UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

ALLINE LEAL DOS SANTOS

O DOMÍNIO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NA INTERPRETAÇÃO DOS PROBLEMAS

Campina Grande / PB

2017

ALLINE LEAL DOS SANTOS

O DOMÍNIO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NA INTERPRETAÇÃO DOS PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro de Ciências e Tecnologia, na Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

Campina Grande – PB

2017

S237d Santos, Alline Leal dos.
O domínio da linguagem matemática como ferramenta de auxílio na interpretação dos problemas [manuscrito] : / Alline Leal dos Santos. - 2017.
50 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.
"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Linguagem matemática. 2. Ensino de Matemática. 3. Equação do 2 º grau. 4. Produção de significados.

21. ed. CDD 510.7

ALLINE LEAL DOS SANTOS

O DOMÍNIO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NA INTERPRETAÇÃO DOS PROBLEMAS.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro de Ciências e Tecnologia, na Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 11/12/2017

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

Departamento de Matemática – CCT/UEPB

Orientador

Prof. Me. Castor da Paz Filho

Departamento de Matemática – CCT/UEPB

Examinador

José Márcio da Silva Ramos Diniz

Prof. Me. José Márcio da Silva Ramos Diniz

Secretaria Municipal de Educação e Cultura de João Pessoa

Examinador

Para todo e qualquer** sonho **existem x elementos** que **pertencem** ao **conjunto** da felicidade, **se e somente se**, a junção destes resultar em sentimentos que **variam positivamente**, isto **equivale** que sua **igualdade** é a **subtração** de todos os **elementos negativos**, e **implica** que a partir do momento que não **existir limites** ao **dividir** sentimentos então a felicidade **tende ao infinito** de forma **positiva.

*O **complexo** literalmente falando deixa de **existir**, à medida que conseguimos lidar com **imaginário** e a **parte real**, onde tudo se torna perfeitamente **natural**, e nos tornamos não uma **parte**, mas algo por **inteiro**.*

*Mesmo **existindo** os dois lados da **reta**, a **origem** se dá **tal que** os **pontos** de nossas escolhas são **coordenados** de forma **variável**, cabe a estes **crescer** ou **decrescer** na construção do caminho.*

*Sempre haverá o **maior que**, mas isto nem sempre significa **menor que**, porque somos **diferentes**, mas nos tornamos **iguais** quando reconhecemos que lutamos pela mesma causa, ou seja, **multiplicar valores.***

*É válido lembrar que a partir do momento que fizer tal, isto **equivale** que algo se torna **inversamente proporcional**, cabe saber o que **subtrair** e o que **adicionar**, neste **conjunto vazio**.*

Se** tudo se torna **diretamente proporcional então** aquilo que é a **raiz** dos **problemas** é **cancelado**, **se não**, a **base** se torna **constante** quando não **aumentamos** a **potência.

*Os **complementos** serão **incógnitas** enquanto não começar a **equacionar** o **sistema**.*

*Assim é a vida, uma **sentença matemática.***

(Alline Leal)

AGRADECIMENTOS

Finalmente estou aqui a escrever os agradecimentos, e isto significa que mais uma trajetória está chegando ao fim, mais uma batalha vencida, e, o que seria de mim nessa jornada, sem as pessoas que fizeram desse momento possível, pessoas que direta ou indiretamente me incentivaram a não desistir mesmo por vezes esta palavra sendo tão tentadora.

Primeiramente agradeço a Deus por sempre me fortalecer.

À minha mãe, Eliane Leal dos Santos, que ao acreditar na minha capacidade, colaborou no meu desenvolvimento intelectual e me incentivou a sempre buscar ser alguém melhor e ao meu padrasto pelo apoio.

Ao meu pai, Sebastião Nildo dos Santos (*In memoriam*) mesmo ausente não poderia deixar de lembrar e de me sentir grata por tudo que fez por mim enquanto em vida.

Ao meu irmão, Alisson Leal, por simplesmente ser o irmão.

Às minhas avós Maria Leal e Maria Gouveia, cada a sua forma são inspirações para mim.

Aos meus amigos,

Jocimar Santos e Jéssica Ferreira, por todos os "puxões de orelhas", por todos os debates acadêmicos, por todos os bate papos que me acalmavam e me faziam pensar: Calma, vai dá tudo certo.

Rafaele Santos e Janyelle Rocha, por entenderem todos os não's que tive que dizer, em prol da construção dessa conquista, e ainda assim permaneceram ao meu lado.

Aos meus estimados ex-companheiros de trabalho e amigos de vida, Ana Paula Clemente, Arthur Oliveira, Clara Sonally, Vanessa Guedes e Rayana Rodrigues, pelas palavras de conforto, pela energia que sempre me transmitiram ao longo dessa jornada, pelos abraços, por fazerem parte do meu crescimento tanto pessoal, quanto profissional e pelas frases impactantes, como: "Passos largos e adiante", "Retroceder também é progresso".

A você, Jocélio Soares, que apesar de, não poderia deixar de está presente nos meus agradecimentos, logo você, que acompanhou toda minha trajetória e fez parte dela por tantas vezes e sempre acreditando em mim, muitas vezes até mais do que eu mesma, te agradeço, e por mais que eu te agradeça, ainda não seria o suficiente.

A Thaíse Francis, minha gratidão não apenas por acreditar nesse meu jeito de enxergar o mundo, por está ao meu lado nos piores momentos e por toda a paciência diante das minhas inseguranças, mas também por certo dia, ao me enviar uma imagem que dizia: “Terminei a faculdade e não utilizei a fórmula de bháskara”, ter me incentivado a pesquisar sobre suas aplicações, e ainda me inspirar a tomar como base da minha pesquisa funções quadráticas.

A Kiever Jonny por ter sido um anjo na minha vida em tantos momentos.

Aos meus amigos Paulo Roberto, Adriana Alves, Raquel e Girlene que se tornaram muito mais que amigos de curso, se tornaram companheiros de batalha.

Ao meu ex-professor de Matemática do Ensino Fundamental, Evandro Farias Alves, cujo ensinamento provido de questionamentos lógicos, despertou em mim o encanto pela matemática e seus mistérios.

Aos Mestres Castor da Paz Filho e José Marcio da Silva Ramos Diniz, pela disposição em aceitar o convite de fazer parte da banca examinadora.

E por fim, agradeço em especial, ao meu orientador José Joelson Pimentel de Almeida, que com suas palavras filosóficas, e seu jeito literário e poético de enxergar a matemática me incentivou ainda mais a escrever este trabalho.

A cada um de vocês, meus mais profundos agradecimentos, pois cada um, com seu olhar e seu universo particular construiu em mim um sentimento poético.

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso tem por objetivo avaliar os processos de resolução e as dificuldades dos alunos ao resolver questões que envolvem não apenas os procedimentos sintáticos, mas também o seu entendimento para com um determinado conteúdo, de forma a tentar verificar que mesmo alunos que compreendam os manuseios de determinadas operações ainda sentem dificuldades e não enxergam a matemática de forma objetiva . Para tal análise foi escolhido como tema: Funções do 2º grau, haja vista que a fórmula resolutiva da equação do 2º grau está entre uma das mais famosas na área da Matemática e a maioria dos alunos tem certa afinidade com tal conteúdo, e mesmo por vezes enxergando a disciplina como um monstro, os alunos gostam e acham fácil o manuseio dos procedimentos sintáticos, entretanto, quando aplicado em um problema, eles não conseguem identificar que ali a resolução pode ser feita através da equação do 2º grau ou quando a identificam, não enxergam os procedimentos necessários para o desenvolvimento da resolução, pois falta a conexão entre a linguagem matemática e as informações dadas na situação-problema. As dimensões sintáticas, semânticas e pragmáticas estão presentes no contexto matemática, e, portanto a matemática sendo uma linguagem, seus símbolos possuem sentidos e se possuem sentido é possível conceituar os mesmos. De acordo com Vygostky os símbolos são representações de conceitos, utilizados para compactar informações, internalizá-las e então estabelecer conexões necessárias com o exterior. Assim ocorre com os símbolos matemáticos, no entanto, o aluno ainda não construiu com tanta frequência este hábito de relacionar significados aos símbolos. A pesquisa foi aplicada a alunos do 1º semestre do curso de licenciatura plena em Matemática, e foi observado dificuldades em explicar verbalmente as informações do problema, utilizando em alguns momentos, de forma inadequada os termos matemáticos e não estabelecendo as relações matemáticas contextualizadas no enunciado.

Palavras-chaves: Produção de significados, Equação do 2º grau, Linguagem Matemática

ABSTRACT

This work of course conclusion has for objective to evaluate the resolution processes and the difficulties of the students when solving subjects that not just involve the syntactic procedures, but also his/her understanding to a certain content, in way to try to verify that even students that understand the handlings certain operations still feel difficulties and they don't see the mathematics in an objective way. For such an analysis it was chosen as theme: Functions of the 2nd degree, have seen that the resolvent formula of the equation of the 2nd degree is among one of the most famous in the area of the Mathematics and most of the students has certain likeness with such content, and even per times seeing the discipline as a monster, the students like and they find easy the handling of the syntactic procedures, however, when applied in a problem, they don't get to identify that there the resolution can be made through the equation of the 2nd degree or when they identify her, they don't see the necessary procedures for the development of the resolution, because it lacks the connection between the mathematical language and the information given in the situation-problem. The syntactic dimensions, semantics and pragmatic they are present in the context mathematics, and, therefore the mathematics being a language, their symbols possess senses and they are possessed sense is possible to consider the same ones. In agreement with Vygostky the symbols are representations of concepts, used to compact information, internalizá-las and then to establish necessary connections with the exterior. It happens like this with the mathematical symbols, however, the student still didn't build with so much frequency this habit of relating meanings to the symbols. The research was applied students of the 1st semester of the course of full degree in Mathematics, and it was observed difficulties in explaining verbalmente the information of the problem, using in some moments, in an inadequate way the mathematical terms and not establishing the relationships mathematical contextualizadas in the statement.

Word-key: Production of meanings, Equation of the 2nd degree, Mathematical Language

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Durante o período que lecionei, de 2013 a 2015, em uma escola do ensino privado, pude notar que a dificuldade do aluno estava mais voltada para a interpretação dos enunciados do que para o cálculo em si, e o mesmo está tão preso ao ato de decorar fórmulas e manipular símbolos que se mudar a pergunta, ou inserir os símbolos em um determinado contexto ele já não mais saberia responder, ou enxergar no enunciado o conteúdo já ensinado a ele. E mesmo os alunos com bom rendimento, ao se deparar com questões que exigiam um conhecimento da linguagem matemática sentiam dificuldades nas resoluções devido às dificuldades na interpretação. Diante dessas observações sobre as dificuldades de interpretar problemas, passei a perceber que trabalhar com os significados e conceitos seria uma nova estratégia para descobrir métodos para que desenvolvesse a linguagem matemática do aluno e consequentemente contribuísse para seu melhor desempenho em questionamentos mais abstratos, de forma que o aluno ao olhar para um problema seja capaz de traduzir os termos matemáticos para sua linguagem mais natural e dessa forma construir um conceito mais informal que outrora seja enxergada em uma linguagem matemática, mas o que verifica-se é que o aluno sente muita dificuldade para fazer a leitura da matemática e estabelecer as devidas relações exatamente por não construírem significados e conceitos para sua dimensão sintática.

De acordo com Almeida (2016), a linguagem matemática pode ser decomposta em três dimensões: Dimensão sintática, semântica e a pragmática. A sintática trata dos aspectos mais abstratos dos símbolos e suas devidas manipulações e resultados. A semântica trata dos significados matemáticos inseridos aos símbolos. A pragmática trata de ser o equilíbrio entre os símbolos e seus significados, cujo resultado se dá através das explorações, construindo assim os passos para enxergar a matemática.

A parte sintática ainda predomina no ensino, considerando o número significativo de alunos que ainda possuem dificuldades, no entanto, mesmo depois de adquirir certa habilidade com determinado conteúdo, quando este é lançado em uma situação-problema o aluno sente dificuldade em fazer, haja vista que não se tem domínio dos conceitos, então as informações não fazem sentido, falta percepção do conteúdo estudado. Não existem questionamentos, como os porquês de um determinado resultado, que deveriam ser compreendidos pelos alunos de tal forma que o caráter abstrato se tornasse compatível à linguagem corrente.

