



**UEPB**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS VII  
CENTRO CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS – CCEA  
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

**ALISSON PATRICK MEDEIROS DE LIMA**

**OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS COM DIFERENTES  
QUANTIDADES DE VIZINHOS PARA CADA PARTÍCULA: UMA NOVA  
PROPOSTA DE TOPOLOGIA**

**PATOS - PB**

**2017**  
**ALISSON PATRICK MEDEIROS DE LIMA**

**OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS COM DIFERENTES  
QUANTIDADES DE VIZINHOS PARA CADA PARTÍCULA: UMA NOVA  
PROPOSTA DE TOPOLOGIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Ciência da Computação da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Bacharelado em Ciência da Computação.

Área de concentração: Algoritmos Evolutivos.

Orientador: Prof. Dr. Wellington Candeia de Araujo.

**PATOS – PB**  
**2017**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

L732o Lima, Alisson Patrick Medeiros de  
Otimização por enxame de partículas com diferentes  
quantidades de vizinhos para cada partícula [manuscrito] : uma  
nova proposta de topologia / Alisson Patrick Medeiros de Lima. -  
2017.  
23 p.  
  
Digitado.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Computação)  
- Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e  
Sociais Aplicadas, 2017.  
"Orientação: Prof. Dr. Wellington Candeia de Araujo,  
CCEA".

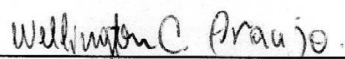
1. PSO. 2. Topologia. 3. Meta-heurística. I. Título.  
21. ed. CDD 005.1

**OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS COM DIFERENTES  
QUANTIDADES DE VIZINHOS PARA CADA PARTÍCULA: UMA NOVA PROPOSTA  
DE TOPOLOGIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Bacharelado em Computação da  
Universidade Estadual da Paraíba, em  
cumprimento à exigência para obtenção do grau  
de Bacharel em Ciência da Computação

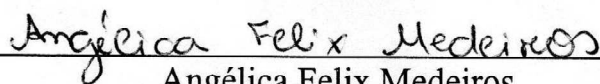
Aprovado em 01 de fevereiro de 2017

**BANCA EXAMINADORA**



---

Wellington Candeia de Araujo  
(Orientador)



---

Angélica Felix Medeiros  
(Examinadora)



---

Jefferson Felipe Silva de Lima  
(Examinador)

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, dedico o meu agradecimento maior, porque têm sido tudo em minha vida.

Esta etapa da minha vida não poderia ter sido concretizada sem a ajuda das minhas adoráveis mães Poliana, Marlene e Jacy, que no decorrer da minha vida, proporcionaram-me, além de extenso carinho e amor, os conhecimentos da integridade, perseverança, honestidade e caráter.

Ao meu orientador e amigo Dr. Wellington Candeia de Araujo por todas as oportunidades, pela orientação, confiança e companheirismo, além do empenho à elaboração deste trabalho.

À Universidade Estadual da Paraíba pelo ambiente criativo e amigável que proporciona.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

# OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS COM DIFERENTES QUANTIDADES DE VIZINHOS PARA CADA PARTÍCULA: UMA NOVA PROPOSTA DE TOPOLOGIA

Alisson Patrick Medeiros de Lima\*

## RESUMO

Com o avanço tecnológico surgiram diversos problemas de otimização para os quais o tempo e o custo de processamento são extremamente importantes. Diante disso, a otimização por enxame de partículas (PSO, do inglês, Particle Swarm Optimization) surge como uma das meta-heurísticas com maior potencial na deliberação de tais problemas. Com a demanda por soluções cada vez mais próximas da solução ótima, este trabalho tem como objetivo aprimorar a eficácia na exploração do método de busca do PSO. Para isso foi feita uma alteração no processo de comunicabilidade entre as partículas do enxame ao qual é baseado o PSO. Essa alteração influencia diretamente no resultado do algoritmo PSO, proporcionando assim melhor aptidão no resultado final, afetando diretamente no tempo e no custo de processamento do PSO.

**Palavras-Chave:** PSO. Topologia. Meta-heurística.

## 1 INTRODUÇÃO

A computação natural é uma área da computação à qual a natureza é utilizada como fonte de inspiração para o desenvolvimento de novas técnicas computacionais utilizadas para resolver problemas complexos. Esta inspiração não necessariamente inclui todos os detalhes de um sistema natural. Com isso se tem a simplificação desses sistemas naturais para que se possa simular tais sistemas (ROSENBERG, BCK e KOK, 2011).

Neste sentido, a computação natural abrange diretamente três classes de problemas, que são: computação inspirada na natureza, simulação e emulação de fenômenos naturais e computação utilizando meios (materiais) naturais (KOK, 2005).

Na ciência da computação, o PSO é um método computacional de pesquisa e otimização biologicamente inspirado nos comportamentos sociais dos pássaros, cardumes de peixes ou enxames de insetos.

Aplicações reais que usam técnicas de otimização requerem um resultado ótimo ou ao menos próximo disso. O PSO é uma proposta recente de meta-heurística para otimização em espaços vetoriais. O PSO funciona com um enxame de agentes simples com baixa capacidade de processamento que coletivamente buscam um determinado objetivo, assim simulando o comportamento de enxames naturais em busca de alimento (LI e GUO, 2014).

---

\* Aluno de Graduação em Ciência da Computação na Universidade Estadual da Paraíba – Campus VII.  
Email: alissonp.medeiros@gmail.com

Métodos clássicos de otimização de sistemas tendem a aumentar sua complexidade na proporção em que a complexidade do problema aumenta. Neste cenário, o tempo e o custo de processamento desses métodos impossibilitam sua aplicação em muitos problemas práticos. A maioria dos problemas reais não necessitam obrigatoriamente de uma solução ótima, soluções próximas da ótima já são suficientes, desde que dentro de uma margem aceitável de erro, variando conforme o problema que se quer otimizar.

Somando-se a isto, o PSO vem sendo bastante utilizado para resolver uma diversidade de problemas de otimização e busca, geralmente em problemas com alta dificuldade e dimensionalidade. Para contornar a dificuldade de se obter excelentes resultados com o PSO, surgiram diversas alternativas do PSO padrão. Algumas sugestões propuseram alterar a forma de comunicação entre os elementos do enxame. (KENNEDY, 1999) prova que a maneira como o enxame se comunica afeta diretamente no resultado final do PSO.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: A seção II fornece uma visão geral do PSO explicando seus componentes e o seu mecanismo de comunicação. Na seção III são abordadas as diferentes topologias. Na seção IV é abordada a nova proposta de comunicabilidade para o PSO. A seção V apresenta a metodologia utilizada neste trabalho e a seção VI discute os resultados dos experimentos realizados. Finalmente a seção VII apresenta as considerações finais.

## **2 OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS**

O PSO é um algoritmo de inteligência de enxames inspirado na natureza. A inteligência de enxames é uma técnica de resolução de problemas que se baseia em interações de indivíduos simples, com baixa capacidade de processamento, que interagem entre si e com o ambiente em que convivem através de regras simples. Essas populações de indivíduos formam sistemas concentrados e auto organizáveis.

As ideias iniciais de Kennedy e Eberhard foram combinar as capacidades cognitivas de interação social de um enxame. Eles foram inspirados pelo trabalho de Heppner e Grenander (1990) que estudaram o comportamento dos bandos de pássaros, cardumes de peixes e enxames de insetos. Em 1995 essas ideias foram mapeadas para o PSO, surgindo diferentes aplicações e variações do algoritmo proposto (KENNEDY e EBERHARD, 1995).

O PSO é considerado uma técnica de computação evolutiva, pois ele é baseado em mecanismos biológicos, que visam solucionar problemas de otimização combinatória implementadas em um computador. Uma das características que identifica um algoritmo

evolutivo é a existência de uma população de soluções. Nela estará contida a solução resultado para um determinado problema.

