



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS – CCEA  
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ  
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA**

**NAILTON DUTRA DOS SANTOS**

**UM BREVE ESTUDO ACERCA DA TEORIA HOLOGRÁFICA**

**PATOS-PB**

**2018**

**NAILTON DUTRA DOS SANTOS**

**UM BREVE ESTUDO ACERCA DA TEORIA HOLOGRÁFICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação em Licenciatura Plena em Física da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Graduado em Licenciatura Plena em Física pela referida Instituição.

**Orientador:** Prof. Dr. Marcelo da Silva Vieira.

**PATOS-PB**

**2018**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S237b Santos, Nailton Dutra dos.  
Um breve estudo acerca da teoria holográfica [manuscrito]  
/ Nailton Dutra dos Santos. - 2018.  
70 p. : il. colorido.  
Digitado.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) -  
Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas  
e Sociais Aplicadas, 2018.  
"Orientação : Prof. Dr. Marcelo da Silva Vieira ,  
Coordenação do Curso de Física - CCEA."  
1. Hologramas. 2. Ondas. 3. Difração. 4. Óptica física. 5.  
Holografia. I. Título

21. ed. CDD 774

NAILTON DUTRA DOS SANTOS

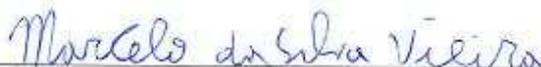
UM BREVE ESTUDO ACERCA DA TEORIA HOLOGRÁFICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação em Licenciatura Plena em Física da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Graduado em Licenciatura Plena em Física pela referida Instituição.

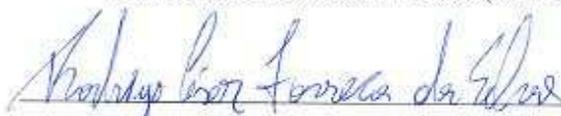
**Orientador:** Prof. Dr. Marcelo da Silva Vieira

Aprovado em 13 de Junho de 2018

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Marcelo da Silva Vieira (Orientador)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Rodrigo César Fonseca da Silva (Examinador)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Valdeci Mestre da Silva Júnior (Examinador)  
- Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

## DEDICATÓRIA

Dedico esta, bem como todas as minhas demais conquistas, aos meus amados pais Nativo dos Santos Sousa e Lázara Ferreira Dutra que sempre acreditaram em mim. Também dedico de forma especial a minha querida namorada Evania Guedes de Almeida por todo o incentivo, carinho e companheirismo em todos os momentos em que precisei. Muito obrigado por tudo que você faz por mim. Sua presença é uma dádiva em minha vida.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, que me deu saúde e benefícios para superar as dificuldades.

Agradeço de forma especial ao meu pai Nativo dos Santos Sousa e à minha mãe Lázara Ferreira Dutra e a toda minha família, pelo amor, incentivo, dedicação, e por me mostrarem que a educação é a ferramenta mais importante na construção da minha vida.

A meus amigos e colegas de curso que se empenharam de alguma forma, me dando força, coragem e confiança que me possibilitaram realizar este trabalho.

A Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), e todo seu corpo docente, que trabalharam incansavelmente para que nós, alunos, pudéssemos contar com um ótimo ensino de qualidade.

A minha namorada Evania Guedes de Almeida, o melhor presente que eu poderia ter na vida. Agradeço pelo seu carinho, amor, dedicação, companheirismo e constante apoio em todos os momentos que precisei. Muito obrigado por tudo que você vem transformando em minha vida. Sem você, essa conquista não teria a mesma emoção. Te amo.

Agradeço ao meu orientador, Marcelo Vieira, pela paciência, dedicação e ensinamentos importantes para que eu pudesse ter confiança e segurança, que foram ferramentas importantes que me possibilitaram a realização deste trabalho.

*“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”*

*(Arthur Schopenhauer)*

## RESUMO

Este trabalho traz uma discussão acerca da técnica de reconstrução das famílias de frentes de ondas refletidas por objetos conhecida como holografia. Esta ferramenta começou a ganhar espaço e notáveis aplicações a partir da criação do laser na década de 60. Para a realização deste trabalho foi feita uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, na qual foram feitos estudos sobre assuntos relevantes que possibilitam a existência dos hologramas, entre eles, a interferência e a difração de ondas. Por fim damos ênfase especial no processo holográfico, analisando a configuração básica, os equipamentos necessários em sua produção e a Física envolvida na sua criação. Com este trabalho foi possível constatar a grande aplicabilidade da holografia em diversas áreas, como científica, artística entre outras.

**Palavras-Chaves:** Hologramas; Interferência; Difração.

## **ABSTRACT**

This work presents a discussion about the technique of reconstruction of families of wave fronts reflected by objects known as holography. This tool began to gain space and remarkable applications from the creation of the laser in the 60's. For the accomplishment of this work a qualitative research of bibliographical character was made, in which studies were done on relevant subjects that allow the existence of the holograms, between interference and diffraction of waves. Finally, we place special emphasis on the holographic process, analyzing the basic configuration, the equipment needed in its production and the physics involved in its creation. With this work it was possible to record the great applicability of holography in several areas, such as scientific, artistic and others.

**Keywords:** Holograms; Interference; Diffraction.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Figura de interferência.....	15
Figura 2 - Interferência produzida por duas fontes coerentes.....	16
Figura 3 - Análise geométrica do experimento de Young.....	17
Figura 4 - Gráfico da intensidade em função da defasagem.....	22
Figura 5 - Sucessivas reflexões em lâminas delgadas.....	24
Figura 6 - Limite do poder separador de um interferômetro.....	26
Figura 7 - Interferômetro de Fabri-Perrot.....	28
Figura 8 - Representação do interferômetro de Michelson.....	30
Figura 9 - Espalhamento da luz por difração.....	32
Figura 10- Princípio de Huygens.....	33
Figura 11 - Princípio de Huygens para a propagação retilínea da luz.....	34
Figura 12 -Princípio de Huygens-Fresnel.....	35
Figura 13 -Zonas de Fresnel.....	36
Figura 14 -Soma gráfica das séries alternadas.....	40
Figura 15 -Polos relativos a diferentes pontos de observação.....	42
Figura 16 -Difração de Fraunhofer.....	44
Figura 17 -Holograma de Gabor.....	49
Figura 18 -Holograma de Lloyd Cross.....	51
Figura 19 -Espelhos.....	52
Figura 20 -Divisor de feixes.....	53
Figura 21 -Disparador.....	53
Figura 22 -Laser.....	54
Figura 23 -Configuração básica de um holograma.....	56
Figura 24 -Sistema de franjas em placa holográfica.....	57
Figura 25 -Representação da onda objeto e de referência.....	58
Figura 26 -Reprodução das frentes de ondas.....	60
Figura 27 -Reconstrução das frentes de ondas.....	63

## **LISTA DE SIGLAS OU ABREVIATURAS**

DVD	Disco Digital Versátil
HVD	Disco Holográfico Versátil
LASER	Amplificação da Luz por Emissão Estimulada de Radiação
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>2 INTERFERÊNCIA DA LUZ</b> .....	<b>14</b>
2.1 INTENSIDADE DAS FRANJAS DE INTERFERÊNCIA.....	18
2.3 A COERÊNCIA DAS FONTES LUMINOSAS.....	22
2.4 INTERFERÔMETROS .....	24
2.4.1 INTERFERÔMETRO DE FABRY-PERROT .....	27
2.4.2 INTERFERÔMETRO DE MICHELSON.....	29
<b>3 DIFRAÇÃO: CONCEITO E ANÁLISE</b> .....	<b>30</b>
3.1 AS ZONAS DE FRESNEL.....	34
3.2 DIFRAÇÃO DE FRESNEL .....	42
3.3 DIFRAÇÃO DE FRAUNHOFER .....	43
<b>4 A HOLOGRAFIA</b> .....	<b>47</b>
4.1 A HISTÓRIA DA HOLOGRAFIA .....	47
4.2 COMPONENTES ÓPTICOS .....	52
4.3 PROCESSO HOLOGRÁFICO .....	55
4.3.1 O REGISTRO HOLOGRÁFICO .....	55
4.3.2 A RECONSTRUÇÃO DAS FRENTES DE ONDAS.....	59
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>65</b>
<b>REFERÊNCIAS:</b> .....	<b>67</b>

## INTRODUÇÃO

*“Não é magia - embora pareça - mas uma técnica ainda incipiente, detentora de grande fascínio e crescente interesse, e capaz de propiciar um imenso salto à frente na antiqüíssima busca pelo homem da reprodução de imagens perfeitas”.*

*(Lunazzi, 1985, p.39)*

Com base no conhecimento dos princípios físicos da Óptica, a humanidade ao longo do tempo vem utilizando-se dos mesmos para a criação de uma vasta gama de ferramentas cada vez mais sofisticadas, dentre elas, uma das grandes novidades da ciência durante os últimos anos foi a criação da holografia, ferramenta responsável pela formação e manipulação dos famosos hologramas.

Um holograma consiste em uma gravação de uma imagem que contém as informações luminosas das ondas refletidas por um objeto. O segredo para a sua criação consiste na forma em que suas informações são gravadas, já que num holograma a imagem que fica registrada no filme fotossensível consiste num certo padrão de interferência oriundo de dois feixes de luz coerentes de uma mesma fonte.

Após a gravação de um holograma, se incidirmos uma nova onda luminosa sobre o filme ao qual foi gravado, as imagens que estavam guardadas na película em forma de figura de interferência conseguem ser projetadas diretamente no espaço, e isso se deve as propriedades ondulatórias da luz. E assim forma-se uma imagem virtual, que de maneira precisa reconstitui as frentes de onda do objeto que foi holografado, produzindo assim, uma imagem em formato tridimensional.

Seu princípio básico de funcionamento foi descoberto e começou a ser estudado durante o ano de 1948 pelo cientista húngaro Dennis Gabor, enquanto tentava melhorar a resolução da microscopia eletrônica, no entanto os hologramas mais eficientes só puderam ser construídos posteriormente após a invenção do laser, uma vez que esta técnica exige uma fonte de luz coerente.

Existem várias técnicas para a produção de um holograma, e eventualmente na execução de cada um deles os princípios de funcionamento são os mesmos. A holografia é composta basicamente de duas partes: o registro e a reconstrução. Para uma melhor compreensão do registro holográfico se faz necessário entender os conceitos de interferência, na qual dois feixes de luz monocromática e coerentes interagem entre si produzindo um padrão de franjas de interferência em uma

emulsão holográfica. Já para a sua reconstrução é necessário dispor de uma boa fonte de luz e conhecer o conceito da difração.

Neste trabalho será feito um estudo de alguns conceitos inteiramente físicos que possibilitam a criação de um holograma, além também da abordagem teórica a cerca do processo holográfico como técnica de produção de imagens tridimensionais a partir da reconstrução das frentes de ondas de um objeto.

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico. O caráter qualitativo deste trabalho refere-se às informações obtidas por meio desta pesquisa, na qual houve um tratamento teórico acerca das condições necessárias para que ocorra a eficaz produção de hologramas.

Já o caráter bibliográfico consiste no fato de terem sido feitas inúmeras leituras e estudos em livros, teses, artigos e outros trabalhos acadêmicos que possuem ligações diretas com o tema tratado aqui.

Para uma melhor compreensão deste trabalho, dividimos a pesquisa em quatro capítulos. Assim, na primeira parte, a referente ao segundo capítulo, foi feita uma investigação a cerca dos princípios físicos que regem o fenômeno da interferência. No terceiro capítulo foi abordado o conceito de difração de ondas, fenômeno importantíssimo para a produção de hologramas, destacando também os tipos de difração e a análise de suas intensidades.

O quarto e último capítulo foi reservado para tratar sobre a holografia em si, iniciando um estudo sobre sua retrospectiva histórica, partindo da sua criação até os dias atuais. Ainda neste capítulo foi tratado do processo de criação dos hologramas, no qual foram feitas discursões sobre o registro e visualização dos mesmos através de sua reconstrução.

## 2 INTERFERÊNCIA DA LUZ

*É particularmente intrigante que “luz mais luz” possa resultar em escuridão!”.*

*(Nussenzveig, 1998, p.56)*

### 2.1 CONCEITO E ANÁLISE

Podemos imaginar, por exemplo, duas pequenas pedras sendo lançadas ao rio e atingindo a superfície da água; nesse momento ocorrerá a formação de várias ondas circulares que começaram a se propagar em todas as direções. Se imaginarmos ainda que essas ondas apresentem frequências e comprimentos de ondas idênticos, ao se interceptarem em um determinado ponto, ocorrerá, portanto, a chamada interferência.

A interferência é considerada um fenômeno típico de movimentos ondulatórios, ou seja, ocorre necessariamente com ondas oriundas de determinada fonte, seja sonora ou até mesmo luminosa. Sua existência é de fundamental importância em diversas áreas da ciência, nas telecomunicações, por exemplo, a interferência desempenha um papel crucial na limitação da quantidade de informações, ao produzir ruídos e outros sinais que interferem no sinal.

O fenômeno da interferência ocorre efetivamente quando certa quantidade de frentes de ondas se superpõe em um determinado ponto do espaço. No instante em que isto ocorre, a onda resultante pode ser determinada através do princípio da superposição, o qual afirma que quando duas ou mais ondas se interceptam em uma determinada região, a amplitude resultante será tida como o somatório das amplitudes individuais de cada uma.

Para que o processo de interferência ocorra perfeitamente, é necessário que as ondas em questão possuam os mesmos comprimentos de onda e que sejam uma combinação de ondas monocromáticas, isto é, que possuam uma frequência única. Além disso, para que a interferência seja possível, as fontes dessas ondas devem possuir uma relação de fase bem definida, neste sentido, elas são consideradas como fontes de luz coerentes. Atualmente a fonte mais coerente que temos é o laser.

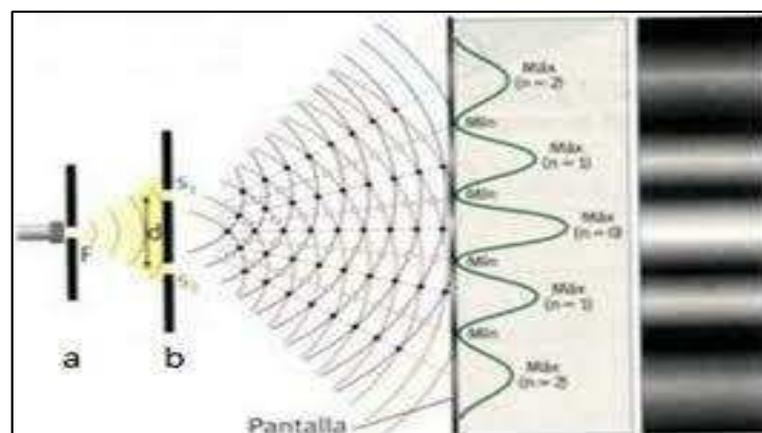
## 2.2 O EXPERIMENTO DE YOUNG

No ano de 1801 o físico britânico Thomas Young [1773-1829], conseguiu mostrar de maneira experimental que a luz é de fato uma onda, comprovando assim a teoria ondulatória da luz, defendida até então por vários expoentes da ciência, entre eles o cientista Christiaan Huygens. O que Young fez foi demonstrar que a luz, sob certas condições, pode sofrer o processo de interferência, fenômeno típico de ondas tal como as ondas do oceano ou até mesmo ondas sonoras.

O fenômeno de interferência em ondas eletromagnéticas como a luz, não pode ser tão facilmente detectado a olho nu, no entanto, para a sua visualização, torna-se necessário utilizar uma tela ou um filme fotossensível, de modo que os raios luminosos ao incidirem sobre ele registrem os padrões da distribuição de intensidades que são revelados em forma de franjas de interferência, tal como fez Thomas Young.

