UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA- CAMPUS I

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

NATIENE LEANDRO DA SILVA

CONTRIBUÍÇÕES DO DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA DE TÓPICOS DE GEOMETRIA I NO CURSO DE MATEMÁTICA DA UEPB CAMPUS I

CAMPINA GRANDE - PB

2017

NATIENE LEANDRO DA SILVA

CONTRIBUÍÇÕES DO DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA DE TÓPICOS DE GEOMETRIA I NO CURSO DE MATEMÁTICA DA UEPB CAMPUS I

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciada em matemática.

Orientadora: Prof.ª Me. Maria da Conceição Vieira Fernandes.

CAMPINA GRANDE - PB

2017

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586c Silva, Natiene Leandro da.
Contribuições do desenho geométrico no ensino-aprendizagem da disciplina de tópicos de Geometria I no curso de Matemática da UEPB Campus I [manuscrito] : / Natiene Leandro da Silva. - 2017.
43 p.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.
"Orientação : Profa. Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes, Departamento de Matemática - CCT."

1. Desenho geométrico. 2. Geometria Euclidiana. 3. Ensino-aprendizagem. 4. Geometria plana.

21. ed. CDD 516.22

NATIENE LEANDRO DA SILVA

CONTRIBUIÇÕES DO DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA DE TÓPICOS DE GEOMETRIA I NO CURSO DE MATEMÁTICA DA UEPB CAMPUS I

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciada em matemática.

Aprovada em: 13/12/17

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Prof[a]. Me. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática – CCT /UEPB
Orientadora

Thiciany Matsudo Iwano

Prof[a]. Me. Thiciany Matsudo Iwano
Departamento de Matemática – CCT /UEPB
Examinadora

Victor Hugo Cavalcanti Lima

Prof. Me. Victor Hugo Cavalcanti Lima
Departamento de Matemática – CCT /UEPB
Examinador

Dedico este trabalho aos meus pais que incansavelmente me apoiaram e incentivaram, sendo meu suporte em cada nova etapa e fazendo-me chegar até aqui. E a minha avó Mariá, “In memorian”, pelo legado de ensinamentos que nos deixou.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por me abençoar, me proteger e ser minha fortaleza, para que eu pudesse vencer todos os obstáculos com sabedoria.

Aos meus pais Antônio Leandro da Silva e Maria José da Silva, que sempre me incentivaram e não mediram esforços para que eu chegasse até aqui.

Aos magníficos professores, que foram base substancial para o crescimento do meu conhecimento.

Aos meus colegas de curso, pela união em todos os momentos e por fazerem parte dessa jornada, tornando-a menos árdua.

Ao professor Victor Hugo Cavalcanti Lima, que esteve à disposição e contribuiu com o fornecimento de alguns materiais para a realização deste trabalho.

Agradeço especialmente à minha querida e atenciosa orientadora, Profª. Me. Maria da Conceição Vieira Fernandes por sua disponibilidade, paciência e, sobretudo, por sua sabedoria e dedicação incansável na elaboração deste trabalho.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste sonho.

RESUMO

A disciplina de Tópicos de Geometria I é uma disciplina disponibilizada ao curso de Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba, que aborda os conteúdos referentes à geometria euclidiana plana. O desenho geométrico é um conjunto de técnicas utilizadas para a construção de formas geométricas, tendo sua origem desde os primórdios da humanidade e tornando-se uma linguagem universal de comunicação e expressão, com o objetivo de analisar, interferir e transformar a realidade de membros de determinados grupos. O presente estudo tem como objetivo refletir sobre as contribuições que o desenho geométrico pode proporcionar no ensino-aprendizagem da referida disciplina. Para obtermos as informações necessárias sobre o nosso tema, realizamos pesquisas em sites, revistas, livros, documentos oficiais e monografias. Também utilizamos alguns referenciais teóricos como Machado e Flores (2013), Rezende e Queiroz (2000), Barbosa (2003), Eves (1992), Rosa e Costa (2015), LDB (1961), dentre outros. De início procuramos abordar de maneira sucinta as origens da geometria e do desenho geométrico, bem como sua relevância para o ensino da geometria euclidiana plana, seus primeiros passos no ensino das escolas brasileiras e sua inserção no ensino superior, mais especificamente nos cursos de matemática. Desempenhamos um estudo comparativo (demonstração versus construção) de alguns conteúdos abordados pelas disciplinas em questão, de modo a nos permitir uma maior reflexão em torno dos resultados apresentados pela teoria da geometria plana e das soluções dos problemas de construções geométricas, evidenciando os elementos comuns a ambos, o que serve de auxílio para o desenvolvimento de tais resultados. Assim, percebemos que as representações gráficas contribuem significativamente no ensino-aprendizagem da disciplina de Tópicos de Geometria I, sendo suporte para toda a teoria da geometria euclidiana plana desenvolvida no decorrer do trabalho e contribuindo com novas reflexões e perspectivas de estudo.

Palavras-chave: Desenho Geométrico. Geometria Euclidiana. Ensino-aprendizagem. Geometria Plana.

ABSTRACT

The discipline of Topics of Geometry I it is a subject made available to the course of Full Degree in Mathematics by the State University of Paraiba, which deals with the contents referring to flat Euclidean geometry. Geometric design is a set of techniques used for the construction of geometric forms, originating from the beginnings of humanity and becoming a universal language of communication and expression, with the objective of analyzing, interfering and transforming the reality of members of certain groups. The present study aims to reflect on the contributions that the geometric design can provide in teaching-learning of this discipline. In order to obtain the necessary information about our subject, we carry out researches on websites, magazines, books, official documents and monographs. We also use some theoretical references such as Machado and Flores (2013), Rezende and Queiroz (2000), Barbosa (2003), Eves (1992), Rosa and Costa (2015), LDB (1961), among others. Initially, we attempt to briefly discuss the origins of geometry and geometric design, as well as its relevance to the teaching of flat Euclidean geometry, its first steps in teaching of Brazilian schools and its insertion in higher education, specifically in mathematics courses. We carried out a comparative study (demonstration versus construction) of some of the contents covered by the disciplines in question, allowing a greater reflection on the results presented by the theory of flat geometry and the solutions of the problems of geometric constructions, highlighting the elements common to both and assisting for the development of these results. In this way, we realize that the graphical representations contribute significantly in the teaching-learning of the discipline of Topics of Geometry I, being support for all the theory of the flat Euclidean geometry developed in the course work and contributing with new reflections and study perspectives.

Keyword: Geometric design. Euclidean Geometry. Teaching-learning. Flat Geometry.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho de conclusão de curso busca contribuir de forma significativa para o ensino-aprendizagem da disciplina de tópicos de geometria I, do curso de licenciatura plena em matemática, através de reflexões em torno do elo criado entre a mesma e a disciplina de Desenho Geométrico. Para tanto, é importante ressaltar que a geometria está presente na vida cotidiana do homem desde as épocas mais remotas, tendo em vista que foram inúmeras as circunstâncias diárias que os levaram às descobertas geométricas de forma subconsciente.

O desenho por sua vez, é utilizado como uma forma de comunicação, sendo este empregado pelo homem primitivo na comunicação ou representação de seu dia a dia, evoluindo até a época atual e tornando-se um grande aliado da geometria. No Brasil, por exemplo, o desenho geométrico teve seu tempo de ascensão, mas também foi vítima do esquecimento, causado pelas reformas da educação no decorrer dos anos, deixando de ser uma disciplina obrigatória e passando a ser uma disciplina optativa.

Em um contexto em que o ensino do desenho geométrico no Brasil se encontra em defasagem, faz-se necessário refletir sobre as contribuições que esta disciplina pode proporcionar no ensino-aprendizagem de nossos alunos, mais especificamente no meio acadêmico, a fim de obter melhorias na qualidade de ensino e formando assim profissionais cada vez mais competentes.

Com base em uma educação de qualidade, o desenho geométrico pode contribuir tanto para uma melhor formação de docentes quanto para os próprios profissionais da matemática já atuantes na área, já que desenho geométrico e geometria caminham em paralelo. Em termos de educação, unir a teoria e a prática é sempre uma alternativa que deve ser utilizada e valorizada pelos docentes, e o uso deste artifício pode garantir uma melhoria em suas aulas, além de contribuir para que haja uma aprendizagem significativa em relação aos conteúdos abordados. Além disso, ambas as disciplinas contribuem para o desenvolvimento do raciocínio lógico e habilidades matemáticas, colaborando para uma prática docente suscetível.

Discutir as contribuições do desenho geométrico no ensino-aprendizagem da geometria, especificamente para a disciplina de tópicos de geometria I disponibilizada ao curso de licenciatura plena em matemática, oferecido pela Universidade Estadual da Paraíba Campus I, justifica-se pelo fato de proporcionar ao alunado uma melhor compreensão dos conteúdos abordados, de antemão nas ementas das disciplinas de desenho geométrico e tópicos de geometria I a maioria dos conteúdos abordados são comuns a ambas, diferenciando-se apenas pelo modo como serão abordados, em que uma tratará dos conteúdos de forma gráfica e a outra de forma axiomática. Com isso, o elo feito entre as duas disciplinas só tem a favorecer e fortalecer o ensino em nossa instituição, promovendo assim uma formação docente cada vez mais qualificada e gerando uma satisfação para todas as partes envolvidas.

Em virtude das informações até aqui apresentadas e a relevância do desenho geométrico no ensino-aprendizagem da Geometria, o presente estudo tem como objetivo central refletir sobre as contribuições do desenho geométrico no ensino-aprendizagem da disciplina de tópicos de geometria I. Para isto, serão abordados os conceitos de geometria e de desenho geométrico, bem como suas origens, apresentando também a importância do mesmo no ensino da geometria plana, seu contexto histórico, sua inserção desde os primeiros cursos de matemática no Brasil e as ementas das referidas disciplinas, além disso, buscamos refletir sobre a relação entre algumas construções geométricas e as definições e proposições que envolvem o uso de tais para serem melhores compreendidas e/ou demonstradas.

Para o efetivo desenvolvimento dos objetivos específicos em um corpo consistente de informações e argumentações, adota-se como processo metodológico uma abordagem qualitativa e descritiva, com base em um estudo comparativo de conteúdos desenvolvidos pelas disciplinas em questão, de modo a nos permitir uma maior reflexão sobre o tema da pesquisa. Sem a pretensão de estabelecer um discurso conclusivo sobre as questões pesquisadas, busca-se relacionar os conceitos chave tratados neste trabalho, contribuindo com novas reflexões e perspectivas de estudo. Para obtermos as informações necessárias sobre o nosso tema, realizamos pesquisas em sites, revistas, livros, documentos oficiais e monografias, e utilizamos também alguns referenciais teóricos como Machado e Flores (2013), Rezende e Queiroz (2000), Barbosa (2003), Eves (1992), Rosa e Costa (2015), LDB (1961), dentre outros.

