UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

CAMILA ROCHANA DE AGUIAR BARBOSA

O ENSINO EM ANÁLISE COMBINATÓRIA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANALISANDO O PROCESSO DE APRENDIZAGEM VIA A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

CAMPINA GRANDE
2018

CAMILA ROCHANA DE AGUIAR BARBOSA

O ENSINO EM ANÁLISE COMBINATÓRIA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: -ANALISANDO O PROCESSO DE APRENDIZAGEM VIA A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Trabalho de Conclusão de curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Profª. Me. Maria José Neves de Amorim Moura.

.

CAMPINA GRANDE
2018

B238e Barbosa, Camila Rochana de Aguiar.
O ensino em análise combinatória no 9º ano do ensino fundamental [manuscrito] : analisando o processo de aprendizagem via a teoria dos campos conceituais / Camila Rochana de Aguiar Barbosa. - 2018.
35 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2018.
"Orientação : Profa. Ma. Maria José Neves de Amorim Moura , Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Campos conceituais. 2. Análise combinatória. 3. Ensino Fundamental.

21. ed. CDD 510

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

CAMILA ROCHANA DE AGUIAR BARBOSA

O ENSINO EM ANÁLISE COMBINATÓRIA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANALISANDO O PROCESSO DE APRENDIZAGEM VIA A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUIAS

Trabalho de Conclusão de apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 21/06/2018.

BANCA EXAMINADORA

Maria José Neves de Amorim Moura

Profª. Meª. Maria José Neves de Amorim Moura (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Profª. Meª. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico este trabalho, em primeiro lugar a Deus, por estar sempre ao meu lado para a realização do mesmo. E em especial aos meus pais, Josicléia Barbosa de Aguiar e Dorivaldo Silva Barbosa, por terem me apoiado sempre com muita dedicação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus por ter me concedido paz, saúde, inteligência e força para que eu pudesse realizar meu sonho.

Aos meus queridos pais, Josicleia e Dorivaldo, pela vida que me deram, por terem incutido todos os valores que achavam importante e sempre estarem ao meu lado.

Aos meus irmãos, Careen e Cássio, por todo amor e carinho.

A minha avó Severina e minha tia Josimere, pelo amor e incentivo a mim sempre dado.

Ao corpo docente do Curso de Licenciatura Plena em Matemática, por todos os ensinamentos ao longo desse período de graduação.

Em especial, a minha orientadora, Profª. Meª. Maria José Neves Amorim Moura, por sua orientação competente e dedicada.

Aos membros da banca, que aceitaram dispor seu tempo para fazer avalição e contribuições para o trabalho.

A todos que fizeram parte da Equipe PIBID, tendo, como coordenadora, a Profª. Meª. Maria Conceição e como Supervisora, a Profª. Rosemary Gomes, pelas contribuições na minha vida acadêmica.

À Escola Estadual Ensino Fundamental Augusto do Anjos, pela colaboração para realização da pesquisa.

As minhas amigas de apartamento e curso, Daniele e Sintia, pelos momentos de desconcentração, cumplicidade e dedicação nessa caminhada.

Aos meus amigos e companheiros de graduação, Amanda, Ana Karollyna, Pedro e Franklin, pelo carinho e risadas durante o curso.

Por fim, a todos que, de forma direta ou indireta, apoiaram minha trajetória até aqui. Obrigada.

“Não desista, vá em frente. Sempre há uma chance de você tropeçar em algo maravilhoso. Nunca ouvi falar em ninguém que tivesse tropeçado em algo enquanto estava sentado. ”

Chales F. Kettering

RESUMO

.

Esta pesquisa teve por objetivo identificar como ocorre a formação dos conceitos de combinatória, juntamente aos alunos do 9º ano, tendo como referência a teoria dos campos conceituais, a qual considera essencial o raciocínio para evolução do pensamento formal do discente. Para isto, foram realizados três encontros em sala de aula, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola de rede estadual da cidade de Campina Grande, Paraíba. Desejava-se, a partir desta, responder a seguinte pergunta: Será que os alunos do 9° ano de uma escola da rede estadual do estado da Paraíba aprofundaram os conceitos de combinatória, na perspectiva da resolução de situação problema de acordo com a teoria dos campos conceituais? Para isto, utilizamos como referência principal Gérard Vergnaud (1990). Trabalhamos com uma abordagem qualitativa de acordo com Bogdan e Biklen (1994). O resultado mostra que a maioria dos alunos investigados, mesmos contendo dificuldades, nas suas resoluções, obtêm noções combinatórias, também demostraram interesse de trabalhar com a proposta desta pesquisa, assim, garantindo a permanência em sala de aula.

Palavras-Chave: Campos Conceituais. Análise Combinatória. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The aim of this research was to identify how combinatorial concepts are formed, together with the students of the 9th grade, with reference to the conceptual fields theory, which considers the rationale for the evolution of the student's formal thinking to be essential. For this, three meetings were held in the classroom, with students from the 9th grade of Elementary School, of a state school in the city of Campina Grande, Paraíba. It was hoped, from this one, to answer the following question: Could the students of the 9th grade of a state school in the state of Paraíba deepen the concepts of combinatorics, with a view to solving a problem situation according to the theory of conceptual fields? For this, we use as main reference Gérard Vergnaud (1990). We work with a qualitative approach according to Bogdan and Biklen (1994). And the result shows that most of the students investigated, even with difficulties, in their resolutions, obtained combinatorial notions, also demonstrated interest in working with the proposal of this research, thus, ensuring the permanence in the classroom.

Keywords: Conceptual Fields. Combinatorial Analysis. Elementary School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A matemática está presente há muito tempo na vida dos homens, possibilitando respostas para os problemas cotidianos, tendo como finalidade simplificar a maneira como viviam. Também possibilitou entender alguns segredos da natureza na época. A partir disso, ao perpassar a história, as pessoas começaram a apresentar diversas regras e fórmulas para o ensino da matemática. Atualmente, nas aulas dessa disciplina, os alunos não estão tendo entusiasmo. Essa constatação é presente nas pesquisas no âmbito da educação matemática, uma das causas é a falta de significado dessa área do saber para os discentes. É importante ressaltar que existe um grande número de livros que exibe conteúdos matemáticos de formato descontextualizado, não tendo relação com outras áreas do conhecimento ou temáticas sociais. Ao envolver os conceitos abstratos com o vivenciado no dia a dia do aluno, a matemática passa a ter mais sentido para os mesmos, evitando perguntas que são frequentes nas aulas, como “em que vou usar isso na minha vida?”, “para que serve isso?” e “ qual é a importância?”, entre outras semelhantes a estas.

Ressaltamos que, em alguns casos, estabelecer relações entre o conteúdo estudado com o cotidiano não é tarefa fácil, ainda que a matemática escolar institucionalizada mantenha conexões também com as outras áreas do conhecimento e com a própria matemática.

Desta feita, esse estudo versa sobre a resolução de problemas com base na teoria dos campos conceituais de Vergnaud, especificamente o campo multiplicativo envolvendo conteúdos de combinatória.

A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) é uma teoria cognitivista. Sua pesquisa mostra como os estudantes constroem os conhecimentos matemáticos e como professores devem se comportar ao trabalhar os conteúdos. O Campo Conceitual é definido por Vergnaud (1982, p.40) como “um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente interligados durante o processo de aquisição”.

A análise combinatória é um tema que temos interesse em pesquisar. Essa curiosidade deu-se por inquietações como aluna do curso de licenciatura em Matemática. Apesar de fazer parte da grade curricular do curso o componente probabilidade, as discussões não contemplam o fazer pedagógico na educação básica, modalidade de ensino, na qual iremos exercer a docência.

