



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CAMPUS VI POETA PINTO DO MONTEIRO
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

VALQUÍRIA FERREIRA ALVES

**OS DIFERENTES MODOS E PERSPECTIVAS DA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS**

**MONTEIRO – PB
2018**

VALQUÍRIA FERREIRA ALVES

OS DIFERENTES MODOS E PERSPECTIVAS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Centro de Ciências Humanas e Exatas – CCHE da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A474d Alves, Valquíria Ferreira.

Os diferentes modos e perspectivas da Resolução de Problemas [manuscrito] / Valquíria Ferreira Alves. - 2018.

53 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas , 2018.

"Orientação : Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca ,
Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."

1. Resolução de problemas. 2. Educação matemática. 3.
Ensino da matemática. I. Título

21. ed. CDD 372.7

VALQUÍRIA FERREIRA ALVES

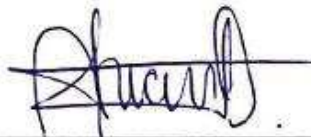
OS DIFERENTES MODOS E PERSPECTIVAS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Centro de Ciências Humanas e Exatas – CCHE da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de grau de Licenciada em Matemática.

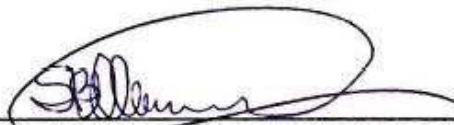
Área de concentração: Educação Matemática

Aprovada em: 18/06/2018.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB



Prof. Ms. Stanley Borges de Oliveira (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB



Prof. Ms. Rônero Márcio Cordeiro Domingos (Examinador)
Instituto Federal do Sertão Pernambucano – IF

A Deus, à minha família, aos meus amigos, aos colegas da primeira turma de graduação em Matemática e ao meu orientador pela dedicação, incentivo e amizade.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida, pela fé, perseverança, que me deu energia e benefícios para vencer as dificuldades e concluir este trabalho.

Aos meus pais, pela orientação e dedicação nessa fase do curso da graduação e durante toda vida.

Ao meu esposo pelo incentivo, pela luta e pelo apoio, para que os objetivos fossem alcançados.

À minha linda filha, pela compreensão, ausência em sua vida devido aos meus estudos.

Ao meu orientador professor Roger Huanca, por gentilmente, ter me ajudado e orientado no decorrer deste trabalho, me dando todo o suporte e apoio necessário.

Aos membros da banca examinadora Prof. Ms. Stanley Borges de Oliveira e Prof. Ms. Rônero Márcio Cordeiro Domingos, por aceitarem o meu convite e por terem contribuído com sugestões para o melhoramento desse trabalho.

Agradeço aos meus professores do curso da graduação, pela contribuição fundamental na minha formação.

Aos amigos da igreja, que estão sempre ao meu lado e que em todos os momentos me ajudaram e me deram forças com suas orações.

Agradeço a Beatriz Rodrigues de Almeida que deu uma contribuição na leitura crítica do trabalho.

Enfim, sou grata a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para realização desta monografia.

RESUMO

Este trabalho tem como foco de pesquisa a Resolução de Problemas e apresenta a seguinte pergunta norteadora: O que os pesquisadores em Resolução de Problemas, no Brasil e no exterior, dizem da Resolução de Problemas? Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo acrescentar informações à Resolução de Problemas e compreender o significado da Resolução de Problemas nos seus diferentes modos e perspectivas. Esta pesquisa apresenta um estudo bibliográfico, pois visa apresentar um texto mais narrativo que descritivo. Como metodologia, apoiamos-nos em leituras sobre Resolução de Problemas. Do nosso estudo, a Resolução de Problemas é uma metodologia que se destaca no ensino de matemática, pois propicia uma aprendizagem significativa, favorecendo o desenvolvimento intelectual, o pensamento crítico e autônomo do estudante. Dessa maneira, ensinar matemática através da resolução de problemas é a abordagem mais consistente com as recomendações dos documentos do NCTM e os PCNs, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto de resolução de problemas. Consideramos que, o presente trabalho poderá contribuir de maneira significativa para a Educação Matemática.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. O Ensino de Matemática. Educação Matemática.

ABSTRACT

This work has as a research focus the Problem Solving we interrogated with the question: What do problem-solving researchers in Brazil and abroad say about Problem Solving? In this sense, the present work aims to add information to Problem Solving and to understand the meaning of Problem Solving in its different ways and perspectives. This research presents a bibliographical study, since it aims to present a text much more narrative than descriptive and were used, as methodological procedures, readings on Problem Solving. From our study, Problem Solving is a methodology that stands out in the teaching of mathematics, as it provides a meaningful learning, favoring the student's intellectual development and critical and autonomous thinking. Also, teaching mathematics through problem solving is the most consistent approach to the recommendations of the NCTM documents and NCPs, as mathematical concepts and skills are learned in the context of problem solving. Thus, this humble work of completion of course can contribute to Mathematics Education.

Keywords: Problem Solving. The Teaching of Mathematics. Mathematics Education.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	09
2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DAS REFORMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA	11
2.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	11
2.2 NOVAS REFLEXÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	15
3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS FOCALIZANDO O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA	20
3.1 A METODOLOGIA DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	20
3.2 UMA CONTRIBUIÇÃO POSSÍVEL PARA MUDANÇAS NA PRÁTICA DO PROFESSOR.....	26
3.3 O PROCESSO DO ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO PROBLEMAS.....	28
4 PERSPECTIVAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	33
4.1 PERSPECTIVAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO BRASIL.....	33
4.2 PERSPECTIVAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO MUNDO.....	36
CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

O tema desta pesquisa diz respeito aos modos e perspectivas da Resolução de Problemas. Em particular, a Resolução de Problemas já despertava interesse desde muito cedo quando aluna no Ensino Fundamental, nesse período tive contato com algumas atividades envolvendo problemas ou exercícios nas aulas de matemática. A presença de um problema para ser resolvido era, naquele momento, uma situação que exigia pensar, mas que era muito interessante quando encontrava a resposta para tal. Mais tarde, como aluna do Curso de Licenciatura em Matemática, eu tive um interesse muito grande pela área da Educação Matemática. Na época, meu orientador ministrava a disciplina Prática Pedagógica no Ensino da Matemática, ele sempre iniciava suas aulas com um problema, isto chamou-me atenção e interesse em conhecer a metodologia de resolução de problemas.

O interesse por essa questão deve-se aos problemas relativos ao ensino usual de matemática que apontam a necessidade de se buscar metodologias de ensino que propiciem uma melhoria do quadro atual. Nesse sentido a Resolução de Problemas é considerada por educadores em Matemática como uma estratégia didática e metodológica fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno e para a aprendizagem em matemática.

Através do estudo bibliográfico, procurou-se, neste trabalho, responder a questão: O que os pesquisadores em Resolução de Problemas, no Brasil e no exterior, dizem da Resolução de Problemas? Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo acrescentar informações à Resolução de Problemas e compreender o significado da Resolução de Problemas nos seus diferentes modos e perspectivas. Com esse objetivo, foram desenvolvidos, nos capítulos que compõe o trabalho, importantes temas.

No 2º capítulo: “A Resolução de Problemas no contexto das reformas no ensino da matemática”, é mostrado problemas na história, as reformas e a Resolução de Problemas no século XX, quando surgiu o grande interesse pela Resolução de Problemas, como era o Ensino de Matemática antes desse interesse e quais são as recomendações por Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2005) para a aplicação no momento atual.

No 3º capítulo: “A Resolução de Problemas focalizando o desenvolvimento profissional de professores de matemática”, inicialmente é discutido os caminhos,

avanços e perspectivas da Resolução de problemas. Dando continuidade, explicitamos a Licenciatura em Matemática. Por fim, expomos o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

No 4º capítulo: “Perspectivas para Resolução de Problemas”, é apresentado concepções coerentes e estimulantes de autoria de destacados autores do Brasil e do exterior.

2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DAS REFORMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

2.1 A Resolução de Problemas

Desde a antiguidade problemas de matemática têm ocupado um lugar central no currículo de matemática. São encontrados registros de problemas matemáticos na história antiga egípcia, china e grega, e ainda são encontrados problemas em livros-texto de Matemática dos séculos XIX e XX. Segundo Onuchic (1999, p. 199), “O principal ponto a ser considerado, nos exemplos dados no passado, é que neles é assumida uma visão muito limitada da aprendizagem de resolução de problemas”.

Passando de uma sociedade rural “onde poucos conhecem a matemática” para uma sociedade industrial “onde mais pessoas precisavam aprender matemática” em razão da necessidade de técnicos especializados, seguindo para uma sociedade de informação em que a maioria das pessoas “precisavam saber matemática” e caminhando para uma sociedade de conhecimento que exige de todos “saber muita matemática” é natural que o homem tem buscado mais interesse em promover mudanças na forma de como se ensina e como se aprende matemática (ONUCHIC, 1999). Por outro lado, a matemática também tem desempenhado um papel importante no desenvolvimento da sociedade. Esse papel, atualmente, se mostra ainda mais significativo.

Segundo Onuchic (1999), após alguns anos o ensino de matemática deveria ser aprendido pelos alunos com compreensão. Assim, esta reforma descartava o ensino tradicional. Os métodos de tabuadas e seus treinos eram condenados, os alunos deveriam entender o que faziam. O professor falava, e o aluno escutava e repetia, não participava da construção do seu conhecimento. O professor não era preparado para trabalhar as ideias novas que queriam implementar. O trabalho era resumido a treinos de técnicas operatórias que seriam utilizadas na resolução de problemas-padrão ou para aprender um novo conteúdo. Nessa época, no século XX, iniciava-se a falar em resolver problemas como um meio de aprender matemática.

A primeira vez em que a resolução de problemas é tratada como um tema de interesse para o professor e aluno, nos níveis superiores, foi a partir do livro *How to solve it*, de Polya, cuja primeira edição data de 1945. Antes desse período, entretanto, houve algumas experiências e alguns estudos enfatizando os produtos da resolução de problemas. As experiências mais remotas e significativas podem ser creditadas a Dewey, entre 1896 e 1904.

Nessas experiências, as crianças estudavam através de projetos que reproduziam as situações socioeconômicas (estudo/resolução de problemas de interesse da comunidade). Dewey sugeria que essa orientação pedagógica, centrada em projetos, pudesse contribuir para o desenvolvimento do espírito crítico das crianças, capacitando-as a colaborar para o desenvolvimento de uma sociedade democrática (FIORENTINI, apud ONUCHIC, 1999, p. 201-202).

Em 1948, o trabalho desenvolvido por Herbert F. Sptizer, em aritmética básica, nos Estados Unidos, se apoiavam numa aprendizagem com compreensão, ou seja, sempre a partir de situações-problema e, em 1964, no Brasil, o professor Luis Alberto S. Brasil defendia um ensino de matemática a partir de um problema gerador de novos conceitos e novos conteúdos que eram importantes à época. Em 1950, foi estruturado um currículo como uma sequência de tópicos organizados, separados em séries, desligados da matemática de fora da escola (ONUCHIC, 202, 1999).

Ainda, segundo essa autora, entre 1960 e 1970 o ensino de matemática no Brasil e em outros países do mundo foi influenciado por um movimento de renovação conhecido como Matemática Moderna. Com esta reforma era deixada de lado as outras reformas anteriores. Apresentava uma matemática estruturada, assim apoiando em estruturas lógicas, algébricas, topológica e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos, elaborava várias propriedades, tinha preocupações enormes com abstrações matemáticas e apresentava uma linguagem matemática universal, concisa e precisa. Entretanto, acentuava o ensino de símbolos e uma terminologia complexa que comprometia o aprendizado. Essa reforma estaria voltada para a formação de um cidadão consciente, útil à sociedade em que vivia.

