



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

VEYBER VALTER MARTINS FERREIRA

**A IMPORTÂNCIA DA TORRE DE HANÓI PARA O ENSINO E
APRENDIZAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA**

CAMPINA GRANDE – PB

2018

VEYBER VALTER MARTINS FERREIRA
A IMPORTÂNCIA DO JOGO TORRE DE HANÓI PARA O
ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática, do Centro de Ciências e Tecnologia, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito institucional para obtenção do título de licenciado em matemática.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Lúcio Barbosa

CAMPINA GRANDE – PB

2018

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

F383i Ferreira, Veyber Valter Martins.
A importância da Torre de Hanói para o ensino e aprendizagem matemática em sala de aula [manuscrito] / Veyber Valter Martins Ferreira. - 2018.
32 p.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2018.
"Orientação : Prof. Dr. Pedro Lúcio Barboza, Coordenação do Curso de Licenciatura em Química - CCT."
1. Ensino de Matemática. 2. Recursos didáticos. 3. Brincadeiras. 4. Torre de Hanói. I. Título
21. ed. CDD 371.337

VEYBER VALTER MARTINS FERREIRA
A IMPORTÂNCIA DO JOGO TORRE DE HANÓI PARA O
ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

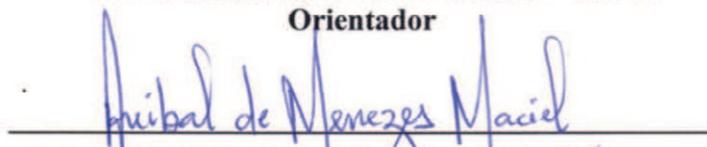
Trabalho de conclusão de curso apresentado à coordenação do curso de licenciatura em matemática, do Centro de Ciências e Tecnologia, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito institucional para obtenção do título de licenciado em matemática.

Aprovado em: 05 / 12 / 2018.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Pedro Lúcio Barboza
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Orientador



Prof. Dr. Anibal de Menezes Maciel
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Examinador



Profª. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Examinador

CAMPINA GRANDE – PB

2018

AGRADECIMENTOS

Em primeiro momento a Deus, por me guiar durante toda minha jornada acadêmica.

Aos meus familiares (minha mãe, meus irmãos e minha vó), pelo apoio e incentivo que sempre me deram, contribuindo sempre da melhor forma possível. Em especial a minha mãe por todo carinho e insistência, sem ela eu não teria conseguido. A minha namorada por toda dedicação e carinho. Obrigado vocês por tudo!

Ao meu filho Guilherme principal inspiração para conclusão desse curso. Papai dedica tudo isso a você!

Aos mestres e amigos de curso pelo companheirismo, todo ensinamento proposto, por toda multiplicação de conhecimentos e todo carinho expresso. A cada um deles um grande abraço.

Ao meu orientador professor Pedro Lúcio Barboza pelo grande incentivo e paciência durante todo esse trabalho. Obrigado de coração.

A todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a construção desse sonho.

“A matemática apresenta invenções tão sutis que poderão servir não só para satisfazer os curiosos como, também para auxiliar as áreas e poupar trabalho aos homens.” (Descartes)

RESUMO

Objetivo: Refletir sobre a importância da utilização do jogo torre de Hanói no processo de ensino e aprendizagem matemática. Metodologia: Este é um estudo do tipo exploratório, descritivo, com abordagem qualitativa. Realizado a partir de dados coletados na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Dom Aauto, turma do primeiro ano do ensino médio, no município de Juarez Távora, Paraíba. Resultados e Discussão: No início do jogo os alunos não se importaram muito na quantidade de movimentos que faziam para conseguir completar o jogo, logo depois de um certo tempo os alunos perceberam que não basta jogar com rapidez para ganhar, ou seja, transferir as peças da primeira para a terceira haste de qualquer maneira, mas sim buscar uma estratégia que possibilite um número mínimo de movimentos com qualquer quantidade de peças. Conclusão: É no ato de jogar que o aluno pode colocar para si desafios e questões, levantando hipóteses, na tentativa de compreender os problemas que surgirão em relação à realidade, contribuindo ao mesmo tempo para desenvolver a sua imaginação, bem como para estabelecer relações de organização e convivência. E como o jogo a torre de Hanói propicia um “quebra cabeça” que consiste principalmente em planejamento e soluções, trata-se de uma ideia muito produtiva a ser usada.

PALAVRA-CHAVES: Brincadeira. Matemática, torre de Hanói.

ABSTRACT

Objective: To reflect on the importance of using the tower game of Hanoi in the process of mathematical teaching and learning. Methodology: This is an exploratory, descriptive study with a qualitative approach. It will be done from data collected at the State School of Elementary and Middle School Dom Aauto, class of the first year of high school, in the city of Juarez Távora, Paraíba. Result and Discussion: At the beginning of the game the students did not care much about the amount of movements they made to complete the game, after a while the students realized that it is not enough to play quickly to win, that is, to transfer the pieces from the first to the third rod anyway, but rather seek a strategy that enables a minimum number of moves with any number of pieces. Conclusion: It is in the act of playing that the student can pose challenges and questions, raising hypotheses, trying to understand the problems that will arise in relation to reality, while contributing to develop their imagination, as well as to establish relations of organization and coexistence. And as the game the tower of Hanoi provides a "puzzle" that consists mainly of planning and solutions, was a very productive idea to be used.