Esse estudo tem por propósito discutir a resolução de situação-problema com o conteúdo de Análise Combinatória, pautado na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), na qual os alunos terão a oportunidade de aprender Matemática resolvendo os problemas, e, a partir das discussões feitas entre professores e alunos, expor que as explorações das situações vão mais adiante do que o fato de achar as respostas, tendo como finalidade a formação conceitual do aluno.

Sendo assim, a pergunta que norteou este estudo foi a seguinte: Será que os alunos do 9° ano de uma escola da rede estadual do estado da Paraíba aprofundaram os conceitos de combinatória, na perspectiva da resolução de situação problema, de acordo com a teoria dos campos conceituais?

Temos por objetivo identificar como ocorre a formação dos conceitos de combinatória, juntamente aos alunos do 9º ano, tendo como referência a teoria dos Campos Conceituais.

A monografia está organizada de seguinte modo: no primeiro capítulo, fazemos discussões teóricas sobre resolução problema e os campos conceituais de Gérard Vergnaud. No segundo capítulo, apresentamos o caminhar metodológico e os resultados que abordam a natureza da pesquisa, sujeitos da pesquisa e os encontros sucedidos na escola, onde analisamos os conhecimentos dos estudantes e, por fim, encontram-se as considerações finais.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A matemática é mostrada por alguns professores como conhecimento pronto e acabado e que não pode ser mudado, não oferecendo chance os alunos de criarem nada, até mesmo soluções diferentes das que são apresentadas na lousa. Consequentemente, os discentes começam a acreditar e aceitar o seu papel em sala de aula como passivos e sem importância. Infelizmente, ainda presenciamos, na atualidade, modelos de aulas de matemática conhecidos como "aulas tradicionais", iguais aos vivenciados há muitos anos, ou seja, exposição da definição, seguida de exemplos e uma lista de exercícios que seguem o modelo dos exemplos. A esse tipo de aula devem ser inseridos outros caminhos metodológicos no intuito de levar os discentes a desenvolver as habilidades exigidas pela sociedade na contemporaneidade.

Algumas consequências dessa prática educacional têm sido objeto de estudo de educadores matemáticos. Para D'Ambrosio (1989, p.16),

> (...) primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo, os alunos que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, dos quais não se duvida ou questiona, e nem mesmo se preocupam em compreender porque funciona. "Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios".

Assim, quando os discentes valorizam apenas a matemática formal, acabam perdendo suas intuições em relação à disciplina, reduzindo o seu raciocínio ao passar do tempo, chegando não unificar as soluções dos problemas encontradas por eles com soluções de um mesmo problema sendo agora uma situação real.

A grande quantidade de conteúdos que os professores devem lecionar em um ano letivo é uma de suas preocupações, assim sua prioridade passaria a ser a ação pedagógica não a aprendizagem dos alunos. Nessa situação de ensino mecânico, os professores deixam-se pensar que ensina e o aluno que aprendeu algo. É difícil convencer que o propósito principal do processo educacional é que os discentes tenham o aproveitamento máximo possível, tendo em vista que isso não pode ocorrer se os docentes só pensarem em cobrir a maior quantidade de matérias em suas aulas. Por isso, o ensino precisa ser modificado, ou seja, melhorado, para que o ensino-aprendizagem dos estudantes seja eficaz, deixando ser algo puramente obrigatório para eles.

No momento atual, estão sendo discutidas várias propostas de como trabalhar o ensino consistente da matemática. Neste trabalho damos ênfase à resolução de problemas que, de modo geral, para os alunos é um obstáculo a ser resolvido ou superado, exigindo o raciocínio do sujeito para solucioná-lo.

Chegar ao resultado correto de um determinado problema utilizando formula, não é garantir que os alunos compreendam o que está sendo questionado, dessa forma, é necessário que os mesmos sejam incentivados a questionarem suas próprias respostas, pois, através dessa via de reflexão, eles construirão o conhecimento.

De acordo com Wertheimer (1945), o que distingue o pensamento reprodutivo do pensamento produtivo é que o primeiro não é necessário um raciocínio e faz aplicações de técnicas já comuns, enquanto, o produtivo exige mais reflexão, produzindo novos métodos e diferentes soluções.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (1998) orientam o ensino de matemática pautado na resolução de problemas. Muitos pesquisadores defendem a resolução de problemas como o modelo ideal para o desenvolvimento do campo cognitivo do estudante. Nesta concepção de trabalho, o educador terá a possibilidade de examinar como os alunos pensaram, quais estratégias foram utilizadas e suas dificuldades. É necessário propor "questões" diversificadas para despertar nos alunos a busca de distintas formas de resolvê-las, seja por meio de algoritmos, esquemas, desenhos ou da oralidade. Mas, afinal, o que é resolver uma situação-problema?

Segundo Polya (1997, p. 1-2):

> resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado [...] é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado [...].

Além disso, Viana (2015, p.1) ressalta que:

> A resolução de problemas teve início com o aparecimento do homem na terra. Inicialmente eram questões de sobrevivência. A demanda compreendia obter solução satisfatória para problemas do cotidiano. Criava-se matemática para resolver problemas.

Nesse ponto de vista, George Polya, considerado o ''pai" da resolução de problemas, alega que: " Resolver problemas é da própria natureza humana". "Podemos caracterizar o homem como o animal que resolve problemas" (POLYA, 1997, p.2).

Percebe que, ao inserir o caráter investigativo nos alunos, permite-se que os mesmos desenvolvam suas criatividades, passando a ter um desempenho ativo no processo de ensino-aprendizagem. É notório que os alunos percebam a importância dos elementos estudados para a sociedade na qual convivem. Uma das metodologias que tem implicação no cotidiano dos alunos é a situação-problema. Também é ressaltado que, segundo as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCN); "vale aqui ressaltar o quanto é importante, para o exercício da cidadania, a competência de analisar um problema e tomar as decisões necessárias à sua resolução [...]" (BRASIL, 2006, p.84).

Diante do apresentado, optamos por considerar a resolução de problemas como algo que não tem um caminho pronto e acabado, cabendo ao professor estimular os alunos a criar estratégias para encontrar a solução.

Sendo assim, este estudo tem por foco a resolução de problemas com o eixo Educação Estatística e Combinatória, conforme as orientações dos documentos oficias de trabalhar esse eixo deste os anos iniciais do Ensino Fundamental, desmistificando o que culturalmente vem sendo posto, que esses conteúdos fazem parte apenas da grade curricular do Ensino Médio, o que pode ser a causa das dificuldades apresentadas pelos alunos ao consolidar esses conteúdos nesse nível de escolaridade.

As pesquisas no âmbito da Educação Matemática apontam que as ações mediadoras dos professores sejam bem planejadas para que se obtenha sucesso. No entanto, existem professores que por não entenderem o conteúdo, acabam esquivando-se nessa temática, consequentemente, não abordam o conceito da Análise Combinatória em sala de aula do Ensino Fundamental.

O ensino da combinatória, segundo o Brasil (1997), são essenciais para que os alunos, a partir do Ensino Fundamental, passem a resolver situações-problemas diversificadas, que envolvam o princípio fundamental da contagem, como também, combinações, arranjos e permutações. Mesmo com as recomendações dos PCN (1998), o ensino da combinatória no Ensino Fundamental ocorre de forma superficial.

Um dos caminhos metodológicos para o ensino de combinatória é permitir que os discentes produzam suas próprias soluções pelo meio de conversas e analise de problemas. Segundo os BRASIL(2002, p. 52):

> Não somente em Matemática, mas particularmente nessa disciplina, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos confrontados com a situações-problemas, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégias de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados,

> a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação.

