UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ROSEANE MATIAS LOURENÇO

REFLEXÕES SOBRE A APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES NO ENSINO FUNDAMENTAL UTILIZANDO A TEORIA DE VAN HIELE

CAMPINA GRANDE – PB
2018

ROSEANE MATIAS LOURENÇO

REFLEXÕES SOBRE A APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES NO ENSINO FUNDAMENTAL UTILIZANDO A TEORIA DE VAN HIELE

Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial á obtenção do título de Licenciada em Matemática.

.

Orientadora: Prof.ª Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes

CAMPINA GRANDE - PB
2018

L892r Lourenço, Roseane Matias.
Reflexões sobre a aprendizagem do Teorema de Tales no ensino fundamental utilizando a Teoria de Van Hiele [manuscrito] / Roseane Matias Lourenco. - 2018.
53 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2018.
"Orientação : Profa. Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes , Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Geometria. 2. Teorema de Tales. 3. Modelo de Van Hiele. I. Título

21. ed. CDD 516

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

ROSEANE MATIAS LOURENÇO

REFLEXÕES SOBRE A APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES NO ENSINO FUNDAMENTAL UTILIZANDO A TEORIA DE VAN HIELE

Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial á obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Aprovada em: 10/12/2018.

BANCA EXAMINADORA

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Profª. Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Anibal de Menezes Maciel

Prof. Dr. Anibal de Menezes Maciel
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Luciana Freitas

Prof. Dra. Luciana Rose de Freitas
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, e em especial a minha mãe Valdilene e ao meu irmão Erick, pelo apoio, companheirismo e amizade.

AGRADECIMENTOS

À Deus agradeço primeiramente por me ajudar a supera os obstáculos que foi aparecendo no decorrer do curso, pois se não fosse da vontade dEle eu não teria chegado até aqui. Obrigado meu Deus.

Não foi fácil este curso, no decorrer desses cinco anos foram de muitas dificuldades, mas também de muito aprendizado. Eu cresci muito, não sou mais a mesma, Roseane que entrou na graduação em 2013.2. E meu crescimento é fruto de meus esforços, mas também de todos aqueles que me ajudaram, me apoiaram, me motivaram, me fizeram acreditar em mim, quando nem eu mais acreditava.

A minha mãe Valdilene por está sempre do lado nos momentos bons e momentos difíceis, por está sempre me dando apoio e forças para continuar o curso e nunca desistir de alcançar os meus sonhos para vencer na vida.

A meu irmão Erick que sempre parou para me escutar quando estava precisando, dando bons conselhos.

A meu Pai Josias mesmo não falando nada, sei que ele está torcendo por mim, para ter um futuro brilhante.

A minha Vó Luzia por me colocar sempre em suas orações e me apoiando sempre.

A meu namorado Lucas e futuro esposo por ter paciência comigo quando estava agoniada, estressada, e confusa no decorrer da trajetória acadêmica e vida pessoal.

À professora Maria da Conceição Vieira Fernandes pelas leituras sugeridas ao longo dessa orientação, pela dedicação e paciência.

A CAPES pela oportunidade de participar do projeto PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação á Docência)

Agradecer também a todos os alunos da Escola Estadual Cidadã Integral Monte Carmelo que participaram parcialmente durante a pesquisa deste trabalho.

Gostaria também de agradecer a professora Onélia Araújo Franco Fragoso por abrir as portas de sua sala de aula para a aplicação deste trabalho.

Agradeço aos membros da banca, ao professor Anibal de Menezes Maciel do qual tive o prazer de ter como professor e a professora Luciana Roze de Freitas que aceitou fazer parte da mesma.

Agradeço meus amigos e a todos aqueles que se se tornaram meus amigos durante a graduação, em especial a Amandda Mayara, Ionara Araújo, Luana Gabriela e Roberto Santos.

Obrigada a todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

“Ninguém caminha sem estar aprendendo a caminhar.” Paulo Freire.

RESUMO

O estudo da Geometria é imprescindível para os alunos, pois entre outras coisas estimula a observar, perceber semelhanças e identificar formas. Cabe destacar que nosso estudo reflete sobre o pensamento geométrico baseado no modelo de Van Hiele, e através deste estudo temos como identificar em que nível de aprendizagem os estudantes se encontram. O objetivo desse trabalho é verificar a aprendizagem do teorema de Tales no 9º ano a luz desta teoria. Os alunos que participaram da pesquisa estudam na escola ECI Monte Carmelo localizada em Campina Grande-PB. Apresentaremos uma metodologia que foi desenvolvida por meio de uma pesquisa qualitativa com recolhimento de dados para realização deste trabalho. Primeiramente foi aplicado um questionário de sondagem para identificar os conhecimentos prévios do aluno sobre alguns conceitos básicos que são necessários para aprendizado do teorema de Tales. Em seguida, foi aplicada uma sequência de atividades envolvendo o teorema de Tales para identificar em qual nível o aluno encontra-se de acordo com a teoria de Van Hiele. O resultado foi satisfatório com a compreensão do teorema de Tales a luz desta teoria, pois boa parte da turma atingiu o nível 1 e 2(visualização e análise), tendo em vista que os alunos não tiveram aula de revisão. Concluímos que podemos encontrar em uma turma vários alunos de diferentes níveis, de acordo com a Teoria de Van Hiele onde o aluno passa de um nível para o outro, mas os alunos não têm o mesmo desenvolvimento do pensamento geométrico.

Palavras-chave: Geometria. Teorema de Tales. Van Hiele.

ABSTRACT

The study of Geometry is essential for students, since among other things, it encourages them to observe, perceive similarities and identify forms. It should be noted that our study reflects on geometric thinking based on the Van Hiele model and, through this study, we have to identify at what level of learning the students meet. The purpose of this work is to verify the learning of Tales theorem in the 9th grade of the lementary school in light of this theory. The students who participated in the study at the ECI Monte Carmelo school located in Campina Grande-PB. We will present a methodology that was developed through a qualitative research with data collection to carry out this work. First, a survey questionnaire was applied to identify the student's previous knowledge about some basic concepts necessary for learning the Thales theorem. Then, a sequence of activities involving the Tales theorem was applied to identify at what level the student is, according to Van Hiele's theory. The result was satisfactory with the understanding of Tales theorem in the light of this theory, since a good part of the class reached level 1 and 2 (visualization and analysis), considering that the students did not have a revision class. We conclude that we can find in a class with several students of different levels according to Van Hiele Theory where the student passes from one level to another, but students do not have the same development of geometric thinking.

Keywords: Geometry. Theorem of Tales. Van Hiele.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ECI	Escola Cidadã Integral
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação á Docência

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O estudo da Geometria é um campo amplo e permite a aprendizagem dos alunos, estimulando o aluno a observar, perceber semelhanças, identificar, entre outras. (BRASIL, p.51, 1998). Também a Geometria faz “com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria.” (BRASIL, p.86, 1998).

Entendemos que o estudo da Geometria é uma área muito importante na Matemática e também tem um papel fundamental no currículo do Ensino Fundamental como mencionados nos Parâmetros Curriculares Nacionais, pois é através deles que “o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.” (BRASIL, p.51, 1998). Compreendemos que o ensino da Geometria é “visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas” no Ensino Fundamental como mencionado na BNCC (BRASIL, p.270, 2017).

Cabe destacar que nosso estudo reflete sobre o pensamento geométrico baseado no modelo de Van Hiele, e é através desse estudo que ocorrerá a identificação do nível de cada estudante, para verificar o nível de aprendizagem dos alunos.

O objetivo desse trabalho é verificar a aprendizagem do teorema de Tales no 9º ano a luz da teoria de Van Hiele e definimos objetivos específicos como sendo:

- Identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre alguns conceitos básicos que são necessários para aprendizado do teorema de Tales;
- Analisar a compreensão do teorema de Tales por parte dos alunos;
- Identificar em qual nível os alunos encontram-se de acordo com a teoria de Van Hiele.

A escolha do Ensino Fundamental se deu através das experiências como aluna do PIBID - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, onde pude verificar algumas dificuldades encontradas em Geometria, ao realizar alguns trabalhos com os alunos. E nos últimos semestres resolvi fazer o trabalho de conclusão de curso com o tema, Reflexões sobre a Aprendizagem do teorema de Tales no Ensino Fundamental utilizando a teoria de Van Hiele.

No segundo capítulo apontamos como o nosso referencial teórico os documentos oficiais acerca da Geometria e como a BNCC apresenta a Geometria. Trazemos também um breve histórico sobre o teorema de Tales e em seguida conheceremos a teoria de Van Hiele; a teoria de Van Hiele e o desenvolvimento do pensamento geométrico.

No terceiro capítulo buscamos a nossa metodologia através do tipo de estudo; procedimentos metodológicos; delimitação do tema; revisão de literatura; sujeitos da pesquisa; desenvolvimento da pesquisa e análise dos dados.

No quarto capítulo providenciamos os resultados e discussões deste trabalho através da análise de dados do questionário, e análise de dados das atividades à luz da teoria de Van Hiele.

Finalmente, apontamos as nossas considerações a respeito deste trabalho, em seguida apresentamos as referências, apêndice e anexo.

2 SITUANDO A PESQUISA

Apresentamos neste capítulo o referencial teórico baseado nos documentos oficiais acerca da Geometria e como a BNCC apresenta a Geometria. Trazemos também um breve histórico sobre o teorema de Tales e em seguida conheceremos a teoria de Van Hiele; a descrição da teoria de Van Hiele e o desenvolvimento do pensamento geométrico.

2.1 Documentos Oficiais Acerca da Geometria

Nosso foco neste trabalho é a Geometria e se faz indispensável saber à importância da Geometria em nossas vidas e que os documentos oficiais norteiam as licenciaturas e apontam sobre o ensino da Geometria. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais a Matemática no Ensino Fundamental tem grande importância para o aluno compreender o mundo a sua volta e de ver ela como área de conhecimento (BRASIL, 1998, p.15). É neste período mencionado na BNCC que os alunos deparam com mudanças sociais e emocionais de maior complexidade, sobretudo devido à necessidade de se apropriarem das diferentes organizações dos conhecimentos relacionados às áreas, tendo em vista que é importante para os componentes curriculares (BRASIL, 2017, p.58).