O seu experimento, bastante conhecido como “o experimento da dupla fenda”, Young incidiu um feixe de luz sobre uma fenda muito estreita, de modo que esta se comportasse como uma nova fonte de luz, produzindo ondas esféricas. Logo depois, a luz emergente desta fenda passa novamente por outro anteparo, desta vez contendo duas fendas (buraquinhos de alfinetes). Ao atravessarem, as ondas se superpõem em diversos pontos do espaço, produzindo um padrão de interferência que pôde ser registrado em uma tela, dando origem a um conjunto alternado de faixas brilhantes e escuras, ao qual foi denominada de franjas de interferência, tal como representado na figura 1 abaixo.

Figura 1 - Figura de interferência



Fonte: <http://ackfemec5fisicafacear.blogspot.com.br>

O processo pode ser mais bem compreendido pela figura 2 onde estão representadas duas fontes coerentes F e G, colocadas a certa distância uma da outra. As duas fontes produzem ondas periódicas e de mesmo comprimento de onda. Num instante posterior, elas se interceptam em diversos pontos produzindo o fenômeno de interferência.

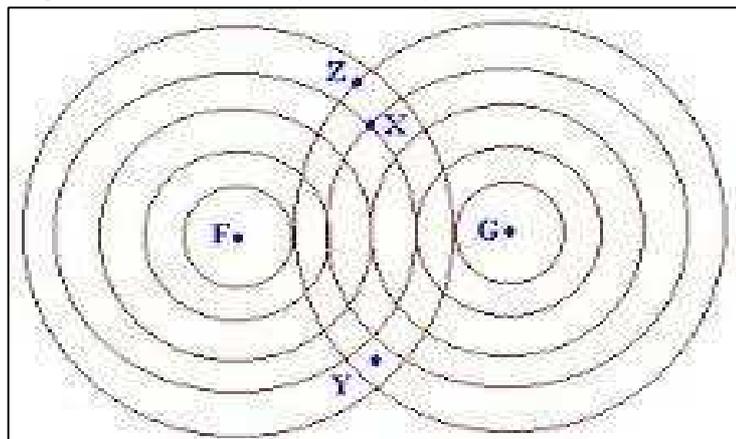
É possível observar que a distância do ponto F ao ponto X é exatamente igual a distância do ponto G ao ponto X, isto significa que essas ondas levam o mesmo tempo para chegar a este ponto. De acordo com o princípio da superposição, neste ponto as ondas se juntam e dão origem a uma onda resultante com uma amplitude igual à soma das amplitudes de cada onda individual.

Já que as ondas estão em fase, elas também chegam ao ponto Y também em fase, neste momento suas amplitudes se reforçam e ocorre o que chamamos de interferência construtiva. Para que seja possível a interferência construtiva, é necessário que a diferença de caminho ( $r_2 - r_1$ ) entre as fontes seja um múltiplo inteiro de comprimento de onda, ou seja, as ondas não devem chegar fora de fase nesse ponto (SEARS e ZEMANSKY, 2004). Neste caso temos:

$$r_2 - r_1 = m\lambda \quad (2.1)$$

Onde  $\lambda$  corresponde ao comprimento de onda da luz.

Figura 2 - Interferência produzida por duas fontes coerentes



Fonte: dayvidsonsiqueira.blogspot.com.br

Há situações em que um determinado pico de uma onda encontra o vale de outra, nesse momento, pelo princípio da superposição de ondas ocorre uma anulação de suas amplitudes, é o que acontece, por exemplo, no ponto Z, onde a



$$r_2 = R + \frac{d}{2} \sin \theta \quad (2.4)$$

Vale ressaltar que estes resultados para os raios 1 e 2 são válidos apenas sob a condição que  $d \ll R$ , para que os raios envolvidos possam serem considerados como sendo quase paralelos.

Vale ressaltar que fenômenos ondulatórios como a interferência e a difração não estão restritos apenas à ondas eletromagnéticas, mas também, como proposto por De Broglie em 1924, pode ser estendido a partículas materiais como fótons e elétrons. Tal hipótese foi comprovada experimentalmente em 1927 por C. J. Davisson e L. H. Germer através de um experimento de dupla fenda utilizando para isto um feixe de elétrons.

Essa característica singular do elétron ora comportar-se como partícula, ora como onda é conhecida como o dualismo Onda-Partícula e está associada ao princípio da indeterminação de Heisenberg. No entanto, para que efeitos de interferência ou difração ocorra com partículas, é essencial assim como no caso das ondas eletromagnéticas, que o comprimento de onda da partícula em questão seja da ordem da abertura ou do obstáculo pelo qual tais partículas deverão passar.

## 2.2 INTENSIDADE DAS FRANJAS DE INTERFERÊNCIA

Durante o processo de interferência, as ondas, ao se combinarem, produzem um padrão alternado de franjas claras e franjas escuras. Tais padrões podem ser determinados através da intensidade resultante em cada ponto.

Podemos determinar a intensidade luminosa resultante em um ponto qualquer através de uma representação do sinal luminoso, para isto, usaremos uma função de onda escalar  $E(x, t)$ . Sua representação torna-se bastante simplificada, quando adotamos a notação complexa:

$$E(x, t) = \text{Re}[v(x)e^{-i\omega t}] \quad (2.5)$$

Onde  $v(x)$  é a função que se relaciona à fase da onda, e equivale a  $v(x) = Ae^{i\delta} \cdot e^{ik \cdot x}$ , desta maneira:

$$E(x, t) = \text{Re}[Ae^{ik \cdot x} \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{i\delta}]$$

$$E(x, t) = \text{Re}[Ae^{i(kx - \omega t + \delta)}]$$

Onde  $k$ , representa o número de ondas;

$\omega$ , é a frequência angular da onda;

E  $\delta$ , corresponde à diferença de fase entre as duas ondas.

O cálculo da intensidade resultante nas franjas de interferência pode ser obtido uma vez que consideremos que a intensidade é proporcional ao quadrado do módulo da função de onda, ou seja:

$$I(X) = |V(x)|^2 \quad (2.6)$$

No processo de interferência, a onda resultante obtida é resultado do princípio da superposição de ondas, dessa maneira, a onda resultante em um ponto qualquer é o resultado da contribuição de duas ondas oriundas das duas fendas, então para a função escalar de onda  $E(x, t)$ , temos:

$$E(x, t) = \text{Re}[V_1(x)e^{-i\omega t} + V_2(x)e^{-i\omega t}] \quad (2.7)$$

Um caso particular da função exponencial, é que  $|e^{i\theta}| = 1$ , logo  $|e^{-i\omega t}| = 1$ , desse modo, o termo do fator temporal será omitido. Portanto a equação escalar de onda proveniente das duas fendas pode ser reescrita como:

$$I(x) = |V_1(x) + V_2(x)|^2 \quad (2.8)$$

Uma vez que todo número complexo pode ser escrito na forma  $Z = |Z|e^{i\varphi}$ , onde  $\varphi$  é a fase da onda, a equação acima pode ser reescrita ainda da seguinte maneira:

$$I(x) = \left| |V_1|e^{i\varphi_1} + |V_2|e^{i\varphi_2} \right|^2 \quad (2.9)$$

Fazendo a decomposição desta equação em dois termos, obtemos a seguinte expressão:

$$I(x) = (|V_1|e^{-i\varphi_1} + |V_2|e^{-i\varphi_2}) \cdot (|V_1|e^{i\varphi_1} + |V_2|e^{i\varphi_2})$$

$$I(x) = |V_1|^2 + |V_1||V_2|e^{i(\varphi_2-\varphi_1)} + |V_1||V_2|e^{-i(\varphi_2-\varphi_1)} + |V_2|^2$$

Para facilitar a manipulação da equação, podemos fazer a separação entre os módulos e os argumentos de cada número complexo.

$$I(x) = |V_1|^2 + |V_2|^2 + |V_1||V_2|[e^{i(\varphi_2-\varphi_1)} + e^{-i(\varphi_2-\varphi_1)}] \quad (2.10)$$

Sabendo que  $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$ , a equação da intensidade de interferência acima, pode ser reescrita como:

$$I(x) = |V_1|^2 + |V_2|^2 + 2|V_1||V_2| \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (2.11)$$

Uma vez que o quadrado do módulo da função de onda equivale à intensidade naquela função:  $I(X) = |V(X)|^2$ , podemos reescrever a equação final da intensidade das franjas de interferência da seguinte maneira:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi \quad (2.12)$$

Devido ao fator  $(\cos \Delta\varphi)$  a equação acima nos revela que a intensidade da onda resultante em qualquer ponto, depende não somente do somatório das intensidades individuais de cada onda, mas também da diferença de fase entre elas. Desse modo, teremos interferência construtiva sempre que  $\cos \Delta\varphi = 1$  (múltiplo de  $\pi$ ), nesse caso a equação de intensidade nos revela que:

$$I = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \quad (2.13)$$

De maneira análoga a situação anterior, podemos ter interferência destrutiva sempre que  $\cos \Delta\varphi = -1$  (múltiplo de  $\frac{\pi}{2}$ ), nesse caso obtemos que a equação de intensidade é dada da seguinte maneira:

$$I = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 \quad (2.14)$$

Se considerarmos um caso particular onde as duas ondas luminosas descritas no processo de interferência apresentem a mesma intensidade, ou seja,  $I_1 = I_2 = I_n$ , a equação (2.13) pode ser reescrita como:

$$I = (\sqrt{I_n} + \sqrt{I_n})^2$$

$$I = (2\sqrt{I_n})^2$$

Por fim teremos:

$$I = 4I_n$$

Seguindo o mesmo raciocínio, a equação (2.14) adquire a seguinte forma:

$$I = (\sqrt{I_n} - \sqrt{I_n})^2$$

Dessa forma, a intensidade resulta em:

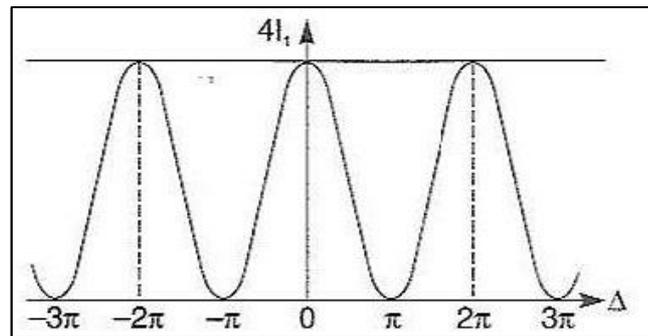
$$I = 0$$

Isso significa que:

$$I_1 = I_2 \left\{ \begin{array}{l} I = 4I \text{ (CONSTRUTIVA)} \\ I = 0 \text{ (DESTRUTIVA)} \end{array} \right\}$$

A partir da figura 4 a seguir, é possível percebermos pelo gráfico que desde que a condição  $I_1 = I_2$  seja estabelecida, a intensidade oscila de maneira periódica entre 0 e  $4I$ , ao qual correspondem as franjas de interferência escuras e claras respectivamente, tendo intensidade nula para interferência destrutiva e chegando a atingir o quádruplo da intensidade de uma onda individual para interferência construtiva.

Figura 4 - Gráfico da intensidade em função da defasagem



Fonte: Nussenzveig, H. Moysés (1998, p.58)

### 2.3 A COERÊNCIA DAS FONTES LUMINOSAS

Na realização de efeitos envolvendo o princípio da interferência, tal como o experimento da dupla fenda de Thomas Young, o resultado só é possível quando a luz utilizada neste processo seja considerada coerente, ou seja, os diversos raios de luz devem ser oriundos de uma mesma fonte, neste sentido, isto significa que as ondas produzidas por esta fonte devem possuir mesma frequência e direção, além disso, deve existir certa correlação de fase que se mantém constante entre elas.

Na produção de hologramas tridimensionais, processo que depende diretamente dos efeitos da interferência, é extremamente necessário que a fonte utilizada neste procedimento seja definitivamente coerente, possuindo uma relação constante de fase entre elas. Os primeiros hologramas, construídos foram feitos com luz de mercúrio, que é muito pouco coerente, então foi necessário utilizar filtros espaciais, de modo a garantir o máximo de coerência possível.

Atualmente a fonte utilizada na produção de hologramas são os lasers, que é a fonte de luz mais coerente que possuímos até então. Eles são bastante utilizados em áreas da interferometria e da holografia. À respeito do enunciado, Ferreira (2008, p.1) afirma que "A característica mais saliente de uma fonte laser típica é a sua elevada coerência, ou seja, a capacidade de produzir efeitos de interferência entre dois pontos do campo, separados espacial ou temporalmente".

Para entender o real motivo da importância da coerência durante um processo de interferência, vamos considerar a sobreposição de vários feixes de luz, todos com frequência angular  $\omega$  constante e que estejam se propagando em um único sentido, porém com defasagem distribuídas de maneira aleatória.

Um sinal luminoso pode ser representado através da notação complexa, da seguinte maneira:

$$E = \sum_{j=1}^N A_j e^{i\varphi_j} \cdot e^{-i\omega t} \quad (2.22)$$

Na equação acima,  $A_j$  representa a amplitude real da  $j$ -ésima contribuição e  $\varphi_j$  é a sua constante de fase em um determinado ponto.

Para encontrarmos a intensidade deste sinal luminoso, vale lembrar que o mesmo equivale a  $|E|^2$ , sendo assim:

$$|E|^2 = \left| \sum_{j=1}^N A_j e^{i\varphi_j} \right|^2 \quad (2.23)$$

Ou seja,

$$\begin{aligned} |E|^2 &= \sum_{j=1}^N A_j e^{i\varphi_j} \cdot e^{-i\omega t} \sum_{k=1}^N A_k e^{-i\varphi_k} \cdot e^{i\omega t} \\ |E|^2 &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_j A_k e^{i\varphi_j} e^{-i\varphi_k} \\ |E|^2 &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_j A_k e^{i(\varphi_j - \varphi_k)} \\ |E|^2 &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left[ A_j A_j + A_j A_k e^{i(\varphi_j - \varphi_k)} \right] \\ |E|^2 &= \sum_{j=1}^N A_j A_j + \sum_j \sum_k A_j A_k e^{i(\varphi_j - \varphi_k)} \end{aligned}$$

Na expressão acima, explicitamos, na soma sobre  $j \neq k$ , os termos  $(j, k)$  e  $(k, j)$ , somando apenas os  $j < k$ .

$$|E|^2 = \sum_{j=1}^N |A_j|^2 + 2 \sum_j \sum_k A_j A_k \cos(\varphi_k - \varphi_j) \quad (2.24)$$

Uma vez que a intensidade  $I_j$  é proporcional à  $|E|^2$ , chegamos a seguinte expressão:

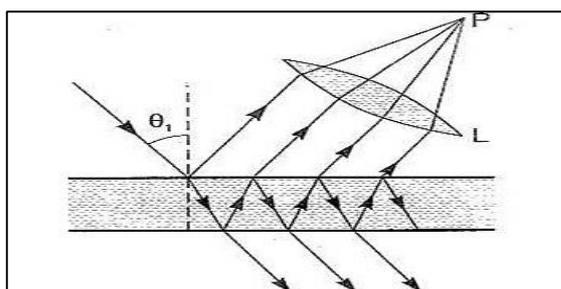
$$I = \sum_{j=1}^N I_j + 2 \sum_j \sum_{j < k} \sqrt{I_j I_k} \cos(\varphi_k - \varphi_j) \quad (2.25)$$

A equação acima (2.25) representa a lei geral da interferência para dois feixes de luz, onde o último termo da expressão é o termo de interferência que depende diretamente da diferença de fase, condição essencial para que ocorra a interferência. Pode ocorrer interferência apenas se as ondas luminosas apresentarem uma relação entre as suas diferenças de fases, daí a importância da coerência durante um processo de interferência.