## 2.1 Componentes do PSO

As partículas que formam o enxame do PSO movem-se pelo espaço de busca tendendo para uma combinação entre a melhor posição encontrada pela partícula e a melhor posição encontrada pela vizinhança na qual ela está inserida. Esta vizinhança é definida como um conjunto de partículas com as quais uma partícula específica pode se comunicar, podendo este conjunto se estender para todo o enxame ou não.

Na inicialização do algoritmo, as partículas são aleatoriamente distribuídas, ou seja, seus vetores velocidade e posição são definidos no espaço de busca. Cada partícula  $i$  é representada por três vetores (BRATTON e KENNEDY, 2007):

- A sua posição em um espaço de busca D-dimensional:  $\vec{p}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ ;
- A sua melhor posição encontrada até o momento:  $\vec{pb}_i = (pb_{i1}, pb_{i2}, \dots, pb_{iD})$ ;
- A sua velocidade atual:  $\vec{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ ;

Neste sentido as partículas movimentam-se no espaço de busca procurando a melhor solução possível e a cada iteração o algoritmo atualiza as velocidades e posições das partículas usando as seguintes equações:

$$v_{id} = v_{id} + c_1 \epsilon_1 (pb_{id} - p_{id}) + c_2 \epsilon_2 (\vec{bs} - p_{id}) \quad (1)$$

$$p_{id+1} = p_{id} + v_{id} \quad (2)$$

No algoritmo original  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  são números aleatórios independentes gerados a cada iteração para cada partícula e cada dimensão de 1 a D, onde D é a dimensão do problema e o vetor  $\vec{bs}$  representa a melhor posição do enxame.

Os parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  são responsáveis pelo comportamento do enxame. Esses parâmetros geralmente são chamados de coeficientes de aceleração, porque são responsáveis por controlar a magnitude dos ajustes para a melhor partícula do enxame, logo esta partícula representa o melhor resultado do enxame.  $c_1$  controla o aspecto cognitivo no ajuste da melhor partícula do enxame, enquanto  $c_2$  representa o aspecto social do enxame.

O fator de constrição é representado em  $\chi$ , que é um conceito similar ao peso de inércia derivado das constantes existentes na equação de velocidade. O fator de constrição é necessário para manter a velocidade sobre controle, para que ela não aumente rapidamente para um nível inaceitável. Logo  $\chi$  é calculado de acordo com seguinte equação:



$$\chi = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}, \varphi = c_1 + c_2 \quad (3)$$

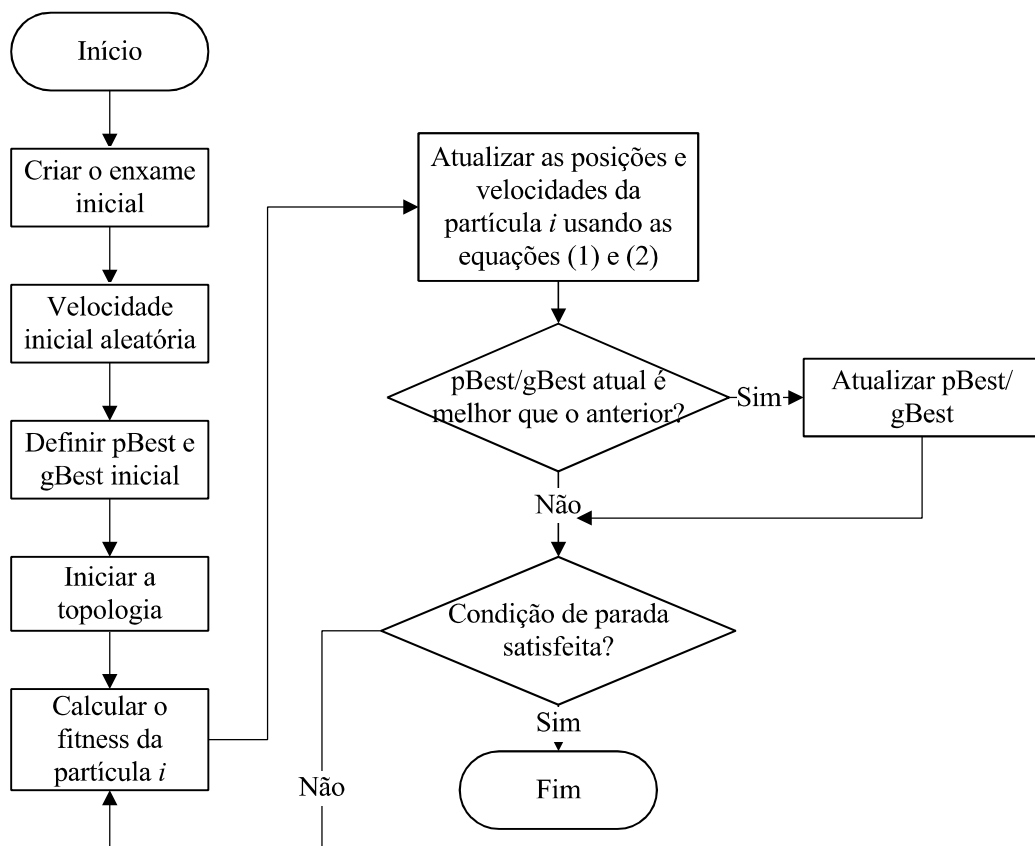
Para os valores de  $c_1$  e  $c_2$  tal que  $\varphi < 4$ , o enxame converge lentamente e em forma de espiral, porém quando  $\varphi > 4$  a convergência rápida é garantida (CLERC e KENNEDY, 2002). Com isso, eles propõem que  $\varphi=4.1$ ,  $c_1$  e  $c_2$  respectivamente são 2.05 e  $\chi = 0.7298$  para assegurar a convergência, proporcionando um resultado mais eficaz do PSO. Aplicando o fator de constrição na equação de velocidade temos a seguinte equação:

$$v_{id} = \chi (v_{id} + c_1 r_1 (p_{bid} - p_{id}) + c_2 r_2 (p_s - p_{id})) \quad (4)$$

O algoritmo PSO clássico define que deve existir um mecanismo de condição de parada, este mecanismo pode ser determinado pelo número de iterações que o algoritmo deve executar ou até que o enxame consiga achar uma solução a qual ele não consiga melhorar diante disto, assim como deve ser definida a quantidade de partículas do enxame (LI e GUO, 2014)..

Para cada intervalo  $t$  e para cada partícula  $i$  do enxame, o algoritmo avalia as equações (1) e (2) e atualiza o vetor posição  $\vec{p}_i$  da partícula  $i$  com os valores encontrados, calcula a *fitness* da partícula  $i$  e atualiza os valores de  $\vec{p}_i$  e  $\vec{v}_i$ . O funcionamento do algoritmo PSO é representado graficamente pela Figura 1.

**Figura 1.** Fluxograma do algoritmo clássico do PSO.



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

### 3 TOPOLOGIAS DE VIZINHANÇA

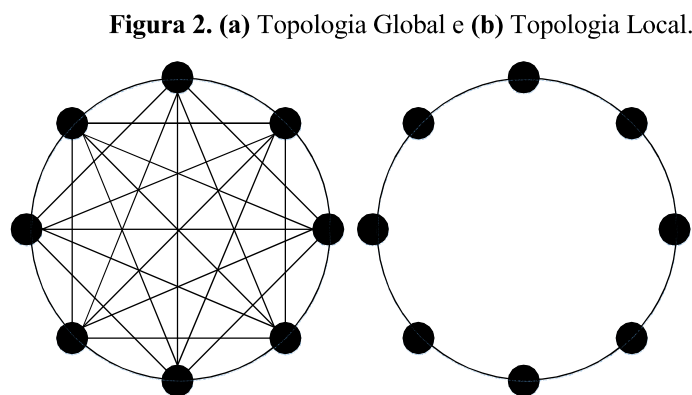
O PSO utiliza uma população de partículas e cada partícula nesta população está interligada a outras partículas. Esta interligação é chamada de topologia de vizinhança. Vizinhança refere-se a um mecanismo de comunicação em vez de vizinhança geográfica. Com esta interligação as partículas são capazes de se comunicar trocando informações, obedecendo assim o conceito de sociedade aplicado ao algoritmo, caso contrário as partículas estariam apenas movendo-se no espaço de busca à procura de soluções sendo influenciadas apenas por sua própria experiência (PEER, VAN DER BERGH e ENGELBRECHT, 2003).