A BNCC nomeia que o Ensino Fundamental tem que ter cinco campos do conhecimento tais como: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade. É necessário que os alunos relacionem "observações empíricas do mundo real a representações [...] a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas". (BRASIL, p.263, 2017). Para os alunos atingirem as competências especificas do Ensino Fundamental é importante fazer "as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática [...] e de outras áreas do conhecimento" (BRASIL, p.265, 2017).

Mencionado no PCN a Matemática no Ensino Fundamental apresentam alguns objetivos [...] a serem desenvolvidos em cada ciclo, assim como os conteúdos para desenvolvê-las (BRASIL, 1998, p.16) estes conteúdos "apresentam um aspecto inovador ao explorá-los não apenas na dimensão de conceitos, mas também na dimensão de procedimentos e de atitudes". (BRASIL, 1998, p.16)

Também no quarto ciclo que apresentam os problemas de Geometria o aluno vai ter contato ”com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria.” (BRASIL, 1998 p. 86).

No entanto, a geometria apresenta ”um papel fundamental no currículo [...]” possibilitando o aluno desenvolver um pensamento “para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.” (BRASIL, 1998, p.122).

Portanto diante do exposto acima por documentos oficiais percebemos a importância da Geometria no Ensino Fundamental.

2.1.1 Como a BNCC apresenta a Geometria

A BNCC traz (BRASIL, 2017, p. 263) diversos campos – Aritméticos, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, que está presente no currículo e precisa que os alunos relacionem ideias do cotidiano a representações como tabelas, figuras e esquemas e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), esses campos também estão presentes nos PCN o que diferencia e a nomenclatura de Geometria para Espaço e Formas, e a nomenclatura de Estatística e Probabilidade para Tratamento da Informação.

No Ensino Fundamental é necessário que o aluno possua o letramento matemático para que possam compreender as competências e habilidades, fazendo com que o aluno desenvolva a capacidade de argumentar e justificar. De fato, a um posicionamento na BNCC de que a matemática escolar esteja ao uso do letramento matemático,

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, p. 264)

O letramento matemático está no (BRASIL, 2017, p.264) “[...] desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática.”.

Segundo a BNCC, (BRASIL, 2017, p. 263) o conhecimento matemático é necessário para que todos os alunos sejam cidadãos críticos, cientes de seus atos sociais.

A BNCC apresenta cinco unidades temáticas, para Ensino Fundamental que são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Cada uma delas tem a função diferente dependendo do ano de escolarização.

Este trabalho se detém a unidade temática da Geometria para estudar conceitos e procedimentos para (BRASIL, 2017, p. 269) “[...] desenvolver o pensamento geométrico dos alunos”. “Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes”.

Segundo a BNCC no Ensino Fundamental, o ensino da Geometria é preciso que o aluno seja capaz de (BRASIL, 2017, p. 270) “[...] reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo.”.

Assim, a Geometria não pode ficar restrita a fórmulas e nem a aplicações numéricas (BRASIL, 2017, p. 270) “imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes”.

Segundo os PCNs a Educação Matemática aponta a necessidade de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade aos dias de hoje, pois “grande parte o desempenho insatisfatório dos alunos revelado pelas elevadas taxas de retenção em Matemática, o que a faz atuar como filtro social no Ensino Fundamental, selecionando os que terão oportunidade ou não de concluir esse segmento de ensino” (BRASIL, 1998, p.23).

Em discussões no âmbito da Educação Matemática “têm influenciado análises e revisões nos currículos de Matemática no ensino fundamental” (BRASIL, 1998, p.19).

Para os PCNs “a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias” (BRASIL, 1998, p.27) promovendo a relação dos alunos com os outros através do trabalho coletivo.

Nos PCNs o aluno e o saber matemático estão relacionados às ideias Matemáticas entre si.

> Ao relacionar ideias matemáticas entre si, podem reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição, decomposição, inclusão e perceber que processos como o estabelecimento de analogias, indução e dedução estão presentes tanto no trabalho com números e operações como no trabalho com o espaço, forma e medidas. (BRASIL, 1998, p.37).

Mencionados na BNCC para o aluno desenvolver as habilidades no Ensino Fundamental é necessário que o aluno leve em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados (BRASIL, 2017, p. 296) “criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas.” Neste contexto as situações precisam ser manipuladas com diversos conteúdos, tendo em vista o (BRASIL, 2017, p.296) “desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência.”.

Assim nos PCNs os conteúdos seguem uma forma hierarquizada seguindo sempre com um pré-requisito de forma de estrutura lógica da Matemática (BRASIL, 1998, p.22).

Na matemática no 9º ano, uma de suas unidades temática é a Geometria que é a unidade temática trabalhada neste trabalho com (BRASIL, 2017, p.316) “os objetos de conhecimento: retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais”, mencionados na BNCC.

Analisando nos PCNs verificamos que no quarto ciclo do Ensino Fundamental no item Espaço e Forma encontramos uma citação do teorema de Tales “Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales” (BRASIL, 1998, p.89).

Como a nossa pesquisa vai ser realizada tomando como referência o teorema de Tales, a sua história auxilia no ensino e na aprendizagem.

2.2 Breve Histórico sobre o Teorema de Tales

Segundo Giovanni e Castrucci (1998, p.148) as concepções de razão e proporção será aplicada em geometria. Onde a ideia de proporção e a sua aplicação em geometria são bastante antigas.

De acordo com Andrini e Vasconcellos (2015) Tales de Mileto era grego, nasceu por volta de 624 a.C. na Ásia Menor uma localidade que hoje pertence a Turquia. O mesmo é considerado um matemático e filosofo responsável por varias obras no período do século VI a.C. reconhecido como pai da geometria descritiva, onde muitas delas posteriormente foram escritas por historiadores gregos como Heródoto. Uma das primeiras referências de Tales como matemático é dada por Proclus (420-485 d.C) no seu livro *Comentário sobre o primeiro livro dos Elementos de Euclides.*

> Tales primeiro foi ao Egito e de lá introduziu esse estudo na Grécia. Descobriu muitas proposições ele próprio, e instruiu seus sucessores nos princípios que regem muitas outras, seu método de ataque sendo em certos casos mais geral, em outros mais empíricos.

Como citado por Andrini e Vasconcellos (2015, p.351), Proclus destaca a Tales haver comprovado e demonstrado pela primeira vez as seguintes proposições.

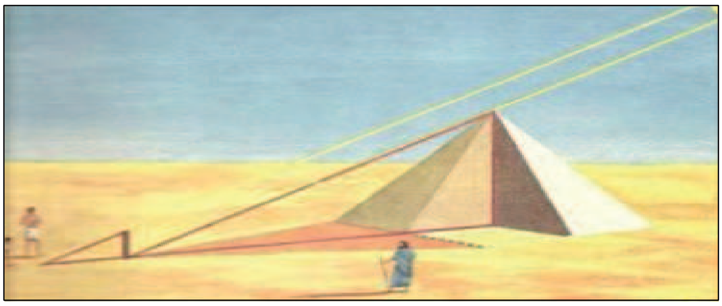
> Um ângulo inscrito numa semicircunferência é reto; que os ângulos opostos pelo vértice são iguais; que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais; que um círculo é dividido igualmente pelo seu diâmetro; que se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais respectivamente a dois ângulos e um lado do outro, então os triângulos são congruentes.

Figura 1: Tales de Mileto

Fonte: TALES de mileto só matemática. Acesso em dia 23 de setembro de 2018.

Mencionado por Giovanni e Castrucci (1998, p.149) Tales atentou que, num mesmo momento, “a razão entre a altura de um objeto e o comprimento da sombra que esse objeto projetado no chão era sempre a mesma para quaisquer objetos.” Tales aprendeu geometria com os egípcios, e mediu a altura da grande pirâmide Quéops usando um bastão aplicando os seus conhecimentos sobre “seguimentos proporcionais, pois a razão entre a altura da pirâmide e o comprimento da sombra projetada pela pirâmide é igual á razão entre a altura do bastão e o comprimento da sombra projetada por esse bastão”. (GIOVANNI E CASTRUCCI, 1998, p.149).

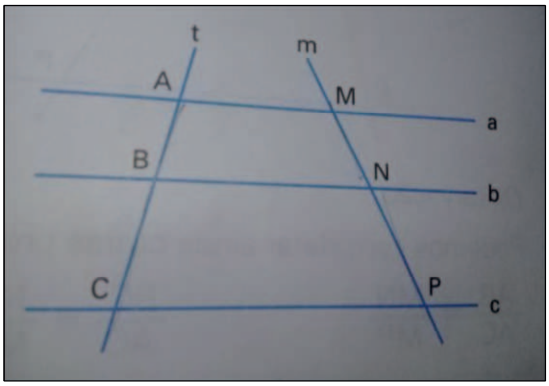
Figura 2: Pirâmide do Egito



Fonte: MELO, Priscila. **Teorema de tales.** Acesso em dia 23 de setembro de 2018

Seu conhecimento percorreu por vários lugares até chegar ao Egito. Após chegar ao Egito os conhecimentos de Tales os egípcios convidou a medir a altura de suas pirâmides, o que para aquele século seria um grande feito, pois não existiam equipamentos que conseguissem fazer isso com facilidade. Tales conseguiu medir a altura da pirâmide aplicando hoje o que conhecemos como Teorema de Tales. ”Podemos, então, enunciar o teorema da seguinte maneira: um feixe de paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais, em símbolos temos a // b // c => $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP}$.” Conseguimos analisar ainda outras proporções através do teorema de Tales, tais como: $\frac{AB}{AC} = \frac{MN}{MP}$, $\frac{BC}{AC} = \frac{NP}{MP}$ e $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP}$ (GIOVANNI E CASTRUCCI, 1998, p.156).

Figura 3: Teorema de Tales



Fonte: GIOVANNI E CASTRUCCI, 1998, p.156.