KEY WORD: Joking. Math, tower of Hanoi.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
1. REFLEXÕES SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	9
1.1. O ensino da matemática no cotidiano dos alunos	11
2. O JOGO COMO FACILITADOR DO APRENDIZADO	15
2.1. Utilizando jogos no processo educacional	17
3. ASPECTOS METODOLOGICOS	20
3.1. Atividades didáticas	21
4. A TORRE DE HANÓI NA SALA DE AULA.....	22
5. CONCLUSÃO	24
REFERÊNCIAS	26
APÊNDICE	27

INTRODUÇÃO

Considerando as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de matemática, busco mostrar em cima desse contexto, a aplicação dos jogos matemáticos como ferramenta de ensino e aprendizagem. Tendo percebido no dia-a-dia em sala de aula, as diversas dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão de determinados conteúdos. A decisão de usar o jogo torre de Hanói foi baseado no fato de ser um jogo onde busca-se ter concentração, organização e métodos de solução para o problema proposto. Diante das situações apresentadas e considerando uma busca melhor na qualidade do ensino e aprendizagem, o presente estudo tem como objetivo analisar a evolução na aprendizagem matemática utilizando o jogo torre de Hanói como ferramenta de ensino.

O trabalho está estruturado em cinco capítulos. Iniciamos o presente trabalho com uma introdução, onde nela apresentamos o tema que será abordado neste trabalho. Já no primeiro capítulo, apresentamos “reflexões sobre o ensino e aprendizagem de matemática”, neste procuramos mostrar a educação como um processo de formação humana, através de desenvolvimento das competências e habilidades que são necessárias para as pessoas serem e estarem no mundo. Neste processo de formação temos a escola como um local privilegiado para que esse desenvolvimento seja efetivado. No segundo capítulo, escrevemos sobre “o jogo como facilitador do aprendizado”, onde procuramos mostrar ao alunado um novo meio de compreender a matemática utilizando o material concreto (o jogo), buscando atingir pontos em que eles possam aprender e enxergar o estudo da matemática de forma lúcida. No terceiro capítulo, levantamos os “aspectos metodológicos”, onde apresentamos o jogo, as regras e todo processo de aprendizagem. No quarto capítulo, apresentamos “a torre de Hanói em sala de aula”, onde descrevemos as opiniões e relatos dos alunos durante e após todo processo do jogo. Nesse capítulo, apontamos também toda análise em cima do fator ensino-aprendizagem mediante o jogo. Por fim, apresentamos as considerações finais acerca da temática abordada e mostramos os pontos relevante do trabalho, onde procuramos mostrar ao educador na busca de

alternativas como esta que imprimimos no trabalho, onde possa diminuir a imagem de que a matemática seja um “monstro”.

1. REFLEXÕES SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

A matemática em companhia com a leitura e a escrita é indispensável na vida da população, sem conhecer matemática um indivíduo terá diversos conflitos perante seu dia-a-dia, em razão das diversas aplicabilidades da mesma. Tendo em vista que a vida em si está rodeada de atividades que é possível a aplicação da matemática, seja ela no campo financeiro, métrico, estatístico, entre outros. Assim sendo, percebemos que a matemática é uma ciência que tem uma influência enorme em nossas vidas e contribui de forma decisiva para o progresso da humanidade.

Aprender é uma metodologia que vem desde a criatura primitiva, ligada diretamente as suas necessidades. E aprender matemática, embora que de forma simples ou mais específica, é uma atividade do cenário de todo indivíduo. Entretanto, há um leque de dificuldades encontradas por alunos (na aprendizagem) e professores (no ensino), tornando assim um desafio ao ensino e aprendizagem. O professor, por um lado, encontra dificuldade por não alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo dificuldades de, por si só, repensar e encontrar um meio onde o aluno possa gostar e aprender a disciplina. Muitos tentam usar métodos novos, muitas vezes, meras “receitas” de como ensinar determinados conteúdos, acreditando que assim irão melhorar o entendimento dos alunos. Por outro lado, o aluno se ver desafiado a apreender, equacionar e aplicar a matemática em seu convívio diário. Procurar encaixar essas atividades, vem tornando a disciplina um “bicho papão” na cabeça do aluno.

Existem dois tipos fundamentalmente diferentes de aprendizagem: a aprendizagem casual e a organizada. A aprendizagem casual é a aprendizagem espontânea, surge naturalmente da interação com outras pessoas, ou seja, do convívio social, pela observação de objetos e acontecimentos, pelo contato com as mídias, leituras e conversas informais etc. Já a aprendizagem organizada tem caráter intencional, sistemático, cuja finalidade peculiar é a construção do conhecimento. Libâneo (1994, p.82)

A defesa de Libâneo nos mostra a necessidade de se procurar enxergar a evolução social que a humanidade passa e a necessidade de acompanhá-la no processo de ensino-aprendizagem.

Nesta perspectiva, trazemos à tona uma reflexão que, segundo os PCN (1999), é necessário que haja, nas escolas públicas, em relação ao ensino da matemática, as seguintes atitudes dos professores de matemática:

- Maior preocupação dos mesmos em aprimorar-se em leituras reflexivas e suas implicações metodológicas diante dos alunos.
- Tornar esses alunos atores no processo de aprendizagem e construção do conhecimento intelectual apropriado e qualificado.

Logo, diante desta realidade percebe-se a necessidade da compreensão que os professores precisam ter frente aos métodos que são utilizados para o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

Compreender matemática se faz necessário fornecer experiências que façam os alunos dar valor à Matemática, ganhar confiança nas suas capacidades matemáticas, tornar-se solucionador de problemas matemáticos, comunicar-se matematicamente. Para que essa comunicação realmente exista, o professor deve estabelecer estratégias.