## 2.4 INTERFERÔMETROS

Em muitas situações são utilizados o princípio da interferência com vários feixes na produção de componentes ópticos, onde se faz incidir um feixe de luz sobre uma lâmina delgada, ocorrendo sucessivas reflexões em seu interior. Se chegarmos a redirecionar esses raios a um determinado ponto P, será formado uma imagem de interferência neste ponto devido à defasagem sofrida no interior da lâmina, como mostrado na figura 5 adiante.

Figura 5 – Sucessivas reflexões em lâmina delgadas



Fonte: Nussenzveig, H. Moysés (1998, p.64)

Desse modo temos que:

$$\Delta = 2 \cdot n \cdot K_0 d \cos \theta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot 2 \cdot nd \cos \theta$$

O que resulta em:

$$\Delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} \cdot nd \cos \theta \quad (2.15)$$

No entanto, estamos interessados em encontrar a defasagem sofrida por estes raios quando eles apresentarem um máximo de transmissão possível, nesse caso a equação acima passa ser:

$$\Delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} \cdot nd \cos \theta = 2 \cdot m \cdot \pi \quad (2.16)$$

Pela equação acima, fica fácil perceber que a defasagem sofrida por estes raios, depende principalmente do comprimento de onda  $\lambda_0$  incidente. Desse modo, se um feixe de luz possuir pelo menos dois comprimentos de ondas ( $\lambda_0$  e  $\lambda_0 + \delta\lambda$ ) diferente e superpostos, as posições em que se encontram as franjas claras também serão diferentes.

É em situações como estas que se torna necessário utilizar as cavidades ópticas conhecidas como interferômetros, aparelhos bastante utilizados na espectroscopia para detectar e comparar comprimentos de ondas a partir de padrões de interferência. A utilização de um interferômetro permite separar esses comprimentos de onda que se apresentam bastantes próximos entre si, mesmo que as franjas de interferência construtiva se apresentem bem estreitas.

É possível efetuar uma boa análise dos comprimentos de ondas superpostos, graças a uma propriedade dos interferômetros conhecida como poder separador, uma propriedade que lhe permite separar angularmente dois picos de ondas por mais próximos que estejam. Em geral, esta propriedade é definida como o inverso da menor variação fracionada que ele consegue determinar, desse modo:

$$PS = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (2.17)$$

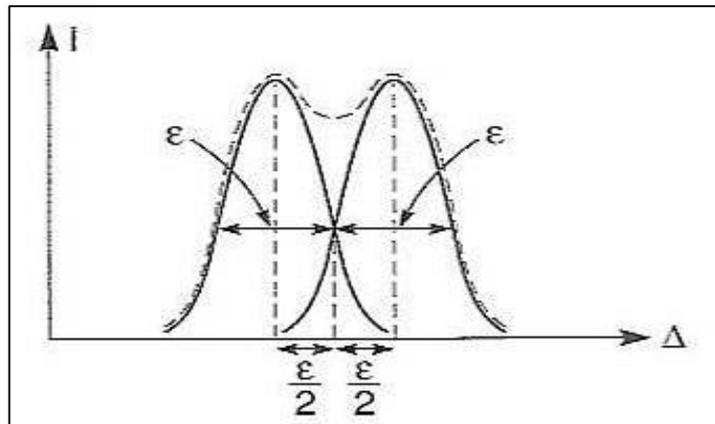
(Poder separador de um interferômetro)

Pelo gráfico da figura 6 adiante, podemos observar dois picos sucessivos de intensidade máxima correspondente a dois comprimentos de ondas  $\lambda_0$  e  $\lambda_0 + \delta\lambda$  respectivamente, onde  $\varepsilon$  representa a semilargura entre os picos.

A experiência revela que uma vez que o comprimento de onda  $\lambda_0$  corresponde a uma interferência da ordem  $2m$ , o sucessivo comprimento de onda  $\lambda_0 + \delta\lambda$  deverá possuir uma defasagem  $\Delta = 2m\pi - 2\varepsilon$ . Como veremos na equação a seguir:

$$\Delta(\lambda_0 + \delta\lambda) = \frac{4\pi}{\lambda_0 + \delta\lambda} \cdot nd \cos \theta \quad (2.18)$$

Figura 6 - Limite do poder separador de um interferômetro



Fonte: Nussenzveig, H. Moysés (1998, p.70)

Se considerarmos que  $\left|\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right| \ll 1$ , então é válido que  $\lambda_0 + \delta\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)$ . substituindo na equação acima, obtemos:

$$\Delta(\lambda_0 + \delta\lambda) = \frac{4\pi}{\lambda_0} \cdot nd \cos \theta \left(1 - \frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)$$

$$\Delta(\lambda_0 + \delta\lambda) = 2 \cdot m \cdot \pi \left(1 - \frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)$$

O que resulta em:

$$\Delta(\lambda_0 + \delta\lambda) = 2.m.\pi - 2\varepsilon \quad (2.19)$$

(defasagem de  $\lambda_0 + \delta\lambda$ )

Onde  $\varepsilon$  representa a semilargura de um pico de interferência devida a uma lâmina de faces paralelas.

Desse modo, temos que o poder separador poderá ser dado pela seguinte expressão:

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2m\pi}{2\varepsilon} \text{ ou ainda } \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{m\pi}{t}$$

Por conseguinte:

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2m\pi}{2\varepsilon} = \frac{m\pi}{t} \quad (2.20)$$

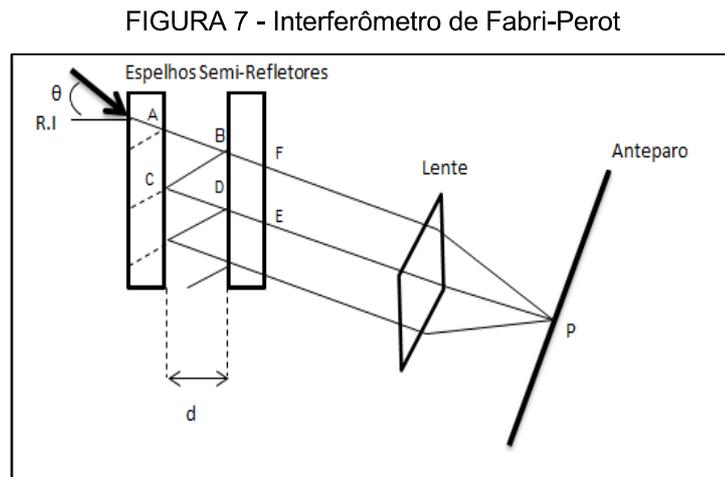
A equação acima, do poder separador, nos revela que a semilargura  $\varepsilon$  depende diretamente da ordem de interferência, porém é inversamente proporcional à transmissividade  $t$  da interface das lâminas.

#### 2.4.1 INTERFERÔMETRO DE FABRY-PERROT

Em 1899 dois cientistas franceses, Charles Fabry e Alfred Perot desenvolveram um aparato óptico no intuito de ser utilizado para fazer medidas espectroscópicas. Atualmente cavidades ópticas como esta são encontradas em inúmeros instrumentos de alta precisão e recebem o nome de interferômetro de Fabry-Perot, bastante útil para analisar linhas espectrais, sendo capaz de separar comprimentos de ondas muito próximos entre si. A representação esquemática deste interferômetro está ilustrada na figura 7.

A constituição deste interferômetro consiste em um par de espelhos planos semi-refletores, geralmente de vidro ou quartzo que ficam separados por uma pequena distância  $d$  e dispostos de maneira paralela entre si. Enquanto um desses espelhos fica fixo, o outro é adaptado sob um suporte móvel que lhe permite alterar a distância entre eles com o auxílio de um micrômetro.

Quando um raio incidente R.I é direcionado a um dos espelhos fazendo um ângulo  $\theta$  com a horizontal, parte destes raios sofrem sucessivas reflexões no interior da cavidade, que normalmente é preenchido com ar, enquanto que a outra parte dos raios podem ser transmitidos através dos espelhos até atingir diretamente o anteparo de observação.



Fonte: Da própria pesquisa

Na representação acima, os raios que sofrem sucessivas reflexões no interior dos espelhos são, por exemplo, (R.I – AB – BC – CD – DE – P), e o raio transmitido até o anteparo pode ser, por exemplo, (R.I – AB – BF – P). Todos os raios deverão ser focalizados com o auxílio de uma lente e direcionados ao anteparo de visualização.

Como resultado, no anteparo será formada uma figura de interferência em decorrência da diferença de fase sofrida pelos raios durante as reflexões no interior do espelho, com sucessivas franjas claras e escuras correspondendo aos máximos e mínimos de intensidade luminosa. Devido à existência da simetria do dispositivo em torno do eixo da lente, todas as franjas possuirão a mesma inclinação  $\theta$ , o que resulta em franjas de interferência com formato de círculos concêntricos.

Considerando que o meio entre os espelhos, cuja espessura é  $d$ , possua um índice de refração  $n = 1$ , a condição que apresente o máximo de interferência de ordem  $m$ , é dada pela seguinte equação:

$$\frac{4\pi}{\lambda_0} d \cos \theta = 2m\pi \quad (2.21)$$

Onde  $\theta$  é o ângulo que corresponde a cada ordem  $m$  de interferência.

#### 2.4.2 INTERFERÔMETRO DE MICHELSON

O interferômetro de Michelson é uma das configurações ópticas mais utilizadas em experimentos de interferência óptica. Sua aplicação mais conhecida foi a da famosa experiência de Michelson-Morley, os quais utilizaram o interferômetro para tentarem determinar o movimento da terra através do éter. Atualmente ele é usualmente empregado para medir com grande precisão comprimentos de ondas e de outras distâncias extremamente pequenas através das franjas de interferência.

Na prática, a constituição deste dispositivo consiste de um divisor de feixes, dois espelhos – sendo um fixo e outro móvel - e de uma fonte de luz, aos quais todos estes materiais deverão estar fixos em uma base altamente rígida.

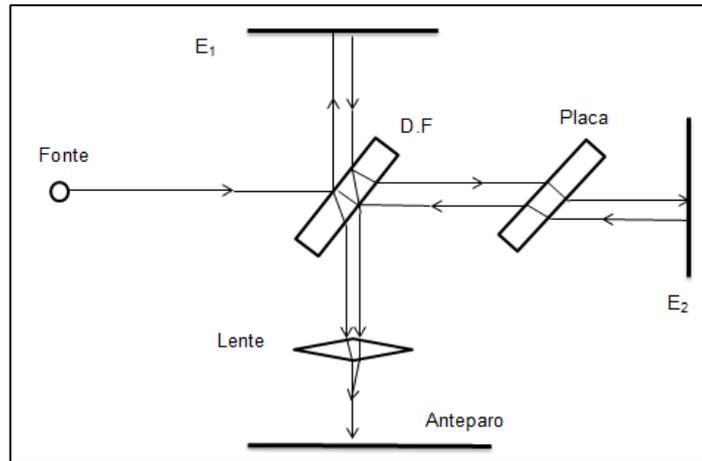
Para o seu perfeito funcionamento, a montagem deve ser feita como indicada na figura 8, onde se faz incidir um feixe de luz através do separador de feixe D.F, o qual geralmente deve estar com uma inclinação de  $45^\circ$  em relação à luz incidente.

Ao atingir o divisor de feixe, a luz é dividida em duas partes, um dos feixes é transmitido em direção ao primeiro espelho  $E_1$  o outro feixe é refletido para o segundo espelho  $E_2$ . Cada feixe de luz ao atingir os espelhos são novamente refletidos fazendo percorrer o caminho inverso e cruzarem novamente o divisor de feixes, os quais são focalizados com o auxílio de uma lente para um anteparo.

Em geral, quando o divisor de feixes é suficientemente espesso, é utilizada uma placa não espelhada para compensar o duplo atravessamento sofrido pelo raio no divisor.

O resultado de todo esse procedimento é a formação de uma figura de interferência com sucessivas franjas claras e escuras. Movendo-se um dos espelhos a uma distancia igual a meio comprimento de onda, a diferença de caminho entre os dois feixes de luz irá variar de um comprimento de onda, fazendo cada franja assumir uma nova posição devido ao deslocamento, e assim se torna bem fácil obter medidas precisas que estejam da ordem de um comprimento de onda.

Figura 8 - Representação do interferômetro de Michelson



Fonte: Da própria pesquisa

Já que a diferença de caminho óptico é dado por  $\Delta L = 2 \cdot n \cdot d \cos \theta$ , então o interferômetro de Michelson também pode ser utilizado para medir as variações de caminho óptico se bem como o índice de refração  $n$  de um determinado meio.

### 3 DIFRAÇÃO: CONCEITO E ANÁLISE

*“É como se a interação da radiação com as bordas do anteparo, ou do obstáculo, causasse uma perturbação na radiação em propagação e a espalhasse por regiões onde ela não deveria normalmente ser detectada”.*

*(Zílio, 2009, p.162)*

A difração é um fenômeno tipicamente ondulatório, basicamente se trata de uma distribuição contínua de ondas provocadas por um grande número de fontes. Se analisarmos a epistemologia da palavra, remontamos ao latim, *diffringere*, que quer dizer “quebrar em pedaços”. Esse termo foi primeiramente empregado por Francesco Maria Grimaldi, um dos primeiros cientistas a tentar descrever este fenômeno em uma teoria ondulatória para a luz. Segundo este princípio, a luz, sob certas circunstância pode sofrer o fenômeno da difração, “quebrando-se” em diversas direções ao encontrar com um obstáculo em sua direção de propagação, ou um pequeno orifício.

Apesar dos estudos deste efeito luminoso para a luz nos parecer aproximadamente recente, há relatos de sua descrição que remonta a idade média (século XII) pelo filósofo escolástico Roberto Grosseteste em um livro intitulado “A luz, o tempo e o movimento”. Na tradução de Renato Romano, podemos identificar uma passagem que diz:

*A primeira forma corporal, chamada por alguns corporeidade, penso que é a luz. Pois a luz, per se, difunde-se a si mesma por toda parte, de tal maneira que de um ponto de luz se pode gerar instantaneamente uma esfera de luz de qualquer magnitude, contanto que algo opaco não se interponha como obstáculo. (GROSSETESTE, R. Séc. XII).*

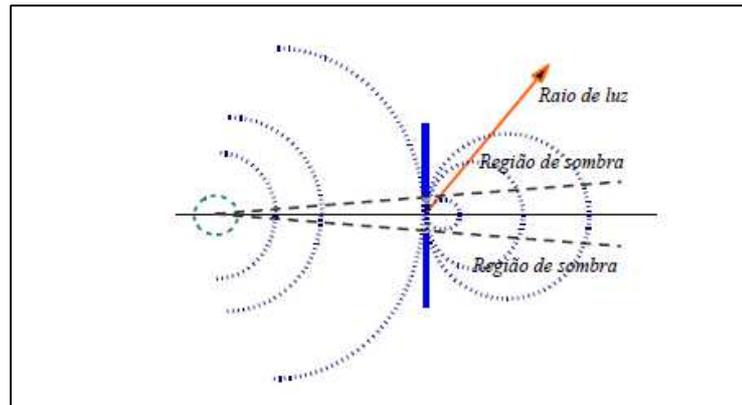
Uma interpretação minuciosa desta passagem revela que o fenômeno descrito por Grosseteste refere-se, portanto a difração da luz, principalmente ao que futuramente foi redescoberto e passou a ser chamado de princípio de Huygens, como veremos a seguir.