Procuraremos neste trabalho avaliar a aprendizagem do teorema de Tales a luz da teoria de Van Hiele.

2.3 Conhecendo a Teoria de Van Hiele

Elegemos como suporte teórico de nossa pesquisa o modelo de Van Hiele. Este modelo se constitui de cinco níveis de desenvolvimento do pensamento: 1º nível – visualização, 2º nível – análise; 3º nível – ordenação; 4º nível – dedução e, por fim, 5º nível – rigor. Podemos encontrar em uma turma diversos alunos com diferentes níveis de compreensão segundo a Teoria de Van Hiele onde o aluno passa de um nível para o outro, porém, os alunos não tem o mesmo desenvolvimento cognitivo do pensamento geométrico igual para o outro, pois cada aluno tem um nível de percepção diferente. O método dos conteúdos pode ser aplicado de forma que proporcione o avanço dos alunos no decorrer dos níveis.

Fantinel (1998, apud Sant'ana, 2009, p.20), para que ocorra uma troca de nível para o outro, Van Hiele criou cinco Fases de Aprendizagem para analisar o desenvolvimento dos alunos:

> Fase 1: (Informação/ Inquirição) Professor e alunos dedicam sua atenção a conversas e atividades a respeito dos objetos de estudo deste nível. São feitas observações, levantadas questões e é introduzido o vocabulário específico de cada nível. Nessa fase, o professor percebe quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto e esses percebem qual direção os estudos irão tomar,
>
> Fase 2: (Orientação Dirigida) Os alunos exploram o tópico de estudo através de materiais selecionados cuidadosamente pelo professor. Estas atividades devem revelar gradativamente aos alunos as estruturas características do nível. As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas.

> Fase 3: (Explicação) Com base em suas experiências anteriores, os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas que foram observadas. Tal verbalização requer que os alunos articulem conscientemente o que poderiam ser apenas idéias vagas e não desenvolvidas. O papel do professor deve ser mínimo, apenas auxiliando os alunos a usar a linguagem apropriada, deixados independentes na busca da formação do sistema de relações em estudo.
>
> Fase 4: (Orientação Livre) Os alunos procuram soluções próprias para tarefas mais complicadas, que admitem várias soluções, e para problemas em aberto. Segundo Hoffer, "eles ganham experiências em achar seus próprios caminhos ou resolver as tarefas. Orientando-se a si próprios no campo da investigação, muitas relações entre os objetos de estudo tornam-se explícitas aos alunos." (apud CROWLEY, 1987, p.6, trad. Nossa).
>
> Fase 5: (Integração) O aluno revê e resume o que aprendeu, com o objetivo de formar uma visão geral do novo sistema de objetos e relações. Como conseqüência, há uma unificação e internalização num novo domínio de pensamento. Nessa fase, o papel do professor é de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais sem, no entanto, introduzir idéias novas ou discordantes. (FANTINEL, 1998 apud SANT'ANA, 2009, p.20).

A cada nível o aluno se esforça fazendo com que seu pensamento se desenvolva cada vez mais, onde na fase 1 o professor sonda o conhecimento prévio do aluno para saber por onde começar os estudos; na fase 2 os alunos realizam atividades com ajuda do professor com respostas objetivas; na fase 3 os alunos realizam as atividades com o mínimo possível de ajuda do professor pois os mesmos têm que utilizar o que foi aprendido nas fases anteriores; na fase 4 o aluno fica independente para resolver as atividades mais complexas onde não há respostas objetivas e sim vários formas de se ter a mesma resposta; e na fase 5 o professor verifica e propõem um novo desafio pra verificar o domínio do aluno, estando assim apto a repetir as fases de aprendizagem. E todas essas fases podem acontecer em ordem distintas ou ao mesmo tempo, menos ao final da fase 5, onde os alunos devem ter atingido um amadurecimento no nível do pensamento.

Fantinel (1998, apud Sant'ana, 2009, p.21) a teoria de Van Hiele tem cinco níveis de pensamento geométrico e, para o aluno atingir determinado nível de pensamento o mesmo tem que passar por todos os níveis.

> A formulação desse sistema de níveis ocorreu enquanto Pierre Van Hiele estudava alguns dos trabalhos de Piaget. Durante esse estudo ele verificou, como fizera Piaget, que os problemas ou tarefas que são apresentados às crianças, frequentemente, requerem um conhecimento de vocabulário ou propriedades além do nível de pensamento da criança. (FANTINEL, 1998 apud SANT'ANA, 2009, p.21).

Os professores detectam algumas falhas encontradas no desenvolvimento cognitivo do aluno nas aulas de Geometria, alguns deles questionam alguns problemas, como a dificuldade de levar o aluno a raciocinar e aprender algum conceito novo, pelo fato de estarem preso as fórmulas prontas e acabadas. E isto não ocorre só no Brasil, mas em outros países. Para Jaime, Gutierrez (1990, apud Santos, 2015, p.33) é uma preocupação enfrentada há anos pelos professores Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof.

> Foi a preocupação diante desse problema enfrentado por dois professores holandeses, que davam aula de Matemática no curso secundário, que os levou a estudar profundamente a situação com o objetivo de encontrar uma solução. Esses professores são Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, que, sob a orientação do educador matemático Hans Freudenthal, pesquisaram o ensino de Geometria com alunos de 12 e 13 anos, enfatizando a manipulação de figuras. O resultado dessa pesquisa foi publicado após concluírem o doutorado na Universidade de Utrecht. Dina faleceu logo depois de terminar a tese, então foi Pierre quem esclareceu, aperfeiçoou e promoveu a teoria de Van Hiele, como é conhecida (JAIME; GUTIERREZ, 1990 apud SANTOS, 2015, p.33).

Pavanello (1993, apud Santos, 2015, p.33). A execução do meio de ensino baseado na teoria de Van Hiele, também considerada um modelo de aprendizagem, é uma viável estratégia para a tornada da problemática no ensino da geometria, a teoria reuniu os aspectos cognitivo e pedagógico do ensino da geometria. Nasser; Santanna(1997, apud Santos, 2015, p.33).

No quadro a seguir, apresenta-se um breve resumo sobre o modelo de Van Hiele de Nasser, L. Sant'anna (1997, apud Sant'ana, 2009, p.22).

Quadro 1– Níveis de Van Hiele para compreensão em geometria

Nível de Van Hiele	Características	Exemplos
Básico: reconhecimento	Identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global.	Classificação de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
Nível 1: Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos.

Nível 2 : Síntese ou Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra: argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição do quadrado pelas propriedades mínimas: 4 lados iguais e 4 ângulos retos. O retângulo é um paralelogramo, pois também possui os lados opostos paralelos.
Nível 3: Dedução	Domínio do processo dedutivo e de demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma Geometria finita.

Fonte: NASSER, L. SANT'ANNA, N.F.P (coordenadoras). Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.22) apoia a ideia do modelo de Van Hiele com relação à aplicação dos conteúdos, pois os mesmos precisam ter pré-requisitos para que consigam seguir uma sequência na aprendizagem como se os conteúdos se relacionassem entre si para que possam ter bons resultados.

2.3.1 Descrição da Teoria de Van Hiele e o desenvolvimento do Pensamento Geométrico

Sampaio; Alves (2010, apud Santos, 2015, p.34) O modelo de desenvolvimento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidas por Van Hiele mostram um meio de identificar o nível de aprendizagem geométrica dos alunos e apresentam meios para ajudá-los a passar de um nível para outro. Na teoria de Van Hiele, contudo o processo de ensino-aprendizagem é um meio através do qual aluno atinge certo nível de desenvolvimento.

Villiers(2010, apud Santos, 2015, p.35) explica a distinção de um nível para o outro, que não se pode pular se antes tiver passado pelo anterior.

> Para Villiers (2010), a distinção desses cinco níveis de raciocínio é a principal característica do modelo. Cada nível envolve a compreensão e

> utilização de conceitos geométricos de uma maneira diferente, o que se reflete na forma de interpretá-los, defini-los, classificá-los e fazer demonstrações. Os níveis são sequenciais e ordenados de tal forma que não se pode pular nenhum. Portanto, há uma relação hierárquica entre os cinco níveis, uma vez que o aluno só atinge um nível superior após passar por todos os níveis anteriores.(VILLIERS, 2010 apud SANTOS, 2015, p.35).

Nasser; Lopes (1996, apud Santos, 2015, p.35) Para que ocorra uma mudança de um nível para o outro se passa pela prática de exercícios, passando por cinco fases de aprendizagem. Entende-se, então, que o desenvolvimento de níveis está relacionado com a aprendizagem do que com a idade aluno. Para Van Hiele, um nível mais alto é atingido à medida que as ordens dos níveis anteriores tornam-se compreensíveis, a fim de se atingirem novas estruturas.

> "É evidente que o alcance de um nível é resultado de um processo de aprendizagem. (...) De qualquer modo, seria um deplorável erro supor que um nível é alcançado como resultado de uma maturação biológica que o professor ajuda a influenciar" (HIELE, 1986, p. 65).

O modelo de Van Hiele é composto por cinco níveis que são: 1º nível – visualização, 2º nível – análise; 3º nível – ordenação; 4º nível – dedução e, por fim, 5º nível – rigor, cada nível tem um desenvolvimento do pensamento diferente, onde com o conhecimento desses níveis o professor consegue verificar o nível do aluno sem exigir do mesmo o conhecimento maior do que estão preparados. Segundo Santos (2015, p.36) segue os níveis do modelo da teoria de Van Hiele.

Nível 1 – Visualização: O aluno compreende a figura através de sua visualização global e pela sua aparência.

Nível 2 – Análise: O aluno começa a compreender as propriedades fazendo relação entre figuras.

Nível 3 – Ordenação: Os alunos ordenam as propriedades das figuras e entre figuras, reconhecem as definições, deduzem propriedades.

Nível 4 – Dedução: Os alunos entendem algumas deduções e raciocinam formalmente o contexto matemático.

Nível 5 – Rigor: Os alunos entendem sistemas axiomáticos e abstratos.

3. METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentaremos uma metodologia que foi desenvolvida por meio de uma pesquisa qualitativa com recolhimento de dados para estudo deste trabalho, assim como a descrição dos sujeitos envolvidos nas atividades, descreveremos os procedimentos que foram adotados na buscar de atingirmos nosso objetivo que resultará em nossos resultados e análises.

3.1 O tipo de estudo

O presente estudo foi composto por uma pesquisa de caráter qualitativo onde "muitas vezes chamada etnográfica, ou participante, ou inquisitiva, ou naturalista. [...] é focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural." (D'AMBROSIO, p.102 e 103, 1996).

Quando falamos de pesquisa, de forma geral, "[...] são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato." (GIL, p.43, 1999). Para D'Ambrósio (1996, p.102) é comum nas pesquisas realizar a coleta de dados, aplicar questionários com os indivíduos de estudo, isto é uma pratica de uma pesquisa quantitativa. Neste contexto, a pesquisa qualitativa se baseia em algumas etapas:

1. Formulação das questões a serem investigativas com base no referencial teórico do pesquisador;
2. Seleção de locais, sujeitos e objetos que constituirão o foco da investigação;
3. Identificação das relações entre esses elementos;
4. Definição de estratégias de coleção e análise de dados;
5. Coleção de dados sobre os elementos selecionados no item 2 e sobre as relações identificadas no item 3;
6. Análises desses dados e refinamento das questões formuladas no item 1 e da seleção proposta no item 2;
7. Redefinição de estratégia definidas no item 4;
8. Coleta e análise dos dados. (D'AMBRÓSIO, p.103 e 104, 1996).

3.2 Procedimentos metodológicos

Para realização desta pesquisa passamos por algumas etapas: delimitação do tema, revisão da literatura, sujeitos da pesquisa, desenvolvimento da pesquisa e análise de dados.

3.2.1 Delimitação do tema

Como a teoria de Van Hiele pode contribuir para o estudo do teorema de Tales?

3.2.2 Revisão da Literatura

Utilizamos monografias, artigos e alguns livros como referencial teórico relacionado ao tema deste trabalho, contamos com alguns suportes teóricos como: os PCN (1998), BNCC, (2017), Andrini e Vasconcellos (2015), Giovanni e Castrucci (1998), Fantinel citado por Cardoso Sant'ana (2009), Nasser, L. Sant'anna citado por Cardoso Sant'ana (2009), Sampaio; Alves referido por Santos (2015).

3.2.3 Sujeitos da pesquisa

Os alunos que participaram da pesquisa estudam no turno matutino de uma escola que está localizada na Avenida Professor Carlos Francisco Medeiros de Almeida, no bairro da Bela Vista, em Campina Grande-PB e atende os bairros do Pedregal, Bela Vista, Centenário e Bodocongó. A escola atende desde o Ensino Fundamental II até ao Ensino Médio. Os participantes atuam na turma do 9º ano A do Ensino Fundamental II, a turma é composta de 25 alunos, sendo 16 meninas e 9 meninos e quase todos participaram das atividades de pesquisa.

3.2.4 Desenvolvimento da pesquisa

Primeiramente foi aplicado um questionário de sondagem com objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre alguns conceitos básicos que são necessários para aprendizado do teorema de Tales, tais como: razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas. Tendo em vista que a professora da turma do 9º ano A já tinha lecionado os conteúdos citados acima em sala de aula inclusive o teorema de Tales. O questionário foi realizado no dia 13 de novembro de 2018 com onze questões sendo qualitativas e quantitativas.

Em seguida, foi aplicada uma sequência de atividades envolvendo o teorema de Tales com o objetivo de identificar em qual nível o aluno encontra-se de acordo com a teoria de Van Hiele, para assim analisarmos os dados da pesquisa; contendo doze questões com conteúdo teorema de Tales que foi realizado no dia 20 de novembro de 2018.

3.2.5 Análise de dados

A análise dos dados ocorreu da seguinte maneira: a correção do questionário de sondagem para identificar os conhecimentos prévios dos alunos e deu-se continuidade com a correção das atividades para identificar em qual nível os alunos se encontram de acordo com a teoria de Van Hiele.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo apresentaremos os resultados da pesquisa realizada com os alunos do 9º ano A da escola ECI Monte Carmelo. Apresentaremos os resultados do questionário aplicado e, em seguida os resultados das atividades aplicadas utilizando a teoria de Van Hiele.

4.1 Análises dos dados do Questionário

Para identificar os conhecimentos prévios dos alunos da turma do 9º ano A do colégio ECI Monte Carmelo, foi aplicado um questionário com onze questões, sendo cinco fechadas e seis abertas cujas respostas terão um tratamento qualitativo e quantitativo. Para Gil (1999, p.129) as questões fechadas apresentam alternativas de resposta que represente melhor o ponto de vista do aluno, e as questões abertas apresenta um espaço em branco para que o aluno possa escrever sua resposta sem qualquer restrição.

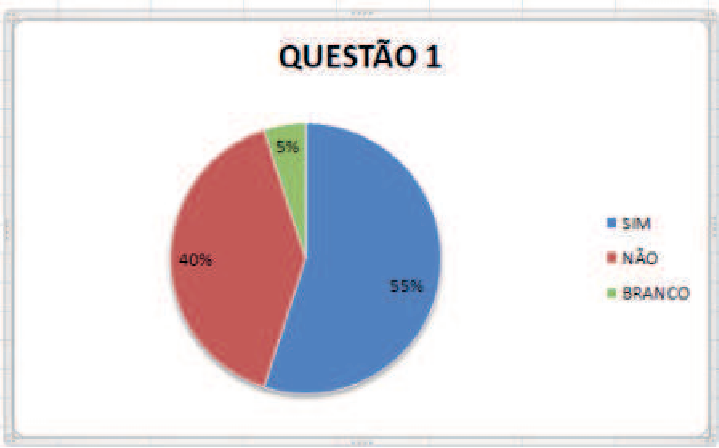
A coleta de dados do questionário foi aplicado com 20 alunos sendo 12 meninas e 8 meninos da escola ECI Monte Carmelo.

As questões de 1, 2, 9 a 11 são questões de característica quantitativa. Os gráficos a seguir indicam as resposta dos alunos relacionada ao conhecimento prévio dos conceitos básicos para o estudo do teorema de Tales, tais como: razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas.

Questão 1: O conceito matemático razão é a mesma coisa que proporção? (   ) Sim   (   ) Não

A questão 1 do questionário nos oferece o conhecimento básico dos alunos entrevistados. Dos vinte alunos entrevistados, 55% marcaram a opção NÃO, 40% marcaram a opção SIM e 5% deixaram a questão em branco.

Figura 4: Análise quantitativa da questão 1

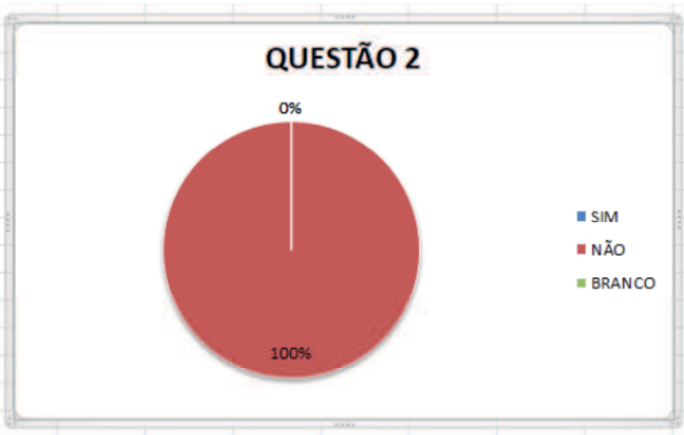


Fonte: Própria do autor

Questão 2: Uma reta transversal é a mesma coisa que uma reta paralela? ( ) Sim ( ) Não

A questão 2 nos orienta o conhecimento prévio dos alunos, onde pergunta se uma reta transversal é a mesma coisa que uma reta paralela, onde 100% dos alunos entrevistados marcaram a opção SIM desta questão.

Figura 5: Análise quantitativa da questão 2



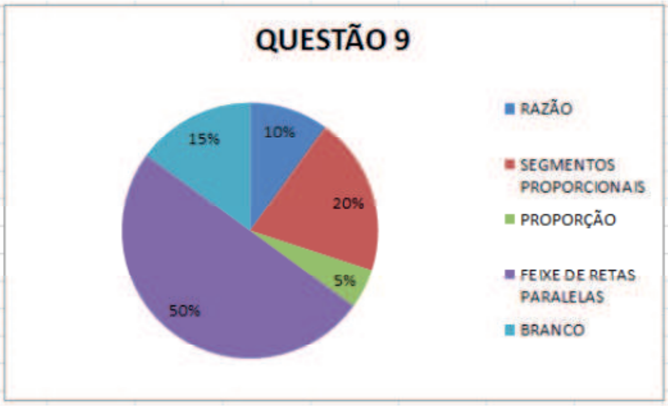
Fonte: Própria do autor

Questão 9: Qual desses conteúdos de matemática que você achou mais interessante e gostou de assistir aula? ( )Razão ( ) Proporção ( )Segmentos proporcionais ( )Feixe de retas paralelas

Os alunos mostraram que nessa questão gostava mais de assistir aula de Feixe de retas paralelas com 50%, apenas 20% mostrou ter facilidade em

Segmentos proporcionais, 10% em Razão, 5% de Proporção e 15% dos alunos deixaram a questão em branco.