Quando os discentes resolvem problemas propostos pelos professores em sala de aula, reforçam sua autoconfiança, aprendem a raciocinar passo a passo, analisam as situações da questão, compreendem os conceitos matemáticos, assim desenvolvem habilidades que servirão para fazer o bom uso da matemática escolar em questões do usar a matemática em seu dia a dia.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (2006) enfatizam que o estudo da análise combinatória se dê de início com o uso da árvore de possibilidades. Fazendo isto, está oferecendo oportunidade para os alunos discutirem em relação às respostas encontradas por eles.

Dessa forma, para obter o desenvolvimento do raciocínio combinatório é necessário o uso do princípio fundamental da contagem, esquema da árvore das possibilidades, entre outros presentes na combinatória. Quando há significado, os alunos passam a ser os sujeitos de sua aprendizagem, não ficando apenas esperando instruções dos professores.

A matemática é importante para a construção da cidadania, visto que a sociedade utiliza cada vez mais conhecimentos científicos e recursos tecnológicos. Com essa necessidade da matemática, porque os pequenos cidadãos têm desinteresse pela mesma? Para Gérard Vergnaud, surge do fato dos professores não terem o hábito de levar os resultados das pesquisas para dentro da sala de aula, as quais podem dar respostas aos questionamentos dos discentes e minimizar uma série de dúvidas dos alunos e por fim a aversão à matemática.

A teoria dos campos conceituais possui como principal finalidade a compreensão de filiações e rupturas que ocorre entre as ideias iniciais dos alunos no campo da matemática. No entanto, a mesma não é exclusiva da matemática, embora teve como ponto de partida a concepção de explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas e multiplicativas. O campo aditivo é dividido em quatro classes: transformação – mudança de estado inicial mediante uma situação positiva ou negativa que modifica o resultado; combinação de medidas – junção de conjuntos; comparação – confronto de duas quantidades; composição de transformações – alterações sucessivas do estado inicial. O campo multiplicativo é dividido em três classes: proporcionalidade; organização retangular e análise combinatória. Um exemplo de filiação da multiplicação está relacionado à adição através da soma de parcelas iguais, ou melhor, o aluno permanece solucionando as situações com o conhecimento do campo aditivo. No entanto, o ponto de ruptura ocorre quando o aluno percebe que não é suficiente resolver pela adição de parcelas iguais e compreende algumas situações-problema que abrangem as estruturas multiplicativas. No geral, esta teoria cognitivista neopiagetiana é baseada em cinco conceitos-chave: campo conceitual, conceito, situações, invariantes operatórios e esquemas.

O campo conceitual propõe um diagnóstico da aprendizagem e apresenta conceitos pelo quais é permitido fundamentar uma análise da construção do conhecimento adquirido pelos estudantes.

Para Vergnaud (1982, p.40) isso ocorre em

> "longo período de tempo, por meio da *experiência, maturação* e *aprendizagem".* A palavra *experiência* está ligada a interação do sujeito com objeto no cenário de sua vida no dia-a-dia; o termo *maturação* está relacionada com o crescimento fisiológico e ao desenvolvimento do sistema nervoso e a *aprendizagem,* essa seria por responsabilidade da escola.

O autor supracitado complementa quando apresenta circunstâncias, as quais os estudantes não são acostumados, usando conhecimentos aprendidos e suas experiências decorridas do passado, ou seja, estão fazendo uso de seus conhecimentos prévios. O conhecimento para ele é indicado por duas caraterísticas, explícita e implícita.

> O conhecimento dos estudantes pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica (língua natural, esquemas e diagramas, sentenças formais, etc). Seu conhecimento pode ser implícito, no sentido de que eles podem usá-lo na ação, escolhendo as operações adequadas, sem serem capazes de expressar as razões para esta adequação (VERGNAUD, 1998, p.141).

Diante do apresentado, o conhecimento explícito pode ser denominado por algo que temos consciência ao realizar, ou que seja capaz de documentar, e o implícito tem como característica algo executado pela intuição.

O conceito é como a formação de uma ideia que surge através das palavras e dos pensamentos, não se restringindo apenas à definição, ao menos quando refere-se à aprendizagem e ao ensino. É por meio de resolver uma situação-problema que o conceito adquire sentido para uma criança. Na teoria dos campos conceituais, o conceito é tido como formado por três conjuntos, representado por C = (S, I, R), em que:

> *S* é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo; ***I*** é um conjunto de invariantes (propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações; *R* conjunto de formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permite representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamentos (o significante). (VERGNAUD, 1996, p.166).

A partir disso, no caso do campo multiplicativo pode tratar esses conjuntos das seguintes formas: *S* como as ideias de proporção, de comparar, combinar; *I* as propriedades para relacionar e operacionalizar, ou seja, resolver as situações; *R* para representar os procedimentos seja por meio dos desenhos, contagem pictórica ou diagrama.

A situação é o que dar sentido ao conceito, pois os conhecimentos dos alunos são formados pelas situações que aos poucos vão governando. Todavia uma situação necessita de diversos conceitos para ser explorada de modo igual, o conceito carece de múltiplas situações para que seja considerável.

O invariante operatório são os conhecimentos contidos nos esquemas, denominados de conceito-em-ação e teorema-em-ação, "[...] um teorema-em-ação é uma proposição que pode ser verdadeira ou falsa. Um conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante" (VERGNAUD, 1998, p. 168). O estudante ao desenvolver um cálculo e não compreender de forma consciente os fatores conceituais que fundamenta esse procedimento, seguindo uma linha do conhecimento implícito é um exemplo de invariante, ressaltando que a partir desse conhecimento implícito adquirimos o explicito, logo é necessário o auxílio do professor para construir conceitos e teoremas explícitos sendo cientificamente aprovado, dessa forma os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem tornar verdadeiros conceitos e teoremas científicos.

O conceito de esquema segundo Vergnaund (1996), pode ser estabelecido em dois casos: o primeiro relacionado a uma mesma classe de situações, sendo o mesmo que ter comportamentos automatizados; o segundo podemos denominar como fazer descobertas, o qual não segue a linha do comportamento automatizado, e sim, entrar numa espécie de competição entre as ideias para adquirir uma solução, onde devem ser acomodados, descombinados e recombinados. O autor diz que:

> O conceito de esquema é essencial para qualquer teoria cognitivista, porque ele articula, dentro dele mesmo, ambos, o comportamento e os aspectos representacionais: regras de ação e invariantes operatórios. Os esquemas estão no âmago da cognição e no âmago do processo de assimilação-acomodação (VERGNUAUD, 1997, p.27)

Por fim, o esquema é a forma que o estudante elabora a estrutura e organiza a resolução de uma tarefa posta pelo seu professor. Vergnaund, relata que é necessário o professor propor novas situações, as quais as crianças precisam desenvolver conceitos, ferramentas e limites, não sendo dessa forma elas não teriam razão para aprender. Em matemática, ele insiste na resolução de problemas, ou seja, propor situações que não seja fácil para as crianças responderem, para fazer evoluir seus conhecimentos, mas é preciso saber manipular esses problemas para não desestabilizar as mesmas diante dessa metodologia.

É fácil notar que para algumas pessoas o “problema” é uma situação irritante e não é interpretada como um desafio. O mesmo acontece na sala de aula, em que os problemas matemáticos muitas vezes são expostos de maneira desmotivadora, apenas seguindo regras acadêmicas. Um dos aspectos da desmotivação se dá através de alguns livros didáticos que são apresentados da seguinte ordem: os conceitos, as propriedades, as fórmulas, e por fins exemplos que envolvem as operações estudadas anteriormente.