A importância dada à Resolução de Problemas é recente e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de se resolver problemas merecia mais atenção. A caracterização da Educação Matemática em termos de Resolução de Problemas, reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade. O ensino de Resolução de Problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação de Matemática, começou a ser investigado de forma sistemática sob a influência de Polya, nos Estados Unidos, nos anos 60 (ONUCHIC, 1999, p. 203).

Onuchic (1999) ressalta que no final dos anos 70, a Resolução de Problemas ganhou espaço no mundo inteiro. Ela ainda descreve que em 1980 foi editada, nos

Estados Unidos, uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics – An Agenda for Action: Recommendation for School Mathematics of the 1980's, que chamava a todos os interessados, pessoas e grupos, para juntos, buscarem uma educação matemática melhor para todos. Nesse sentido, Onuchic (1999, p. 204) disserta que,

A primeira dessas recomendação dizia que “resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80” e destacava que “o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos por toda essa década e que o desempenho em saber resolver problemas mediria a eficiência de um domínio, pessoal e nacional, da competência matemática.” O documento ainda dizia que resolução problemas abrange uma grande quantidade de rotinas e lugares comuns, assim como funções não rotineiras consideradas essenciais na vida diárias dos cidadãos. Dizia, também, que é preciso preparar os indivíduos para tratar problemas espaciais com que irão se deparar em suas próprias carreiras. Resolução de problemas envolve aplicar a matemática no mundo real, atender a teoria e a prática de ciências atuais e emergentes e resolver questões que ampliam as fronteiras das próprias ciências matemáticas.

Para essa autora, a força da resolução de problemas requer um amplo repertório de conhecimento, não apenas se restringindo às técnicas e aos conceitos, mas estendendo-se às relações entre eles e aos princípios fundamentais que os unem. Sendo assim, a matemática precisa ser ensinada como matemática e não como um acessório subordinado a seus campos de aplicação.

Segundo Onuchic (1999), as ações recomendadas pelo NCTM enfatizam que:

- O currículo matemático deveria ser organizado ao redor de resolução de problema;
- A definição e a linguagem de resolução de problemas em matemática deveriam ser desenvolvidas e expandidas de modo a incluir uma ampla gama de estratégias, processos e modos de apresentação que encerrassem o pleno potencial de aplicações matemáticas;
- Os professores de matemática deveriam criar ambientes de sala de aula onde a resolução de problemas pudesse prosperar;
- Materiais curriculares adequados ao ensino de resolução de problemas deveriam ser desenvolvidos para todos os níveis de escolaridade;
- Os programas de matemática dos anos 80 deveriam envolver os estudantes com resolução de problemas, apresentando aplicações em todos os níveis;
- Pesquisadores e agências de fomento à pesquisa deveriam priorizar, nos anos 80, investigações em resolução de problemas.

De acordo com essa autora, nesse documento, enfatizava-se também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, e os cognitivos na aprendizagem da matemática,

Onuchic (1999), em relação aos anos 80, aponta que a Resolução de Problemas foi vista como uma arte e como um objetivo, e questionada por pesquisadores do mundo todo. Já no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) chamaram a atenção para esse documento “Uma Agenda para a Ação” dizendo que essas ideias influenciaram as reformas ocorridas em todo o mundo e que muitos pontos de convergência foram constatados nas propostas nesse período 1980/1995.

Ao longo da década de 1980, os estudos e pesquisas deram grande atenção ao processo de resolução de problemas, mas, o processo continuou preso na busca pela solução do problema. Já no final dessa década, com todas essas recomendações de ação, os pesquisadores passaram a discutir o ensino e o efeito de estratégias e modelos. Também começaram a discutir as perspectivas didático-pedagógicas da resolução de problemas. Diante disso, segundo Onuchic (1999), em 1989 exatamente, a Resolução de Problemas passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. Ou seja, o problema pode ser visto como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Assim, problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação formal.

Onuchic (1999) disse que, a partir dos anos 90 em diante, o ensino de matemática deveria ser através da resolução de problemas, porque, ao se ensinar matemática através de problemas, os problemas são importantes não somente como propósito de se aprender matemática, mas também como um primeiro passo para se fazer isso. Ela ainda diz que, o ensino-aprendizagem de um conteúdo de matemática começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas a problemas razoáveis. Desse modo, o aprendizado pode ser visto como um movimento do concreto para o abstrato.

Para essa autora, o ponto central de interesse é ensinar matemática através da resolução de problemas. Nesse sentido, a razão mais importante para essa maneira de ensino é a de ajudar os alunos a compreender os conceitos, os

processos e as técnicas operatórias necessária no trabalho feito em cada unidade temática.

Nas palavras de Onuchic (1999), a compreensão de Matemática, pelos estudantes,

Envolve a ideia de que entender é essencialmente relacionar. Esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando: o aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos; o aluno consegue relacionar um dado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nela; o aluno consegue construir relações entre as várias ideias matemáticas contidas num problema. As indicações de que um estudante entende, interpreta mal ou não entende ideias matemáticas específicas surgem, com frequência, quando ele resolve um problema. Acreditamos que, ao invés de fazer da resolução de problemas o foco do ensino da matemática, professores, autores de livros, promotores de currículos e avaliadores de aprendizagem deveriam fazer da compreensão seu ponto central e seu objetivo. Fazendo isso, eles mudariam a visão estreita de que matemática é apenas uma ferramenta para resolver problemas, para uma visão mais ampla de que matemática é um caminho de pensar e um organizador de experiências. Com isso não pretendemos tirar a ênfase dada à resolução de problemas, mas sentir que o papel da resolução de problemas no currículo passaria de uma atividade limitada para engajar os alunos, depois da aquisição de certos conceitos e determinadas técnicas, para ser tanto um meio de adquirir novo conhecimento como um processo no qual pode ser aplicado aquilo que previamente havia sido construído (ONUCHIC, 1999, p. 208).

Segundo essa autora, ter a visão de que compreender deve ser o principal objetivo do ensino, ou seja, na certeza de que o aprendizado de matemática pelos alunos é mais importante quando é autogerado do que quando é imposto por um professor ou por um livro-texto. Ainda segundo Onuchic (1999), quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão.

2.2 Novas Reflexões sobre a Resolução de Problemas

No início do século XX, o ensino de matemática foi caracterizado por um trabalho apoiado na repetição, no qual o recurso à memorização de fatos básicos era considerado importante. Anos depois, dentro de uma nova orientação, os alunos deveriam aprender com compreensão, eles deviam entender o que faziam. Estas duas formas de ensino não deram sucesso quanto à aprendizagem dos alunos, como já foi dito no item anterior (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

Então, nas décadas de 60 e 70 começou-se a falar em resolver problemas como um meio de aprender matemática mas,

o ensino de matemática no Brasil e em outros países do mundo foi influenciado por um movimento de renovação conhecido como matemática moderna. Essa reforma que, como as outras não contou com a participação de professores de sala de aula, deixava de lado as anteriores. Ela apresentava uma matemática estruturada, apoiada em estrutura lógica, algébrica, topológica e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos (ONUICHIC; ALLEVATO, 2005, p.214-215).

Diante disso, Onuchic e Allevato (2005) dizem que, todas essas reformas não tiveram o sucesso esperado. Com isso, os questionamentos continuavam: Estariam essas reformas voltadas para a formação de um cidadão útil à sociedade em que vivia? Buscavam ensinar Matemática de modo a preparar os alunos para um mundo de trabalho que exige conhecimento matemático? Os anos 70 marcaram uma era de crescimento preocupada com um currículo de matemática projetado, inicialmente, para um aumento no escore de testes de habilidades básicas, também chamados testes de habilidades computacionais.

Assim, a importância dada à Resolução de Problemas é, portanto, recente, pois somente nessa década de 70 é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção. Dessa maneira, “Discussões no campo da Educação Matemática no Brasil e no mundo mostram a necessidade de se adequar o trabalho escolar às novas tendências que podem levar a melhores formas de se ensinar e aprender Matemática” (ONUICHIC; ALLEVATO, 2005, p. 215).

Na reflexão das autoras, na década de 80,

Muitos recursos em Resolução de Problemas foram desenvolvidos, visando ao trabalho de sala de aula, na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em Resoluções de Problemas. Muito desse material passou a ajudar os professores a fazer da Resolução de Problemas o ponto central de seu trabalho (ONUICHIC; ALLEVATO, 2005, p.216).

De acordo com os pressupostos de Onuchic e Allevato (2005), a publicação Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics foi projetada para falar sobre as tomadas de decisões do currículo de Matemática (professores, supervisores e promotores de materiais instrucionais) e descrever a matemática que todos os estudantes devem saber e ser capazes de fazer. As autoras ainda dizem que, posteriormente foi publicado Professional Standards for Teaching Mathematics, que mostra caminhos pelos quais os professores podem organizar as atividades em

sala de aula, de maneira que os alunos possam aprender Matemática descrita em Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, e a publicação Assessment Standards for School Mathematics, que contém os princípios em que professores e educadores se apoiam para construir práticas de avaliação que ajudem no desenvolvimento de um matemática forte para todos.

Esses Standards não pretendiam dizer, passo a passo, como trabalhar esses documentos. Ao contrário, queriam apresentar objetivos e princípios em defesa de que práticas curriculares, de ensino e de avaliação pudessem ser examinadas. Eles queriam estimular políticos educacionais, pais, professores, administradores, comunidades locais e conselhos escolares a melhorar os programas de Matemática em todos os níveis educacionais. Para dar conta dessas novas ideias foi preciso que novo enfoque fosse dado às salas de aulas e que se tivesse uma visão expandida dos algoritmos. Outra característica encontrada nesses currículos é o uso de contextos na Resolução de Problemas como um meio de desenvolver os conteúdos matemáticos e fazer conexões com outras áreas. Estes currículos retratam a Matemática como uma disciplina unificada por tópicos coerentemente integrados (ONUHCIC; ALLEVATO, 2005, p.217).

As autoras chamam a atenção para “Os Standards 2000”, e dizem que, esse documento apresenta seis Princípios a serem seguidos dentro de seu trabalho acadêmico: Equidade; Currículo; Ensino; Aprendizagem; Avaliação; e Tecnologia, sendo que estes princípios precisam estar profundamente ligados aos programas da Matemática escolar. Dessa forma, respeitando esses princípios são apresentados cinco Padrões de Conteúdos: Números e Operações; Álgebra; Geometria; Medida; e Análise de Dados e Probabilidade, que descrevem explicitamente o conteúdo a ser trabalhado e que os alunos devem aprender. Os outros cinco padrões são Padrões de Processo: Resolução de Problemas; Raciocínio e Prova; Comunicação, Conexões; e Representação, que realçam os caminhos de se adquirir e usar o conhecimento do conteúdo trabalhado (ONUHCIC; ALLEVATO, 2005).

Nesse sentido, “Os Standards 2000” sugeriram profundas mudanças em quase todos os aspectos do ensino e da aprendizagem de Matemática. Esse documento refinou e elaborou a partir dos outros documentos originais dos Standards, conservando intacta sua visão básica.

Onuchic e Allevato (2005) dizem que, no Brasil, apoiados em ideias dos Standards do NCTM, foram criados os PCNs:

- PCN - Matemática – 1º e 2º ciclos – 1ª a 4ª séries – 1997;
- PCN - Matemática – 3º e 4º ciclos – 5ª a 8ª séries – 1998;
- PCN - Matemática – Ensino Médio – 1999.