Figura 6: Análise quantitativa da questão 9

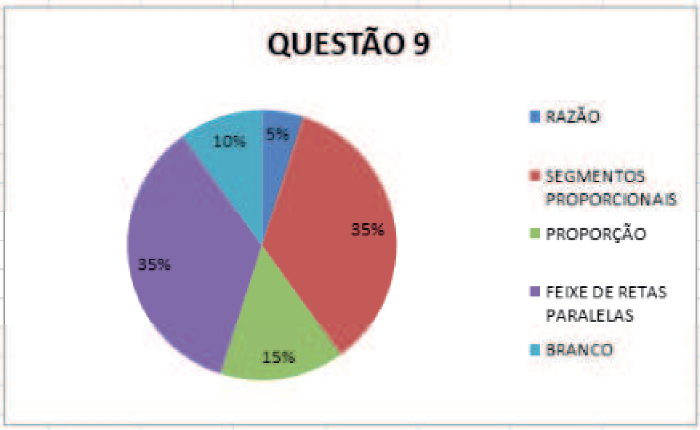


Fonte: Própria do autor

Questão 10: Qual desses conteúdos de matemática que você não gostou de assistir aula?	
( )Razão	( ) Proporção
( )Segmentos proporcionais	( )Feixe de retas paralelas

Na questão 10, os alunos demostram qual conteúdo que não gostou de assistir aula, sendo 5% dos alunos não gostam de assistir aula de Razão, 15% não gostam de assistir aula de Proporção, 35% de Seguimentos Proporcionais, 35% de Feixe de retas paralelas e os 10% restante deixaram a questão em branco.

Figura 7: Análise quantitativa da questão 10

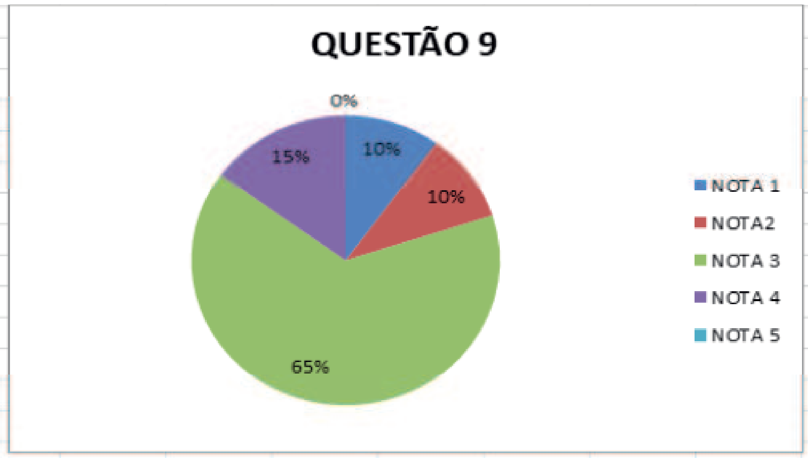


Fonte: Própria do autor

Questão 11: Que nota você daria sobre o que aprendeu até agora dos seguintes conteúdos: razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas? (1- muito ruim, 2- ruim, 3-bom, 4-muito bom e 5 ótimo) (   )1   (   )2   ( )3   ( )4   (   )5

Na questão 11, os alunos fizeram a sua auto avaliação sobre o que aprendeu dos conteúdos: razão, segmentos proporcionais, proporção e feixe de retas paralelas dando as seguintes notas (1- muito ruim, 2- ruim, 3-bom, 4-muito bom e 5 ótimo), 10% dos alunos deram a nota 1, 10% deram a nota 2, 65% deram a nota 3 e 15% dos alunos deram a si a nota 4.

Figura 8: Análise quantitativa da questão 11



Fonte: Própria do autor

As questões de 3 a 8 são questões abertas com característica qualitativa, relacionadas aos conceitos e a dificuldade em aprender os conteúdos de razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas.

Questão 3: O que você sabe sobre o conceito de uma reta transversal?

Tendo em vista que se trata de questões abertas, apontamos algumas repostas dessa questão 3:

"*Uma reta que tem interseção com as outras retas em pontos diferentes.*" – Aluno 9º ano A

"*São aquelas que servem para corta uma reta paralela.*" – Aluno 9º ano A

"*É uma reta que tem interseção com outras retas*" – Aluno 9º ano A

"*É uma reta que está em cima da paralela, indicando para cima.*" – Aluno 9º ano A

"*Que a transversal é um pouco diferente das outras.*" – Aluno 9º ano A

"*Assim não aprendi muito porque faltei algumas aulas*." – Aluno 9º ano A

Podemos considerar que a maior parte dos alunos mostra conhecimento sobre a reta transversal.

Questão 4: O que você sabe sobre o conceito razão em matemática?

A questão 4, é uma questão aberta com característica qualitativa e destacamos algumas respostas:

"*A comparação entre dois números racionais através de uma divisão*." - Aluno 9º ano A

"*Tenho pouco conhecimento*." – Aluno 9º ano A

"*Nada eu tenho dificuldade na matéria*" – Aluno 9º ano A

"*Que é uma forma curta de fazer conta*" - Aluno 9º ano A

"*Razão é uma divisão*" - Aluno 9º ano A

"*Não me lembrei*" - Aluno 9º ano A

Podemos observar as respostas dos alunos, onde foram variadas em positivas e negativas quanto ao conhecimento do conceito matemático de razão.

Questão 5: O que você sabe sobre o conceito proporção em matemática?

A questão 5 é uma questão aberta e qualitativa a qual os alunos registraram seu conhecimento por determinado conceito, segue algumas respostas:

"*Não sei*" – Aluno 9º ano A

"*Que é algo que tem a mesma medida*" – Aluno 9º ano A

"*Eu aprendi muito pouco sobre proporção*" – Aluno 9º ano A

"*Eu sei, mas esqueci*" – Aluno 9º ano A

"*Não me lembro*" – Aluno 9º ano A

"*Não sei de nada, faltei todas as aulas*" – Aluno 9º ano A

As respostas dos alunos foram negativas, onde requerem que os alunos estudem um pouco mais em busca de aprender novos conhecimentos.

Questão 6: O que você sabe sobre o conceito de segmentos proporcionais em matemática?

Nessa questão 6, alguns alunos responderam de forma direta : “ *Não sei.”* – Aluno 9º ano A

“É *um segmento formado junto com o cálculo*.” – Aluno 9º ano A

“*Não estava na sala quando a professora passou este assunto*.” – Aluno 9º ano A

“*Sei pouco tenho dificuldades*.” – Aluno 9º ano A

“*Que serve para marca as proporções maiores*.” – Aluno 9º ano A

“*Não me lembro*.” – Aluno 9º ano A

“*Que ela serve para marca proporções de uma reta*.” – Aluno 9º ano A

“*Não sei, perdi muitas aulas*.” – Aluno 9º ano A

Podemos notar nas respostas dos alunos de caráter qualitativo que foram respostas negativas pelo fato de boa parte dos alunos terem faltado à aula no dia da aplicação do conteúdo de segmentos proporcionais e com isso não tiveram um bom desenvolvimento em sua resposta.

Questão 7: O que você sabe sobre o conceito de feixe de retas paralelas?

Na questão 7 aparecem opiniões variadas mas seguem o mesmo padrão de ideias, sendo resposta com características qualitativas.

“*É mais de 3 retas paralelas*.” – Aluno 9º ano A

“*Mais de três retas paralelas*.” – Aluno 9º ano A

“*São retas que ficam em um ângulo de 180º graus*”. – Aluno 9º ano A

“*Ele significa que tem mais de uma reta*.” – Aluno 9º ano A

“*É um conjunto de três retas ou mais*.” – Aluno 9º ano A

“*Não me lembro*.” – Aluno 9º ano A

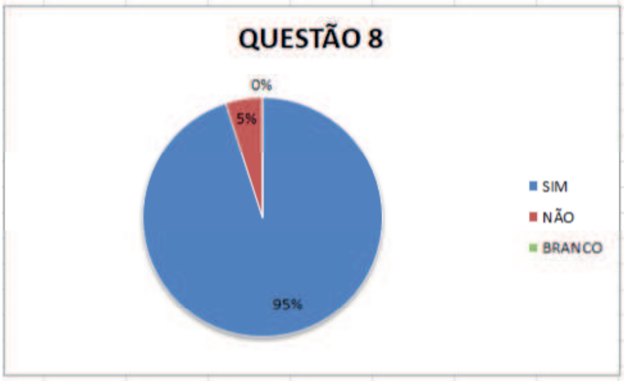
“*Que é preciso ter mais de uma reta paralela para criar o feixe*.” – Aluno 9º ano A

Quase todas as respostas foram de forma positiva em que a maioria dos alunos compreendeu o conceito de feixe de retas paralelas, tendo em vista que de as respostas terem aspecto qualitativo.

Questão 8: Teve dificuldade em aprender os conteúdos de razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas? Justifique? ( ) Sim ( ) Não

Na questão 8, temos uma questão que aborda aspectos quantitativos e qualitativos. Na figura 8 apresenta os dados quantitativos:

Figura 9: Análise quantitativa da questão 8



Fonte: Própria do autor

É importante ressaltar que os 95% dos alunos tiveram dificuldade em aprender os conteúdos de razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas, e os outros 5% dos alunos não tiveram dificuldades em aprender os conteúdos citados acima. Neste caso, podemos inferir que existe uma relação bastante acentuada no fato de que os alunos não estão estudando os conteúdos aplicados na sala de aula.

Nas justificativas da questão 8, aparecem várias opiniões bem parecidas. Tendo em vista que 95% das respostas foram negativas e apenas 5% das respostas positivas. Segue abaixo as respostas dos alunos da turma do 9º ano A:

"*A culpa não é do ensino da professora e sim que eu não consigo aprender, talvez tenho que me esforçar mais*." – Aluno 9º ano A

"*Sim porque eu não assistir todas as aulas e quando eu ia para a sala não prestava atenção na aula da professora*." - Aluno 9º ano A

"*Mais ou menos porque é fácil mais achei complicado*." Aluno 9º ano A

"*Porque eu acho que professorar devia acredita mais nas alunas que tem dificuldade em matemática*." - Aluno 9º ano A

"*Não sei*." - Aluno 9º ano A

"*Porque o assunto demora um pouco para ser entedido de primeira* vez." - Aluno 9º ano A

"*Porque não mim dediguei aos estudos*." - Aluno 9º ano A

Podemos observar que a maioria das respostas foram negativas pelo fato dos alunos não estarem prestando atenção nas aulas; por não estarem estudando, e por estarem faltando as aulas e estas situações prejudicam na aprendizagem dos alunos. Estes resultados iniciais revelam que os alunos não estão prestando atenção nas aulas da professora e também não estão estudando e com isso afeta no seu próprio desenvolvimento de aprendizagem cognitiva.

