



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I BODOCONGÓ
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA**

WILLYS DUTRA ALENCAR

AS EQUAÇÕES DE MAXWELL E SUAS APLICAÇÕES: UM BREVE RESUMO.

**CAMPINA GRANDE
2018**

WILLYS DUTRA ALENCAR

AS EQUAÇÕES DE MAXWELL E SUAS APLICAÇÕES: UM BREVE RESUMO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

Área de concentração: Física.

Orientador: Prof. Dr. Alex da Silva.

**CAMPINA GRANDE
2018**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A368e Alencar, Willys Dutra.
As equações de Maxwell e suas aplicações [manuscrito] :
um breve resumo / Willys Dutra Alencar. - 2018.
34 p. : il. colorido.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) -
Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e
Tecnologia, 2018.
"Orientação : Prof. Dr. Alex da Silva, Departamento de
Física - CCT."
1. Eletromagnetismo . 2. Campo magnético . 3. Circuito
elétrico. 4. Carga elétrica. I. Título
21. ed. CDD 537

WILLYS DUTRA ALENCAR

AS EQUAÇÕES DE MAXWELL E SUAS APLICAÇÕES: UM BREVE RESUMO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

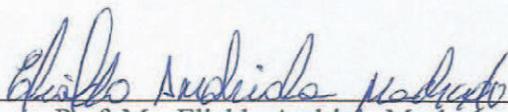
Área de concentração: Física.

Aprovada em: 24/11/2018.

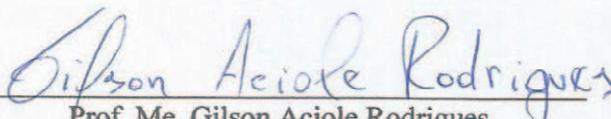
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Alex da Silva (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Elialdo Andriola Machado
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Gilson Aciole Rodrigues
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

AGRADECIMENTOS

A Deus primeiramente.

Ao professor Alex pelas leituras sugeridas ao longo dessa orientação e pela dedicação.

Aos meus pais Afonso Alencar de Lima e Josineide Dutra Alencar, por todo apoio e compreensão.

A meus irmãos, primos, tios e familiares em geral.

A minha companheira Amélia Ruth Nascimento Lima por toda a ajuda, apoio, críticas e compreensão.

Aos professores do Curso de Licenciatura em Física da UEPB, em especial, Ana Paula, Jean Spinelli, Maria Ângela, Alessandro Frederico e Ruth Melo que contribuíram ao longo do curso, por meio das disciplinas e debates, para o meu desenvolvimento profissional e pessoal.

Aos colegas de classe pelos momentos de amizade e apoio.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica sobre o eletromagnetismo de Maxwell, abordando as leis e teorias de grandes personagens que marcaram essa área da física ao passar dos séculos, a exemplo Ampère, Michael Faraday, Coulomb entre outros, e as consequências dos seus estudos para o nosso dia a dia, com aplicações simples e de extrema importância para sociedade atual. Esse estudo apresentou como resultados conceitos e características sobre Força eletrostática, carga elétrica e matéria, Lei de Coulomb, Análise da Estrutura da Matéria, Campo elétrico, Fluxo elétrico, Lei de Gauss, Campo Magnético, Lei de Ampere, Lei de Faraday, Força de Lorentz e as Equações de Maxwell, no intuito de fornecer dados relevantes e atuais sobre o assunto. Vale salientar que esse estudo foi de extrema importância para o aprimoramento do conhecimento da física, pois possibilitou discutirmos conceitos, teorias e estudos bem importantes como a Lei de Coulomb, o Campo Elétrico, Lei de Gauss entre outros, até chegar às equações de Maxwell. Desta forma, cremos que pesquisas nesta área devem ser estimuladas, uma vez reconhecida a necessidade do entendimento sobre o tema abordado neste trabalho.

PALAVRAS-CHAVE: Eletricidade. Magnetismo. Maxwell.

ABSTRACT

The present work aims to present a bibliographic review of Maxwell's electromagnetism, addressing the laws and theories of great characters that have marked this area of physics over the centuries, such as Ampère, Michael Faraday, Coulomb among others, and the consequences of his studies for our day to day, with simple applications and of extreme importance for current society. This study presented as results concepts and characteristics on Electrostatic Force, Electric Charge and Matter, Coulomb's Law, Matter Structure Analysis, Electric Field, Electric Flux, Gauss's Law, Magnetic Field, Ampere's Law, Faraday's Law, Lorentz and Maxwell's Equations in order to provide relevant and current data on the subject. It is worth mentioning that this study was extremely important for the improvement of the knowledge of physics, since it enabled us to discuss concepts, theories and very important studies such as the Coulomb Law, the Electric Field, Gauss Law among others, until arriving at Maxwell's equations. In this way, we believe that research in this area should be stimulated, once recognized the need of understanding about the topic addressed in this work.

KEY WORDS: Electricity. Magnetism. Maxwell.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Modelo atômico de Thompson.....	11
Figura 2 – Modelo atômico de Bohr.....	12
Figura 3 – Eletroscópio de Folhas.....	13
Figura 4 – Pêndulo Eletrostático.....	13
Figura 5 – Linhas de Campo Elétrico.....	15
Figura 6 – Atração de Cargas.....	18
Figura 7 - Eletrocardiograma.....	18
Figura 8 – Linhas de Campo Magnético.....	20
Figura 9 – Tubos de Raio Catódicos.....	23
Figura 10 - Bússola.....	24
Figura 11 – Fone de Ouvido.....	24
Figura 12 – Motor Elétrico.....	25
Figura 13 – Micro-ondas.....	29
Figura 14 – Funcionamento do Controle Remoto.....	30
Figura 15 – Ondas de Rádio.....	30

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 FORÇA ELETROSTÁTICA, CARGA ELÉTRICA E MATÉRIA	9
2.1 Princípio da superposição.....	9
2.2 Lei de Coulomb.....	10
2.3 Uma breve análise da Estrutura da Matéria.....	11
2.4 Aplicações.....	13
3 CAMPO ELÉTRICO, FLUXO ELÉTRICO E LEI DE GAUSS	14
3.1 O campo elétrico.....	14
3.2 Fluxo elétrico.....	15
3.3 Lei de Gauss.....	16
3.4 Aplicações.....	17
4 CAMPO MAGNÉTICO, LEI DE AMPERE E LEI DE FARADAY	18
4.1 Força magnética e força de Lorentz.....	19
4.2 Campo magnético e a Lei de Ampere.....	20
4.3 Lei de Faraday e suas experiências.....	21
4.4 Aplicações:.....	23
5 AS EQUAÇÕES DE MAXWELL	25
5.1 As equações de Maxwell.....	26
5.2 As ondas eletromagnéticas.....	28
5.3 Aplicações:.....	29
6 METODOLOGIA	31
7 CONCLUSÃO	32
REFERÊNCIAS	33

1 INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico que vem ocorrendo em nossa sociedade nos últimos anos. Fez com que o eletromagnetismo se firmasse cada vez mais como uma área presente no nosso dia a dia. James C. Maxwell, unificou a teoria da eletricidade e do magnetismo obtendo quatro equações que hoje em sua homenagem foram chamadas de equações de Maxwell, que explicam e regem todos os fenômenos eletromagnéticos. Desde então e tendo por base esta teoria surgiram diversas aplicações tecnológicas desde a difusão de voz e imagem usando ondas eletromagnéticas, o radar, a geração de calor por micro-ondas, a detecção remota e mais recentemente as comunicações móveis. (PINHO, 2004)

Todas essas invenções foram possíveis graças ao conhecimento e intensos estudos de diversas pessoas ao longo dos séculos como, por exemplo, Charles Augustin de Coulomb (1736 – 1806), André-Marie Ampère (1775 – 1836), Michael Faraday (1791 – 1867), Johann Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), James Clerk Maxwell (1831 – 1879) entre outros grandes cientistas (MACHADO, 2002).