Neste cenário, as topologias são mecanismos de extrema importância que definem como as partículas se comunicam, influenciando diretamente o resultado da execução do algoritmo.

#### 3.1 Topologias Ring (Local) e Global

As topologias local e global são as topologias mais conhecidas e utilizadas. A topologia global foi a primeira a ser proposta. Nesta topologia cada partícula está conectada com todas as outras do enxame, logo uma partícula é influenciada por todo o enxame, pois esta está recebendo informações de todo o enxame. Esta topologia apresenta grandes vantagens quando utilizadas em problemas com funções unimodais, pois as partículas encontram rapidamente uma solução aceitável. (KENNEDY, 2002).

A topologia Ring (ou local) é considerada uma das melhores abordagens com maior importância do algoritmo PSO clássico. Nesta topologia as partículas estão organizadas em forma de anel, assim cada partícula se comunica diretamente com dois vizinhos. Na Figura 2 têm-se as topologias Local e Global.

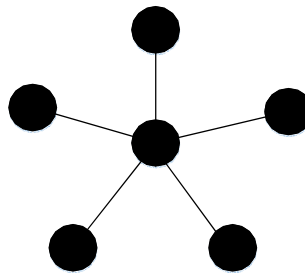


**Fonte:** Elaborado pelo autor.

### 3.2 Topologia Star

Na topologia Star (ENGELBRECHT, 2007), a informação passa apenas por uma partícula central. Nesta partícula é centralizada as informações trocadas em todo o enxame. Com isso, esta partícula central influencia todos os membros do enxame. Diante disso, a topologia Star separa todos os membros do enxame, fazendo com que a comunicação entre eles sempre passe pelo nó central. Para a análise da topologia Star, a partícula central será escolhida aleatoriamente. Na Figura 3 tem-se a representação gráfica da topologia Star.

**Figura 3.** Topologia Star.



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

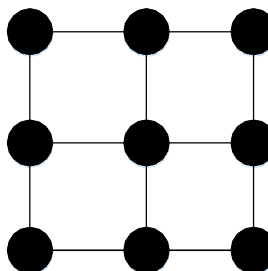
### 3.3 Topologia Mesh

Na topologia Mesh, tem-se a representação do enxame em forma de uma matriz, onde na maioria dos casos uma partícula comunica-se diretamente com 4 (quatro) outras partículas, porém existem algumas exceções para as partículas localizadas nos cantos da matriz ou nos limites da matriz que respectivamente comunicam-se com outras três partículas.

Para as partículas que não estão nos cantos e nem nos limites na matriz, ou seja, estão nas posições centrais da matriz, estas partículas comunicam-se diretamente com as partículas localizadas nas direções: norte, sul, leste e oeste.

Para as demais partículas, as direções das partículas vizinhas dependem diretamente da sua localização. Diante disso, tem-se a topologia Mesh representada graficamente na Figura 4 a seguir.

**Figura 4.** Topologia Mesh.



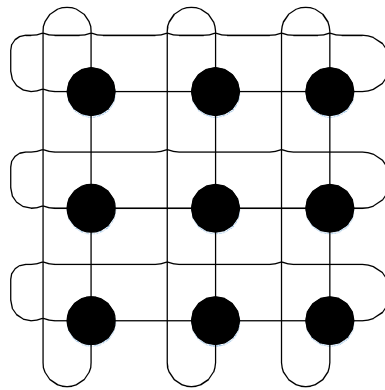
**Fonte:** Elaborado pelo autor.

### 3.4 Topologia Von Neumann

Na topologia Von Neumann é considerada uma superfície fechada à qual é definida como o produto de dois círculos. Essa definição pode ser constatada na figura 5. Topologicamente esta estrutura é muito parecida com a topologia Mesh, com exceção de que todas as partículas do enxame se comunicam respectivamente com 4 vizinhos. (KENNEDY e MENDES, 2002)

Como mostrado na figura 5, na topologia Von Neumann interliga todas as partículas localizadas nos cantos da matriz. O mesmo ocorre para as partículas localizadas nos limites da matriz. O restante do enxame é interligado seguindo a definição da topologia Mesh.

**Figura 5.** Topologia Von Neumann.



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

## 4 TOPOLOGIA MULTIPLE NEIGHBORS ON MATRIX

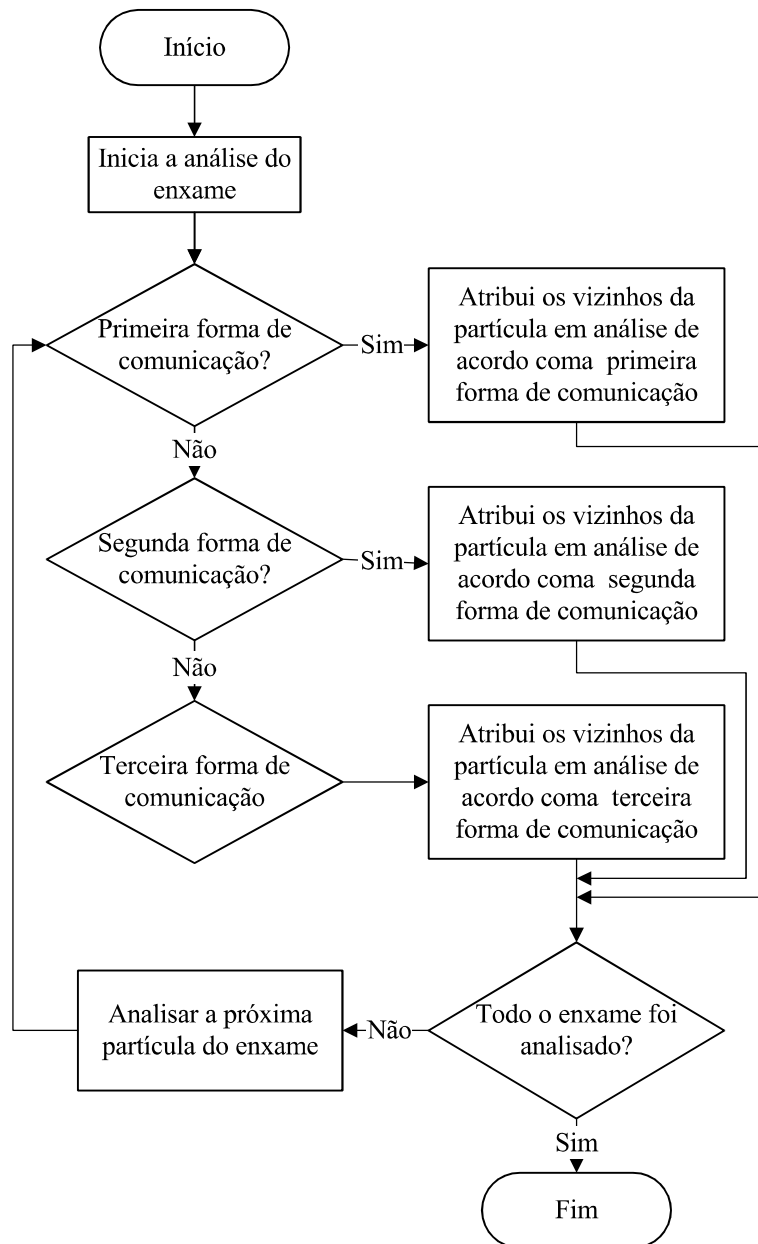
O Multiple Neighbors on Matrix (MNOM) é uma nova proposta de topologia para o PSO. Esta topologia é inspirada na topologia local e mesh, na qual as partículas se comunicam com seus vizinhos mais próximos. A ideia geral é representar o enxame em uma matriz quadrada.