4.2 Análises dos dados das Atividades

A seguir apresentaremos a análise de dados das respostas dos alunos dadas á sequência de atividades envolvendo o teorema de Tales, de acordo com o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, com intuito de identificar em qual nível o aluno encontra-se de acordo com a teoria de Van Hiele.

É importante destacar que para as questões subsequentes estarem corretas, é necessário que o aluno acerte todas as alternativas possíveis. As questões que estiverem parcialmente corretas serão consideradas incorretas.

A coleta de dados da atividade foi aplicado com 22 alunos sendo 14 meninas e 8 meninos do 9º ano A da escola ECI Monte Carmelo.

Questões referentes ao nível 1 (visualização)

As questões 1, 2 e 3 são referentes ao nível 1, de acordo com a teoria de Van Hiele, em que se refere a visualização de figuras de forma global, como por exemplos temos aplicações do teorema de Tales em nosso cotidiano, podemos destacar as ruas da cidade, as faixas de pedestre, entre outros. Onde podemos visualizar a sua aparência.

Figura 10: Questão 1 da atividade


1º Quais das imagens abaixo representa aplicação do teorema de Tales no cotidiano. Assinale V de verdadeiro e F de falso.

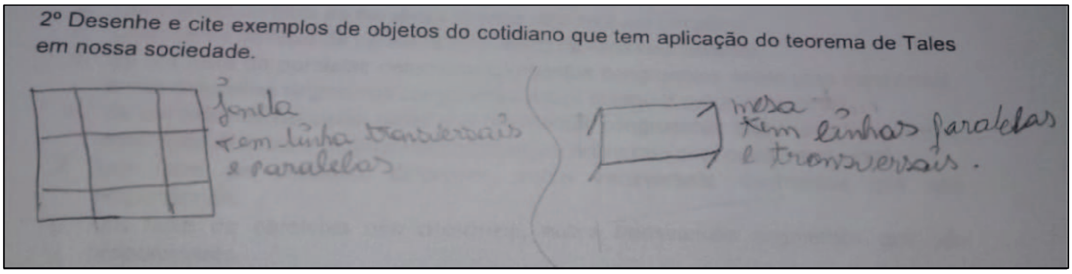
( ) ( )

( ) ( )

Fonte: Própria do autor

Nessa questão, a maioria dos alunos acertaram com 54%, e 41% erraram parcialmente a questão, porém foi considerado como incorreta e 5% deixaram em branco. Podemos perceber que foi visualizada a aplicação do teorema de Tales pelos alunos, de forma satisfatória.

Figura 11: Questão 2 da atividade


2º Desenhe e cite exemplos de objetos do cotidiano que tem aplicação do teorema de Tales em nossa sociedade.

Janela
tem linha transversais
e paralelas

mesa
tem linhas paralelas
e transversais.

Fonte: Própria do autor

Na questão 2, maior parte da turma acertaram a questão com 86% e 14% deixaram em branco. Nesta questão foi possível verificar o entendimento dos alunos em relação à aplicação teorema de Tales no cotidiano, como o próprio aluno A cita o exemplo na figura 10.

Figura 12: Questão 3 da atividade

3º (Adaptada) Seguindo a sequência dos pares de retas abaixo, quais delas são paralelas?

a. b. c. d.

Fonte: Própria do autor

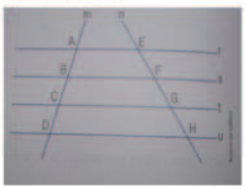
Na questão 3, pedimos para marcarem os pares de retas paralelas. Foi satisfatório o resultado desta questão onde 64% dos alunos acertaram e 36% erraram a questão por se confundirem com a quarta figura por acharem que fosse um par de retas paralelas, sendo que na verdade é um par de retas concorrentes, pois se prolongarem os segmentos as retas se cruzam.

Questões referentes ao nível 2 (análise)

As questões 4 e 5 são referentes ao nível 2. Os alunos começar a compreender as propriedades do teorema de Tales fazendo relação entre figuras.

Figura 13: Questão 4 da atividade

4º (Adaptado) Temos um conjunto de feixe de retas paralelas, que são as retas r, s, t e u. De acordo com a imagem abaixo, verifiquemos quais das igualdades são verdadeiras.



a. $\frac{AC}{BC} = \frac{EF}{EG}$

b. $\frac{BC}{AB} = \frac{FG}{EF}$

c. $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$

d. $\frac{CD}{AD} = \frac{FH}{EH}$

e. $\frac{AC}{BD} = \frac{FH}{EG}$

f. $\frac{AD}{BC} = \frac{EH}{FG}$

g. $\frac{AB}{BC} = \frac{FG}{EF}$

h. $\frac{BD}{CD} = \frac{FH}{GH}$

Fonte: Própria do autor

A questão 4, 64% dos alunos acertaram parcialmente por não marcarem as quatro alternativas corretas, alguns marcaram três e outros dois e foram consideradas questões incorretas. E 32% dos alunos acertaram a questão.

Figura 14: Questão 5 da atividade

5º No teorema de Tales temos algumas propriedades. Assinale a(as) alternativa(as) correta(as):

a. Chamamos de feixe de paralelas o conjunto de três ou mais retas paralelas em um plano.
b. Chamamos de feixe de paralelas apenas uma reta em um plano.
c. Chamamos de feixe de paralelas o conjunto de uma reta paralela.
d. Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.
e. Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então não determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.
f. Um feixe de paralelas determina, sobre transversais, segmentos que são proporcionais.
g. Um feixe de paralelas não determina, sobre transversais segmentos que são proporcionais.

Fonte: Própria do autor

A questão 5, segue a mesma sequência da questão anterior onde os alunos ocorreram quase os mesmos erros onde das três alternativas corretas alguns alunos marcaram duas alternativas e outros quatro e com isso 77% dos alunos acertaram parcialmente a questão porem foi considerada incorreta e 23% acertaram a questão.

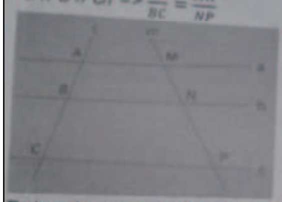
Questão referente ao nível 3 (ordenação)

A questão 6 é referente ao nível 3, nele os alunos ordenam as propriedades das figuras e entre figuras, reconhecem as definições, deduzem propriedades.

Figura 15: Questão 6 da atividade

6º Temos como propriedade que "Um feixe de paralelas determina, sobre transversais, segmentos que são proporcionais", concluimos que o teorema de Tales tem segmentos proporcionais como segue na imagem abaixo:

a // b // c// => $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP}$



Determine outras três proporções a partir do teorema de Tales.

$\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP}$; $\frac{AB}{AC} = \frac{MN}{MP}$

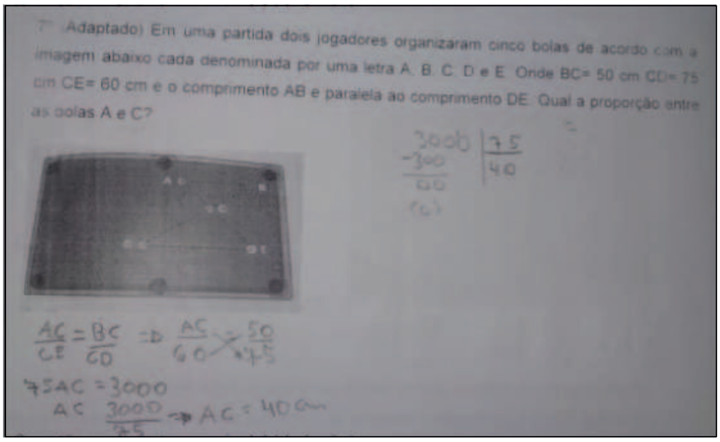
Fonte: Própria do autor

Na questão 6, acertaram 14% dos alunos, 14% deixaram em branco e 72% erraram parcialmente a questão pelo fato de não determinarem as três proporções, alguns deles só determinaram duas e com isso acertaram parcialmente e consequentemente erraram a questão.

Questões referentes ao nível 4 (dedução)

As questões 7, 8, 9, 10 e 11 são referentes ao nível 4. Os alunos entendem algumas deduções e raciocina formalmente o contexto matemático fazendo a relação dos dados da questão com a interpretação da mesma.

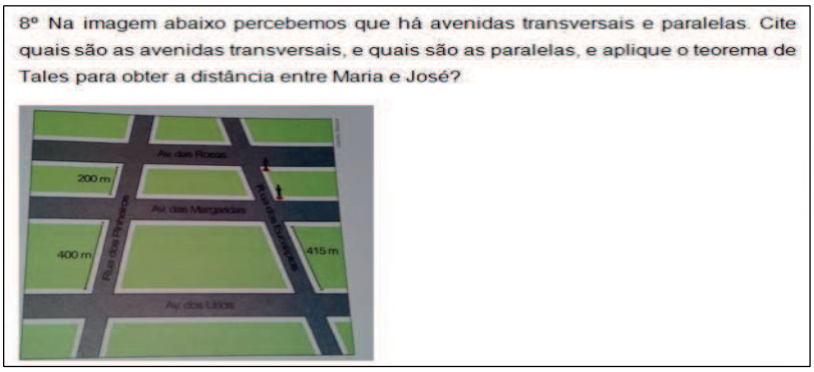
Figura 16: Questão 7 da atividade



Fonte: Própria do autor

Na questão 7, acertaram 9% dos alunos, erraram 27% dos alunos quando foram retirar os dados da questão por não interpretarem corretamente, e 64% deixaram a questão em branco por não compreenderem.