Todos esses cientistas fizeram grandes avanços nas áreas da eletricidade e do magnetismo na física, o que permitiu que a humanidade conseguisse compreender melhor a natureza desses fenômenos, em especial a Michael Faraday e Maxwell que conseguiram unir essas duas áreas que suspeitavam que pudessem ser unidas, mas antes deles nunca conseguiram realmente comprovar isso (MACHADO, 2002).

Visando a importância do estudo dessa área, meu trabalho tem por objetivo fazer uma revisão literária dos estudos que foram realizados até se chegar ao que conhecemos hoje como as equações de Maxwell.

2 FORÇA ELETROSTÁTICA, CARGA ELÉTRICA E MATÉRIA

Nesta primeira etapa serão discutidos os conceitos básicos que envolvem os fenômenos elétricos, a parte mais simples chamada de eletrostática, na qual são abordadas as interações entre cargas elétricas, e alguns exemplos de onde podemos utilizar esses conceitos.

Os fenômenos envolvendo eletricidade já eram conhecidos desde épocas remotas, o ser humano já sabia da existência de animais que podiam gerar descargas elétricas como, por exemplo, a enguia que é uma espécie de peixe capaz de transmitir eletricidade por seu corpo, os gregos já sabiam do Âmbar que é uma resina resultado da seiva de árvores, onde ela apresentava características de atrair ou repelir objetos, após atritar com outros materiais como pele de carneiro, semelhante a um ímã, porém sem envolver campo magnético, do seu nome grego *élektron* surgiu o nome eletricidade (MACHADO, 2000).

Durante o século XVII foram iniciados estudos sistemáticos sobre a eletrização por atrito, graças a vários cientistas como Otto von Guericke que criou uma máquina geradora de cargas elétricas, e Stephen Gray que faz uma primeira distinção entre condutores e isolantes elétricos (MACHADO, 2000).

O estudo foi aprofundado durante o século XVIII. Nessa época os fenômenos envolvendo a eletricidade eram mais utilizados como forma de entretenimento. Se utilizavam máquinas geradoras de descargas elétricas para produzir raios, utilizavam de objetos para atrair ou repelir outros, entre outros recursos. Diversas pesquisas foram realizadas e um estudo mais intensivo foi realizado para tentar entender a natureza desses fenômenos (REITZ, MILFORD, CHRISTY, 1982).

2.1 Princípio da superposição.

O princípio da superposição é uma propriedade de sistemas lineares, o efeito deste princípio nos garante que o somatório de todas as forças desse sistema gera uma força resultante, desde que a força de um objeto deste sistema não interfira na força de outro objeto.

$$\vec{F}_r = \sum_i^n \vec{F}_i$$

Quando trazemos isso para o conceito de interação envolvendo carga elétrica, temos que considerar que ela é uma carga puntiforme, pois caso ela seja um corpo extenso as cargas se “movimentam” pelo corpo, e por consequência a concentração dessas cargas em partes

diferentes do corpo influenciaria em outros corpos, sendo assim tornaria impossível aplicar o princípio de superposição.

2.2 Lei de Coulomb.

No fim do século XVIII graças ao avanço da ciência experimental foram realizadas diversas observações de fenômenos envolvendo forças entre cargas elétricas (força elétrica) e esses resultados são resumidos em três pontos. (REITZ, MILFORD, CHRISTY, 1982),

- Na natureza existem somente dois tipos de carga, uma carga elétrica positiva e outra negativa.
- Duas cargas pontuais exercem forças, entre si, que atuam ao longo da linha que as une, e são inversamente proporcionais ao quadrado da distância.
- A força elétrica também é proporcional às cargas, é repulsiva para cargas de mesmo sinal e atrativa para cargas de sinal oposto.

Essas três afirmações são conhecidas como a Lei de Coulomb, que é uma equação empírica (feita a partir de análise de resultados experimentais) em homenagem a Charles Augustin de Coulomb (1736 – 1806) cuja expressão matemática é:

$$\vec{F}_{12} = \frac{Kq_1q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad (1.1)$$

Onde:

- K= Constante
- r = Distância entre as cargas
- q = Carga elétrica
- F = Força
- \hat{r}_{12} = Vetor unitário que indica a direção da força elétrica

Em 1901, Giorgi demonstrou que todas as unidades elétricas comuns podem ser combinadas com um dos sistemas mecânicos para formar um sistema de unidades para todos os problemas elétricos e magnéticos (REITZ, MILFORD, CHRISTY, 1982), utilizando o sistema no SI (Sistema internacional) q é medido em C (Coulomb), F em N (Newton), r em metros e K precisa ser $N.m^2/C^2$, K tem o valor de $8,9874 \times 10^9 N.m^2/C^2$, e também pode ser escrita como $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, onde ϵ_0 é a constante de permissividade do espaço livre.

Então a equação (1.1) se torna:

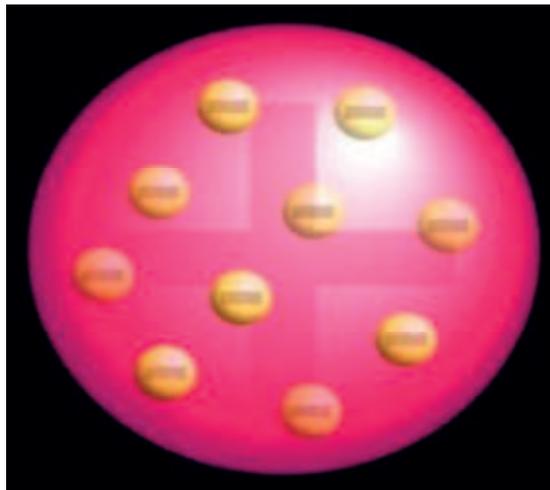
$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}_{12} \quad (1.2) \text{ Lei de Coulomb.}$$

2.3 Uma breve análise da Estrutura da Matéria

Todos os objetos a nossa volta são constituídos de minúsculas partículas, que chamamos de Átomos, que é a menor parte divisível da matéria, ao longo do tempo foram propostos diversos modelos atômicos na tentativa de representar como seria o arranjo atômico (BORGES, 2013).

O modelo de Thomson foi o primeiro modelo atômico que indicava a divisibilidade do átomo, após vários estudos sobre a existência de partículas subatômicas ele conseguiu observar que existiam partículas com certa carga que eram menores do que o átomo (que ficou conhecido como elétrons), como ele acreditava que a carga do átomo era nula então ele assumiu que essas partículas pequenas teriam carga negativa e estavam imersas em uma parte do átomo com carga positiva (BORGES, 2013), modelo que foi apelidado como “Pudim com passas”.

Figura 1: Modelo Atômico de Thomson.



Fonte: TODAMATÉRIA, 2018.

