de fissuração

O momento de fissuração, segundo a ABNT NBR 6118 (2014), é dado por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (5.1)$$

Onde α é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta e vale: $\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T; $\alpha = 1,3$ para seções I ou T invertido; $\alpha = 1,5$ para seções retangulares; y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada; I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto; f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto.

A resistência a tração direta deve ser avaliada com seu valor apropriado à cada verificação particular. Para determinação do momento de fissuração, deve ser usado, no estado-limite de deformação excessiva, a resistência à tração média do concreto $f_{ct,m}$, dada por:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3}, \text{ para concretos de classes até C50;} \quad (5.2)$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 f_{ck}), \text{ para concretos de classes C55 até C90.} \quad (5.3)$$

Sendo f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão, em MPa.

5.1.3 Cálculo do momento de inércia efetivo

O momento de inércia efetivo é determinado conforme a expressão 4.10 já apresentada anteriormente, reescrita aqui como:

$$I_e = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq I_c \quad (5.3)$$

I_c : o momento de inércia da seção bruta de concreto no Estádio I, desprezando a influência da armadura;

I_{II} : o momento de inércia da seção de concreto fissurada no Estádio II, desprezando a resistência do concreto à tração e calculado com a razão modular (α_e);

M_r : o momento de fissuração, dado pela equação (5.1);

M_a : é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas bi-apoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação (quase permanente ou frequente).

5.1.4 Cálculo do módulo de elasticidade do concreto

Conforme a NBR 6118 (2014), pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial, quando da não realização de ensaios, pelas expressões a seguir:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 50 MPa;} \quad (5.4)$$

$$E_{ci} = 21500 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 55 MPa a 90 MPa.} \quad (5.5)$$

Sendo:

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio; $\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaiss; $\alpha_E = 0,9$ para calcário; $\alpha_E = 0,7$ para arenito.

Onde:

E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal (MPa).

No entanto, para a verificação do estado limite de deformações excessivas, deve ser utilizado o módulo de elasticidade secante, sendo estimado por:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (5.6)$$

Sendo:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (5.7)$$

Com f_{ck} dado em megapascal (MPa).

5.1.5 Determinação do deslocamento imediato

Uma avaliação aproximada da estimativa do deslocamento imediato em vigas pode ser obtida por formulações simplificadas, desde que seja considerada a presença da armadura e a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura. Além disso, pode-se admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, como comentado anteriormente aqui. Isto pode ser feito utilizando-se o momento de inércia efetivo na equação (4.16).

5.1.6 Determinação do deslocamento diferido

A flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado pela expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'} \quad (5.8)$$

Onde:

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd}; \text{ e } \Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (5.9)$$

Sendo:

ξ um coeficiente em função do tempo:

$$\xi(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32}, \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}; \quad (5.10)$$

$$\xi(t) = 2, \text{ para } t > 70 \text{ meses}. \quad (5.11)$$

t o tempo, em meses, em que o valor do deslocamento é desejado;

t_0 o tempo, em meses, em que as ações de longa duração são aplicadas.

Para o caso de parcelas da carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar uma idade t_0 , com valor ponderado como a seguir:

$$t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0,i}}{\sum P_i} \quad (5.12)$$

Onde:

P_i representa as parcelas de carga;

$t_{0,i}$ é a idade em que se aplicou cada parcela P_i , expressa em meses.

O valor do deslocamento total deve ser obtido multiplicando o deslocamento imediato por $(1 + \alpha_f)$.

Logo:

$$a_f = a_e(1 + \alpha_f) \quad (5.13)$$

Onde: α_f é a flecha final e a_e é a flecha imediata.

5.2 RECOMENDAÇÕES DO CEB-FIP (1991)

As recomendações do CEB-FIP (1991) são relacionadas tanto para o cálculo dos deslocamentos, como para adoção de métodos práticos, baseados em resultados experimentais.

5.2.1 Combinação de ações

Para a verificação do estado limite de serviço, o CEB-FIP (1991) utiliza as combinações rara e quase permanente de ações. Para o cálculo dos deslocamentos imediatos, é recomendada a combinação rara; já para os deslocamentos diferidos, a combinação a ser utilizada é a quase permanente. Para o cálculo da curvatura, somente a combinação quase permanente é considerada.

Os valores dos coeficientes redutores das ações para as combinações de ações sugeridas são escolhidos conforme a tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Valores de ψ_1 e ψ_2 , segundo o FIB (1999)

Ações		Ψ_1	Ψ_2
Ações acidentais em edifícios	Residências	0,4	0,2
	Escritórios	0,8	0,5
	Estacionamentos	0,7	0,6
Ações devidas ao vento		0,2 - 0,5	0
Ações devidas ao congelamento		0,2 - 0,8	0

Fonte: Adaptado Guarda (2005)

5.2.2 Cálculo do momento de fissuração

O momento de fissuração é dado como segue:

$$M_r = \frac{I_I f_{ctm}}{y_t} \quad (5.14)$$

Sendo:

y_t é a distância do centro de gravidade da seção não fissurada à fibra mais tracionada;

I_I é o momento de inércia da seção transversal não fissurada, homogeneizada;

f_{ctm} é a resistência média do concreto à tração, em MPa, dada por:

$$f_{ctm} = 1,40 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \quad (5.15)$$

f_{ck} é a resistência do concreto à compressão, em MPa.

5.2.3 Cálculo do Módulo de Elasticidade do Concreto

O módulo de elasticidade do concreto deve ser avaliado por:

$$E_c = E_{co} \cdot \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{f_{cmo}} \right)^{1/3} \quad (5.16)$$

Onde:

E_c é o módulo de elasticidade do concreto, na idade de 28 dias, em MPa;

f_{ck} é a resistência do concreto à compressão, em MPa;

$\Delta f = 8$ MPa;

$f_{cmo} = 10$ MPa;

$E_{co} = 2,15 \times 10^4$ MPa.

Quando é considerada a análise elástica da estrutura de concreto, o módulo de elasticidade secante deve ser usado de acordo com a seguinte expressão:

$$E_{cs} = 0,85E_c \quad (5.17)$$

5.2.4 Determinação dos Deslocamentos a Partir da Curvatura Média

As estruturas de concreto armado têm a tendência de fissurar e estão sujeitas aos efeitos diferidos. Dessa forma, resulta num comportamento descontínuo das seções fissuradas e as seções vizinhas, não fissuradas. Para isso, é preciso definir o valor médio da extensão da armadura e o valor médio da curvatura para estimar os deslocamentos. As seguintes hipóteses devem ser consideradas:

- No estágio I, as seções planas permanecem planas após a deformação, e é assumida a linearidade do material;
- No estágio II, as seções planas permanecem planas após a deformação.