Podemos imaginar que o professor é o principal articulador na fonte de interesse do aluno, fazendo-o incentivar o mesmo para a investigação, dar o sentimento de que ele possa construir o conhecimento por si próprio. O professor não deve forçar a conclusão: deve deixá-la formar-se de forma a aumentar a capacidade de compreensão do aluno. Para Mora:

A Matemática somente será entendida, aprendida e dominada, pela maioria das pessoas, quando sua relação com elas estiver baseada, em primeiro lugar, no trabalho, ativo, participativo e significativo dos sujeitos atores do processo educativo (MORA, 2003, p.49).

Os programas do Ensino Médio devem usar métodos ativos e fazer apelo à intuição, devem encadear os assuntos, devem adaptar os métodos à idade e às características dos alunos, sempre dando valor a relação da matemática com o cotidiano do aluno.

O professor de matemática deve ser o sujeito responsável em relacionar o conteúdo estudado a realidade do aluno, assim como deve habituar o aluno a resolver situações de sua vida cotidiana relacionando conteúdos matemáticos, aplicando esquemas lógicos da matemática a problemas concretos. Para Moreira (1999, p.109), “o desenvolvimento cognitivo não ocorre independentemente do contexto social e cultural”. Esses contextos são normalmente esquecidos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Defendendo a ideia de que a aprendizagem aconteça em diversos lugares. A escola é o único local priorizado e privilegiado para a edificação do conhecimento sistemático. A aprendizagem escolar é uma ação pensada, premeditada e calculada, onde o conhecimento é propagado por meio do ensinamento no processo de compreensão e entendimento. Aprendizagem e ensino são inseparáveis. Um não permanece sem o outro.

1.1 O ensino da matemática no cotidiano dos alunos

Sempre se ensinou matemática, apesar das dificuldades de se relacionar o conteúdo com o contexto e a realidade. Na verdade, esta disciplina é considerada como uma das mais antigas. Faz parte dos currículos escolares, desde o início do Ensino Médio. No entanto, isso não fez com que a Matemática seja uma disciplina com um grau elevado de entendimento.

A atividade matemática proporciona, entre outras coisas, o "hábito de analisar o significado do enunciado", "de estabelecer demonstrações" ou de distinguir o essencial do acessório numa dada situação, razões que são as que se relacionam com a importância desde sempre atribuída à Matemática, quer para o dia-a-dia das pessoas e para a sua vida profissional, quer para o desenvolvimento das outras ciências, das técnicas e outros ramos da atividade humana. Conforme Dante (1996), a "Matemática da vida corrente", como ele a chama, independentemente da sua real importância, é, naquilo que existe de comum na vida das pessoas, cada vez mais aprendida fora da escola do mesmo modo como aprendemos outros conhecimentos que nos são essenciais.

Na forma convencional de alguns professores, a Matemática se resume em os alunos responderem a questões que são repassadas do livro para o caderno, ou, em outros casos, o professor transcrever do seu livro para o quadro. Dada a facilidade inevitável que essa prática proporciona, os alunos copiam para o caderno, e muitas vezes não se relaciona o conteúdo com a realidade do aluno, o que pode causar ao discente um distanciamento com a disciplina, causando vários transtornos na vida afetiva, cognitiva e social.

São essas algumas das características que tem o ensino atual da Matemática, não permitindo que o aluno questione, discuta e descubra o gosto de aprender por si mesmo. Existe uma visão errônea e distorcida em relação à mente dos alunos, dando somente valor à memorização. E assim, tudo se aprende de uma forma fragmentada.

O ensino da Matemática, segundo a concepção construtivista, propõe uma metodologia centrada no aluno, na qual o professor deve questionar provocar o aluno, para que este se desequilibre e busque um novo equilíbrio. O próprio aluno pode verificar se a equação que elaborou é verdadeira ou não, pois a verdade está na própria Matemática. Ao tentar explicar o que fez, o aluno se organiza mentalmente, procura ordenar o seu ponto de vista com o de seu colega. Discutindo, ele é capaz de entender seu próprio raciocínio, construindo seu conhecimento e relacionando-se com suas estruturas mentais, com o mundo físico e social, afirma Lopes (1996).

Os PCNs dizem que:

É preciso que o aluno perceba a matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la (BRASIL, 1999, p. 251).

Hoje em dia, muitos professores já perceberam que não são os únicos educadores. A sociedade inteira participa direta ou indiretamente do processo de aprendizagem dos indivíduos. A educação eficiente exige clareza de ideias, reflexões constantes sobre a prática educativa. De acordo com Kammi:

Quando o professor sabe o que ele está fazendo e pode justificar sua atividade com uma teoria científica, os pais passam a acreditar em seu conhecimento e em seu juízo profissional. Assim como eles acreditam no treinamento científico dos médicos, eles acreditam nos professores que baseiam suas atividades em pesquisas contemporâneas (KAMMI, 1992, p.201)

De acordo com o exposto acima, compreende-se a necessidade de um posicionamento com fundamento numa linha filosófico-pedagógica que tenha uma base consistente e construtiva diante dos alunos e da sociedade que espera e precisa de mudança e transformações visíveis, por parte daqueles que estão dispostos e comprometidos com a educação dos indivíduos.

Em várias circunstâncias do cotidiano, quando surge o novo, os professores entram em conflitos, internos ou externos, quanto às hipóteses e desafios a serem percorridos.