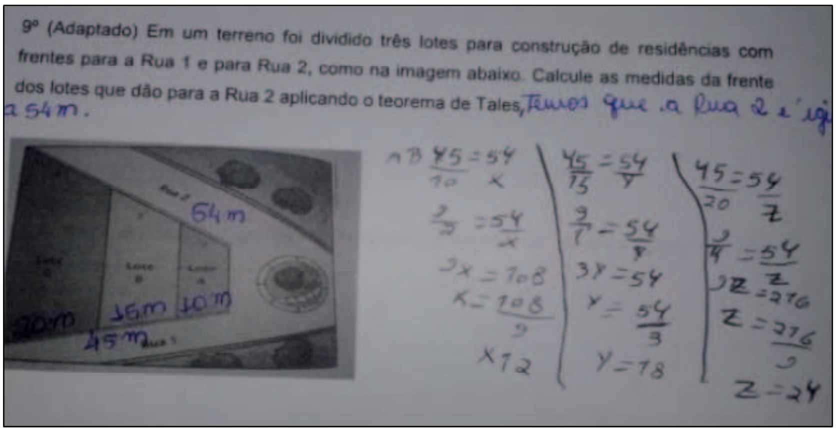
Figura 17: Questão 8 da atividade



Fonte: Própria do autor

Na questão 8, acertaram 9% dos alunos, erraram parcialmente 55% dos alunos onde acertaram os nomes das ruas transversais e paralelas e só erraram a interpretação dos dados da questão e consequentemente erraram a questão e 36% deixaram em branco.

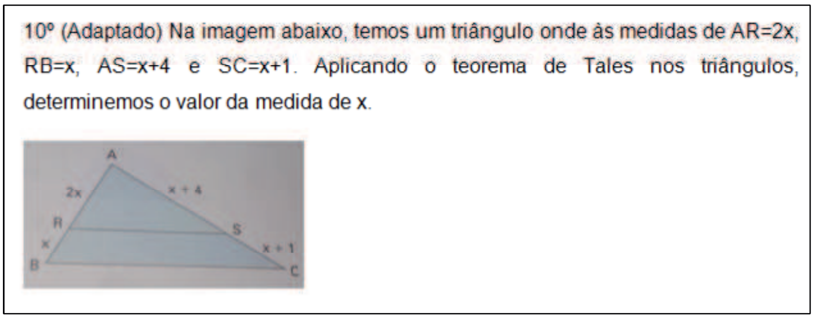
Figura 18: Questão 9 da atividade



Fonte: Própria do autor

Na questão 9, nesta questão ocorreu a mesma coisa que a anterior, 27% dos alunos que erraram esta questão por se atrapalharam na interpretação dos dados, 14% acertaram e 59% deixaram a questão em branco.

Figura 19: Questão 10 da atividade



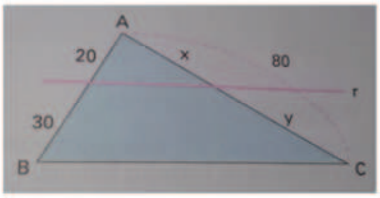
10º (Adaptado) Na imagem abaixo, temos um triângulo onde às medidas de AR=2x, RB=x, AS=x+4 e SC=x+1. Aplicando o teorema de Tales nos triângulos, determinemos o valor da medida de x.

Fonte: Própria do autor

Na questão 10, 5% erraram e 95% deixaram a questão em branco afirmando que não sabiam responder.

Figura 20: Questão 11 da atividade

11º(Adaptada) Em um triangulo, temos uma reta r, paralela ao lado BC, que irá dividir o lado AB em dois seguimentos distintos cujas suas medidas são 20 cm e 30.Sabendo que o lado AC mede 80 cm. Determine as medidas x e y do lado AC pela reta r, aplicando o teorema de Tales nos triângulos.



Fonte: Própria do autor

Na questão 11, 100% dos alunos deixaram a questão em branco afirmando da mesma forma que a questão anterior que não sabem responder.

Questão referente ao nível 5 (rigor)

A questão 12 refere-se ao nível 5, as alunos entendem sistemas axiomáticos e abstratos.

Figura 21: Questão 12 da atividade

12º Elabore uma situação problema que envolva o teorema de Tales de acordo com suas propriedades?

Fonte: Própria do autor

Esta questão requer mais domínio em axiomas e proposições, onde na maioria das vezes só é possível chegar a este nível os estudantes de Ensino Superior o qual estudam mais aprofundado os axiomas.

De acordo com análise, foi elaborado um quadro para identificarmos em qual nível cada aluno se encontra. Na opção que estiver com “X” quer dizer que o aluno acertou e se estiver com ”-“ quer dizer que errou a questão.

Para o aluno ficar no nível 1 tem que acertar duas questões das três; para ficar no nível 2 tem que acertar uma questão das duas, para ficar no nível 3 tem que acertar a única questão; para está no nível 4 tem que acertar três questões das cinco questões e por fim para ficar no nível 5 tem que acertar a única questão.

Quadro 2: Níveis dos alunos de acordo com a teoria de Van Hiele

ALUNO	NÍVEL 1	NÍVEL 2	NÍVEL 3	NÍVEL 4	NÍVEL 5
A	X	X	X	-	-
B	X	X	X	X	-
C	X	X	-	-	-
D	X	X	X	-	-
E	-	X	-	-	-
F	X	X	-	-	-
G	X	X	-	-	-
H	X	-	-	-	-
I	-	-	-	-	-
J	X	X	-	-	-
K	-	-	-	-	-
L	X	-	-	-	-
M	X	X	-	-	-
N	X	X	-	-	-
O	X	-	-	-	-
P	-	-	-	-	-
Q	X	-	-	-	-
R	X	-	-	-	-
S	X	-	-	-	-
T	-	-	-	-	-
U	X	-	-	-	-
V	X	-	-	-	-

Fonte: Própria do autor

Os alunos H, L, O, Q, R, S, U e V foram considerados pensadores do nível 1, pois não acertaram as demais questões. Já os alunos I, K, P, T erraram todas as questões e não se enquadraram a nenhum nível do pensamento geométrico da teoria de Van Hiele. Já o aluno E de apesar de não acertar o nível 1, consideramos que pode estar no nível 2, por ter acertado as demais questões. E os alunos C, F, G, J, M, N estão no nível 2.

E ainda os alunos A e D estão no nível 3 por acertarem boa parte das questões e por fim, o aluno B foi o único a ficar no nível 4 . É importante destacar que o estudo realizado foi apenas para identificar o nível em que o aluno se enquadra de acordo com a teoria de Van Hiele, não tem a intenção de universalizar as suas respostas, ressaltando que se refere apenas a uma quantidade de estudantes da turma do 9º ano A, ou seja, os resultados desta pesquisa aqui mostrados não representam o nível de aprendizagem de todos os alunos da turma do 9º ano A. O resultado foi satisfatório com a compreensão do teorema de Tales a luz da teoria de Van Hiele, pois boa parte da turma atingiu o nível 1 e 2(visualização e análise) , tendo em vista que os alunos não tiveram aula de revisão.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Geometria é uma área abundante para se estudar, pois ajuda na aprendizagem dos alunos fazendo-os a desenvolver seu raciocínio, percepção das coisas à medida que vão estudando passando de um nível para o outro conforme os estudos á luz da teoria de Van Hiele. O objetivo desse trabalho foi verificar a aprendizagem do teorema de Tales no 9º ano a luz da teoria de Van Hiele.

Para isso, aplicamos o modelo dos níveis de Van Hiele em uma atividade com conteúdo do teorema de Tales com interesse de comparar o nível do pensamento geométrico com a compreensão de cada aluno sobre o teorema de Tales. Deste modo, alcançamos o seguinte resultado: oito alunos foram considerados pensador do nível 1(visualização) porque não acertaram as outras questões, quatro alunos erraram todas as questões e não se enquadraram a nenhum nível do pensamento geométrico da teoria de Van Hiele, um único aluno de apesar de não acertar o nível 1, consideramos que pode está no nível 2, por ter acertado as demais questões, seis alunos estão no nível 2(análise), e dois alunos estão no nível 3(ordenação) por acertarem boa parte das questões e por fim, apenas um aluno foi o único a ficar no nível 4(dedução).

Lembrando que atividade foi feita sem nenhuma pesquisa no material de estudo que os alunos já tinham adquirido, conforme o que viram nas aulas do conteúdo abordado na atividade e também sem nenhuma aula de revisão para a aplicação da atividade. Podemos encontrar em uma turma vários alunos de diferentes níveis, de acordo com a Teoria de Van Hiele onde o aluno passa de um nível para o outro, mas os alunos não têm o mesmo desenvolvimento do pensamento geométrico igual para o outro, pois cada aluno tem um nível de percepção diferente.

Desta forma, os objetivos do trabalho foram obtidos, pois foi possível verificar a aprendizagem do teorema de Tales no 9º ano a luz da teoria de Van Hiele; identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre alguns conceitos básicos que são necessários para aprendizado do teorema de Tales; analisar a compreensão do teorema de Tales por parte dos alunos; identificar em qual nível os alunos encontram-se de acordo com a teoria de Van Hiele.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELOS, Maria Jose. **Praticando matemática 9**. 4 ed. Renovada. São Paulo: Editora do Brasil. 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Disponível em < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em 22 de agosto de 2018.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. **Secretaria de Educação Fundamental Brasília**, 1998.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática da teoria à prática.** 17º Edição. Campinas. Papirus, 1996.

GIL, Antônio, Carlos**. Métodos e técnicas de pesquisa social.** 5ºed. São Paulo. Atlas. 1999.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR., José Ruy. **A conquista da matemática – Nova.** FTD. São Paulo: 1998.

HIELE, P. M. van. **Structure and insight:** a theory of mathematics education. Nova York: Academic Press, 1986.

MELO, Priscila. **Teorema de tales.** Disponível em < https://www.estudopratico.com.br/teorema-de-tales/ > acesso em dia 23 de setembro de 2018.

SANTOS, Juliana Maria Souza Rangel dos. **A teoria de Van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros**. Campos dos Goytacazes, Dissertação (Mestrado em Matemática) 2015.

SANTOS, Marcele da Silva; Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna, **O ensino de geometria e a teoria de van hiele**: Uma abordagem através do laboratório de ensino de matemática no 8º ano da educação básica. Disponível em <http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2_marcele_santos.pdf > Acesso em 26 de Junho 2018.