Vinicio de Macedo Santos em seu artigo, Linguagens e comunicação na aula de matemática (2005), ressalta essa ideia:

> Aprender matemática significa aprender a observar a realidade matematicamente, envolver-se com um tipo de pensamento e linguagem matemática, utilizando-se de formas e significados que lhe são próprios. (SANTOS, 2005b, p.118).

E a ideia de conhecer as palavras-chave do problema deve ser de extrema importância. Segundo Polya (1997), ao se deparar com um problema o processo de determinar a solução deve passar por quatro etapas: Compreender, planejar, executar e comprovar. Neste processo, a leitura e interpretação são primordiais, pois é neste ponto, através das informações fornecidas que o aluno irá identificar os dados e descobrir a incógnita e fazer a conexão das informações com o conteúdo em questão. Para que haja este fato, o estudante precisa manter um equilíbrio entre as dimensões sintáticas e semânticas, construindo as devidas relações entre símbolos e significados, assim como sugere as teorias de Vygotsky sobre a mediação simbólica.

Um aluno que é bom em matemática, que consegue entender rapidamente os manuseios dos símbolos, não necessariamente aprendeu a matemática ou determinado conteúdo, porque ainda cabe a este relacionar o conteúdo a uma contextualização ou a um conceito. Quando o aluno resolve a equação do 2º grau $-x^2 + 22x - 85 = 0$, ele está apenas exercendo um processo mecânico, mas no momento em que ele entende o significado da expressão e consegue enxergá-la em contextos é então quando compreende a matemática, construirá suas ideias de como utilizá-la em determinada situação.

O objetivo geral desta pesquisa é avaliar os processos de resolução, verificando, se diante de um termo matemático já conhecido, o aluno consegue compreender a linguagem matemática, de forma a resolver questões de caráter sintático e o relacionar a um referencial. Além do mais, a pesquisa pretende induzir a linguagem textual no contexto matemático de forma a introduzir a busca por significados e desenvolver a compreensão pragmática da linguagem matemática.

Visa também, não apenas identificar as lacunas no aprendizado do aluno, como também tem por objetivo inspirar/incentivar a educação matemática a trabalhar com questões contextualizadas, de forma a aderir no aluno um caráter mais investigativo da linguagem matemática, mas não apenas das origens de fórmulas ou provas de teoremas e proposições. Se durante o seu preparo superior este se depara com questões de caráter investigativo, também levará para o aluno questões de mesma natureza.

Para tentar analisar esta teoria, fizemos uma pesquisa com alunos do 1º semestre do curso de licenciatura plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, do período de 2017.1. A pesquisa foi baseada em um enunciado cujos aspectos sintáticos estavam presentes de forma explicita a fim de verificar se o aluno seria capaz de extrair as informações referentes aos aspectos semânticos ali presente e se o mesmo estabeleceria a relação entre os aspectos da linguagem.

CAPÍTULO 1

DIMENSÕES DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo introduziremos os estudos referentes à linguagem matemática expondo em subtítulos suas dimensões e discutindo como estas se relacionam. Na primeira seção a dimensão sintática, caracterizada por abranger seus símbolos, na segunda seção, a dimensão semântica referente aos significados que os símbolos presentes na linguagem sintática podem adquirir e na terceira seção a dimensão pragmática, determinando suas características. Vale ressaltar, que apesar de tratarmos das dimensões de forma separada, ambas estão presentes na linguagem matemática, a divisão ocorre neste trabalho, apenas para um melhor desenvolvimento dos conceitos que a circundam.

Ao analisar um problema segundo Polya (1997), o aluno necessita passar por quatro etapas:

- Compreensão
- Planejamento
- Execução
- Comprovação

O planejamento correto só ocorre quando o aluno faz a devida compreensão do problema. Assim, como afirma Polya (1997, p. 4), “é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida”. E para que haja essa compreensão o indivíduo precisa antes identificar as partes principais de um problema: a incógnita, os dados que podem está presentes tanto em aspectos verbais, quanto matemáticos e a condicionante, ou seja, quais as circunstâncias que determinadas informações resultam e a partir dessas informações, identificar os procedimentos necessários e executar no contexto matemático. Neste processo a leitura e a busca por significados são primordiais.

Ao fazer uma leitura o indivíduo deve embarcar naquele mundo, mas para que isso ocorra ele necessita compreender, ou seja, há a necessidade de conhecer o significado das palavras, pois, se não há uma idealização do que está lendo, então não há desenvolvimento, e, portanto, não está interpretando, apenas fazendo uma leitura automática que não contribui para seu conhecimento, é como se estivesse a ouvir alguém falar, mas não compreender o que está dizendo (DELL" ISOLA, 2011).

De acordo com Polya (1997, p. 4): "é geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano." Essa conexão que Polya (1997) se refere é realizada quando o individuo atribui significado à ideia que está sendo inserida no contexto. Para que haja essa interpretação o leitor precisa encontrar palavras que já conheça de forma aderir o seu conceito àquela palavra até então desconhecida, ao fazer isto, ele pode compreender o texto. Esta reflexão também se aplica às interpretações matemáticas, de acordo com Dell'Isola (1991) para entender um problema, o aluno precisa analisá-lo e o relacionar a algum conteúdo que por sua vez se remete a algum símbolo que possui um significado referencial. Segundo Lins (2004, p.102) "é a partir do mundo humano que produzimos significado para o mundo das coisas, e não o contrário".

Almeida ressalta (2016, p.44) baseado em Paulo Freire "A leitura da palavra é sempre precedida da leitura de mundo." Logo, se o indivíduo necessita encontrar um resultado, antes necessita compreender as informações que lhe foram dadas, contextualizar o seu conceito a uma ideia matemática e então encontrar o caminho que chegue ao resultado, caminho este que é determinado ao interiorizar as ideias do conteúdo e associá-lo às situações e, portanto uma compreensão pragmática.

Gómez-Granell (1997) posiciona os embates que ocorrem entre o raciocínio intuitivo e o lógico, no qual um conhecimento é considerado mais evoluído que o outro, mas não podem esquecer que as percepções lógicas dedutivas são independentes das questões lógicas científicas e, portanto a construção da linguagem considerada formal antes se dá através de ideias já adquiridas durante sua formação de significados e suas ideias. Por isso o propósito de encorajar os alunos a pensar de modo mais intuitivo deve ser também explorado em sala de aula.

O que muitas vezes dificulta a interpretação matemática é a ausência de domínio do conceito da linguagem matemática que envolve o problema, saber o conceito é compreender algo o transformando em sua própria linguagem, ou em uma linguagem mais acessível ao entendimento (OLIVEIRA, 1997).

Nos primeiros anos de ensino se tem o primeiro contato com a linguagem matemática, passa a conhecer os números e toda a linguagem decorrente deles e ao aplicar este conhecimento em uma determinada situação cabe ao aluno com apoio do professor desvendar os seus significados para então compreender e tentar chegar a uma solução, e, portanto deve haver um equilíbrio entre a dimensão sintática e a dimensão semântica (SANTOS, 2005b).

"A matemática tem um caráter de abstração muito maior que qualquer outro conteúdo" (GÓMEZ-GRANELL, 1997, p. 117), este caráter abstrato, dos códigos, fórmulas e equações, se desenvolveu pela necessidade de manipular de forma mais rápida e fácil determinados conteúdos, no entanto, sem um conceito mais comum, adquirido por uma linguagem já conhecida, o desenvolvimento da ideia não seria possível.

E esta linguagem matemática foi construída a partir de uma que de certa forma seria mais corriqueira, no caso uma linguagem mais informal que precisou ser transformada em uma mais formal (álgebra), de forma a facilitar resoluções (SANTOS, 2005).

Pimm (1990) ao evidenciar a matemática como uma linguagem considera as percepções matemáticas distintas da linguística, mas não apoia o fato de estas estarem separadas, devido às semelhanças de interpretações, quanto aos seus significados.

> A matemática e a linguagem podem oferecer um conjunto de interpretações semelhantes. A primeira consiste em que a linguagem e a matemática são consideradas entidades simultâneas que se justapõe e então se comparam e se confrontam. Se houver os vínculos são semelhantes. Embora, o pensamento sobre a linguagem e a matemática como entidades separadas não parece muito apropriado. (PIMM, 1990, p.275, tradução nossa)

Frequentemente ouvimos falar que a matemática está presente em tudo, ao medir certa quantidade de ingredientes de uma receita, na verificação da hora, ao fazer uma compra, pagar dívidas, ao verificar juros em um determinado empréstimo, ou ao calcularmos os lucros de um determinado negócio, e entre outros, no entanto, mesmo tal presença sendo notável em inúmeros setores da sociedade, sua linguagem peculiar a torna mais complexa e abstrata do que qualquer outra, enxergando-a assim, como algo que não corresponde à realidade do indivíduo, repleta de mistérios indecifráveis e desnecessários (GÓMEZ-GRANELL, 1995).

Seus símbolos e significados provocam na sociedade certo receio ao lidar com seu manuseio, pois, por mais que se entenda uma determinada situação, não sabem como resolvê-la, e se aprendem determinados cálculos, não compreendem sua finalidade, ou qual sua importância na sociedade e como consequência não identificam qual conteúdo e quais elementos do mesmo é o mais acessível na resolução de um determinado problema (GÓMEZ GRANELL, 1995).

Almeida (2016) trata dessa imagem que se tem da matemática, como sendo o reflexo da distância entre a realidade e o conhecimento adquirido em sala de aula. Vale ressaltar que quando se fala em realidade, não necessariamente seja o cotidiano do aluno, mas algo que ele tenha conhecimento, mesmo que não tenha o contato direto (ALMEIDA, 2016). Gomez-Granell (1995), ainda a considera como um meio de seleção na educação, levando em consideração que a matemática tem esse caráter abstrato, poucos tem a capacidade ou audácia de lidar:

> A matemática, um dos conhecimentos mais valorizados e necessários nas sociedades modernas altamente "tecnologizadas" é, ao mesmo tempo, dos mais inacessíveis para a maioria da população, confirmando-se assim como um importante filtro seletivo do sistema educacional. (GÓMEZ-GRANELL, 1995, p. 258)

Gómez-Granell (1995) ainda destaca que para muitos, até mesmo para os mais instruídos, as situações-problemas que se encontram nas aulas de matemática não fazem nenhum sentido, acarretando em certa insatisfação para com a disciplina:

> A Aritmética não era meu forte, para mim parecia que os problemas não tinham nenhum sentido, quantas frutas se obtêm quando enchemos um cesto com três quartos de maçãs, um oitavo de pêssegos e dois sextos de outra coisa. Eu não via o problema, perguntava-me porque teriam enchido uma cesta daquela forma, não encontrava, assim, uma solução. (GOMEZ-GRANELL, 1995, p.258)

A grande dificuldade está em transformar esta linguagem formal, construída para melhor manuseio e desempenho, em uma linguagem que se torne compreensível, mas sem perder seus aspectos, tal que o indivíduo ao se deparar com uma determinada situação que exija certos cálculos, tenha um conceito informal quanto ao conteúdo matemático ali presente, caso isto não ocorra, há então a não abstração da linguagem matemática, ou seja, dos conceitos primitivos da mesma. Almeida (2016) ressalta essa ideia ao defender o pensamento de que a linguagem matemática necessita interagir, se relacionar com seu meio social, mas também com situações reais.

Ao passar dos anos a matemática evoluiu, e isto ocorreu exatamente, devido às mudanças na sua linguagem, que a tornaram manipuláveis e genéricas. Entre as histórias da matemática, destaca-se neste trabalho, a fórmula resolutiva para equações do 2º grau, que surgiu exatamente dessa necessidade de evitar os mesmos extensos procedimentos (EVES, 1997), no entanto, não seriam possíveis tais transformações sem o desenvolvimento de ideias que partiram de um referencial mais simples, rudimentar.