O que acontece frequentemente quando os alunos têm conhecimento em relação aos conceitos e técnicas das operações, e não conseguem chegar ao resultado desejado pela falta de estratégias e ansiedades. É fundamental sabemos que a educação está direcionada para o crescimento integral do ser humano, fazendo com que o mesmo seja apto a criticar e analisar as informações que recebe, assim selecionam aquelas que terão utilidades em sua vida.

Ao trabalhar com a combinatória é interessante observar os passos feitos pelos alunos para resolver os problemas e como pensaram para chegar à solução.

Segundo Batanero (1997), criar situações que o aluno possa discutir, tendo oportunidade de expor suas ideias, propondo sugestões, questionamento e refletir, proporciona-o uma autoconfiança para resolver as situações propostas. A partir disso, é importante mostrar o aluno o que ocorreu para acarretar o erro de algum problema.

Esteves (2001), desenvolveu em sua pesquisa uma investigação no ensino da Análise Combinatória. Para isto, foi formado dois grupos, com intuito de intervir de formas distintas, sendo o primeiro com uma abordagem experimental e o outro de referência. No primeiro grupo, de início não foi mostrada as fórmulas, as definições e nomenclaturas, foi utilizada uma proposta formada por ela, só foram expostas no último encontro da sequência.

> [...] Isto é, acreditamos na necessidade de o aluno iniciar trabalhando com situações-problemas, usando um caminho intuitivo e, aos poucos, introduzimos situações mais complexas, onde poderemos institucionalizar o conceito introduzindo, ou não, as fórmulas. (ESTEVES, 2001, P.33.)

Iniciar o trabalho com situações-problemas é pouco utilizado pelos professores de hoje, sendo que o mesmo tem como objetivo a formação conceitual do aluno.

No segundo grupo, foi mostrada uma abordagem tradicional, aquela que é utilizada por quase todos os professores, dando ênfase as definições, fórmulas e exercícios repetitivos. Ao verificar os resultados dos pôs-teste feitos pelos grupos, foi notado que existiam dificuldades, principalmente em relação à interpretação das questões. No entanto o grupo que obteve resultados com mais acertos foi o experimental.

Através dessa pesquisa feita por Esteves mostramos que não é valido o argumento seguinte:

> os problemas matemáticos têm uma e somente uma respostas correta; existe uma forma correta de resolver um problema matemático e, normalmente, o correto é seguir a última regra demonstrada em aula pelo professor; os estudantes "normais" não são capazes de entender Matemática, somente podem esperar memorizá-la e aplicar mecanicamente aquilo que aprenderam sem entender; os estudantes que entenderam Matemática devem ser capaz de resolver qualquer problema em cinco minutos ou menos; a Matemática ensinada na escola não tem nada a ver com o mundo real (ECHEVERRÍA, 1998, p.46).

Como consequência do trabalho apresentado por Esteves o professor deve ficar atento e não dar relevância aos argumentos sobre as situações problemas como o de Echeverría, portanto para chegar à solução de uma determinada situação existem numerosos caminhos e várias formas de como o problema pode ser discutido em sala de aula.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA E RESULTADOS

2.1 - NATUREZA DA PESQUISA

A definição de pesquisa segundo Gil (2007, p.17) é como um:

> (...) procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa desenvolve-se por um processo constituído de várias fases, desde a formulação de problema até a apresentação e discussão dos resultados.

Uma pesquisa começa a partir do surgimento de uma dúvida ou um problema para o qual deseja procurar uma solução, ou seja, a palavra pesquisa significa buscar respostas para uma determinada pergunta. Tal qual ressalta Araújo e Borba (2004), por mais que a definição dessa pergunta norteadora seja vista como difícil, através desta que obtemos o desenvolvimento da pesquisa. Essa dificuldade deixará de existir quando o pesquisador perceber que a pergunta se forma completamente no decorrer da investigação e não desde o início.

A pesquisa qualitativa tem como aspecto analisar e interpretar as atitudes do ser humano, descrevendo a variedade do seu comportamento. O surgimento dessa metodologia deu-se a partir dos antropólogos, quando estudavam indivíduos, tribos e pequenos grupos ágrafos, observaram que os dados não podiam ser analisados de forma quantitativa através de informações numéricas e sim de forma qualitativa por meio da interpretação.

Este trabalho apresenta uma abordagem qualitativa, também conhecida por etnográfica ou naturalística. De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 47 – 50), a pesquisa qualitativa assume as seguintes características:

> 1- Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
> 2- A investigação qualitativa é descritiva;
> 3- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
> 4- Os investigadores qualitativos tendem a analisarem os seus dados de forma indutiva;
> 5- O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

A primeira característica considera a importância do contato entre o pesquisador, o local e a situação em estudo; a segunda mostra que as palavras escritas têm mais destaque para obter os dados de análise; a terceira é como o comportamento dos investigados está sendo avaliado pelo investigador; na quanta o objetivo é no estudo de pesquisa perceber quais são as questões principais e a última característica é como os participantes representa as ações, palavras e etc.

2.2 - SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos que participaram da pesquisa foram os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Ensino Fundamental Augusto dos Anjos, localizada no bairro da Liberdade, rua Paraíba, Nº 240, na cidade de Campina Grande, município paraibano. Atende prioritariamente a comunidade do próprio bairro. No ano letivo em curso nessa instituição de ensino, funcionam turmas do Ensino Fundamental do 6º ano ao 9º ano em dois turnos: manhã e tarde.

A escola conta uma estrutura de uma sala da direção, uma biblioteca, uma sala de professores, estacionamento, uma cozinha, um campo de futebol, seis banheiros (2 especiais), uma mecanografia (responsável pelo material pedagógico), uma sala do AEE (atendimento educacional especializado), uma sala do mais educação, uma sala de artes e um espaço de lazer. Contém alguns equipamentos tecnológicos como: projetor multimídia, televisão, computadores, aparelho de som.

A turma tem matriculado 16 alunos, sendo 5 meninos e 11 meninas com média de idade de 15 anos.

Figura 1: Foto da vista frontal da escola

Fonte: A pesquisadora

2.3 – ENCONTROS SUCEDIDOS NA ESCOLA

2.3.1 - Primeiro encontro

Foi realizado no dia 18 de abril de 2018 em três aulas, foi proposto duas situações problemas partindo do seu cotidiano, que envolve o conteúdo de análise combinatória (combinação e arranjo).

Primeiro problema

Quando seis pessoas se encontram, quantos apertos de mãos são possíveis sem que os cumprimentos se repitam?

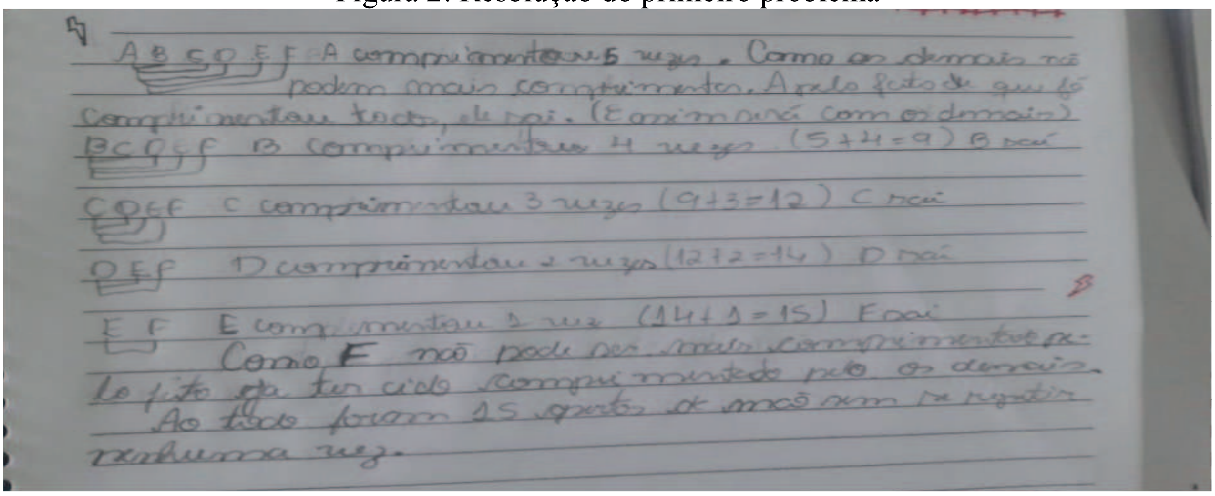
De início, os alunos tiveram muita dificuldade para interpretar a questão, fizeram argumentos como mostra a seguir:

