



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ANDREZA CAMPOS PRUDÊNCIO

**GEOMETRIA E ÁLGEBRA: UM ESTUDO COM O CÁLCULO DE
PERÍMETRO E ÁREA**

**PATOS
2018**

ANDREZA CAMPOS PRUDÊNCIO

GEOMETRIA E ÁLGEBRA: UM ESTUDO COM O CÁLCULO DE PERÍMETRO E ÁREA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao departamento de matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Me. Júlio Pereira da Silva

**PATOS
2018**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

P971g Prudencio, Andreza Campos.
Geometria e álgebra [manuscrito] : um estudo com o cálculo de perímetro e área / Andreza Campos Prudencio. - 2018.
50 p.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2018.
"Orientação : Prof. Me. Júlio Pereira da Silva, Coordenação do Curso de Matemática - CCEA."
1. Pensamento Algébrico. 2. Pensamento Geométrico. 3. Área. 4. Perímetro.
21. ed. CDD 512.1

ANDREZA CAMPOS PRUDÊNCIO

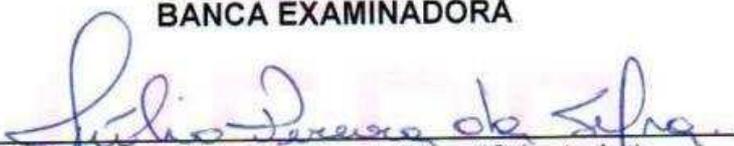
GEOMETRIA E ÁLGEBRA:
UM ESTUDO COM O CÁLCULO DE PERÍMETRO E ÁREA

Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia) apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento parcial à exigência para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovado em 05 de junho de 2018.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Me. Júlio Pereira da Silva (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Rildo Cariri Gonçalo (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Profa. Kaliane da Silva Gomes (Examinadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Aos meus pais, Antônio Campos Pinto e
Glícia Rejany Gomes Prudêncio Campos,
pela dedicação, companheirismo e
amizade, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

“Pois só quem sonha consegue alcançar.”
(Luan Santana)

Agradeço primeiramente a Deus e à Virgem Maria pela oportunidade que me foi concedida, de concluir o curso de Licenciatura em Matemática e por ter me ajudado até aqui a não desistir, apesar de todas as dificuldades enfrentadas.

Ao meu pai Antônio Campos Pinto, a minha mãe Glícia Rejany Gomes Prudêncio Campos e minha irmã Ludimila Campos Prudêncio, por todo o apoio, dedicação e companheirismo, desde o início da minha jornada e por acreditarem em mim e não me deixar desistir. Obrigada!

Aos meus avós e tios, pela dedicação e preocupação. Agradeço!

Ao meu namorado Cícero Alves de Andrade, que tanto amo, pela confiança, pelo apoio e pelo incentivo que sempre me deu, desde o início desta caminhada. Obrigada!

Ao professor orientador, Júlio Pereira da Silva, pela dedicação que teve para comigo na conclusão deste trabalho, pelos conhecimentos compartilhados e por toda paciência. Obrigada, Professor!

Aos meus colegas de sala e amigos Bruna Querubino, Pedro Moreira Dantas Neto, Crystiane Medeiros e José Emanuel Laurentino Diniz, pelo companheirismo e amizade. Desejo sucesso a todos!

“A matemática é o alfabeto com qual,
Deus escreveu o universo.”
(Galileu Galilei)

RESUMO

Estudar Aritmética, Álgebra e Geometria integralmente é de grande importância para que os sujeitos aprendizes possam compreender a Matemática como uma disciplina completa. Além disso, tal procedimento pode estimular e incentivar o conhecimento dos alunos para um aprendizado diferenciado no campo da Matemática. Pensar algebricamente e geometricamente influencia de maneira positiva no desenvolvimento de questões e conteúdo dessa ciência. Baseados nisso, esta produção científica, apresenta resultado de uma investigação cujo objetivo é identificar as dificuldades que os alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolver questões de monômios envolvendo os conceitos de área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra. A pesquisa foi realizada em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental a cidade de Itaporanga – PB, com um grupo de vinte e quatro (24) alunos. O percurso da pesquisa de campo se deu em dois encontros: No primeiro foram apresentadas duas questões que envolviam monômios, para o cálculo de perímetro de figuras geométricas; no segundo encontro foi solicitado que os alunos respondessem uma questão que envolvia monômios, envolvendo área. A pesquisa é caracterizada como qualitativa e pedagógica. Fundamentamos o estudo a partir da discussão de autores como Kaput (1999), Van de Walle (2009) Lorezato (2006), Thompson (1994) entre outros. Identificamos que as dificuldades apresentadas pelos sujeitos da pesquisa durante a resolução das questões propostas advêm dos equívocos nas operações com monômios, além da falta de atenção e compreensão dos conceitos de perímetro e área.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Pensamento Geométrico. Área. Perímetro. Monômio.