Para se tornar uma expressão algébrica, antes existiu uma linguagem mais informal, diante disto, Gómez-Granell (1995), acredita ser essencial estudar a linguagem matemática em sua dimensão semântica, haja vista que atribuir significado ao símbolo poderá facilitar muito mais que sua manipulação, como também a capacidade de relacionar seus símbolos a uma determinada situação. Os antigos povos tinham conhecimento de uma matemática prolixa, repleta de fundamentos que na linguagem algébrica se torna presente em seus símbolos, e estes símbolos só foram desenvolvidos por existir uma compreensão pragmática dos problemas ou situações.

1.1 Dimensão Sintática

Marcondes (2005) baseando-se nas teorias de Morris e Carnap descreve a sintaxe como sendo os símbolos, elementos substanciais na formação.

> Caracteriza-se como uma ciência formal, definindo as regras de formação das proposições, enquanto entidades abstratas, a partir de manipulações possíveis entre os signos. (MARCONDES, 2005, p.9)

No estudo de funções quadráticas, após as explicações do professor, o aluno é instruído a exercitar o aprendizado: Determinar os coeficientes (a, b, c); calcular o discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$); e, por fim , as raízes da equação, x' e x" ($x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$). Em seguida estuda-se a parábola, suas concavidades, determinação dos vértices, do valor máximo ou do valor mínimo.

Resolver a resolução de uma função quadrática (ou do 2º grau) é praticar os aspectos sintáticos, seguindo os padrões já determinados. Estes aspectos sintáticos, de acordo com os fundamentos de Marcondes (2005), referem-se a executar a manipulação dos símbolos, substituindo por valores aos quais estão relacionados na fórmula que por sua vez, estão relacionados aos seus coeficientes da equação, e, através, dos métodos corretos para o cálculo de potências, das operações com números inteiros, da radiciação, e das frações que o aluno aprendeu à medida que evoluiu no aprendizado, ele determina os valores numéricos para os símbolos.

Para Ponte (2005) este tipo de exercício tem um grau de importância menor, pelo fato de ter uma estrutura limitada, sem que haja exploração do conteúdo. Há apenas um processo mecânico, de tentativas e erros, sem que haja questionamentos dos porquês de estabelecer e seguir tais regras, ou qual a finalidade de tais símbolos, ou que eles representam em uma situação real. As informações são aceitas como verdade, sem dá importância para sua finalidade.

Os manuseios dos símbolos matemáticos, suas equações e fórmulas obedecem a certos padrões, e quando seguidos corretamente se alcança o resultado, e se ocorre com frequência, se tem domínio dos aspectos sintáticos. Para Almeida (2016) este tipo de método, não reflete as formas como a matemática se apresenta em situações reais, as aulas de matemática se limitam a práticas em que o conteúdo está mais voltado para os aspectos sintáticos, e o grau de importância dado às explorações dos aspectos semânticos e pragmáticos não se torna tão eminente quanto dos aspectos sintáticos.

1.2 Dimensão Semântica

D'Ambrósio (1996) afirma que o saber se dá através da prática e da reflexão do conhecimento, e no momento que é ensinado o conhecimento sobre equação do segundo grau e é solicitado ao aluno exercitar seus procedimentos, este está desenvolvendo em maior escala o conhecimento sintático, no entanto, estes mecanismos, assim como indaga Almeida (2016) não é o suficiente para compreender a equação do segundo grau ou qualquer outro conteúdo e está habilitado a outros questionamentos que o envolvam.

Ainda conforme D'Ambrósio (1996): "é no fazer que se avalia, redefine e reconstrói o conhecimento.". Ao desempenhar tarefas em que o aspecto sintático se apresenta de forma mais notável que as outras dimensões, o aluno deveria desenvolver junto com o apoio do professor um senso investigativo, avaliativo e de reconstrução do saber, motivando a busca por um maior desenvolvimento da linguagem semântica, a inquietação em atribuir significados aos símbolos. Santos (2005b) tratam dessas atribuições de significados, como traduções da escrita matemática para algo com uma fala mais informal de forma que o aluno analise os acontecimentos e os símbolos presentes no conteúdo matemático.

Almeida (2016) ao tratar da leitura matemática ressalta o pensamento de que ela está representada em no nosso meio em variadas circunstâncias e mesmo um indivíduo com pouco conhecimento é capaz de ler, portanto o que carece é que o mesmo transforme a linguagem conhecida para uma nova leitura.

Bello e Mazzei (2008) afirmam que para compreender a matemática é necessário relacionar ao contexto no qual se está presente, e para que se construa essa compreensão, seus símbolos e palavras devem ser acessíveis aos sujeitos de tal forma que possam internalizar suas traduções. O acervo de palavras e símbolos presentes na matemática e também na sua linguagem natural devem ser explorados pelos alunos. Como defende Bello e Mazzei (2008), o ato de escrever permite ao aluno inserir suas ideias e suas interpretações de acordo com seus conceitos já internalizados e a partir da sua escrita construir seus conceitos matemáticos.

E quando o aluno edifica a conexão entre símbolos matemáticos e sua linguagem natural é então que começa a construir o caminho para o entendimento da linguagem matemática

1.3 Dimensão Pragmática

Dominar a dimensão pragmática é ter a sensibilidade de ver de forma clara e objetiva as características matemáticas em uma situação e saber instantaneamente quais estratégias são válidas para sua desenvoltura. No âmbito matemático, a dimensão pragmática se apresenta de forma mais imperceptível que as dimensões sintáticas e semânticas, exatamente pela dificuldade que existe em verificá-la ou produzi-la em distintos contextos.

Segundo Rotman, (1980), conforme citado por Gómez Granell:

> Em toda expressão matemática é necessário conhecer um significado formal intrínseco – no qual uns símbolos fazem referência a outros dentro de um código específico –, e um significado pragmático – que permite a tradução para sistemas de signos não matemáticos (linguagem natural, imagens e representações icônicas, ações e etc.) – e associar tais expressões ao seu significado referencial. (ROTMAN, 1980 APUD GÓMEZ GRANEEL, p. 266)

Em outras palavras, se há assimilação do símbolo a um significado que por sua vez se consegue assimilar ao contexto de uma situação real, é então que há o domínio da linguagem matemática. Gómez-Granell (1995) ressalta bem este pensamento:

> A meu ver, saber matemática implica dominar símbolos formais, independente das situações específicas e, ao mesmo tempo, devolver a tais símbolos o seu significado referencial e então usá-los nas situações e problemas que assim o requeiram. (GÓMEZ-GRANELL, 1995, p. 274).

Saber matemática não se baseia em aprender calcular números e manipular símbolos, saber matemática é ter a capacidade de entender sua linguagem e de agregá-la a uma situação, o indivíduo olha para o problema e imediatamente o relaciona a algum conteúdo da linguagem matemática (BELLO&MAZZEI, 2008).

Almeida (2016) relaciona o uso da matemática com o personagem Presto da caverna do Dragão e seu chapéu:

> Se ele soubesse controlar o chapéu, ou se o chapéu se deixasse controlar, conseguiria realizar todos os seus intentos para enfrentar os monstros e obstáculos na volta pra casa. (ALMEIDA, 2016, p. 155).

O problema está na sua frente, mas Presto não sabe qual ferramenta que precisa utilizar, e quando tem a ferramenta não sabe manuseá-la, assim é o aluno ao desenvolver apenas uma das dimensões, ele tem a ferramenta que são as fórmulas e os símbolos, mas o conhecimento não é o suficiente para enxergar as formas de aplicar as mágicas implícitas no que lhe é apresentado (Almeida, 2016).

A dimensão sintática é predominante no ensino, os alunos se baseiam em decorar fórmulas e regras, mas não sabem o que de fato estão fazendo. Há uma carência no aprendizado quanto aos aspectos semânticos, os alunos aprendem a calcular, mas não compreendem porque estudar determinados conteúdos e onde poderiam aplicar, e então começam a duvidar da importância de se aprender matemática, começam a surgir questionamentos sobre por que estudar isso ou aquilo, como consequência dessa não compreensão não a enxergam como facilitadora na resolução de determinadas situações, e passam a ver como algo que não deveria existir (LINS, 2004).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno. (BRASIL, 1998, p. 40)

Logo, o aprendizado da matemática, principalmente no Ensino Médio, deveria buscar conscientizar o indivíduo das diversas formas de resolver uma determinada situação. A matemática computa informações e ao adquirir o hábito de enxergar a matemática na vida, no trabalho, o indivíduo pode fazer da mesma, instrumento de auxilio nas resoluções rápidas, sem perder tempo fazendo inúmeros e variados cálculos de diferentes formas para chegar a um resultado. No momento em que este souber o que está fazendo, terá consciência do que usar (Almeida, 2016). Então a matemática serve como auxiliadora em problemas em que há a necessidade de informar de forma simbólica e comprimida informações que precisariam de textos e mais textos para explicar.

> Aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. (BRASIL, 1998, p.42)

O aluno à medida que se depara com conhecimentos já vistos no Ensino Fundamental, precisa no Ensino Médio passar por um processo de adquirir um senso mais crítico, de forma a ampliar suas ideias e desenvolver suas capacidades de interpretar, raciocinar, calcular e abstrair as formas de utilizar a matemática e de enxergá-la na sua realidade, reconhecendo suas aplicações como fatores que capacitam os processos de tomadas de decisões tanto na vida profissional quanto pessoal. (BRASIL, 1998)

No entanto, no ensino da matemática, o professor enfrenta dois grandes obstáculos, as dificuldades dos alunos quanto aos aspectos sintáticos, como também a aceitação da disciplina como algo importante para suas vidas, e esta falta de aceitação se dá exatamente por ainda não desenvolverem uma visão mais ampla em relação à sua importância.

A parte literal, que de certa forma, se faz mais presente na vida do aluno, está ali compactada em informações matemáticas a fim de facilitar a leitura e memorizá-las assim como iremos debater mais adiante sobre as teorias de Vygotsky em relação a importância dos símbolos , mas a leitura matemática só é decodificada quando os mesmos possuem o ato de relacionar símbolos e significados.

A matemática não é só um conjunto de símbolos e números repleto de operações. A matemática, assim como defende Pimm (1990) é uma linguagem provida de significados e conceitos que podem ser traduzidos de uma linguagem mais abstrata para uma mais natural, na qual o individuo possa se familiarizar e a partir delas construir suas ideias que possam ter a mesma interpretação do contexto matemático e dessa forma compreender os símbolos, seus significados e suas distintas formas de aplicação.

CAPITULO 2

TEORIAS VYGOSTKYANAS: MEDIAÇÃO SIMBÓLICA

Neste capitulo abordaremos as teorias do Lev Semenovich Vygostky, sobre as formas como fazemos a leitura do mundo e tendo como ponto de vista a importância do significado referente aos símbolos. Os símbolos têm por principal característica facilitar o armazenamento de informações, a leitura das mesmas e a tomada de decisões a partir de suas manipulações. No entanto vale ressaltar que sua utilização para determinadas tarefas é executada apropriadamente apenas quando os significados são internalizados no conceito e neste tópico é levantado como a relação entre estes aspectos sintáticos e semânticos pode acontecer.

Segundo Oliveira (1997), diante do seu estudo das teorias de Vygotsky, afirma:

> O ser humano tem a possibilidade de pensar em objetos ausentes, imaginar eventos nunca vividos e planejar ações a serem realizadas em momentos posteriores. OLIVEIRA, 1997, p.26

Portanto o ser humano é capaz de entender uma determinada situação mesmo que não seja algo do seu cotidiano. Os alunos irão se deparar com questionamentos aos quais não tiveram contato e precisarão usar instrumentos e signos para cumprir determinadas tarefas, estes instrumentos são definidos como mediadores simbólicos (Oliveira, 1997). Diante deste pensamento seriam as fórmulas e seus símbolos, as expressões algébricas e numéricas mediadores simbólicos que auxiliam as tomadas de decisões.

Sabemos que a matemática possui um caráter abstrato, em que assimilações mentais entre o que o aluno sabe e o que está aprendendo se fazem essenciais, mas antes de tomar determinados passos, é necessário internalizar o conceito em um contexto matemático, para então enxergar a matemática presente em determinado meio e saber operar sobre ela. (OLIVEIRA, 1997). E para que haja essas assimilações, o aluno precisa absorver pensamentos mais amplos em relação aos conceitos de acordo com suas vivências, e com suas percepções do mundo e dos significados já adquiridos a partir deles.