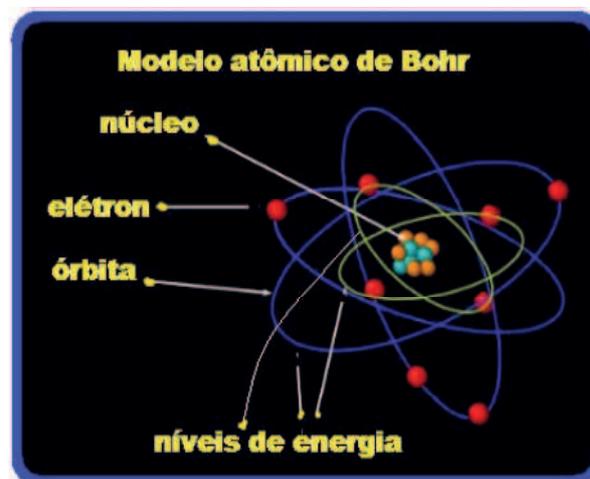
O modelo de Rutherford se baseou em um experimento feito em 1910, onde ele estudava a trajetória de partículas e as interações entre a radiação alfa e os materiais e com isso ele percebeu que o modelo de Thomson não conseguia explicar os resultados que obteve. Ele concluiu com a análise dos experimentos, que no átomo existia espaços vazios e que seu centro era muito menor que seu diâmetro, assim foi proposto que existia uma eletrosfera, ou

seja, o átomo era formado por um núcleo com carga positiva e os elétrons de carga negativa se encontravam na eletrosfera (BORGES, 2013).

Porém o modelo de Rutherford tinha um problema que era apontado pela teoria do eletromagnetismo, onde as partículas com cargas elétricas emitem uma onda eletromagnética quando são aceleradas, então o elétron que está se movendo na eletrosfera, segundo o modelo de Rutherford, perderia energia até se chocar com o núcleo o que não acontece na realidade (JACKSON, 1998).

O modelo que hoje em dia é o mais aceito é o modelo de átomo de Bohr, que é na verdade uma correção do problema do modelo de Rutherford, onde o átomo é composto de um núcleo que é a sua parte central, e a eletrosfera (BORGES, 2013).

Figura 2: Modelo atômico de Bohr



Fonte: FISICA E VESTIBULAR, 2016.

O núcleo é composto por dois tipos de partículas, uma chamada de nêutron que é uma partícula de carga neutra com uma massa muito maior do que comparada com as outras partículas, e junto com o nêutron existe também prótons que tem carga elétrica que por definição chamamos de carga positiva. A eletrosfera é uma região onde os elétrons ficam orbitando ao redor do núcleo. Ela é dividida em sete níveis de energia que variam na distancia até o núcleo, onde o primeiro que é o mais próximo é o mais energético e o ultimo mais distante e menos energético. O elétron é uma partícula que fica localizada nos níveis de energia da eletrosfera, possui carga elétrica oposta à carga do próton por tanto foi adotada como carga negativa, enquanto o próton fica “preso” na região do núcleo o elétron pode se mover entre os níveis de energia quando ganha ou perde energia. Os fenômenos elétricos acontecem quando quebramos esse equilíbrio (BORGES, 2013).

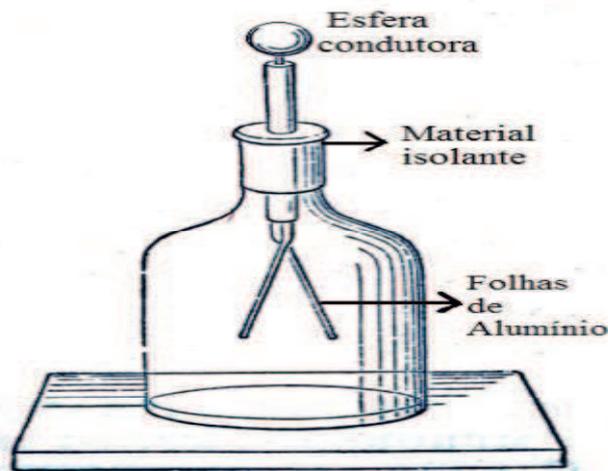
Cada elemento químico conhecido possui uma característica que chamamos de número atômico. Esse número atômico é o numero de prótons que existe dentro do núcleo do

átomo, e para um elemento com carga neutra temos que o número de prótons é igual ao de elétrons. Caso ele seja um íon, pode ser por falta de elétrons (cátion) que fica carregado positivamente, ou com excesso de elétrons (ânion) que fica carregado negativamente (BORGES, 2013).

2.4 Aplicações.

Uma das aplicações clássicas do conceito de força elétrica é o eletroscópio que é utilizado para verificar se algum corpo está ou não carregado quando colocado em contato, pela repulsão de cargas com mesmo sinal.

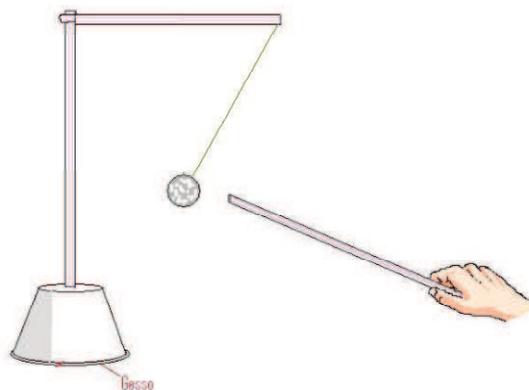
Figura 3: Eletroscópio de Folhas



Fonte EDUCADOR BRASIL ESCOLA, 2017.

Outro exemplo seria o pêndulo eletrostático, onde uma bolinha carregada fica suspensa por um fio e aproximamos outro objeto (bastão, por exemplo) carregado para conseguirmos enxergar a interação entre os dois objetos.

Figura 4: Pêndulo eletrostático



Fonte: INSTITUTO DE FÍSICA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, 2018.

3 CAMPO ELÉTRICO, FLUXO ELÉTRICO E LEI DE GAUSS.

Neste capítulo continuaremos com a discussão sobre eletrostática, discutiremos o que é o campo elétrico e como ocorre seu funcionamento na natureza, bem como, analisaremos a equação para encontrarmos sua intensidade.

Também abordaremos sobre fluxo elétrico e a lei de Gauss, seus significados físicos, seus impactos no eletromagnetismo, seu funcionamento na natureza entre outros.

3.1 O campo elétrico.

Toda carga elétrica gera um campo elétrico ao seu redor, quando outra carga entra em contato com esse campo acaba gerando o que já discutimos, a força elétrica, por isso temos o conceito hoje de que o campo elétrico está ligado a força elétrica (MACHADO, 2000), com isso temos que:

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_p}{q} \quad (2.1)$$

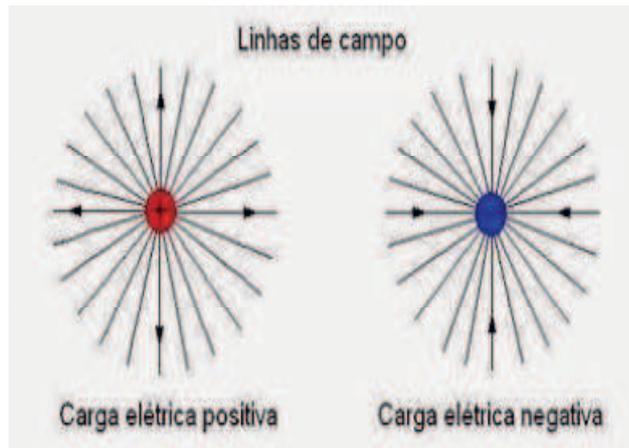
Onde q é a carga de prova (ou teste) que está sujeita a força elétrica F_p , esta equação nos fornece a intensidade do campo elétrico E , o limite é apenas para dizer que a carga de prova não interfere na distribuição da carga fonte, o que é a própria definição de carga de prova, a unidade de medida do campo elétrico é N/C.