Aluno A – professora eu não sei fazer

Aluno B – é muito difícil

A partir desses comentários feitos pelos alunos, foi solicitado que seis pessoas da turma, de forma voluntária na frente dos demais colegas, fizessem a interação como demanda a questão, os mesmos chegaram ao número de apertos de mãos para os seis componentes. Posteriormente foi pedido que cada um da turma resolvesse em uma folha, e mostraram soluções da seguinte forma:

Figura 2: Resolução do primeiro problema


A B C D E F A comprimentou 5 vezes. Como os demais não podem mais comprimentos. A pelo fato de que foi comprimentou todos, ele sai. (E assim será com os demais)
B C D E F B comprimentou 4 vezes (5+4=9) B sai
C D E F C comprimentou 3 vezes (9+3=12) C sai
D E F D comprimentou 2 vezes (12+2=14) D sai
E F E comprimentou 1 vez (14+1=15) E sai
Como F não pode ser mais comprimentado pelo fato de ter sido comprimentado pelo os demais.
Ao todo foram 15 apertos de mão sem se repetir nenhuma vez.

Fonte: elaborado pela autora, 2018

Foi possível notar que tanto no entretenimento feito em sala como nas soluções feitas por cada estudante, a ordem como as pessoas são colocadas não gera novas possibilidades.

O ponto de partida da nossa pesquisa, como já citada, foi vivenciado o dito por Batanero (1997), criar situações que o aluno possa discutir, tendo oportunidade de expor suas ideias, propondo sugestões, questionamento e refletir, proporciona-o uma autoconfiança para resolver as situações proposta. A partir disso, é importante mostrar o aluno o que ocorreu para acarretar o erro de algum problema.

Segundo problema

Para representante de turma da sala de aula, candidataram-se 3 pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice representante?

Quando foi apresentado esse problema, os alunos questionaram se responderiam da mesma forma como a situação anterior, como consequência dessa pergunta foi feito o seguinte questionamento

Pesquisadora – Neste problema a ordem como os elementos são posicionados gera novas possibilidades?

Aluno C – Como assim?

Pesquisadora – Mário como representante e Vitória como vice representante é o mesmo que Vitória como representante e Mário como vice representante?

Aluno D – Não

Pesquisadora – A ordem importa?

Aluno D – Sim

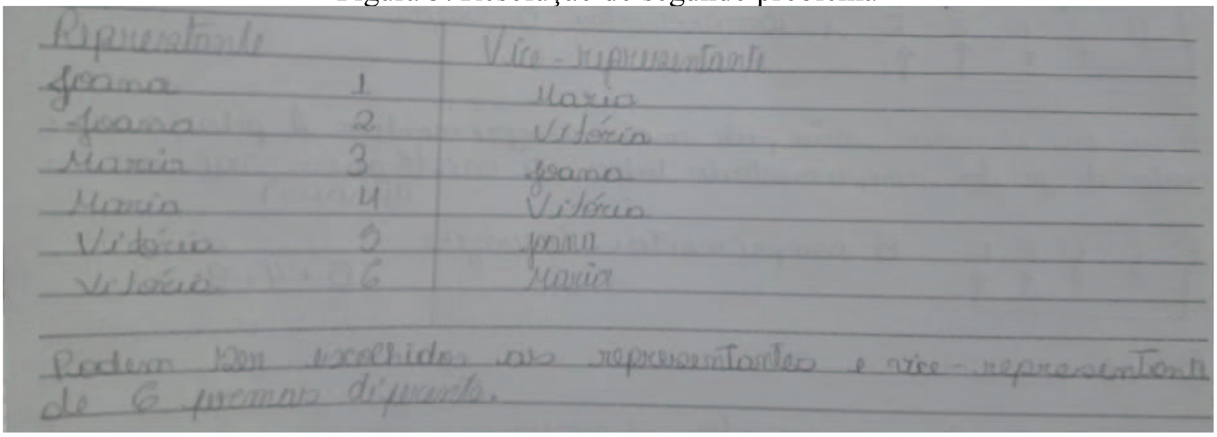
Pesquisadora – Por que?

Aluno E – porque as duplas ficam diferentes

Aluno D – porque representante é diferente de vice representante.

Posteriormente a essa conversação, foi observado que a maioria dos alunos percebeu que a ordem como os elementos são colocados gera novas possibilidades. Apresentando soluções como a seguinte:

Figura 3: Resolução do segundo problema



Fonte: elaborado pela autora, 2018

2.3.2 - Segundo encontro

Foi realizado em dois dias, 27 de abril de 2018 em duas aulas e 02 de maio de 2018 em três aulas. O primeiro dia teve o objetivo de trabalhar com situações problemas combinatórios que envolvem produto cartesiano e permutação, no segundo dia, foi trabalhado questões relacionada a arranjo e combinação. Nesses encontros foram apresentados métodos como a árvore de possibilidades, tabelas, desenhos, entre outros. Através dos questionamentos em relação à resolução dos problemas, as aulas eram transformadas em debates, no qual os alunos tiveram a oportunidade de apresentar suas respostas no quadro, proporcionando fazer comparações com os resultados dos demais colegas.

2.3.3 Terceiro encontro

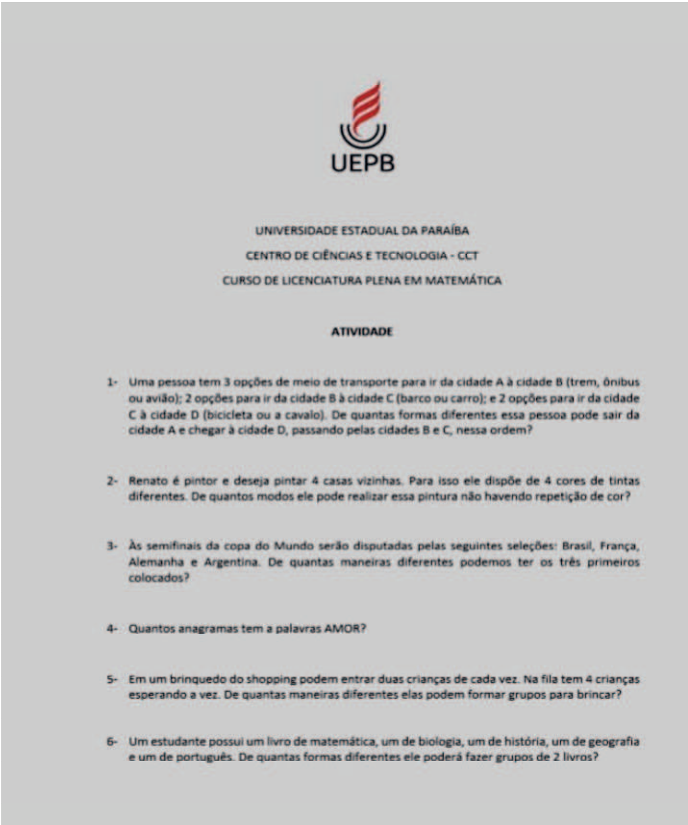
Foi realizado no dia 11 de maio de 2018 em duas aulas, o qual foi aplicado uma atividade individual, contendo seis questões abertas de acordo com o nível dos alunos, para avaliar se as aulas anteriores tinham contribuído no desempenho dos estudantes, os mesmos mostraram entusiasmo para realização dessa atividade, o que favorece para o ensino da matemática.