> É a partir de sua experiência com o mundo objetivo e do contato com as formas culturalmente determinadas de organização do real (e com os signos fornecidos pela cultura) que os indivíduos vão construir seu sistema de signos, o qual consistirá numa espécie de "código" para decifração. (OLIVEIRA, 1997, p. 3)

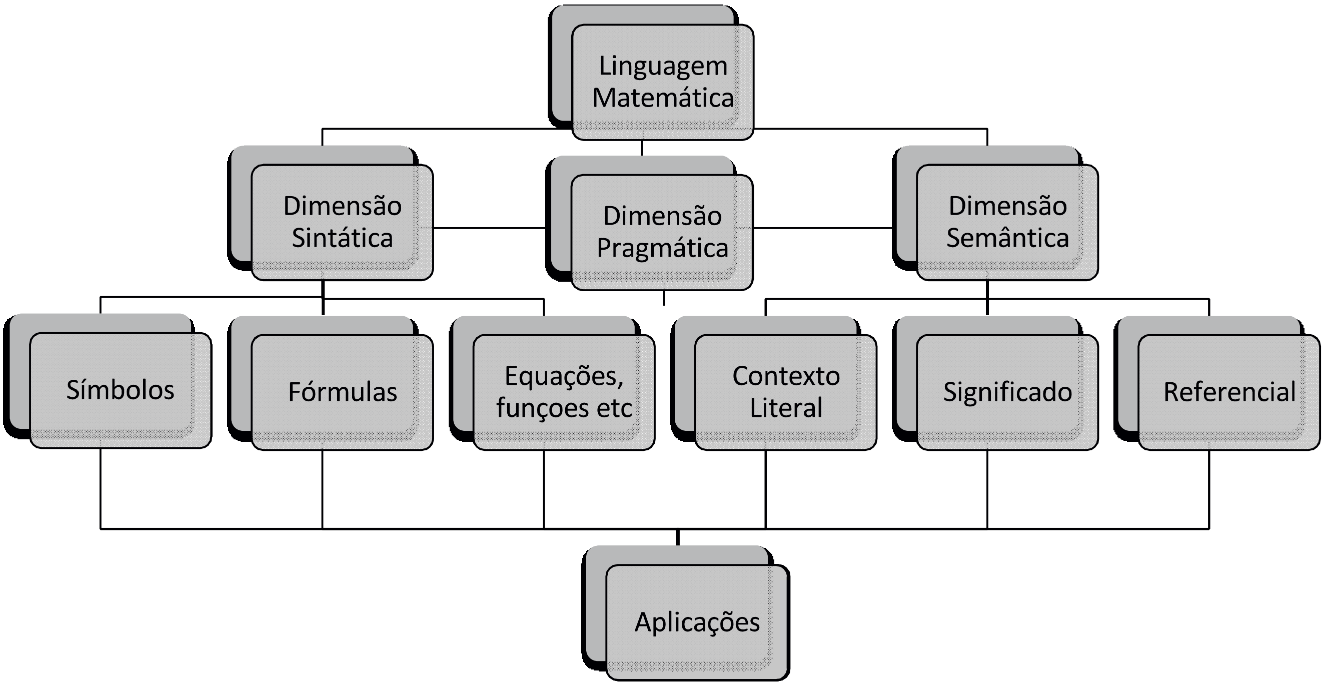
No ensino matemático as informações de um problema são dadas tanto em um contexto verbal quanto numérico e algébrico, com a finalidade de compactar informações, estas informações estão repletas de significados que se relacionam a um conceito. Os símbolos possuem linguagem própria, na função quadrática, são denominados, raízes, coeficientes, discriminante (delta) pontos máximos ou mínimos, mas estes possuem significados que traduzem conceitos da linguagem natural.

Em um contexto real não se escuta as pessoas utilizando esta linguagem matemática, por exemplo: "Eu vendi x quantidades de peças em minha loja e o ponto máximo do meu lucro foi dado pela função $f(x) = -3x^2 + 10x - 7$". Em um contexto natural, o individuo utiliza-se da matemática e seus símbolos de uma forma bem mais restrita: "Hoje eu vendi 15 peças e lucrei R$ 100,00". Mas é da forma mais abstrata que as questões são apresentadas no ensino e exatamente por se apresentar de tal forma que o indivíduo a enxerga como algo abstrato e sem importância. É necessário amansar os monstros no jardim, como sugere Almeida (2016) e para isso é necessário saber cuidar do jardim.

Conforme afirma Almeida (2016), a realidade do aluno e o que ele estuda em sala de aula, referentes ao conteúdo de matemática, é tão distante quanto das demais disciplinas, a grande diferença está no aglomerado de informações que todos os dias passam por estes alunos, o leque de conhecimento é bem maior que em relação à matemática, porque se fala todos os dias em climas, furacões, política, mas pouco se fala em matemática, a não ser em informações "computadorizadas". Portanto a matemática precisa ser enxergada para que de fato seja aceita.

Para ilustrar de forma mais esclarecedora as relações entre as dimensões da linguagem matemática, de forma a fazer as devidas correspondências entre símbolos e seus significados, e a importância de construir conceito, usufruiremos do mapa conceitual. Segundo Santos (2005) os mapas conceituais permitem uma ampla visão da pesquisa, como também auxilia na exploração das atividades.

Figura 1: Mapa Conceitual referente à linguagem matemática e suas dimensões



Fonte: Produção do autor

Como podemos verificar, o mapa abrange as dimensões da linguagem matemática e como as mesmas se relacionam. Deixando claro que estas dimensões sempre estão presentes na aula de matemática, no entanto, o grau de importância e as formas como são apresentadas e exploradas em sala de aula são distintas.

De um lado a dimensão sintática refere-se aos aspectos mais simbólicos das representações matemáticas, é onde a mesma, de fato mostra suas características mais peculiares. Seus símbolos que geram as fórmulas que por sua vez são utilizadas nas devidas equações e operações. O aspecto sintático se resume a manipular estes símbolos. Do outro a dimensão semântica composta pelos aspectos literais inseridos no contexto matemático que envolve significados e conceitos relacionados a uma linguagem natural que se relacionam aos símbolos da dimensão sintática. Segundo Vygostky, o desenvolvimento ocorre de fora para dentro, portanto antes de relacionar conceitos aos símbolos o aluno precisa fazer a relação de acordo com um conceito da realidade já conhecida por ele, e então internalizar tal conhecimento ao conhecimento matemático. (OLIVEIRA, 1997).

Segundo Marcondes (1918, p 10), “a pragmática por sua vez diz respeito à linguagem em uso, em diferentes contextos, tal como utilizada por seus usuários para a comunicação.” No contexto matemático a comunicação ocorre quando há uma tradução dos significados de determinados símbolos, os aspectos literais são abordados tanto em uma linguagem simbólica quanto em uma linguagem natural, resultando em uma relação entre a dimensão sintática e a semântica e ambos necessitam de interpretação e para que haja a interpretação necessita relacionar os conceitos já conhecidos e então inseri-los no contexto matemático. À medida que se explora as dimensões sintáticas e semânticas, os aspectos pragmáticos vão se tornando mais fortes, pois os elementos da linguagem matemática começam a adquirir sentido em distintos contextos, e então se estabelece as conexões em possíveis aplicações.

Segundo Eves (1995) os antigos povos, babilônicos, gregos e hindus utilizavam de ideias que exigiam extensos pensamentos e escrituras para explicar determinadas situações e suas devidas resoluções, e diante de um novo cenário de mesma natureza necessitavam construir os mesmos pensamentos e elaborar os mesmos passos utilizando apenas de novos valores e a partir disso buscaram símbolos para processar informações que sempre apareciam.

Vygostky defende a ideia de que a linguagem é construída através da interação com o outro, portanto sejam através de símbolos ou palavras o indivíduo começa a construir seus conceitos referentes ao o que enxerga ou imagina. Utilizando-se dessa ideia de construção através da interação, tratamos aqui do aprendizado matemático. Da mesma forma, que a linguagem racional é formada com a interação entre a fase pré-linguística do pensamento e a fase pré-intelectual da linguagem (OLIVEIRA, 1997), trataremos da dimensão pragmática como sendo a construção através da interação entre a dimensão sintática e a semântica.

A fase pré-linguística do pensamento está relacionada a uma inteligência prática, onde o indivíduo utiliza determinada ferramenta para algo o qual necessita, ou para resolver determinados problemas, mas ainda não desenvolveu a capacidade de transformar tal ferramenta em algo que tenha utilidade futuramente. Na fase pré-intelectual da linguagem, o indivíduo passa a desenvolver gestos e sons para se comunicar, no entanto ainda não tem o domínio da linguagem verbal, mas à medida que as relações entre estas fases são estabelecidas, o indivíduo vai se desenvolvendo e construindo sua linguagem a qual utiliza para expressar seus pensamentos (OLIVEIRA, 1997).

Vejamos o exemplo a seguir sobre o como ocorre essa interação, uma criança tentando pegar um objeto, esticando suas mãos:

> Estica a mão na direção do chocalho fazendo, no ar um movimento de pegar, sem conseguir tocá-lo. Do ponto de vista do bebê este é um gesto dirigido ao chocalho, uma relação externa entre ele e esse chocalho, uma tentativa mal sucedida de alcançar um objeto. Quando o adulto vê essa cena, ocorre uma transformação, observando a tentativa da criança o adulto reage entregando o chocalho. (OLIVEIRA, 1997, p. 39)

Assim sendo, da mesma forma como uma criança utiliza o gesto de esticar as mãos para conseguir um objeto, e à medida que isso ocorre ela relaciona o gesto ao fato de conseguir o objeto através do adulto, pois esta ainda não consegue realizar sozinha, da mesma forma o aluno tem conhecimento dos símbolos matemáticos e utiliza para determinar certo valor, mas ao se deparar com esse mesmo símbolo em um contexto real este, provavelmente terá dificuldades em fazer as devidas relações. Pois o mesmo adquire o hábito de manusear os símbolos, mas não incorpora a ideia a qual está relacionada, neste momento o professor interage, tentando construir o estabelecimento de relações entre estes símbolos, significados e conceitos já adquiridos pelos mesmos. Diferente das crianças, o adulto, ou o jovem já terá maior facilidade em internalizar estes conceitos, diante do acervo de conceitos já adquiridos por estes de acordo com o seu desenvolvimento cultural (OLIVEIRA, 1997).

CAPÍTULO 3

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo definimos a população e expomos a questão proposta desvelando suas possíveis resoluções e examinando como os estudantes lidam com a interpretação e até que ponto utilizam dos aspectos sintáticos e semânticos para o seu desenvolvimento e se os mesmos conseguem estabelecer relações de acordo com o contexto do enunciado. Destacamos ainda as distintas formas de produção dos estudantes.

3.1 Participantes e metodologia

Executada na Universidade Estadual da Paraíba, com a participação de 21 estudantes do 1º semestre do curso de Licenciatura Plena em Matemática do período de 2017.1, a pesquisa se baseia em um enunciado da questão 174 extraída do Enem 2015 e foi instruído aos mesmos, como sugere no enunciado, que ao tentar solucionar, apresentasse o máximo possível de detalhes.

Considerando que a maioria destes, são alunos que acabaram de sair do ensino secundário e já ingressaram na universidade, a população foi determinada a fim de incentivar o caráter investigativo tanto dos alunos do ensino médio que estão se preparando para lidar com questões abstratas de concurso e vestibulares quanto dos que optaram por ingressar na área de exatas, com o intuito de incentivar os docentes da área de educação a investigar uso da linguagem semântica no ensino superior.