O professor, quando faz opção por traçar suas aulas de matemática relacionando o conteúdo com o cotidiano do aluno ou seja, com a realidade, mostrando a importância de cada conteúdo na vida futura do aluno ele está usando argumentos sociais para a democratização da matemática. Segundo Malheiros:

Existem alguns argumentos sociais para a democratização da Matemática, entre eles estão as aplicações de conteúdos matemáticos na realidade, que normalmente não são mencionadas em sala de aula. Ela é considerada insubstituível, tendo o poder “formatador da sociedade” e, finalmente, atribuir às pessoas a capacidade de entender as aplicações matemáticas no dia-a-dia (MALHEIROS, 2004, p. 50).

O professor precisa quando faz essa opção tornar-se um pesquisador em ação e construção de sua fundamentação pedagógica, compreendendo que o aluno constrói seu próprio conhecimento, e o professor acompanha e avalia o que está acontecendo com ele.

A postura do professor nesse processo deve transcender o seu tradicional papel de transmissor do saber, para tornar-se o mediador das relações entre o aluno, o conhecimento e o mundo. Professor e aluno buscam saber o que fazer com os conteúdos para viverem melhor e terem aprendido a ser autônomos, criativos e livres para construir e reinventar suas aspirações e expectativas quanto ao conhecimento quantitativo e qualitativo do seu universo. Segundo Pais (2002, p.28):

Uma forma de dar sentido ao plano existencial do aluno é através do compromisso com o contexto por ele vivenciado, fazendo com que aquilo que ele estuda tenha um significado autêntico e por isso deve estar próximo a sua realidade (PAIS 2002, p.28)

O compromisso que o professor pretende ter diante da qualidade do ensino precisa de desafios constantes para vencer as tendências pedagógicas que oprimem aqueles que buscam mudanças e transformações na ação pedagógica.

Segundo os PCN (1999), os professores necessitam entender que o Ensino Médio precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania, e não como prerrogativa de especialistas. Por isso os estudantes devem ter a liberdade de expressão e possam ser autônomos na construção do seu conhecimento lógico-matemático, tendo no professor a segurança do companheirismo na caminhada contínua pelo saber.

2. O JOGO COMO FACILITADOR DA APRENDIZAGEM

Um dos principais objetivos do professor no trabalho com jogos está ligado a valorização do papel pedagógico, visando assim um trabalho de exploração e/ou aplicação de conceitos matemáticos. Além disso, é possível verificar que os jogos matemáticos acabam facilitando o aprendizado dos alunos sobre a matéria e fazendo com que os mesmos acabem gostando dos assuntos abordados. Nos jogos educativos é possível que o professor questione o aluno sobre suas jogadas e estratégias para que o jogar se torne um ambiente de aprendizagem e criação conceitual.

Quando o professor planeja a exploração do jogo, os alunos tendem a se sentir mais interessados no jogo e em como encontrar soluções para sua resolução. Para essa resolução, o aluno é “forçado” a criar processos pessoais para que possa jogar e resolver os problemas que inesperadamente irão surgir, elaborando assim novos pensamentos e conhecimentos, deixando de seguir sempre a mesma “receita”.

O professor ao propor os jogos como uma alternativa para aprender matemática busca no aluno suas estratégias que utilizou durante as jogadas e suas possíveis formas de solução para os “problemas” proposto no jogo, influenciando na melhoria de sua habilidade. Essa reflexão ocorre sem que o aluno tenha consciência, pois analisar os processos de pensamentos seguidos é exigência do próprio jogo, o que leva a detectar as jogadas erradas realizadas, compreender as variáveis envolvidas na ação e buscar alternativas para solucioná-las a tempo de ganhar a partida e produzir conhecimento.

Nessa perspectiva, a análise do erro e do acerto pelo aluno se dá de maneira dinâmica e efetiva, proporcionando a reflexão e a recriação de conceitos matemáticos que estão sendo discutidos; o professor tem condições de analisar e compreender o desenvolvimento do raciocínio do aluno e de dinamizar a relação ensino e aprendizagem, por meio de questionamentos sobre as jogadas realizadas pelos alunos.

Segundo Pais (2002), um outro aspecto que é próprio da natureza do jogo é o seu caráter social que possibilita à criança expor suas idéias e analisar pontos de vista de outros colegas, refletir sobre as jogadas realizadas pelo grupo e as do adversário e tomar decisões sobre qual melhor jogada deve

realizar, podendo entender que a opinião de um colega pode ser melhor que a própria ou que juntos podem encontrar soluções mais interessantes. Esse fato contribui para que o aluno compreenda que, em seu futuro profissional, a interação e troca de idéias serão relevantes para poder desempenhar bem o papel na sociedade.

Para Malheiros, (2004) para que o jogo possa atingir toda a sua plenitude e realmente ser útil no processo educacional, é necessário levar em conta determinados aspectos, que são:

- Ser interessante e desafiador

O professor deve propor alguma coisa interessante para os alunos resolverem, levando sempre em conta o estágio de desenvolvimento em que o aluno se encontra. Isto só é possível se ele fizer uma leitura do comportamento da criança. Quando interessadas, as crianças criam novas maneiras de jogar, fazem e refazem ações, inventam maneiras mais difíceis de jogar, caso considerem um jogo muito fácil, enfim movimentam-se física e intelectualmente, a fim de interagir no jogo. O professor também deve buscar adaptar um jogo para torná-lo mais desafiador.

- Permitir que o aluno avalie seu desempenho

Quando um aluno tenta obter um resultado, está naturalmente interessado no sucesso de sua ação. Neste caso, é necessário que o resultado seja claro, permitindo ao aluno avaliar seu sucesso, percebendo, sem dúvida, onde errou, estabelecendo as conseqüentes relações entre as várias ações realizadas e reações, contribuindo, assim, para a construção da autonomia.