Substituindo a equação (1.1) em (2.1) para o caso de apenas uma carga.

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (2.2)$$

Para tentarmos representar o campo elétrico gerado por cargas elétricas usamos o conceito de linhas de campo, essas linhas são imaginárias e em cada ponto dessas linhas é possível achar um campo elétrico resultante, em cada ponto o módulo do campo elétrico é constante, “nascem” nas cargas positivas e “morrem” nas cargas negativas, essas linhas não podem se cruzar para não ter mais de um campo elétrico resultante, o número de linhas de campo é proporcional ao valor da carga elétrica (MACHADO, 2000).

Figura 5: Linhas de Campo Elétrico



Fonte: SUPER TESLAS, 2016.

Todas as interações que ocorrem na natureza podem ser descritas através de quatro forças fundamentais sendo elas: força gravitacional, força eletromagnética, força fraca e força forte. Cada uma dessas forças tem algo em comum, elas dependem de uma “carga”, a gravitacional seria uma carga gravitacional (massa), eletromagnética a carga elétrica, a fraca uma carga fraca, e a forte a carga forte (REITZ, MILFORD, CHRISTY, 1982).

A força pode ser interpretada como a ação de um campo associado a essas cargas, ou seja, a carga gravitacional tem um campo gravitacional associada a ela, a carga elétrica possui um campo eletromagnético, a carga fraca um campo fraco e a carga forte um campo forte (MACHADO, 2002).

A teoria quântica de campos prevê que exista um campo quantizado para o eletromagnético que pode ser descrito através de uma troca de partículas. A interação elétrica é feita por um fóton virtual (por que não pode ser detectado, por ser emitido e absorvido num intervalo de tempo muito curto), portanto o campo de uma carga elétrica é formado por uma nuvem de fótons que são emitidos e absorvidos por ela, é através da troca de fótons que uma carga elétrica interage com outra carga elétrica (LANDAU e LIFCHITZ, 2004).

O fóton foi evidenciado em 1905 quando Einstein explicou a partir de experimentos o efeito fotoelétrico, atribuindo a luz propriedades corpusculares através da hipótese que a energia é armazenada em pequenos pacotes chamados de fótons, que são partículas que não possuem massa, por isso o campo elétrico tem alcance infinito e não possui carga (LANDAU e LIFCHITZ, 2004).

3.2 Fluxo elétrico.

O conceito de fluxo elétrico é utilizado na física como uma ferramenta matemática visando facilitar o cálculo da intensidade do campo elétrico (MACHADO, 2000), como veremos mais na frente com a lei de Gauss.

Quando pegamos certa área na presença de campo elétrico as linhas do campo podem “atravessar” essa área e para calcular a quantidade de linhas de campo que atravessam aquela área utilizamos o conceito de fluxo. Neste caso específico fluxo elétrico (MACHADO, 2000), assim temos a equação de fluxo elétrico geral.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (2.3)$$

Nas linhas de campo como foi dito anteriormente o módulo do campo elétrico é resultante, e como a simetria das linhas é uma simetria esférica temos sua área bem definida, no fim temos a seguinte expressão:

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.4)$$

Essa expressão nos diz que o fluxo elétrico depende somente da carga dentro da superfície, essa expressão (2.4) só é válida em superfícies fechadas, não importando o tipo.

3.3 Lei de Gauss.

No tópico anterior definimos o fluxo elétrico para uma única carga puntiforme, porém se tivermos várias cargas puntiformes dentro da superfície, o Q será a carga líquida (a soma de todas as cargas dentro da superfície), sendo assim podemos escrever utilizando a equação (2.4).

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.5)$$

Essa expressão é conhecida como a Lei de Gauss, e a superfície que utilizamos para tornar seu cálculo mais simples são chamadas de superfície Gaussiana. Essa equação nos diz que para qualquer superfície fechada que envolva um conjunto de cargas, a integral do campo elétrico e um componente vetorial de área é igual à carga dividida por uma constante. E novamente chegamos à mesma conclusão de que a fonte de um campo elétrico é a carga elétrica, por consequência conseguimos encontrar a intensidade do campo elétrico a partir do fluxo gerado por ele (MACHADO, 2000).

Nem sempre quando se resolve problemas, é fácil calcular o campo utilizando a lei de Coulomb, por isso a lei de Gauss facilita por só depender da simetria que escolhermos da superfície gaussiana e da carga elétrica envolvida pela mesma.

Quando temos um problema envolvendo uma distribuição de carga com certa densidade ρ a lei de Gauss pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n} \, dA = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV \quad (2.6)$$

Onde V é o volume definido pela superfície S e a integral volumétrica é feita na região dentro desse volume onde estão as cargas, pelo teorema do divergente:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} \, dV = \oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} \, dA \quad (2.7)$$

Temos:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \, dV = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} \, dA \quad (2.8)$$

Usando a equação (2.6) temos:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \, dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV \quad (2.9)$$

Reescrevendo:

$$\int_V \left[\vec{\nabla} \cdot \vec{E} - \frac{\rho}{\epsilon_0} \right] dV = 0 \quad (2.10)$$

Como o volume não pode ser nulo, o integrando deve ser nulo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.11)$$

Esta expressão é a lei de Gauss escrita na forma diferencial.

3.4 Aplicações.

Uma das aplicações clássicas sobre campo elétrico que podemos até utilizar em nosso dia a dia é quando penteamos nosso cabelo, o atrito entre o pente e o cabelo eletriza o pente, o deixando com excesso/falta de elétrons, quando aproximamos de, por exemplo, um pedaço de papel com carga neutra, o campo elétrico gerado pelo pente acaba atraindo as cargas que existem no papel e podemos ver a força de atração.

Figura 6: Atração de Cargas



Fonte: SANTOS, 2013.

Outra aplicação bastante usada na medicina é o eletrocardiograma, onde se registra a variação do potencial elétrico do músculo cardíaco, e o campo elétrico do coração pode ser detectado por toda a região torácica através dos sensíveis eletrodos colocados ao peito do paciente.

Figura 7: Eletrocardiograma



Fonte: VENTRIX, 2016.

4 CAMPO MAGNÉTICO, LEI DE AMPERE E LEI DE FARADAY.

Agora começaremos a estudar o segundo tipo de campo que compõe o eletromagnetismo, o campo magnético, o estudo do magnetismo começou na Grécia antiga, em uma região chamada de Magnésia foi observado um tipo de minério com propriedades de atrair objetos de ferro, o seu nome foi dado de Magnetita, inicialmente os filósofos gregos conseguiram notar semelhanças entre a Magnetita e o Âmbar, porem os tipos de objetos que

atraiam eram diferentes, por tanto sempre houve hipóteses que o magnetismo e a eletricidade eram de mesma natureza, mas até 1821 não conseguiram achar uma relação direta e os dois fenômenos eram tratados como semelhantes, mas independentes (MACHADO, 2000).

Sem dúvidas os maiores nomes do eletromagnetismo se devem a Oersted, Ampère e Faraday, Oersted em 1821 conseguiu por base de experimentos a encontrar uma conexão entre a eletricidade e o magnetismo, o experimento mostrou que um fio com corrente elétrica conseguia mover uma bússola, Michael Faraday logo em seguida da publicação de Oersted começou seus experimentos para tentar explicar essa nova descoberta e em 1831 ele chega à conclusão do princípio de indução eletromagnética, uma de suas maiores contribuições para o eletromagnetismo (JACKSON, 1998).