O intuito do teste era provocar no aluno o caráter textual e operacional de forma a executar a tarefa utilizando das duas dimensões. Segundo Almeida (2016) ao executar procedimentos textuais para descrever os passos, o estudante precisa explorar o problema, na tentativa de tentar descobrir o que de fato está ocorrendo naquela situação. Santos (2005a) sugere que a produção textual se torne presente na aula de matemática, pois tal prática permite ao aluno traduzir a matemática formal para sua própria linguagem, a fim de transpor e construir conceitos relacionados aos símbolos. Almeida (2016, p. 168) afirma: "O aluno deve saber utilizar os conteúdos para os quais já produziu significado.". Diante disto, a pesquisa visa avaliar, através de dados quantitativos e qualitativos o conhecimento do indivíduo e de testar sua capacidade de resolver um problema que envolva o domínio dos aspectos sintáticos e semânticos.

3.2 Questão proposta

Explanaremos a seguir a questão proposta, conforme é possível verificar no anexo, e seus métodos de resolução, descrevendo os métodos escolhidos pelos estudantes e analisando tanto os aspectos sintáticos quanto os semânticos. Verificando se os mesmos conseguem construir uma linguagem elaborada e correta de acordo com a sua interpretação. O processo de análise visa tanto a pesquisa quantitativa quanto a qualitativa. Considerando a quantitativa para a obtenção de um quadro geral sobre as distintas formas de abordar a resolução, destinando-se a identificar estudantes que usaram métodos dedutivos, interpretação, fórmula resolutiva de Bháskara, equação do vértice, tentativa e erro e também os alunos que deixaram em branco. A qualitativa aspira observar as formas como os estudantes se dedicaram a resolver o problema.

Depois de observar que se trata de uma função, próximo passo poderia ser começar a resolver através da formula resolutiva $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ e constatar que a mesma por se tratar de uma função quadrática, poderia simplesmente calcular o ponto máximo pois a função possui o coeficiente negativo e portanto determina um ponto máximo. Ponto máximo este, relacionando com a temperatura máxima que é a incógnita do contexto, ou seja, o resultado a ser encontrado.

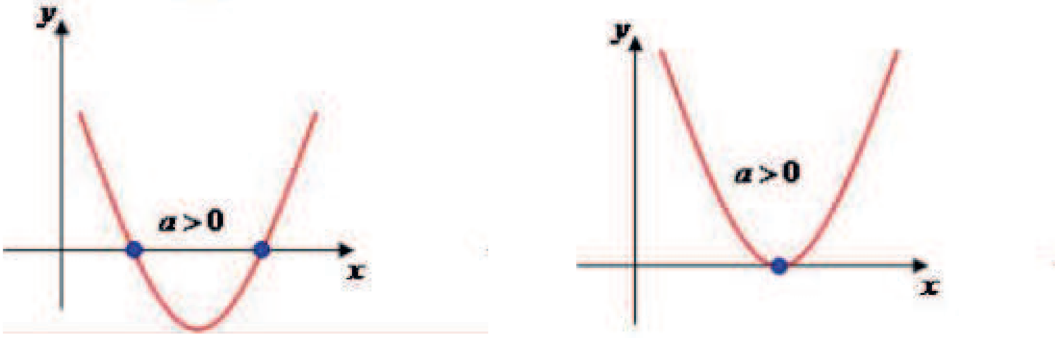
Consta-se de forma explícita, os aspectos sintático dada pela função quadrática: T(h) = -h² + 22h – 85 a fim de induzir o aluno a relacionar o conteúdo da fórmula resolutiva de Bháskara aos aspectos semânticos contextualizados nas informações do enunciado. E para resolução da mesma, o estudante deveria não apenas calcular as raízes da equação h' e h'', mas relacionar seu conteúdo ao que a questão busca que é a temperatura, que em uma linguagem matemática está relacionada ao ponto máximo de uma parábola e, portanto para determinar este ponto máximo, seria necessário o aspecto sintático relacionado aos vértices da parábola $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$.

3.3 Resolução da questão

O enunciado solicita a classificação da temperatura no momento em que a estufa atinge o maior número possível de bactérias. A classificação das temperaturas está associada a intervalos, e estes são determinados por uma expressão algébrica, que tem a forma de uma função quadrática, em que a temperatura é dada em função do tempo em horas. E como é uma função quadrática a temperatura está relacionada aos vértices de uma parábola, que pode ser o ponto máximo ou o mínimo, e isto pode ser determinado lembrando que o valor do coeficiente a, indica a concavidade da parábola.

Se a > 0, a concavidade da parábola estará voltada para cima, e tem- se o ponto mínimo

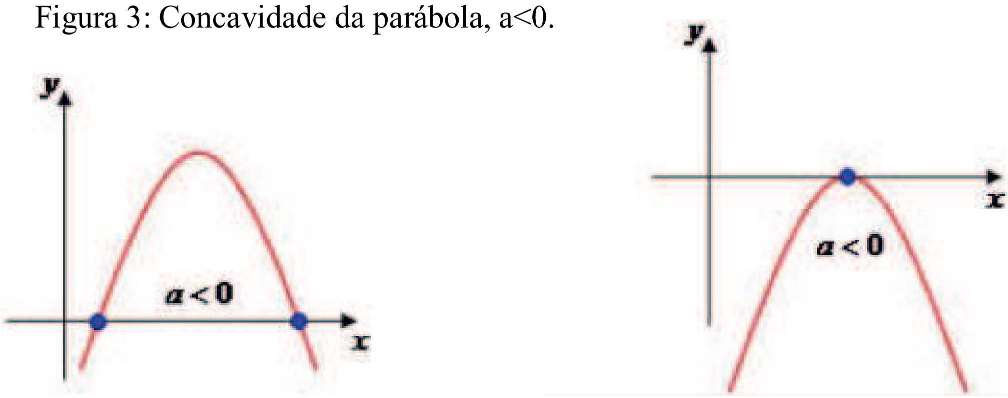
Figura 2: Concavidade da parábola, a>0.



Fonte: http://matematicarev.blogspot.com.br/2010/05/grafico-da-funcao-de-2-grau.html

Se a< 0, a concavidade da parábola tem concavidade para baixo, e tem-se o ponto máximo da parábola.

Figura 3: Concavidade da parábola, a<0.



Fonte: http://matematicarev.blogspot.com.br/2010/05/grafico-da-funcao-de-2-grau.html

Para determinar as soluções o aluno poderia utilizar do método de tentativa e erro, determinando valores em horas para h.

Outro método de resolução possível, que já exigiria um pouco mais de conhecimento e seria através do cálculo da derivada:

Dada a função quadrática, como está buscando determinada temperatura então, a temperatura está relacionada ao vértice da parábola dada pela equação, então calculando sua derivada e substituindo o valor de h na equação, teríamos:

$T(h) = - h^2 + 22 – 85 =0$

$T'(h) = -2h + 22 = 0 => h = 22/-2 => h = -11$

Como h=11, então:

$T(11) = (-11)^2 + 22. 11 – 85 => T (11) = 121 +242 . 85 = 36º$

Como a temperatura resultou em 36º, seria o intervalo no qual a temperatura de 36º estivesse inserida.

E o método mais utilizado, por fazer parte do conhecimento do aluno, seria a fórmula resolutiva e em seguida o valor do vértice referente ao eixo das ordenadas, pois como se trata de temperatura, esta estaria relacionada ao valor vertical, e, portanto ao ponto máximo. Logo, determinando o valor do discriminante:

$\Delta = -b^2 -4ac$

$\Delta = - 22^2 - 4 . (-1) . (-85)$

$\Delta= 484 – 340$

$\Delta = 144$

Encontrado o valor do discriminante, e sabendo que a temperatura está relacionado ao valor do vértice, usamos a fórmula do vértice:

$y = \frac{-\Delta}{4a}$

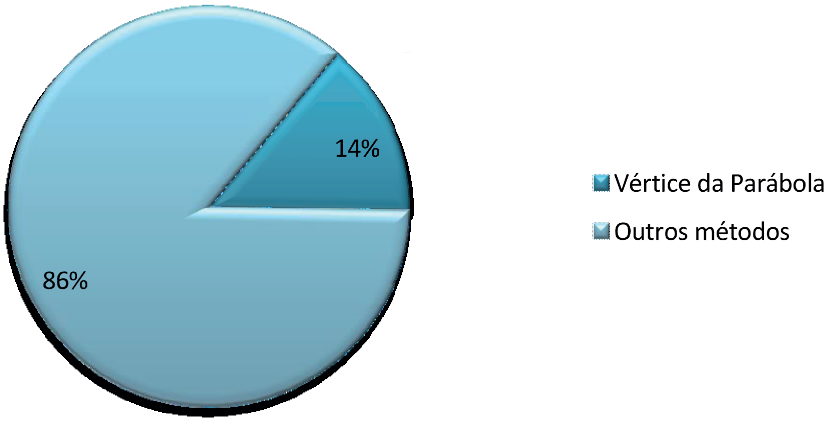
$y= \frac{-144}{4.(-1)}$

$y = 36$

Portanto a temperatura se encontra no intervalo 30 <t <43, classificada como sendo uma temperatura alta.

Como podemos verificar no gráfico a seguir, o percentual de alunos que utilizaram a fórmula do vértice é menor em relação à quantidade total de alunos. Comprovando que mesmo os alunos que identificaram a equação do 2º grau e a relacionaram à formula de resolutiva, não conseguiram aferir o conceito de temperatura a elementos de uma parábola, ou seja, não estabeleceram relação entre os aspectos sintáticos e seus significados diante do problema.

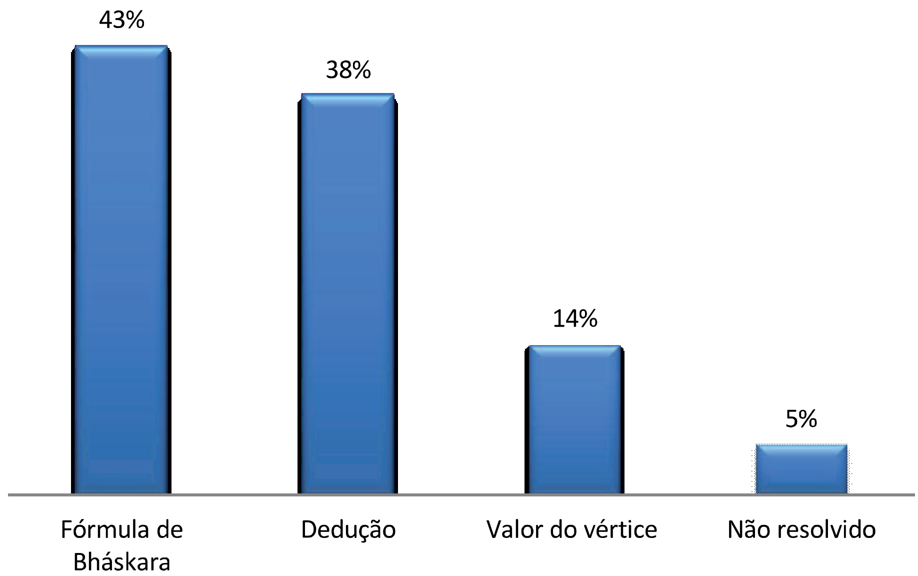
Gráfico 1: Proporção de alunos que escolheram o vértice da parábola como método de resolução



Fonte: Atividade dos alunos

Diante disto foi verificado que 43% dos participantes identificaram a fórmula resolutiva como possível método de resolução, 14% identificaram o valor do vértice como resultado, 38% utilizaram de deduções e produção textual e 5% deixaram a prova em branco. Além do mais, entre os estudantes que não utilizaram da fórmula do vértice, concluíram que a resposta seria determinada pelos valores das raízes da equação. Segue o gráfico do percentual dos métodos utilizados pelos participantes:

Gráfico 2: Método utilizados pelos alunos para resolução da questão



Fonte: Atividade dos alunos

3.4 Seleção de respostas dos participantes

Dentre os 21 alunos que participaram da pesquisa, foram identificadas algumas distintas resoluções em relação aos modos de interpretar o enunciado, assim também como nas abordagens das resoluções.