A curvatura média, instantânea ou diferida, em qualquer seção de um elemento, pode ser determinada como a seguir:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1}, \text{ para o Estádio I} \quad (5.18)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{is}} = \frac{1}{r_2} - \left(\frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \cdot \beta_b \cdot \left(\frac{M_r}{M} \right), \text{ para o Estádio II} \quad (5.19)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_y} - \left(\frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \cdot \beta_b \cdot \left(\frac{M_r}{M} \right) + \left[\frac{(M - M_y)}{2 \cdot K_{III}} \right], \text{ para } M \geq M_y \quad (5.20)$$

Sendo:

$$K_{III} = \frac{M_u - M_y}{\frac{1}{r_u} - \frac{1}{r_y}} \quad (5.21)$$

M: o momento fletor atuante na seção;

M_y: o momento fletor correspondente ao escoamento;

M_u: o momento fletor último;

M_r: o momento de fissuração

$\frac{1}{r_y}$: a curvatura correspondente a **M_y**,

$\frac{1}{r_u}$: a curvatura correspondente a M_u ;

$\frac{1}{r_1}; \frac{1}{r_{1r}}$: as curvaturas, no estágio I, correspondentes à atuação de M e M_r , respectivamente;

$\frac{1}{r_2}; \frac{1}{r_{2r}}$: as curvaturas, no estágio II, correspondentes à atuação de M e M_r , respectivamente;

$\frac{1}{r_{ts}}$: a curvatura correspondente à contribuição do concreto tracionado entre as fissuras, dada

por:

$$\frac{1}{r_{ts}} = \left(\frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \cdot \beta_b \cdot \left(\frac{M_r}{M} \right) \quad (5.22)$$

Onde $\beta_b \geq \beta_1 \cdot \beta_2$:

β_1 é um coeficiente que considera as propriedades de aderência das barras da armadura e vale:

$\beta_1 = 1$, para barras de alta aderência e $\beta_1 = 0,5$, para barras lisas.

β_2 é um coeficiente que considera a duração e o número de ciclos do carregamento, sendo:

$\beta_2 = 1$, para carregamentos de curta duração e $\beta_2 = 0,5$ para carregamentos de longa duração ou com muitos ciclos.

Na figura 5.1, tem-se o diagrama momento-curvatura na flexão simples na flexão simples segundo o CEB-FIP (1991). A linha cheia corresponde à curvatura média, incluindo o efeito do concreto tracionado entre as fissuras (*tension stiffening*). A linha tracejada representa o comportamento do concreto quando não fissurado e submetido a um carregamento de curta duração.

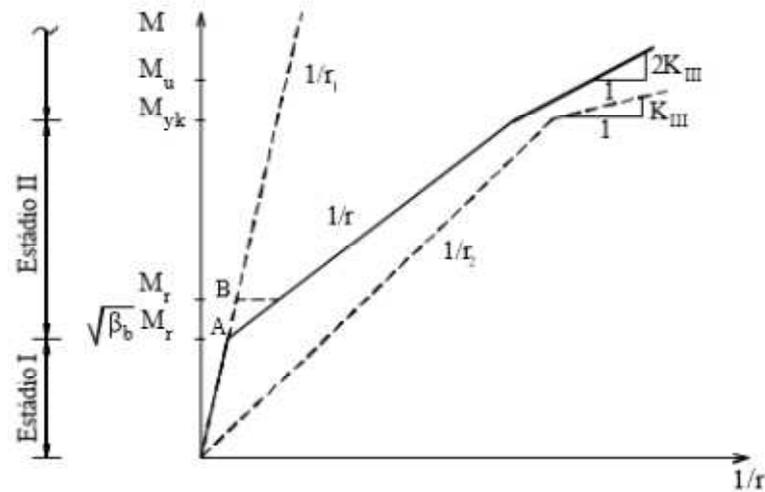
Segundo o CEB-FIP (1991), a curvatura média num instante t , depois do instante t_0 da aplicação do carregamento, é a soma da curvatura imediata $\left(\frac{1}{r_0} \right)$, e uma curvatura incremental

$\Delta\left(\frac{1}{r}\right)$, devida os efeitos de fluência e retração, sendo:

$$\frac{1}{r} = \left(\frac{1}{r_0} \right) + \Delta\left(\frac{1}{r}\right) \quad (5.23)$$

Tanto a curvatura inicial, como o incremento de curvatura, deve ser calculada como as equações (5.18) até (5.20).

Figura 5.1 - Diagrama momento-curvatura devido a flexão simples CEB-FIP (1991)



Fonte: Guarda (2005)

A curvatura média no tempo t provocada pelas ações permanente g e pelas ações variáveis q é dada pela seguinte expressão:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{(g+q)} = \left(\frac{1}{r}\right)_{(g)} + \left(\frac{1}{r_0}\right)_{(g+q)} - \left(\frac{1}{r_0}\right)_{(g)} \quad (5.24)$$

Sendo:

$\left(\frac{1}{r}\right)_{(g+q)}$: a curvatura no tempo t devida à g e q ;

$\left(\frac{1}{r}\right)_{(g)}$: a curvatura no tempo t devida à g ;

$\left(\frac{1}{r_0}\right)_{(g+q)}$: a curvatura imediata devida à g e q ;

$\left(\frac{1}{r_0}\right)_{(g)}$: a curvatura imediata devida à g .

5.2.5 Procedimento Simplificado

No CEB-FIP (1991) há um processo simplificado, indicado para elementos estruturais de edifícios, onde ocorre a avaliação de deslocamentos diferidos no tempo, baseado em uma relação bilinear entre carga e deslocamento. Esses deslocamentos, calculados em função do estado de fissuração dos elementos, são dados por:

$$a = (1 + \varphi)a_c, \text{ para } \mathbf{M}_d < \mathbf{M}_r; \quad (5.25)$$

$$a = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \eta (1 - 20\rho_{cm}) a_c, \text{ para } \mathbf{M_d} \geq \mathbf{M_r} \quad (5.26)$$

$$\eta = 0,09547\rho_m^{(-0,71186)} \quad (5.27)$$

Sendo:

a_c : o deslocamento elástico calculado com a rigidez da seção bruta de concreto, desprezando a armadura;

M_d : o máximo momento fletor de projeto no vão, sob a combinação quase permanente de ações;

M_r : o momento de fissuração, calculado pela equação (5.14);

φ : o coeficiente de fluência, calculado de acordo com o CEB-FIP (1991);

η : um fator de correção que inclui os efeitos da fissuração e da fluência;

ρ_{cm} : a taxa geométrica média da armadura de compressão;

ρ_m : a taxa geométrica média da armadura de tração.

A taxa média da armadura de tração ρ_m é dada pela seguinte expressão:

$$\rho_m = \rho_a \frac{l_a}{l} + \rho \frac{l_o}{l} + \rho_b \frac{l_b}{l} \quad (5.28)$$

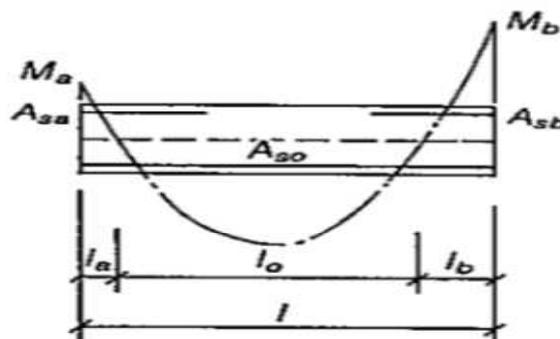
Onde:

ρ_a e ρ_b são as porcentagens da armadura de tração/compressão nos apoios esquerdo e direito, respectivamente;

ρ é a percentagem de armadura de tração na seção de momento máximo.