ABSTRACT

The study of Arithmetic, Algebra and Geometry integrally is very important so that the subjects of the learning can understand Mathematics as a complete discipline. In addition, such a procedure can stimulate and encourage students' knowledge of differentiated learning in the field of Mathematics. Thinking algebraically and geometrically influences positively the development of questions and content of this science. Based on this, this scientific production, presents the result of an investigation whose objective is to identify the difficulties that the students of a group of the 8th year of Elementary School present when solving questions of monomials involving the concepts of area and perimeter in an integrated way with Geometry and Algebra. The research was accomplished in a class of the 8th year of Elementary School in the city of Itaporanga - PB, with a corpus of twenty four (24) students. The course of the field research took place in two meetings: In the first, moment were presented two questions that involved monomials, for the calculation of perimeter of geometric figures; In the second meeting were asked to the students to answer a question that involved monomials, involving area. The research is characterized as qualitative and pedagogical. We base the study from the discussion of authors such as Kaput (1999), Van de Walle (2009) Lorezato (2006), Thompson (1994) and others. We identified that the difficulties presented by the subjects of the research during the resolution of the proposed questions come from the mistakes in the operations with monomials, besides the lack of attention and understanding of the concepts of perimeter and area.

Keywords: Algebraic Thinking. Geometric Thinking. Area. Perimeter. Monomial.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Método de resolução do problema proposto acima.....	19
Figura 2: Representação geométrica do problema proposto.....	20
Figura 3: Situação 1 envolvendo o perímetro do triângulo	27
Figura 4: Situação 2 envolvendo o perímetro do quadrado.....	27
Figura 5: Situação 1 envolvendo o perímetro do pentágono	28
Figura 6: Situação 2 envolvendo o perímetro do quadrado.....	28
Figura 7: Situação 3 envolvendo o perímetro do hexágono	28
Figura 8: Resposta da questão 1, situação1, pelo aluno 05.....	30
Figura 9: Resposta da questão 1, situação 1, A pelo aluno 13	30
Figura 10: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 04.....	31
Figura 11: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 12.....	31
Figura 12: Resposta da questão 2, situação 1, pelo aluno 04.....	33
Figura 13: Resposta da questão 2, situação 1, pelo aluno 19.....	33
Figura 14: Resposta da questão 2 letra B pelo aluno 05.....	34
Figura 15: Resposta da questão 2, situação 2, pelo aluno 02.....	34
Figura 16: Resposta da questão 2, situação 3, pelo aluno 03.....	35
Figura 17: Resposta da questão 2, situação 3, pelo aluno 17	36
Figura 18: Situação envolvendo a área do quadrado	37
Figura 19: Resposta do aluno 23, questão 1.....	39
Figura 20: Resposta da questão 1, situação 1 pelo aluno 23.....	40
Figura 21: Resposta da questão 1, situação 1, pelo aluno 13.....	40
Figura 22: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 18.....	41
Figura 23: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 22.....	41
Figura 24: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 19.....	42