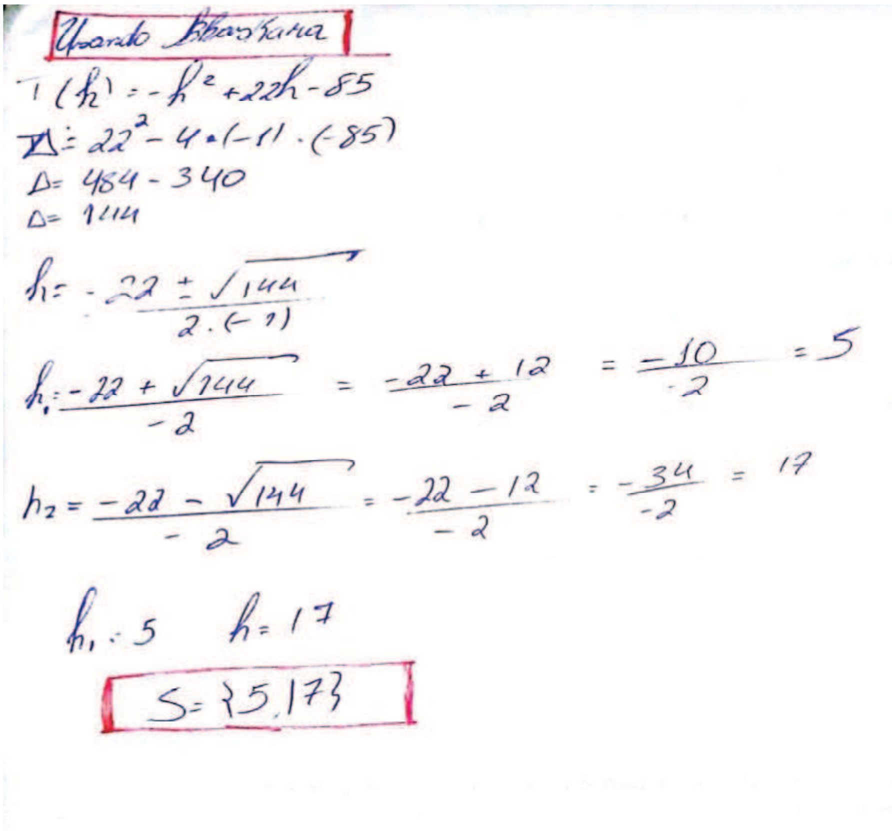
Analisamos as formas como expressam suas ideias e suas interpretações, identificando os tipos de linguagem que mais prevalecem no desenvolvimento de suas resoluções. Deixamos livres as formas como iriam abordar, mas foi solicitado que tentassem desenvolver a resolução com o máximo de detalhes que pudessem.

Já relatamos anteriormente sobre os métodos abordados pelos alunos, onde alguns utilizaram a fórmula resolutiva, fórmula do vértice, deduções que resultaram em distintas interpretações. Dentre as atividades dos 21 alunos, selecionamos 10 alunos, as quais se tornam mais relevantes para o estudo da pesquisa, por possuírem detalhes importantes, além disso os alunos que optaram pela fórmula resolutiva, seguiram os mesmos p

As produções dos alunos 1, 2, 3 atestam que os estudantes verificaram a função quadrática e a associaram ao conteúdo sintático da fórmula resolutiva, entretanto os mesmos não produziram significados suficientes para relacionar os seus cálculos.

Dentre os alunos que optaram por resolver através da fórmula resolutiva, a maioria chegou ao resultado {5,17} ou não desenvolveu corretamente os cálculos, portanto, o aluno 1 foi selecionado por instaurar uma correspondência entre a função quadrática do enunciado e a fórmula resolutiva de equações do 2º grau, desse modo o aluno estabeleceu relação entre os símbolos característicos da função quadrática e os símbolos da sua forma resolutiva. De acordo com Marcondes (1918, p.9) "a sintaxe examina os laços entre os signos com os objetos a que se referem".

Figura 4. Resposta do Aluno 1



Usando Bhaskara

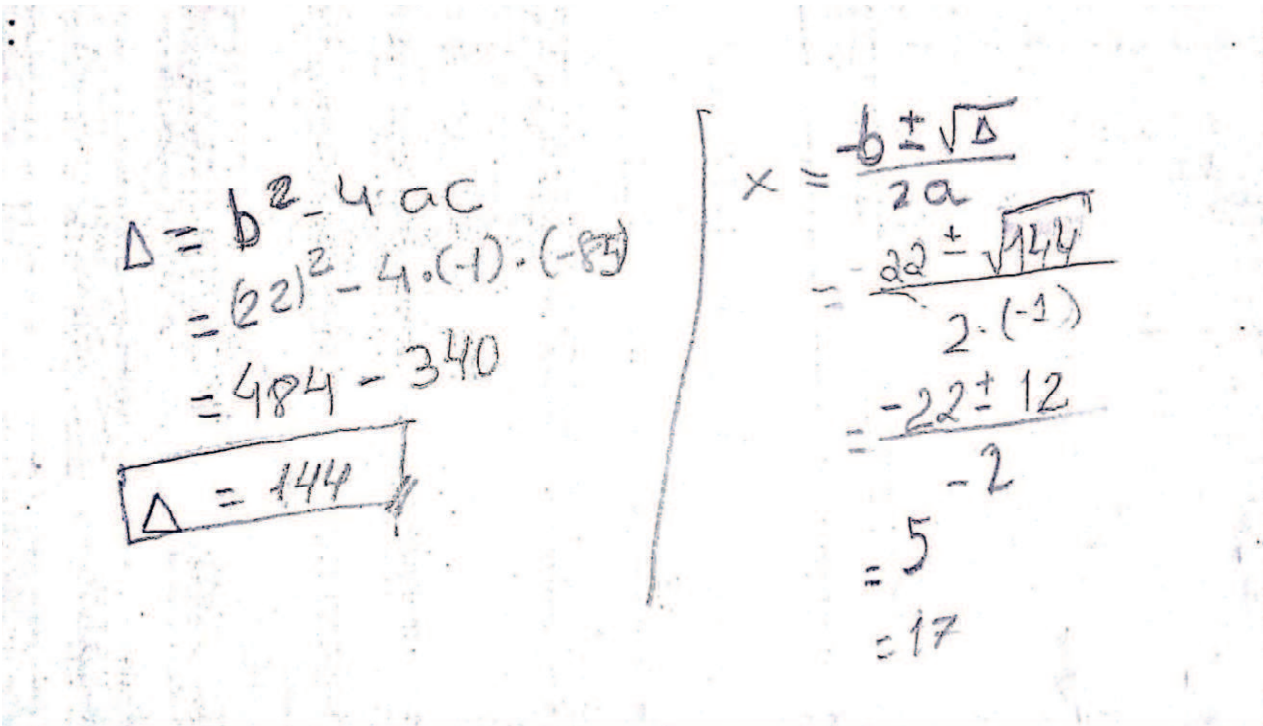
$$f(h) = -h^2 + 22h - 85$$
$$\Delta = 22^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-85)$$
$$\Delta = 484 - 340$$
$$\Delta = 144$$
$$h = \frac{-22 \pm \sqrt{144}}{2 \cdot (-1)}$$
$$h_1 = \frac{-22 + \sqrt{144}}{-2} = \frac{-22 + 12}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5$$
$$h_2 = \frac{-22 - \sqrt{144}}{-2} = \frac{-22 - 12}{-2} = \frac{-34}{-2} = 17$$
$$h_1 = 5 \quad h = 17$$
$$\boxed{S = \{5, 17\}}$$

Fonte: Produção do Aluno 1

O aluno 2 desenvolveu um processo mental dos aspectos sintáticos e executou os procedimentos relacionados à fórmula, mas não produziu significado da incógnita aos dados presentes no contexto. De acordo com Polya (1997) os procedimentos só são bem executados quando existe compreensão do problema e para que haja a compreensão é necessário estabelecer conexão entre a incógnita e as referencias dadas no contexto, e, portanto um desenvolvimento das atividades semânticas.

As resoluções se resumem aos procedimentos dos aspectos sintáticos, não se verifica se o aluno fez as devidas interpretações do contexto, mas é notável que o mesmo ao se deparar com os aspectos sintáticos se limitou a tentar resolver o problema utilizando a fórmula resolutiva, entretanto nota-se a ausência da produção textual e conclusão da resolução.

Figura 5. Resposta do Aluno 2



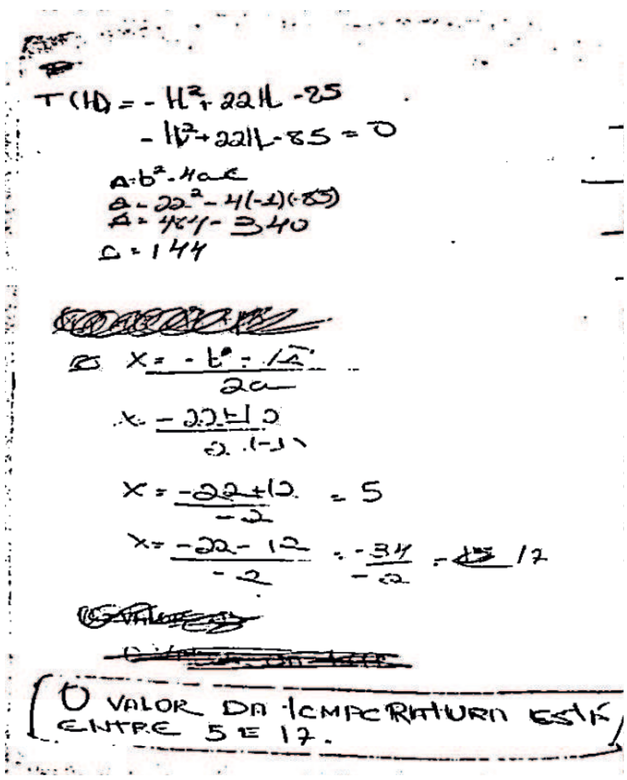
Fonte: Produção do aluno 2

Os aspectos sintáticos são mais explorados, por ser algo com o qual o aluno já está mais habituado, é algo com o qual ele está mais confortável em fazer, exatamente por ser a dimensão mais explorada no contexto escolar, e o seu saber se resume a essas limitações de procedimentos mais operacionais executados em exercícios fechados.

D'Ambrósio (1996, p.79) afirma que "a pesquisa é o que permite a interface interativa entre teoria e prática", logo o aluno para desenvolver um olhar diferente para a matemática deveria construir o hábito de investiga-la.

Na atividade do aluno 3, além de enxergar os mesmos aspectos dos alunos 1 e 2, nota-se que este identifica a temperatura como a incógnita, "o valor da temperatura está entre 5 e 17", e deixa evidente que determinou a raízes da função como solução. Mas o que se destaca no desenvolvimento dessa atividade é que mesmo o aluno sabendo qual a incógnita da questão, este não busca uma conexão entre a temperatura (incógnita) e o conteúdo matemático ao qual o enunciado se trata. Portanto os aspectos semânticos não se tornam tão notáveis para o aluno.

Figura 6: Resposta do aluno 3

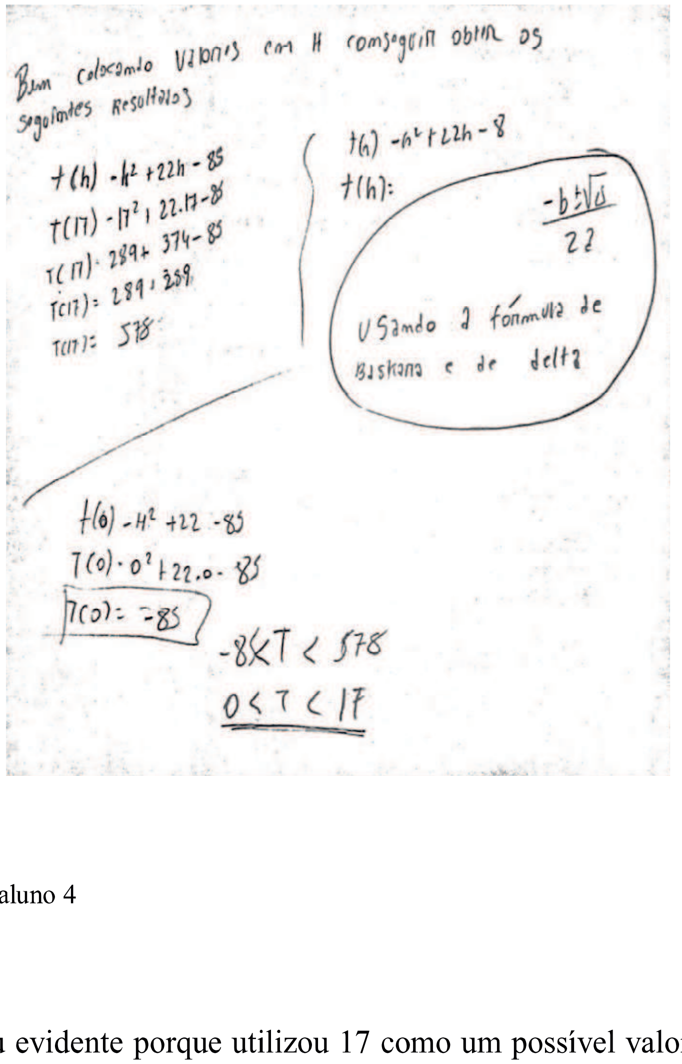


Fonte: Produção do aluno 3

Nota-se que os alunos que utilizaram dos procedimentos sintáticos para encontrar a incógnita, não estabeleceram relação entre ponto máximo e a temperatura, apenas determinaram os valores encontrados, sem buscar as devidas interpretações, dessa forma não adquiriram êxito em suas resoluções, pois os mesmos apenas enxergaram a função e fizeram uso das manipulações dos símbolos sem buscar traduções no contexto dado.