A figura 5.2 ilustra a forma de consideração das variáveis para o cálculo da taxa de armadura média de tração

Figura 5.2 - Diagrama de momento fletor definindo l_o , l_a , l_b



Fonte: CEB-FIP (1991)

5.3 RECOMENDAÇÕES EUROCODE 2 (1992)

O procedimento para a verificação dos deslocamentos segundo o EUROCODE 2 (1992) é bastante semelhante ao processo adotado pelo CEB-FIP (1991), trazendo expressões para o cálculo dos deslocamentos através da curvatura média do elemento.

A diferença básica entre as duas normas está nas expressões para obtenções de alguns parâmetros e no cálculo do deslocamento diferido que, no EUROCODE 2 (1992), é feito a partir das curvaturas devidas aos efeitos da fluência e retração.

5.3.1 Combinação de Ações

A única referência que se faz quanto ao uso das combinações de ações é em relação à edifícios. O EUROCODE 2 (1992) traz que para a avaliação dos deslocamentos diferidos devido à fluência e retração devem ser consideradas usando os efeitos das ações permanentes e os valores quase permanente das ações variáveis. Os valores dos coeficientes de redução das ações são os que seguem na tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Coeficientes de redução das ações variáveis, segundo o EUROCODE 2 (1992)

Ações		Ψ_1	Ψ_2
Ações acidentais	Edifícios residenciais	0,4	0,2
	Escritórios e lojas	0,6	0,3
	Estacionamentos	0,7	0,6
Ações devidas ao vento em edifícios		0,2	0
Ações devidas ao congelamento em locais situados em altitude $H \leq 1000$ m		0,2	0

Fonte: Adaptado Guarda (2005)

5.3.2 Cálculo do Momento de Fissuração

O momento de fissuração é calculado utilizando-se a mesma expressão proposta pelo CEB-FIP (1991), apresentada na equação (5.14).

5.3.3 Cálculo do Módulo de Elasticidade do Concreto

O módulo de elasticidade tangente inicial do concreto, definido a partir do diagrama tensão-deformação do concreto, para as tensões $\sigma_c = 0$ e $\sigma_c = 0,4f_{ck}$, quando da ausência de dados experimentais ou em casos em que não seja aplicada grande precisão, pode ser calculado por:

$$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{0,3} \quad (5.29)$$

Sendo:

E_{em} é o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto, em GPa;

f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão, em MPa.

5.3.4 Determinação dos Deslocamentos a Partir da Curvatura Média

Para o EUROCODE 2 (1992), quando elementos estruturais estão submetidos à flexão, a curvatura média pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r} = \zeta \left(\frac{1}{r} \right)_{II} + (1 - \zeta) \left(\frac{1}{r} \right)_I \quad (5.30)$$

Na qual:

$\left(\frac{1}{r} \right)$: é a curvatura média da seção considerada;

$\left(\frac{1}{r} \right)_I$: é a curvatura da seção no Estádio I;

$\left(\frac{1}{r} \right)_{II}$: é a curvatura da seção no Estádio II;

ζ : é um coeficiente de distribuição, dado por:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \quad (5.31)$$

β_1 é um coeficiente que considera as propriedades de aderência das barras da armadura. Sendo:

$\beta_1 = 1$, para barras de alta aderência;

$\beta_1 = 0,5$, para barras lisas;

β_2 é um coeficiente que considera a duração e o número de ciclos do carregamento, sendo:

$\beta_2 = 1$, para carregamentos de curta duração; $\beta_2 = 0,5$ para carregamentos de longa duração ou com muitos ciclos.

M_r : é o momento de fissuração;

M_a : é o momento fletor atuante na seção fissurada considerada.

Para seções não fissuradas, ou seja, quando $M_r > M_a$, tem-se $\zeta = 0$.

5.3.5 Determinação dos Deslocamentos Diferidos a Partir da Curvatura Média

O EUROCODE 2 (1992), em seu texto, fornece expressões para o cálculo das deformações através da curvatura média incorporando também os efeitos reológicos do concreto, como mencionado no início deste tópico.

A curvatura devida à fluência pode ser obtida pela equação da curvatura média dada anteriormente, porém, para que seja introduzido seu efeito, deve-se substituir o módulo de elasticidade secante do concreto pelo módulo de elasticidade efetivo, procedimento este já mencionado anteriormente neste trabalho e apresentado pela equação (4.16).

O Coeficiente de fluência do concreto deve ser avaliado como descrito no item 4.2.3.2 deste trabalho.

A curvatura devida à retração pode ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \alpha_{e,ef} \frac{S}{I} \quad (5.32)$$

Na qual:

$\left(\frac{1}{r_{cs}}\right)$: é a curvatura devida à retração do concreto;

S: é o momento estático da armadura em relação ao centróide da seção transversal, calculado para seção fissurada e não fissurada;

ε_{cs} : é deformação devida à retração livre, calculada como especificado no item 4.2.3.2 para a referida norma;

$\alpha_{e,ef}$: é a razão modular efetiva, ou seja, a razão entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade efetivo do concreto:

$$\alpha_{e,ef} = \frac{E_s}{E_{c,ef}} \quad (5.33)$$

I: é a inércia da seção transversal, calculada para seção fissurada e não fissurada.

O momento estático **S** e o momento de inércia **I** da seção transversal devem ser calculados tanto para o Estádio I quanto para o Estádio II. Um modelo proposto por Hobbs (1979) para o cálculo da curvatura devida à retração é dada pela equação:

$$\frac{1}{r_{cs}} = \frac{(1 + \varphi) \cdot \varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot [A_s(d - x) - A'_s(x - d')]}{E_c I} \quad (5.34)$$

A equação acima é a mesma equação da curvatura devida à retração dada pelo EUROCODE 2 (1992), apenas com as variáveis incorporadas. A curvatura final é calculada utilizando-se a equação (5.30).

6 METODOLOGIA

O procedimento para elaboração deste trabalho segue o seguinte raciocínio:

- a) Comparar os métodos ABNT NBR 6118:2014, CEB-FIP (1991), EUROCODE 2 (1992) na obtenção dos deslocamentos de vigas de concreto armado;
- b) Avaliar a influência da resistência característica do concreto à compressão no deslocamento de vigas;
- c) Abordar o comportamento dos deslocamentos pela influência das taxas de armaduras de compressão e tração.
- d) Calcular os deslocamentos pelo método do EUROCODE 2 (1992) a partir dos parâmetros calculados com as exigências da ABNT NBR 6118:2014.

Para o auxílio nos cálculos, utilizou-se planilhas e rotinas de cálculo elaboradas pelo autor. Ao final, os resultados serão expressos em gráficos para que se tenha uma análise comparativa entre os métodos, bem como a relevância de certos parâmetros no valor final dos deslocamentos.

A obtenção dos deslocamentos segundo o CEB-FIP (1991) e EUROCODE 2 (1992) foi por meio de uma planilha na qual são calculados as curvaturas e os momentos em cada seção de referência da viga. A viga que será apresentada foi dividida igualmente em 22 seções, com distância de 25 cm cada, para implementar uma maior aproximação. O método adotado é o da regra do trapézio, que consiste numa integração dupla da curvatura, proposto por BEEBY (1999).

O deslocamento diferido segundo o CEB-FIP (1991) foi obtido através do processo simplificado, apresentado na seção 2.2 deste trabalho, enquanto que o imediato foi calculado pela curvatura.