4.1 Força magnética e força de Lorentz.

Vimos anteriormente que a lei de Coulomb só serve para casos onde as cargas estão em repouso, se levarmos em consideração que as duas cargas tem velocidades v e v_1 haveria uma força magnética adicional exercida por q_1 sobre q .

$$\vec{F}_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qq_1}{r^2} \vec{v} \times (\vec{v}_1 \times \hat{r}) \quad (3.1)$$

Assim como na eletrostática aqui o $\frac{\mu_0}{4\pi}$ é uma constante dimensional, seu valor é de $10^{-7} \text{ N} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{C}^2}$, sendo assim podemos resumir (3.1).

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (3.2)$$

Onde B é o campo magnético e tem valor de:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_1}{r^2} \cdot \vec{v}_1 \times \hat{r} \quad (3.3)$$

Se estiver presente mais de uma fonte de cargas em movimento, as forças magnéticas serão aditivas, a unidade de B dada pela equação (3.2) é denominada de *Tesla* (T) (MACHADO, 2000). Se tanto um campo elétrico como um magnético estiver presente, a força total sobre as cargas em movimento será.

$$\vec{F} = q[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})] \quad (3.4)$$

Conhecida como a lei de Lorentz.

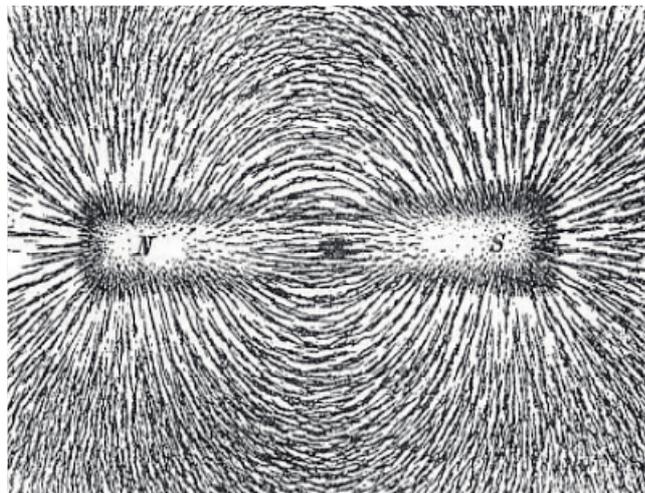
Essas forças possuem uma semelhança, o modulo da força magnética e da força elétrica dependem do produto das cargas e do inverso do quadrado de sua separação e de uma

constante dimensional, a direção da força magnética não se situa ao longo da linha que une as partículas (não é uma força central) com a exceção se v for perpendicular a r ; a força sempre está no plano de r e v , a força é sempre perpendicular a v , (REITZ, MILFORD, CHRISTY, 1982).

4.2 Campo magnético e a Lei de Ampere.

O campo magnético também possui o conceito de linhas de campo, onde por definição ficou estabelecido que as linhas nascem no polo norte e morre no polo sul, e essa é outra característica do campo magnético, diferente do campo elétrico onde podemos ter um monopolo elétrico, no magnetismo não existe monopolo magnético, na natureza só existe o polo norte e o polo sul (REITZ, MILFORD, CHRISTY, 1982).

Figura 8: Linhas de Campo Magnético.



Fonte: GRUPO ESCOLA, 2015.

E outra característica dos imãs é que se um imã for cortado ao meio teremos dois imãs completos, cada um com um polo norte e sul outra diferença do dipolo elétrico, onde podemos separar para dois monopolos elétricos.

Após a descoberta feita por Öersted em 1821 que correntes elétricas produziam efeitos magnéticos (até essa época eletricidade e magnetismo eram coisas separadas) foram criadas varias pesquisas para entender como funcionava essa relação e tentar encontrar uma equação que a descrevia. Após varias observações experimentais chegou a uma equação que ficou conhecida como lei de Biot e Savart em homenagem aos cientistas que conseguiram chegar a essa expressão (MACHADO, 2002).

- A primeira verificação foi que o campo magnético era proporcional a corrente.

- Depois foi feita uma analogia com o campo elétrico que também é proporcional a uma carga Q.
- Perceberam também que o campo era inversamente proporcional a distancia.

O que nos leva a expressão matemática:

$$\vec{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I(\mathbf{r}') \times \hat{r}}{r^2} d\mathbf{l}' \quad (3.5)$$

$I(\mathbf{r}')$ é o vetor corrente elétrica, $d\mathbf{l}'$ é o elemento infinitesimal de comprimento ao longo do trajeto da corrente.

Se analisarmos o campo magnético dado pela equação (3.5) e consideramos o caso tridimensional e uma corrente estacionária que obedecem à condição da conservação de carga:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (3.6)$$

Onde J é densidade superficial de corrente.

Podemos encontrar uma equação importantíssima para o magnetismo, que é uma generalização da lei de Ampere.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (3.7)$$

Está é a forma diferencial da Lei de Ampère. Esta equação só é valida se J for à corrente total e estacionaria e esta equação nos diz que a fonte do campo B é uma corrente J (MACHADO, 2002).

A forma integral da Lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (3.8)$$

$$I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dA$$

4.3 Lei de Faraday e suas experiências.

A Lei de Ampère deixa uma característica implícita nela. Se uma corrente gera um campo magnético, mas como uma corrente elétrica são cargas em movimento, quem coloca essas cargas em movimento é o campo elétrico que consequentemente cria uma força elétrica, então na verdade um campo elétrico gera um campo magnético (REITZ, MILFORD, CHRISTY, 1982).

Com base nesse pensamento seria bastante normal se questionar se o processo inverso ocorre, ou seja, gerar uma corrente elétrica a partir de um campo magnético. A Equação de Ampère para a magnetostática.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (3.9)$$

Essa equação estabelece que o campo eletrostático é conservativo, por que o rotacional desse campo é nulo. Para chegar a essa equação derivamos a lei de Coulomb (1.2) que é uma força conservativa (MACHADO, 2002).

Então para ser possível gerar um campo elétrico a partir de um campo magnético essa equação precisa ser alterada para incluir essa possibilidade.

Para mostrar e esclarecer esses questionamentos devemos fazer observações experimentais, entre elas as experiências de Faraday que se dedicou em tentar encontrar essas respostas. Faraday fez um teste, pegou um ímã e o enrolou com um fio condutor e ligou aos terminais de um galvanômetro (instrumento utilizado para medir correntes elétricas) ele esperava que fosse gerada uma corrente no aparelho, mas nenhuma corrente foi detectada (MACHADO, 2002).

Então após vários testes sem sucesso ele fez um teste utilizando um campo magnético gerado por correntes elétricas para tentar gerar outra corrente, utilizando um solenoide no lugar do ímã e um fio condutor em seu interior ligado aos terminais de um galvanômetro. Novamente não foi detectada nenhuma corrente (JACKSON, 1998).

Porém Faraday percebeu que ao ligar e desligar a fonte do solenoide havia uma pequena indicação de corrente no galvanômetro. Quando ligamos ou desligamos o circuito de um aparelho qualquer fazemos com que por um breve momento a corrente varie no tempo e depois fique constante, ou seja, a corrente variando no tempo levava a um campo magnético que também variava no tempo e esse campo gerava uma corrente elétrica no fio, porém quando a corrente ficava constante, o campo também ficava constante e essa corrente desaparecia (MACHADO, 2002).