Figura 4 e 5: Imagens dos alunos resolvendo a atividade

Fonte: elaborado pela autora, 2018

No último encontro, foi aplicada uma atividade individual, contendo seis questões conforme.

Figura 6: Atividade aplicada



UEPB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT

CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

ATIVIDADE

1- Uma pessoa tem 3 opções de meio de transporte para ir da cidade A à cidade B (trem, ônibus ou avião); 2 opções para ir da cidade B à cidade C (barco ou carro); e 2 opções para ir da cidade C à cidade D (bicicleta ou a cavalo). De quantas formas diferentes essa pessoa pode sair da cidade A e chegar à cidade D, passando pelas cidades B e C, nessa ordem?

2- Renato é pintor e deseja pintar 4 casas vizinhas. Para isso ele dispõe de 4 cores de tintas diferentes. De quantos modos ele pode realizar essa pintura não havendo repetição de cor?

3- Às semifinais da copa do Mundo serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros colocados?

4- Quantos anagramas tem a palavras AMOR?

5- Em um brinquedo do shopping podem entrar duas crianças de cada vez. Na fila tem 4 crianças esperando a vez. De quantas maneiras diferentes elas podem formar grupos para brincar?

6- Um estudante possui um livro de matemática, um de biologia, um de história, um de geografia e um de português. De quantas formas diferentes ele poderá fazer grupos de 2 livros?

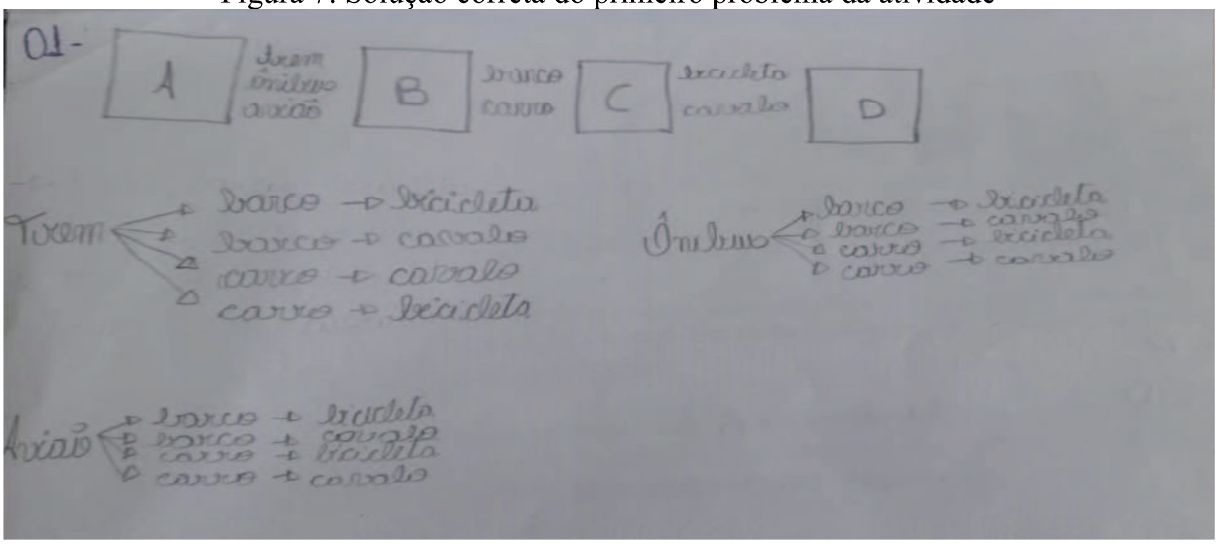
Fonte: elaborado pela autora, 2018

Nessa atividade, o primeiro problema poderia ser resolvido pelo produto cartesiano, o segundo envolvia permutação, o terceiro e quarto está relacionada a ideia de arranjo e por fim o quinto e sexto, o aluno teria que pensar em combinação, totalizando seis problemas. Foi comentado que os alunos podiam resolver tais questões da forma que desejassem.

Segundo Vergnoud (1996), o conceito é composto por três conjuntos (situações, invariantes e representação), como mostrado anteriormente. Pessoa e Borba (2010) destacam em relação ao conteúdo de análise combinatória (produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação) está interligado ao conjunto situações; no caso da ordem e a escolha dos elementos nas situações, está referindo-se ao conjunto invariantes e as distintas formas de apresentar as soluções dos problemas como figuras, desenhos, listagens, arvore de possibilidades, diagramas, quadro, fórmulas, entre outros, está associada ao conjunto de representação.

Ao analisar os registros, foi possível verificar que, dos quinze estudantes que realizaram a atividade, no primeiro problema, um deixou a questão em branco, dois erraram, três deixaram a solução incompleta e nove encontraram o resultado correto. Ressaltando que nas soluções que os alunos não acertaram, ocorreu pelo fato das operações inadequadas. E os que acertaram, a maioria apresentam solução como a seguir:

Figura 7: Solução correta do primeiro problema da atividade

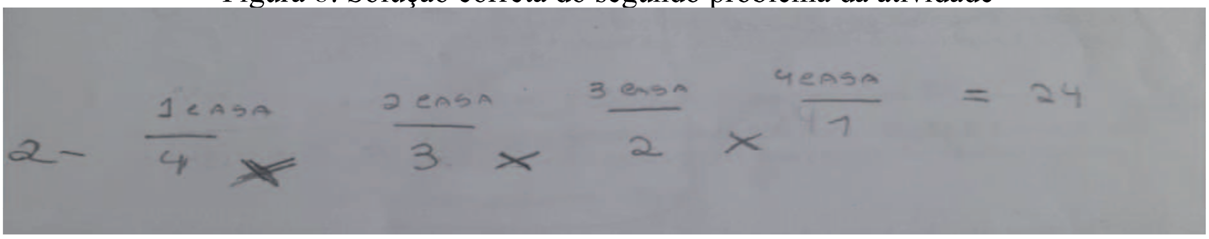


Fonte: elaborado pela autora, 2018

Na figura anterior a aluna apresenta estratégia de desenhos e diagrama da árvore, colocando todas as possibilidades possíveis para o primeiro meio de transporte, segundo e terceiro. “A utilização do diagrama da árvore é importante para clarear a conexão entre os experimentos compostos e a combinatória, pois permite que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento" (PCN, 1998, p.79).