7 ANÁLISE E RESULTADOS

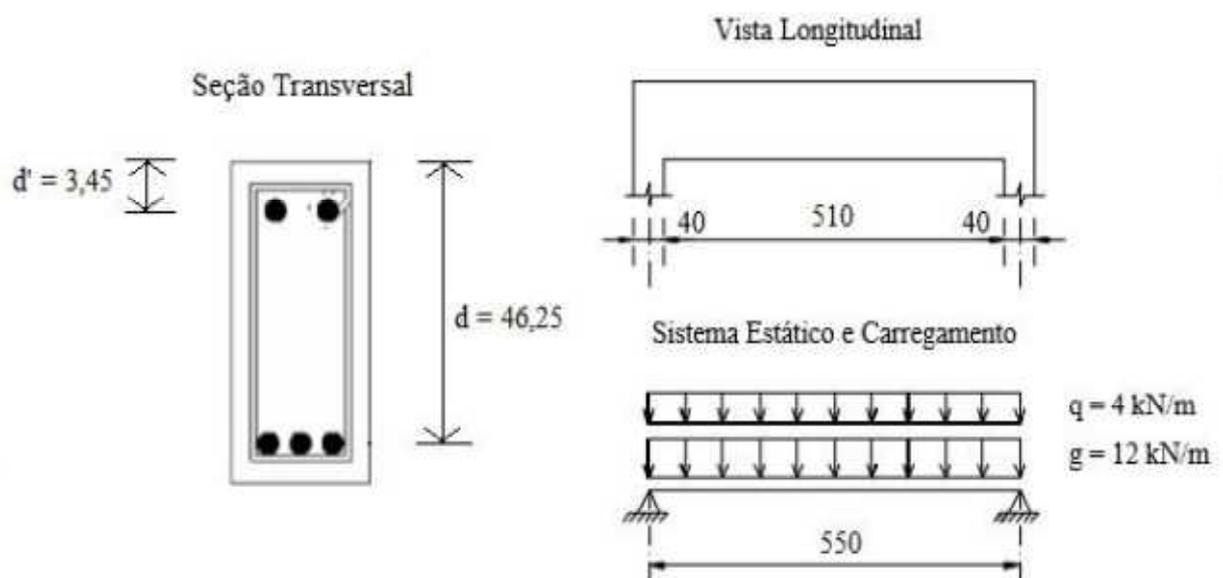
Nesta seção será apresentado um exemplo prático de estimativa de deslocamento em uma viga simplesmente apoiada submetida à flexão simples.

Para a viga da figura 7.1, são calculados os deslocamentos imediatos e diferidos de acordo com cada uma das normas supracitadas.

7.1 DADOS INICIAIS DO EXEMPLO

- $f_{ck} = 30$ MPa;
- Aço CA-50;
- Ações permanente e variável: $g = 12$ kN/m e $q = 4$ kN/m;
- Vão teórico da viga: 5,5 m;
- Seção transversal da viga: $b = 15$ e $h = 50$ cm;
- Armadura de tração: $3\phi 12,5$ mm ($3,68$ cm²);
- Armadura de compressão: $2\phi 6,3$ mm ($0,62$ cm²);
- Diâmetro da armadura transversal: 6,3 mm;
- Classe de agressividade ambiental: CAA – I ($c_{nom} = 2,5$ cm);
- Idade de verificação dos deslocamentos: $t \geq 50$ anos;
- Idade de aplicação dos carregamentos: t_0 : 28 dias.

Figura 7.1 - Viga exemplo



7.2 PARÂMETROS UTILIZADOS

Os valores de todos os parâmetros utilizados para o cálculo do deslocamento são mostrados nas tabelas 7.1 a 7.4, seguindo rigorosamente as prescrições de cada norma abordada.

Na tabela 7.1, I_c : é o momento de inércia da seção bruta de concreto; I_1 e I_2 : são os momentos de inércia da seção nos estádios I e II, respectivamente; I_e : inércia efetiva resultante da equação 6, dividindo-se ambos os termos por E_{cs} ; S_1 e S_2 : são os momentos estáticos das armaduras em relação ao eixo neutro para os estádios I e II, respectivamente; $(1/r)_{1r}$ e $(1/r)_{2r}$: são as curvaturas médias correspondente ao momento de fissuração para o estádio I e para o estádio II, respectivamente; $(1/r)_{cs1}$ e $(1/r)_{cs2}$: são as curvaturas devido à retração para o estádio I e para o estádio II, respectivamente.

A tabela 7.2 traz os momentos fletores calculados segundo a combinação de ações utilizada em cada verificação com a consideração do devido coeficiente redutor das ações (ψ).

Na tabela 7.3 tem-se que E_c : é o módulo de elasticidade do concreto; E_{cs} : é o módulo de elasticidade secante do concreto; $E_{c,ef}$: é o módulo de elasticidade efetivo do concreto; α_e : razão modular; f_{ctm} : resistência média do concreto à tração; M_r : momento de fissuração.

Na tabela 7.4 encontram-se os valores dos parâmetros para o cálculo do deslocamento diferido, segundo os enunciados de cada referência normativa.

Tabela 7.1 - Propriedades geométricas da seção transversal da viga

Propriedades Geométricas	Norma		
	ABNT NBR:6118 (2014)	CEB-FIP (1991)	EUROCODE 2 (1992)
I_c (cm ³)	156250	156250	156250
I_1 (cm ³) (1)	-	169600	167900
I_1 (cm ³) (2)	-	-	194900
I_2 (cm ³) (1)	42680	40580	36050
I_2 (cm ³) (2)	-	-	104300
I_e (cm ³)	60960	-	-
S_1 (cm ³)	-	-	57,95
S_2 (cm ³)	-	-	100,59
$(1/r)_{1r}$ (3)	-	$4,08 \times 10^{-6}$	-
$(1/r)_{2r}$ (3)	-	$1,71 \times 10^{-5}$	-
$(1/r)_{cs1}$	-	-	$3,45 \times 10^{-6}$
$(1/r)_{cs2}$	-	-	$1,12 \times 10^{-5}$

(1) Calculado utilizando-se $\alpha_e = E_s/(E_c$ ou $E_{cs})$

(2) Calculado utilizando-se $\alpha_e = E_s/E_{c,ef}$

(3) Curvatura devido o momento de fissuração

(-) Não se aplica à norma em questão

Tabela 7.2 - Momentos fletores característicos na seção crítica (kN.cm)

Combinação de Ações	Norma		
	ABNT NBR 6118:2014	CEB-FIP (1991)	EUROCODE 2 (1992)
Permanentes	4538	4538	4538
Quase permanente ($\psi_2 = 0,2$) ($\psi_2 = 0,3$)	-	4840	4840
	4991	-	-
Rara ($\psi_1 = 0,4$) ($\psi_1 = 0,5$)	-	5143	-
	-	-	5143

Tabela 7.3 - Propriedades dos Materiais e Momento de Fissuração

Propriedades dos Materiais	Norma		
	ABNT NBR 6118:2014	CEB-FIP (1991)	EUROCODE 2 (1992)
E_c (MPa)	30670	33550	32840
E_{cs} (MPa)	26840	28520	-
$E_{c,ef}$ (MPa)	-	-	10110
α_e	7,83	7,36	6,4 ⁽¹⁾ 20,76 ⁽²⁾
f_{ctm} (MPa)	2,9	2,9	2,9
M_r (kNcm)	2715 ⁽³⁾	1975	1945

(1) $\alpha_e = E_s/E_{cs}$ (2) $\alpha_e = E_s/E_{c,ef}$ (3) $\alpha = 1,5$

Tabela 7.4 - Parâmetros utilizados para cálculo do deslocamento diferido

Parâmetros	Norma	Parâmetros	Norma	
	ABNT NBR 6118:2014		CEB-FIP (1991)	EUROCODE 2 (1992)
ξ_t	2	η	3,98	
ξ_{t0}	0,68	β	-	0,5
α_f	1,27	ϕ	-	2,25 ⁽¹⁾
		ε_{cs}	-	$5,8 \times 10^{-4}$ ⁽¹⁾

(1) Calculado para viga interna com umidade relativa do ar 59% (João Pessoa/PB).
 ε_{cs} : retração específica do concreto.