De acordo com o princípio da propagação retilínea da ótica geométrica, se iluminarmos com um feixe de luz um anteparo contendo um pequeno orifício, o esperado é que o feixe transmitido seguisse o contorno do orifício, dando origem a uma imagem brilhante com contorno idêntico ao orifício iluminado, fora desta região haveria apenas a escuridão.

No entanto, se o orifício em questão, que pode ser uma fenda, possuir uma abertura da ordem do comprimento da luz incidente e ainda muito menor em relação

à distância do anteparo em que se observa, é possível verificar que uma parcela, em virtude do processo de interferência, atinge a região das sombras formando um padrão de franjas claras e escuras, bem parecida com aquelas observadas em um processo de interferência, a este fenômeno damos o nome de difração. Conforme a figura 9 a seguir.

Figura 9 – Espalhamento da luz por difração



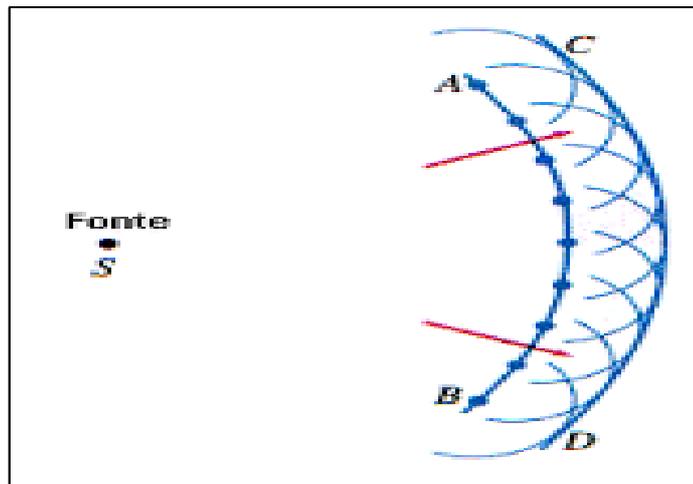
Fonte: Zilio, Sérgio (2002, p.161)

Uma vez que a luz fosse considerada uma onda e que por ventura sofra o fenômeno da difração, parecia ser difícil de entender um desvio de sua propagação à luz da teoria ondulatória, foi então que em 1678 o cientista holandês Christiaan Huygens (1629-1695), ofereceu uma explicação qualitativa para a propagação retilínea da luz ao propor um princípio que levou seu nome, segundo este princípio:

“Quando uma onda se propaga, cada ponto do meio, ao vibrar, comporta-se como uma nova fonte de ondas circulares ou esféricas (conforme a propagação se faça a duas ou a três dimensões); estas ondas elementares ou ondículas interferem umas com as outras e o resultado de todas estas interferências é a nova frente de onda num instante posterior.” (M.M.R.R. Costa e M.J.B.M. de Almeida, 2004, p. 356).

Pelo princípio de Huygens é possível determinar através de um método geométrico a forma de uma frente de onda em um momento posterior, desde que tenhamos a forma da frente de onda em um momento anterior. Para determinar a frente de onda subsequente torna-se necessário construir uma envoltória, ou seja, uma superfície que seja capaz de tangenciar todas as ondas secundárias emitidas por uma determinada fonte, conforme a figura 10 abaixo.

Figura 10 – Princípio de Huygens



Fonte: <http://www.ensinoadistancia.pro.br/EaD/Fisica-4/Aulas/Aula-11/aula-11.html>

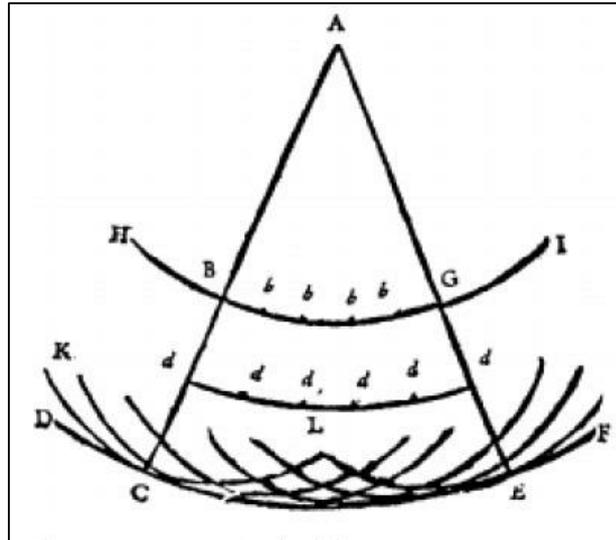
Pela figura anterior, se considerarmos uma frente de onda  $AB$  que se desloca com velocidade  $v$  a partir de uma fonte  $S$  durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , podemos encontrar a nova frente de onda que está separada por um intervalo  $\Delta t$ , se imaginarmos que cada ponto da frente de onda  $AB$  se comporte como uma nova fonte de ondas secundárias.

Podemos então desenhar algumas outras ondas esféricas que possuam raios constantes  $r = vt$  em relação a cada um desses pontos de  $AB$ . Desse modo, ao traçarmos uma envoltória por essas ondas secundárias, encontramos  $CD$ , que é a nova frente de onda que se encontra em um instante posterior  $t + \Delta t$ .

É baseado nesta ideia que Huygens deu uma explicação para a propagação retilínea da luz nos moldes da teoria ondulatória, segundo ele a envoltória desempenha um papel importante nesse processo, pois cada onda esférica individual é muito fraca para produzir um efeito relevante, porém na envoltória esses efeitos são perceptíveis, pois é nesta região que essas ondas se reforçam.

A explicação de Huygens para a propagação retilínea da luz pode ser ilustrada conforme a figura 11, onde uma frente de onda  $HI$  oriunda de uma fonte pontual  $A$ , se propaga. No momento que esta frente de onda  $HI$  encontra-se com um orifício localizado em um anteparo opaco, apenas uma porção desta frente de onda irá atravessá-lo, ou seja, a frente de onda  $BG$ , que em um instante posterior produzirá uma nova frente de onda secundária  $DF$ .

Figura 11- Princípio de Huygens para a propagação retilínea da luz



Fonte: <http://arbor.revistas.csic.es/index.php/arbor/article/view/2066/2619>

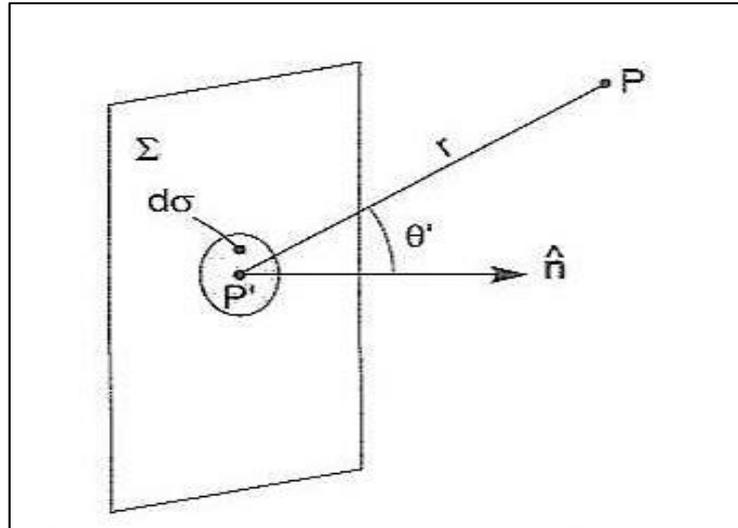
Porém a envoltória CE do outro lado da abertura do orifício é gerada somente pelos pontos HI que não foram obstruídos pela abertura. Desse modo a região iluminada fica limitada pelos raios AC e AE que ultrapassaram a abertura. Sendo assim, as partes das ondas que se propagaram fora da região ACE não produzem luz suficiente para serem perceptíveis. Embora que fracamente, a luz de fato atinge a região das sombras, o que é responsável por provocar o efeito da difração.

### 3.1 AS ZONAS DE FRESNEL

O princípio da propagação retilínea da luz no espaço pode ser bem explicado através de uma construção geométrica de ondas planas denominadas de zonas de Fresnel, no entanto, antes de nos ater a este método, torna-se necessário fazer uma pequena abordagem a cerca do princípio de Huygens-Fresnel.

Considere a figura abaixo que representa uma frente de onda  $\Sigma$  que se propaga no espaço. Estamos interessados em determinar a onda resultante em um ponto P qualquer de um anteparo, através da contribuição da função de onda  $v(P')$  do elemento de superfície  $d\sigma$  neste mesmo ponto.

Figura 12 – Princípio de Huygens-Fresnel



Fonte: Nussenzveig, H. Moysés (1998, p.85)

A amplitude dessas ondas secundárias originárias de cada elemento de superfície  $d\sigma$  sofre variações em quaisquer direções, sendo máxima na direção  $\hat{n}$  normal a estas frentes de ondas, deste modo, a contribuição de  $d\sigma$  à onda num ponto P, é proporcional a função de onda  $v(P')$  no ponto  $P'$  desta frente de onda. Desta forma, a contribuição das frentes de ondas num ponto P qualquer, é dada por:

$$d v (P) = F(\theta')v(P')\frac{e^{ikr}}{r} d\sigma \quad (3.1)$$

Onde,

$F(\theta')$  é o fator de obliquidade, máximo para  $\theta' = 0$ ,

$r$  é o segmento que liga o ponto P a um ponto do elemento de superfície da frente de onda.

A onda resultante pode ser obtida se integrarmos todas as contribuições das frentes de ondas não obstruídas pelos obstáculos durante a propagação. Sendo assim, a equação resulta em:

$$v(P) = \int_{\Sigma} dv(P) = \int_{\Sigma} F(\theta')v(P')\frac{e^{ikr}}{r} d\sigma \quad (3.2)$$

(Princípio de Huygens Fresnel)

A equação (3.2) é conhecida como Princípio de Huygens-Fresnel e nos informa que a função de onda no ponto P é resultado da interferência de todas as ondas secundárias oriundas de cada ponto  $P'$  da frente de onda considerada.

Agora que conhecemos o Princípio de Huygens-Fresnel, estamos aptos a compreender melhor como este é capaz de explicar a propagação retilínea da luz através do espaço, para tal, considere a figura abaixo que ilustra uma zona de Fresnel. A onda plana propaga-se em uma direção Z do espaço livre, dada por:

$$v(P') = Ae^{ikz} \quad (3.3)$$

Na figura 13 a seguir, a frente de onda  $\Sigma$  corresponde a todo o plano em que  $z = 0$ . Os círculos presentes no plano são denominados de zonas de Fresnel. Dessa forma a equação (3.3) assume a forma:

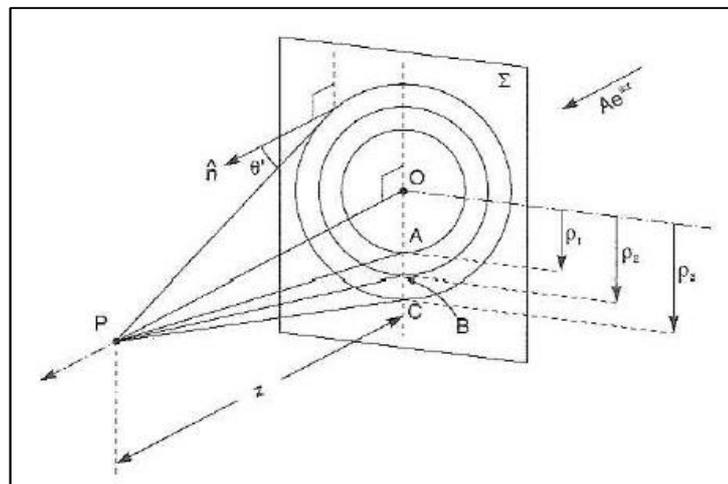
$$v(P') = Ae^{ik0}$$

$$v(P') = A$$

Uma vez que tomemos a função de onda  $v(P') = A$ , a equação 3.2 fica:

$$v(P) = A \int F(\theta') \frac{e^{ikr}}{r} d\sigma \quad (3.4)$$

Figura 13 – Zonas de Fresnel



Fonte: Nussenzveig, H. Moysés (1998, p.56)

Na figura 13 ainda, o polo O de  $\Sigma$  relativo a P é o pé da perpendicular de P a  $\Sigma$ , que tomaremos como origem das coordenadas. Seja  $Z \equiv \overline{OP}$ , podemos considerar uma série de esferas de raios:

$$\overline{PO} = r_0 = Z; \overline{PA} = r_1 = Z + \lambda/2; \overline{PB} = r_2 = Z + \lambda; \overline{PC} = r_3 = Z + 3\lambda/2, \dots$$

Que cortam a frente de onda em círculos de raios,

$$\overline{OA} = \rho_1; \overline{OB} = \rho_2; \overline{OC} = \rho_3 \dots$$

Por construção de triângulos retângulos podemos determinar os raios  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_n$ .

$$\begin{aligned} \overline{OA}^2 &= \overline{PA}^2 - \overline{PO}^2 \\ \rho_1^2 &= (Z - \frac{\lambda}{2})^2 - Z^2 \\ \rho_1^2 &= \lambda Z + \frac{\lambda^2}{2} \end{aligned}$$

Do mesmo modo,

$$\begin{aligned} \overline{OB}^2 &= \overline{PB}^2 - \overline{PO}^2 \\ \rho_2^2 &= (Z + \lambda)^2 - Z^2 \\ \rho_2^2 &= 2\lambda Z + \lambda^2 \end{aligned}$$

Seguindo esse raciocínio vamos generalizar para  $\rho_n$

$$\rho_n^2 = (Z + n\frac{\lambda}{2})^2 - Z^2 = n\lambda Z + (n\frac{\lambda}{2})^2$$

Se tomarmos  $Z \gg \lambda$  o último termo da equação acima é desprezível. Logo:

$$\rho_n = \sqrt{n\lambda Z}, (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Ainda na figura 13, os círculos dividem o plano  $\Sigma$  numa série de anéis circulares, zonas de Fresnel, por construção o número de ondas  $K$  é dado por:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Logo,

$$Kr_1 = K\overline{PA} = K\left(Z + \frac{\lambda}{2}\right)$$

$$Kr_1 = KZ + K\frac{\lambda}{2} = KZ + k\pi$$

Do mesmo modo temos que

$$Kr_2 = K\overline{PB} = K(Z + \lambda)$$

$$Kr_2 = KZ + K\lambda = KZ + 2\pi$$

Generalizando para todo  $Kr_n$ , teremos:

$$Kr_n - KZ = n\pi, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (3.5)$$

A contribuição do ponto A à integral (3.4) está defasada de  $\pi$  em relação à do polo O, a de B de  $2\pi$  e assim sucessivamente. Logo há interferência construtiva com a  $3^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $7^\circ$ ... e interferência destrutiva para as  $2^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  e assim por diante.

Já que fizemos  $Z \gg \lambda$ , podemos considerar que  $F(\theta)$  varia tão pouco que o fazemos ser constante, de modo que  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n = 0$ , pois é nesse limite que  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$ .

Agora se decomposmos a integral (3.3) em uma série de integrais sobre sucessivas  $n$  zonas, obteremos a seguinte expressão:

$$v(P) = A \sum_{n=1}^{\infty} F_n \int \frac{e^{ikr}}{r} d\sigma \quad (3.6)$$

Já que estamos trabalhando com sistemas onde as ondas aqui analisadas possuem formatos esféricos, convém utilizarmos um sistema de coordenadas

polares esféricas  $(\rho, \varphi)$  no plano  $\Sigma$ , com origem em O. A integral sobre a zona  $n$  vai de  $\rho_{n-1}$  a  $\rho_n$ . Desse modo o elemento de superfície  $d\sigma$  passa a ser  $d\sigma = 2\pi\rho d\rho$ .