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 ASPECTOS TEÓRICOS	13
2.1 PENSAMENTO ÁLGBRICO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	13
2.2 PENSAMENTO GEOMÉTRICO: ALGUNS APONTAMENTOS	17
2.3 ENSINAR INTEGRADAMENTE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA	19
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS	22
3.1 PESQUISA QUALITATIVA DO TIPO PEDAGÓGICA	22
3.2 OS SUJEITOS DA PESQUISA	24
3.3 CAMPO DA PESQUISA	24
4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	26
4.1 RESOLVENDO QUESTÕES DE MONÔMIOS ENVOLVENDO PERÍMETRO E ÁREA – 1º MOMENTO	26
4.1.1 Análise das questões de monômio envolvendo o cálculo do perímetro	29
4.1.2 Resolvendo questões de monômios envolvendo o cálculo de área	37
4.2.2 Análise das questões de monômios envolvendo o cálculo de área	39
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	43
REFERÊNCIAS	45
APÊNDICE A – QUESTÕES DE MONÔMIO ENVOLVENDO O CÁLCULO DE PERÍMETRO	46
APÊNDICE B – QUESTÕES DE MONÔMIO ENVOLVENDO O CÁLCULO DE ÁREA	48

1 INTRODUÇÃO

O campo da Matemática que envolve Álgebra e Geometria é muito amplo, tendo em vista que esses conceitos podem aparecer associados em determinados contextos da Matemática, o que pode gerar conteúdos integrados, como por exemplo, o estudo de monômios envolvendo conceitos geométricos.

Esses conteúdos vão avançando ou se tornando complexos a cada série e pode ser considerada, por esse motivo, pela maioria dos alunos, como uma disciplina de difícil compreensão. E, muitas vezes, a forma como os professores trabalham os conceitos, pode influenciar no processo de aprendizagem, isto é, possibilita aprendizagens ou não.

O pensamento algébrico, por exemplo, começa a ser explorado como mais intensidade no 7º ano do Ensino Fundamental e, é a partir desse momento, que os alunos começam a pensar em conceitos algébricos avançados, embora, muitas vezes, acabem se confundindo e realizando operações de maneira equivocada, justamente por uma má compreensão conceitual do assunto.

Essa má compreensão se dá pelo fato de que o estudo da Álgebra está ligado apenas à manipulação de símbolos, tornando assim o aprendizado automático, o que leva os alunos a entenderem que devem apenas decorar e não aprender os conceitos. Tal entendimento está em desacordo com o objetivo dessa área, que é estimular os alunos a entenderem e desenvolver equações utilizando as representações que são empregadas no estudo da Álgebra, a fim de tornar o aprendizado prazeroso e significativo, ou seja, um aprendizado com compressão dos objetos matemáticos em estudo.

Os conceitos de Geometria também é um dos conteúdos considerados mais difíceis pelos alunos e muitas vezes não são explorados pelos professores, pois geralmente é o último conteúdo do livro. Desta forma, os alunos ficam dispersos ao se depararem com questões que envolvem este conteúdo, e desta forma não conseguem associá-lo com facilidade a outros assuntos do campo da Matemática.

Assim, considera-se que o desenvolvimento do pensamento algébrico é tão importante quanto o desenvolvimento do pensamento geométrico, evidenciando que o professor tem um papel muito importante para que os alunos desenvolvam esses tipos de raciocínios, uma vez que os seus próprios conhecimentos e metodologias serão o grande suporte para que haja de fato o entendimento dos conceitos de

Álgebra e Geometria nas turmas de Ensino Fundamental, tópicos que marcam o início do aprendizado dos conteúdos curriculares de Matemática.

Além disso, o professor deve analisar bem os conhecimentos anteriores que os alunos têm, pois esse pode ser outro ponto crucial que causa a má compreensão dos conceitos de Álgebra e Geometria simultaneamente. Muitas vezes o aluno não consegue compreender a explicação que foi dada pelo professor e quando se depara com cálculos semelhantes em outra série acaba tendo dificuldade de desenvolvê-lo, e muitas vezes usa a desculpa que aprendeu de determinada maneira com professores anteriores ou, como forma de se esquivar, resolve de qualquer maneira sem analisar do que foi feito.

Essas reflexões sobre a aprendizagem de Álgebra e Geometria iniciaram-se durante a graduação, enquanto aluna do curso de Licenciatura em Matemática e minhas curiosidades nos estudos da área de Educação Matemática.

Uma das disciplinas na qual analisamos e refletimos sobre as dificuldades dos alunos em relação à Álgebra e Geometria foi *Prática Pedagógica no Ensino da Matemática I*. Na oportunidade, o professor trouxe algumas abordagens e problemáticas a fim de nos deixar aptos a comentar sobre esses determinados assuntos do campo matemático, além de oferecer oportunidades para discutimos sobre pesquisas realizadas com alunos do Ensino Fundamental, envolvendo esses dois campos do conhecimento. Foram produtivas as discussões, fazendo-nos perceber que é possível aprender Álgebra e Geometria de forma integrada e compreensiva.