Na segunda questão, um aluno não acertou, dois deixaram em branco, quatro deixaram incompletos e oito responderam de forma correta. O aluno que errou utilizou a operação de adição, três das incompletas tentaram resolver usando listagem e boa parte das soluções certas esta da maneira a seguir:

Figura 8: Solução correta do segundo problema da atividade

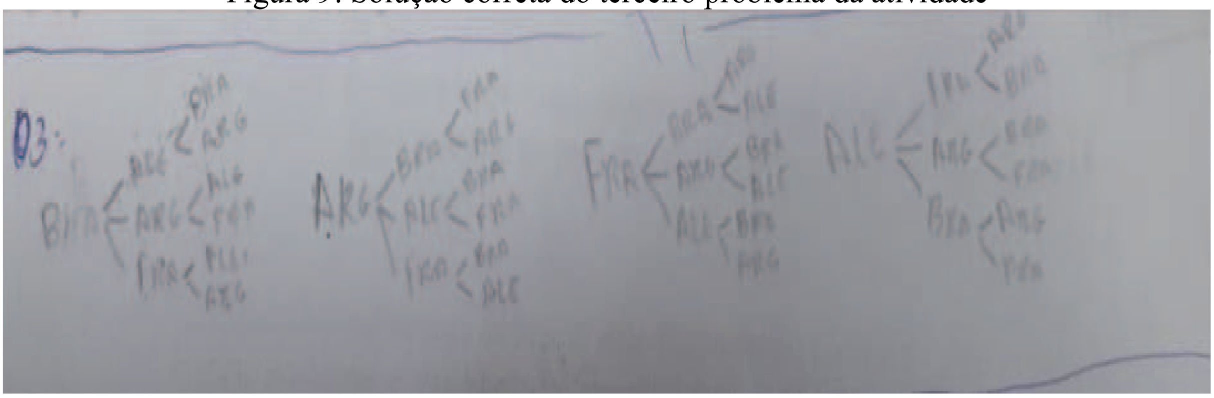


Fonte: elaborado pela autora, 2018

Sobre a solução exibida acima, é notório que essa criança resolveu de forma mais direta, usando a fórmula de permutação, possibilitando quatro cores para primeira casa, três para segunda, pois não poderia repetir a cor anterior, assim sobrando duas cores para terceira e restando apenas uma para quarta casa.

Na terceira questão, foi uma das mais que os alunos possuíram dificuldades, dois não resolveu de nenhuma forma, três ficaram incompletas, três erraram, e assim, sete é o número que acertaram. Nesse problema, alguns, dos que não acertaram, deram como solução o número doze, que seria quatro vezes três, os que deixaram incompletos e solucionaram corretamente, aplicaram o método da listagem, tabela e diagrama de árvore, o qual foi empregado na maior parte e está exposto em seguida:

Figura 9: Solução correta do terceiro problema da atividade

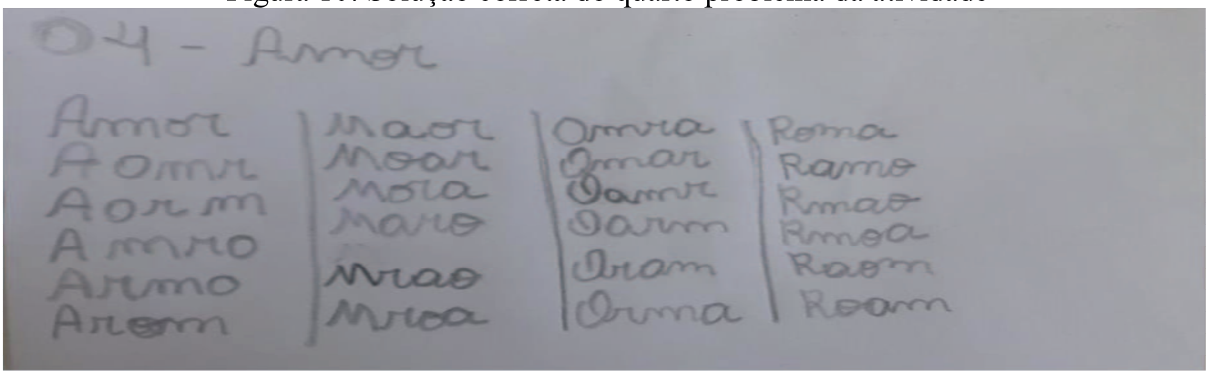


Fonte: elaborado pela autora, 2018

A partir dessa imagem, podemos frisar que na resolução a ordem como os nomes das seleções era colocada dava existência a outras possibilidades. O uso do diagrama de árvore é importante, pois segundo (BATANERO; GODINO; NAVARRO – PELAYO, 1996, p.54) “ é uma representação que ajuda a compreender melhor as situações de enumeração e a encontrar com simplicidade a regra do produto”.

Na quarta questão, dois alunos deixaram em branco, um fez de forma incompleta e doze responderam corretamente, esta foi a que obteve o maior número de acertos e a maior parte resolveu pela multiplicação e pela listagem como mostra abaixo:

Figura 10: Solução correta do quarto problema da atividade

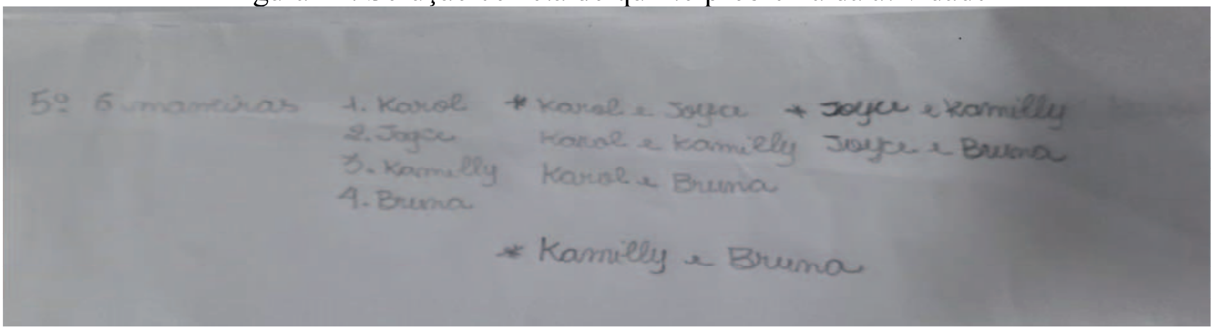


Fonte: elaborado pela autora, 2018

Na figura anterior a aluna apresenta a listagem como solução do problema, nessa situação é importante observar que a mesma resolveu de maneira sistematizada, ou seja, resolveu de forma organizada seguindo uma ordem das letras inicias das possíveis palavras, com isso, facilita verificar que esgotou o número de anagramas. É relevante também que esse problema trata de um valor pequeno na solução, assim, favorece utilizar essa estratégia para encontrar o resultado. Ressaltando que alguns estudantes tiveram algumas dificuldades como destaca ROA et. al. (1997), a execução de uma listagem não sistemática dos alunos pode fazer com que esqueça de algum caso ou contá-los em excesso.

Na quinta questão, quatro discentes resolveram incorretamente e onze de modo certo. Dois dos alunos que não acertaram, fizeram a multiplicação entre quatro e dois, e os que fizeram corretamente utilizaram o diagrama de árvore, desenhos, tabelas e listagem como a seguir:

Figura 11: Solução correta do quinto problema da atividade

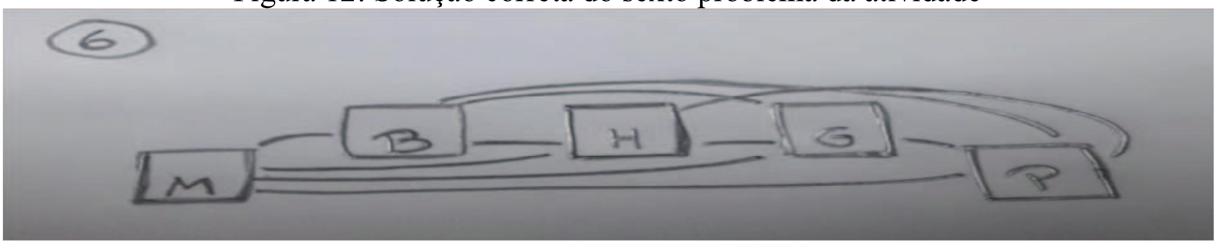


Fonte: elaborado pela autora, 2018

Na ilustração acima, nota-se que a aluna fez o uso da listagem, mas o que deixa interessante nessa solução é a criação de nomes para as determinadas crianças, assim possibilitando usar esse método.