7.3 VALORES DOS DESLOCAMENTOS

A seguir apresentam-se, nas tabelas 7.5 a 7.8, os valores dos deslocamentos segundo as recomendações das normas abordadas.

Os deslocamentos são classificados de acordo com o carregamento de serviço a qual a peça está solicitada. Sendo assim:

$a_{i,g}$: Deslocamento imediato devido a carga permanente “g”;

$a_{i,g+\psi q}$: Deslocamento imediato devido a combinação de serviço da norma abordada;

$a_{d,g}$: Deslocamento diferido devido a carga permanente “g”;

$a_{t,g+\psi q}$: Deslocamento total devido a combinação de serviço da norma abordada.

Tabela 7.5 - Deslocamentos segundo ABNT NBR 6118:2014

Tipo		Deslocamento (cm)
Imediato	$a_{i,g}$	0,79
	$a_{i,g+0,3q}$	0,96
Diferido	$a_{d,g}$	1,00
	$a_{d,g+0,3q}$	1,22
Total	$a_{t,g+0,3q}$	2,18

Tabela 7.6 - Deslocamentos segundo CEB-FIP (1991)

Tipo		Deslocamento (cm)
Imediato	$a_{i,g}$	1,02
	$a_{i,g+0,4q}$	1,27
Total	$a_{t,g}$	1,58
	$a_{t,g+0,4q}$	1,80

Tabela 7.7 - Deslocamentos segundo EUROCODE 2 (1992)

Tipo		Deslocamento (cm)
Imediato	$a_{i,g}$	0,95
	$a_{i,g+0,2q}$	1,04
Total	$a_{t,g+0,2q}$	1,63

Tabela 7.8 - Deslocamentos calculados com parâmetros da ABNT NBR 6118:2014 pelo método do EUROCODE 2 (1992)

Tipo		Deslocamento (cm)
Imediato	$a_{i,g}$	0,79
	$a_{i,g+0,3q}$	0,94
Diferido	$a_{d,g+0,3q}$	1,43
Total	$a_{t,g+0,3q}$	1,66

7.4 INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE COMPRESSÃO

Como visto na seção 4, as formulações da ABNT NBR 6118:2014 e CEB-FIP (1991) trazem uma dependência do deslocamento em função da taxa de armadura de compressão. Neste exemplo a viga foi dimensionada com armadura simples, sendo assim, a armadura de compressão ($2\phi 6,3$ mm) é puramente construtiva.

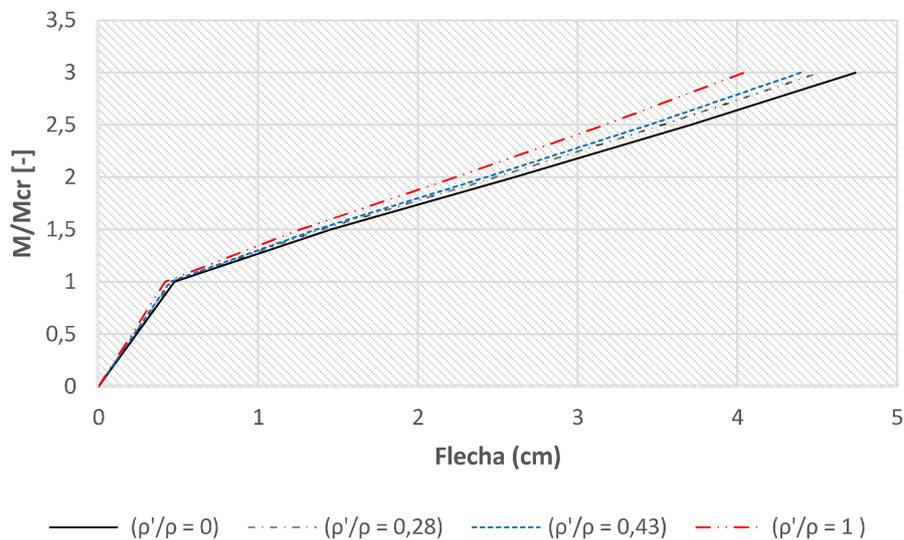
De forma geral, observou-se que para ambos os métodos, há uma diminuição dos deslocamentos a medida que se aumenta a área da armadura de compressão, todo o mais constante. As armaduras adotadas para a análise seguem o critério do bom senso, sendo conveniente atender os quesitos de economia e facilidade de execução.

Tabela 7.9 - Influência da taxa de armadura de compressão nos deslocamentos

Armadura	Taxa de armadura de compressão (%)	Norma		
		ABNT NBR 6118:2014		CEB-FIP (1991)
		Deslocamentos (cm)		Deslocamentos (cm)
		Diferidos	Totais	Totais
2φ5,0	0,056	1,24	2,20	1,81
2φ6,3	0,089	1,22	2,18	1,80
2φ8,0	0,15	1,18	2,14	1,78
2φ10,0	0,23	1,14	2,1	1,75

A figura a seguir expressa a relação momento *versus* flecha total, obtida com o método da ABNT NBR 6118:2014, para quatro valores da razão entre as taxas de armadura negativa e positiva (ρ'/ρ): 0; 0,28; 0,43; 1.

Figura 7.2 - Gráfico relação momento *versus* flecha com influência da taxa de armadura de compressão



Nesta análise, M refere-se ao momento fletor máximo no meio do vão da viga e M_{cr} é o momento de fissuração do concreto. As taxas de armadura de compressão consideradas variaram desde 0, armadura de compressão inexistente, até 1, armadura de compressão igual a de tração.

O que se observa é que as flechas se tornam menores quanto maior a razão entre as taxas geométricas das armaduras.

A armadura inicial de compressão, adotada no dimensionamento, representa $\rho'/\rho = 0,28$ e uma variação de $\pm 50\%$ dessa relação (de 0,28 para 0,43) provoca-se uma diminuição de até 8% dos deslocamentos para o caso estudado.

7.5 INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE TRAÇÃO

Os gráficos a seguir demonstram o comportamento dos deslocamentos em função das taxas de armadura de tração da seção transversal da viga exemplo.