SANT'ANA, Evandro Cardoso **Geometria segundo modelo de van hiele:** uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental Canoas: Centro Universitário La Salle, Trabalho de conclusão, 2009

TALES de mileto só matemática. **Virtuous Tecnologia da Informação**, 1998-2018. Disponível em < https://www.somatematica.com.br/biograf/tales.php > acesso em dia 23 de setembro de 2018.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM

QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM SOBRE RAZÃO, PROPORÇÃO, SEGMENTOS PROPORCIONAIS E FEIXE DE RETAS PARALELAS.

INSTRUÇÃO: Prezado aluno (a), esse questionário tem o objetivo de identificar os conhecimentos prévios do (a) aluno (a) sobre alguns conceitos básicos que são necessários para aprendizado do teorema de Tales, tais como razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas.

1. O conceito matemático razão é a mesma coisa que proporção?
   ( ) Sim ( ) Não
2. Uma reta transversal é a mesma coisa que uma reta paralela?
   ( ) Sim ( ) Não
3. O que você sabe sobre o conceito de uma reta transversal?
4. O que você sabe sobre o conceito razão em matemática?
5. O que você sabe sobre o conceito proporção em matemática?
6. O que você sabe sobre o conceito de segmentos proporcionais em matemática?
7. O que você sabe sobre o conceito de feixe de retas paralelas?
8. Teve dificuldade em aprender os conteúdos de razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas? Justifique?
   ( ) Sim ( ) Não

9. Qual desses conteúdos de matemática que você achou mais interessante e gostou de assistir aula?
   ( )Razão ( ) Proporção
   ( )Segmentos proporcionais ( )Feixe de retas paralelas

10. Qual desses conteúdos de matemática que você não gostou de assistir aula?
   ( )Razão ( ) Proporção
   ( )Segmentos proporcionais ( )Feixe de retas paralelas

11. Que nota você daria sobre o que aprendeu até agora dos seguintes conteúdos: razão, proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas? (1- muito ruim, 2- ruim, 3-bom, 4-muito bom e 5 ótimo)
   ( )1 ( )2 ( )3 ( )4 ( )5

Obrigada pela sua participação!!

ANEXO A – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES ENVOLVENDO O TEOREMA DE TALES

UEPB

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES ENVOLVENDO O TEOREMA DE TALES

INSTRUÇÃO: Prezado aluno (a), esta atividade tem o objetivo de identificar em qual nível o aluno (a) encontra-se de acordo com a teoria de Van Hiele. Responda as questões atentamente; os resultados serão usados apenas com fins acadêmicos e não serão identificados.

Questões referentes ao nível 1 (visualização)

1º Quais das imagens abaixo representa aplicação do teorema de Tales no cotidiano. Assinale V de verdadeiro e F de falso.

( )

( )

( )

( )

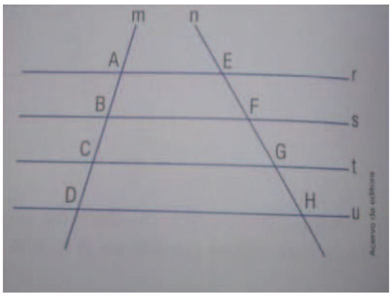
2º Desenhe e cite exemplos de objetos do cotidiano que tem aplicação do teorema de Tales em nossa sociedade.

3º (Adaptada) Seguindo a sequência dos pares de retas abaixo, quais delas são paralelas?

a. b. c. d.

Questões referentes ao nível 2 (análise)

4º (Adaptado) Temos um conjunto de feixe de retas paralelas, que são as retas r, s, t e u. De acordo com a imagem abaixo, verifiquemos quais das igualdades são verdadeiras.



a. $\frac{AC}{BC} = \frac{EF}{EG}$

b. $\frac{BC}{AB} = \frac{FG}{EF}$

c. $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$

d. $\frac{CD}{AD} = \frac{FH}{EH}$

e. $\frac{AC}{BD} = \frac{FH}{EG}$

f. $\frac{AD}{BC} = \frac{EH}{FG}$

g. $\frac{AB}{BC} = \frac{FG}{EF}$

h. $\frac{BD}{CD} = \frac{FH}{GH}$

5º No teorema de Tales temos algumas propriedades. Assinale a(as) alternativa(as) correta(as):

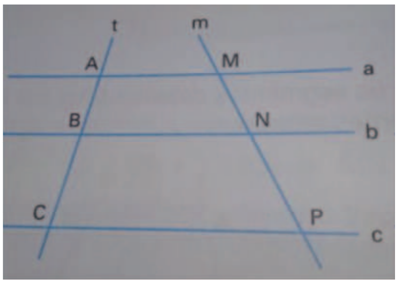
a. Chamamos de feixe de paralelas o conjunto de três ou mais retas paralelas em um plano.
b. Chamamos de feixe de paralelas apenas uma reta em um plano.
c. Chamamos de feixe de paralelas o conjunto de uma reta paralela.
d. Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.

e. Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então não determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.
f. Um feixe de paralelas determina, sobre transversais, segmentos que são proporcionais.
g. Um feixe de paralelas não determina, sobre transversais segmentos que são proporcionais.

Questões referentes ao nível 3 (ordenação)

6º Temos como propriedade que "Um feixe de paralelas determina, sobre transversais, segmentos que são proporcionais", concluímos que o teorema de Tales tem segmentos proporcionais como segue na imagem abaixo:

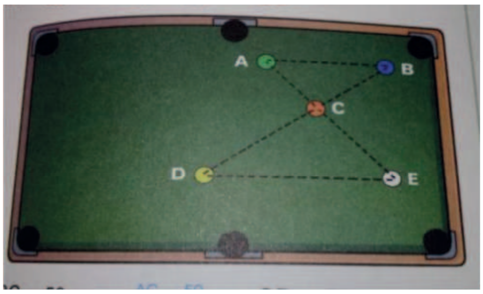
a // b // c// => $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP}$



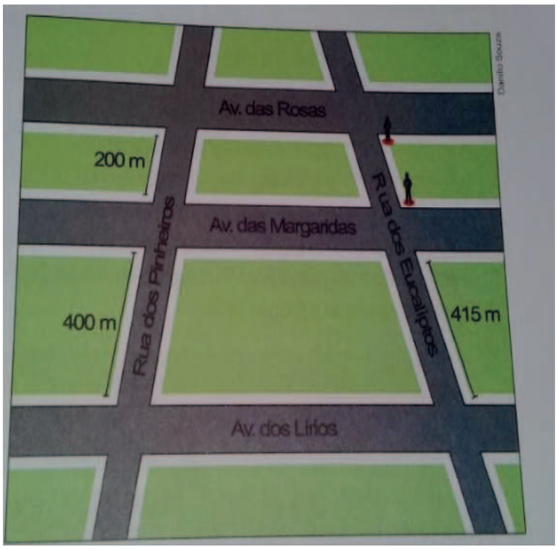
Determine outras três proporções a partir do teorema de Tales.

Questões referentes ao nível 4 (dedução)

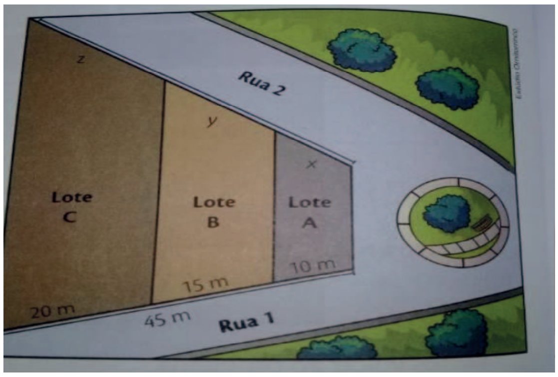
7º (Adaptado) Em uma partida dois jogadores organizaram cinco bolas de acordo com a imagem abaixo cada denominada por uma letra A, B, C, D e E. Onde BC= 50 cm CD= 75 cm CE= 60 cm e o comprimento AB e paralela ao comprimento DE. Qual a proporção entre as bolas A e C?



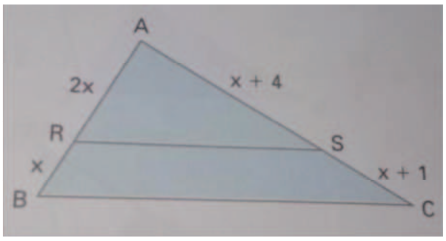
8º Na imagem abaixo percebemos que há avenidas transversais e paralelas. Cite quais são as avenidas transversais, e quais são as paralelas, e aplique o teorema de Tales para obter a distância entre Maria e José?



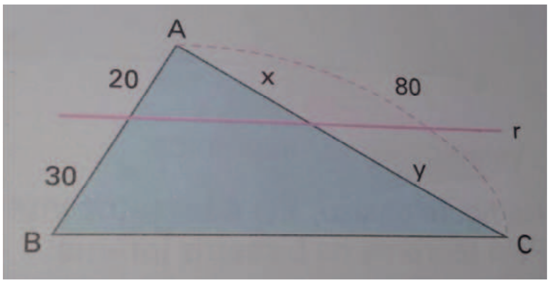
9º (Adaptado) Em um terreno foi dividido três lotes para construção de residências com frentes para a Rua 1 e para Rua 2, como na imagem abaixo. Calcule as medidas da frente dos lotes que dão para a Rua 2 aplicando o teorema de Tales, temos que a Rua 2 é igual a 54m.



10º (Adaptado) Na imagem abaixo, temos um triângulo onde às medidas de AR=2x, RB=x, AS=x+4 e SC=x+1. Aplicando o teorema de Tales nos triângulos, determinemos o valor da medida de x.



11º(Adaptada) Em um triangulo, temos uma reta r, paralela ao lado BC, que irá dividir o lado AB em dois seguimentos distintos cujas suas medidas são 20 cm e 30.Sabendo que o lado AC mede 80 cm. Determine as medidas x e y do lado AC pela reta r, aplicando o teorema de Tales nos triângulos.



Questão referente ao nível 5 (rigor)

12º Elabore uma situação problema que envolva o teorema de Tales de acordo com suas propriedades?

Obrigada pela sua participação!!