Uma matriz quadrada é aquela que possui o mesmo número de linhas e colunas, onde podemos detalhar  $m$  como as linhas e  $n$  as colunas da matriz. No MNOM assume-se que a matriz quadrada deve ter tamanho  $mn \geq 3$ .

Neste sentido, na topologia MNOM essa comunicação depende da localização da partícula na matriz, podendo esta se comunicar de uma única forma das 3 formas possíveis. As possíveis formas de comunicação envolvem respectivamente a comunicação de uma partícula com 3, 5 ou 8 vizinhos.

A quantidade de vizinhos é determinada com esses 3 valores devido a comunicação ser de forma direta e ao fato do enxame estar disposto em uma matriz quadrada. A Figura 7 explica o processo utilizado no MNOM.

**Figura 7.** Fluxograma do algoritmo da topologia MNOM.



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

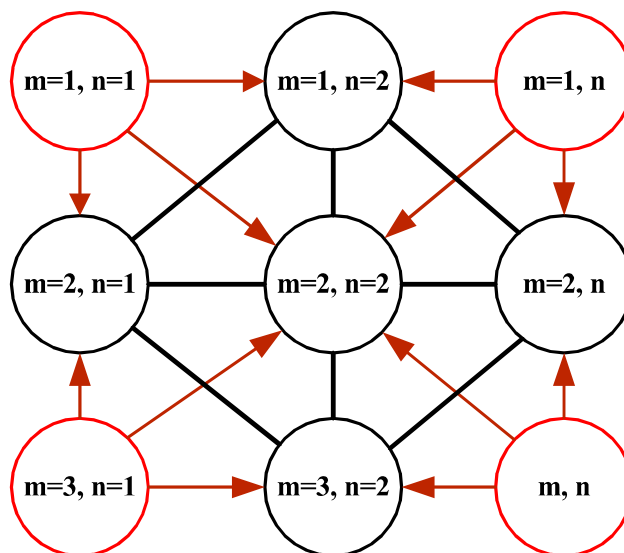
Para representar as diferentes formas de comunicação existentes na topologia MNOM, serão definidos a seguir essas formas de comunicabilidade para um melhor entendimento de como a topologia MNOM funciona. Nas definições serão usadas representações gráficas de uma matriz quadrada 3x3, porém esta regra se aplica para qualquer matriz quadrada de tamanho  $mn \geq 3$ .

#### 4.1 Primeira forma de comunicação de uma partícula

Na primeira forma de comunicação, uma partícula comunica-se com 3 vizinhos. Esta precisa estar localizada nas posições:  $m = 1 \times n = 1$ ,  $m = 1 \times n$ ,  $m \times n = 1$  ou  $m \times n$ . Existirão

apenas 4 partículas que trocam informações entre si com esta regra de interação. Logo a interação com seus vizinhos depende de qual quadrado a partícula está localizada na matriz. A Figura 8 representa a primeira forma de comunicação, destacando as partículas que fazem parte deste processo e ao mesmo tempo as suas ligações com a vizinhança.

**Figura 8.** Primeira forma de comunicação de uma partícula.



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.2 Segunda forma de comunicação de uma partícula

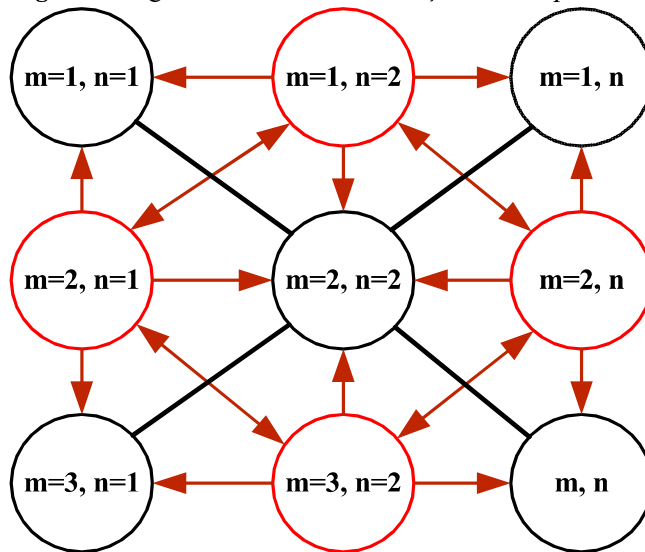
Na segunda forma de comunicação, onde uma partícula interage diretamente com outras 5 partículas, a quantidade de partículas que se comunicam desta forma depende das dimensões da matriz. Logo uma matriz com dimensões 3 contém 4 partículas que se comunicam com 5 de seus vizinhos, se a matriz tem dimensões 4 existirão 8 partículas que se comunicam com 5 vizinhos.

Diante disso pode-se concluir que a quantidade de partículas em uma matriz  $m \times n$  que interagem com 5 vizinhos é calculada de acordo com a equação (5), onde  $d$  é a representação das dimensões de uma matriz quadrada e  $q_5$  é a quantidade de partículas que se comunicam desta forma.

$$q_5 = (d-2) \times 4 \tag{5}$$

Neste contexto, as partículas que se comunicam desta segunda forma estão localizadas apenas nas extremidades da matriz, podendo estar na primeira linha, última linha, primeira coluna e última coluna da matriz. A figura 9 ilustra a segunda forma de comunicação, destacando em paralelo as partículas que fazem parte deste processo e suas possíveis conexões.

**Figura 9.** Segunda forma de comunicação de uma partícula.



Fonte: Elaborado pelo autor.

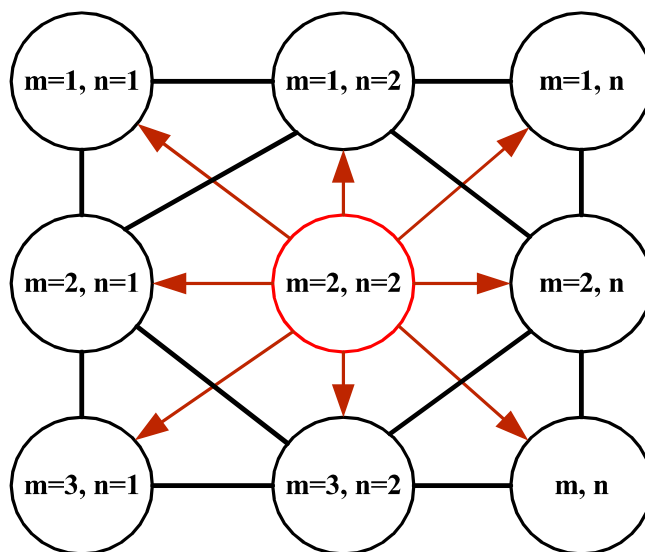
### 4.3 Terceira forma de comunicação de uma partícula

Nesta forma de comunicação uma partícula interage com 8 vizinhos, e esta não deve estar localizada nas extremidades da matriz. Logo a quantidade de partículas existentes em uma matriz  $m \times n$  com essa forma de comunicação é calculada de acordo com a equação (6), onde  $d$  é a representação das dimensões da matriz quadrada e  $q_8$  é a quantidade de partículas que se comunicam desta forma.

$$q_8 = (d-2) \times (d-2) \tag{6}$$

A Figura 10 retrata o processo citado anteriormente, enfatizando as partículas que fazem parte do mesmo e também as suas possíveis ligações.