Para alcançar o objetivo central, este trabalho encontra-se organizado em basicamente três capítulos, sendo o primeiro deles esta introdução, na qual apresentamos nossa justificativa, a metodologia utilizada e os objetivos de nosso trabalho. No segundo, o histórico da disciplina de desenho no Brasil, sua relevância no ensino-aprendizagem da geometria plana e como foi inserida nos primeiros cursos de matemática. No terceiro capítulo relacionamos através de problemas de construções geométricas, os conteúdos abordados pela disciplina de tópicos de geometria I e a disciplina de desenho geométrico, de modo a compreender geometricamente o que está sendo afirmado através dos axiomas, definições, teoremas e proposições.

2 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES À RESPEITO DA GEOMETRIA E DO DESENHO GEOMÉTRICO

Neste capítulo, iremos abordar sucintamente o surgimento da geometria e do desenho geométrico, assim como conceituá-los. Além disso, abordaremos sobre a trajetória histórica da inserção do desenho geométrico no currículo brasileiro e sua relevância no ensino-aprendizagem da geometria plana. Estes são os pontos centrais do nosso trabalho, assim, almejamos refletir sobre suas contribuições para uma aprendizagem significativa da geometria plana.

2.1 A GEOMETRIA E AS NECESSIDADES HUMANAS

A Geometria surgiu da necessidade do homem em compreender melhor o meio em que vivia, estando assim, ligada a algumas práticas do cotidiano relacionadas ao plantio, a medição de terrenos, as construções e o movimento dos astros, sendo usada para cálculo de áreas, superfícies e volumes. De acordo com Rezende e Queiroz (2000) a origem da palavra geometria provém da palavra grega *geometrien*: geo, que significa *terra*, e *metrien*, que significa *medir*.

A geometria está presente na vida cotidiana do homem desde as épocas mais remotas, tendo em vista que foram inúmeras as circunstâncias diárias que os levaram às descobertas geométricas de forma subconsciente. Pois, de acordo com Eves (1992), as construções de muros e moradias podem ter originado alguns conceitos geométricos simples, tais como: as noções de vertical, paralelas e perpendiculares. Além disso, é importante ressaltar que as observações do seu cotidiano devem ter levado o homem primitivo à concepção de diversos conceitos geométricos, nos quais fazemos uso até os dias atuais. Em concordância a essa asserção, Eves cita algumas situações, quais sejam:

> Uma pedra arremessada descreve uma parábola; uma corda não esticada e pendurada pelas pontas forma uma catenária; uma corda enrolada forma uma espiral; os círculos de crescimento do tronco de uma árvore, os círculos concêntricos provocados na superfície de um lago por uma pedra nele arremessada. A ideia de volume surge imediatamente ao se considerarem recipientes para conter líquidos e outras mercadorias (EVES, 1992, p.2).

Segundo Eves (1997, apud PIASESKI, 2010, p.8), as primeiras considerações feitas a respeito da geometria são muito antigas, tendo como origem a simples observação e a capacidade de reconhecer figuras, comparar formas e tamanhos. O estudo da geometria teve seu início na antiguidade, nas civilizações egípcia e babilônica, por volta do século XX a.C.

De acordo com Braz (2009), todos os anos o rio Nilo extravasava as margens e inundava o seu delta, terreno situado entre dois braços de um rio. A boa notícia era a de que as cheias depositavam nos campos de cultivo lamas aluviais ricas em nutrientes, tornando o delta do Nilo a mais fértil terra lavrável do mundo antigo. A Má notícia consistia em que o rio destruía as marcas físicas de delimitação entre as possessões de terra. Com isso, havia conflitos entre os indivíduos e as comunidades sobre o uso dessa terra que não estava demarcada. Dessa forma, Eves (1997, apud PIASESKI, 2010) afirma que:

> Foi das necessidades da sociedade, quando o homem teve que delimitar terras, que teve origem uma geometria caracterizada pelo traçado de desenho de formas, fórmulas, cálculo de medidas de comprimento de área, volume, etc. Foi nessa época que se desenvolveu a noção de figuras geométricas como, retângulo, quadrado e triângulos (EVES, 1997, apud PIASESKI, 2010, p.8).

Segundo Mol (2013), o historiador grego Heródoto[1] (c. 484- 420 a.c.) atribuiu a origem da geometria egípcia à necessidade de, após cada inundação do rio Nilo, redistribuir os campos cultiváveis entre seus proprietários. Em contraste com a geometria grega, na qual as demonstrações são parte essencial, a geometria egípcia é prática. Neste sentido, podemos afirmar que:

> A matemática, tanto na Mesopotâmia quanto no Egito, tinha caráter concreto e prático. Na Grécia, ela passou a ser essencialmente abstrata, com certa independência em relação às aplicações práticas. As demonstrações, instrumentos para garantir a validade dos resultados por argumentação puramente racional, foram introduzidas como parte fundamental de sua estrutura. Os gregos remodelaram a matemática e introduziram elementos que viriam a orientar a evolução dessa ciência pelos séculos seguintes da história humana (MOL, 2013. p 29).

Conforme relata Eves (1992, p.7) a principal fonte de informações referente à geometria grega primitiva é o chamado Sumário Eudemiano de Proclus, que é um breve resumo do desenvolvimento de geometria grega desde os tempos mais primitivos até Euclides. Embora Proclus tenha vivido no século V d.C., mais de um milênio depois do início da geometria grega, ainda teve acesso a numerosos trabalhos históricos e críticos, que depois se perderam, exceto alguns fragmentos e alusões preservadas por ele e outros.

De acordo com Boyer (1974, apud PIASESKI 2010, p.9), os Egípcios tinham muita habilidade em delimitar terras e com isso descobriram e utilizaram inúmeros princípios. Um destes princípios era utilizado para melhorar o processo de demarcação das terras devido ao sistema de arrecadação de impostos das áreas rurais, pois os agricultores pagavam anualmente

[1] Heródoto foi um importante historiador da antiguidade. Conhecido como o "pai da História", nasceu na cidade de Helicarnasso (atual Bodrum na Turquia) por volta de 485 a.C. e morreu em 430 a.C.

um imposto ao Faraó e que era cobrado de acordo com a extensão das terras. Como estas ocupavam grandes áreas, não seria possível medi-las usando bastões de comprimento igual a um cúbito[2]. Então, os agrimensores[3] do Faraó utilizavam cordas contendo nós igualmente espaçados equivalentes ao cúbito. Assim, esticando essas cordas, poderiam medir facilmente grandes distâncias. Este princípio também era utilizado para marcar ângulos retos. Dessa forma, pode-se dizer que essa técnica de obter resultados aproximados, posteriormente seria concretizada e demonstrada pelo teorema de Pitágoras.

Para a formalização da geometria, foi necessário contar com os estudos de diversos gênios da matemática. Em um primeiro momento, destacaram-se os gregos: Tales de Mileto, Pitágoras e Euclides, sendo estes os responsáveis por dar forma a este estudo. Tales, a partir de demonstrações dedutivas, apresentou teorias sobre a semelhança dos triângulos e as relações sobre seus ângulos, às retas paralelas e a propriedade das circunferências. Pitágoras, por sua vez, "desenvolveu" o famoso Teorema de Pitágoras. Teorema este em que é possível calcular o lado de um triângulo retângulo, conhecendo os outros dois. E assim, ele conseguiu provar que a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Euclides de Alexandria, conhecido como o "pai da geometria", recolheu todas as obras de Tales, Pitágoras e Platão e dos gregos e egípcios que o precederam e escreveu seu monumental "Os elementos", uma obra contendo 13 volumes, sendo cinco destes sobre geometria plana, três sobre números, um sobre a teoria das proporções, um sobre incomensuráveis e os três últimos sobre geometria no espaço. A Geometria de Euclides apresenta-se como um espaço que não se modifica em momento algum, distinguindo-se assim das demais. Depois do autor de Os Elementos, ainda em Alexandria destacaram-se os trabalhos de Arquimedes, principalmente no cálculo de áreas, e também de Eratóstenes, que pela primeira vez calculou a medida da circunferência da Terra. Neste direcionamento, Eves (1992) afirma que:

> Muitas foram às realizações dos gregos durante os três séculos entre Tales e Euclides. Pitágoras e outros desenvolveram não só o material que acabou sendo organizadas nos Elementos de Euclides, como também noções relativas a infinitésimos e limites e processos somatórios. Também desenvolveram em boa parte a geometria superior, ou geometria de curvas que não o círculo e a reta e de superfícies que não a esfera e o plano (EVES, 1992, p.9).

[2] Cúbito: Medida de comprimento utilizada para fazer medições. É a distância do cotovelo à ponta do dedo médio. Como as pessoas têm tamanhos diferentes, o cúbito variava de uma pessoa para outra. Equivalia a pouco mais de 0,5 m (CRUZ, 2013, p.25).

[3] São pessoas que estão legalmente habilitadas para medir, dividir e/ou demarcar terras ou propriedades rurais.

É possível perceber, que a geometria mostrou-se como um relevante facilitador na vida cotidiana do homem. Nos dias atuais, a geometria torna-se essencial para a construção da cidadania, pois, cada vez mais a sociedade utiliza a geometria como uma ferramenta para a descrição e inter-relação do homem com o espaço em que vive, sendo considerada como a parte da matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade.

2.2 A ORIGEM DO DESENHO GEOMÉTRICO

Como nosso trabalho envolve a geometria e o desenho, abordaremos também sobre a origem do desenho geométrico que é um conjunto de técnicas para a construção de formas geométricas. O surgimento do Desenho Geométrico teve algumas atribuições no Egito, quando empregado nas demarcações das terras às margens do rio Nilo, que sempre eram apagadas devido às cheias do rio. E, por meio da medição e do desenho dos terrenos, os egípcios descobriram métodos e técnicas matemáticas, adquirindo conhecimentos geométricos que, posteriormente, foram aprendidos pelos gregos. Contudo, foram os gregos que estudaram e desenvolveram os conhecimentos geométricos, estruturando-os em um determinado ramo da Matemática que, posteriormente, foi denominado de Geometria. Segundo Rosa e Orey (2005, apud, ROSA; COSTA, 2015), a geometria egípcia estava relacionada com o sistema de avaliação de terras produtivas. Este aspecto do conhecimento matemático egípcio evidenciava um sistema de produção que estava relacionado com as estruturas sócio econômicas dessa cultura. Neste sentido, afirmamos que:

> (...) a interação da cultura egípcia com o meio-ambiente ocorria através do desenvolvimento de técnicas aritméticas e geométricas, que eram necessárias para a medição das terras ao longo das margens do Rio Nilo (ROSA; OREY, 2005, apud, ROSA; COSTA, 2015. p.3).