No entanto, pela figura é possível verificar que  $r^2 = \rho^2 + z^2$ , o que implica em:

$$\rho d\rho = r dr \quad (3.7)$$

Logo, por definição temos que:

$$\frac{d\sigma}{r} = 2\pi dr \quad (3.8)$$

Substituindo a igualdade acima na equação (3.6), obteremos:

$$v(P) = A \sum_{n=1}^{\infty} F_n \int_{r_{n-1}}^{r_n} e^{ikr} \cdot 2\pi dr \quad (3.9)$$

Desenvolvendo a integral acima,

$$\begin{aligned} v(P) &= 2\pi A \sum_{n=1}^{\infty} F_n \int_{r_{n-1}}^{r_n} e^{ikr} dr \\ &= \frac{2\pi}{ik} A \sum_{n=1}^{\infty} (e^{ikr_n} - e^{ikr_{n-1}}) \cdot F_n \\ &= \frac{\lambda A}{i} \sum_{n=1}^{\infty} (e^{ikr_n} - e^{ikr_{n-1}}) \cdot F_n \end{aligned}$$

Pela equação (3.5) e considerando  $e^{in\pi} = (-1)^n$  teremos que:

$$= -i\lambda A e^{ikz} \sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n - (-1)^{n-1}] \cdot F_n$$

E por fim obtemos:

$$v(P) = 2i\lambda A e^{ikz} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot F_n \quad (3.10)$$

A equação acima nos revela uma série em que as zonas de Fresnel ímpares sofrem interferência construtiva enquanto que as zonas pares sofrem interferência destrutiva. Para Nussenzveig (1998, p.91) isso ocorre porque “todas as zonas têm a mesma área e há diferenças de caminho médias de  $\lambda/2$  entre duas zonas sucessivas”.

Ainda segundo Nussenzveig (1998, p.91) “Para calcular a soma da série, o mais simples é usar um método gráfico, representando-a como uma soma de vetores colineares, cujos módulos decrescem lenta e monotonicamente para zero”. Este enunciado está representado na figura 14 adiante.

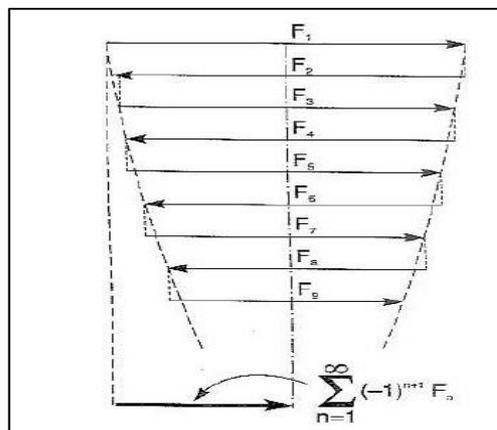
Para calcular as somas das série na (3.10) vamos utilizar o gráfico dado pela figura 14. Os vetores foram deslocados na vertical, de modo que a resultante é dada por:

$$F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + \dots + (-1)^N \cdot F_N$$

E aponta da origem de  $F_1$  para a extremidade de  $(-1)^N \cdot F_N$ . Observe a simetria e veja que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot F_n = \frac{1}{2} F_1 \quad (3.11)$$

Figura 14 – Soma gráfica das séries alternadas



Fonte: Nussenzveig, H. Moysés (1998, p.91)

Substituindo este resultado na equação (3.10) obteremos a seguinte expressão:

$$v(P) = 2i\lambda A e^{ikz} \cdot \frac{F_1}{2}$$

$$v(P) = i\lambda F_1 A e^{ikz} \quad (3.12)$$

O que nos revela que no ponto P do anteparo de observação a interferência entre as sucessivas zonas representam metade da contribuição da 1ª zona. Agora se igualarmos a equação 3.12 à equação de onda na (3.3) obteremos o seguinte resultado:

$$A e^{ikz} = i\lambda F_1 A e^{ikz}$$

$$F_1 = \frac{A e^{ikz}}{i\lambda A e^{ikz}}$$

$$F_1 = \frac{1}{i\lambda} \quad (3.13)$$

Adicionando esta expressão na equação do Princípio de Huygens-Fresnel chegamos a seguinte equação para a função de onda:

$$v(P) = \frac{1}{i\lambda} \int f(\theta') v(P') \frac{e^{ikr}}{r} d\sigma \quad (3.14)$$

Note que o fator de obliquidade  $f(\theta')$  é máximo para  $\theta' = 0$  e mínimo para  $\theta' \rightarrow \frac{\pi}{2}$ , comportando-se assim, como uma função cosseno. Desta forma a equação acima assume a seguinte forma:

$$v(P) = \frac{1}{i\lambda} \int \cos \theta' v(P') \frac{e^{ikr}}{r} d\sigma \quad (3.15)$$

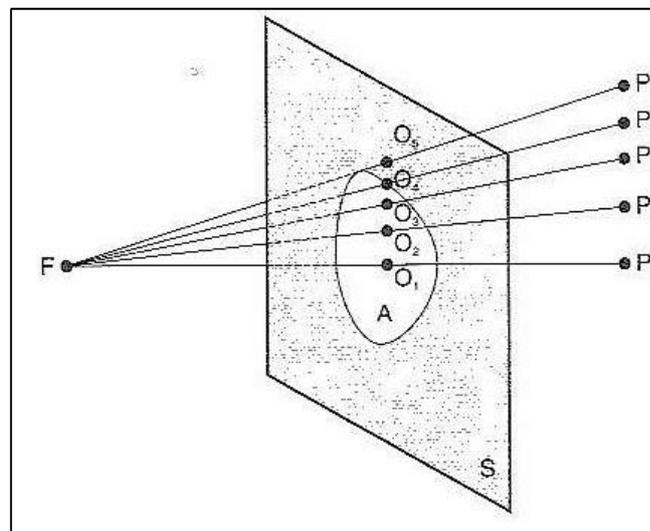
Como resultado, os efeitos de difração são muito bem observados desde que o ponto P esteja localizado nas vizinhanças do limite das sombras, fora desta região a intensidade torna-se cada vez menor até torna-se imperceptível.

### 3.2 DIFRAÇÃO DE FRESNEL

Também conhecida como difração de campo próximo, a difração é denominada de Fresnel quando a fenda ou o obstáculo “difratante” está situado a uma distância relativamente pequena em relação ao anteparo de observação, nesse contexto a imagem formada preserva suas características geométricas e as franjas de difração situam-se nos limites entre a sombra e a região iluminada.

Costumeiramente é comum se utilizar a espiral de Cornu para calcular a distribuição da intensidade da luz difratada em função de seu ângulo de espalhamento, no entanto vamos nos ater aqui apenas em estimar o comportamento de sua intensidade em distintos pontos de observação, para isso convém observar a figura 15 adiante que esquematiza diferentes polos relativos de observação.

Figura 15: Polos relativos a diferentes pontos de observação



Fonte: Nussenzveig, H. Moysés (1998, p. 94)

Uma fonte puntiforme F incide luz a uma distância finita sobre um anteparo opaco que possui uma abertura A de forma irregular, produzindo algumas zonas de Fresnel cujos centros são os polos  $O_1, O_2, O_3, O_4$  e  $O_5$ . Num segundo anteparo há cinco pontos de observação  $P_1, P_2, P_3, P_4$  e  $P_5$ , onde  $P_1$  situa-se aproximadamente na

parte central da região mais iluminada,  $P_4$  está localizado no limite da sombra e  $P_5$  já se encontra inteiramente localizado na região das sombras.

O polo  $O_1$ , por estar localizado na região central da abertura A, possui ainda várias zonas não obstruídas pela abertura, desse modo a soma resultante dos vetores colineares mantêm-se ainda próximos de  $\frac{1}{2}F_1$ , logo a intensidade no ponto  $P_1$  é mantida aproximadamente a mesma.

O polo  $O_4$  está situado no contorno de A, o que significa que a resultante é da ordem de uma fração da 1ª zona de Fresnel. Logo, a luz difratada apresenta uma queda gradual de sua intensidade no ponto  $P_4$ .

Por fim, o polo  $O_5$  está situado na região opaca do anteparo S, a uma distância considerável da abertura A, desse modo as suas zonas mal contribuem, o que ocasiona uma resultante muito pequena. Logo, a luz raramente atinge esta região, o que gera uma escuridão quase completa no ponto  $P_5$ .

É interessante notar que nos pontos mais próximos da fronteira entre a sombra e a luz ocorre o aparecimento de franjas claras e escuras nas quais dependem bastante da forma da abertura A. E segundo Nussenzveig (1998, p. 95) “Para pontos como  $P_1$  e  $P_5$ , os resultados dependem muito pouco da forma da abertura, justificando a validade da propagação retilínea [...]”.

### 3.3 DIFRAÇÃO DE FRAUNHOFER

Chamada também de difração de campo distante, a difração de Fraunhofer ocorre além do limite de distância da difração de Fresnel. A condição para que ela ocorra é que

[...] as distâncias entre a fonte, o obstáculo e a tela são suficientemente grandes para que todas as retas que ligam a fonte com o obstáculo possam ser consideradas paralelas e que todas as retas que ligam pontos do obstáculo com pontos da tela possam ser consideradas paralelas, [...]. (Young, Freedman, Sears e Zemansky, 2008, p. 110).

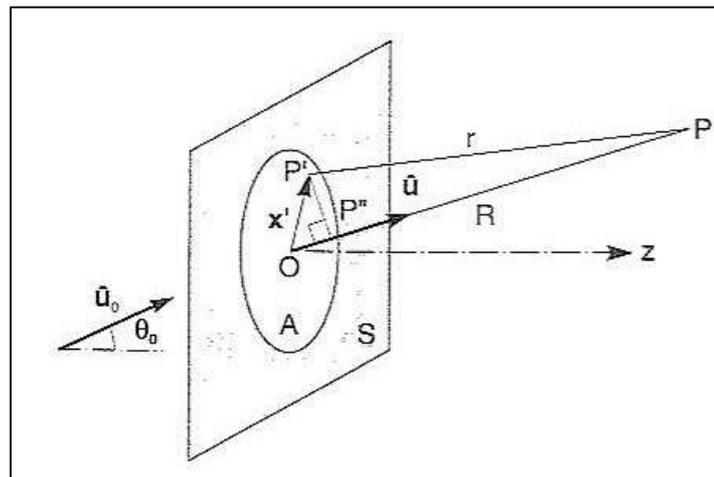
Nesse sentido, é essencial que o diâmetro da fenda seja muito maior em relação ao raio da 1ª zona de Fresnel de modo que  $\frac{D^2}{\lambda R} \ll 1$ .

Onde  $D$  é o diâmetro da abertura da fenda, e  $R$  é a distância entre o centro da abertura e o ponto  $P$  de observação, formalmente representamos essa distância como  $R \rightarrow \infty$  para este tipo de difração.

Satisfeita a condição mencionada anteriormente, a figura de difração de Fraunhofer não apresenta dependência da forma geométrica da abertura da fenda, passando a depender somente da direção de observação.

Para analisarmos este tipo de difração vamos estudar a figura 16 que representa uma onda plana incidindo sobre uma superfície  $S$  com abertura  $A$  e como consequência as franjas estão localizadas no ponto  $P$ , situado a uma distância  $R$  relativamente grande da abertura.

Figura 16 - Difração de Fraunhofer



Fonte: Nussenzveig, H. Moysés (1998, p.99)

A função de onda é dada pela equação:

$$v(P') = a_0 \cdot e^{ik_0 x'} \quad , \quad k_0 \equiv k \hat{u}_0 \quad (3.16)$$

Onde  $\hat{u}_0$  representa o versor da direção de incidência;

$a_0$  é a amplitude incidente;

$k_0$  é o número de onda;

$x'$  é o ponto de incidência.

Observamos que  $\overline{OP} \equiv R$  e que  $\overline{P'P} \equiv r$

Considerando que  $R \rightarrow \infty$  é possível deduzir que  $r$  é o seguimento de reta dado por:

$$r = R - \hat{u} \cdot x' \quad (3.17)$$

Sendo  $\hat{u} \cdot x'$  a projeção escalar de  $\overline{OP'}$  sobre  $\overline{OP}$ , com  $\hat{u}$  representando o versor da direção de observação.

Podemos substituir  $r$  por  $R$  no denominador de  $\frac{e^{ikr}}{r}$ , mas não no numerador, pois a fase  $KR$  da exponencial varia bastante dentro da abertura, cujo diâmetro  $D \gg \lambda$ . Logo a (3.17) nos dá:

$$\frac{e^{ikr}}{r} = \frac{1}{R} \exp[iK(R - \hat{u} \cdot x')] \quad (3.18)$$

Considerando  $R \rightarrow \infty$ , temos que os raios que partem da abertura  $A$  sejam aproximadamente paralelos de modo que a distância  $r$  iguale-se à  $R$ . Desse modo utilizando-se deste enunciado e ainda substituindo as equações 3.16 e 3.17 na equação 3.15, obtemos a seguinte expressão:

$$v(P) = \frac{1}{i\lambda} \int \cos \theta' \cdot a_0 e^{ik_0 x'} \cdot \frac{e^{ik(R - \hat{u} \cdot x')}}{R} d\sigma \quad (3.19)$$

Organizando os termos da equação acima temos:

$$v(P) = \frac{a_0}{\lambda} \cos \theta_0 \frac{e^{ikR}}{R} \int e^{i(k_0 - k) \cdot x'} d\sigma \quad (3.20)$$

Com  $\mathbf{k} \equiv k\hat{u}$

A equação acima ainda pode ser reescrita como

$$v(P) = a_0 f(k, \hat{u}, \hat{u}_0) \frac{e^{ikR}}{R} \quad (3.21)$$

Onde  $f(k, \hat{u}, \hat{u}_0)$  representa todos os demais termos dependentes de  $k, \hat{u}$  e  $\hat{u}_0$ . Sendo dada por:

$$f(k, \hat{u}, \hat{u}_0) = \frac{\cos \theta_0}{i\lambda} \int e^{ik(\hat{u}_0 - \hat{u}) \cdot x} d^2 x' \quad (3.22)$$

A equação (3.20) nos revela que uma onda ao emanar da abertura A, sua distância passa a depender somente do fator  $e^{ikR}/R$ . No entanto, pela equação (3.21), a amplitude desta onda depende apenas das direções de incidência e de observação, apesar de sua intensidade cair com o inverso de  $R^2$ .

Para obtermos a intensidade máxima é necessário fazer as direções de incidência e de observação se igualem. Desta forma o fator exponencial da equação (3.21) resulta em 1 e a equação passa a ser:

$$f(k, \hat{u}, \hat{u}_0) = \frac{\cos \theta_0}{i\lambda} \int d^2x' \quad (3.23)$$

Finalmente resolvendo a integral acima obtemos

$$f(k, \hat{u}, \hat{u}_0) = \frac{\cos \theta_0}{i\lambda} \sigma_A \quad (3.24)$$

Onde  $\sigma_A$  representa a área da abertura A na superfície.

Se compararmos a equação 3.22 a equação 3.23 encontraremos a distribuição relativa da amplitude da onda. Desta forma teremos:

$$\frac{f(k, \hat{u})}{f(k, \hat{u}_0)} = \frac{1}{\sigma_A} \int e^{ik(\hat{u}_0 - \hat{u}) \cdot x'} d\sigma \quad (3.25)$$

Com esta expressão fica fácil encontrarmos a razão intensidade uma vez que ela corresponde ao quadrado do módulo da amplitude da onda. Assim:

$$\frac{I(\hat{u})}{I(\hat{u}_0)} = \frac{1}{(\sigma_A)^2} \left| \int e^{ik(\hat{u}_0 - \hat{u}) \cdot x'} d^2x' \right|^2 \quad (3.26)$$

A equação acima representa a expressão geral para se calcular a distribuição de intensidade de uma onda ao passar por uma superfície contendo uma abertura muito pequena em relação a distância que a separa dos pontos de observação.