**Figura 10.** Terceira forma de comunicação de uma partícula.



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 5 METODOLOGIA

Será utilizado o método de pesquisa experimental, para constatar que o PSO mesmo que tenha vantagens visíveis ainda pode ser melhorado e que problemas de otimização combinatória podem ser melhor solucionados.

Inicialmente realizar-se-á uma pesquisa bibliográfica com o objetivo de analisar o tema proposto e poder abordar com mais eficácia a produção do referencial teórico e suas implicações.

Com o objetivo de analisar o desempenho da nova topologia antes de sua aplicação em problemas do mundo real, serão realizados testes com diversas funções unimodais e multimodais de benchmark de alta complexidade extensivamente utilizadas, manuseando o software *Matlab*, que tem alta performance e é voltado para o cálculo numérico que integra a análise numérica e a construção de gráficos.

A realização de testes utilizando funções benchmark de alta complexidade é fundamental nesse trabalho, porque é a partir dos resultados como mínimo, máximo, média, mediana e desvio padrão dos resultados finais que serão coletados no decorrer das execuções das topologias que se consegue definir com exatidão a sua qualidade.

A coleta dos dados será realizada separadamente à cada execução de cada topologia. Posteriormente deverá realizar-se uma análise, inicialmente superficial de comparações com todas as topologias utilizadas neste trabalho, e posteriormente uma análise mais aprofundada.

## 6 EXPERIMENTOS

Esta seção compara a performance entre as topologias Global, Local, *Start*, *Mesh*, *Von Neumann* e *MNOM*. Para a realização dos testes utilizou-se diversas funções de teste benchmark. Essas funções são responsáveis por testar a otimização atual do comportamento de determinados algoritmos. As funções utilizadas nos experimentos são caracterizadas pela alta complexidade associada à não linearidade e múltiplos mínimos locais e globais.

O algoritmo PSO foi usado para resolver seis funções benchmark, as quais são definidas na Tabela I. Essas funções consistem em multimodais e unimodais. As multimodais são *Ackley*, *Griewank*, *Michalewicz*, *Rastrigin*. As unimodais são *Schwefel 1.2* e *Sphere*.



Tabela 1. Funções *Benchmark*.

Função	Fórmula
<i>Ackley</i> $f(x_1)$	$\left(-b \sqrt{\frac{d}{1} \sum_{i=1}^d x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \cos(cx_i)\right) + a + \exp(1)$
<i>Griewank</i> $f(x_2)$	$\sum_{i=1}^d \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^d \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$
<i>Michalewicz</i> $f(x_3)$	$-\sum_{i=1}^d \sin(x_i) \sin^{2m}\left(\frac{ix_i^2}{\pi}\right)$
<i>Rastrigin</i> $f(x_4)$	$10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10\cos(2\pi xi)]$
<i>Schwefel 1.2</i> $f(x_5)$	$\sum_{i=1}^d \left(\sum_{j=1}^i x_j\right)^2$
<i>Sphere</i> $f(x_6)$	$\sum_{i=1}^d x_i^2$

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 6.1 Definição das funções *Benchmark* utilizadas nos testes

*Ackley* é uma função multimodal que é largamente usada para testar algoritmos de otimização, caracterizada por uma região externa quase plana e um grande orifício no centro, possuindo assim muitos mínimos locais (SURJANOVIC, BINGHAM, 2013). Seu mínimo global em  $f(x^*) = 0$ , onde  $x^* = (0, \dots, 0)$  com espaço de busca definido entre  $[-32, 32]$ . Utilizou-se 30 dimensões e uma população de 100 partículas, com limite de espaço de busca delimitado em  $[16, 32]$  e 10.000 iterações.

*Griewank* é uma função multimodal que possui muitos mínimos locais generalizados distribuídos regularmente (SURJANOVIC, BINGHAM, 2013). Seu mínimo global em  $f(x^*) = 0$ , onde  $x^* = (0, \dots, 0)$  com espaço de busca definido entre  $[-600, 600]$ . Utilizou-se também 30 dimensões e uma população de 100 partículas, com limite de espaço de busca determinado em  $[16, 32]$  e 10.000 iterações.

*Michalewicz* é uma função multimodal que por sua vez tem  $d!$  mínimos locais (SURJANOVIC, BINGHAM, 2013). O parâmetro  $m$  define o grau de inclinação dos seus vales e cumes, logo quanto maior for o valor de  $m$ , conduzirá a uma pesquisa mais difícil. O valor de

m é recomendado  $m = 10$ . Seus mínimos locais podem ser vistos em  $d = 2: f(x^*) = -1.8013$ , onde  $x^* = (2.20, 1.57)$ ,  $d = 5: f(x^*) = -4.687658$ ,  $d = 10: f(x^*) = -9.66015$  onde  $d$  representa a dimensão do problema a ser tratado. Esta função tem espaço de busca definido em  $[0, \pi]$ , no entanto foram utilizadas 10 dimensões assim como 100 partículas, espaço de busca definido em  $[2.56, 3.12]$  e 10.000 iterações.

*Rastrigin* é uma função altamente multimodal. Possui vários mínimos locais, mas os locais dos mínimos são distribuídos regularmente (SURJANOVIC, BINGHAM, 2013). Seu mínimo global está em  $f(x^*) = 0$ , onde  $x^* = (0, \dots, 0)$  com espaço de busca entre  $[-5.12, 5.12]$ . Também foram utilizadas 30 dimensões assim como 100 partículas, porém com espaço de busca definido em  $[2.56, 5.12]$  e 1.000 iterações.

*Schwefel 1.2* é uma função unimodal extremamente complexa que possui diversos mínimos locais (SURJANOVIC, BINGHAM, 2013). Seu ótimo global está em  $f(x^*) = 0$ , onde  $x^* = (0, \dots, 0)$  com espaço de busca entre  $[-100, 100]$ . Foram utilizadas 30 dimensões assim como 100 partículas, porém com espaço de busca definido em  $[-2, 5]$  e 1.000 iterações.

*Sphere* também é uma função unimodal e possui vários mínimos locais com exceção de apenas um mínimo global (SURJANOVIC, BINGHAM, 2013). Esta função é contínua e convexa. Seu mínimo global está em  $f(x^*) = 0$ , onde  $x^* = (0, \dots, 0)$  com espaço de busca entre  $[-5.12, 5.12]$ . Também foram utilizadas 30 dimensões assim como 100 partículas, porém com espaço de busca definido em  $[-5, 5]$  e 1.000 iterações.

Diante das definições apresentadas, tem-se na Tabela II um resumo das configurações utilizadas nos testes.

**Tabela 2.** Configuração das Funções *Benchmark*

Função	Dimensão	Solução ótima	Espaço de busca	Espaço de busca utilizado
Ackley	30	0	-32, 32	16, 32
Griewank	30	0	-600, 600	16, 32
Michalewicz	10	-9.660	$(0, \pi)$	2.56, 3.12
Rastrigin	30	0	-5.12, 5.12	2.56, 5.12
Schwefel 1.2	30	0	-100, 100	-2, 5
Sphere	30	0	-5.12, 5.12	-5, 5

Fonte: Elaborado pelo autor.

## 6.2 Resultados e análise da convergência das topologias

Diante dos resultados das simulações, pode-se observar que a topologia *MNOM* supera as topologias Global e Local nos testes que utilizaram funções multimodais, alcançando precisão significativa em relação as outras topologias. Em contrapartida, nas funções unimodais o *MNOM* se sobressaiu com uma forte capacidade de pesquisa em relação a topologia Local,

porém a topologia Global mostra-se soberana nas funções unimodais diante das duas outras. Na Tabela 3, estão dispostas as médias e os desvios padrões alcançados pelas 6 topologias.