- Favorecer a participação ativa de todos os jogadores durante o jogo

O professor deve estar atento à reação e a participação contínua e a capacidade de envolvimento dos alunos, seja observando, agindo ou pensando. Caso seja necessário, o professor pode fazer alterações no grupo ou mesmo tirar ou incluir regra, a fim de possibilitar este movimento.

As afirmações de Malheiros (2004), nos faz refletir nos métodos pedagógicos em que o professor necessita está atento para a construção de um aprendizado sólido, tendo em vista de que o jogo por si só não será o suficiente. É necessário que o professor faça com que o aluno enxergue ainda mais além do que o próprio ato de jogar. Um ato que condiz com a própria prática do educador e reflete positivamente no Ensino de Matemática, que é o

ato do planejamento. O professor precisa formular as ideias que deseja alcançar com o jogo e preparar os alunos a entenderem isso.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN, 1998), do Ministério da Educação e Cultura (MEC), em relação à inserção de jogos no ensino de matemática, pontuam que estes:

Constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações[...] (BRASIL, 1999, p. 46).

Apesar de os PCN orientarem para a utilização de jogos no ensino de matemática, não orientam em relação a como deve ser encaminhado o trabalho pedagógico após “o jogo pelo jogo “. Fica a sensação de que o jogo por si mesmo estará trabalhando análises, desencadeamentos ou formalizações de conceitos matemáticos, onde no entanto nem sempre se atingi de forma direta os resultados esperados.

2.1 Utilizando Jogos no Processo Educacional

Desde muito tempo o homem busca inovações sempre, e a cada dia que passa, vemos o quanto isso contribuiu para a evolução da humanidade. Na sala de aulas, nos defrontamos com diferenças relacionadas a níveis sociais, cultura, raça, religião, etc. E diante os avanços tecnológicos, acessível à grande parte da população, muitas vezes só não basta o quadro de giz e “saliva”, não conseguem atrair a atenção de nossos alunos. Muitas vezes se é necessário modificar nossas metodologias de ensino, sempre em busca de chamar a atenção dos alunos para a matéria apresentada. Os jogos educativos com finalidades pedagógicas revelam a sua importância, pois promovem situações de ensino-aprendizagem e aumentam a construção do conhecimento, introduzindo atividades lúdicas e prazerosas, desenvolvendo a capacidade de iniciação e ação ativa e motivadora.

“A estimulação, a variedade, o interesse, a concentração e a motivação são igualmente proporcionados a situação lúdica...” (MOYLES, 2002, p.21).

Jogando, o indivíduo se depara com o desejo de vencer que provoca uma sensação agradável, pois as competições e os desafios são situações que mexem com nossos impulsos.

Segundo Silveira (1998, p.02): “[...] os jogos podem ser empregados em uma variedade de propósitos dentro do contexto de aprendizado. Um dos usos básicos e muito importantes é a possibilidade de construir-se a autoconfiança”.

Outro, é o incremento da motivação. “[...] um método eficaz que possibilita uma prática significativa daquilo que está sendo aprendido. Até mesmo o mais simplório dos jogos pode ser empregado para proporcionar informações factuais e praticar habilidades, conferindo destreza e competência” (SILVEIRA, 1998, p.02).

É muito importante que os jogos pedagógicos sejam utilizados como instrumentos de apoio, e não apenas o único método de ensino, constituindo elementos úteis no reforço de conteúdos já apreendidos anteriormente.

Conforme Fialho:

A exploração do aspecto lúdico, pode se tornar uma técnica facilitadora na elaboração de conceitos, no reforço de conteúdo, na sociabilidade entre os alunos, na criatividade e no espírito de competição e cooperação, tornando esse processo transparente, ao ponto que o domínio sobre os objetivos propostos na obra seja assegurado (FIALHO, 2007, p. 16).

É muito importante que haja uma relação com a aprendizagem, de forma que seja marcado por um envolvimento, tanto do professor, quanto do aluno. E neste envolvimento, ambos estão sendo, à sua maneira, inseridos no processo ensino/aprendizagem, e experimentando o prazer das apropriações e da construção do conhecimento.

Infelizmente, estudo e brincadeira ainda ocupam momentos distintos na vida de nossos alunos. O recreio foi feito para brincar e a sala de aula para estudar. Dessa forma, o lúdico perde seus referenciais e seu real significado, acompanhando, as exigências de um currículo a ser cumprido. Muitas vezes o professor não entende seu aluno, simplesmente porque não o conhece.

A necessidade de repassar todos os conteúdos é tamanha que nos esquecemos que assim como nós, eles também têm seus problemas e emoções. É válido ressaltar que nossos alunos necessitam de muito mais do

que simplesmente ouvir, escrever e resolver exercícios que atendam ao currículo proposto no início do ano.

Podemos ir além e proporcionar a eles momentos de harmonia, diversão e brincadeiras, em busca da aprendizagem e da convivência saudável com suas próprias emoções. Desta forma, estaremos colaborando na construção da sua individualidade, da sua marca pessoal. Não devemos nos esquecer, também, que ao proporcionarmos estes momentos de entusiasmo e diferentes do rotineiro, não estamos deixando de lado o compromisso de repassar os conteúdos previstos para a série.

Segundo Montibeller:

“No brinquedo, a criança vive a interação com seus pares na troca, no conflito e no surgimento de novas ideias, na construção de novos significados, na interação e na conquista das relações sociais, o que lhe possibilita a construção de representações.” (MONTIBELLER, 2003, p.320)

Portanto, estamos apenas levando o espírito lúdico para nossas salas de aula, através de brincadeiras e jogos que, por sua vez, estão envolvendo conteúdos importantes, porém, de uma forma mais prazerosa e diferenciada.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este estudo é do tipo exploratório, descritivo, com abordagem quantitativa e qualitativa e dados prospectivos, realizado a partir de dados coletados na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Dom Aduato, município de Juarez Távora, com a turma do 1º ano c, composta por 18 alunos.