## 4 A HOLOGRAFIA

*“Fotografei você na minha Rolleiflex, revelou-se a sua  
imensa ingratidão”  
(João Gilberto, músico).*

De fato, até os dias de hoje, ainda não temos capacidade tecnológica de fotografar os sentimentos, mas um dia, quem sabe, possamos alcançar tal feito...

É muito comum algumas pessoas leigas pensarem que um holograma se trata de uma fotografia em três dimensões. Mas embora haja certa semelhança entre ambos, o método de produção são completamente diferentes, sendo que a única semelhança que a fotografia apresenta com o holograma, é a utilização da luz em seu registro.

A palavra holografia tem a sua origem do grego, *holos*, que quer dizer todo, inteiro e *grafos* ou grafia que significa sinal, escrita, registro. Desta maneira, holografia significa registro inteiro, ou seja, esta técnica permite o registro integral das informações luminosas de um objeto sem que haja nenhuma perda de informação.

A holografia trata-se de um processo de reconstrução completa das informações presente nas ondas de luz que são refletidas por um objeto. Enquanto que em uma fotografia convencional são registradas apenas as diferenças de intensidade, num holograma também é preservado, além das diferenças de intensidades, a fase das ondas. E é justamente esta particularidade que dá ao holograma a sua espetacular propriedade de visão tridimensional.

### 4.1 A HISTÓRIA DA HOLOGRAFIA

O surgimento da holografia não foi por acaso, ela foi desenvolvida com o intuito de ser uma ferramenta utilizada na microscopia eletrônica para que fosse possível a formação de imagens nítidas de objetos com pequenas dimensões. No início do século XX, as lentes usadas nos microscópios possuíam uma resolução da ordem de  $1,0 \times 10^{-9} \text{m}$ , e isso provocava o aparecimento de aberrações esféricas na visualização das imagens.

Na busca de eliminar este problema, o cientista húngaro Dennis Gabor entre os anos de 1947- 48 percebeu que as imagens formadas pelas lentes objetivas

ainda apresentava todas as informações, embora codificadas, do objeto em questão, ou seja, amplitude e fase.

A intensão de Dennis Gabor era de registrar uma imagem capaz de conter todas as informações luminosas dos objetos que estão sendo estudados, e desta maneira reconstruí-la através de um processo ótico adequado que envolvia os fenômenos da interferência e da difração na reconstrução de frentes de ondas. Gabor sabia que as informações dos objetos analisados estavam contidas na própria luz que emanavam deles, independente da presença das lentes, por esse motivo em seu trabalho ele dispensou o uso destas lentes focalizadoras (NUSSENVEIG, 1998).

Na tentativa de decodificar as informações luminosas do objeto, Gabor dividiu um feixe de luz de mercúrio filtrada espacialmente em duas partes, na qual uma delas chamada por ele de "feixe de referência" incidia diretamente sobre a superfície de um material fotossensível. A outra parte do feixe original foi orientada através de espelhos para que atingisse o objeto e só então dirigir-se para a mesma superfície de registro, este feixe recebeu o nome de "feixe objeto". Dessa maneira o filme gravou o registro da interferência entre os dois feixes, revelando um estranho código microscópico com várias ranhuras.

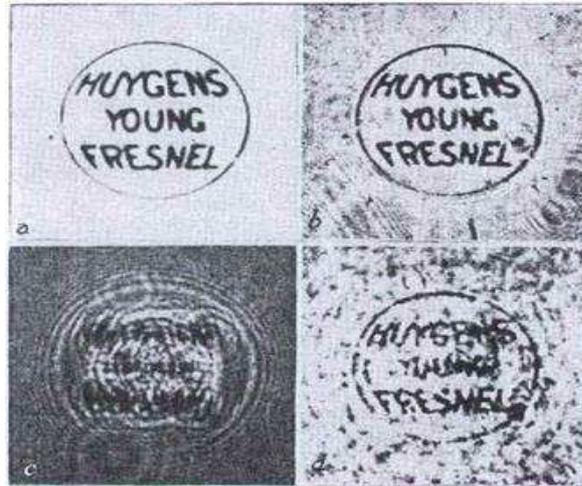
A descoberta fantástica de Gabor foi a de que a iluminação posterior deste filme por um feixe dotado de características semelhantes ao feixe de referência, desde que feita com um ângulo correto de incidência, é capaz de reproduzir todas as características (inclusive a intensidade e a fase) do feixe objeto original, formando uma imagem virtual capaz de reconstruir com absoluta perfeição o objeto holografado.(J.J. LUNAZZI, 1985, p.39).

Através da técnica desenvolvida por Gabor, foi possível produzir imagens (embora de má qualidade na época), que preservava a característica de relevo e profundidade do objeto, o que nos causa a sensação visual de tridimensionalidade. O primeiro holograma (nome criado pelo próprio Gabor) foi produzido a partir de uma cena plana com os nomes de Young, Huygens e Fresnel, os maiores expoentes da teoria ondulatória da luz.

Os primeiros hologramas produzidos por Dennis Gabor não possuíam uma boa qualidade em virtude da ausência de uma fonte de luz adequada para o processo sendo necessária uma fonte coerente o que ainda não existia na época, e por causa disto não era possível fazer um holograma de um objeto tridimensional. "Foi devido a esse motivo que seus hologramas apresentavam muito pouca nitidez,

e não conseguiam fazer o registro adequado de informações suficientes para reconstruir uma imagem tridimensional” (ABREU; P.T, 2009, p.6).

Figura 17 - Holograma de Gabor.



Fonte: A New Microscopic Principle, 1948.

De acordo com J.J. Lunazzi (1985) É devido à necessidade de fontes luminosas coerentes que até hoje esta técnica não é aplicada na microscopia eletrônica, pois a baixa coerência das fontes de elétrons não permite a formação de uma radiação que possua as características essenciais da interferência entre os dois feixes.

No seu artigo intitulado “Image Formation By Reconstructed Wavefront”, Dennis Gabor desenvolveu as bases de sua teoria holográfica, na qual iria dar origem a holografia atual. No entanto, a comunidade científica da época não deu muito crédito ao trabalho de Gabor, pois apesar de sua teoria estar correta, era muito difícil aplicar essas ideias na prática, devido o problema da coerência das fontes luminosas. Seu trabalho só veio a ser reconhecido no ano de 1971, o que lhe rendeu o prêmio Nobel da Física.

A holografia só veio apresentar maiores utilizações a partir dos anos 60 com a criação dos lasers, primeira fonte de luz monocromática e coerente. O primeiro laser a funcionar foi criado pelo cientista Norte-Americano Theodore Maiman, o qual desenvolveu um laser de rubi, que era um laser pulsado capaz de liberar pulsos de altas energias em intervalos de tempo extremamente pequenos. A partir daí, a holografia ganha a última ferramenta que lhe faltava, sendo possível, agora, produzir hologramas de objetos tridimensionais.

Os primeiros hologramas produzidos por lasers, e desta vez com alta perfeição, foram produzidos no ano de 1962 pelos físicos Emmett Leith e Juris Upatnieks da Universidade de Michigan. Conhecendo as ideias desenvolvidas no trabalho de Dennis Gabor conseguiram produzir excelentes hologramas com grande profundidade e relevo que podia ser visualizado apenas com luz laser, por este motivo esses tipos de hologramas ficaram conhecidos como hologramas de transmissão. A partir de suas técnicas, eles puderam reconhecer que a holografia pode ser utilizada como um meio de visualização em 3D.

Os hologramas desenvolvidos por Emmett Leith e Juris Upatnieks só podiam ser visualizados através da utilização de um laser, não sendo possível ser visualizados com luz branca comum. Porém essa limitação foi vencida ainda no mesmo ano (1962), por um cientista russo de nome Yuri Denisyuk. Desconhecendo o trabalho de Gabor, Denisyuk reinventa a holografia combinando a técnica holográfica com o trabalho de Laureat Lippmann (inventor da primeira fotografia a cores do mundo, apresentada na Feira Mundial de Paris em 1891).

Lippman já usava o princípio da interferência, espelhando a parte de trás de um filme fotográfico comum, de modo que, ao fazer a foto, a luz se refletia no fundo do filme e interferia com a que estava chegando logo depois, criando uma grade de sulcos microscópicos ao longo da espessura da emulsão fotográfica. Depois de revelado, o filme apresentava à primeira vista uma foto convencional, mas a reflexão luminosa era marcada pelo sincronismo da estrutura de sulcos gravada no filme, fazendo com que só aparecesse de volta a luz cujo comprimento de onda (e, portanto, cuja cor) correspondesse ou, pelo menos, guardasse uma relação com o do raio original. (J.J. LUMAZZI, 1985, p. 41).

Na sua técnica, faz-se incidir os dois feixes do laser no filme de registro através de lados opostos, colocando o filme entre o objeto e a fonte de luz. Desta forma, parte do feixe de referencia que não foi absorvido pelo filme é refletido pelo objeto dando origem a um feixe objeto.

A técnica desenvolvida por Yuri Denisyuk permitiu a produção de hologramas que posteriormente permitia ser visualizado sem a necessidade de um laser do mesmo tipo que foi utilizado na produção, mas sim com a presença de uma luz branca de uma lâmpada comum, por esse motivo, estes tipos de hologramas recebeu o nome de hologramas de reflexão.

No ano de 1968, o cientista Stephen A. Benton conseguiu produzir hologramas de transmissão de luz branca. A respeito desta técnica, Lumazzi (1985,

p. 41) afirma que “[...] um primeiro holograma é projetado através de uma fenda num outro holograma, que ganha a propriedade de dispersar verticalmente a luz branca, gerando uma imagem monocromática às custas da perda de perspectiva no sentido vertical”.

Esta sua técnica foi muito importante para se produzir hologramas com reprodução em massa, pois, além de possibilitar sua visualização com lâmpadas comuns, oferece a oportunidade de gravar e imprimir estampagem dos hologramas em películas de plásticos, reduzindo assim, o custo de produção. Este holograma de transmissão com luz branca também ficou conhecido como holograma "espectral", pois a imagem formada adquire as cores do espectro luminoso conforme o observador modifica sua posição, e por ser reconstituído com luz branca, passaram a ser chamados de hologramas arco-íris.

A partir da técnica desenvolvida por Stephen A. Benton, que permitia a formação de imagens com auto brilho e profundidade, no ano de 1972 o americano Lloyd Cross conseguiu associar a técnica de Stephen A. Benton com a arte da cinematografia, produzindo os primeiros hologramas em movimento a partir de uma sequência de imagens de objetos bidimensionais.

Figura 18 - Holograma de Lloyd Cross



Fonte: [http://holocenter.org/wp-content/uploads/cross-brazier\\_the-kiss-ii\\_1976.jpg](http://holocenter.org/wp-content/uploads/cross-brazier_the-kiss-ii_1976.jpg)

Em 1991, várias empresas e universidades americanas, lideradas pela JBM e pela Universidade de Stanford, desenvolveram um sistema de armazenamento holográfico de dados com alta capacidade, onde foi possível demonstrar que a utilização da holografia para armazenamento era capaz de suportar quantidades de

dados muito maiores que os outros sistemas de armazenamento de memória da época.

Desde então, a holografia tornou-se tão popular que nas últimas décadas já foram desenvolvidas inúmeras técnicas para produção de hologramas. A sua produção foi aperfeiçoada e atualmente se desenvolveu em diversos campos, sendo empregados em selos de livros pedagógicos, cartões de créditos como dispositivos de segurança, display em 3D e em muitas outras novas áreas de desenvolvimento artístico, científico e comercial.

## 4.2 COMPONENTES ÓPTICOS

Além de um ambiente bastante escuro, o filme holográfico (geralmente composto de uma placa de vidro revestida por uma emulsão fotossensível), e é claro, o objeto que se pretende holografar, a produção de um holograma exige uma série de equipamentos que são necessários para o seu registro e posterior visualização. Existem diversos tipos e métodos para o registro de um holograma, na maioria de suas configurações são utilizados os seguintes equipamentos:

- ✓ **Espelhos** – Diferentemente dos espelhos comuns, que são espelhados na parte de trás, os espelhos utilizados na produção de um holograma devem possuir reflexão na primeira face.

Figura 19 - Espelhos



Fonte: <http://www.if.ufrj.br/~coelho/DI/mat.html>

- ✓ **Beamsplitters** – São os famosos divisores de feixe. Consiste de uma placa semi-espelhada, onde o feixe de laser ao passar por ele é dividido em dois outros feixes, sendo um deles direcionado ao objeto e o outro deve atingir o filme fotossensível diretamente.

Figura 20 – Divisor de feixe



Fonte: <http://www.prof2000.pt/users/holografia/teoria.htm>

- ✓ **Disparadores** – Este dispositivo mecânico tem função apenas para expor o filme com a emulsão fotossensível ao feixe de laser. Nos hologramas mais profissionais são utilizados disparadores eletromecânicos que controlam automaticamente o tempo de exposição do filme, mas na maioria dos hologramas menos complexos pode ser utilizado um pedaço de papel preto controlado manualmente para interromper o feixe do laser.

Figura 21 - Disparador



Fonte: <http://www.if.ufrj.br/~coelho/DI/mat.html>

- ✓ **Laser** - O laser é o equipamento essencial na produção de um holograma e também o coração para a sua existência, pois é considerada atualmente como a fonte de luz mais coerente conhecida. E a holografia só é possível com a existência de ondas bastante coerentes para que desta forma possam gravar um padrão de interferência com uma relação constante de fase. O laser ideal para produção do holograma deve conter uma potência de 5 mW.

Figura 22 - Laser



Fonte: <http://www.prof2000.pt/users/holografia/teoria.htm>

Todos os equipamentos listados anteriormente devem ser devidamente fixados na mesa com isolamento pneumático com o auxílio de suportes. Outros equipamentos como lentes expansivas e filtros espaciais também podem ser utilizados no processo de registro.

- ✓ **Mesas com isolamento pneumático** – Estas mesas devem ser bastante rígidas a fim de eliminar o máximo de vibrações externas, o que torna o holograma melhor. Desse modo:

Em geral, estas mesas são fabricadas a base de aço inoxidável, no entanto, na ausência de uma mesa de uso profissional como estas, podem ser utilizadas outras superfícies, desde que apresentem um peso significativo ou mesmo amortecedores que sejam capazes de aliviar os fatores que interferem na boa qualidade do holograma.

### 4.3 PROCESSO HOLOGRÁFICO

O processo de produção de um holograma consiste basicamente na utilização do fenômeno de interferência para guardar informações de amplitude e fase referentes ao objeto que se pretende holografar. De fato, diferentemente de uma fotografia convencional, o processo holográfico é mais complexo e trabalhoso, sendo necessária a utilização de feixes de raios laser para criar uma matriz com as informações do objeto, em geral esta matriz fica registrada numa película a base de haleto de prata, gelatina bicromatada ou fotopolímeros, entre outros materiais sensíveis à luz.

Um holograma trata-se de uma figura em três dimensões obtida por registro a partir dos efeitos da sobreposição de duas ondas provenientes de uma mesma fonte luminosa (onda objeto e onda de referência). Para registrar um holograma, é necessário iluminar o objeto com uma fonte de luz coerente. A luz utilizada para iluminar o objeto, ao ser refletida deve interferir com outro feixe de luz que incide diretamente no filme, formando, portanto uma figura de interferência.