Além disso, os trabalhos realizados na disciplina de *Estágio Supervisionado I e II* também contribuíram grandemente para que o nosso pensamento em relação à Álgebra e a Geometria fossem repensados, ao percebemos as dificuldade que encontramos quando nos deparamos com alunos que tem o intuito de aprender, mas muitas vezes, por uma forma diferente de ensino que lhes falta, não conseguem desenvolver esse pensamento relacionado à Matemática. Para Lesley (1984) uma boa alternativa para identificar por que isso acontece é descobrir quais são os erros praticados pelos alunos e, além disso, descobrir por qual motivo eles cometem esses equívocos.

Depois dessas reflexões conseguimos perceber a integração entre Álgebra e Geometria, trazendo-nos a memória que durante nossa vida enquanto estudantes da Educação Básica nossos professores de Matemática não haviam trabalhado esses

ramos de forma integrada. Assim, observando essas abordagens, resolvemos então realizar uma pesquisa em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, dando enfoque ao pensamento dos estudantes em relação às questões de Álgebra, especificadamente referente a Monômios, envolvendo Geometria (perímetro e área), para que assim conseguíssemos compreender melhor a maneira de pensar dos discentes, e quais dificuldades apresentam quando se trabalha com esses ramos de forma integrada.

Diante disso, originou-se a seguinte questão problema: Como os alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental resolvem questões de monômios envolvendo os conceitos área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra?

A partir da questão problema, elencou-se um objetivo geral e dois específicos. O objetivo geral é identificar as dificuldades que os alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolver questões de monômios envolvendo os conceitos de área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra. No que se refere aos objetivos específicos, buscamos: propor situações-problema envolvendo os conceitos área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra e compreender o pensamento utilizado pelos alunos quando resolvem os conceitos área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra.

Esta monografia está organizada da seguinte maneira: o primeiro capítulo tem por finalidade trazer alguns conceitos teóricos sobre a Álgebra e a Geometria trabalhada integradamente, além de focar alguns conceitos de aritmética integrada a esses dois campos.

O segundo capítulo traz as abordagens metodológicas, onde são mostrados a abordagem, o campo da pesquisa, sujeitos, tipos instrumentos da coleta de dados, a apresentar justificativa para cada um.

O terceiro capítulo tem por finalidade mostrar o desenvolvimento das análises que foram feitas através das atividades de pesquisa realizadas na turma do 8º ano vinculadas ao pensamento algébrico e geométrico, dentro da perspectiva abordada.

Nas considerações finais estão as conclusões da pesquisa, buscando responder aos objetivos traçados para investigação, as reflexões advindas do estudo realizado e sugestão de temas que surgiram a partir da nossa pesquisa.

2 ASPECTOS TEORICOS

Neste capítulo são abordadas algumas considerações sobre o pensamento algébrico, o pensamento geométrico e sobre como podem ser trabalhados integradamente com Aritmética, Álgebra e Geometria, baseados nas ideias e abordagens de alguns autores, tais quais Kaput (1999), Lorenzato (2006), Van de Walle (2009) entre outros.

2.1 PENSAMENTO ALGÉBRICO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A Matemática está subdividida em vários conteúdos e formas, mas aqui queremos destacar a Álgebra em sua vasta amplitude de informações e características matemáticas que são de grande importância para a vida estudantil e o desenvolvimento do pensamento do sujeito aprendiz.

Podemos entender o conceito de Álgebra como sendo “o ramo da matemática responsável por estudar os números e suas propriedades correspondentes.¹” O estudo da álgebra envolve as quatro operações e o estudo das raízes, sendo assim, pode ser melhor compreendida por todos, pois aprendê-la significa ir além da manipulação de símbolos, uma vez que o aluno deve saber não só fazer os cálculos, mas principalmente entender como foi feito e porque foi feito, para que dessa forma seu pensamento algébrico seja estimulado.