Para coleta de dados utilizamos em sala de aula o jogo “A torre de Hanói” na intenção de provocar aos alunos formas mais simples de raciocinar e encontrar soluções aos problemas matemáticos.

O banco de dados foi montado por meio da observação do desempenho dos alunos perante o jogo matemático. Visando identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos a pesquisa e raciocínio ao modelo proposto.

O estudo foi realizado a partir do jogo proposto na sala de aula da escola acima já citada. Todos os alunos receberam o jogo que consta inicialmente com 3 “torres” e 3 discos, a cada vez que se conseguir passar todos os discos, aumenta-se mais um disco. Os discos são colocados uns sobre os outros, em ordem crescente, de cima para baixo. O problema consiste em passar todos os discos de um pino para outro qualquer, usando um dos pinos como auxiliar, de maneira que um disco maior nunca fique em cima de outro menor em nenhuma situação.

Após o término do jogo os alunos são convidados a responder as seguintes questões:

1) A partir do jogo, complete a tabela abaixo referente ao menor números de movimentos possíveis em cada nível de disco.

Número de discos	Número mínimo de movimentos
3	
4	
5	
6	
7	
8	

- 2) Existe uma possibilidade de termos alguma relação matemática entre o número de discos da torre e o número de movimentos mínimo para transferir as peças?
- 3) Usando uma ferramenta gráfica (software, aplicativo ou outro meio) faça o gráfico da função obtida na questão anterior.

3.1 Atividades didáticas

A Torre de Hanói pode ser trabalhada em níveis de desenvolvimento com crianças. Na pré-escola, com regras simples de separação de cores e tamanhos, a torre de Hanói ajuda em questões de coordenação motora, identificação de formas, ordem crescente e decrescente, entre outras formas de aprendizagem.

De uma maneira mais ampla, o jogo pode ser usado para o fortalecimento de meios matemáticos como contagem, função, análise combinatória e ainda explorar o raciocínio lógico, concentração, tomada de decisão e entre outros. Iniciando com um número menor de peças, ou seja, resolvendo problemas mais simples, teremos oportunidade de experimentar uma das mais importantes formas de raciocínio matemático.

4. A TORRE DE HANÓI NA SALA DE AULA

No início do jogo os alunos não se importaram muito na quantidade de movimentos que faziam para conseguir completá-lo, procuraram apenas fazer de forma rápida a transferência das peças de uma torre a outra. Logo depois de um certo tempo eles perceberam que não basta apenas transferir as peças de um pino ao outro, mas sim buscar uma estratégia que possibilite um número mínimo de movimentos. Essa investigação possibilitou a eles formas de pensar em métodos de solução ao problema ali proposto. E assim, a todo instante que se venciam uma etapa do jogo e que se implantava uma nova etapa, uma nova dificuldade surgia ao acrescentar uma outra peça e assim um entusiasmo se nascia entre eles, na busca de procurar investigar uma nova solução ao problema em que se colocava perante a situação.

Neste contexto, (MACHADO, 1995, p.53) afirma: “a razão mais fundamental, ao nosso ver, é a que diz respeito à progressiva conscientização, fundada nas ações, que a prática do jogo propicia “. Ou seja, a “torre” possibilita a reflexão, e uma possível conscientização, quanto ao fato de que em muitas atividades humanas é necessário a busca por boas soluções, isto é, soluções que minimizem o trabalho do homem.

Depois de “brincar” com a torre e descobrir a técnica de transferência que resulta de uma boa movimentação, os alunos começaram a entender e a jogar com mais consciência o jogo e aprenderam uma estratégia matemática para conseguir realizar a competição com o mínimo de movimento.

Os alunos também começaram a calcular o número de jogadas necessárias para uma quantidade qualquer de peças. Através do raciocínio que foram compreendendo no decorrer do jogo.

A eles foi dada uma atividade matemática, onde foram exploradas o contexto matemático compreendido durante o jogo. Foi introduzida o estudo de função exponencial (lei de formação de uma função, gráfico de uma função exponencial e equação exponencial).

Nitidamente a aplicação do jogo ajuda a quebrar o paradigma dos alunos de que a matemática é uma matéria difícil de ser compreendida. A busca de resolver o problema do jogo trouxe maiores curiosidades em resolver futuros

problemas. Resultado disso foi que após o término da aula alguns alunos em grupo encontraram por meio de aplicativo o jogo e passaram a jogá-lo em casa. Nele encontraram torres bem maiores e entusiasmos maiores ainda.

Posso considerar de forma esperançosa que o uso dos jogos no ensino da matemática tende a somar produtivamente e que pela modernidade e pelo inegável avanço da tecnologia à qual a maioria dos alunos tem acesso, a de se surgir uma construção ainda maior de jogos matemáticos. Porém, a questão não parece tão simples, pois, não se trata apenas de decidir usar tal jogo ou não, mas, como usar.

Ao fim do jogo, foi possível notar que estudantes com dificuldades significativas no que se refere a métodos matemáticos apresentaram bom desenvolvimento no jogo, superando dificuldades de concentração, resolução de problemas e percebendo que a matemática encontra-se aplicada no cotidiano de cada um, nos mais diversos contextos entre eles inseridos.