**Tabela 3.** Desempenho das topologias testadas nas funções *Benchmark*.

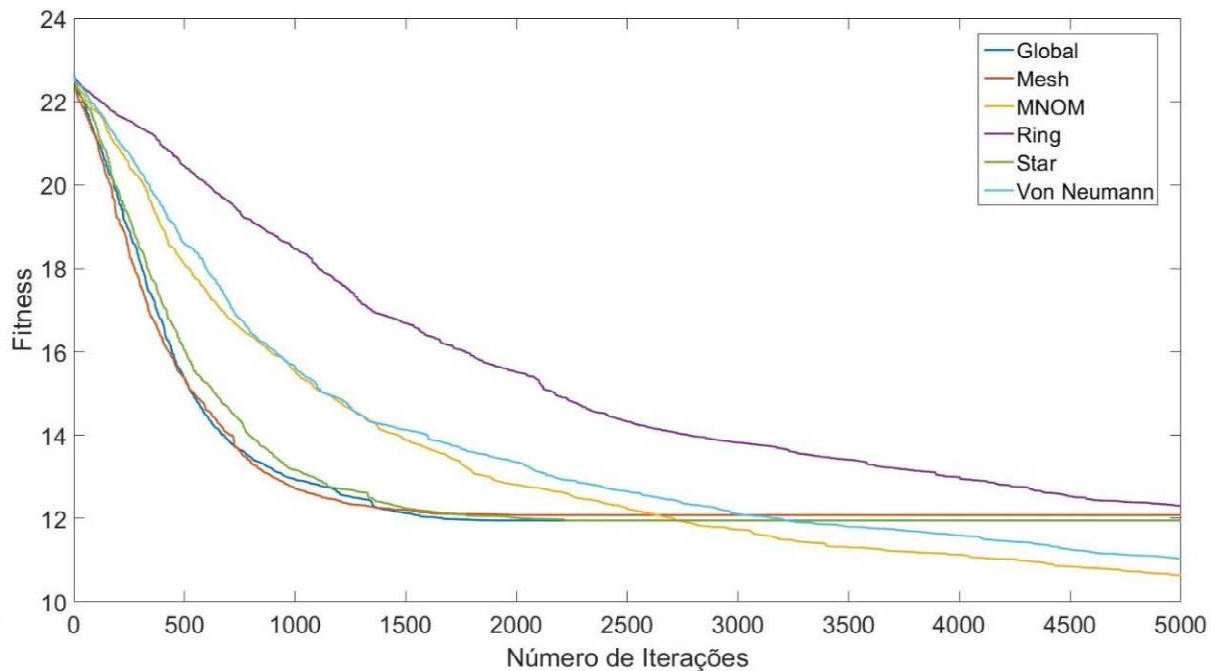
Função	Mesh		Star		Global		Ring		Von Neumann		MNOM	
	Média	Desvio	Média	Desvio	Média	Desvio	Média	Desvio	Média	Desvio	Média	Desvio
$f(x1)$	12.081	0.4690	11.947	0.6800	11.9509	1.2886	12.3087	0. 0.5119	11.0169	0.3864	<b>10.6413</b>	<b>0.4080</b>
$f(x2)$	0.0176	0.0244	0.0051	0.0047	0.0172	0.0182	<b>0.0034</b>	<b>0.0041</b>	0.0087	0.0034	0.0086	0.0140
$f(x3)$	-9.5354	0.2163	-9.5926	0.1955	-9.5352	0.1660	-9.2847	0.2617	-9.4897	0.2309	<b>-9.6310</b>	<b>0.0368</b>
$f(x4)$	51.9367	16.4156	52.2352	13.5627	56.9115	12.091	78.7695	10.0828	30.5471	12.5086	<b>38.5602</b>	<b>14.8982</b>
$f(x5)$	<b>7.0E-5</b>	<b>9.0E-5</b>	9.0E-5	1.2E-4	1.2E-4	1.6E-4	0.3210	0.1725	0.0280	0.0211	0.0017	0.0003
$f(x6)$	2.0E-5	2.0E-5	<b>2.0E-5</b>	<b>1.0E-5</b>	3.0E-5	7.0E-5	0.0554	0.0268	0.0044	0.0034	6.0E-5	9.0E-5

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 6.3 Gráficos dos resultados das funções de teste

Na Figura 11 podemos observar o comportamento das seis topologias que foram testadas usando a função *Ackley*. A topologia *MNOM* consegue obter um resultado de convergência mais significativo que as demais topologias.

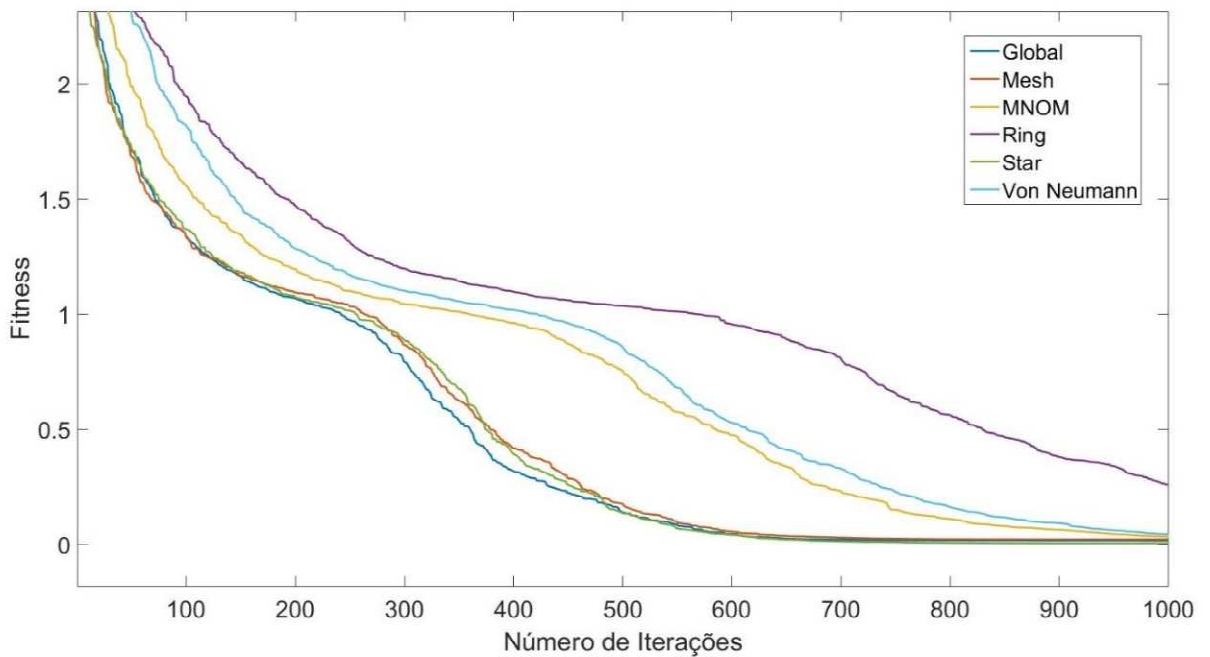
**Figura 11.** Gráfico da simulação com a função de teste *Ackley*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 12, observa-se que os resultados da topologia *MNOM* são muito próximos das topologias *Star* e *Ring*, ao mesmo tempo possuindo um desvio padrão baixíssimo. Essas três topologias obtiveram melhores resultados de convergência diante dos testes realizados com a função *Griewank*.