O desenho é utilizado como uma forma de comunicação desde épocas remotas. Foi empregado pelo homem primitivo na comunicação ou representação de seu dia a dia, evoluindo até a época atual. A linguagem de comunicação e expressão, a arte do desenho antecede em muito à escrita. Porém, não se sabe quando, ou onde, alguém formulou pela primeira vez, em forma de desenho um problema que pretendia resolver. Foi através de gravuras traçadas nas paredes das cavernas, que o homem pré-histórico registrou fatos relacionados com seu cotidiano, deixando indicadores importantes para os pesquisadores modernos estudarem os ancestrais de nossa espécie. Desde o tempo das inscrições nas cavernas, a humanidade se utiliza dos desenhos, que podem ser considerados como uma linguagem universal que tem como objetivo analisar, interferir e transformar a própria realidade dos membros desses grupos. Neste sentido, Rosa e Costa (2015) afirmam que:

> a história do Desenho Geométrico se iniciou basicamente com a história da humanidade, pois antigamente a população primitiva deixava gravadas pinturas rupestres nas paredes das cavernas. Esses desenhos eram simples, mas podem ser considerados como um dos modos eficazes de comunicação utilizados pela humanidade antes da invenção da escrita. [...] no decorrer da história, a humanidade também utilizou o Desenho Geométrico por meio das formas e dos traçados que possuíam uma melhor definição visual para que pudessem se comunicar (ROSA; COSTA, 2015, p.57).

Muitas vezes, a ausência de registros impede o total entendimento e compreensão dos acontecimentos que levaram os cientistas, os filósofos, e os matemáticos a aplicarem determinados conceitos matemáticos, que estão relacionados com a cultura matemática, e que ainda são constantemente utilizados na contemporaneidade. Neste direcionamento, podemos afirmar que:

> (...) algumas realizações matemáticas significativas somente puderam ser transmitidas às gerações futuras com o aparecimento da escrita, o que permitiu aos historiadores a difusão do conhecimento que foi acumulado pelas civilizações (ROSA; OREY, 2005).

No início os desenhos eram feitos a mão, sem qualquer noção de perfeição ou de medidas com exatidão, pois não possuíam recursos apropriados. As construções com régua e compasso somente apareceram por volta do século V a.C., tais construções tiveram grande importância no desenvolvimento da matemática grega e foi com o matemático grego Euclides que a geometria se desenvolveu, fazendo da cidade egípcia de Alexandria o centro mundial da Geometria por volta de 300 a.C. É importante ressaltar que:

> (...) os gregos enfatizaram a utilização ampla do raciocínio lógico por meio do qual estabeleceram a maioria das conclusões obtidas na resolução dos problemas geométricos. Nesse período, utilizando apenas uma régua não graduada e um compasso, Euclides realizou as primeiras construções gráficas, descobrindo relações importantes entre os elementos geométricos (COSTA; ROSA, 2015).

Segundo Putnoki (1993, apud, JÚNIOR, 2010) foram os gregos que deram um molde dedutivo à matemática. O matemático e geômetra grego Euclides, colecionou os conhecimentos geométricos e os teoremas formulados por Tales, Pitágoras, Eudoxo, Zenão, Demócrito e outros matemáticos gregos da antiguidade. Conhecimentos estes que foram publicados em sua obra-prima intitulada “Os Elementos”, que é composta de 13 livros ou capítulos reunindo conhecimentos aritméticos, algébricos e geométricos desenvolvidos na Grécia Antiga. Neste trâmite, Euclides constrói axiomaticamente a geometria plana, lado a lado com o método axiomático[4]. E, pelo fato de ter sido amplamente divulgada, a obra é considerada a mais editada após a Bíblia Sagrada.

2.3 FRAGMENTOS HISTÓRICOS DO ENSINO DE DESENHO NO BRASIL

Para o desenvolvimento de nossa pesquisa é importante considerar os fragmentos históricos do ensino de desenho no Brasil. Em meados do século XIX e início do século XX, a importância do ensino do Desenho nas escolas brasileiras foi enfatizada por Rui Barbosa, ele que foi Ministro da Fazenda e um forte influenciador na inserção da disciplina de desenho nos currículos escolares, citando o desenho como um saber mais que necessário a ser introduzido nas escolas brasileiras. Segundo Machado e Mormul (2012), o mesmo atribuía o destino da pátria à reforma educacional, e apontava a educação como o caminho, citava a França e a Alemanha como modelos em termos de instrução, enquanto, no Brasil, predominavam o marasmo e a lentidão. Enfatizava que as nações civilizadas ousavam e investiam muito em educação, crentes de que o caminho para a prosperidade era a ciência, a qual os levaria ao sucesso. Vislumbrando outros caminhos para a educação brasileira,

> Rui Barbosa recomendava a criação de um sistema nacional de educação, propondo uma reforma que teria início no jardim de infância e se estenderia até as faculdades. Indiscutivelmente, os pareceres de Rui Barbosa eram reflexos do esmero e dedicação, destinados por esse grande intelectual brasileiro, às causas pelas quais acreditava (MACHADO; MORMUL, 2012, p.7).

Assim sendo, propôs mudanças através da Reforma do Ensino Secundário e Superior, de forma a contribuir e fortificar as políticas educacionais, em que o desenho seria incluído nos cursos da escola primária e superior, e o desenho geométrico apenas nos cursos normais. Segundo Machado e Flores (2013), os pareceres de Rui Barbosa sobre a educação no país não chegaram a ser discutidos na Câmara dos Deputados, sendo que suas propostas não foram efetivadas. Nascimento (1994 apud MACHADO; FLORES, 2013), afirma que o ensino nesse período não se voltou para os fins utilitários que Barbosa defendia, mesmo porque, até 1920 a economia brasileira ainda era basicamente agrícola.

O desenho adentrou o século XX bastante influenciado pelo positivismo, girando em torno do geométrico e da cópia de ornatos, atendendo as exigências de uma sociedade que

[4] Métodos axiomáticos consistem em iniciar com certas afirmações chamadas “axiomas” ou “postulados”, às quais aceitamos sem justificativas, e deduzir, através das demonstrações, outras afirmações, dentre as quais os teoremas (QUEIROZ; REZENDE, 2000, p.13).

primava pela inteligência do regime a fim de "preencher os quadros da política e da administração pública, sem nenhuma preocupação técnica". Dessa forma,

> o crescimento industrial brasileiro começou a ser esboçado, efetivamente, no final da primeira década do século XX, o que ocasionou uma concentração da população em centros urbanos, promovendo discussões em torno da escolarização do povo. A partir de então, a educação passou a ser tratada como elemento prioritário ao desenvolvimento econômico (MACHADO, 2013, p.47).

Com a crescente industrialização e modernização dos meios e vias de transportes, as construções geométricas passaram a ser valorizadas cada vez mais, devido à necessidade de profissionais habilitados para atenderem as áreas especificas dentro de um novo padrão econômico. Em concordância a essa asserção, Rui Barbosa afirma que:

> O ensino de desenho teria papel fundamental no desenvolvimento da indústria e, consequentemente, o Brasil deixaria de ser fundamentalmente agrícola, ou seja, a introdução do ensino de desenho iria promover a expansão da indústria nacional (MACHADO; MORMUL, 2012, p.10).

De acordo com Machado e Flores (2013), foi a partir da década de 30 que o desenho ganhou espaço, pelo menos no âmbito da lei, no cenário público educacional, no sentido de uma oficialização de seu ensino a todos os segmentos educacionais e classes sociais. A portaria de 30 de junho de 1931, que tratava dos programas de curso fundamental do ensino secundário, dando instruções pedagógicas, oficializou o ensino de desenho no currículo brasileiro, e ainda o dividiu em quatro modalidades: o desenho natural, o desenho decorativo, o desenho geométrico e o desenho convencional. Além disso, os *anos de ouro* dessa disciplina foram constituídos em nosso país entre as décadas de 30 a 50, dadas sua visibilidade em meio aos documentos educacionais oficiais. Vale salientar que no início da década de 50, o desenho estava plenamente instituído enquanto disciplina escolar no currículo brasileiro.

Com o aumento da demanda da educação média no Brasil, na década de 40, a qual era direcionada ao ensino secundário, houve também um crescimento de todos os ramos desse ensino. Neste sentido, Pinto (2008, apud MACHADO; FLORES, 2013, p.65) afirma que:

> "as escolas passaram, então, a ser procuradas por todos aqueles que desejavam ascender socialmente, provocando o crescimento explosivo do ensino secundário e levando à improvisação de professores e, consequentemente, à queda da qualidade de ensino".

Segundo Nascimento (1994, apud MACHADO; FLORES, 2013, p.67), havia dois grandes problemas quanto à disciplina de desenho naquela época: a diversidade de tipos de formação dos professores encarregados do ensino de desenho e a insuficiente preparação técnica e pedagógica dos mesmos, incentivada pela falta de cursos universitários específicos para a formação do profissional da área.

Conforme descreve Zuin (2001), no Brasil vivenciamos mudanças de programas, elaboração de novas propostas de ensino, sobretudo fazendo-se abandonar o Desenho Geométrico e relegar para um segundo plano o estudo da Geometria. Mas, o que pode ser apontado como marco importante para a análise do abandono do ensino da Geometria e, consecutivamente, do Desenho no Brasil, vem a ser o Movimento da Matemática Moderna[5], que tem defensores a favor da substituição de alguns tópicos por outros considerados mais modernos. Assim, o Desenho Geométrico foi sendo abolido das grades curriculares da grande maioria das escolas, principalmente nas escolas públicas, sendo abandonado gradativamente em algumas escolas, radicalmente em outras, ou constava da grade curricular, mas seu programa não era, de modo algum, cumprido.

Ainda de acordo com Zuin (2001), um saber escolar tão valorizado, por 30 anos, passava a não ser mais obrigatório, uma vez que foram propostas opções de currículo, para o primeiro e segundo ciclos, nos quais o Desenho não estaria incluído. As construções geométricas se fundamentam na teoria da geometria plana, e se esta passa por um processo de desvalorização com o Movimento da Matemática Moderna, de algum modo isso iria se refletir no ensino do Desenho, pelo menos nas escolas que não visavam uma formação profissionalizante, onde esse saber escolar era um pré-requisito básico. Com a exclusão do Desenho Geométrico dos vestibulares, as escolas se viram desobrigadas de manter esta disciplina no segundo grau, sendo, posteriormente, também excluído, por várias escolas brasileiras, do primeiro grau.