Esses documentos do Brasil têm como objetivos para a área de matemática contemplar as várias linhas para trabalhar o ensino de Matemática. Nesse sentido, esses objetivos têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias Matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles (ONUCHIC E ALLEVATO, 2005).

Diante desses documentos do NCTM e dos PCNs, consideramos importante destacar Walle (2001) onde ressalta que os professores de Matemática, para serem realmente eficientes, devem envolver quatro componentes básicos em suas atividades:

Gostar de disciplina Matemática, o que significa fazer Matemática com prazer; compreender como os alunos aprendem e constroem suas ideias; ter habilidades em planejar e selecionar tarefas e, assim, fazer como que os alunos aprendam Matemática num ambiente de Resolução de Problemas; ter habilidade em integrar diariamente a avaliação com o processo de ensino a fim de melhorar esse processo e aumentar a aprendizagem. Essas quatro ideias foram trabalhadas no contexto do movimento da reforma em Educação Matemática, uma revolução na Matemática escolar que começou em 1989 quando o NCTM publicou seu primeiro documento Standards e que continua no século XXI com a publicação dos Standards 2000 (ONUCHIC E ALLEVATO, 2005, p.219).

Walle, Onuchic e Allevato (2005) apontam que, todo conhecimento matemático consiste de representações de ideias internas ou mentais que nossa mente constrói. Sendo assim, podem-se distinguir dois tipos de conhecimento matemático: conceitual e procedimental. O conceitual consiste de relações lógicas construídas internamente e que existem na mente como parte de uma rede de ideias e é representado por palavras e símbolos. O conhecimento procedimental é o conhecimento de regras e de procedimentos usados para executar tarefas rotineiras. Estes procedimentos e símbolos podem ser conectados ou apoiados por conceitos, mas na verdade, poucas relações cognitivas são necessárias para se ter o conhecimento de um procedimento. Os procedimentos são rotinas aprendidas passo a passo para realizar uma tarefa (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

Ainda nos pressupostos de Onuchic e Allevato (2005),

Se insere a metodologia de “Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas”, que se constitui em um caminho para se ensinar matemática através da Resolução de Problemas e não apenas para se ensinar a resolver problemas. Nela, conforme já foi recomendado nos PCNs, o problema é um ponto de partida e, na sala de aula, através da

Resolução de Problemas, deve-se fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. Em uma sala de aula onde o trabalho é feito com a abordagem de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, busca-se usar tudo o que havia de bom nas reformas anteriores: repetição, compreensão, o uso de linguagem Matemática da teoria dos conjuntos, resolução de problemas e, às vezes, até a forma de ensino tradicional (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 220).

Diante das reflexões tecidas até este ponto em relação à Resolução de Problemas, Walle (2001) confirma que ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não significa apresentar um problema ou sentar-se e esperar que uma mágica aconteça. Assim, segundo esse autor, o professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deva ocorrer. Contudo, para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois. Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na segunda fase “durante”, os alunos trabalham e o professor observa e avalia esse trabalho. Na terceira, “depois”, enquanto os alunos justificam e avaliam seus resultados e métodos, o professor aceita a resolução dos alunos sem avaliá-los e conduz a discussão. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos.

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS FOCALIZANDO O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

3.1 A metodologia de ensino e de aprendizagem de matemática através da resolução de problemas

Segundo Onuchic e Allevato (2011) os estudos sobre Resolução de Problemas iniciaram-se por volta de 1989 no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus Rio Claro. Desde então, as autoras destacam que, vários trabalhos (artigos, dissertações e teses) foram produzidos nessa linha. O primeiro registro a respeito desses estudos sobre Resolução de Problemas consta no livro Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas (BICUDO, 1999), em um artigo intitulado Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas (ONUCHIC, 1999). Nesse artigo, foi feita as referências ao tratamento de problemas matemáticos, ao longo da História da Matemática.

Onuchic e Allevato (2011, p. 76-77), ainda situando historicamente a Resolução de Problemas e tomando como referência as escolas americanas,

Destacam que, durante o século XX e até atualmente, o ensino de matemática “experimentou seis fases identificáveis com diferentes ênfases: (1) Exercício e prática; (2) Aritmética significativa; (3) Matemática Moderna; (4) Volta às bases; (5) Resolução de problemas; e, atualmente, (6) Padrões e responsabilidade”. Reproduzimos, a seguir, um quadro elaborado por Lambdin e Walcott (2007) a respeito dessas fases:

Fases	Principais Teorias e Teóricos	Foco	Como atingir
Exercício e prática (aprox. 1920-1930)	Coneccionismo e associacionismo (Thorndike)	Facilidade com o cálculo.	<ul style="list-style-type: none"> • Rotina, memorização de fatos e algoritmos. • Quebrar todo o trabalho em séries de pequenos passos.
Aritméticas significativa (aprox. 1930-1950s)	Teoria da Gestalt (Brownell, Wertheimer, van Engen, Fehr)	Compreensão de ideias e habilidades aritméticas. Aplicações da matemática em problemas do mundo real.	<ul style="list-style-type: none"> • Ênfase nas relações matemáticas • Aprendizagem incidental. • Abordagem de atividade orientada.
Matemática Moderna (aprox. 1960-1970s)	Psicologia do desenvolvimento, teoria sociocultural (ex: Brunner, Piaget, Dienes)	Compreensão da estrutura da disciplina.	<ul style="list-style-type: none"> • Estudo das estruturas matemática. • Currículo em espiral. • Aprendizagem por descoberta.
Volta às bases (aprox. 1970s)	(Retorno ao) coneccionismo.	(Retorno à) preocupação com o	<ul style="list-style-type: none"> • (Retorno à) aprendizagem de fatos por exercício e

		desenvolvimento do conhecimento e das habilidades.	prática.
Resolução de problemas (aprox. 1980s)	Construtivismo, psicologia cognitiva e teoria sociocultural (Vygotsky)	Resolução de problemas e processos de pensamento matemático.	<ul style="list-style-type: none"> • Retorno à aprendizagem por descoberta. • Aprendizagem através da resolução de problemas.
Padrões, avaliação, responsabilidade (aprox. 1990 até o presente).	Psicologia cognitiva, teoria sociocultural vs renovada ênfase na psicologia experimental.	Guerras matemáticas: preocupação com alfabetização matemática dos indivíduos vs preocupação com a gestão dos sistemas educacionais.	<ul style="list-style-type: none"> • Desenvolvimento de currículos baseados em padrões e orientados ao estudante vs foco na preparação para os testes com expectativas específicas.

Quadro 1 – Relações entre as Fases da Educação Matemática e as Teorias Psicológicas de Aprendizagem. Traduzido de Lambdin e Walcott (2007, p. 5)

Olhando para o quadro 1, desde a década de 1980, a Resolução de Problemas vem se destacando até o presente. Neste sentido, o grupo GTERP – Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas, coordenado pela Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic passou a utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem. Então,

É sabido que se pode pensar em ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática como três coisas distintas, que não necessariamente ocorrem ao mesmo tempo ou como decorrência uma da outra. O século XX, século de muitas reformas no ensino de Matemática, passou a entender, porém, que ensino e aprendizagem deveriam ocorrer simultaneamente.

As comunidades de pesquisa em Educação Matemática se interessaram em criar novos produtos com a intenção de melhorar o ensino e a aprendizagem. Esses produtos, que podem ser novos materiais educativos, envolvem um processo de engenharia, de inventar partes e colocá-las juntas para formar algo novo. Assim, qualquer produto novo criado requer avaliação (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, P. 80).

Ainda segundo essas autoras, o conceito de avaliação começou a ser repensado nos ambientes de ensino. Assim, houve uma necessidade de compreensão para adotar os princípios da avaliação contínua e formativa. Sendo assim, passou a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos, ou seja, no ensino-aprendizagem a avaliação é um componente extremamente importante.

Envolvidos com o tema Resolução de Problemas, e assumindo a concepção de trabalhar Matemática através da resolução de problemas, o GTERP passou a empregar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica de trabalho para a sala de aula, que passamos a entender como uma metodologia. Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos

ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. Chamamos a esse processo de trabalho de uma forma Pós-Polya de ver resolução de problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, P. 81).

Nas palavras de Onuchic e Allevto (2011, p. 81), “na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula”. Assim, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Para Walle (2001), um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. Já para Onuchic e Allevto (2005) é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer.

Entendemos que implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. Dessa forma, o professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende-se construir. De tal modo, o professor precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade de aprendizagem que pretenda atingir com os discentes. Nesse sentido, os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Assim, esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Sendo assim,

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido.
- Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
- Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a auto-estima dos estudantes aumentam.

- Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.
- Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

As autoras, também dizem que, não tem maneira rígida de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula de Matemática. Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2011, p. 83-85) apresentam um roteiro composto por 9 atividades. Tais atividades foram compiladas a seguir:

- *Preparação do problema* - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.

- *Leitura individual* - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

- *Leitura em conjunto* - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos surgem um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

- *Resolução do problema* - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

- *Observar e incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o

trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

- O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

- *Registro das resoluções na lousa* – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

- *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

- *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

- *Formalização do conteúdo* – Neste momento, denominado *formalização*, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

Nessa metodologia segundo as autoras, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, ou seja, é o planejamento pretendido pelo professor.

Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. Assim, a avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Diante dos estudos que apresentamos neste item sobre a metodologia de Resolução de problemas, as autoras dizem que, a Resolução de Problemas tem cuidados em relação a questões epistemológicas, ontológicas e axiológicas. Essas questões dirigem os esforços do GTERP em suas intervenções e pesquisas.

Assim, a Resolução de Problemas também é vista como Filosofia da Educação Matemática, ou seja, tem forte confluência com que o GTERP tem desenvolvido, na concepção da Resolução de Problemas em Educação Matemática. Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2011) dizem que, apoiados na evolução do conhecimento e das práticas acerca desse tema, e em teorias construídas nas investigações conduzidas em especial nessa linha de pesquisa e naquelas relacionadas às formas de construção do conhecimento matemático, o GTERP tem refletido, metódica e sistematicamente, a partir das investigações científicas levadas a cabo, tendo como objetivo “desenvolver estudos que efetivamente atinjam a sala de aula, tanto a atividade do aluno como a do professor têm sido consideradas, buscando aprofundar conhecimentos e melhorar a compreensão da dinâmica e as implicações” do processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas no trabalho com a Matemática. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.86)

Olhando para o quadro 1 na página 20, fases da Educação Matemática e as teorias, a Matemática é uma ciência de padrão e ordem. Assim, instituída como ciência por constituir-se num ramo particular do conhecimento, por possuir natureza empírica, lógica e sistemática, e por basearem-se em provas, princípios, argumentações ou demonstrações que garantem ou legitimam sua validade.

Nesse aspecto Onuchic e Allevato (2011, p. 89) afirmam que, “[...] Em geral, entende-se por padrão é um modelo que vale sempre; qualquer objeto que serve de referência para a elaboração ou compreensão de outro”. Ainda outro aspecto constitutivo da natureza da Matemática refere-se à ordem, entendida como uma organização metódica, espacial, cronológica, numérica, lógica, etc.

Diante dos estudos sobre Resolução de Problemas realizados para o nosso trabalho, podemos dizer que, a Resolução de Problemas é tão antiga quanto à

própria Matemática, pois vem sendo utilizada desde os tempos primitivos, ou seja, durante muito tempo o ser humano tentou resolver os problemas do cotidiano. No momento atual, a Resolução de Problemas constitui uma metodologia de ensino e de aprendizagem procurando interpretar padrões para uma linguagem matemática.