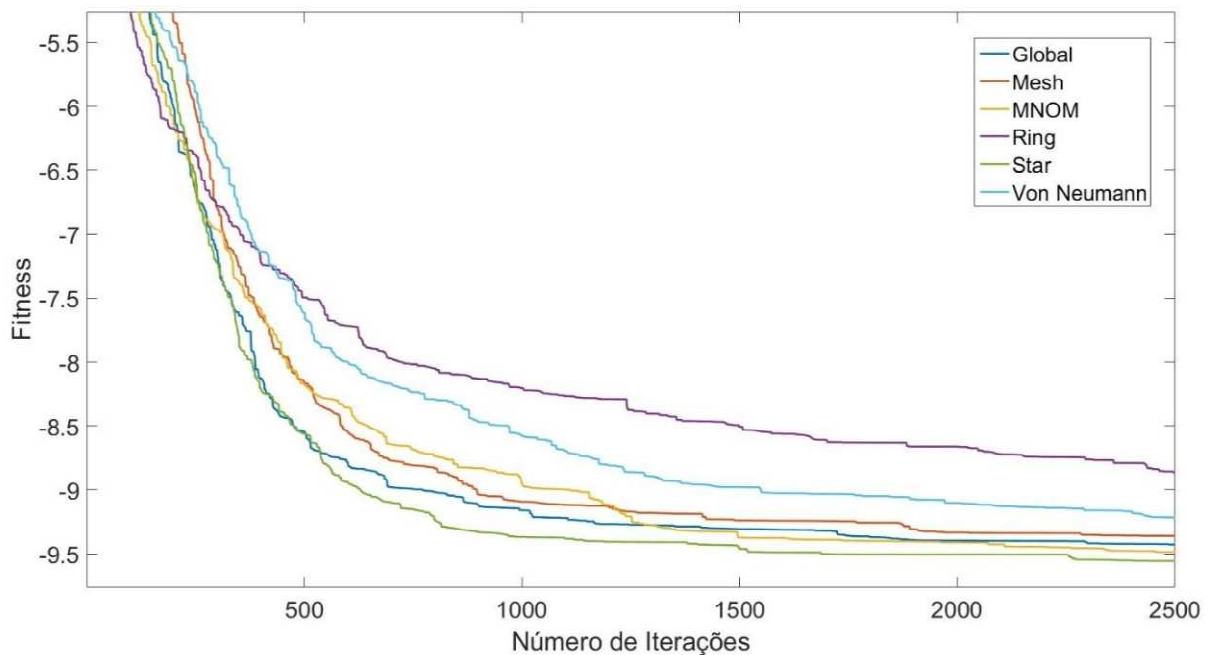
**Figura 12.** Gráfico da simulação com a função de teste *Griewank*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 13, constata-se que o *MNOM* se sobressai com resultados superiores as demais topologias, aproximando-se assim de um melhor resultado e convergindo de maneira mais rápida quando aplicado na função *Michalewicz*. Logo, o *MNOM* alcançou  $f(x_3) = -9.631$ .

**Figura 13.** Gráfico da simulação com a função de teste *Michalewicz*.

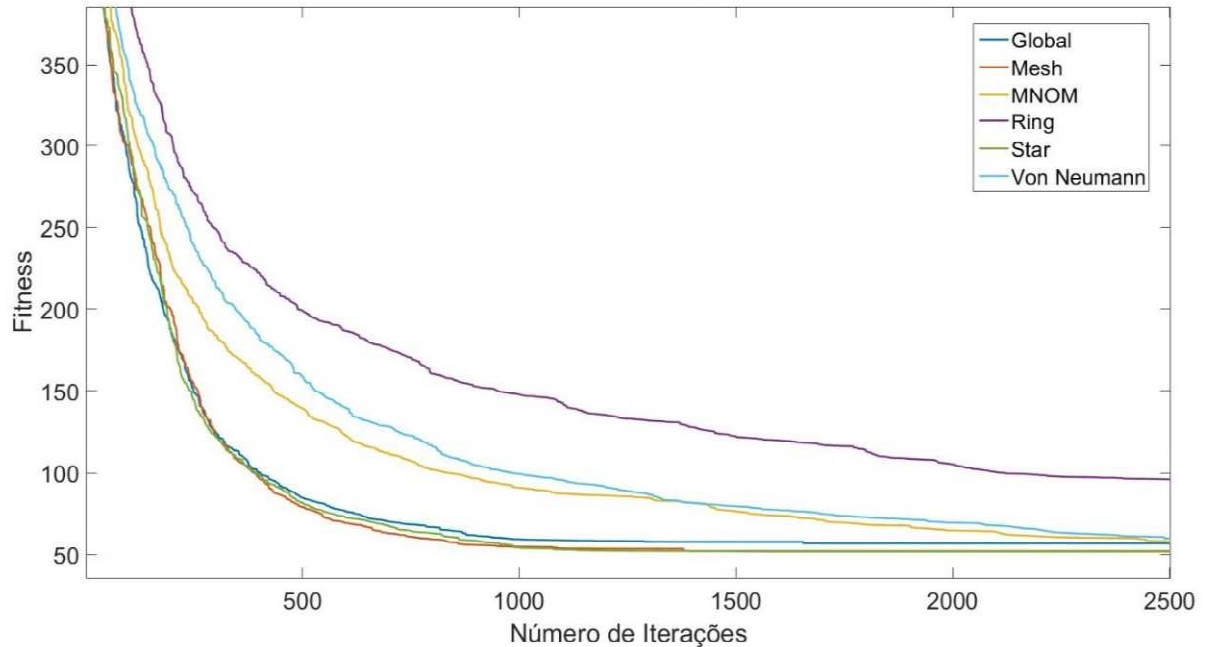


Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados da função *Rastrigin* -mostram que nesta função, tem-se um desvio padrão alto para todas as topologias. Na Figura 14 podemos notar que mesmo com um desvio padrão

alto a topologia *MNOM* consegue alcançar resultados bastantes convincentes com relação as outras topologias, chegando no *fitness* 38.70661.

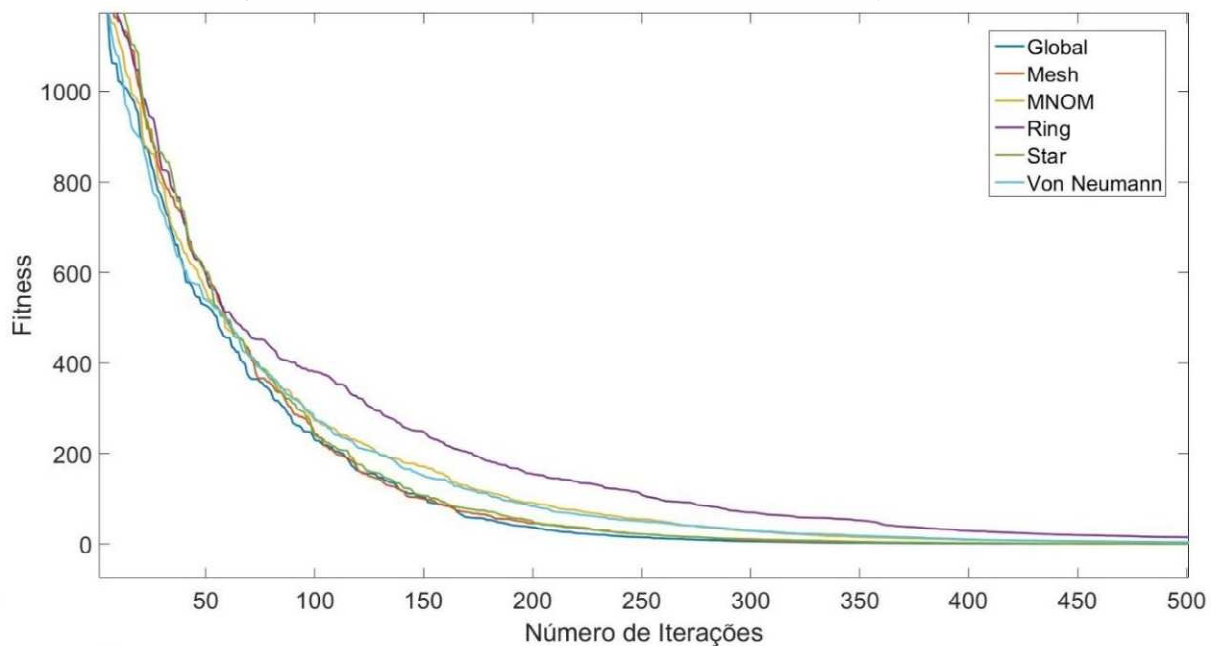
**Figura 14.** Gráfico da simulação com a função de teste *Rastrigin*.