2.4 A IMPORTÂNCIA DO DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA

O estudo do Desenho Geométrico é de suma importância no ensino da geometria plana, pois é base substancial para estudar e conhecer os demais tipos de desenho de precisão. Seu estudo e sua análise utilitária no cotidiano são de fundamental importância para um total conhecimento de suas funções, pois é através dele que se determinam respostas exatas para os problemas de natureza prática ou teórica. Além disso, auxilia no senso de organização, de

[5] O Movimento da Matemática Moderna no Brasil foi um movimento de renovação curricular que chegou ao Brasil na década de 60 e permaneceu como uma alternativa para o ensino de Matemática por mais de uma década.

precisão, na criatividade e no desenvolvimento do raciocínio lógico, pois para que haja entendimento é necessário o esforço acompanhado do exercício mental que leva à ordenação lógica do pensamento. Portanto, às elaborações de ideias utilizadas em qualquer campo da atividade humana funciona como poderoso instrumento de comunicação de ideias por utilizarem o sentido da visão, talvez o mais abrangente e de mais fácil fixação do homem.

Neste sentido, Villa (2012) afirma que:

> A linguagem gráfica é universal, pois independe dos idiomas, além de proporcionar compreensão imediata e interpretação exata dos símbolos usados. A partir da Geometria, nasce o Desenho Geométrico, que tem sido entendida como forma de concretizar os conhecimentos teóricos da geometria de forma gráfica (VILLA, 2012, p.2).

De acordo com Kalter (apud OLIVEIRA 2012, p. 4), “o ensino do desenho é essencial para que não haja o bloqueio das capacidades de planejar, projetar ou abstrair, estabelecendo assim uma relação contínua entre a percepção visual e o raciocínio espacial”. Segundo Marmo & Marmo (1994, apud OLIVEIRA 2012, p.4), o desenho é a matéria mais adequada para incutir nos jovens bons hábitos de capricho, cuidado com os instrumentos de trabalho, habilidade manual, entre outras. Além disso,

> o ensino do Desenho Geométrico pode auxiliar os alunos na compreensão de conceitos matemáticos, favorecendo ainda o desenvolvimento de habilidades motoras manuais, por manusear instrumentos de construções geométricas como, por exemplo, a régua, o compasso, o transferidor e os esquadros, facilitando a “obtenção das figuras geométricas pretendidas” (SILVA, 2006, apud COSTA, 2013, p.31).

Com base no que Cruz (2013) relata o ato de relacionar a representação de qualquer objeto com suas propriedades é único, pois cada pessoa demonstrará essa relação de acordo com o olhar lançado sobre o objeto, que vem carregado das concepções de mundo que ele tem, justamente pelo fato de que os indivíduos não percebem as coisas da mesma forma. Assim, ainda que uma mesma figura seja exposta para duas pessoas, cada uma observará os elementos presentes na figura de maneiras diferentes. Neste trâmite,

> a Geometria geralmente utiliza-se do desenho, especificamente do Desenho Geométrico, como um aliado para levar os alunos a aprenderem os conhecimentos básicos necessários. Por isso, defende-se a utilização do desenho, em especial o geométrico, como um recurso facilitador para entendimento dos conteúdos da Geometria Plana (CRUZ, 2013, p.24).

Contudo, a utilização do Desenho Geométrico no ensino da Geometria pode e deve ser um fator de extrema importância para que os alunos possam alcançar um entendimento cada vez mais satisfatório. Além disso, de acordo com Cruz (2013), a representação gráfica é uma etapa do conhecimento que através das abstrações, muda o concreto inicial, tornando-se uma etapa necessária para alcançar cada novo patamar, que se torna um novo ponto de partida. O Desenho Geométrico trata das questões do espaço plano e desempenha seu papel no espaço lógico dedutivo, pois as construções das figuras têm como ponto inicial o lado axiomático da geometria.

Entretanto, percebe-se a relevância de se trabalhar desenho geométrico e geometria plana em conjunto, pois com o desenho é possível visualizar e concretizar os conhecimentos teóricos da geometria, definindo assim, conceitos e demonstrando propriedades, além de ser um forte aliado na resolução de problemas.

2.5 A INSERÇÃO DO DESENHO DESDE OS PRIMEIROS CURSOS DE MATEMÁTICA NO BRASIL

É sabido que a educação no Brasil se deu desde o período colonial, com a chegada dos padres jesuítas, que durou pouco mais de duzentos anos (1549- 1759). Segundo Ziccardi (2009), a Matemática no Brasil fez parte do currículo escolar desde os primórdios do período colonial, época em que o ensino da disciplina era ministrado pelos Colégios da Companhia de Jesus[6], tendo como exemplo o Colégio da Bahia, em que a matemática foi introduzida no curso de Artes, no ano de 1572, ao qual compunha o programa desenvolvido ao longo de três anos. Conforme explica Vechia e Lorenz,

> No primeiro ano estudava-se lógica. No ano seguinte, Cosmologia, Física e Psicologia. No terceiro ano os alunos estudavam Psicologia, Metafísica e Filosofia Moral. Este curso conferia os graus de Bacharel e Licenciado (VECHIA; LORENZ, 2012, p. 257-267).

Apesar da matemática já fazer parte dos cursos disponíveis pelos primeiros Colégios criados do Brasil, a tentativa de criação de uma universidade no Brasil ocorreu apenas no século XVII, na Bahia, por membros da Ordem religiosa fundada por Santo Inácio de Loyola, porém, foi rejeitada pelo Rei de Portugal. No entanto, o primeiro curso de Matemática instaurado em terras brasileiras foi o da Universidade de São Paulo (USP), que foi instituída pelo Decreto 6.283 de 25 de janeiro de 1934. De acordo com este decreto, a USP foi criada com o intuito de "promover, através da pesquisa, o progresso da ciência", "transmitir pelo ensino, conhecimentos que enriqueçam ou desenvolvam o espírito, ou que sejam úteis à vida"

[6] A companhia de Jesus é uma ordem religiosa da Igreja Católica Apostólica Romana, que tem como membros os padres jesuítas e foi fundada por Santo Inácio de Loyola e um grupo de estudantes da Universidade de Paris.

e “formar especialistas em todos os ramos de cultura, e técnicos e profissionais em todas as profissões de base científica ou artística”. Além disso, a USP compunha de diversos institutos oficiais, dentre eles a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras que foi implantada no mesmo ano de sua fundação.

Conforme esclarece o Decreto acima citado, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras dispunha dos seguintes cursos: Filosofia, Ciências e Letras, e sua formação era voltada para o ensino secundário. Os mesmos eram distribuídos em três secções, “instalados progressivamente, de acordo com as necessidades do ensino”. Assim, de acordo com Art. 8° deste decreto,

> a secção de Ciências Matemáticas compreenderia as seguintes cadeiras fundamentais:
> 1) Geometria (projetiva e analítica). História das Matemáticas;
> 2) Análise matemática (inclusive elementos de cálculo das probabilidades e de estatística matemática);
> 3) Cálculo Vetorial e Elementos de Geometria Infinitesimal. Mecânica Racional e Elemento de Mecânica Celeste (Art 8° do Decreto 6.283 de 25 de janeiro de 1934).

Segundo Nogueira (1999), a criação do "Curso Mathematico"[7] representa a introdução das matemáticas superiores no país e afirma que para a execução do programa, contém a Carta Régia numerosas recomendações, e que através dela verifica-se a firme vontade do legislador de criar no país uma instituição de ensino superior de mesmo nível cultural que o das melhores escolas europeias então existentes. Corroborando com Nogueira, Silva (2003, apud ZICCARDI, 2009, p. 39), afirma que o ”Curso Mathematico” continha as seguintes cadeiras:

1° ano – Aritmética, Álgebra Elementar, Geometria e Trigonometria Plana e Desenho;

2° ano – Álgebra Superior, Geometria Analítica, Cálculo Infinitesimal e Desenho;

3° ano – Mecânica racional aplicada às máquinas, Física Experimental e Desenho;

4° ano – Trigonometria Esférica, Astronomia e Geodésia.

Ainda de acordo com Silva (2003, apud ZICCARDI, 2009, p. 40), em 1874, com a ampliação e desdobramento em dois[8], o “Curso Mathematico” passou a ter as seguintes cadeiras:

[7] O “Curso Mathematico” foi destinado à formação de professores na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras na Unversidade de São Paulo.

[8] O “Curso de Sciencias Physicas e Mathematicas” e o “Curso de Sciencias Naturaes”.

1° ano – Álgebra, Trigonometria Plana, geometria Analítica, Física Experimental, Meteorologia, Desenho Linear, Topográfico e de Paisagem;
2° ano – Geometria Descritiva, Cálculo Infinitesimal, Cálculo das Probabilidades, das variações e das diferenciais finitas, Química, Desenho Descritivo e Topográfico;
3° ano – Mecânica racional aplicada às máquinas, Mineralogia, Geologia e Desenho de Máquinas;
4° ano – Trigonometria Esférica, Ótica, Astronomia, Geodésia, Botânica, Zoologia e Desenho Geográfico.

De acordo com boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), o curso de Licenciatura atual ainda é muito parecido com o primeiro curso de Matemática, criado na Universidade de São Paulo (USP), em 1934. Na maioria das instituições, as disciplinas ainda são agrupadas em conteúdo específico e conteúdos pedagógicos, com tendência a valorizar mais o primeiro grupo que o segundo, mesmo em se tratando da formação do professor de Matemática e não do bacharel em Matemática, sendo esta uma questão polêmica. Ainda é discutido sobre a importância dos conteúdos de geometria nos cursos de licenciatura em Matemática, trazendo como enfoque principal a geometria euclidiana plana (abordada especialmente na disciplina de Tópicos I de Geometria), espacial e analítica. Afirmando assim, que:

> Uma apresentação mais formal, axiomática, da geometria euclidiana deve ter espaço no curso, evidenciando a importância da demonstração para a Matemática e para o seu ensino. [...] Um exemplo de atividade na qual a dedução de passos é regida pela teoria axiomática são os problemas de construção geométrica com régua e compasso, [...] enfatizando as construções gráficas e as suas justificativas (SBEM, 2013, p. 12-14).

Com base no exposto é possível perceber que o desenho esteve inserido nos cursos de matemática desde a criação das primeiras universidades brasileiras, mostrando assim sua relevância no ensino de matemática e principalmente da geometria plana.