3.2 Uma contribuição possível para mudanças na prática do professor

Como já vimos, a matemática é uma ciência de padrão e ordem. Seu domínio são números, probabilidade, forma, algoritmos e mudança e, como uma ciência de objetivos abstratos, a matemática, como seu padrão de verdade, conta mais com a lógica do que com a observação.

Nesse sentido, cabe ressaltar que o papel do professor de matemática é essencial, em concordância com Onuchic e Huanca (2013), pois a matemática continua sua profunda investigação das estruturas fundamentais de números, espaço, dinâmica e agora com o adicional poder exploratório/processual da tecnologia. Esses autores ainda dizem que, essas investigações são guiadas, parcialmente, por uma evolução puramente intelectual, mas também basicamente pelas ciências naturais, para as quais a matemática fornece a linguagem e os conceitos para descrição, análise, modelação e simulação.

Uma particularidade referente à Educação Matemática, segundo Onuchic e Huanca (2013), é moldada para produzir conhecimento matemático apropriado, compreensão e habilidades para diferentes populações de estudantes. Ou seja, ampliando as demandas da educação matemática, surgiram as demandas de uma alfabetização matemática para a participação responsável e informada de uma sociedade moderna democrática. De acordo com os autores, se entende que:

A educação matemática, diferentemente da matemática em si mesma, não é uma ciência exata. Ela é muito mais empírica e inerentemente multidisciplinar. Seus objetivos não são fechados intelectualmente, mas são os de ajudar outros seres humanos com tudo da incerteza e das muitas tentativas que vincula. É uma ciência social, com seus próprios padrões de evidência, métodos de argumentação e construção de teorias num discurso profissional. Ela tem uma base de pesquisa estabelecida, da qual grande quantidade foi aprendida nas poucas décadas passadas, e que tem uma importante capacidade de desempenho educacional pelo qual os matemáticos acadêmicos são responsáveis (ONUCHIC; HUANCA, 2013, p. 308).

No entanto, é preciso buscar relacionar a Matemática e o contexto social da sala de aula, mas para isso, o professor precisa entender reformular e renovar os

fundamentos epistemológicos do ofício de professor e educador, assim como da formação para o magistério.

Chama-se a epistemologia da prática profissional o estudo do conjunto dos saberes realmente utilizados pelos profissionais no seu dia a dia, em seu espaço cotidiano de trabalho para desempenhar todas as suas tarefas. A finalidade da epistemologia da prática profissional é revelar esses saberes, compreender como são integrados concretamente nas tarefas dos profissionais e como estes os incorporam, produzem, utilizam, aplicam e transformam em função dos limites e dos recursos inerentes às suas atividades de trabalho. (TARDIF, 2010, apud, ONUCHIC; HUANCA, 2013, p. 312).

Na realidade, Tardif (2014) diz que, no âmbito dos ofícios e profissões, não crê que se possa falar do saber sem relacioná-lo com os condicionantes e com o contexto do trabalho, o saber é sempre o saber de alguém que trabalha alguma coisa no intuito de realizar um objetivo qualquer. Além disso, o saber não é uma coisa que flutua no espaço, o saber dos professores é o saber deles e está relacionado com a pessoa e a identidade deles, com a sua experiência de vida e com a sua história profissional, com as suas relações com os alunos em sala de aula e com os outros atores escolares, etc. Por isso, é necessário estudá-lo relacionando-o com esses elementos constitutivos do trabalho docente.

É importante pensar que a utilização da metodologia de ensino e de aprendizagem de matemática através da resolução de problemas é trabalhosa e requer do professor reflexão, mudança de postura, domínio, conhecimento, compromisso e saber fazer Matemática. Por isso, a Resolução de Problemas não possui apenas o intuito de motivar, e sim de fazer pensar, pois muitos trabalhos podem até não serem motivadores, pelo simples fato de não condizerem com a realidade e com o interesse daquele estudante, mas é um caminho para ensinar.

Como disse Onuchic e Huanca (2013), a educação matemática está modelada para atender a diferentes populações estudantis.

O século XX, pródigo em oferecer mudanças para o ensino e a aprendizagem de matemática, nos leva a pesar nos diferentes caminhos que se propuseram a nos conduzir no enfrentamento dessas mudanças. Quantos professores podem ser citados como bem-preparados para utilizar as recomendações dessas mudanças que levar a seus alunos, em suas salas de aulas, conteúdos e métodos que pudessem ser encaixados em determinados padrões de procedimento bem-estruturados? O que se tem feito, nas graduações da licenciatura em Matemática quando são oferecidas disciplinas como Cálculo, Geometria, Álgebra, outras tantas, sem referências alguma às relações que elas têm com as disciplinas da educação básica? (ONUCHIC; HUANCA, 2013, p. 315-316).

Através dos nossos estudos sobre algumas contribuições possíveis para mudanças na prática do professor, podemos afirmar que ficou mais claro o entendimento da mudança do professor. Em relação aos saberes profissionais do professor de Matemática, pretendemos deixar claro a importância de ter autonomia sobre os seus saberes docentes e que esses saberes precisam ser desenvolvidos de acordo com cada necessidade percebida de forma particular, que não existe uma receita certa para toda situação.

Nesse sentido, torna-se preciso que os professores tenham uma formação de mestres ou de doutores em educação matemática em que, em suas disciplinas, pudessem chamar a atenção de seus alunos para as grandes ideias matemáticas inerentes a cada particular disciplina, sendo responsáveis pela compreensão e pelo significado de diferentes conceitos, conteúdos e técnicas operatórias constantes nos tópicos trabalhados no Ensino Básico e Superior (ONUChic; HUANCA, 2013).

3.3 O processo do ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas

No século XX, como vimos, ocorreram relevantes mudanças de perspectiva na Educação Matemática. Nas diferentes fases pelas quais passou, foram desenvolvidas diferentes visões de como ensinar, aprender e avaliar; de como identificar que Matemática deveria ser trabalhada e como se deveria trabalhá-la nos currículos, métodos e processos (ALLEVATO; ONUChic, 2014).

A importância dada à Resolução de Problemas, no contexto da sala de aula de Matemática, é recente e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção [...]. Segundo Lambdin e Walcott (2007), a fase da Resolução de Problemas apresenta-se a partir dos anos 1980, quando as principais teorias de aprendizagem eram o Construtivismo, a Psicologia Cognitiva e a Teoria Sociocultural de Vygotsky, e o foco das teorias de aprendizagem era voltado aos processos de pensamento matemático. A meta, nessa fase, era a volta à aprendizagem por descoberta, construída através da resolução de problemas (ALLEVATO; ONUChic, 2014, p. 36-37).

Porém, três diferentes formas de realizar um trabalho em sala de aula de Matemática, são destacadas por Schroeder e Lester (1989): o ensino sobre Resolução de Problemas, o ensino para a resolução de problemas, e o ensino através da resolução de problemas.

O ensino para a resolução de problemas, atualmente preferimos denotar ensino de Matemática para a resolução de problemas. Essa mudança quer destacar o fato de que o eixo de sustentação dessa abordagem não está mais na Resolução de Problemas, mas na Matemática, tendo a resolução de problemas como um apêndice, um acessório. Nessa visão, a Matemática é considerada utilitária de modo que, embora a aquisição de conhecimento matemático seja de primordial importância, o propósito principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo. Interessa a habilidade dos alunos de transferirem o que aprenderam num contexto (em geral, puramente matemático) para problemas em outros contextos, ou seja, se ensina Matemática, para resolução de problemas. Assim nessa abordagem, apenas após ter desenvolvido a parte "teórica" referente a um determinado tópico matemático, é que o professor propõe problemas aos alunos, de fato, como aplicação dos conteúdos estudados.

[..] e, posteriormente, o ensino de Matemática através da resolução de problemas. Ressalte-se, novamente, a inserção da Matemática na expressão, com o intuito de retirar o foco exclusivamente da resolução de problemas (como ocorre com o ensino sobre Resolução de Problemas). Na realidade, consideramos que a expressão "através" - significando "ao longo", "no decurso" - enfatiza o fato de que ambas as Matemática e resolução de problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 37-38).

Acompanhando esse movimento, o Brasil renova suas orientações curriculares (Brasil, 1997; 1998; 1999) e recomenda que a resolução de problemas seja o ponto de partida para as atividades matemáticas em sala de aula, indo ao encontro do que constitui o fundamento do ensino de Matemática através da resolução de problemas. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Sabendo a complexidade do ensino, Allevato e Onuchic (2014) dizem que, novas demandas de formação para uma sociedade plural, digitalizada e mais complexa levaram a um aumento significativo da procura por Educação, especialmente pelos jovens em busca de condições para fazer frente ao surgimento de novas áreas de trabalho. Simultaneamente, também novas leis e incentivos ampliaram as possibilidades de acesso à educação formal, com alternativas oferecidas, inclusive, pela iniciativa privada.

Assim, a escola,

Supostamente, deixa de ser seletiva e passa a ser inclusiva. Mas essa realidade traz a essa mesma escola uma série de dificuldades e novos desafios. Um deles diz respeito à necessidade de relacionar-se com alunos de perfis diferenciados daqueles com que estava acostumada, e de lidar com grupos de estudantes heterogêneos em termos de perfil social, econômico e cultural (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 39).

Nesse contexto, sensíveis a este cenário de complexidade de ensino, as autoras dizem que, o desenvolvimento da criatividade, da autonomia e de habilidades de pensamento crítico e de trabalho em grupo deve ser promovido. O

professor, agora como mediador dos processos de ensino, deve disponibilizar uma diversidade de recursos (materiais e processuais) que respeitem as diferentes condições e estilos de aprendizagem de seus alunos. Para o ensino-aprendizagem de Matemática, as alternativas e recomendações incluem jogos, tecnologias informáticas, modelagem matemática, investigações matemáticas, projetos, resolução de problemas, entre tantos outros recursos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

As autoras ainda enfatizam que a busca por renovadas formas de realizar o processo de ensino, aprendizagem e avaliação em Matemática, além da necessidade de desenvolver estudos sobre esse processo, as pesquisas devem ser orientadas para uma sociedade em mudança.

Embora ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática se constituam em elementos distintos, que não ocorrem necessariamente ao mesmo tempo ou como decorrência um do outro, o que se considera ideal é que ensino e aprendizagem se realizem, sim, integrados nas situações de sala de aula; com esse sentido é que, não raro, se emprega a expressão ensino-aprendizagem (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 42).

Nesta perspectiva, a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. Assim, nessa Metodologia, a avaliação é realizada durante a resolução de problemas, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos estudantes, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014)

Nesta mesma perspectiva, Walle (2001 apud ALLEVATO; ONUCHIC, 2014) aponta que os professores devem envolver, em seu trabalho, alguns componentes básicos de matemática, entre os quais destaca a habilidade de planejar e selecionar tarefas de modo que os estudantes aprendam Matemática num ambiente de resolução de problemas, e a habilidade de integrar a avaliação ao processo para aumentar a aprendizagem e aprimorar, no dia a dia, o ensino.

Para executar as ideias de Walle, Allevato e Onuchic (2014) apresentam uma sugestão mais atual para trabalhar em sala de aula, indicando que as atividades sejam organizadas em dez etapas: (1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6)

registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas.

De acordo com essa sugestão, para o início do trabalho, o professor seleciona ou elabora um problema e propõe aos alunos, ou aceita um problema proposto pelos próprios alunos. Esse problema inicial é chamado problema gerador, pois visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula.