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

Diante da função *Schwefel* 1.2 a topologia global consegue alcançar o mínimo global rapidamente e com poucas iterações. Nesta perspectiva, na figura 15 percebe-se que o *MNOM* consegue chegar muito próximo do mínimo global, obtendo resultados iguais a topologia global, tendo em vista que todas as topologias conseguem chegar num ótimo global.

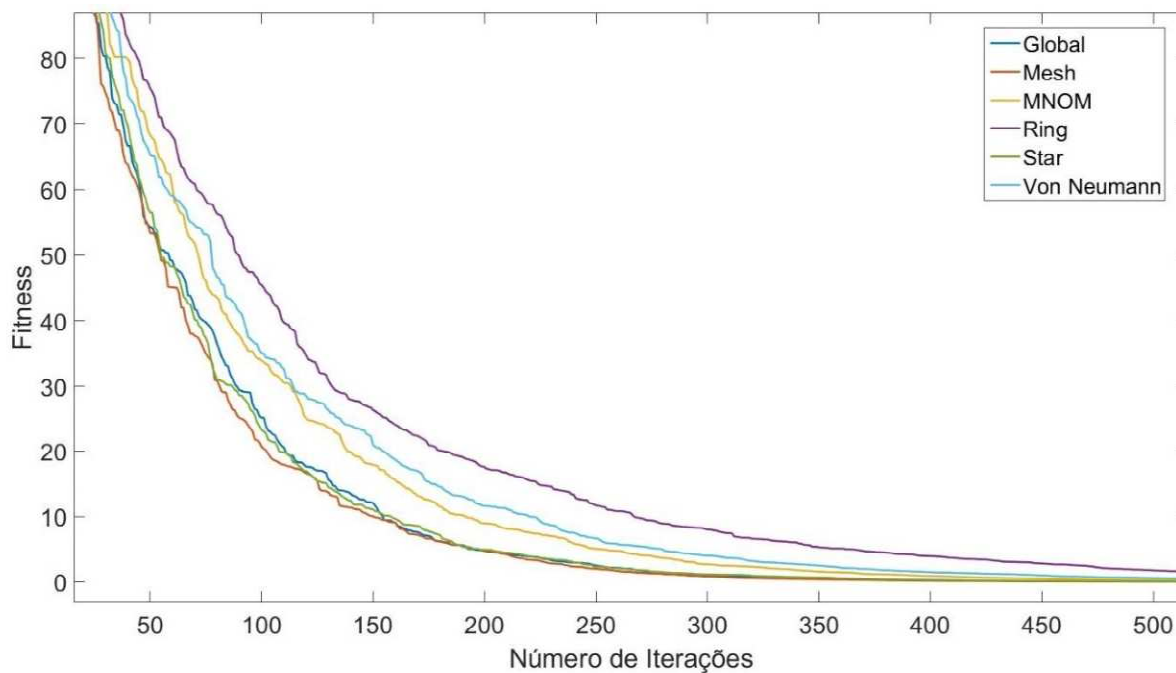
**Figura 15.** Gráfico da simulação com a função de teste *Schwefel* 1.2.



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

Na figura 16, podemos constatar que a topologia global testada na função *Sphere* converge rapidamente para o mínimo global, porém o *MNOM* consegue chegar no mesmo resultado com algumas iterações a mais, destacando-se da topologia local que não consegue chegar no mínimo global.

**Figura 16.** Gráfico da simulação com a função de teste *Sphere*.



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

## 7 CONCLUSÃO

Diante das modificações feitas no modo de comunicação entre as partículas, percebe-se o potencial que esta nova abordagem traz para a solução de problemas com alta complexidade e dimensionalidade. O MNOM surge como uma das mudanças que podem trazer melhores resultados em problemas que utilizam o PSO.

O PSO modificado utilizando o MNOM obteve resultados significativos nas funções multimodais diante das principais topologias usadas no algoritmo. Os resultados provam que a estrutura proposta é uma alternativa eficiente para busca de soluções de boa qualidade em problemas de otimização multimodais e também unimodais que sofrem com estagnação.

Pode-se concluir com os resultados obtidos, que o MNOM apresenta uma melhoria significativa na capacidade de exploração de todo o enxame e ao mesmo tempo fornecendo maior qualidade à solução final obtida pelo PSO. Além disso o algoritmo PSO com a utilização do MNOM consegue obter soluções de boa qualidade independente do problema a ser solucionado.

# PARTICLE SWARM OPTIMIZATION WITH DIFFERENT QUANTITIES OF NEIGHBORS FOR EACH PARTICLE: A NEW PROPOSAL FOR TOPOLOGY

## ABSTRACT

With technological advancement various optimization problems for which the time and cost of processing are extremely important. Therefore, a particle swarm optimization (PSO) appears as one of the meta-heuristics with the greatest potential in the deliberation of such problems. With a search for solutions more and more close to the optimum, this work aims at an improvement in the exploration of the search method of the PSO. For this purpose, a change was made in the process of communication between particles. This change directly influences the result of the PSO algorithm, thus providing better fitness in the final result, directly affecting the time and cost of processing the PSO.

**Keywords:** PSO. Topology. Meta-heuristics.

## REFERÊNCIAS

ROZENBERG, Grzegorz; BCK, Thomas; KOK, Joost N. **Handbook of natural computing**. Springer Publishing Company, Incorporated, 2011.

LI, Fenglin; GUO, Jian. Topology Optimization of Particle Swarm Optimization. In: **International Conference in Swarm Intelligence**. Springer International Publishing, 2014. p. 142-149.

KOK, Th Bäck AE Eiben JN et al. Natural Computing Series. 2005.

KENNEDY, James. Small worlds and mega-minds: effects of neighborhood topology on particle swarm performance. In: **Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on**. IEEE, 1999.

KENNEDY, James. Particle swarm optimization. In: **Encyclopedia of machine learning**. Springer US, 2011. p. 760-766.

ENGELBRECHT, Andries P. **Computational intelligence: an introduction**. John Wiley & Sons, 2007. p. 628;

ENGELBRECHT, Andries P. **Computational intelligence: an introduction**. John Wiley & Sons, 2007. p. 628.

PEER, Edwin S.; VAN DEN BERGH, Frans; ENGELBRECHT, Andries P. Using neighbourhoods with the guaranteed convergence PSO. In: **Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS'03. Proceedings of the 2003 IEEE**. IEEE, 2003. p. 235-242.

KENNEDY, James; MENDES, Rui. **Population structure and particle swarm performance**. 2002.

EBERHART, Russ C. et al. A new optimizer using particle swarm theory. In: **Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science**. 1995. p. 39-43.

HEPPNER, Frank; GRENANDER, Ulf. A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks. **The ubiquity of chaos**, p. 233-238, 1990.

BRATTON, Daniel; KENNEDY, James. Defining a standard for particle swarm optimization. In: **2007 IEEE swarm intelligence symposium**. IEEE, 2007. p. 120-127.

CLERC, Maurice; KENNEDY, James. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. **IEEE transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n. 1, p. 58-73, 2002.

SURJANOVIC, Sonja; BINGHAM, Derek. Virtual library of simulation experiments: test functions and datasets. **Simon Fraser University**, in: <http://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html> [Links], 2013.