5. CONCLUSÃO

No lúdico, os jogos matemáticos provocam e estimulam nos discentes o pensamento independente, o desenvolvimento do raciocínio lógico, e a capacidade de resolver problemas. Como educadores devemos sempre procurar alternativas como esta, que anulem aquela imagem de que a matemática é um “monstro de sete cabeças”.

Durante e após a execução do jogo torre de Hanói, foi possível perceber, como um simples jogo pode auxiliar o trabalho do professor e construir uma maior e melhor visualização do problema ao alunado. Notou-se de forma clara que logo após a aplicação do jogo a turma passou a ser mais cautelosa e observadora mediante os problemas propostos dos conteúdos didáticos.

Obviamente, percebi que o jogo por si só não dá conta da aprendizagem e dos conceitos matemáticos. Observei ainda que há um longo caminho a ser percorrido que a torre de Hanói foi apenas uma etapa positiva e que das primeiras constatações matemáticas dos alunos foram produtivas. Devemos apostar ainda mais em atividades em que, através da interação social, o aluno possa aprender pensando, colocando-o para discutir estratégias e observações numa atividade investigativa e motivadora.

Junto a essa experiência da torre de Hanói percebi que a escola tem por função dar a formação adequada ao aluno, dar um espaço, condições e instrumentos onde o aluno possa conseguir saber relacionar as informações e os conhecimentos na resolução de situações-problema, tornando-o um cidadão crítico.

O jogo é uma atividade interativa, social, cultural e construtiva na formação do indivíduo, tornando-o capaz de tomar decisões, descobrir, escolher, pensar e experimentar novas situações de aprendizagem.

É no ato de jogar que o aluno pode colocar para si desafios e questões, levantando hipóteses, na tentativa de compreender os problemas que surgirão em relação à realidade, contribuindo ao mesmo tempo para desenvolver a sua imaginação, bem como para estabelecer relações de organização e convivência.

O jogo possui vários objetivos pedagógicos como: trabalhar a ansiedade dos alunos por meio de atividades que exigem concentração; rever limite, pois é pelos jogos que o aluno se enquadra em regras, reagindo com suas emoções para aprender a ganhar e perder, aprendendo inclusive a respeitar e ser respeitado; proporcionar confiança em si e nos outros; estimular a autoestima; confeccionar jogos, fazendo que a criança tenha a oportunidade de errar, acertar, construir, criar, copiar, desenvolver planos aumentando sua autoestima, acreditando que é capaz de fazer muitas coisas para si; desenvolver a autonomia, proporcionando ao aluno a oportunidade de responsabilizar-se por suas escolhas e atos; ampliar o raciocínio lógico, exigindo planejamento e estratégias para raciocinar.

Podemos concluir que, baseados nas citações dos autores citados nesses trabalhos, que os jogos podem e devem ser usados como metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática. Seu uso poderá tornar a aprendizagem dos conteúdos matemáticos interessante, deixando de lado um pouco o quadro-negro, o giz e o livro-didático, ou seja, podemos trocar as atividades habituais por outras que possam vir a motivar a aprendizagem do aluno e, conseqüentemente, o ensino do professor.

Observamos, portanto, que o jogo utilizado em sala de aula contribuiu com o processo de ensino e aprendizagem e pode ser considerado um facilitador do ensino de matemática, com a jogo realizado na sala de aula foi possível verificar que os alunos se sente mais interessado em aprender estratégias e colocar em pratica seu raciocínio logico na atividade.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Secretaria de educação Média e Tecnológica**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas da Matemática**. São Paulo: Ática, 1996.

FIALHO R.M. **Matemática ativa**. João Pessoa: Universitária/UFPB, INEP, Comped: 2007.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. São Paulo, Campinas: Papirus, 1992.

LIBÂNEO, José C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LOPES, Josiane. Afinal o que é o Construtivismo? NOVA ESCOLA. Ano XI nº 95, 1996.

MACHADO, N. J. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias e temas afins. São Paulo: Cortez, 1995.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

MONTBELLER, L.G a. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico - manipulativos**. Curitiba – PR: Base Editorial, 2003. 22º ed. [Tradução] Dittrich, Vera Lúcia de Oliveira.

MORA, David. **Aprendizagem e Ensino**: Projetos e estratégias para o futuro da educação matemática. Lapaz, Bolívia: País Iris, 2003.

MOREIRA, Marco A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOYLES, J. R. Só brincar? O papel do brincar na educação infantil. Tradução: Maria Adriana Veronese. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

SILVEIRA. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese. Doutorado. Universidade de Campinas. Campinas: Unicamp, 1998.

APENDICE 1: Apresentação do jogo.



FONTE: Elaine Santos



Fonte: Elaine Santos

APÊNDICE 2: Resoluções do questionário aplicado em sala durante o jogo.

Questionário do jogo torre de Hanói – Professor Veyber Valler

1) A partir do jogo, complete a tabela abaixo referente ao menor números de movimentos possíveis em cada nível de disco.

Número de discos	Número mínimo de movimentos
3 (3h)	7
4 (19h)	15
5 (1,12 min)	31
6 (1,32 min)	63
7	127
8	255

2) Existe uma possibilidade de termos alguma relação matemática entre o número de discos da torre e o número de movimentos mínimo para transferir as peças?

$M = 2^n - 1$ $M = 2^8 - 1$ $M = 256 - 1$
 $M = 255$

3) Usando uma ferramenta gráfica (software, aplicativo ou outro meio) faça o gráfico da função obtida na questão anterior.