No momento em que outro feixe, desta vez chamado feixe de reconstrução, com as mesmas características que o feixe de referência é incidido sobre o filme, ocorre a reconstrução das frentes de ondas baseada no processo de difração e as imagens guardadas no padrão de interferência “saltam” para o espaço, ou seja, forma-se uma imagem virtual que reconstitui o objeto em uma visão tridimensional.

#### 4.3.1 O REGISTRO HOLOGRÁFICO

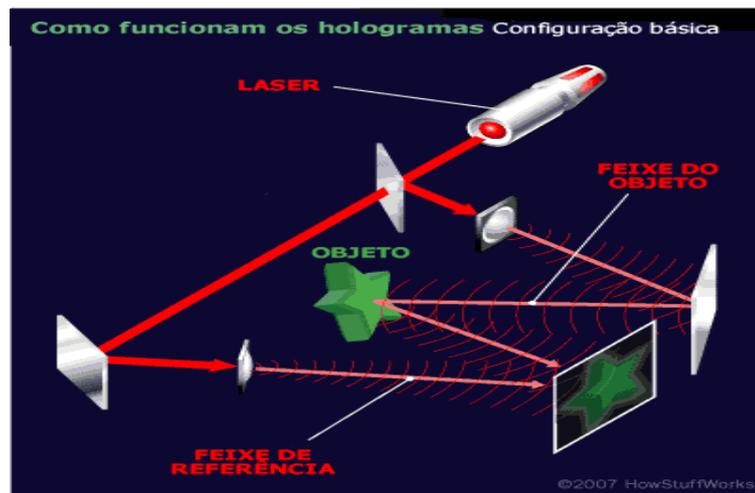
A montagem do equipamento varia conforme a técnica que se deseja utilizar. Técnicas holográficas diferentes produzem hologramas também diferentes, há inúmeras configurações para se produzir um holograma, sendo assim, existem hologramas dos mais diversos tipos: hologramas de transmissão, hologramas de reflexão, arco-íris, entre outros.

No processo de registro de um holograma clássico é costume utilizar uma configuração básica como a mostrada na figura 23 adiante.

Para produzir um holograma em três dimensões é necessário que o filme registre não só a intensidade da luz refletida pelo objeto, mas também a sua fase (que contém as informações de relevo e profundidade). Para Oliveira (2015, p.28),

as ondas que são refletidas pelo objeto partem de pontos diferentes, sendo assim, possuem fases diferentes, portanto é necessário transformar essas variações de fases em variações de amplitudes através da interferência de duas ondas oriundas da mesma fonte de luz.

Figura 23 - Configuração básica de um holograma



Fonte: <http://musica.culturamix.com/acessorios/shows-com-holograma-como-funciona-e-o-futuro>

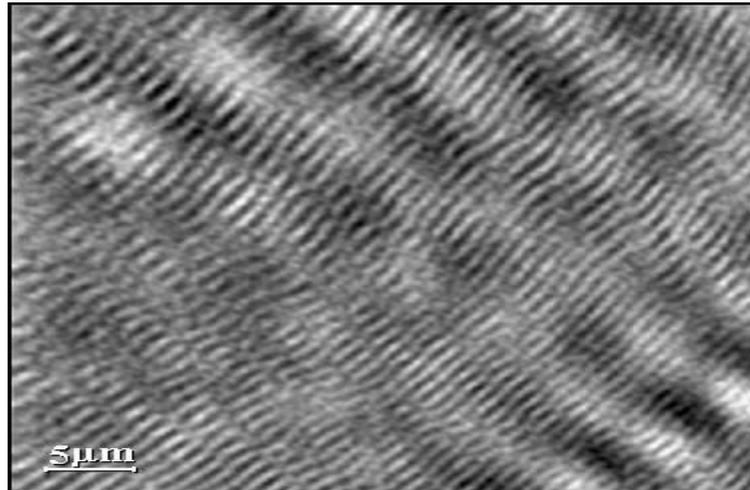
Com todos os equipamentos devidamente colocados em suas posições, o processo se inicia quando o laser, em geral de HeNe, é ligado. A partir de então, o feixe laser deve ser direcionado até o divisor de feixe, onde a luz é dividida em duas partes ainda coerente. Após a divisão, um desses feixes deve ser guiado com o auxílio de espelhos refletoras até o filme holográfico, em geral é utilizada uma lente expansiva para alargar o feixe e iluminar a maior parte da emulsão. Este feixe de incidência direta recebe o nome de feixe de referência ( $V_R$ ), pois ele servirá de referência para a fase a ser registrada.

O outro feixe de luz laser, conhecido agora por feixe objeto ( $V_O$ ), também deverá ser guiado com o auxílio de espelhos de modo que se consiga atingir o objeto a ser holografado. Em geral quando o objeto apresenta uma dimensão um pouco grande em comparação com a área de cobertura do laser, é utilizada uma lente expansiva com o intuito de iluminar todo o corpo deste objeto. No momento que o feixe atinge o objeto, este reflete parte da luz recebida, de modo que essas ondas refletidas também incidam no filme com emulsão fotossensível.

Uma vez que o feixe de referência e o feixe objeto são incididos sobre o filme com a emulsão fotossensível, ocorre neste momento o fenômeno da interferência

entre estas ondas, pois os dois feixes, por serem oriundos do mesmo laser, possuem portando uma relação de fase bem definida. Desse modo, Abreu (2009, p.21) ressalta que “O resultado final das etapas anteriores é uma película com as microscópicas figuras de interferência nela registadas sob a forma de linhas de claro e escuro. O aspecto geral é de um tom acinzentado, sem muito interesse”.

Figura 24 - Sistema de franjas em placa holográfica



Fonte: <http://www.cienciaviva.pt/projectos/pulsar/hologramas.asp>

Uma vez conhecidas as amplitudes e as direções de propagação do feixe de referencia ( $V_R$ ) e do feixe de onda objeto ( $V_O$ ), é possível encontrarmos a intensidade resultante que é registrada na chapa holográfica. Considere que durante o registro holográfico a onda objeto seja dada por:

$$V_O(x) = Ae^{ik\hat{u}_0 \cdot x} \quad (4.1)$$

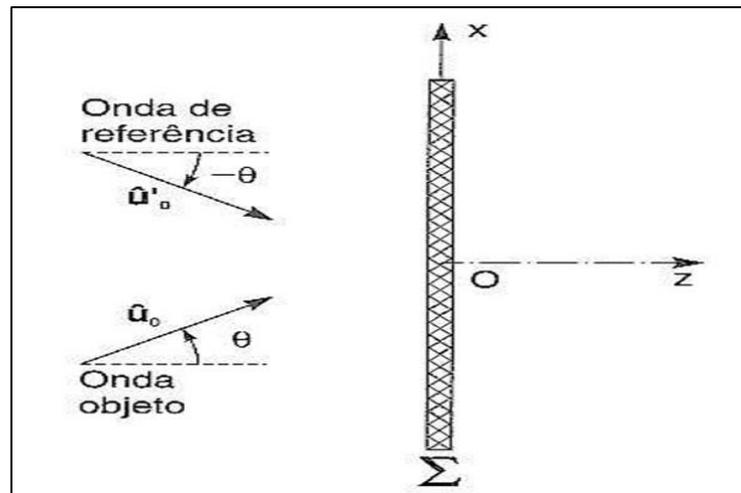
Onde  $\hat{u}_0$  representa a direção que a onda objeto incide, sob certo ângulo  $\theta$ , em relação a normal da superfície da chapa.

De maneira análoga, a onda de referência é dada de acordo com a seguinte equação:

$$V_R(x) = Ae^{ik\hat{u}'_0 \cdot x} \quad (4.2)$$

Onde  $\hat{u}'_0$  representa a direção que o feixe de referência incide, sob certo ângulo  $\theta$ , em relação a normal da superfície da chapa.

Figura 25: Representação da onda objeto e de referência



Fonte: Nussengveig, H. Moysés (1985, p.129)

Fazendo interferir as duas ondas na superfície da chapa, teremos o seguinte resultante:

$$V_R(x) + V_O(x) = (Ae^{ik\hat{u}'_o \cdot x} + Ae^{ik\hat{u}_o \cdot x})$$

$$V_R(x) + V_O(x) = A \cdot (e^{ik\hat{u}'_o \cdot x} + e^{ik\hat{u}_o \cdot x})$$

Uma vez que as direções  $\hat{u}_o$  e  $\hat{u}'_o$  correspondem respectivamente a:

$$\hat{u}_o = (\sin \theta, 0, \cos \theta) \text{ — Direção da onda objeto}$$

$$\hat{u}'_o = (-\sin \theta, 0, \cos \theta) \text{ — Direção da onda de referência}$$

Fazendo a substituição na equação de interferência acima, chegaremos nos seguintes resultados:

$$V_R(x) + V_O(x) = A \cdot (e^{ikx \sin \theta} + e^{-ikx \sin \theta})$$

$$V_R(x) + V_O(x) = 2A \cos(k \sin \theta x)$$

Sabendo que a intensidade  $I(x)$  é proporcional à  $|V_R(x) + V_O(x)|^2$ , então:

$$I(x) = |2A \cos(k \sin \theta x)|^2 \quad (4.3)$$

Desse modo a chapa holográfica registra a intensidade resultante dada por:

$$I(x) = 4A^2 \cos^2(k \sin \theta x) \quad (4.4)$$

De acordo com Nussenzveig (1998), devido o processo de interferência entre a onda objeto e a onda de referência, a fase da onda incidente oriunda do objeto fica registrada em uma distribuição de intensidade que varia entre 0 e  $4A^2$ . Isso nos revela que os picos de intensidades correspondem aos locais opacos e os arredores dos zeros correspondem às ranhuras (fendas). Desse modo, percebe-se que este processo funciona de maneira similar a uma rede de “difração holográfica”.

#### 4.3.2 A RECONSTRUÇÃO DAS FRENTES DE ONDAS

Executada a fase de registro, o próximo passo consiste na fase de revelação, fixação e secagem da placa holográfica, que devem ser executados em um ambiente ainda escuro. De acordo com Galli (2004) após esse processo, a placa se apresenta em um tom acinzentado quando observado com luz branca normal, sem presença de nenhuma imagem.

Após o processo de revelação do filme holográfico, a próxima etapa é a sua reconstrução e eventual visualização. Para que seja possível a reconstrução da imagem virtual do objeto em três dimensões, é necessário que a chapa holográfica seja posicionada na mesa com amortecimento pneumático e iluminada com o feixe de luz laser idêntico ao utilizado como feixe de referência no seu processo registro. O feixe de luz laser utilizado nesse momento recebe o nome de feixe de reconstrução, e deve ser posicionado de tal maneira que forme um ângulo semelhante ao de incidência do antigo feixe de referência.

Ao mesmo tempo em que o feixe de reconstrução atravessa a placa holográfica, este feixe difrata a luz na direção do feixe objeto original, desse modo a luz vai sendo modificado de acordo com a amplitude e a fase da onda, equiparando-se ao feixe objeto.

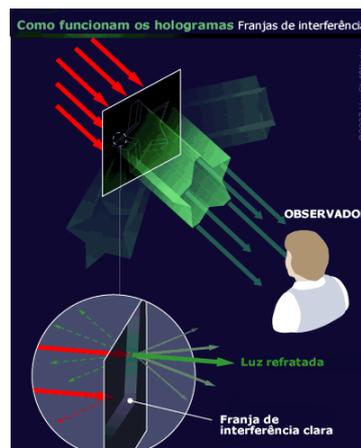
[...] o resultado desta transformação é a onda originalmente difractada pelo objecto e que serviu para a construção do holograma. O holograma comporta-se assim como uma rede de difracção, cuja estrutura permite

reproduzir *integralmente* a onda difractada pelo objecto original. (REBORDÃO).

Deste modo, as frentes de ondas difundidas pelo objeto e que estão codificadas na placa vão sendo reconstruídas e assim cria-se uma imagem virtual do objeto, que na perspectiva do observador, está situada bem atrás da placa holográfica e que por sua vez, “pula” para o espaço. Temos então o nosso holograma. Ainda segundo Rebordão, isto ocorre, pois

A frente de onda difractada tem toda a informação necessária para recriar uma imagem completa do objecto original e que se traduz por uma forma (através da configuração das superfícies de igual fase), e por contrastes locais (que determinam a distribuição de amplitudes sobre cada superfície de onda). (REBORDÃO).

Figura 26 - Reprodução das frentes de ondas



Fonte: [http://roggycarvalho.blogspot.com/2010/10/luz\\_22.html](http://roggycarvalho.blogspot.com/2010/10/luz_22.html)

É assim que funciona a prática da holografia. Um holograma pode ser criado fazendo interferir as frentes de onda que se quer reproduzir (guardar) com uma onda de referência. A partir daí as informações são recuperadas através da difração das ondas de referências pela rede de difração existente dentro da emulsão.

A experiência mostra que ao revelarmos a chapa holográfica, a porcentagem da transmissão da amplitude  $A(x')$  em cada ponto da chapa é função da intensidade  $I(x')$ . De acordo com Nussenzveig (1998) Uma vez que, devido ao enegrecimento que reduz a amplitude ao passo que a intensidade aumenta, temos então que a amplitude de transmissão  $A(x')$  é dado da seguinte forma:

$$A(x') = A_m + K.I(x') \quad (4.5)$$

Onde  $A_m$  corresponde a amplitude de transmissão média do holograma e  $K < 0$  é uma constante.

Após o registro e o processo de revelação, se iluminarmos a placa holográfica com um feixe de reconstrução com as mesmas características do feixe de referência utilizado durante o registro tem então a amplitude complexa, desta vez dada por  $V(x')$ , é obtida a partir de:

$$V(x') = K.V_R(x').I(x') \quad (4.6)$$

Antes de efetuarmos os cálculos da amplitude complexa, é necessário encontrarmos a intensidade resultante registrada pela chapa holográfica. Desse modo tomemos  $V_O(x')$  a onda objeto em um ponto  $(x')$  da chapa, dada por:

$$V_O(x') = |V_O(x')|e^{i\varphi_O(x')} \quad (4.7)$$

Onde  $\varphi_O$  representa a fase da onda.