Considerou-se taxas de armaduras menores do que necessitado no dimensionamento ao estado limite último com intuito de não apenas atender ao limite último, mas sim avaliar a evolução do comportamento das flechas quanto ao critério de funcionalidade da peça projetada. Dessa forma, além da armadura adotada, dada no exemplo optou-se por observar a influência das seguintes armaduras: $2\phi 10\text{mm}$; $3\phi 10\text{mm}$; $2\phi 16\text{mm}$; $4\phi 12,5\text{mm}$; $4\phi 16\text{mm}$.

Figura 7.3 - Gráfico flecha total versus taxa de armadura de tração

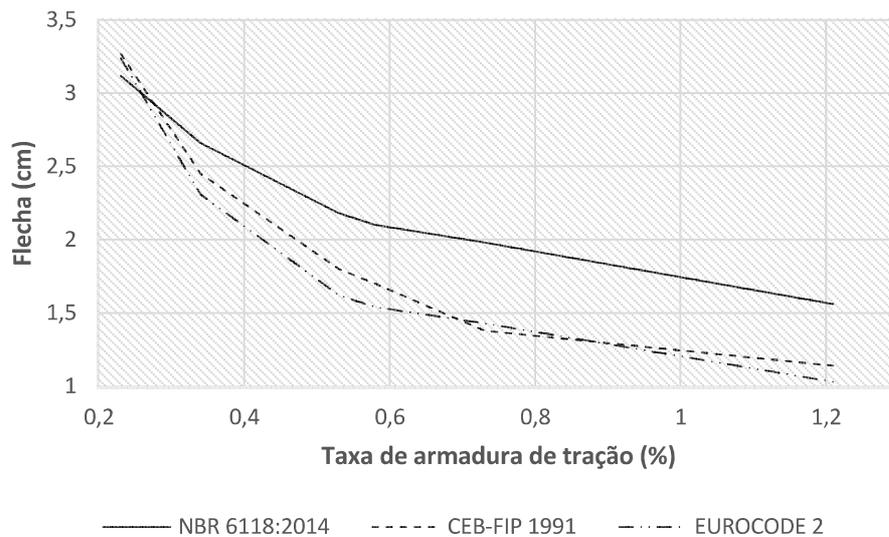
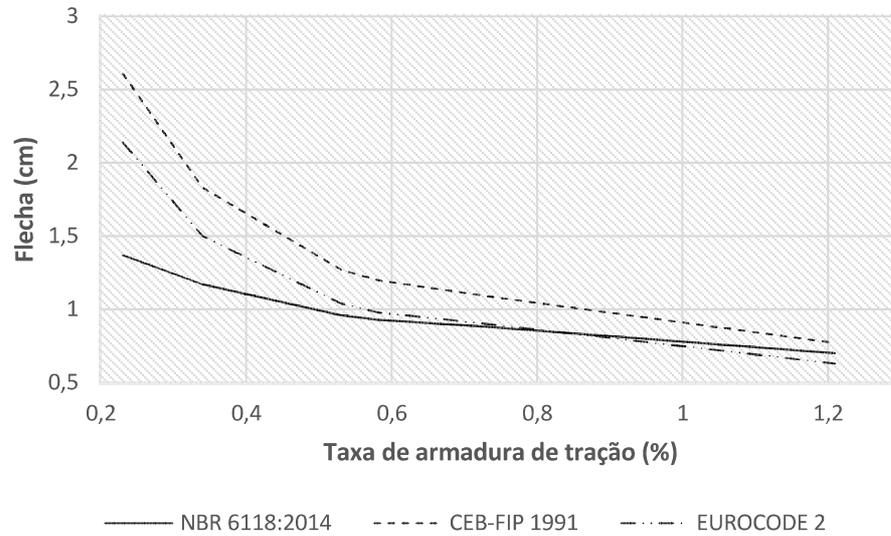


Figura 7.4 - Gráfico flecha imediata versus taxa de armadura de tração



7.6 INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO À COMPRESSÃO (f_{ck})

Nesta seção serão apresentados gráficos da evolução dos deslocamentos em função da resistência característica do concreto à compressão. Vale lembrar que o cálculo segundo a norma brasileira e o CEB-FIP (1991) consideram apenas o deslocamento adicional devido à fluência, quanto que no cálculo segundo o EUROCODE 2 (1992) são considerados os efeitos da fluência e retração do concreto.

Para se fazer uma comparação igualitária entre os métodos, foram separados os gráficos de acordo com o tipo de influência considerada nos deslocamentos.