2.6 EMENTÁRIO DAS DISCIPLINAS DE TÓPICOS DE GEOMETRIA I E DE DESENHO GEOMÉTRICO

As disciplinas em questão são ofertadas aos alunos do curso de licenciatura plena em matemática da Universidade Estadual da Paraíba, campus I. E, ao contrário da disciplina de desenho geométrico que aborda conteúdos referentes à geometria plana e também espacial, a disciplina de tópicos de geometria I trata exclusivamente de conteúdos referentes à geometria euclidiana plana. Dessa forma, apresentaremos as ementas das referidas disciplinas, como forma de conhecer melhor o plano de curso e os objetivos das mesmas.

<table>
<tr><th colspan="3">COMPONENTE CURRICULAR</th></tr>
<tr><th>CÓDIGO</th><th>DENOMINAÇÃO</th><th>C.H.</th></tr>
<tr><td></td><td>Tópicos de Geometria I</td><td>60 h</td></tr>
<tr><th colspan="3">EMENTA</th></tr>
<tr><td colspan="3">Segmento; ângulo. Triângulos: congruência e desigualdades. Paralelismo e perpendicularidade de retas. Pontos notáveis do triângulo. Teorema de Tales. Semelhança de triângulos retângulos. Circunferência e Circulo. Ângulo quaisquer. Quadriláteros notáveis. Polígonos e Polígonos regulares. Comprimento da circunferência. Área. Área de figuras planas.</td></tr>
<tr><th colspan="3">OBJETIVOS</th></tr>
<tr><td colspan="3">- Adquirir capacidade de desenvolvimento lógico;
- Contextualizar a geometria trazendo o universo para a sala de aula e retornando com o conhecimento adquirido a fim de melhor se situar no mundo físico em que vive;
- Aquisição do conhecimento formal de geometria plana para melhor desempenho de suas funções como professor e orientação a seus alunos;
- Aplicabilidade dos conhecimentos da geometria em outras disciplinas do curso;
- Formar os conceitos de geometria plana a fim de melhor defini-los, quando possível;
- Estabelecer, intuitivamente as relações entre os elementos básicos da geometria plana;
- Estabelecer, como linguagem matemática, intima relação entre a realidade e o pensamento formal;
- Pesquisar e desenvolver metodologias que contemplem a investigação matemática.</td></tr>
<tr><th colspan="3">BIBLIOGRAFIA</th></tr>
<tr><td colspan="3">1. BARBOSA, J. L. M. Geometria Euclidiana Plana. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.
2. CARVALHO, P.: Geometria Espacial, SBM
3. IEZZI, G.: Fundamentos, vol 9
4. LIMA, E. L. et al. A matemática do Ensino Médio. V. 1, 2, 3. Rio de Janeiro: SBM, 2004.
5. LIMA, E. L. Medidas e formas em geometria. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2004.
6. LINDQUIST, M.; SHULTE, A. Ensinando e Aprendendo Geometria.
7. POGORELOV, A. Geometria Elementar.</td></tr>
</table>

COMPONENTE CURRICULAR		
CÓDIGO	**DENOMINAÇÃO**	**C.H.**
	Desenho Geométrico e Geometria Descritiva	60 h

EMENTA

Construções Geométricas Fundamentais. Concordâncias. Escalas. Sistemas de Projeções. Estudo da Reta e do Plano no espaço tridimensional. Poliedros. Superfícies curvas. Superfícies de revolução. Noções sobre propriedade topográficas das figuras. Estudo dos Sólidos.

OBJETIVOS

- Introdução do aluno no exercício do desenho, desenvolvendo sua capacidade de expressão gráfica, dimensão, precisão.
- Habilitar o aluno a visualizar e representar os objetos por suas vistas ortogonais, como também representar os objetos utilizando a perspectiva.
- Desenvolver a teoria e a representação gráfica bem como lidar e aprofundar os conhecimentos básicos da Geometria Euclidiana tridimensional sobre retas, planos, diedros e triedros. Ampliar conhecimentos sobre poliedros e corpos redondos.

BIBLIOGRAFIA

1. ABNT/SENAI-SP. **Coletânea de Normas de Desenho Técnico,** São Paulo: SENAI-DTE-DMD, 1990.
2. BACHMANN, A.; FORBERG, R. **Desenho Técnico.** Porto Alegre: Globo, 1976.
3. CARVALHO, B. de A. **Desenho Geométrico.** São Paulo: Nobel SA, 1978.
4. CUNHA,L.V. **Desenho Técnico.** 9 ed. Lisboa:Fundação Caloustre Gulbenkian, 1994.
5. FORSETH, K. **Projeto em Arquitetura.** 2ed. São Paulo: Hemus Editora Ltda., 2004.
6. FRENCH, T. E.; VIECK, C.J. **Desenho Técnico e Tecnologia Gráfica.** Rio de Janeiro: Globo, 1999.
7. GIONCO, A. R. **Curso de Desenho Geométrico**, 34 ed. São Paulo: Nobel S.A, 1984.
8. MONTENEGRO, G. A. **Geometria Descritiva.** São Paulo: Edgard Blucher, 2004.
9. PEREIRA, A. A. **Geometria Descritiva 1.** Rio de Janeiro: Quartet, 2001.
10. PINHEIRO, V. A. **Noções de Geometria Descritiva.** v.1, 2 ,3. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 2000, 1990, 1990.
11. PRINCIPE Jr.,A.R. **Noções de Geometria Descritiva.** v.1,2. São Paulo: Nobel, 1992.
12. RODRIGUES, A. J. **Geometria. Descritiva: Curvas e Superfícies.** 3ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1979.
13. STEINBRUCH, A. BASSO, D. **Geometria Analítica Plana.** São Paulo: Makron, McGraw-Hill, 1991.

3 RELAÇÕES ENTRE A TEORIA E A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA E ALGUMAS REFLEXÕES

Neste capítulo apresentaremos as relações entre o modelo axiomático da geometria euclidiana plana e as construções geométricas que descrevem tais axiomas, definições, teoremas e proposições. Para tanto, é importante ressaltar que na resolução de problemas de construções geométricas, sempre deve haver a maior precisão possível nos traçados, proporcionando assim, maior exatidão na resposta final. É também interessante que haja certa objetividade de raciocínio, simultaneamente com justificativas adequadas às construções efetuadas, às quais buscaremos na teoria da Geometria Euclidiana Plana desenvolvida no decorrer deste trabalho.

3.1 PARALELAS E PERPENDICULARES

3.1.1 Definição 1. Duas retas são paralelas quando não se intersectam, isto é, se nenhum ponto pertence a ambas as retas.

3.1.2 Definição 2. Duas retas são perpendiculares se determinam entre si ângulos retos.

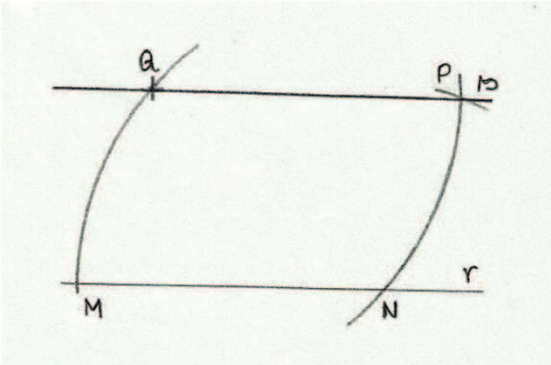
3.1.3 Definição 3. A mediatriz de um segmento é a reta perpendicular ao segmento e que contém seu ponto médio.

3.1.4 Problema 1. De acordo com as definições acima citadas, construir geometricamente:

a) Uma paralela a uma reta, passando por um ponto exterior a esta reta.

Solução: Seja r uma reta e Q um ponto exterior a esta reta.
1) Com a ponta seca do compasso em Q, trace um arco qualquer que intersecte a reta r, marcando um ponto (neste caso, o ponto N);
2) Com a ponta seca do compasso em N e abertura NQ, trace um outro arco que corte a reta r, marcando o ponto M;
3) Agora com a ponta seca do compasso em Q, tome a medida QM e transporte esta medida para o primeiro arco traçado, marcando o ponto P;
5) Trace a paralela (reta s) à reta dada passando por Q e P.

Fig 1. Construção de uma paralela a uma reta



Fonte: Própria autora

b) Uma perpendicular passando pelo ponto médio de um segmento de reta, ou traçar a mediatriz.

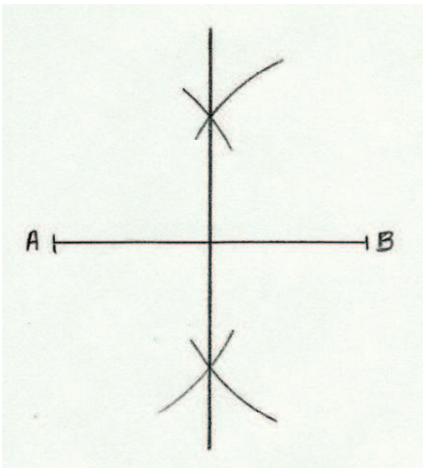
Solução: Seja o segmento de reta AB.

1) Com abertura do compasso maior que a metade do comprimento do segmento, centra em uma das extremidades e traça-se um arco de circunferência acima e outro abaixo do segmento;

2) Com a mesma abertura, centra na outra extremidade e traça-se outro arco de circunferência acima e abaixo do segmento, obtendo a interseção entre os arcos;

3) Traça-se uma reta passando pelas interseções dos arcos construídos.

Fig 2. Construção de uma perpendicular a uma reta



Fonte: Própria autora

Justificativa: As definições das retas paralelas e perpendiculares, bem como suas construções, são fundamentais para o desenvolvimento deste capítulo, estando assim presentes na maioria dos problemas de construções geométricas e na teoria da geometria plana, como auxilio na construção e validação das demonstrações.

Como abordamos no decorrer do nosso trabalho, tanto a geometria como o desenho geométrico teve suas origens ligadas diretamente às práticas e necessidades cotidianas. Eves (1992), por exemplo, relata que as noções de paralelas e perpendiculares podem ter sido principiadas através das construções de moradias e muros. Se observarmos bem, veremos que desde o princípio até os dias atuais, como afirma a Sociedade Brasileira de Educação Matemática, quase nada mudou em relação à forma como o homem enxerga a geometria, pois continuamos a fazer inferências não somente às retas paralelas e perpendiculares, mas a diversos elementos da geometria, de forma semelhante à desenvolvida na antiguidade, subconscientemente. Dentre os diversos exemplos de retas paralelas e perpendiculares no cotidiano, referenciamos alguns: como a localização de uma rua no mapa, descrita através das posições em que as ruas próximas se encontram em relação à mesma, os trilhos de uma linha de trem, as faixas duplas nas rodovias, as faixas de pedestres e os cruzamentos de vias.