Em seguida, segundo as autoras supracitadas, recebendo o problema impresso, cada aluno faz sua leitura do problema. A ação, nessa etapa, é do aluno; ao ler individualmente, tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto.

Então, Allevato e Onuchic (2014) falam que, os alunos devem reunir-se em pequenos grupos e fazerem uma nova leitura e discussão do problema. O professor ajuda os grupos na compreensão do problema e na resolução de problemas secundários, porém as ações são realizadas, essencialmente, pelos alunos. Nessa fase, os alunos exercitam a expressão de ideias, necessitando utilizar e aprimorar a linguagem para expressar-se com clareza e coerência e fazer-se entender.

Entrando na quarta etapa, inicia-se a resolução do problema, propriamente dita. Os alunos, em seus grupos, tentam resolver o problema gerador, que lhes conduzirá à construção de conhecimento sobre o conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. A ação dos alunos volta-se à expressão escrita, pois, para resolver o problema, precisarão da linguagem matemática ou de outros recursos de que dispõem: linguagem corrente, desenhos, gráficos, tabelas ou esquemas. O professor age, enquanto isso, observando o trabalho dos alunos, incentivando-os a utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, e incentivando a troca de ideias. Auxilia nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança nas condições dos alunos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p.45-46).

As autoras, afirmam que, após esse trabalho, representantes dos grupos são solicitados a fazer o registro de suas resoluções na lousa (certas, erradas ou feitas por diferentes processos). Diante desse "painel de soluções", o professor estimula os alunos a compartilharem e justificarem suas ideias, defendendo então, pontos de vista e comparando e discutindo as diferentes soluções, isto é, avaliar suas próprias resoluções de modo a aprimorar a apresentação (escrita) da resolução. Em sessão plenária, ou seja, em um esforço conjunto, professor e alunos tentam chegar a um

consenso sobre o resultado correto. Esse é um momento em que ocorre grande aperfeiçoamento da leitura e da escrita matemática e relevante construção de conhecimento acerca do conteúdo.

Na penúltima etapa, a da formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal, organizando e estruturando em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando diferentes técnicas operatórias e construindo demonstrações, se for o caso (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014)

Recomendando fortemente esse trabalho em sala de aula, Walle defende que a resolução de problemas deve ser a principal estratégia de ensino de Matemática. Ele chama a atenção para o fato de que esse trabalho começa sempre onde estão os alunos, ao contrário de outras formas em que o ensino começa onde estão os professores, ignorando o que os alunos trazem consigo para a sala de aula. A avaliação do crescimento dos alunos é feita, continuamente, durante a resolução do problema. Nesse sentido é que a avaliação se realiza integrada ao ensino e à aprendizagem, pois nessa metodologia o professor tem oportunidade de perceber constantemente as condições e conhecimentos que os alunos possuem, ajudando-os durante o processo, bem como os próprios alunos se percebem e se ajudam (WALLE, 2001, apud, ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p.47).

A metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em nossos estudos, apresenta uma perspectiva para os dias atuais, uma vez que os alunos do Ensino Básico não possuem interesse em aprender Matemática. Nesse sentido, esta metodologia é um caminho para se ensinar com compreensão.

4 PERSPECTIVAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo pretende-se discutir sobre a utilização da Resolução de Problemas como prática pedagógica em torno das perspectivas, desenvolvidas tanto no Brasil e no exterior. No final dos anos 80 e a partir dos anos 90, a Resolução de Problemas passa a ser uma metodologia de ensino e de aprendizagem, sendo o lema das pesquisas e estudos em Resolução de Problemas no mundo. Muitos pesquisadores, na linha de resolução de problemas, atribuem essa nova visão de ensino da Matemática aos estudos desenvolvidos pelo NCTM, por meio da publicação dos Standards 2000, intitulado Principles and Standards for School Mathematics. Sendo assim, destacaremos em que ponto se encontra a perspectiva, para Resolução de Problemas no Brasil, Portugal e Estados Unidos.

4.1 Perspectivas para resolução de problemas no Brasil

No Brasil, os estudos sobre a Resolução de Problemas nesta perspectiva avançaram a partir de 1992, ano que deu início na UNESP – Rio Claro/SP o GTERP, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de La Rosa Onuchic. Nestes últimos anos, esse grupo é composto por alunos regulares e ex-alunos do PPGEM que tem interesse na temática Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema. Esse grupo é aberto à participação de alunos especiais em busca de amadurecimento de seus futuros projetos de pesquisa, e a professores em geral, que visam a aprimorar sua prática docente em sala de aula. Assim, O GTERP trabalha a Matemática para a sala de aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Onuchic (2013, apud ANDRADE; ONUCHIC, 2017) disse que, na década de 1980, vários recursos em resolução de problemas haviam sido desenvolvidos visando ao trabalho do professor em sala de aula. A autora ainda diz que, muito desse material ajudou os professores a fazerem da resolução de problemas o ponto central de sua atuação. Ou seja, nessa importante década, as dificuldades encontradas por professores para 'ensinar' e por alunos para 'aprender' passaram a ser consideradas como objetos de estudo e de reconceitualização por educadores e pesquisadores na Educação Matemática.

Andrade e Onuchic (2017), olhando os trabalhos de (BRASIL, 1997, 1998, 1999); (ONUCHIC, 1999); (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004); (ONUCHIC, 2013), dizem que os documentos citados nesses trabalhos não pretendiam dizer, passo a passo, como trabalhar a Matemática. Ao contrário, queriam apresentar objetivos e princípios em defesa de que práticas curriculares, de ensino e de avaliação, pudessem ser examinadas. Ou seja, também queriam estimular políticos educacionais, pais, professores, administradores, comunidades locais e conselhos escolares a melhorar os programas de matemática em todos os níveis educacionais.

Segundo essas autoras, os PCNs, foram influenciados por ideias contidas nos documentos americanos e visam a construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiro tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite, de fato, sua inserção no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Os PCNs indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida de atividades matemáticas e discutem caminhos para fazer matemática na sala de aula, destacando a importância da sua existência da matemática.

Nesse sentido, a Resolução de Problemas é um dos caminhos destacados pelos PCNs para fazer Matemática em sala de aula e destacam uma proposta resumida nos seguintes princípios:

- a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
- um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1998, p. 40-41).

Diante de tais orientações, os PCNs apontam para a problemática existente relativa à utilização de problemas, que, na maioria das vezes, não tem desempenhado seu papel no ensino, uma vez que as práticas de ensino predominantes consistem em ensinar o conceito, técnica e em seguida, apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Desse modo, a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem é considerada imprescindível para a construção de um novo conceito matemático.

Ainda, Andrade e Onuchic (2017) destacam que, ensinar matemática através da resolução de problemas é a abordagem mais consistente com as recomendações dos PCNs, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto de resolução de problemas. Nesse sentido, o desenvolvimento de processos de pensamento de alto nível deve ser promovido através de experiências em resolução de problemas, e o trabalho de ensino de matemática deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada em resolução de problemas. Dessa forma o ensino torna-se mais conciso dando aos alunos mais potencialidade de pensar para poder resolver problemas.

Para por em prática as orientações dos PCNs, Andrade, C. e Onuchic (2017), aconselham utilizar um roteiro de atividades, o qual é destinado à orientação de como deve ser conduzido das aulas de matemática por professores no contexto da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas: 1) Formar grupos; 2) Preparação do problema; 3) Leitura individual; 4) Leitura em conjunto; 5) Resolução do problema; 6) Observar e incentivar; 7) Registro das resoluções na lousa; 8) Plenária; 9) Busca do consenso; 10) Formalização do conteúdo; 11) Proposição de problemas.

Vale ressaltar que este roteiro não é um caminho único para se trabalhar em sala de aula. Ou seja, o modelo apresentado pelas autoras pode servir aos professores de Matemática como orientação para ensinar Matemática através da Resolução de Problemas.

Diante dos estudos e investigações desenvolvidos pelo GTERP, o qual têm considerado a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, Allevato e Onuchic (2011 apud ANDRADE, C.; ONUCHIC, 2017) destacam que esta forma de trabalho vai além do roteiro, podendo ser considerada atualmente como uma forma de Filosofia de Educação

Matemática, dado seu alcance ao trabalho de alunos, professores, ensino, aprendizagem, avaliação, trabalho cooperativo e colaborativo, trabalho do professor em sala de aula e reflexão na ação e sobre a ação, sendo esta a perspectiva mais atual de Resolução de Problemas no campo de pesquisa em Educação Matemática.

Dentro dessa perspectiva, consideramos que a forma como as reflexões desenvolvidas pelos membros do GTERP, a partir das pesquisas realizadas, vem ao encontro do que Salles (2006, apud ANDRADE; ONUCHIC, 2017) entende que seja o pensar filosófico:

[...] uma atividade ou ação de refletir sobre o que é feito, por que é feito, como é feito, sobre a vivência com os outros no mundo, sobre as experiências vivenciadas, explicitando o sentido que isso faz para o indivíduo, [...] que, ao construir a realidade, construímos o conhecimento. (ANDRADE; ONUCHIC, 2017, p. 458).

Procurando entender as perspectivas para Resolução de Problemas no Brasil, ficou claro e evidente que o GTERP apresenta como um dos caminhos, para fazer Matemática, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. De fato, esta forma de trabalho, pelo GTERP desenvolvido é considerada, mais do que uma metodologia, ou seja, uma Filosofia da Educação Matemática.

4.2 Perspectivas para resolução de problemas no Mundo

A partir de 1990, no Brasil e no mundo, assume-se a resolução de problemas como um “ponto de partida e um meio de se ensinar Matemática, sendo o problema um ponto de partida e o desencadeador ou gerador de um processo de construção do conhecimento” (ANDRADE; ONUCHIC, 2017, p. 438).

Vale e Pimentel (2016) dizem que, alguns pesquisadores de Portugal e do mundo, referem-se à resolução de problemas como um processo de aplicar o conhecimento previamente adquirido a situações novas, onde pode envolver exploração, aplicação de estratégias e formulação de problemas. Nesse sentido, a resolução de problemas, trata-se de uma atividade interessante, pois o aluno é desafiado a pensar para além do ponto de partida, ou seja, a pensar de modo diferente, ampliando o seu pensamento e raciocinando matematicamente.

As autoras ainda dizem que, há consenso em considerar que o problema é o ponto de partida para as quais não é conhecido um procedimento ou caminho para

chegar à solução. Neste caso, a resolução requer raciocínio crítico ou criativo, caso contrário, o problema classifica-se como um exercício.

Olhando as perspectivas para a Resolução de Problemas no mundo, Vale e Pimentel (2016), apoiados em Jorge Polya, apresentam outro modelo proposto pelo educador matemático espanhol Miguel de Guzmán que são os seguintes passos para resolver um problema:

[...] (a) Antes de fazer tenta entender; (b) À procura de estratégias; (c) Explora a tua estratégia; e (d) Extrai o sumo do jogo e da tua experiência. No item (a) aconselha o solucionador a certificar-se de que compreende a fundo as regras, os dados do problema e a maneira como as peças encaixam, mesmo que ache que é perda de tempo. Na segunda fase o autor aconselha ao acolhimento de muitas ideias para atacar o problema, mesmo que pareçam despropositadas. Para facilitar a emergência dessa grande quantidade de ideias dá as seguintes sugestões: procurar semelhanças com outros jogos e problemas; tentar simplificar o problema, resolvendo outros com menos elementos; experimentar e procurar regularidades, temas; fazer um esquema e, se for útil, pintá-lo; modificar o enunciado; escolher uma boa notação; explorar a simetria, se possível; pensar onde nos leva considerar “Suponhamos que não”; supor o problema resolvido para explorar as relações entre os elementos dados e os procurados; pensar em técnicas gerais usadas por grandes matemáticos: princípio de indução de Pascal, processo diagonal de Cantor, princípio do pombal de Dirichlet. No terceiro passo Guzmán sugere a exploração das melhores ideias sem as misturar a princípio. Aconselha a persistência até determinado ponto, em que se deve mudar de abordagem. A última fase engloba a reflexão sobre o processo, tentando perceber não só que as coisas de fato funcionam, mas porque têm de funcionar assim. (VALE; PIMENTEL, 2016, p.10).