Quanto ao aluno 4, verifica-se a intenção em usar a fórmula resolutiva como possível método de resolução, mas observa-se também a intenção de designar valores para a função com a finalidade de determinar certo intervalo, entretanto não ficou claro como o aluno chegou ao intervalo entre 0 e 17.

Figura 7: Resposta do aluno 4



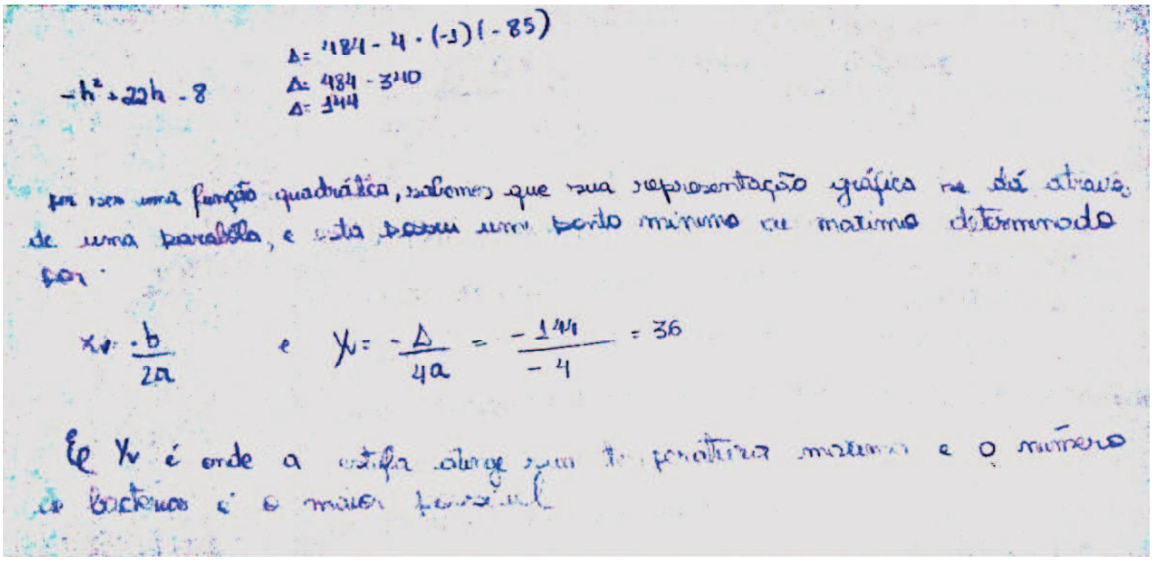
Fonte: Produção do aluno 4

Não ficou evidente porque utilizou 17 como um possível valor, mas diante do fato do aluno considerar a fórmula resolutiva como parte da resolução, talvez ele tenha determinado este valor calculando as raízes da função, que já sabemos é {5,17}, no entanto o aluno não deixou registrado. A produção textual foi limitada a explicar as razões dos procedimentos sintáticos, “Bem colocando valores em h conseguir obter os seguintes resultados.” Mais uma vez a dimensão semântica foi pouco explorada no desenvolvimento da resolução e na interpretação do contexto.

Já nas figuras 7 e 8, se destacam as resoluções de alunos que associaram a função dada ao gráfico da parábola e aplicaram a equação do vértice como método resolutivo. Verifica-se nas figuras que ambos os participantes conseguiram fazer a relação entre a função e a determinação do vértice.

“Por ser uma função quadrática, sabemos que sua representação gráfica se dá através de uma parábola e esta possui um ponto máximo ou mínimo determinado por: $x_V = \frac{-b}{2a}$ e $y_V = \frac{-\Delta}{4a}$.”.

Figura 8: Resposta do aluno 5



$-h^2+22h-8$

$\Delta = 484 - 4\cdot(-1)(-85)$

$\Delta = 484 - 340$

$\Delta = 144$

por ser uma função quadrática, sabemos que sua representação gráfica se dá através de uma parábola, e esta possui um ponto mínimo ou máximo determinado por:

$x_V = \frac{-b}{2a}$ e $y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-144}{-4} = 36$

E y_V é onde a estufa atinge sua temperatura máxima e o número de bactérias é o maior possível

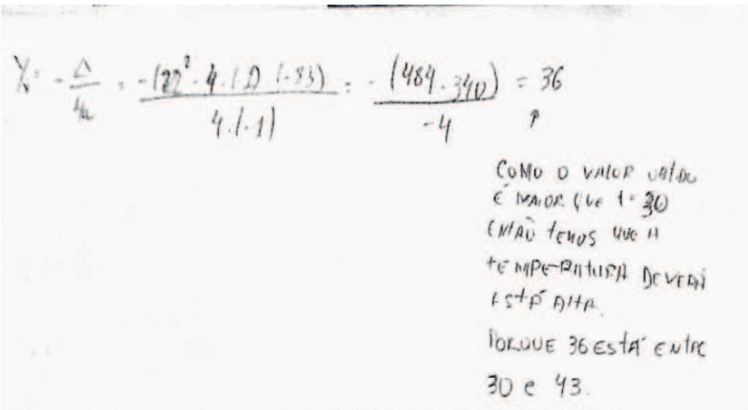
Fonte: Produção do aluno 5

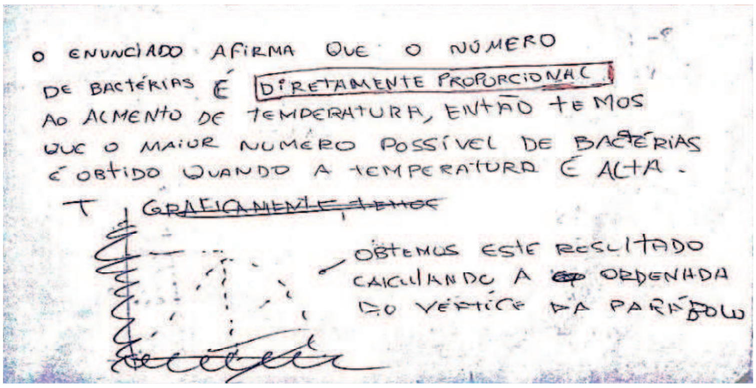
Dada equação o aluno detectou que se tratava de uma função quadrática e a relacionou ao vértice da parábola e, portanto relacionou ao uso da fórmula do vértice, determinando o valor de y do ponto máximo como a resposta do contexto ao qual a fórmula estava inserida: “E y_V é onde a estufa atinge sua temperatura máxima e o número de bactéria é o maior possível.”

Ele obteve êxito em sua resolução, adquirindo e utilizando dos aspectos sintáticos e o relacionando a aspectos semânticos e empregou a produção textual para explicar sua resposta.

Na figura seguinte, referente ao aluno 6 consta-se também resolução utilizando dos aspectos sintáticos e o relacionando ao referencial do contexto, além do mais o aluno desenvolve um gráfico para explanar sua explicação referente a temperatura máxima e recorre a produção textual para explicar os aspectos semânticos referentes a incógnita. Mas ao desenvolver o esclarecimento de sua interpretação utilizou de linguagem matemática que não se correspondia com as informações do contexto.

Figura 9: Resposta do aluno 6





Fonte: Produção do aluno 5

“O enunciado afirma que o número de bactérias é diretamente proporcional ao aumento de temperatura, então temos que o maior número possível de bactérias é obtido quando a temperatura é alta. Obtemos este resultado calculando a ordenada do vértice da parábola.”. “Como o valor obtido é maior que 30, então temos que a temperatura deveria está alta, porque 36 está entre 30 e 43.”

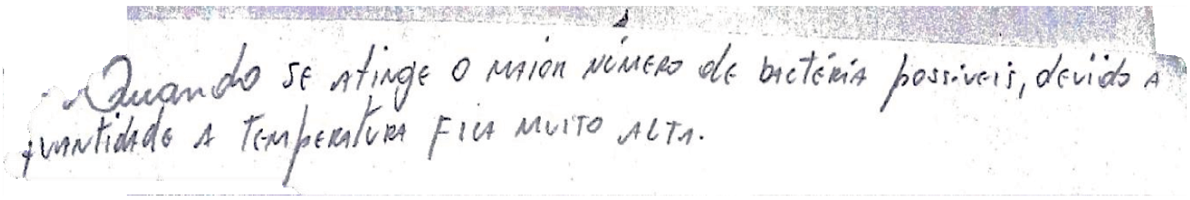
Ao afirmar que o número de bactérias é diretamente proporcional ao número de bactérias, está exercendo uma má interpretação, haja vista que o crescimento das bactérias é variável.

Os alunos 5 e 6 relacionaram os elementos dados em uma função quadrática, no entanto não se atentaram a explicar o porquê do ponto máximo determinar esta temperatura.

Nas resoluções a seguir, segue as atividades resolvidas dos alunos 7, 8, 9 e 10, estes tentarem solucionar através da produção textual e se limitaram a interpretar o texto, buscando as palavras chaves, utilizando pouco ou nenhum procedimento sintático. Recorreram em conclusões intuitivas:

“Quando se atinge o maior número de bactérias possíveis, devido a quantidade, a temperatura fica muito alta.”

Figura 10: Resposta do aluno 7


Quando se atinge o maior número de bactéria possíveis, devido a quantidade a temperatura fica muito alta.

Fonte: Produção do aluno 9

Como podemos observar este estudante se equivoca ao concluir que a temperatura é muito alta devido à quantidade de bactérias, pois o mesmo desconsidera que a temperatura poderia ser apenas alta ($30 < t < 43$).

O aluno 8 examina as informações do contexto e pondera seus efeitos na temperatura da estufa, pode-se observar que ele traduz as informações em uma linguagem mais informal, explicitando seu entendimento em relação às informações:

“Pela horas demonstradas na equação $T(h)= -h^2+22h-85$, não precisa chegar a temperatura máxima para o maior número de bactérias, mas também não vai ser com a temperatura muito baixa pois, a muito alta seria $t>43$ que por uma temperatura menor seria possível e a muito baixa que é t<0 não teria temperatura o suficiente. Pela equação dada a temperatura ideal seria até, 30 < t < 43 seria no intervalo para o maior número possível."

Figura 11: Resposta do aluno 8

Pela as horas demostrada na equação $t(h) = -h^2+22h-85$ não
precisa chegar a temperatura maxima para ô maior núme-
ro de bacteria mas tambem não vais ser com
a temperatura muito baixa pois, a muito alta seria
$t>43$ que por uma temperatura menor seria possivel
é a muito baixa que é $t<0$ não teria temperatura
o suficiente. Pela a equação dada a temperatura ideal
seria a ata; $30 \leq t \leq 43$ seria no intervalo para o
maior numero de bacteria possivel.

Fonte: Produção do aluno 8

O aluno está transformando os conceitos matemáticos presentes no enunciado e os empregando de uma maneira que seja mais acessível a ele. Gómez-Granell (1996) e Santos (2005) apoiam esse tipo de abordagem, pois conduz a linguagem matemática a conceitos que o aluno já compreende e a partir dessa transformação o aluno adquire o hábito de explorar com mais frequência os aspectos semânticos da matemática.