3.2 TRIÂNGULOS

3.2.1 Definição 4. Diremos que dois segmentos AB e CD são congruentes quando $\overline{AB} = \overline{CD}$, ou seja, têm mesmo comprimento; diremos que dois ângulos A e B são congruentes se eles têm a mesma medida.

3.2.2 Definição 5. Sejam três pontos não colineares. Chamamos de triângulo a figura geométrica formada por esses três pontos e pelos segmentos por eles determinados, onde os pontos são os vértices e os segmentos são os lados do triângulo.

3.2.3 Definição 6. Um triângulo é dito equilátero se possui os três lados congruentes.

3.2.4 Problema 2. Com base nas definições acima, construir geometricamente um triângulo equilátero sendo dado seu lado $\overline{AB} = 6$ cm.

Solução: Como o triângulo é equilátero, sabemos que lados e ângulos são congruentes. Seja o segmento $\overline{AB}$.

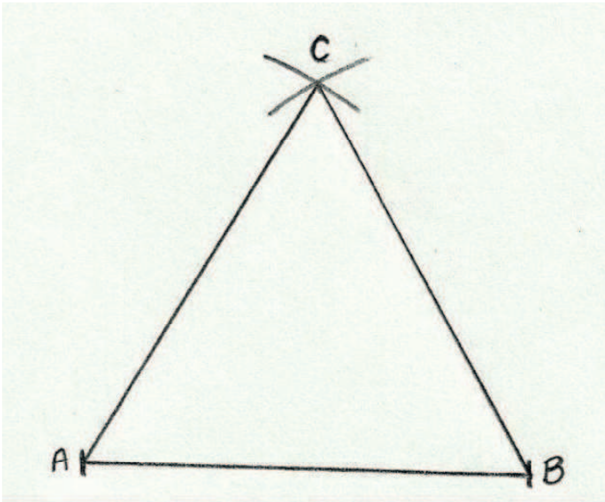
1) Traça-se o segmento $\overline{AB}$ medindo 6 cm;

2) Com abertura do compasso medindo $\overline{AB}$, centra em uma das extremidades e traça um arco;

3) Com a mesma abertura, centra na outra extremidade e traça outro arco (obtendo o ponto C);

4) Agora, basta traçar os lados $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$.

Fig 3. Construção de um triângulo equilátero



Fonte: Própria autora

Justificativa: No problema acima, a noção de congruência entre os segmentos e entre os ângulos é enfatizada como elemento principal para a sua resolução, sendo relevante para a compreensão das definições anteriormente apresentadas.

Neste problema, percebemos a importância de se trabalhar a teoria e a forma gráfica simultaneamente, pois seria quase que impossível um aluno resolvê-lo sem ter o conhecimento mínimo das definições acima descritas. Além disso, a "ponte" criada entre as duas formas de elaboração de ideias para se chegar ao resultado pretendido, funciona como um instrumento de comunicação, tendo em vista que o sentido da visão é o mais abrangente e de mais fácil aprendizagem.

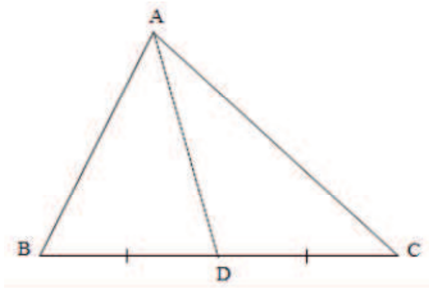
3.2.5 Definição 7. Dois triângulos são congruentes se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices de modo que lados e ângulos correspondentes sejam congruentes.

3.2.6 Definição 8. Um triângulo é dito isósceles se tem dois lados congruentes. Estes lados são chamados de laterais, e o terceiro lado é chamado de base.

3.2.7 Definição 9. Seja ABC um triângulo e seja D um ponto da reta que contém B e C.

i) Se D é ponto médio de BC, $\overline{\mathrm{AD}}$ será chamado de *mediana* do triângulo ABC relativamente ao lado BC.

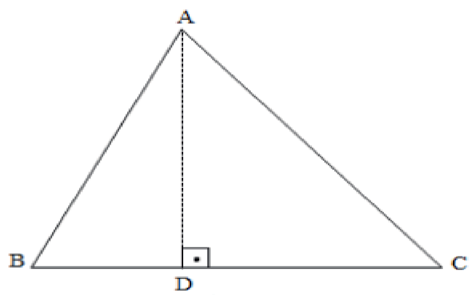
Fig 4. Mediana



Fonte: Própria autora

ii) Se $\overline{\mathrm{AD}}$ for perpendicular à reta que contém B e C, $\overline{\mathrm{AD}}$ será chamado de *altura* do triângulo relativamente ao lado BC.

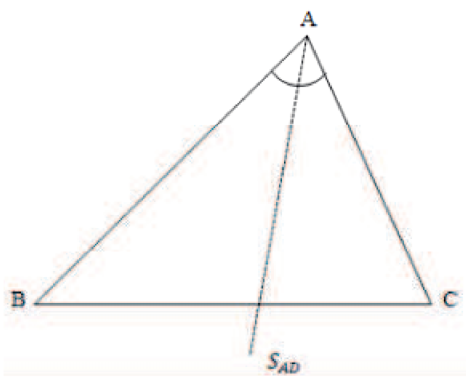
Fig 5. Altura



Fonte: Própria autora

iii) Se a semirreta S_{AD} divide o ângulo A em dois ângulos congruentes, ou seja, BAD = CAD, $\overline{\mathrm{AD}}$ será chamado de *bissetriz* do ângulo A.

Fig 6. Bissetriz

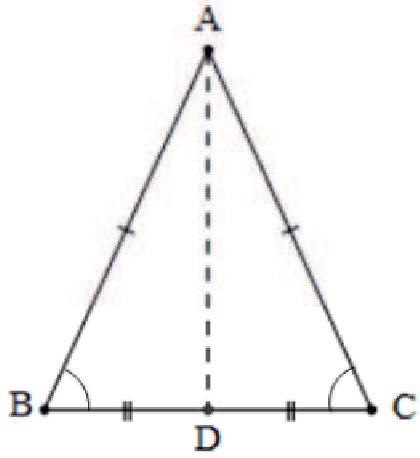


Fonte: Própria autora

3.2.8 Axioma. (1° caso de congruência de triângulos ou caso L.A.L)[9] Dados dois triângulos ABC E DEF, se $\overline{AB} = \overline{DE}$, B = E e $\overline{BC} = \overline{EF}$ então os triângulos ABC e DEF são congruentes.

3.2.9 Proposição 1. Em um triângulo isósceles a mediana relativamente à base é também bissetriz e altura.

Fig 7. Mediana de um triângulo isósceles



Fonte: Própria autora

Demonstração: Seja ABC um triângulo isósceles de base BC, com isso $\overline{AB} = \overline{AC}$. Seja AD a mediana relativa à base, assim D é ponto médio de BC, ou melhor, $\overline{BD} = \overline{DC}$. Diante dos triângulos ABD e ACD pode-se afirmar que os mesmos são congruentes, pois: $\overline{AB} = \overline{AC}$ (pelo fato do triângulo ser isósceles e pelo caso de congruência L.A.L), $B = C$ (por proposição) [10] e, $\overline{BD} = \overline{DC}$ pois D é ponto médio do segmento BC. Logo, temos BAD = CAD, BDA = CDA.

Da primeira congruência, obtemos que a semirreta S_{AD} é bissetriz do ângulo BAC consequentemente o segmento AD é bissetriz do ângulo BAC do triângulo ABC. Da segunda congruência, ou seja, BDA = CDA aliada ao fato de BDA + CDA = 180°, tem-se: BDA = 90°, ou seja, o segmento AD é perpendicular à reta que contém os pontos B e C. Logo, AD é altura do triângulo ABC relativamente à base BC.

■

---

[9] Para mais informações sobre os demais casos de congruência, ver: (REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim. **Geometria Euclidiana Plana e construções geométricas.** Campinas, SP: Editora Unicamp; São Paulo, SP: Imprensa Oficial, 2000. p. 31-35)

[10] Se, em um triângulo ABC, têm-se dois ângulos congruentes, então o triângulo é isósceles.

3.2.10 Problema 3. Construir um triângulo isósceles, conhecendo-se a base AB = 3 cm e a altura (4,9 cm).

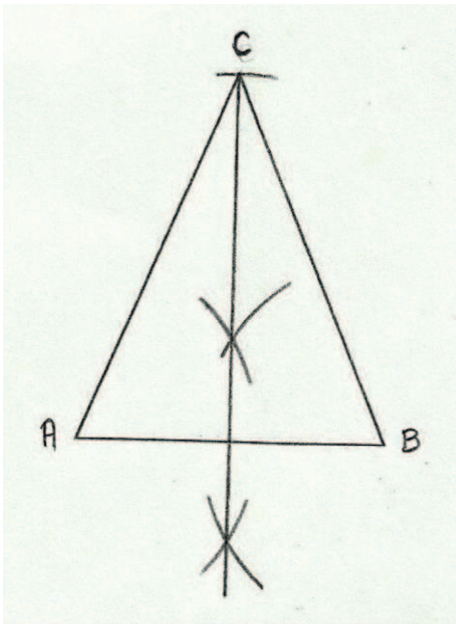
Solução:

1) Traça-se a base AB (3 cm) e sua mediatriz;

2) Sobre esta, marca-se a medida da altura;

3) Une-se a extremidade da altura (C) às extremidades da base AB, definindo-se os lados iguais. Assim, via teorema, podemos observar que a mediana relativamente à base é também bissetriz e altura.

Fig 8. Construção de um triângulo isósceles e sua mediana



Fonte: Própria autora

Justificativa: Para resolução do problema acima proposto, como tratamos de um triângulo isósceles, tanto faz falarmos de mediatriz ou mediana relativamente à base, como de bissetriz do ângulo oposto à base ou até mesmo da altura, também relativamente à base. Haja vista que ambas coincidem, como vimos na teoria da geometria euclidiana plana. Em razão disso, o problema acima apresentado contribui de forma bastante significativa para a compreensão da proposição referente a ele, de modo que em ambos os casos a mediana e/ou a mediatriz é o elemento primordial para tais conclusões. Por conseguinte, a altura encontrada através da mediatriz do segmento AB (base) na construção referente à solução do problema é a mediana relativamente à base do triângulo ABC, que por ser isósceles é também bissetriz e altura.

Em geometria euclidiana tratamos bastante dos lugares geométricos[11], identificando assim algumas propriedades a respeito de determinadas figuras e construções geométricas. Na proposição acima demonstrada e neste problema, podemos observar alguns lugares geométricos, como por exemplo, a mediatriz que equidista de dois pontos distintos A e B, enquanto que a bissetriz equidista de duas retas concorrentes, e assim por diante. Pudemos observar que em algumas situações as propriedades utilizadas coincidem, como é o caso da mediana relativamente à base, que pode ser confundida com a mediatriz (também relativamente à base), com a bissetriz ou com a altura deste triângulo.