Após vários experimentos e estudos foi encontrada uma expressão matemática para explicar esse fenômeno:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_b}{dt} \quad (3.10)$$

- ε = força eletromotriz
- Φ = Fluxo Magnético

Esta ficou conhecida como a lei da indução de Faraday, que nos diz que a variação de um fluxo magnético no tempo gera uma corrente \mathcal{E} (Força eletromotriz) induzida em sentido contrário ao do fluxo. Esta equação é puramente experimental e independente, que ainda pode ser descrita como (JACKSON, 1998).

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} da \quad (3.11)$$

Se utilizarmos o teorema de Stokes:

$$\oint_C \vec{G} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{G}) \cdot d\vec{A} \quad (3.13)$$

Obtemos a equação de Faraday na forma diferencial

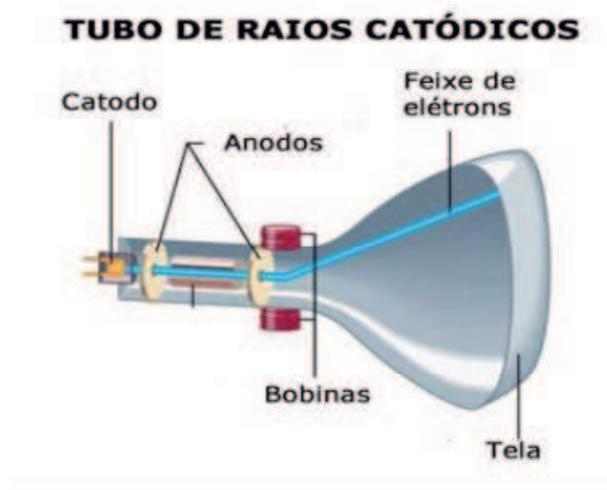
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (3.12)$$

A lei de Faraday em sua forma diferencial é uma generalização da eq (3.9) que é fundamental para campos magnéticos estáticos.

4.4 Aplicações:

A força de Lorentz contém várias aplicações, como por exemplo, o tubo de raios catódicos, que foi muito utilizado na época dos monitores e televisões de tubo, onde um feixe de elétrons era disparado e defletido pela presença de um campo elétrico gerado por bobinas e ao atingir a tela gerava a imagem.

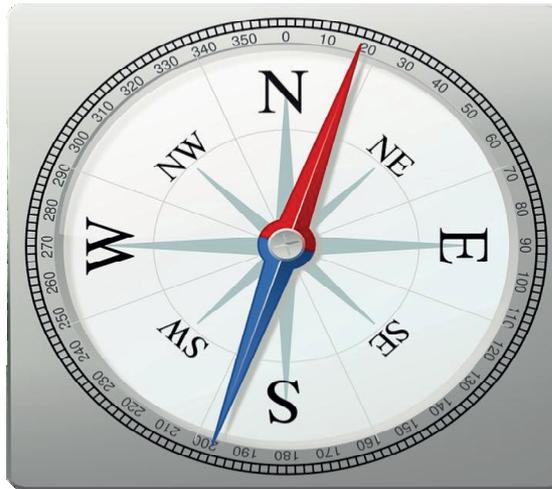
Figura 9: Tubo de Raios Catódicos



Fonte: PAULO, 2012.

Quando falamos de campo magnético existe uma infinidade de aplicações. Temos a bússola, por exemplo, que aponta para o polo norte geográfico da terra (sul magnético).

Figura 10: Bússola



Fonte: PIXABAY, 2015.

Nos fones de ouvidos, aparelho como celulares e computadores, mandam sinais elétricos que vão até uma bobina localizada ao lado de um ímã permanente, a bobina se transforma em um eletroímã e a orientação dos seus polos é alterada diversas vezes e quando isso acontece ela é repelida ou aproximada do ímã permanente e esse movimento da bobina faz o ar dentro do fone vibrar e produzindo as ondas sonoras.

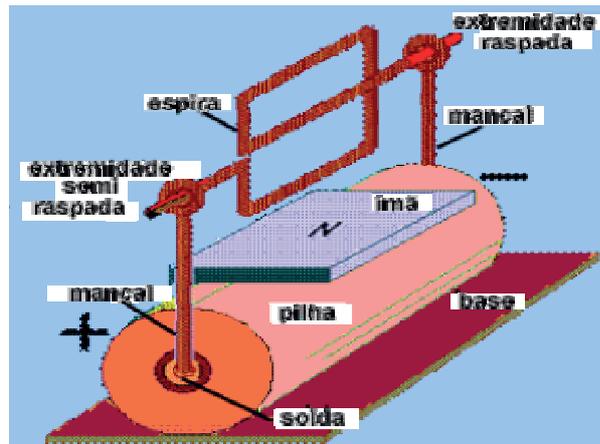
Figura 11: Fone de Ouvido



Fonte: OXIMAG, 2016.

Uma das maiores aplicações da lei de Faraday sem dúvida é o motor elétrico, onde sua principal característica é a presença de dois ímãs, um natural e outro criado por uma corrente elétrica, chamado de eletroímã, quando o sentido da corrente alterna o polo do eletroímã também altera e por atração e repulsão semelhante ao caso do fone de ouvido, a figura abaixo mostra um exemplo mais simples para um motor elétrico.

Figura 12: Motor Elétrico



Fonte: SILVA, 2008.

5 AS EQUAÇÕES DE MAXWELL.

James Clerk Maxwell foi um físico e matemático que viveu durante o século XIX. É considerado um dos mais impactantes da sua época. Ele conseguiu dar uma forma final à teoria do eletromagnetismo que é considerada um dos pilares da física clássica junto com as leis da termodinâmica e a mecânica Newtoniana. Sua teoria consolidou-se quando ele percebeu a incoerência que havia na lei de Ampère, pois a mesma só era válida para correntes estacionárias (JACKSON, 1998).

Sua teoria gerou uma revolução dentro da física, pois com ela, Maxwell demonstrou que campos elétricos e magnéticos viajavam à velocidade da luz, com isso criou uma teoria que mostra que a luz na verdade é uma onda eletromagnética. Faraday já havia pensado nessa hipótese. O trabalho de Maxwell foi uma das bases da Relatividade Restrita e seu outro trabalho na teoria cinética dos gases foi fundamental ao desenvolvimento da mecânica quântica (MACHADO, 2002).

Desde o século XVII com Isaac Newton havia um eterno debate entre os físicos sobre a natureza da luz. Os estudos de Newton apontavam que a luz se comportava como uma partícula e com isso conseguiu explicar diversos fenômenos óticos, porém, alguns anos mais tarde foram observados que a luz em certos experimentos tinha comportamentos de caráter ondulatório, então se debatia sobre a luz ser corpuscular ou ondulatória, até Maxwell com seus estudos conseguir chegar à conclusão que na verdade a luz pode se comportar como uma onda eletromagnética, a velocidade da luz já era conhecida na sua época, e com suas equações envolvendo somente eletricidade e magnetismo conseguiu encontrar equações de ondas cuja velocidade se aproximava com a velocidade da luz. Hoje é sabido que a luz apresenta um

comportamento dual, em uma experiência ela se revela como onda enquanto outro ela se revela como partícula (JACKSON, 1998).

5.1 As equações de Maxwell.

Quando Maxwell escreveu essas equações ele não colocou uma ordem, mas por questão didática foi adotado uma sequência para uma maior organização e para melhor entendimento.