Considere também que a onda de referência  $V_R(x')$ , seja dada por:

$$V_R(x') = |V_R(x')|e^{i\varphi_R(x')} \quad (4.8)$$

A intensidade resultante no ponto  $(x')$  é da forma:

$$I(x') = |V_O(x') + V_R(x')|^2 \quad (4.9)$$

$$I(x') = (|V_O(x')|e^{i\varphi_O(x')} + |V_R(x')|e^{i\varphi_R(x')}) \cdot (|V_O(x')|e^{-i\varphi_O(x')} + |V_R(x')|e^{-i\varphi_R(x')})$$

$$\begin{aligned} I(x') &= |V_O(x')|^2 + |V_R(x')||V_O(x')|e^{i[\varphi_O(x')-\varphi_R(x')]} \\ &+ \\ &|V_O(x')||V_R(x')|e^{-i[\varphi_O(x')-\varphi_R(x')]} \\ &+ \\ &|V_R(x')|^2 \end{aligned}$$

Separando o módulo do argumento nos termos acima, encontramos a equação geral da intensidade respondida pela chapa:

$$\begin{aligned}
 I(x') &= |V_O(x')|^2 + |V_R(x')|^2 \\
 &+ \\
 &|V_O(x')||V_R(x')|[e^{i[\varphi_O(x')-\varphi_R(x')]} + e^{-i[\varphi_O(x')-\varphi_R(x')]}]
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

Observe que as informações referentes à fase da onda de referência e da onda objeto estão contidas nos termos de interferência. Agora é possível encontrarmos a expressão que representa a amplitude complexa transmitida pela chapa.

$$V(x') = K \cdot V_R(x') \cdot I(x') \tag{4.11}$$

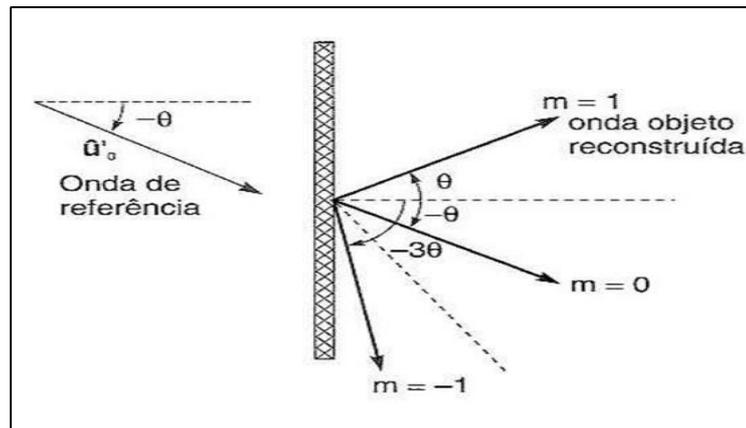
$$V(x') = K \cdot |V_R(x')| e^{i\varphi_R(x')} \cdot [|V_O|^2 + |V_R|^2 + |V_R||V_O|(e^{i[\varphi_O(x')-\varphi_R(x')]} + e^{-i[\varphi_O(x')-\varphi_R(x')]})]$$

Dessa maneira,

$$\begin{aligned}
 V(x') &= K \cdot |V_R| (|V_O|^2 + |V_R|^2) e^{i\varphi_R(x')} \\
 &+ \\
 &K \cdot |V_R|^2 \cdot V_O(x') e^{i\varphi_O(x')} \\
 &+ \\
 &K \cdot |V_R|^2 \cdot V_O(x') e^{-i\varphi_O(x')} \cdot e^{2i\varphi_R(x')}
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

O segundo termo desta equação nos revela que a onda objeto é reconstruída, e por possuir a expressão da fase, todas as informações referentes a cada ponto do objeto e que foi armazenada nos inúmeros pontos ( $x'$ ) da chapa, são por sua vez reconstruídos integralmente em primeira ordem ( $m = 1$ ), dessa forma essa luz que é desviada, ao sofrer difração no padrão de interferência, recupera todas as informações do objeto dando origem a uma imagem virtual. Veja o esquema representado na figura 27.

Figura 27 - Reconstrução das frentes de ondas



Fonte: Nussengveig, H. Moysés (1985, p.131)

Observe que o primeiro termo representa a onda incidente e o mesmo se refere à ordem zero ( $m = 0$ ), ou seja, este feixe não contribui para a formação da imagem. Já o terceiro termo da equação faz referência a ordem ( $m = -1$ ), este feixe ao difratar com o padrão de interferência na chapa, recupera as informações de fase e de amplitude do objeto, servindo portanto para formar uma imagem real do objeto. Só é possível visualizar esta imagem real se iluminarmos o suporte holográfico na posição oposta.

Uma característica peculiar da imagem virtual do holograma é a fácil observação da paralaxe. Nesse sentido, Oliveira (2015, p.31) enfatiza que “Os efeitos de paralaxe são observados facilmente, podendo-se ter diferentes perspectivas da cena movendo-se um pouco a cabeça”. Desse modo, a medida que o observador se move em torno do holograma ele percebe as diferentes posições da imagem em relação ao eixo de rotação. É como se realmente tivesse vendo o próprio objeto.

O efeito tridimensional característico dos hologramas não é o único diferencial em relação a uma fotografia convencional. Se cortarmos uma fotografia em duas ou mais partes, cada parte cortada conterá apenas a cena correspondente àquela região da foto, no entanto os hologramas possuem uma característica conhecida como o “todo nas partes”, isto significa que cada parte de um holograma é capaz de conter as informações completas do objeto.

A esse respeito, Talbot (1991, p.12) afirma que, “A tridimensionalidade não é o único aspecto notável dos hologramas. Se um pedaço de filme holográfico

contendo a imagem de uma maçã é cortada ao meio e então iluminado por laser, cada metade ainda conterá a imagem inteira da maçã!”.

Esta propriedade só é possível porque cada parte do holograma recebe e registra a luz proveniente de todo o objeto. Desta forma, cada parte do holograma, por pequena que seja, é capaz de reproduzir as informações integrais do objeto.

Todo e qualquer holograma produzido por um único laser, deverá reproduzir imagens correspondentes da mesma cor da luz que o deram origem, no entanto, em hologramas mais sofisticados, é costume utilizar-se da reprodução de cores por tricromia na qual são utilizados três raios laser cujas frequências correspondem as cores primárias. Sendo assim, são usados um laser de hélio-neônio (radiação vermelha) e um laser de argônio (que emite verde e azul), deste modo é possível produzir hologramas que conservem todas as cores da cena original, o que o tornam possível a visualização com a luz branca.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conclui-se que a holografia não pode ser confundida apenas como uma forma de visualizar imagens em 3 dimensões, mas sim como uma técnica que permite codificar uma informação visual e posteriormente descodificá-la recriando "integralmente" esta mesma informação.

Um holograma, quando bem feito, é capaz de oferece grandes vantagens aos indivíduos que desfrutam deles para seus fins. Neste trabalho foram apresentados os princípios ondulatórios que possibilitam a produção dos hologramas bem como uma análise geral a cerca do processo holográfico. Foi percebido também que apesar de existir teorias complexas que envolvem fenômenos de interferência e difração da luz, a sua criação pode ser muito mais simplificada quando sabemos manusear os equipamentos.

Apesar de sua teoria ter sido desenvolvida no final dos anos 40, a primeira realização de um holograma só aconteceu no início dos anos 60 graças ao surgimento do laser que garantiu a formação de excelentes hologramas, ocasionando um aumento considerável em sua produção.

Com o domínio das técnicas holográficas tornou-se possível a utilização em diversas áreas, como:

- Na comunicação, hologramas são utilizados como um “display” que geram imagens em uma tela transparente. No serviço militar de aviação, por exemplo, o display holográfico é essencial para que o piloto possa ter todas as informações necessárias dentro do seu campo visual, sem, no entanto, sentir necessidade de desviar a atenção para o que ocorre fora da aeronave. A mesma tecnologia também passou a ser utilizada no setor automobilístico no final da década de 80.
- Na segurança são utilizados hologramas em forma de etiqueta que devido ao seu baixo custo de produção podem ser utilizados como um aliado contra a falsificação. Por este motivo podemos encontrar facilmente a presença de hologramas em cartões de créditos e também na maioria das cédulas monetárias. Também é comum, hoje em dia, utilizar selos holográficos em capas de livros como efeito visual.

- No armazenamento de dados os hologramas mostram-se uma ótima ferramenta uma vez que é possível reter grandes quantidades de informações já que os discos HVD, diferentemente dos convencionais DVD, conseguem usar todo o volume disponível do disco, ocasionando um aumento vertiginoso de seu armazenamento.
- Já nas artes visuais vários artistas a usam como uma forma de expressão já que com esta técnica é possível ter acesso a mais uma dimensão física na representação de imagens. Muitos museus já usam hologramas como forma de expressão para representações realistas de imagens, objetos descritos em textos e até mesmo equações.

Outra área que a holografia pode desempenhar um importante papel é no Ensino de Física, pois devido suas características visuais seria uma ótima alternativa para se trabalhar inúmeras características ondulatórias a respeito da luz.

## REFERÊNCIAS:

- A LUZ, O TEMPO E O MOVIMENTO. Disponível em:<  
[https://issuu.com/editoraconcreta/docs/a\\_luz\\_o\\_tempo\\_e\\_o\\_movimento\\_-\\_gros](https://issuu.com/editoraconcreta/docs/a_luz_o_tempo_e_o_movimento_-_gros)>.  
Acesso em 31 de Maio de 2018.
- ABREU, Paulo,T. **Introdução à Holografia**.Disponível em:  
<<http://docplayer.com.br/31520689-Introducao-a-holografia-paulo-tribolet-de-abreu.html>>, Acesso em: 15 de junho de 2017.
- Acoustic holography for axisymmetric geometries, *JASA* 88(1), 1990, pp 199-209.
- Barbosa, W. A., Holografia Acústica utilizando modelos de fontes elementares, Tese Doutorado em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, 2001.
- Bobrovnikskii, Y. I., e Tomilina, T. M., Calculation of radiation from finite elastic bodies by the method of auxiliary sources”, *Sov. Phys. Acoustic* 36(4), 1980, 334-338.
- Borgiotti, G.V., Sarkissian, A., Williams, E. G., Schuetz, L., Conformal generalized bear-field.
- CABRAL, Fernando; LAGO, Alexandre. **Física 2**. 2004 ed. São Paulo: Harbra, 2004,2.v.
- COLLIER, BURCKHARDT, LIN . **Optical Holography**, Academic Press, 2ed.
- COMO FUNCIONA A HOLOGRAFIA?. Disponível em:  
<https://mundoestranho.abril.com.br/tecnologia/como-funciona-a-holografia/>. Acesso em 17 de Novembro de 2017.
- COSTA, Ivan. F. **desenvolvimento do processo de confecção de redes de difração holográficas**. 1995. dissertação (mestrado em física) – Unicamp-SP.
- E. Hecht. Óptica (Addison Wesley, Madrid, 1999).
- E. Leith and J. Upatnieks, **Reconstructed wavefronts and communication theory**, *JOSA*, 52, 1123-1128.
- E. N. Leith and J. Upatnieks, **Wavefront Reconstruction with Continuous-Tone Objects**, *JOSA*, 53, 1377.
- FERREIRA, Flávio. P. **Análise de Coerência de Feixes Laser com Óptica ifractiva e Difusão Dinâmica**. 2008. Tese (Doutorado em Ciências)-Universidade do Minho-Portugal.
- G. Nader, L.R. Batista, M. Muramatsu. Holograma: **Princípio e Aplicação**. Disponível em:<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAghqEAC/capitulo-8-holografia>  
Acesso em 26 de setembro de 2017.

G. Saxby, Practical Holography (Institute of Physics Publishing, Bristol, 2004).

GABOR, D. **A new microscopic principle**. Nature. 161: 1948, 777-8.

GALLI, C, **Produção de hologramas com equipamentos de baixo custo**. Cad. Bras. Ens. Fis., v.21, n. especial: p. 315-318. 2004. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/viewFile/10020/14557>. Acesso em: 19 de jun. 2017.

H. MOYSÉS Nussenzveig, **Curso de Física Básica**. 1ª edição, São Paulo, Editora Edgard Blucher, 1999, vol. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**. 8ª edição, Rio de Janeiro: LTC, 2009, vol. 4.

HARIHARAN.P. **Basic of Holography**, Cambridge, 2002. p.161.

Hecht, Eugene Óptica. 2nd Ed. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa, 2002.

HOLOGRAFIA EM REDE DE ESCOLA. Disponível em:< <http://holorede.yolasite.com/técnicas.php>>. Acesso em 16 de Dezembro de 2017.

HOLOGRAFIA, LABORATÓRIO DE ENSINO DE ÓPTICA. Disponível em:< <https://sites.ifi.unicamp.br/laboptica/holografia-2/>>. Acesso em 15 de Novembro de 2017.

HOLOGRAFIA. Disponível em: <<https://www.estudopratico.com.br/holografia/>>. Acesso em 15 de Novembro de 2017.

HOLOGRAFIA. Disponível em: <https://www.infoescola.com/fisica/holografia/>. Acesso em 31 de Maio de 2018.

HOLOGRAFIA. Disponível em:< <http://web.ist.utl.pt/ist169881/CAV/>>. Acesso em 04 de Outubro de 2017.

HOLOGRAFIA. Disponível em:< <https://sophiaofnature.wordpress.com/2011/05/16/holografia/>>. Acesso em 27 de Dezembro de 2017.

HOLOGRAFIA. Disponível em:< <https://www.portalsaofrancisco.com.br/fisica/holografia>>. Acesso em 31 de Maio de 2018.

HOLOGRAMAS. Disponível em:< <http://www.cienciaviva.pt/projectos/pulsar/hologramas.asp>>. Acesso em 22 de Outubro de 2017.

Holography Handbook ;F.Unterseher,J.Hansen,B.Schlesinger ;Ed. Ross Books. Disponível

em:<[http://www.img.lx.it.pt/~fp/cav/ano2007\\_2008/MEEC/Trabalho\\_6/Hologramas/Hologramas/Reflexao.html](http://www.img.lx.it.pt/~fp/cav/ano2007_2008/MEEC/Trabalho_6/Hologramas/Hologramas/Reflexao.html)>. Acesso em 21 de Agosto de 2017.

J.J. LUNAZZI. **A Luz Congelada**, Revista Ciência Hoje, janeiro-fevereiro de 1985. V3 N16 p.36-46. Disponível em:<[http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/prof\\_lunazzi/ensino\\_de\\_holografia/Ciencia\\_Hoje/Ciencia\\_Hoje.htm](http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/prof_lunazzi/ensino_de_holografia/Ciencia_Hoje/Ciencia_Hoje.htm)>. Acesso em: 15 de junho de 2017.

LABORATÓRIO HOLOGRÁFICO. Disponível em:<[https://www.eba.ufmg.br/hololab/tecnicas\\_02.html](https://www.eba.ufmg.br/hololab/tecnicas_02.html)>. Acesso em 21 de Agosto de 2017.

Lunazzi, J. J. , Wickert, L. "Um equipamento prático para holografia interferométrica". Anais do V simpósio

M. Rebord, "**HOLOGRAFIA** : A Holografia permite registrar e utilizar as características tridimensionais reais," pp. 18–34, 1983.

M.M.R.R. Costa e M.J.B.M. de Almeida, **Fundamentos de Física**, 2ª edição, Coimbra, Livraria Almedina (2004), p. 356.

Mariano A. Rico, "Holografia". Publicação da Universidade de Alicante 1985.

MELLO, Bernado..A. **Carecterização de redes de difração holográfica**. 1993. Dissertação (mestrado em física) – Unicamp-SP.

OLIVEIRA, Ricardo Sérgio Feitosa de. **HOLOGRAFIA: Conceito e experimentação**. Manaus, 2015.

REBORDÃO, José Manuel. "**Holografia: física e aplicações**". Gulbenkian, Colóquio de Ciências.

ROCHA, José Fernando M. (Org.). **Origens e evolução das idéias da física**. Salvador: Edufba,2002, p.212 - 221.

SIGNIFICADO DE HOLOGRAMA. Disponível em:<<https://www.significados.com.br/holograma/>>. Acesso em 29 de Janeiro de 2018.

T.H., Jeong. Basic Principles and Applicatiosn of Holography. Disponível em:<<http://spie.org/x17229.xml>> Acesso em 20 de novembro de 2017.

TALBOT.M. **O Universo holográfico**, São Paulo, nova cultura LTDA, 1991, 151p.

TIPLER, Paul A.: Física Para Cientistas e Engenheiros – Volume 2: **Eletricidade e Magnetismo e Ótica**. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

TIPOS DE HOLOGRAMAS. Disponível em:<<http://nartural.ua.pt/hologramas/tipos.html>>. Acesso em 14 de Abril de 2018.

Y.N. Denisyuk y V. Gurikov, History and Technology 8, 127 (1992).

Y.N. Denisyuk, Leonardo 25 425 (1992).

YOUNG, Hugh; FREEDMAN, Roger A. Sears e Zemansky: **física IV: ótica e física moderna**. 12<sup>a</sup> Edição, São Paulo, Pearson, 2009, vol. 4.

Young, Matt. **Óptica e Lasers**, ed. Usp, 1998.

ZILIO. S. C. **Óptica Moderna: fundamentos e aplicações**. São Paulo, 2002. 306p.