3.3 QUADRILÁTEROS

3.3.1 Definição 10. Quadriláteros são polígonos de quatro lados.

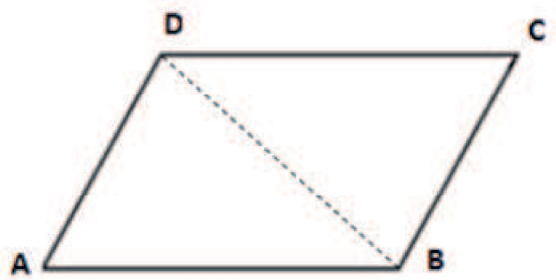
3.3.2 Definição 11. Paralelogramo é um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos.

3.3.3 Teorema 1. Se duas retas são cortadas por uma transversal, e se dois ângulos correspondentes são congruentes, então as retas são paralelas.

3.3.4 Proposição 2. Em um paralelogramo lados e ângulos opostos são congruentes.

Demonstração: Seja ABCD um paralelogramo. Trace a diagonal BD. Como AD e BC são paralelos, então ABD = BDC. Como AB e DC são paralelos, então ADB = CBD. Como, além disso, BD é comum aos triângulos ABD E CBD, então estes triângulos são congruentes. Logo, Â = C, AD = BC e AB = CD. E assim, B = D.

Fig 9. Paralelogramo



Fonte: Própria autora

■

[11] Lugar Geométrico da propriedade P é o conjunto de todos os pontos que possuem essa propriedade. (Wagner, Eduardo. **Lugares Geométricos Básicos I.** Coleção PROFMAT).

3.3.5 Problema 4. Construir um paralelogramo conhecendo-se dois lados $\overline{AB}$ = 5,2 cm, $\overline{BC}$ = 3,5 cm e o ângulo (120°) que formam entre si.

Solução: Considerando os lados opostos paralelos e congruentes:

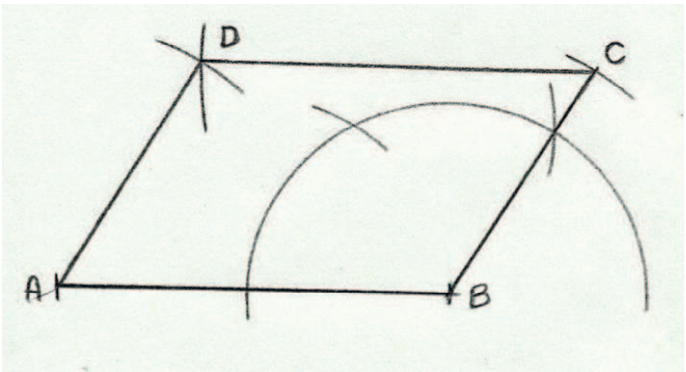
1) Traça-se do lado AB, e por uma das extremidades constrói-se o ângulo de medida 120°;

2) Sobre este aplica-se a medida do outro lado (3,5 cm);

3) Transportam-se então, com o compasso as medidas de cada um dos lados, a partir das respectivas extremidades, cruzando as distâncias e definindo o vértice que falta;

4) Traça-se então, os lados que completam a figura.

Fig 10. Construção de um paralelogramo



Fonte: Própria autora

Justificativa: A construção geométrica do problema juntamente com as definições acima mencionadas auxilia a estruturação, construção e validação da proposição, já que a noção de lados e ângulos opostos congruentes é apresentada de forma explícita na solução do problema, além de enfatizar o paralelismo entre os lados.

A noção de paralelismo fundamenta bem as situações acima descritas, pois através do paralelismo entre os lados podemos obter diversas conclusões. Em nosso dia a dia, à quase todo momento nos deparamos com representações matemáticas que envolvem o paralelismo, especialmente relacionadas à geometria plana, tendo como exemplo: o telhado de uma casa, uma porta, as faixas de pedestres, entre outros. Neste sentido, Rosa e Costa (2015) afirmam que os gregos enfatizaram a utilização ampla do raciocínio lógico por meio do qual estabeleceram a maioria das conclusões obtidas nas resoluções dos problemas geométricos. Além disso, Villa (2012) expõe que o mesmo tem sido entendido como forma de concretizar conhecimentos teóricos da geometria de forma gráfica. Euclides por exemplo, utilizando apenas régua não graduada e um compasso, realizou as primeiras construções gráficas que serviam de auxílio para a comprovação de suas teorias, as quais perduram até a atualidade.

3.4 CÍRCULO

3.4.1 Definição 12. Seja A um ponto do plano e r um número real positivo. O círculo de centro A e raio r é o conjunto constituído por todos os pontos B do plano, tais que $\overline{AB} = r$.

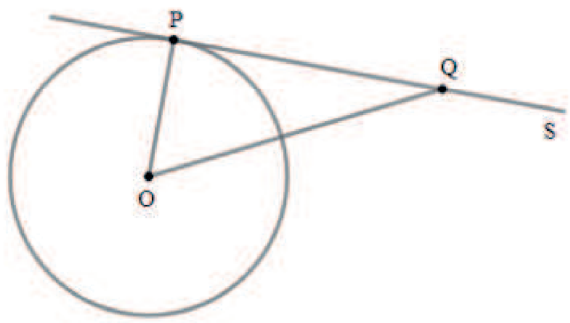
3.4.2 Definição 13. Uma tangente a um círculo é uma reta que o intersecciona em apenas um ponto.

3.4.3 Definição 14. Ponto de tangência é o único ponto em comum entre uma reta e uma curva.

3.4.4 Proposição 3. Se uma reta é tangente a um círculo então ela é perpendicular ao raio que liga o centro ao ponto de tangência.

Demonstração: Seja o círculo de centro em O e raio $\overline{OP}$, e seja s uma reta perpendicular ao raio $\overline{OP}$, passando pelo ponto P. Devemos provar que a reta s é tangente ao círculo, ou seja, que s não tem outro ponto de interseção com o círculo. Para isto, consideremos Q outro ponto qualquer da reta s, então o triângulo OPQ é retângulo e, portanto $\overline{OP}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{OQ}^2$. Segue-se que $\overline{OQ} > \overline{OP}$, e assim Q é ponto fora do círculo. Portanto, a reta s é tangente ao círculo em P.

Fig 11. Reta tangente a um círculo



Fonte: Própria autora

■

3.4.5 Problema 5. Traçar uma reta tangente a um círculo de raio medindo 2,4 cm, passando por um ponto P nele situado.

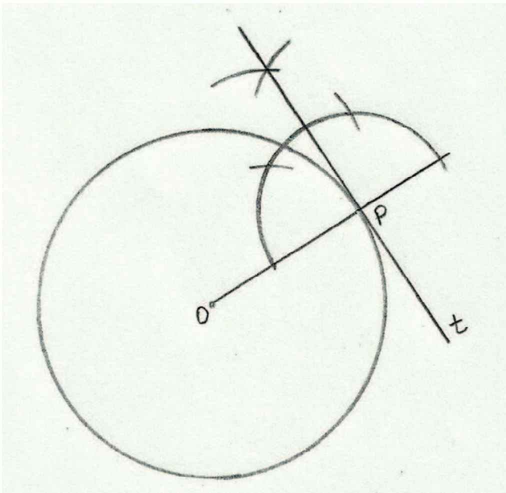
Solução: Seja a círculo de centro em O e raio OP.

1) Traça-se a círculo de centro O, marcando nela um ponto qualquer P;

2) Une-se O a P, prolongando-o por P;

3) Traça-se t perpendicular a OP (raio), que será a tangente pedida.

Fig 12. Construção de uma reta tangente a um círculo



Fonte: Própria autora

Justificativa: Neste caso, a perpendicularidade entre a reta que passa por um ponto pertencente à circunferência e pelo seu raio é a principal informação para resolver o problema, assim como para estruturação e demonstração da proposição, e assim chegamos à conclusão de que tal reta é tangente ao círculo.

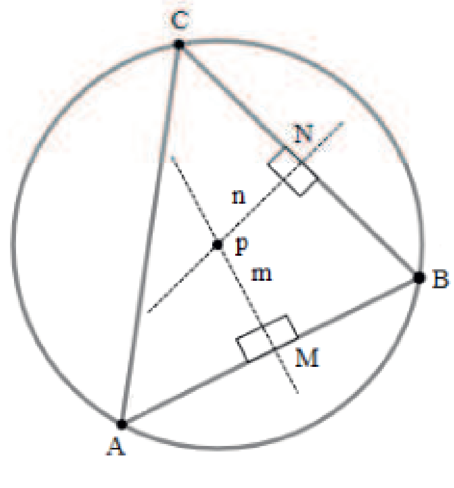
Conforme tratamos no decorrer do nosso trabalho quando abordamos sobre a importância do desenho geométrico no ensino da geometria plana, vimos que a visualização é um fator primordial para que haja uma aprendizagem significativa, proporcionando ao aluno uma compreensão imediata, além disso, a geometria sendo apresentada de forma gráfica contribui satisfatoriamente para a concretização da geometria na forma teórica. Com isso, é fácil ver, que a perpendicularidade mais uma vez aparece como o elemento principal para que possamos aclarar e demonstrar àquilo que assegura a proposição. Pois, qualquer reta que passe por mais de um ponto pertencente ao círculo e não seja perpendicular ao raio do mesmo contradiz nossa proposição, sendo esta secante ao círculo. Outra observação relevante é o uso do Teorema de Pitágoras, através do qual foi possível comprovar que a reta é tangente ao círculo no ponto de tangência.

3.4.6 **Proposição 4.** Todo triângulo está inscrito em um círculo.

Demonstração: Seja ABC um triângulo qualquer. Devemos provar que ele está inscrito em um círculo. Para isto, devemos exibir um ponto que seja equidistante de A, B e C. Seja m uma reta perpendicular a AB e passando pelo seu ponto médio M e seja n a reta perpendicular a BC e passando pelo seu ponto médio N.

Seja P o ponto de interseção das retas m e n. Observe que todo ponto da reta m é equidistante de A e B, e que todo ponto da reta n é equidistante de B e C. Logo, o ponto P será equidistante de A, B e C e, portanto o triângulo ABC está inscrito em um círculo.

Fig 13. Triângulo inscrito em um círculo



Fonte: Geometria Euclidiana Plana

■

3.4.7 **Problema 6.** Inscrever um triângulo qualquer.

Solução: Seja ABC um triângulo qualquer.