Assim, Vale e Pimentel (2016) citando Guzmán afirmam que é importante verificar se não existe um caminho mais simples de resolver um problema, além de fazer uma análise do processo utilizado para ser útil no futuro. Nesse sentido, é necessário fazer uma reflexão sobre o seu próprio processo de pensamento. Logo, este modelo é útil por explicitar com bastante pormenor algumas ações que poderão ser tomadas no sentido de avançar na resolução de um problema.

Ainda essas autoras apontam as seguintes formulações: Procurar a solução correta, muitas vezes os problemas podem ter muitas soluções corretas, mas esta ideia faz com que o aluno não queira progredir mais ao encontrar um modo de resolver, mesmo que não seja o mais adequado, original ou geral; Ser práticos ao apresentar um problema, o pragmatismo não deixa dar asas à imaginação; É mau uma pessoa enganar-se, esta ideia é impeditiva de avançar correndo embora alguns riscos, porque nos leva a fazer apenas aquilo em que estamos seguros, que são poucas coisas; e Não sejas infantil, jogos são coisas de crianças, e no entanto, é ao

jogar, cultivando o pensamento ambíguo, fazendo algumas loucuras, que surgem por vezes as ideias geniais.

Com isso, entendemos que a resolução de problemas é uma parte integrante da aprendizagem da matemática, não sendo considerada como um tópico separado no currículo, mas como um meio para ensinar os conceitos matemáticos.

Por outro lado, Vale e Pimentel (2004, apud VALE; PIMENTEL, 2016) definem estratégias de resolução de problemas como ferramentas que, a maior parte das vezes, se identificam como artifícios de raciocínio e que podem ser bastante úteis em vários momentos da resolução do problema. Na nossa compreensão, o conhecimento matemático e as estratégias de raciocínio devem estar juntos, ou seja, inicialmente proceder por tentativa e erro, em seguida, fazer uma lista organizada, descobrindo um padrão. Nessa perspectiva, um repertório de estratégias viáveis constitui um corpo de conhecimento em ação que,

(a) ajuda os alunos a abordar o problema e a descobrir um caminho; (b) pode ser uma alternativa ao uso direto de conceitos que o aluno não possui ou não estão acessíveis; e (c) facilita muitas vezes a interpretação das situações. Além disso, o envolvimento dos alunos com problemas procurando vários modos de resolução permite-lhes compreender que um problema pode ser abordado de muitos modos diferentes e com a utilização de várias estratégias, conduzindo a soluções criativas. (VALE; PIMENTEL, 2016, p.11).

Nesse sentido, a criatividade em matemática é muitas vezes negligenciada e considerada impossível de prosseguir nas aulas de matemática. Mas, em vez disso, elas defendem que a criatividade deveria envolver um conjunto de capacidades no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Assim, a flexibilidade é uma das características da criatividade. Dessa maneira, a resolução de problemas fornece muitos caminhos para desenvolver a criatividade.

Também nas perspectivas para a resolução de problemas tem muitos pontos de contato com a criatividade, por exemplo, Gardner refere-se a um salto criativo da mente ao procurar uma abordagem do problema diferente da tradicional, já Wertheimer fala em pensamento produtivo ao invés de reprodutivo. Nesse sentido,

[...] as três vertentes mais importantes da criatividade são: a *fluência*, capacidade de produzir um grande número de resoluções para a mesma tarefa; a *flexibilidade*, capacidade para produzir modos diferentes de resoluções organizadas em diversas categorias; e a *originalidade*, capacidade de pensar de forma não usual, produzindo ideias novas e únicas (VALE e PIMENTEL, 2016, p.13).

Segundo Vale e Pimentel (2016), resolver problemas visualizando não substitui nenhuma outra estratégia, pois é um modo de abordagem que nem sempre

é incentivado e que pode ser muito produtivo, ou seja, com vista à sua apropriação pelos alunos. Nesse sentido, as autoras defendem que não é um ensino prescritivo de estratégias.

Para Tünde (2005, apud VALE e PIMENTEL, 2016) a visualização é o tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, sejam mentais ou físicos, utilizados para resolver problemas ou provar propriedades, e compreende quatro elementos principais: imagens mentais; representações externas; processo de visualização; e habilidades de visualização.

As imagens mentais são representações cognitivas de um conceito ou propriedade matemática através de elementos visuais ou espaciais. As representações externas são representações verbais ou gráficas de conceitos ou propriedades incluindo imagens, desenhos ou diagramas, etc., que ajudam a transformar imagens mentais em raciocínio visual. O processo de visualização é uma ação física ou mental em que as imagens mentais estão envolvidas. Finalmente as habilidades de visualização ajudam a executar os processos anteriores (VALE e PIMENTEL, 2016, p.14).

Nesta perspectiva, alguns estudos mostram que os alunos ensinados de uma forma visual tendem a aprender a usar métodos visuais, ou seja, dependendo dos problemas e dos esquemas de pensamento dos resolvidores, o raciocínio visual pode ser mais eficiente do que o raciocínio verbal. Nesse sentido, a visualização é algo que se pode criar, desenvolver e aprender. Por exemplo, os alunos, muitas vezes, tendem a usar caminhos algébricos de processamento de informações em detrimento dos visuais, mesmo quando o problema é complicado.

Dessa forma,

a investigação confirma que a visualização pode desempenhar um papel de apoio no problema a resolver e também, por outro lado, que apresenta desafios para muitos estudantes. Torna-se assim, necessária para melhor compreensão do papel da visualização na resolução de problemas bem sucedida, especialmente como e quando são usadas representações visuais em resolução de problemas e como é que as dificuldades inerentes são superadas para alcançar o sucesso (VALE e PIMENTEL, 2016, p.15).

Além disso, Arcavi (2013, apud VALE e PIMENTEL, 2016) identifica três dos papéis que a visualização pode desempenhar no processo de aprendizagem da matemática:

- Apoio e ilustração de resultados de natureza simbólica (e eventualmente construir prova de pleno direito);
- Um modo possível de resolver o conflito entre soluções simbólicas (corretas) e intuições (incorretas); e

- Uma maneira de destacar bases conceituais que poderiam ser facilmente inovadoras através de resolução formais.

Nessa perspectiva, Vale e Pimentel (2016, p.15) dizem que,

à confluência dos três domínios – resolução de problemas, visualização e criatividade [...] a ação de procurar ver, adotada como estratégia de resolução de problemas, passível de ser ensinada e desenvolvida, a suscitar o raciocínio visual associado à intuição, à experiência [...], à capacidade de inventar e ao pensamento divergente, características essenciais do pensamento criativo.

Isto posto, sobre resolver problemas, criando soluções e vendo. A seguir, apresentamos a Resolução de Problemas e Formação de Professores: um Olhar sobre a Situação em Portugal, do ponto de vista da pesquisadora Lurdes Serrazina.

Serrazina (2017) disse que, o papel da resolução de problemas na formação inicial e continuada de professores em Portugal foi iniciado desde o ano 1980 com uma análise sobre várias ideias-chave relativas à resolução de problemas, a partir da literatura portuguesa e internacional. A partir dessa análise, segundo essa autora, a implementação do currículo tem de fazer sentido para os alunos quando é concretizado na sala de aula, ou seja, a ideia da utilização da resolução de problemas deveria ser integrada numa visão mais abrangente tipo ensino-exploratório da Matemática.

Conforme as perspectivas para resolução de problemas no Mundo, segundo Serrazina (2017, p. 56-57) fica claro que, o ensino de matemática deve ser,

Através da resolução de problemas, inserida num ambiente propício e favorável, o aluno verifica a validade dos conceitos matemáticos, realiza conjecturas, relaciona os conceitos, generaliza, utiliza os procedimentos num contexto significativo, tem uma atitude reflexiva e desenvolve a capacidade de raciocínio e o pensamento matemático.

Por outro lado, no século passado, quando Jorge Polya na década de 40 revolucionou dizendo que a matemática deve ser ensinada com compreensão. Para essa época era válida as ideias de Polya, como podemos ver a seguir:

A resolução problemas, [...] remonta a Polya que em 1945 [...] quando estabeleceu as fases de resolução de um problema. O autor considera quatro fases: (i) compreender o problema - saber quais os dados, o que se quer saber, qual a condição ou condições, etc.; (ii) elaborar um plano - encontrar conexões entre os dados e a incógnita, estabelecer ligações com problemas mais simples que auxiliam na procura da solução, etc.; (iii) executar o plano - verificar cada passo do plano e avaliar da sua correção; e (iv) refletir sobre o trabalho realizado - verificar o resultado obtido, analisar a sua compatibilidade com os dados, avaliar se existem outros métodos de resolução, etc. (SERRAZINA, 2017, p. 57).

Esta perspectiva sobre resolução de problemas de Jorge Polya teve um forte impulso em Portugal, a partir da década de 80 com a publicação de “uma Agenda para Ação” pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM, 1980) dos Estados Unidos. Nessa perspectiva, olhando para o ensino de matemática através da resolução de problemas, Serrazina (2017) disse que, a definição de um problema tem sido associada a tarefas para as quais aquele que as procura resolver não conhece inicialmente uma forma de obter a solução.

Nesse contexto do que é um problema, Kantowski (1980, apud SERRAZINA, 2017, p. 58) considera que um problema é uma situação com que uma pessoa se depara e para a realização da qual não tem um procedimento ou algoritmo que conduza à sua solução. Ainda Kantowski diz que, um problema poderia ser um exercício para um indivíduo ou uma frustração para um terceiro.

No mesmo sentido, Lester (1980, apud SERRAZINA, 2017, p. 58) afirma que uma situação é ou não problema consoante à reação do indivíduo a quem é proposta. Assim, para que uma situação seja um problema para um determinado indivíduo, é preciso que esta lhe desperte a necessidade e interesse em resolvê-la e que, conseqüentemente, este faça uma tentativa deliberada no sentido de resolvê-la.

Também Krulik e Rudnik (1993, apud SERRAZINA, 2017, p. 58-59) dizem que, “problema é uma situação, quantitativa ou outra, com que se confronta um indivíduo ou grupo”, procurando uma solução, para a qual não tem prontamente respostas. Esses autores distinguem ainda entre questão (uma situação que apela à capacidade de memória), exercício (uma situação em que é necessário treinar ou reforçar algoritmos já aprendidos) e problema (onde é necessário raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido).

Segundo o NCTM (1991),

um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que suja como insolúvel (NCTM, 1991, p.11).

Serrazina (2017), olhando para Resolução de Problemas em Portugal, assume que um problema é uma situação para a qual se procura uma solução, não existindo à partida um procedimento que conduza a essa solução. Ela diz ainda que, existe uma fronteira tênue entre problema e tarefa de investigação. Assim, essa autora estabelece características de um bom problema:

- Ser desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática;
- Ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptados e aplicados para completar tarefas; e
- Ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível.