GeoGebra Calculadora Gráfica

Escala Dom Adauto Juarez Faires - PB
 Professor: Veyber Disciplina: matemática / 10^o A
 Alunas: Fátima, Amanda, Tery, Jordana & Gabi

Alunos: Bruno, Ana Beatriz, Leonardo, Brenson, Pedro.
 Disciplina: Matemática
 Série: 2º ano "C"
 Questionário do jogo torre de Hanoi – Professor Veyber Valtter

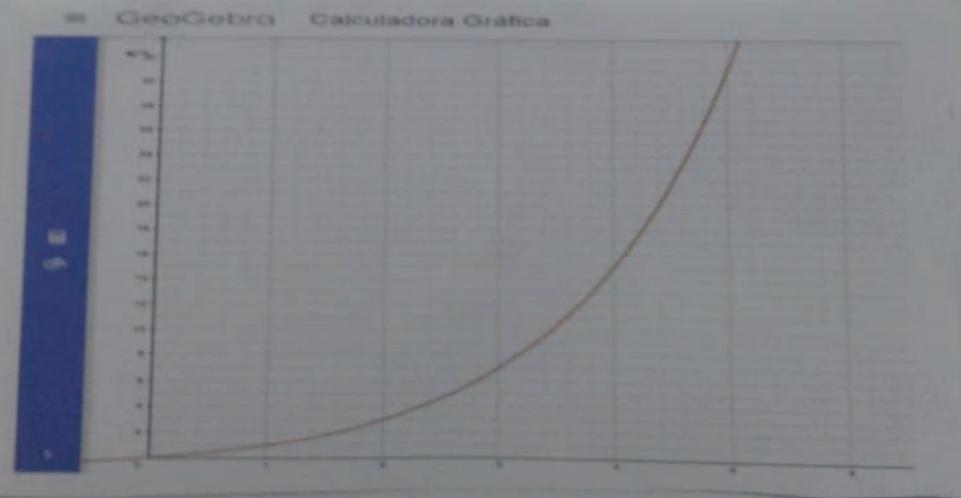
1) A partir do jogo, complete a tabela abaixo referente ao menor número de movimentos possíveis em cada nível de disco.

Número de discos	Número mínimo de movimentos
3	7
4	15
5	31
6	63
7	127
8	255

2) Existe uma possibilidade de termos alguma relação matemática entre o número de discos da torre e o número de movimentos mínimo para transferir as peças?

$M = 2 \times n + 1$ → número de movimentos da fase anterior

3) Usando uma ferramenta gráfica (software, aplicativo ou outro meio) faça o gráfico da função obtida na questão anterior.



Questionário do jogo torre de Hanói – Professor Veyber Valler

1) A partir do jogo, complete a tabela abaixo referente ao menor número de movimentos possíveis em cada nível de disco.

Número de discos	Número mínimo de movimentos
3 (7A)	7
4 (15A)	15
5 (31A)	31
6 (63A)	63
7 (127A)	127
8 (255A)	255

2) Existe uma possibilidade de termos alguma relação matemática entre o número de discos da torre e o número de movimentos mínimo para transferir as peças?

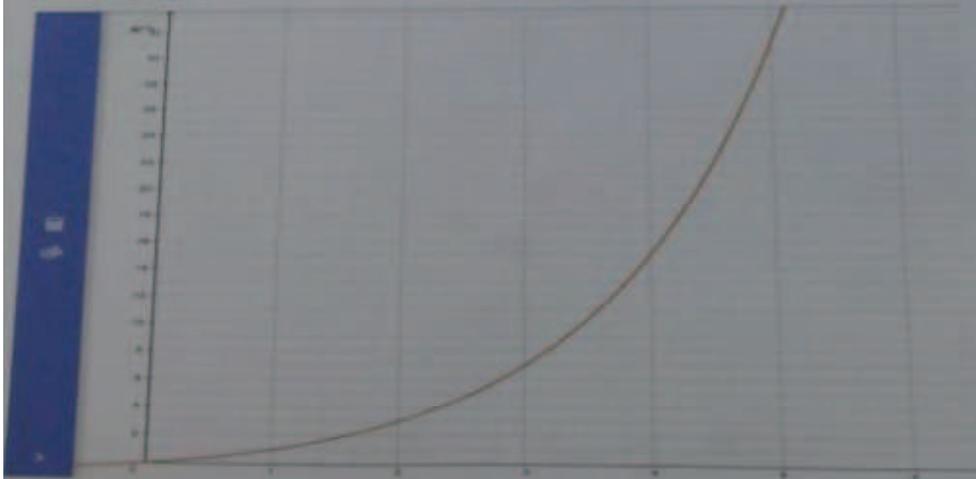
$$M = 2^n - 1$$

$$n = 2^8 - 1$$

$$M = 255$$

3) Usando uma ferramenta gráfica (software, aplicativo ou outro meio) faça o gráfico da função obtida na questão anterior.

GeoGebra Calculadora Gráfica



Professor = Veyber Valler

Disciplina = Matemática / 1º

Aluno = Luísa Feliciano da Silva
 Anderson Souza Lima

Gabriela, Larissa e Suelen 2^o ano B'

(matemática)
Questionário do jogo torre de Hanói - Professor Veyber Valtier

1) A partir do jogo, complete a tabela abaixo referente ao menor número de movimentos possíveis em cada nível de disco.

Número de discos	Número mínimo de movimentos
3	7
4	15
5	31
6	63
7	127
8	255

2) Existe uma possibilidade de termos alguma relação matemática entre o número de discos da torre e o número de movimentos mínimo para transferir as peças?

$M = 2 \times n + 1$ → número de movimentos da peça anterior

3) Usando uma ferramenta gráfica (software, aplicativo ou outro meio) faça o gráfico da função obtida na questão anterior.