A Primeira equação de Maxwell para a eletrostática é a lei de Gauss que já foi discutida no início, a equação (2.5)

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n} \, dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.5)$$

Que na forma diferencial fica escrita como:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4.1)$$

Que novamente nos diz que a fonte do campo elétrico é uma carga elétrica, e não depende do tipo de simetria do problema, só depende da carga e o meio em que ela se encontra, sendo ρ é densidade volumétrica de carga.

A segunda equação de Maxwell agora é para casos de campos elétricos que se movem com certa velocidade, que já conhecemos como a Lei de Faraday, na sua forma diferencial se da pela equação (3.12)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (3.12)$$

Que nos diz que um campo elétrico circulante gera um campo magnético que varia com o tempo, ou seja, cargas paradas produzem campos elétricos e quando pegamos essa carga e colocamos em movimento, geramos um campo elétrico em movimento, que acaba gerando um campo magnético variável com o tempo (MACHADO, 2000).

A terceira equação de Maxwell é a Lei de Gauss para o magnetismo, que é dado pela equação:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.2)$$

Essa equação tem um significado importantíssimo, diferente do campo elétrico, o campo magnético tem suas linhas de campo fechadas, elas saem do polo norte e vão para o polo sul, por isso para qualquer campo magnético não existe divergente (JACKSON, 1998), diferentemente do campo elétrico que suas linhas de campo “nascem” ou “morrem” nas

cargas negativas ou positivas, porém suas linhas tendem a ir para o infinito, por isso ele tem um divergente.

Por isso sabemos que a fonte do campo elétrico é uma carga elétrica, o que chamamos de monopolo elétrico, por que o divergente nos garante isso, como no campo magnético não existe divergente então concluímos que na natureza não há presença de monopolo magnético, ou seja, se pegarmos um ímã e partir ao meio teremos dois ímãs, e assim aconteceu se partimos varias e varias vezes, não conseguiremos separar os dois polos (JACKSON, 1998).

A quarta e ultima equação de Maxwell é a lei de Ampère porem com um fator de correção colocado por Maxwell, pois a lei de Ampère tinha uma inconsistência em relação a correntes que variavam com o tempo. Ela havia sido deduzida para fenômenos com correntes estacionárias que está contida a condição (3.6), onde a mesma não é valida para problemas de corrente variando com o tempo (JACKSON, 1998).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (3.6)$$

Maxwell, porém percebeu que a equação de continuidade poderia ser transformada em uma forma solenoidal utilizando a Lei de Gauss (2.11).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.11)$$

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

Derivando:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Substituindo em (4.4)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] = 0 \quad (4.4)$$

Para ser valido todo o termo dentro do colchete precisa ser nulo, para que a condição (3.6) seja valida,

$$\left[\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] = \vec{j}_d \quad (4.5)$$

Substituindo (4.5) em (3.7) na lei de Ampère chegaremos a (4.6) a lei de Ampère – Maxwell.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \quad (4.6)$$

O termo, $\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$, é o fator de correção de Maxwell, o que tornou a lei de Ampère experimentalmente coerente para fenômenos estacionários e matematicamente correta com a equação de continuidade para campos variantes com o tempo, o termo (4.5) Maxwell denominou de Corrente Deslocamento. Esta adição à lei de Ampère foi crucial para a teoria, sem ela não existiria radiação eletromagnética (JACKSON, 1998).

A corrente deslocamento é um fenômeno que foi visto entre duas placas de um capacitor, onde entre essas placas não há matéria, mas existe uma corrente entre elas, essa é a corrente deslocamento e ela é gerada pela variação do campo elétrico no tempo (JACKSON, 1998).

A equação de Ampère – Maxwell nos diz que existem dois tipos de fonte para um campo magnético, ele pode ser gerado por correntes elétricas ou por uma variação do campo elétrico no tempo. Estas quatro equações juntas conseguem descrever quaisquer fenômenos eletromagnéticos conhecidos até então.

5.2 As ondas eletromagnéticas.

Outro impacto importante para a física causada pelas equações de Maxwell foi o cálculo da velocidade da luz e o comportamento das ondas eletromagnéticas, quanto utilizamos as equações de Maxwell no vácuo e sem fontes de campo chegamos a duas equações (JACKSON, 1998).

$$\nabla^2 E = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (4.7)$$

$$\nabla^2 B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (4.8)$$

Essas duas equações satisfaz a equação de onda tridimensional.

$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (4.9)$$

Isso quer dizer que as equações de Maxwell no vácuo se comportam como propagações de ondas eletromagnéticas viajando a uma velocidade:

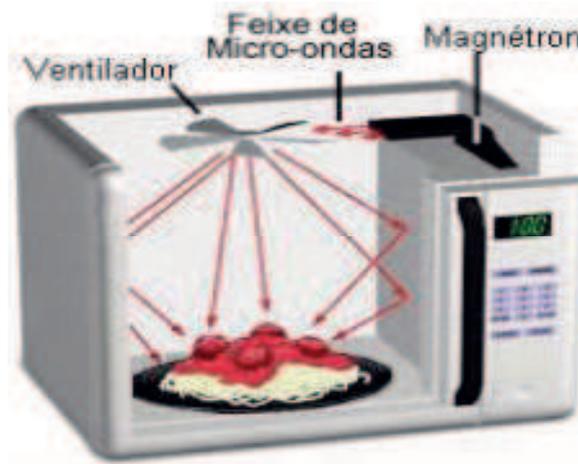
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (4.10)$$

Que é precisamente a velocidade da luz no vácuo, essa implicação nos diz que a luz é uma onda eletromagnética, que não precisa de um meio para se propagar. E o mais interessante é que as duas constantes que são medidas em experimentos para complementar as leis de Coulomb e de Biot – Savart e nenhum desses experimentos envolvia a luz, esse sem duvidas foi o maior impacto da teoria eletromagnética na época de Maxwell (JACKSON, 1998).

5.3 Aplicações:

O micro-ondas é um aparelho doméstico que consegue esquentar os alimentos por meio de radiação eletromagnética, essa radiação consegue atravessar os alimentos e ao entrar em contato com as moléculas de água ela as faz vibrar, aumentando assim a temperatura de dentro para fora diferente dos fornos comuns, diferente da crença popular a radiação do micro-ondas não faz mal ao ser humano, pois ela só faz vibrar as moléculas de água.

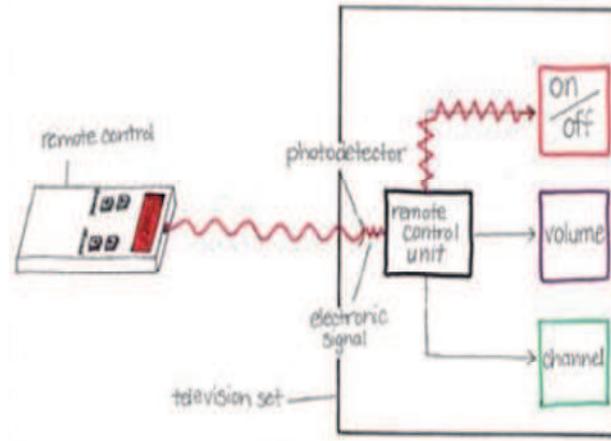
Figura 13: Micro-ondas



Fonte: BRAÇO DE TUBARÃO, 2005.

Os controles remotos das nossas televisões se utilizam de radiação infravermelha, que é invisível ao olho humano, para enviar as informações, quando apertamos os botões são criados pulsos longos e curtos, que são os códigos binários e o aparelho recepta esses sinais de luz e identificar o sinal.