Nessa perspectiva, a Associação de Professores de Matemática – APM em uma das publicações defende que, a resolução de problemas seja uma atividade abrangente que englobe:

- (i) A demonstração de uma conjectura;
- (ii) A discussão e resolução de um problema da vida real, onde a informação disponível à partida pode ser insuficiente ou superabundante, o enunciado impreciso, podendo ser necessário explorar o contexto e apresentar soluções aproximadas;
- (iii) A discussão e resolução de situações problemáticas abertas, onde pode haver diferentes soluções entre as quais a formulação de novos problemas;
- (iv) Também a exploração de situações que podem inicialmente não ser problemáticas, mas tornarem-se geradoras de novos problemas (APM, 1988, p. 34).

Este documento apresentado pelo APM influenciou fortemente os programas do Ensino Básico em Portugal, que estabeleceram como um dos objetivos gerais: desenvolver a capacidade de resolução de problemas, juntamente com o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática.

No contexto da formação dos professores de Portugal, é impossível não levar em consideração a revisão de diversos trabalhos de pesquisa sobre o papel da resolução de problemas na formação inicial de professores apresentados por Lurdes Serrazina e outros pesquisadores, onde concluem que,

existem pontos de convergência em alguns dos estudos, como: (i) pode-se ensinar a resolver problemas aos futuros professores e estes desenvolvem uma atitude positiva em relação à resolução de problemas; (ii) são sentidas dificuldades em alguns aspectos das tarefas de resolução de problemas, como de compreensão, de generalização e de argumentação; (iii) a capacidade de resolução de problemas pode ser afetada pela pouca qualidade do conhecimento matemático dos futuros professores; e (iv) apesar de terem sido implementados módulos de ensino de resolução de problemas, isso parece não ter sido suficiente para os futuros professores alterarem as suas concepções sobre a natureza da matemática e do seu ensino e, nomeadamente, terem vontade ou capacidade para alterar as suas práticas relativamente aos modelos de ensino tradicionais, que lhe foram veiculados pelos seus professores ao longo da escolaridade (SERRAZINA, 2017, p. 72).

Para encerrar a contribuição da pesquisadora Lurdes Serrazina, fica claro que um dos objetivos da Matemática, no ensino básico em Portugal, é trabalhar

diferentes estratégias de resolução de problemas ao longo dos vários ciclos do ensino básico, ou seja, para que isto aconteça, a formação de professores, inicial e continuada, tem-se preocupado em incluir na formação a discussão relativa às perspectivas para resolução de problemas. Essa pesquisadora disserta que a publicação “uma Agenda para Ação” pelo (NCTM, 1980) influenciou fortemente a comunidade de Educação Matemática em Portugal com uma série de recomendações a respeito da organização dos currículos de matemática baseados na resolução de problemas como o papel do professor na sala de aula de modo que,

a resolução de problemas aconteça foi muito discutido. Esse ambiente deve encorajar os alunos a questionar, experimentar, estimar, explorar, e sugerir explicações, pois uma atividade criativa, como a resolução de problemas, não pode ser construída a partir de atividades rotineiras e da prática de procedimentos. Aos professores é atribuído o papel de levar os alunos a ler e compreender os problemas apresentados na forma escrita, a ouvir e compreender os problemas apresentados oralmente e a ler e dialogar sobre os problemas numa diversidade de formas e meios. Considera-se que os alunos devem ter oportunidade, de discutir com os colegas e com o professor, de argumentar, de criticar, de interagir por forma a haver uma partilha de ideias, de estratégias, de raciocínios, de pensamentos matemáticos e de desenvolver a sua capacidade de comunicação (SERRAZINA, 2017, p. 66).

Nesse sentido, Serrazina (2017) defende que,

Encorajar os futuros professores a criar, a partilhar e a resolver os seus próprios problemas é um contexto de aprendizagem muito rico para o desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas e do seu conhecimento matemático. Ao colocarem problemas, os futuros professores apercebem-se da sua estrutura, desenvolvendo, assim, pensamento crítico e capacidades de raciocínio ao mesmo tempo que aprendem a exprimir as suas ideias de modo mais preciso (SERRAZINA, 2017, p.73-74).

Por esse viés, Serrazina (2017) ressalta também que, os alunos, usando os seus conhecimentos prévios são desafiados a construir os seus próprios métodos para resolver as situações apresentadas, sendo o papel e a ação do professor essencial, ou seja, o professor começa com a escolha criteriosa do problema e a planificação de como explorá-la na sua aula, com vista à construção de um novo conhecimento matemático estabelecido no currículo escolar.

Falando ainda sobre as Perspectivas para a Resolução de Problemas no Mundo, Isabel Vale publicou o artigo intitulado de “Resolução de Problema um Tema em Contínua Discussão: vantagens das Resoluções Visuais”, em 2017. Nesse artigo, a autora faz um chamado à importância da criatividade.

Definir criatividade matemática é uma tarefa muito complexa, mas é consensual considerar-se que começa com a curiosidade e envolve os alunos na exploração usando imaginação e originalidade. Muitos autores (e.g. LEIKIN, 2009; SILVER, 1997; VALE et al, 2012) defendem que a

criatividade pode ser desenvolvida propondo aos alunos tarefas de resolução e formulação de problemas que levem à compreensão de conceitos matemáticos estruturantes e estimulem as dimensões essenciais da criatividade, fluência, flexibilidade e originalidade.

A fluência é a capacidade de produzir um grande número de resoluções diferentes para a mesma tarefa. [...] A flexibilidade é a capacidade de pensar de diferentes maneiras para produzir uma variedade de ideias diferentes sobre o mesmo problema, estando associada a uma mudança de ideias, estratégias e métodos que conduzam a outras resoluções e/ou para optar pela resolução ótima. [...] E a originalidade é a capacidade de pensar de forma incomum, produzindo ideias novas e únicas [...]. Essas dimensões do pensamento criativo funcionam em harmonia umas com as outras, e raramente ocorrem isoladamente nos processos de pensamento (VALE, 2017, p. 134-135).

Diante disso, um programa de matemática requer um ensino eficaz que envolva os alunos em aprendizagens significativas através de experiências individuais e coletivas, que promovam a sua capacidade de raciocinar matematicamente e de compreender e dar sentido às ideias matemáticas, ou seja, fazer matemática através da Resolução de Problemas.

Nesse sentido, Vale (2017, p. 135-136) diz que,

É fundamental que os alunos compreendam e relacionem conceitos, propriedades e operações que lhes permitam o necessário desenvolvimento da fluência nos procedimentos matemáticos, que lhes permitam a flexibilidade necessária para aplicar e compreender os procedimentos que utilizam na resolução de um problema; ter capacidade para formular e resolver problemas matemáticos; assim como ter capacidades para pensar de modo lógico e justificar o seu pensamento e os dos outros; e tenham oportunidade de serem originais no seu modo de pensar e resolver as situações.

Essa autora aconselha que o ensino da matemática deve envolver os alunos na resolução e discussão de problemas que promovam o raciocínio ao resolver o problema, ou seja, as capacidades devem ser enfatizadas nas salas de aula de matemática em todos os níveis de ensino. Um modo dos professores cumprirem este objetivo é a seleção de problemas que requeiram dos alunos a aplicação do seu conhecimento matemático e o envolvimento em pensamentos de ordem superior.

Após o professor ter selecionado o problema, as estratégias são de suma importância para resolvê-lo, pois ajudam a interpretar e a refletir sobre o problema;

as estratégias são ferramentas que, a maior parte das vezes, se identificam com processos de raciocínio e que podem ser bastante úteis em vários momentos do processo de resolução de problemas, defendendo que o conhecimento matemático e as estratégias de raciocínio devem ser aprendidas e usadas em simultâneo e não isoladamente [...] fazer um desenho, fazer uma lista organizada, descobrir um padrão, proceder por tentativa e erro, trabalhar do fim para o princípio (VALE, 2017, p. 138).

Na visão dessa autora sobre resolução de problemas, disse que os professores devem ter um leque variado de problemas não rotineiros nos quais possam ser aplicadas diferentes estratégias em sala de aula. Ou seja, aconselha valorizar as estratégias de como resolver um problema, que pode ser complementar com outras estratégias. A autora ainda defende a importância da visualização que pode constituir uma abordagem alternativa poderosa que aumenta a janela de possibilidades no que se refere à resolução de problemas.

Nesse sentido, o aluno pode resolver problemas desde as mais tradicionais até as mais complexas, contribuindo para o pensamento divergente. Assim, Vale (2017), aponta que, se ensine matemática através da resolução de problemas, em que esta deve seguir paralelamente o currículo e a prática da sala de aula, juntamente com outras tarefas mais procedimentais, ajudando na compreensão de determinado conceito ou processo matemático e que permita aos alunos pensarem matematicamente, o que envolve criar e interpretar uma situação, descrever, explicar e comunicar. A autora disserta que, na resolução de problemas complexos, a relação de pensar matematicamente é tão importante como as capacidades relacionadas com o fazer matemática, verificando-se que a maior parte das vezes os alunos selecionam os métodos a utilizar na resolução de um problema baseados no que veem no seu enunciado.

Como foi mostrado e discutido, segundo os autores citados até aqui, a resolução de problemas em Portugal possui um papel importante, pois, na atualidade constitui o momento em que dá um sentido, um caminho e uma certeza na construção de um novo conhecimento matemático, ou seja, isto significa que quanto mais diferente é os problemas que os professores propõem para seus alunos resolverem, maior será o repertório de experiências adquiridas que lhes vão possibilitar ter uma compreensão e sentido da matemática.

Falando ainda sobre as Perspectivas para a Resolução de Problemas no Mundo, Jeremy Kilpatrick dos Estados Unidos, publicou um artigo “Variáveis e metodologias em pesquisa sobre a resolução de problemas” em 2017. Esse autor tenta explicar, no contexto da pesquisa, algumas variáveis e metodologias que as pessoas poderiam usar na investigação sobre Resolução de Problemas em Matemática, com especial atenção para aquelas que parece serem mais promissoras. Nesse sentido, a investigação sobre Resolução de Problemas por si só é considerada separadamente da pesquisa sobre o ensino de Heurística.

Nos Estados Unidos chama a atenção para as variáveis na Pesquisa sobre Resolução de Problemas em Matemática, nessa perspectiva Kilpatrick (2017) disse que,

As variáveis podem ser classificadas em uma variedade de modos, dependendo do propósito da pessoa. As classificações incluem variáveis de estímulo, variáveis de resposta e variáveis de intervenção (TRAVERS, 1964), e variáveis ativas versus variáveis determinadas (ARY, JACOBS & RAZAVIEH, 1972). O esquema mais comum, emprestado da Matemática e Ciências, é classificar uma variável num estudo de pesquisa como independente ou dependente. No sentido restrito, "variável independente" se refere à condição manipulada num experimento (Dever-se-ia lembrar da advertência de David Hawkins, 1966, que "chamar alguma coisa de variável independente não é usar um nome, mas reivindicar uma realização [p. 6]"). No sentido amplo, entretanto, uma variável é classificada como independente se ela é usada para fazer previsões. As variáveis que se referem ao comportamento que está sendo predito são chamadas de variáveis dependentes. Uma dada variável pode ser independente ou dependente, dependendo do seu papel no estudo, mas a maioria das variáveis tendem a ser usadas apenas de um modo (KILPATRICK, 2017, p. 86).