Kaput (1999 *apud* Van de Walle, 2009, p.134-135), numa visão mais ampla, considera que os conceitos algébricos,

[...] envolve generalizar e expressar essa generalização usando linguagens cada vez mais formais, onde a generalização se inicia na aritmética, em situações de modelagem, em geometria e virtualmente em toda a matemática que pode ou deve aparecer nas séries elementares.

Além disso, o autor ainda frisa que a Álgebra não é algo ímpar ou único; é algo que se completa com outros conteúdos para que assim se torne mais íntegro, ou seja, a Álgebra se compõe de muitas ideias para que seja formulada. Diante dessa nova abordagem dos processos de ensino e aprendizagem da Álgebra é preciso desenvolver no aluno o pensamento algébrico.

¹ Definição disponível em: <https://conceitos.com/algebra/>. Acesso em: 28. Mar. 2018.

Kaput (1999 apud Van de Walle, 2009. p. 288) é um dos autores que traz uma abordagem ampla sobre a linguagem e pensamento algébrico, e ele subdivide esse pensamento em 5 formas de raciocínio, a saber: 1) Generalização da aritmética e de padrões em toda a matemática; 2) Uso significativo de simbolismo; 3) Estudo da estrutura no sistema de numeração; 4) Estudo de padrões e funções; 5) Processo de modelagem matemática, que integra as quatro anteriores.

Quando o autor fala em generalização da aritmética, está referindo-se a reunir todos os principais objetivos que essa ciência estuda a fim de mostrar e estudar a manipulação de símbolos como conteúdo importante na matemática, contribuindo para que o aluno consiga generalizar em qualquer situação.

Usar símbolos é algo que está presente na Álgebra, pois, como sabemos, ela é feita através da manipulação dos mesmos com compreensão. Por isso, a simbologia deve ser sempre usada em questões que envolvam este conteúdo. Nesse contexto, estruturar a simbologia para que facilite no entendimento dos conteúdos é algo primordial no estudo da álgebra, já que a compreensão dos símbolos se dá, inicialmente, através do estudo do sistema de numeração para que se conheça a organização do mesmo e assim se intensifique o estudo da Álgebra.

O estudo de padrões e funções se dá na Álgebra quando se pretende observar quesitos, como por exemplo, questões de Monômios, valor do termo desconhecido, e assim formular algo para ser estudado de acordo com o que está sendo abordado. Pode-se, neste caso, utilizar padrões de números, formas, cores, além dos que podem ser observados no cotidiano de cada um.

E por fim, a modelagem matemática que engloba todos os quesitos ditos anteriormente. Essa modelagem seria justamente trazer para a sala de aula questões do dia a dia que envolvam o estudo da Álgebra, para que o aluno se sinta mais familiarizado com o tema e não tenha tanto receio de resolver exercícios propostos, trabalhando, desta forma, com modelos matemáticos a partir de situações do cotidiano.

Thompson (1994) realizou uma pesquisa com alunos da oitava à décima série, para que pudesse identificar os erros cometidos por eles em relação à Álgebra. Durante a análise das atividades que os alunos responderam, o autor percebeu que os sujeitos da pesquisa focaram em algumas ideias, classificando em:

- a) O foco da atividade algébrica e a natureza das “respostas”;
- b) O uso da notação e da convenção em álgebra;
- c) O significado das letras e das variáveis;
- d) Os tipos de relação e métodos usados em aritmética.

No que diz respeito ao foco na atividade algébrica e à natureza das respostas, o autor faz uma comparação entre a Aritmética e a Álgebra. Em relação à Aritmética, ele diz que este foco está relacionado às respostas que são emitidas pelos alunos. Mas na Álgebra é diferente, pois neste caso, deve preocupar-se com as relações numéricas que serão feitas, ou seja, os alunos não devem se preocupar com respostas numéricas, como são acostumados a fazer, mas sim como proceder em relação ao problema dado, fazer relações e procurar simplificar a questão.

Em relação ao uso de notações e convenções sobre Álgebra podemos dizer que isso significa a interpretação de símbolos nos cálculos algébricos. Os alunos muitas vezes têm uma interpretação errada nas questões e acabam cometendo alguns equívocos que poderiam ser evitados. Por exemplo, se tivermos uma determinada operação como $2a + 5b$ (THOMPSON, 1994, p. 28) o aluno geralmente responde que esta resposta será $7ab$, pois está acostumado a unir os termos sempre que se depara com uma adição, e tem sempre a ideia de simplificar expressões, como neste caso.