A sexta questão, foi a que os discentes obtiveram o menor número de acertos, três não responderam, quatro erraram, dois fizeram de forma incompleta, apenas seis alunos acertaram, dois deixou incompleto e acertou, a maioria resolveu por diagrama de árvore e listagem, apenas uma única aluna que acertou, resolveu do modo abaixo:

Figura 12: Solução correta do sexto problema da atividade



Fonte: elaborado pela autora, 2018

Na imagem acima mostra o desenho como estratégia utilizada por essa aluna para a solução, a mesma demostra compreensão, pois, independente da forma como os livros são postos a ordem não causa novas possibilidades. Resolver por meio de desenho ou imagem é proposto pelo seguinte documento:

> (EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

Ao observar os resultados da atividade dos discentes que colaboraram para este estudo, percebe-se que ocorreu um progresso no raciocínio combinatório desses alunos. No entanto, o primeiro momento em sala de aula, os mesmos mostraram dificuldade na interpretação dos problemas, em razão disso, não emitiram estar muito animados para expor suas estratégias, no segundo encontro expressaram um comportamento diferente, tendo mais interesse em compreender, pois observavam com atenção as estratégias de seus colegas, assim gerando uma participação ativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve o objetivo de investigar como ocorre a formação dos conceitos de combinatória na turma do 9º ano do ensino fundamental, tendo em vista a teoria dos Campos Conceituais.

Buscamos nesse estudo, oportunizar os alunos a abraçarem os problemas tendo como critério de investigá-lo, possibilitando as descobertas de suas potencialidades e seus limites, fazendo uso de seus conhecimentos explícitos e implícitos citado por Vergnaud (1998). A metodologia do trabalho foi aprovada pela maior parte dos alunos, visto que, ao concluírem a atividade, comentaram em sala de aula que compreendiam mais os problemas resolvendo através de estratégias, do que fazendo uso apenas das fórmulas. Apenas dois alunos criticaram a ausência de explicações e exemplos. O que é considerável, pois maioria dos professores em suas práticas inicia primeiro com explicações e exemplos repetitivos e depois passam exercícios. O que diferencia da pratica proposta, que parte direto para o problema.

Ao decorrer da investigação, teve-se o cuidado de haver uma interação entre os alunos e as pesquisadoras, buscando destacar a importância de aspectos como repetição e ordenação dos elementos presentes nas situações.

Em princípio, trabalhar o conteúdo de análise combinatória em turmas do 9º ano do ensino fundamental é essencial, no entanto, oportunizam criarem estratégias diversificadas, ter contato com os princípios Aditivos e Multiplicativos, dessa forma, acreditamos que facilitará a compreensão dos discentes ao estudarem novamente tal assunto no ensino médio.

Percebemos que entre as diversas dificuldades encontradas pelos alunos, podemos assegurar que os estudantes do nono ano do Ensino Fundamental possuem um raciocínio combinatório segundo a teoria dos Campos Conceituais.

Concluímos esta pesquisa pensando nas experiências vividas e nos saberes alcançados durante este trabalho, que através do estudo anterior sobre o tema, na elaboração da atividade e na troca de conhecimentos com os discentes ao andar dos encontros, ajudaram certamente a aprimorar meu objeto de estudo sobre o conteúdo de combinatória e estimular a abordar em turmas do nono ano do ensino fundamental.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Jussara de Loiola. e BORBA, Marcelo de Carvalho. **Construindo pesquisa coletivamente em educação matemática.** In: BORBA, M. C. e ARAÚJO, J. L. (org.) Pesquisa qualitativa em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BATANERO; C. **Razonamiento combinatorio en alunos de secundaria.** Educación Matemática, 8(1), 26-39. 1997.

BATANERO, C; GODINO, J; NAVARRO-PELAYO, V. **Razonamiento combinatorio**. Madri: Ed. Sintesis, 1996.

BOGDAN, R & BILLEN, S. **Investigação qualitativa em educação, uma introdução à teoria e aos métodos;** tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal. Editora Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC. Secretária de Educação Básica, v.2, 2006.

BRASIL, MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática.** 1º e 2º ciclos. Brasília: Ministério da Educação e Desporto – Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ensino Médio. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasília. MEC/SEM, 2002.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como Ensinar Matemática Hoje?** Temas e Debates. SBEM, Brasília, v. 2, p.15-19, 1989.

ECHEVERRÍA, M. D. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 44-65.

ESTEVES, INÊS. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental.** SÃO PAULO: PUC – SP. 2001 – Dissertação Mestrado.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. Ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MATEMÁTICA Ensino Fundamental. Disponível em: http://basecurricular.portalsas.com.br/wp-content/uploads/2018/04/Ensino-Fundamental-Matematica.pdf. Acesso em: 06 de junho de 2018.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p.1-3.

PCN – **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática, terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, 1998.

PESSOA, C; BORBA, R. O Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Escolarização Básica. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana.** v.1, n.1. 2010.

ROA, R.; BATENERO, C.; GODINO, J. D.; CANIZARES, M. J. Estrategias de resolución de problemas combinatorio por estudiantes com preparación matemática avanzada. **In.: Epsilon**, n. 36, p. 433-446, 1997.

WERTHEIMER. J. **Productive thinking.** Chicago: University Press, 1945.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels.** Récherches em Didactique des Mathématiques, 10 (23), 1990.

______________.A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In. **Addition and Subtraction:** a cognitive Perspective. New Jerssey: Lawrense Erlbaun, 1982. p. 39-59.

______________. Multiplicative structures. In. HIEBERT, H.; BEHR, M. (Ed.). **Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades.** Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1998a. p. 141-161.

______________. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas.** Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Intituto Piaget, 1996. p. 155-191.

______________. The nature of mathematical concepts. In: Nunes, T. & Bryant, P. (Ed.) **Learning and Teaching Mathematics:** an International Perspective. Hove East Sussex: Psychology Press Ltd, 1997. P.5-27.

______________. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, 17 (2), 1998. p. 167-181.

VIANA, M. C. V. **Da idade da pedra ao século XXI:** da criação de matemática para resolver problemas à resolução de problemas para aprender matemática. IN: Simpósio internacional de pesquisa em educação matemática. 4º SIPEMAT, 2015. Ilhéus, BA. Anais... Ilhéus, BA: UDESC, 2015, P. 1 – 15.

APÊNDICE A – ATIVIDADE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

ATIVIDADE

1- Uma pessoa tem 3 opções de meio de transporte para ir da cidade A à cidade B (trem, ônibus ou avião); 2 opções para ir da cidade B à cidade C (barco ou carro); e 2 opções para ir da cidade C à cidade D (bicicleta ou a cavalo). De quantas formas diferentes essa pessoa pode sair da cidade A e chegar à cidade D, passando pelas cidades B e C, nessa ordem?

2- Renato é pintor e deseja pintar 4 casas vizinhas. Para isso ele dispõe de 4 cores de tintas diferentes. De quantos modos ele pode realizar essa pintura não havendo repetição de cor?

3- Às semifinais da copa do Mundo serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros colocados?

4- Quantos anagramas tem a palavras AMOR?

5- Em um brinquedo do shopping podem entrar duas crianças de cada vez. Na fila tem 4 crianças esperando a vez. De quantas maneiras diferentes elas podem formar grupos para brincar?

6- Um estudante possui um livro de matemática, um de biologia, um de história, um de geografia e um de português. De quantas formas diferentes ele poderá fazer grupos de 2 livros?