Figura 7.5 - Gráfico flecha total versus f_{ck}

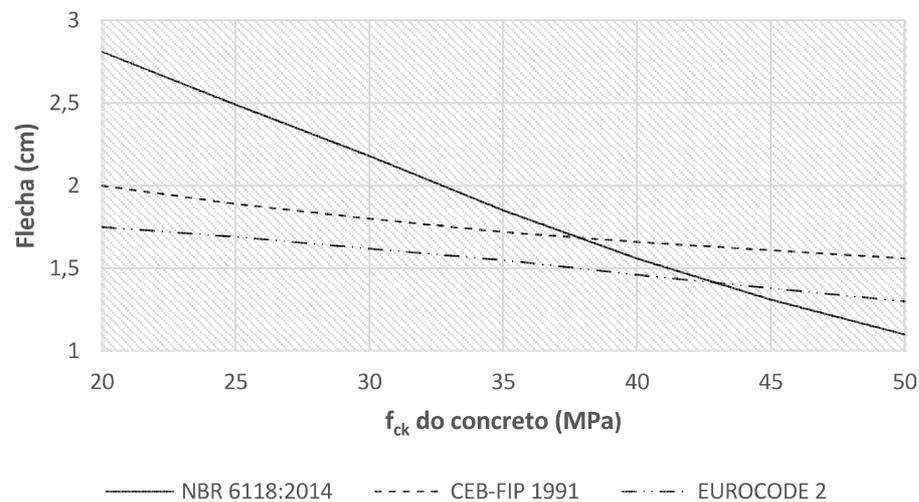


Figura 7.6 - Gráfico flecha imediata versus f_{ck}

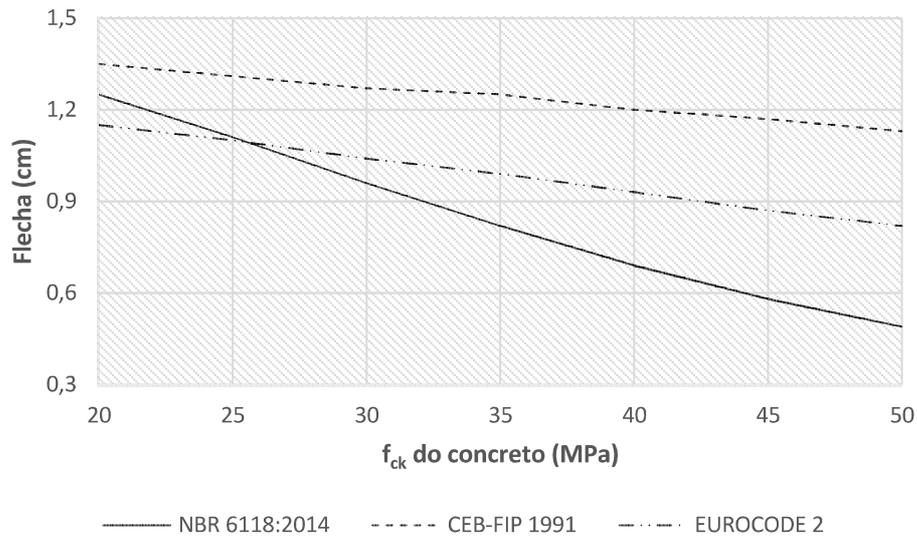
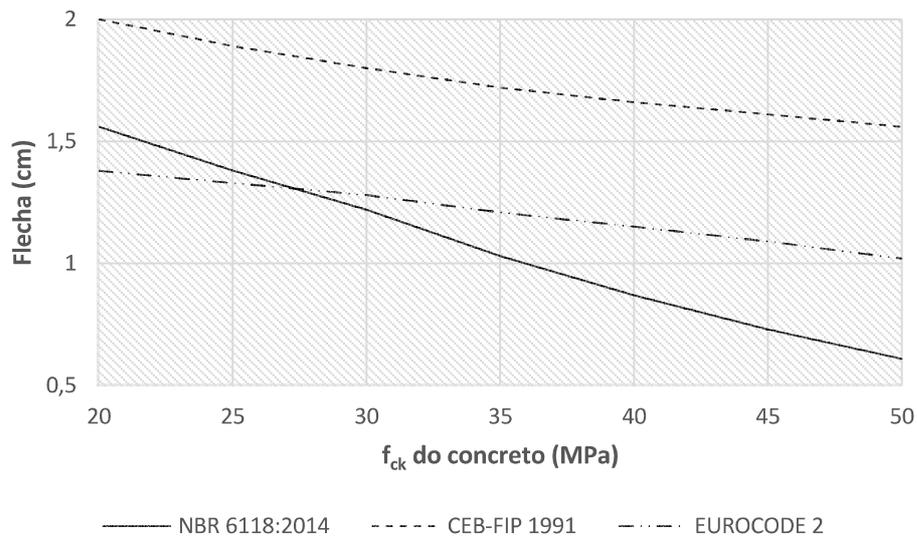


Figura 7.7 - Gráfico flecha devida a fluência versus f_{ck}



7.7 INFLUÊNCIA DA ALTURA DA VIGA

O aumento na altura da viga se traduz na redução de deslocamento, como pode-se notar nas figuras 7.8 e 7.9. Nessa avaliação, apenas a variável altura da viga foi alterada, as demais variáveis do item 7.1 deste exemplo foram mantidas inalteradas.

Aumentando a altura da viga, aumenta-se também sua área da seção transversal de concreto resistente à flexão. Com esse acréscimo na altura da seção, a altura útil da viga também é acrescida e, portanto, o braço de alavanca do momento fletor na seção transversal torna-se maior, resultando em uma seção mais resistente ao momento fletor. Isso é notado pelo aumento da inércia da seção de concreto.

Outra variável beneficiada com o aumento da altura da viga é o momento de fissuração, uma vez que se torna maior e retarda o aparecimento de fissuras na peça.

Optou-se por iniciar a avaliação com altura da viga igual a 45 cm, que é diferente da altura adotada no dimensionamento, pois para muitos projetistas uma estimativa inicial da altura da viga consiste em relacionar seu vão por 12.

Figura 7.8 - Gráfico flecha final versus altura da viga

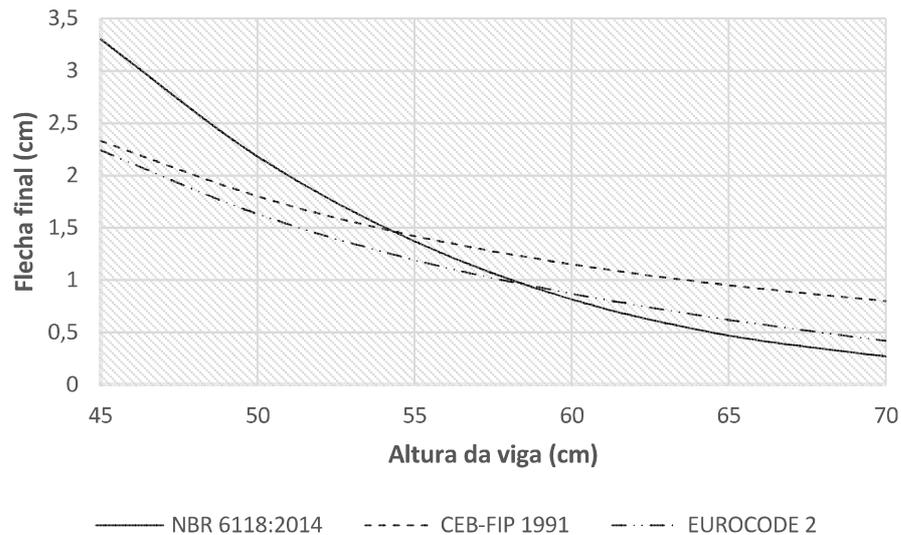
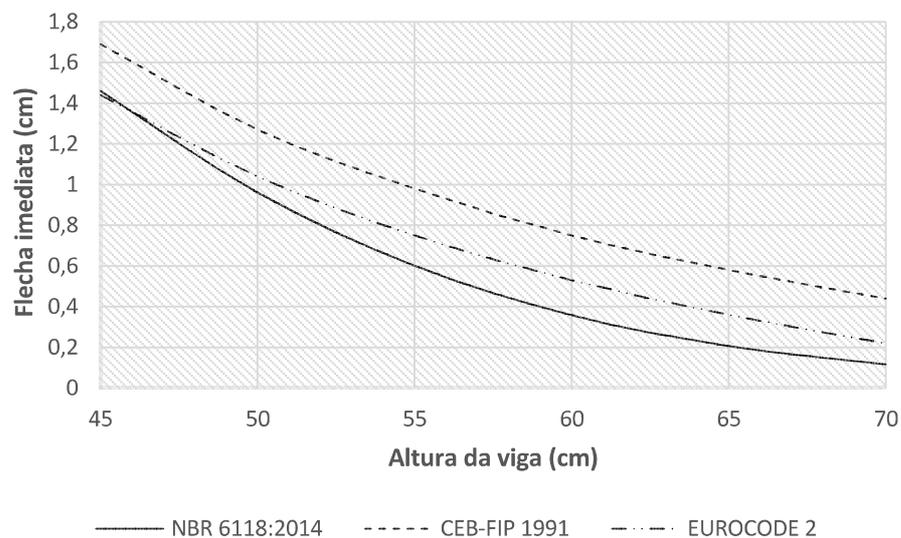


Figura 7.9 - Gráfico flecha imediata versus altura da viga



7.8 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com os resultados dos deslocamentos da viga do exemplo pode-se notar que, se tratando de deslocamentos finais, o método da ABNT NBR 6118:2014 apresentou o maior valor.

Comparando os valores dos deslocamentos obtidos segundo a ABNT NBR 6118:2014 com os dados pelo método do EUROCODE 2 (1992), tem-se que a maior discrepância se apresenta na avaliação dos deslocamentos diferidos, tendo uma diferença de 35% entre o valor da flecha total encontrada com a norma brasileira e a flecha total calculada com o EUROCODE 2 (1992). Já na comparação do método prático do CEB-FIP (1991) com o EUROCODE 2 (1992), obtém-se 11% de diferença, configurando uma boa aproximação para aplicações práticas.