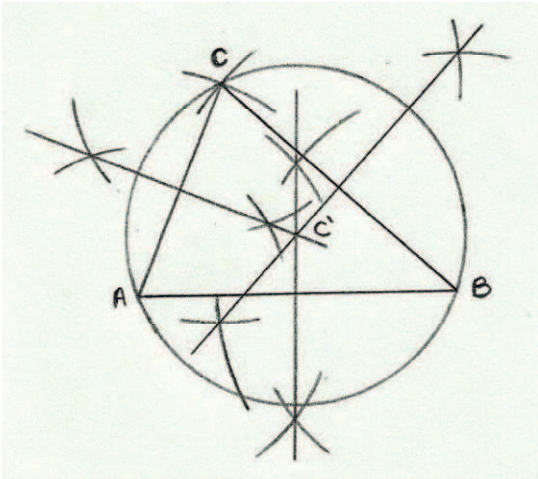
1) Tracemos as mediatrizes dos lados do triângulo, determinando o circuncentro[12] C’ (ponto equidistante de A, B e C);

---

[12] Circuncentro é o ponto de interseção entre as mediatrizes de um triângulo. REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim. **Geometria Euclidiana Plana e construções geométricas.** Campinas, SP: Editora Unicamp; São Paulo, SP: Imprensa Oficial, 2000. 260 p.

2) Com a ponta seca do compasso em C' e abertura C'A ou C'B ou C'C, tracemos o círculo passando pelos três vértices do triângulo. Portanto, o triângulo está inscrito no círculo.

Fig 14. Construção de um triângulo inscrito em um círculo



Fonte: Própria autora

Justificativa: O problema acima exposto contribui de forma bastante significativa, sendo subsídio para a descrição e validação da proposição e, sobretudo, para uma melhor compreensão. Dessa maneira, as mediatrizes são os principais elementos para que o problema seja solucionado, tal como para que a proposição seja demonstrada, determinando através delas o lugar geométrico que equidistante dos três vértices resulta no círculo que inscreve o triângulo.

Como vimos no decorrer do trabalho, imaginar o problema resolvido é um fator que influencia bastante na compreensão e interpretação do que se pretende mostrar, pois através da representação gráfica o aluno é capaz de identificar todos, ou a maioria dos elementos e propriedades presentes na tal representação, evidenciando àquelas que se fazem necessárias para o desenvolvimento e obtenção do resultado desejado. Haja vista que nem sempre faremos uso de todos os elementos e propriedades para demonstrar algo, cabe ao aluno averiguar quais deles são necessários e primordiais para tal. Em conformidade a isto, Brasil (1998, apud ROSA; COSTA, 2015, p. 6), relata que quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades, e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tratou de apresentar relações e reflexões a respeito das contribuições que o desenho geométrico pode proporcionar no ensino-aprendizagem da Geometria Euclidiana Plana, tendo como enfoque central a disciplina de Tópicos de Geometria I, disponibilizada aos discentes do curso de licenciatura plena em matemática.

No decorrer do nosso trabalho relacionamos a teoria e suas respectivas representações gráficas, evidenciando através de justificativas, as propriedades comuns e necessárias tanto para as soluções dos problemas quanto para a validação dos resultados apresentados pela teoria da geometria plana e, logo em seguida, através das reflexões, corroborando com argumentos expostos por alguns de nossos teóricos verificamos que as construções geométricas, que são soluções dos problemas apresentados, é um recurso indispensável para melhor interpretar, compreender, construir e validar as afirmações apresentadas pela teoria da geometria plana, tornando-se assim um instrumento de grande valia. O nosso principal objetivo nesta pesquisa é refletir sobre as contribuições do desenho geométrico no ensino-aprendizagem da disciplina de Tópicos de Geometria I.

Percebemos que em todos os resultados a visualização atua como elemento chave para que haja uma melhor compreensão, e ainda, para que haja uma aprendizagem significativa. Porém, é interessante também que os alunos percebam a aplicabilidade do desenho geométrico na geometria euclidiana plana, e assim sejam capazes de associar e fazer uso dos conhecimentos apresentados em ambos os casos, almejando sempre a aprendizagem significativa.

Observamos também que as construções geométricas, de um modo geral, contribuem satisfatoriamente para o ensino-aprendizagem da disciplina de Tópicos de Geometria I, de tal maneira que deixam explícitas as propriedades existentes, podendo ser utilizadas para a demonstração e descrição dos resultados, bem como para dar suporte às definições, uma vez que o abstrato e o concreto são abordados simultaneamente, e assim, favorece cada vez mais o desenvolvimento do raciocínio lógico no aluno, pois as construções geométricas tem como ponto inicial o lado axiomático da geometria.

Apesar da geometria e as representações gráficas estarem presentes nas mais variadas situações do nosso dia a dia, percebemos que as mesmas não recebem tanta ênfase quanto à álgebra, a aritmética, dentre outros ramos da matemática. Por esse motivo, ainda há muito que explorar a cerca do nosso tema.

Portanto, esperamos que este trabalho possa servir de incentivo para outras pessoas, de forma a explorar cada vez mais o tema de nossa pesquisa e, de orientação para pessoas que escolherem esse tema para desenvolverem suas pesquisas, tornando-a uma área promissora para a pesquisa matemática com aplicações práticas para a geometria plana, e assim, ser o ponto de partida para novas reflexões e descobertas que possam auxiliar o professor em sua prática docente e fortalecer o ensino em nossas instituições.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana.** 10. Ed. Fortaleza: Sociedade Brasileira de Matemática, 2003. 260p.

BRAZ, Fernanda Martins. **História da geometria hiperbólica.** Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

CHERVEL, André**. História das disciplinas escolares:** reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria & Educação.

COSTA, Evandro Alexandre da Silva; ROSA, Milton. **Historiando o desenvolvimento do desenho geométrico:** Das inscrições nas cavernas à contemporaneidade. VIDYA, v. 35, n. 1, p. 57-69, 2015. Santa Maria, 2015. Disponível em: < http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/6950/1/ARTIGO_HistoriandoDesenvolvimentoDesenho.pdf>. Acesso em: 23/08/2017.

CRUZ, Maria do Socorro Batista de Jesus. **O desenho geométrico no currículo do curso de licenciatura em matemática da UFES:** reflexos no ensino da geometria plana no ensino fundamental (anos finais). Universidade Estadual de Feira de Santana, 2013. 145 p.

EVES, Howard. **Tópicos de história da matemática para o uso em sala de aula.** São Paulo: Atual, 1992. 75 p.

FLORES, Cláudia Regina; MACHADO, Rosilene Beatriz. **Cenas de um ensino de desenho.** São Paulo**:** Editora Livraria da Física, 2013. (Coleção História da Matemática para Professores).

GOMES, Maria Laura Magalhães. **Os 80 Anos do Primeiro Curso de Matemática Brasileiro: sentidos possíveis de uma comemoração acerca da formação de professores no Brasil.** Bolema, Rio Claro (SP), v.30, n.55, p. 424-438, 2016.

JÚNIOR, Fernando Dutra. **Desenho geométrico como ferramenta de aprendizagem em geometria.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.

MACHADO, Maria Cristina Gomes; MORMUL, Najla Mehanna. **Rui Barbosa e a educação brasileira:** os pareceres de 1882. Universidade Estadual de Maringá, 2012.

MENEZES, Ebenezer Takuno de; SANTOS, Thais Helena dos. **Verbete Reforma Francisco Campos.** Dicionário Interativo da Educação Brasileira – Educa brasil. São Paulo: Midiamix, 2001. Disponível em: < http://www.educabrasil.com.br/reforma-francisco-campos/ >. Acesso em: 10 de nov. 2017.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013. 138 p.

OLIVEIRA, Clézio Lemes. **A importância do desenho geométrico.** Universidade Católica de Brasília- DF, 2005.

OLIVEIRA, Luiza Baptista; ALBRECHT, Clarissa Ferreira. **Desenho Geométrico.** Viçosa, 2012. Disponível em: <https://pt.slideshare.net/leopaiva217101/desenho-geometrico-50736672 >. Acesso em: 11 de nov. 2017.

OREY, Daniel Clark; ROSA, Milton. **Las Raíces Históricas del Programa Etnomatemáticas.** Disponível em < http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33508307>. Acesso em: 11 de set. 2017.

PIASESKI, Claudete Maria. **A geometria no ensino fundamental.** Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões URI, 2010.

REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim. **Geometria Euclidiana Plana e construções geométricas.** Campinas, SP: Editora Unicamp; São Paulo, SP: Imprensa Oficial, 2000. 260 p.

SANTOS, Almir Rogério Silva; VIGLIONE, Humberto Henrique de Barros. **Geometria Euclidiana Plana.** UFS, 2011. Disponível em <http://professor.ufop.br/sites/default/files/santostf/files/geometriaeuclidiana_plana.pdf >. Acesso em 17 de out. 2017.

SBEM. **A formação do professor de matemática no curso de licenciatura:** reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Boletim SBEM, n. 21, p. 1-42, fev.2013. Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/files/Boletim21.pdf>. Acesso em: 08 de nov. 2017.

SOARES, Flávia. **Os congressos de ensino da matemática no Brasil nas décadas de 1950 e 1960 e as discussões sobre a Matemática Moderna.** História da Educação Matemática. Vassouras, 2005. Disponível em: < https://www.ime.usp.br/~sphem/documentos/sphem-tematicos-5.pdf>. Acesso em: 23 de ago. 2017.

VECHIA, Ariclê; LORENZ, Karl Michael. **O Colégio da Bahia e o ensino superior:** a formação da elite na American portuguesa, 1572 a 1759. [The College of Bahia and higher education: educating the elite in Portuguese America, 1572 a 1759]. In: Díaz, J. M. H. (org.) Formación de elites y educación superior em Iberamérica (SS. XVI-XXI). Salamanca: Herger Ediciones Antema, 2012, Vol. 1, p. 257-267.

VILLA, Airton Della. **A resolução de problemas matemáticos, utilizando como ferramenta o ensino do desenho geométrico:** A importância do desenho geométrico no 8º e 9º anos da Educação Básica. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012 / Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Programa de Desenvolvimento Educacional. – Curitiba: SEED – Pr, 2014.

WAGNER, Eduardo. **Uma introdução às construções geométricas.** Rio de Janeiro, IMPA, 2015. 87p. Disponível em < http://www.obmep.org.br/docs/apostila8.pdf >. Acesso em: 15/10/2017.

ZICCARDI, Lydia Rossana Nocchi. **O curso de matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo:** uma história de sua construção/ desenvolvimento/ legitimação. São Paulo, 2009.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Da régua e do compasso:** As construções geométricas como um saber escolar no Brasil. Belo Horizonte, 2001, 211 p.