O aluno 9, assim como o aluno anterior, utiliza explicações mais informais, explorando os aspectos semânticos que circundam o problema, investigando as informações:

Figura 12: Resposta do aluno 9

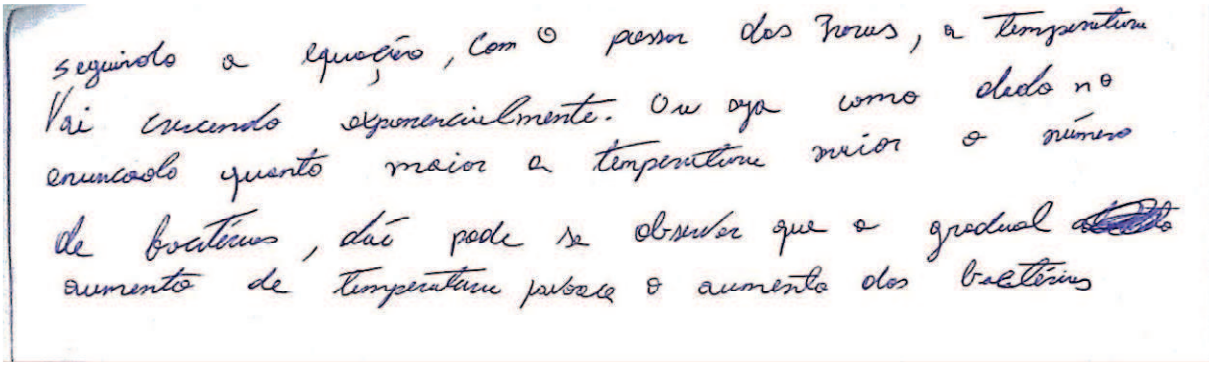
Como foi definido previamente que o número de bactérias é o maior
possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima, então pode-
deduzir que o maior número de bactérias será obtido quando
a temperatura no interior da estufa for muito alta $(T > 43)$.

Fonte: Produção do aluno 9

"Como foi definido previamente que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima, estas pode-se deduzir que o maior número de bactérias será obtido quando a temperatura no interior da estufa for muito alta (T>43).".

O aluno 10 ao desenvolver seu raciocínio afirma que a temperatura tem um crescimento exponencial, fazendo aplicação do termo de forma incoerente.

Figura 13: Resposta do aluno 10



Fonte: Produção do aluno 10

"Segundo a equação, com o passar das horas, a temperatura vai crescendo exponencialmente. Ou seja, como dado no enunciado quanto maior a temperatura maior o número de bactérias, daí pode-se observar que o gradual aumento de temperatura favorece o aumento das bactérias."

Assim como defende Dell'Isola (1991, p. 10) "Existem modos de interpretar uma leitura", e no contexto matemático não é diferente, Polya (1997), afirma que dependendo da forma como se ler o enunciado, pode-se tirar conclusões distintas, e este pensamento, como foi verificado anteriormente nas respostas dos estudantes, se comprova, enquanto um estudante definiu a temperatura como baixa o outro a definiu como muito alta. Mas o que vale ressaltar é que ambos desconsideraram utilizar a função quadrática, nota-se deficiências na resolução, tendo em vista as aplicações incoerentes de alguns termos matemáticos como "crescendo exponencialmente" e "diretamente proporcional".

Os estudantes tanto através dos métodos mais operacionais quanto textuais, enxergaram a incógnita (temperatura), mas não a relacionaram a pontos máximos ou mínimos de uma parábola. Visando um desequilíbrio entre as operações e suas linguagens, observamse dificuldades tanto no sintático quanto no semântico. Não fizeram bom uso do que defende Polya (1887), pois tentaram executar sem analisar os fatores importantes na questão.

É possível observar que um número significativo de alunos possui facilidade na interpretação do contexto e em enxergarem a incógnita, no entanto verifica-se deficiência no aspecto semântico da linguagem matemática, haja vista que não fizeram as devidas conexões entre o contexto real e o contexto matemático.

Alguns alunos identificaram os aspectos, como foi o caso dos alunos 1 e 2, mas ao determinarem suas resoluções fizeram utilizaram os aspectos sintáticos sem preocupação com os aspectos semânticos, assim como sugere Santos (2005) eles não traduzem ou não buscam traduzir os aspectos de forma a desenvolver com mais frequência os aspectos pragmáticos.

O cenário que se enxerga nessa pesquisa é de um número significativo de alunos que mesmo relacionando os aspectos sintáticos referentes ao conteúdo de equações e funções do segundo grau, nem todos estabelecem uma visão ampla, clara e conceitual do conteúdo. Falta o desenvolvimento de um caráter mais analítico.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática é uma linguagem universal, pois a mesma se apresenta em cada parte do mundo exatamente da mesma forma, sua linguagem simbólica a torna peculiar, mas antes de se tornar esta linguagem única, a matemática ´passou por processos de modificações. As resoluções repletas de demasiadas informações, foram se modificando até se tornarem uma linguagem mais simplificada.

Os símbolos, de acordo com as teorias de Vygostsky auxiliam no desenvolvimento psicológico, e ainda são instrumentos que tornam a mente muito mais poderosa, devido à capacidade humana de assimilar e imaginar situações mesmo que nunca tenham a vivenciados, e esta capacidade se dá exatamente a partir da descoberta dos símbolos. Mas para que a mente humana consiga desenvolver a criatividade e tomar decisões, antes precisa desenvolver significados e conceitos. (OLIVEIRA, 1997)

Seguindo esse raciocínio, a linguagem matemática, desenvolvida para facilitar o armazenamento de informações e resolução de longos problemas, passou a se tornar uma ciência muito abstrata para a maioria das pessoas devido aos conceitos não estarem sendo explorados na mente humana, e sendo a matemática uma linguagem, para então, ser compreendida, necessita ser traduzida. Da mesma forma como um determinado idioma só é compreendido quando se entende o significado das palavras, a matemática passa a ser enxergada quando se entende seus conceitos através da sua linguagem.

Segundo Almeida (2016) a linguagem matemática está delimitada em três dimensões que sempre estão interagindo entre si, são estas dimensões, a sintática, semântica e a pragmática. A sintática trata das relações simbólicas, a semântica dos significados implícitos nos símbolos e a pragmática se baseia em conseguir enxergar estes conceitos sintáticos e semânticos em distintos contextos das diversas vertentes onde a matemática possa ser aplicada.

E geralmente em uma aula de matemática estes aspectos são explorados de formas proporcionalmente distintas, os aspectos sintáticos que se baseiam em executar a manipulação de símbolos através dos cálculos são mais frequentes na aula do que a exploração dos signos, e as aplicações destes procedimentos em distintas áreas se tornam quase imperceptíveis. Dessa forma o aluno a enxerga com certa irrelevância para seu desenvolvimento. E para os alunos que apresentam facilidade na manipulação de símbolos de acordo com as operações impostas, falta a estes adquirem este hábito de enxergar a matemática e de saber falar sobre a matemática.

Diante da pesquisa executada foi observada tal dificuldade em expressar suas ideias, e que apesar de alguns estudantes determinarem a resposta correta e relacionar o aspecto sintático, ficou evidente o entrave em expressar seu entendimento em relação à questão, pois os mesmos não deixaram claro se estabeleceram a relação entre temperatura e ponto máximo ou se apenas enxergaram a função quadrática e seus elementos. E mesmo os alunos que reconheceram a função como uma equação do 2º grau, agregaram à resolução apenas os valores das raízes, deixando claro que apenas associaram a equação à fórmula sem relacionar ao conceito de temperatura e apenas uma minoria desenvolveu os aspectos semânticos de acordo com o referencial da incógnita, a relacionando aos vértices de uma parábola.

Todos os alunos conseguiram identificar os aspectos sintáticos presentes na questão e identificaram a incógnita (temperatura), no entanto não estabeleceram as relações entre os aspectos sintáticos e semânticos, e portanto escolheram distintas formas de resolução: fórmula resolutiva, fórmula vértice e deduções.

Levando em consideração que os participantes foram estudantes do primeiro semestre do curso de Licenciatura Plena em Matemática, verifica-se que aluno que escolheu estudar tal curso não necessariamente sabe matemática e muitas vezes esta falta não é suprida no ensino superior e por essa razão a pesquisa visou estudantes do curso superior, com a finalidade de tanto incentivar o estudo da linguagem matemática na educação básica, como também instigar professores da educação superior a trabalhar o caráter investigativo do estudante que está se preparando para lecionar.

Diante das análises dos dados obtidos, mostra-se claramente que falta aos alunos adquirir o hábito de investigar a matemática e de enxergá-la por um olhar mais literal repleto de significados que proporcione ao aluno confiança em questionar e sistematizar informações que os auxilie no desenvolvimento de hipóteses e resoluções. Mas claro, que desenvolver com mais frequência esses aspectos da linguagem matemática não é uma tarefa fácil, é um processo que exige tempo, criatividade, metodologia e disposição tanto dos alunos quanto do professor. O indivíduo precisa enxergar a matemática como algo que possa ser acessível ao seu conhecimento, quebrando assim estes conceitos sobre a matemática ser um monstro indecifrável e passar a ser notada como uma ciência descomplicada e de uma beleza intrínseca.

5. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. *Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de matemática. Campina Grande: Eduepb; São Paulo: Livraria de Física,2016.*

BELLO, Samuel Edmundo López; MAZZEI, Luis Davi. Leitura, escrita e argumentação na Educação Matemática do Ensino Médio: possibilidades de constituição de significados matemáticos. *Ler e escrever: Compromisso no Ensino médio*, p. 261. Porto Alegre: Editora da UFRGS e NIUE/UFRGS, 2008

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros curriculares nacionais: Brasília: MEC, 1998

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A pesquisa em Educação Matemática e um novo papel para o professor. Educação Matemática da teoria à prática, v. 23. Campinas, SP:Papirus, 2005

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. Papirus Editora, 1996.
DELL'ISOLA, Regina Lúcia Péret. *Leitura: inferências e contexto sócio-cultural.* Imprensa Universitária, 1991.

EVES, Howard Whitley. Introdução à história da matemática. Unicamp, 1995.

GÓMEZ-GRANELL, Carmem. "Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática." *Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores. São Paulo: Ática* (1998): 15-41.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. "A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado." *Além da alfabetização fonológica, textual e material. Tradução de Stela Oliveira. São Paulo: Ática* (1996).

LINS, Rômulo Campos. "Matemática, monstros, significados e educação matemática." *Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez* (2004)

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento-um processo sócio-histórico. In: **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento-um processo sócio-histórico**. Scipione, 1997.

PIMM, David Constituyen las El linguaje matemática em aula: matemáticas um linguaje3.ed.Madrid, Espanha: Ediciones Morata,2002

POLYA, George. *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* Princeton university press, 2014.

PONTE, João Pedro da.Explorar e investigar em Matemática: *uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem.* In: Revista UNIÓN n. 21, 2010: 13-30.

SANTOS, Sandra Augusta. Explorações da linguagem escrita nas aulas de Matemática. In: *LOPES, CAE; NACARATO, AM Escritas e leituras na educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica* (2005a): 129-140.

SANTOS, Vinicio de Macedo. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: *LOPES, CAE; NACARATO, AM Escritas e leituras na Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica* (2005b).

MARCONDES, Danilo. A pragmática na filosofia contemporânea. Rio de Janeiro: Ed. Jorge Zahar (2005)

MORES, Ed Ridendo Castigat. Lev Semenovich Vygostky et al. Pensamento e linguagem. 2008. Versão Eletrônica

ANEXOS

Leia atentamente e apresente a solução com o máximo possível de detalhes, utilizando texto, linguagem algébrica, esquemas, gráficos, fórmulas ou outros recursos que desejar.

Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão:

$$T(h) = -h^2 + 22h - 85$$

Em que *h* representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \le T \le 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \le T \le 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como:

A) muito baixa.

B) baixa.

C) média.

D) alta.

E) muito alta.