A tabela 7.8 traz uma comparação dos valores de deslocamentos obtidos utilizando-se o método do EUROCODE 2 (1992), mas com parâmetros calculados segundo a ABNT NBR 6118:2014. Novamente há incosonância entre os valores dos deslocamentos diferidos dados pelo método da norma brasileira em relação aos obtidos pela curvatura da peça. No entanto, para deslocamentos imediatos, o método da ABNT NBR 6118:2014 obteve bons resultados.

O método do EUROCODE 2 (1992) sempre considera os efeitos da fluência e retração, portanto, para se obter os deslocamentos imediatos basta fazer $\phi = 0$ e $\epsilon_{cs} = 0$.

O método prático do CEB-FIP (1991) trouxe valores mais elevados que os demais métodos, levando-se em conta a flecha imediata e na contribuição da fluência.

O aumento da resistência do concreto à compressão proporciona uma redução dos deslocamentos finais. A parcela elástica do deslocamento, que é influenciada pela rigidez do elemento, sofre diminuição quando há melhoria na resistência à compressão, pois esse aumento também se reflete em melhorias tanto no módulo de deformação, e conseqüentemente na rigidez, quanto na resistência à tração, retardando o início da fissuração da peça. Já a parcela diferida é atenuada devido à diminuição da fluência e da retração por secagem. É válido, portanto, esclarecer que o aumento da resistência à compressão do concreto não garante uma redução dos deslocamentos na mesma proporção. Nessa análise as formulações da ABNT NBR 6118:2014 mostram-se mais sensíveis. Para cada aumento na classe do f_{ck} do concreto, houve redução na flecha final de 14,4%, em média.

Aumentando a área da armadura de compressão provoca-se uma suave diminuição nos deslocamentos imediatos, quanto que nos deslocamentos diferidos e totais há redução em pequena escala. Portanto, mesmo com esse auxílio nos deslocamentos finais da viga, a magnitude da redução dos deslocamentos não configura a fonte de preocupação dos projetistas.

Quanto à taxa de armadura de tração, sua mudança é mais expressiva na rigidez da peça e influencia diretamente nos deslocamentos em maior escala. As formulações do CEB-FIP (1991) e EUROCODE 2 (1992) demonstraram-se ser influenciadas mais significativamente e apresentam resultados próximos nos deslocamentos totais, por outro lado, nas formulações da

ABNT NBR 6118:2014, a mudança da taxa de armadura provoca maior influência na flecha imediata.

Na tabela 7.10 observa-se a variação percentual da diminuição dos deslocamentos sob enfoque dos parâmetros avaliados neste trabalho, em relação aos valores extremos dos resultados obtidos para cada análise separadamente.

Tabela 7.10 - Redução percentual dos deslocamentos [%]

	F_{ck}	Taxa de armadura de tração	Altura da viga
ABNT NBR 6118:2014	60,85	50,00	91,81
CEB-FIP (1991)	22,00	65,14	65,67
EUROCODE 2 (1992)	25,71	68,21	81,25

Por meio dessa análise fica perceptível que a forma mais eficaz de se conseguir uma boa redução nos deslocamentos é aumentando a altura da seção transversal, ficando de justificativa o motivo já mencionado no tópico da verificação da influência da altura da viga no deslocamento. No entanto, é uma prática grosseira aumentar-se a altura da viga negligenciando os efeitos econômicos advindos do aumento do volume de concreto e de área das formas.

Uma outra boa forma de redução de deslocamentos é aumentar a área de aço da armadura de tração da viga. Mas, para que se tenha certeza que essa é uma forma segura de não somente atender o estado limite de utilização, como também o estado limite último é necessário verificar em qual domínio de dimensionamento a peça irá atingir com a mudança, uma vez que para garantir a ductilidade as normas limitam o valor da profundidade relativa da linha neutra.

8 CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos, observa-se que a ABNT NBR 6118:2014 fornece subsídio para a estimativa da flecha inicial e a flecha total, porém, peca ao sugerir que o cálculo da flecha diferida no tempo, devido fluência, seja calculada de maneira aproximada por um coeficiente em função do tempo que independe do valor do coeficiente de fluência. A recomendação é que se calcule um coeficiente (α_f), que leva em conta cargas de longa duração em função da fluência, e multiplica-lo pela flecha inicial. Tal recomendação superestima os deslocamentos, tornando o dimensionamento oneroso.

Por se tratar de uma estimativa, nenhuma metodologia de cálculo, para qualquer aspecto de comportamento, é perfeita e todos introduzem um grau de incerteza no resultado. O método a ser utilizado pelo projetista vai depender do grau de acurácia que se deseja alcançar com os resultados. O ideal é que se apliquem métodos de análises não-linear, que levem em conta o concreto tracionado entre as fissuras, como o do cálculo segundo a curvatura apresentado pelo EUROCODE 2 (1992), pois métodos simplistas sempre trazem limitações.

Deve-se destacar também, a incerteza quanto as informações das condições do ambiente, como temperatura e umidade, que tem significância na determinação de parâmetros como o coeficiente de fluência e a deformação por retração, tornando o processo mais dificultoso. E como se percebe, a fluência e retração são fatores importantes na determinação dos deslocamentos, principalmente nos deslocamentos diferidos.

Outra fonte de incerteza que deve ser ressaltada é na determinação das propriedades do concreto, como exemplo do módulo de deformação, há divergência entre as recomendações normativas na sua determinação. Demais fatores, como processos construtivos, cura do concreto, desforma e idade de aplicação das cargas, contribuem para fissuração prematura da peça e conseqüente aumento nos deslocamentos finais.

Observou-se que, de fato, aumentando-se a altura da viga há garantia de redução significativa dos deslocamentos, embora nas construções modernas essa prática seja demasiadamente restringida.

Por fim, destaca-se que os resultados aqui apresentados cabem apenas para o caso estudado, não sendo válidos para outras configurações de vigas.

8.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Conforme mencionado anteriormente, a adoção do método da ABNT NBR 6118:2014 sugerindo a majoração dos deslocamentos imediatos através de um coeficiente multiplicador

pode levar a uma superestimativa dos deslocamentos. Dessa forma é sensato obter os deslocamentos diferidos a partir da curvatura média da peça, utilizando as recomendações da norma brasileira para obtenção do coeficiente de fluência e a retração específica do concreto.

Uma outra sugestão interessante é a implementação da avaliação de deslocamentos utilizando essa metodologia para uma viga contínua.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 5739: Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2007.

_____. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2004.

BEEBY, A.W. **Deformation**. FIB Bulletin, v.2, p.103 -139, 1999.

BRANSON, D. E. **Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams**. HPR Publication n.7, Part1. Alabama Highway Department, U.S. Bureau of Publis Roads, 1965. p.1-78.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990: Design Code**. London, Thomas Telford, 1991.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: general rules and rules for buildings**. Brussels-Belgium, CEN, 1992.

GUARDA, M.C.C. **Cálculo de deslocamentos em pavimentos de concreto armado**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

HOBBS, D.W; **Shrinkage-induced Curvature of Reinforced Concrete Members**. London, Cement and Concrete Association, 1979.

JUNGES, E. **Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado**. Florianópolis, 2011. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina.

KIMURA, A. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado**. São Paulo: PINI, 2007.

NEVILLE, A.M; BROOKS, J.J. **Tecnologia do Concreto**. 2a. Ed. PINI. São Paulo, 2010.