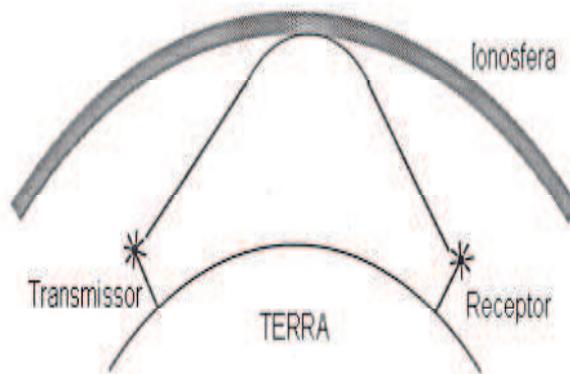
Figura 14: Funcionamento do controle remoto



Fonte: GEOCITIES, 2015.

As ondas de rádio são um tipo de radiação eletromagnética que são utilizados em rádios, televisão, telefonia, radar, comunicação via satélite e etc.

Figura 15: Ondas de rádio



Fonte: CESAR, 2010.

6 METODOLOGIA

Este trabalho consiste em uma revisão bibliográfica na área do eletromagnetismo da Física, utilizando-se os termos: Equações de Maxwell, Eletricidade, Magnetismo. Foram utilizados livros didáticos bastante conhecidos e de renome nesta área, tanto em língua portuguesa como inglesa, ainda se utilizando de diversas aplicações encontradas no cotidiano.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho procuramos abordar de maneira clara alguns temas importantes envolvendo a teoria elétrica e magnética. Vale salientar que um trabalho nesse porte facilitará as gerações de alunos futuras que queiram se interessar por conduzir seus estudos nessa área. É bem verdade que foi feita uma breve revisão da eletrostática e da magnetostática, mas procurei mostrar passagem matemática de equações que estão contidas nas equações de Maxwell tais como a correção na lei de Ampère (ver eq. 3.6 a 4.6). Evidentemente fiz isso com o objetivo de facilitar para o leitor uma melhor compreensão da teoria eletromagnética. Para que esse trabalho não ficasse só baseado em equações matemáticas e leis físicas, procuramos apresentar de maneira sucinta aplicações dessas leis no nosso dia a dia. E isso se deve ao fato de termos um grande avanço tecnológico, nas áreas da eletricidade e do magnetismo.

Não resta dúvida que esse estudo é de extrema importância para o aprimoramento do conhecimento da física, pois possibilitou discutirmos conceitos, teorias e estudos bem importantes como a Lei de Coulomb, o Campo Elétrico, Lei de Gauss entre outros, até chegar às equações de Maxwell.

Desta forma, pesquisas nesta área devem ser estimuladas, uma vez reconhecida à necessidade do entendimento sobre o tema abordado neste trabalho.

REFERÊNCIAS

BRACODETUBARÃO. **Ondas eletromagnéticas: ondas Wi-Fi**, 12 jul. 2005. Disponível em: <http://bracodetubarao.blogspot.com/p/blog-page_10.html>. Acesso em: 02 ago. 2018.

BRASILESCOLA. **Aula prática: Construção de um eletroscópio de folhas**, 14 fev. 2017. Disponível em: <<https://educador.brasilescola.uol.com.br/imprimir/2908>>. Acessado em: 14 ago. 2018.

BORGES, M. T. M. R. **Estrutura da matéria**. 2013.

CESAR, L. **O centenário do rádio**, 08 jan. 2010. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/20042/luiz/BASICO.HTM>>. Acesso em: 10 jul. 2018.

FÍSICA E VESTIBULAR. **Estrutura Atômica – Átomo de Bohr**, 11 jul. 2016. Disponível em: <<http://fisicaevestibular.com.br/novo/fisica-moderna/estrutura-atomica-atomo-de-bohr/>>. Acesso em: 11 set. 2018.

GEOCITIES. **Controle Remoto**, 12 jan. 2015. Disponível em: <<http://www.geocities.ws/saladefisica7/funciona/remoto.html>>. Acesso em: 01 jul. 2018.

GRUPOESCOLA. **Linhas de campo (campo magnético)**, 20 set. 2015. Disponível em: <<https://www.grupoescolar.com/pesquisa/linhas-de-campo-campo-magnetico.html>>. Acesso em: 10 out. 2018.

INSTITUTO DE FÍSICA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA. **Pêndulo Eletrostático**, 13 jul. 2018. Disponível em: <http://ifserv.fis.unb.br/matdid/2_2010/tcastro/eletrostatica/pendulo_eletrostatico.htm>. Acessado em: 10 ago. 2018.

JACKSON, J. D. **Classical Electrodynamics**. 3. ed. California: Willey, 1998. 832 p.

LANDAU, L.; LIFCHITZ, E. **Teoria do Campo**. São Paulo: Hermus, 2004. 460 p.

MACHADO, K. D. **Teoria do Eletromagnetismo**. Ponta Grossa: UEPG, 2000. 929 p. v. 1.

MACHADO, K. D. **Teoria do Eletromagnetismo**. Ponta Grossa: UEPG, 2002. 901 p. v. 2.

OXIMAG. **Como funciona um fone de ouvido**, 06 set. 2016. Disponível em: <<http://www.oximag.com/blog/como-funciona-um-fone-de-ouvido/>>. Acesso em: 01 jul. 2018.

PAULO, J. **Seu acelerador de Partículas**, 19 mar. 2012. Disponível em: <<http://www.cientecno.com/site/2012/03/19/seu-acelerador-de-particulas>>. Acesso em: 01 set. 2018.

PINHO, P.R. T. Resolução das equações de Maxwell por análise multiresolução usando wavelets interpolatórias. 2004.

PIXABAY. **Bússola**, 14. Abr. 2015. Disponível em: <<https://pixabay.com/pt/b%C3%BAssola-leste-norte-sul-oeste-152124/>>. Acesso em: 5 ago. 2018.

REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. **Fundamentos da Teoria Eletromagnética**. Tradução de Renê Balduino Sander; Carlos Duarte. 1. ed. Rio de Janeiro: CAMPOS LTDA., 1982. 516 p.

SANTOS, D.G. **Tensão Elétrica**, 10 mar. 2013, Disponível em: <<https://www.ebah.com.br/content/ABAAABNxsAD/tensao-eletrica>>. Acessado em: 24 set. 2018.

SILVA, J. F. **Eletromagnetismo: Öersted, Faraday e o motor elétrico**, 08 fev. 2008. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/disciplinas/fisica/eletromagnetismo-4-oersted-faraday-e-o-motor-eletrico---3.htm>>. Acesso em: 14 jul. 2018.

SUPERTESLAS. **Campo elétrico: linhas de campo**, 12 set. 2016. Disponível em: <<http://superteslas.blogspot.com/2014/07/campo-eletrico-linhas-de-campo.html>>. Acessado em: 5 ago. 2018.

TODAMATÉRIA. **Modelo Atômico de Thomson**, 18 jul. 2018. Disponível em: <<https://www.todamateria.com.br/modelo-atomico-de-thomson/>>. Acessado em: 01 ago. 2018.

VENTRIX. **6 Fatores que podem causar interferência em um eletrocardiograma**, 20 jun. 2016. Disponível em: <<https://www.ventrix.com.br/blog/6-fatores-que-podem-causar-interferencia-em-um-eletrocardiograma/>>. Acesso em: 4 out. 2018.