Segundo Kilpatrick (2017), as Variáveis Independentes envolvem uma pessoa (sujeito) resolvendo um problema matemático (tarefa) sobre alguma condição (situação) em que cada um desses componentes pode ser usado para definir uma classe das variáveis. Além dessas variáveis independentes, o autor cita mais quatorze variáveis. Dentre elas estão: Variáveis do Sujeito; Variáveis de Tarefas; Variáveis de situação; Variáveis Dependentes; Variáveis concomitantes; Variáveis de Produto; Variáveis de Processo; Variáveis de Avaliação; Variáveis na Pesquisa sobre o Ensino de Heurística em Matemática; Variáveis Independentes; Variáveis de tratamento instrucional; Variáveis da Atividade em Sala de Aula; Variáveis de Professores; e Variáveis Dependentes.

Em relação às metodologias relativas à pesquisa histórica, pesquisa de opinião e revisões de literatura, o autor supracitado aponta que não são consideradas. Embora tais estudos possam ser valiosos, ou seja, eles demandam metodologias especiais,

A maioria dos numerosos livros sobre métodos de pesquisa em educação (tais como Ary, Jacobs & Razavieh, 1972; Isaac & Michael, 1971; Travers, 1964) tratam desses tópicos. As metodologias em pesquisa sobre resolução de problemas e ensino de heurística em Matemática são tão multifacetadas que desafiam a classificação. Considere duas das facetas:

1. Tipo de comparação ou contraste. O pesquisador pode estar procurando semelhanças ou diferenças relativas às mesmas ou diferentes respostas dos sujeitos às mesmas ou diferentes tarefas ou tratamentos nas mesmas ou diferentes ocasiões ou sob as mesmas ou diferentes condições. Cada combinação de alternativas implica uma abordagem diferente de alguma forma.

2. *Método de coletar dados.* O pesquisador pode administrar testes ou questionários; usar um aparato que apresente um problema e/ou registrar a resposta do próprio sujeito ou tê-la registrada mecanicamente; entrevistar sujeitos a quem foi dado um problema e solicitado que pensassem em voz alta ou retrospectivamente; usar inventários de personalidade, testes projetivos, ou uma técnica tal como associação de palavras, o Q-sort, o diferencial semântico, ou a grade de repertório; observar sujeitos resolvendo problemas na sala de aula ou em qualquer outro lugar; fazer gravações em vídeo ou áudio das atividades de sala de aula; contar com os professores ou alunos como observadores e, possivelmente, aliados; agir como um observador participante numa situação de resolução de problemas em grupo; agir como professor numa situação instrucional, mantendo um registro e usando as gravações para motivar a introspecção; usar o computador para simular processos de resolução de problemas a partir de protocolos coletados por outros meios; ou usar instrumentos para monitorar os processos fisiológicos dos sujeitos durante a resolução do problema ou o ensino (KILPATRICK, 2017, p. 102-103).

Segundo Kilpatrick (2017), as metodologias mais promissoras para pesquisa sobre Resolução de Problemas em Matemática são aquelas que envolvem um estudo intensivo do mesmo conjunto de sujeitos durante um longo período de tempo, ou seja, os estudantes precisam resolver um maior número de problemas de diversos tipos para permitir generalizações seguras sobre os processos que eles usam na construção de um novo conteúdo.

Isto posto, Kilpatrick (2017) afirma que, as metodologias heurísticas são aquelas que envolvem um estudo intensivo nas salas de aula durante um longo período de tempo. O autor também aponta para o interesse dos projetos que o pesquisador trabalha com o professor durante o curso de um período acadêmico ou observando os efeitos das várias modificações na instrução e usando as entrevistas com os alunos para suplementar os dados de testes e de observação.

Como foram discutidas e mostradas as perspectivas para Resolução de Problemas no Mundo, este último assunto “Variáveis de Pesquisa”, especialmente nos Estados Unidos, deixa evidente que as heurísticas têm um papel importante na resolução de problemas. Mas, não nos aprofundamos em detalhes no assunto, pois, o nosso objetivo neste trabalho foi olhar os diferentes modos e perspectivas da Resolução de Problemas e acrescentar informações à Resolução de Problemas.

Dessa forma, tais estudos deveriam levar ao desenvolvimento de materiais para instruções heurísticas citados por Jeremy Kilpatrick. Nesse sentido, as atividades envolvendo a resolução de problemas em sala de aula, o professor deveria identificar técnicas ao ensinar matemática através da resolução de problemas, em seguida, deveria ser analisada e constatada com as atividades de sala de aula de outros professores que trabalham semelhantemente. Assim, estudos

nos quais o ensino é programado para controlar as fontes de variação do professor podem ajudar a sugerir quais heurísticas são mais ensináveis, neles os estudos que envolvem pelo menos alguma instrução pelos professores deveriam predominar, de modo especial à aqueles que gostariam de conhecer a beleza da Resolução de Problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Incluimos, inicialmente, nesta pesquisa um breve percurso histórico da Resolução de Problemas no contexto das reformas no ensino de Matemática. Em seguida, foi discutido a Resolução de Problemas nos diferentes pontos de vista dos autores citados por nós. A Resolução de Problemas está presente no ensino desde a antiguidade, no entanto, a educação matemática é relativamente nova e está ficando cada vez mais presente na Educação Escolar.

Apesar da Resolução de Problemas ser algo antigo, ela ocupa atualmente um lugar pouco explorado na Educação Escolar, embora, seja de grande importância. Assim, nas palavras de Onuchic e Allevato (2011), “através de problemas, os conceitos matemáticos que os alunos criam, num processo de construção, são duradouros, porque são formados pouco a pouco, ao longo do tempo”, ou seja, quando os alunos refletem ativamente sobre os problemas e os testam através dos diferentes caminhos que o professor ou os próprios colegas sugerem, esses alunos podem, argumentar e defender seu ponto de vista, também ouvir os outros. Neste sentido, a Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino.

Resolver problemas é, certamente, uma atividade importante no ensino e na aprendizagem de matemática, através da qual os alunos exercitam diversas capacidades intelectuais como, por exemplo, raciocínio lógico e pensamento autônomo e crítico. De fato, para resolver problemas os alunos utilizam estratégias de diferentes naturezas para encontrar a resposta, tais como criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação de resultados. Em consequência o aluno constrói um conhecimento matemático significativo.

Diante dos estudos sobre Resolução de Problemas, estamos convencidos que esta metodologia é de grande importância para se ensinar Matemática com compreensão. Dessa forma, os alunos construiriam um novo conhecimento através do problema apresentado pelo professor, respeitando o conhecimento prévio.

Sendo assim, o professor, em sala de aula, deve escolher problemas e exercícios adequados aos alunos, saber e mostrar a diferença entre eles e em qual situação eles devem ser usados de acordo com o papel de cada um. Um problema adequado é aquele dentro do nível de dificuldade do aluno, dentro do contexto, que gere a vontade de resolver e que seja possível resolver dentro do limite de uma aula,

mais aulas ou parte dela. Cabe também ao professor ensinar seus alunos a resolver um problema, explicando a existência das fases que levam a sua resolução desde a compreensão do problema até retrospecto e estimular os alunos com questionamentos gerais que o levem a resolução desse problema e qualquer outro. Além disso, que o aluno possa fazer ele mesmo quando estiver sozinho.

Já Allevato e Onuchic (2014) defendem a Resolução de Problemas como uma metodologia para se ensinar Matemática e coloca o foco dos estudantes sobre o dar sentido, possibilitando uma compreensão significativa de um determinado conceito ou conteúdo, e não apenas como um simples processo de resolução.

As autoras afirmam também que, apesar da importância atribuída atualmente à resolução de problemas no ensino de matemática, a aplicação na prática escolar é ainda problemática. A resolução de problemas encontra resistência por parte de alguns professores enquanto outros têm dúvidas sobre qual a melhor maneira de utilizá-la em sala de aula, de modo a fazer com que ela traga consequências positivas aos alunos, fazendo-os aprenderem matemática de modo significativo. As resistências, as dúvidas, os erros sobre como trabalhar a resolução de problemas em sala de aula têm deixado nos alunos uma série de dificuldades que perduram durante toda a fase escolar ou até em outras fases ao longo da vida.

Assim, esta pesquisa sobre a Resolução de Problemas partilha ideias, conhecimentos e práticas com pesquisadores e autores de outras áreas de conhecimento, em um rico intercâmbio.

Em suma, o estudo aqui apresentado representa uma contribuição para sistematizar, ainda que parcialmente, as ideias sobre a Resolução de Problemas. A investigação também pode ser utilizada como subsídio à elaboração de um catálogo de referências ou propostas relativas à Resolução de problemas nesses espaços. Buscou-se, com o presente trabalho, ampliar a divulgação das pesquisas realizadas, bem como suas contribuições para a educação científica e para o sistema educacional do país.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação: por que através de Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.
- ANDRADE, C. P.; ONUCHIC, L. R. Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 433-466.
- BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.). **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 32-48.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC, 1998, 148p.
- CAI, J.; LESTER, F. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? **Boletim GEPEN**. Tradução de Antonio Sergio Abrahão Monteiro Bastos, Norma Suely Gomes Allevato. Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, jan./jun. 2012.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & aplicações**. 2. ed. São Paulo: ÁTICA, 1998.
- ENGLISH, L. D.; GAINSBURG, J. Problem solving in a 21st century mathematics curriculum. In English, Lyn D. & Kirshner, David (Eds.) **Handbook of International Research in Mathematics Education** [3rd Ed.]. Taylor and Francis, New York, 2016, pp. 313-335.
- ENGLISH, L. D.; LESH, R.; FENNEWALD, T. Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. In: **11th International Congress on Mathematical Education**, 6-13 July 2008, Monterrey, Mexico.
- GOLDIN, G. A.; MCCLINTOCK, C. E. O tema da simetria na resolução de problemas. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.). **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 32-48.
- KILPATRICK, J. Variáveis e metodologias em pesquisa sobre resolução de problemas. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, C.; PIRONEL, M. (Org.) **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 85-107.
- LAMBDA, D. V.; WALCOTT, C. Changes through the years: Connections between psychological learning theories and the school mathematics curriculum. In: MARTIN, W. G. et al. (Ed.). **The Learning of Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2007. p. 3 - 25.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA, Vol. 1, 2000.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005, p. 212-231.

_____. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, nº 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/html/2912/291223514005/>>.

ONUCHIC, L. R.; HUANCA, R. R. H. A Licenciatura em Matemática: O desenvolvimento profissional dos formadores de professores. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A. M. F. T. (Orgs.). **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**. 1ed. Campinas: Papirus, 2013, v. 1, p. 307-331.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Ed.) **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1998. 360p.

_____. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos: UFSCar, v.6, n.1, p. 299-311, mai., 2012.

SCHOENFELD, A. H. **Polya, Problem Solving, and Education**. Mathematics Magazine, Vol. 50, nº 5, december 1987. pp. 283-291.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.) **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-43.

SERRAZINA, L. Resolução de Problemas e Formação de Professores: um Olhar sobre a situação em Portugal. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, C.; PIRONEL, M. (Org.) **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 55-83.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.) **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Reston: NCTM, 1989, p. 1-22.

TARDIF, M. **Saberes docentes e Formação Profissional**. 17. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2014.

VALE, I. Resolução de Problemas um Tema em Contínua Discussão: vantagens das Resoluções Visuais. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, C.; PIRONEL, M. (Org.) **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 131-162.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Resolver Problemas – Criando Soluções, Vendo. **REMATEC - Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 11, n. 21. Natal: UFRN, 2016, p. 8-23.

WALLE, J. A. V. **Elementary and Middle School Mathematics: teaching developmentally**. 4a ed. New York: Longman, 2001. 555p.