O autor cita três sugestões que essas experiências trazem: a primeira delas é sobre as relações que os alunos fazem com a interpretação dos símbolos, o que está relacionado ao sinal de adição, igualdade, subtração, pois o pensamento deles é que mesmo havendo símbolos como a e b em uma adição eles devem ser somados, mesmo sendo diferentes.

A sugestão que vem em segundo lugar é sobre “representar a multiplicação em álgebra por justaposição” (THOMPSON, 1994, p. 29). Isso estaria relacionado ao fato de que, mesmo sendo um produto, as crianças veem como uma soma (por exemplo, $5b$). Segundo eles, para ser um produto deveria estar expresso na forma $5 \times b$ ou $b \times 5$, desta forma estaria correto e isso seria um produto.

A terceira observação é sobre a forma errada de interpretar símbolos e frases que indiquem uma adição por exemplo. O autor usa o exemplo de “duas maçãs mais 5 bananas” para interpretar $2a + 5b$, o que não é algo aconselhável. Segundo ele,

não é correto fazer este tipo de questionamento, pois os alunos podem interpretar de maneira errada o que está sendo pedido no problema.

Algo de grande importância também em relação à Álgebra é que os alunos devem ter certeza de suas respostas. Outro aspecto que diferencia a Aritmética da Álgebra é justamente este, pois na Aritmética a ordem dos fatores não altera o resultado, ou seja, se eu somar $4 + 5$ ou $5 + 4$ o resultado será o mesmo. Mas em Álgebra a diferença entre $a + b$ e $b + a$ será de grande influência na resolução de questões.

As variáveis e as letras são muito comuns, tanto na Álgebra como na Aritmética. Na Aritmética elas podem representar metragem, quilometragem e etc. Já na Álgebra essas letras representam um número qualquer, mas para os alunos não é bem assim. Thompson (1994, p. 30) cita um exemplo claro do pensamento do discente, onde é dada a seguinte expressão: “Somar 3 a $5y$ ”. Um dos alunos se pergunta o que seria esse y , e o outro diz que pode representar qualquer coisa, como por exemplo, 5 iates (em inglês *yatch*) ou 8 iates. Ou seja, para eles a variável pode representar objetos, animais, ou qualquer coisa que se inicie com a letra apresentada. Deve-se tomar cuidado quando for elaborar este tipo de questões para que não haja confusão por parte do aluno. Ele deve entender que a variável representa um número que deve ser multiplicado.

Por último, temos os métodos utilizados pelos alunos, que nada mais é do que a forma como os alunos resolvem os problemas. De acordo com o autor, o aluno escolhe o método informal para solucionar estas questões, e assim acaba sendo induzido ao erro. Para que esse problema seja solucionado, Thompson (1994) cita que o professor deve antes perceber qual a necessidade do aluno e reconheça que:

(a) os alunos podem dispor de um método informal para um dado tipo de problema; (b) que o valor desse método informal para a resolução de problemas simples seja reconhecido e discutido; e (c) que as possíveis limitações do método sejam consideradas, simplesmente tentando-se usá-lo em problemas da mesma espécie, porém mais difíceis. (THOMPSON, 1994, p. 35).

Vale ressaltar que o professor deve conhecer a dificuldade do aluno e tentar, através de estratégias plausíveis, melhorar o que está sendo feito de forma equivocada por ele. Além disso, deve tentar aprimorar o seu conhecimento e as

suas estratégias para que assim o aluno consiga realizar de forma correta determinados cálculos relacionados à Álgebra.

2.2 PENSAMENTO GEOMETRICO: ALGUNS APONTAMENTOS

Segundo Walle (2009), a Geometria é um conteúdo que por muito tempo foi excluído pelos professores durante as aulas. Apesar de estar presente nos livros didáticos, ela sempre era deixada por último, e muitas vezes não era estudado, pois segundo os docentes “não dava tempo”.

Os objetivos da Geometria estão divididos em duas correspondências que servem para melhorar a compreensão de duas áreas: o raciocínio espacial ou senso espacial e o conteúdo específico (WALLE, 2009).

Conforme o autor, acima mencionado, o senso espacial faz menção ao pensamento dos estudantes em relação aos conteúdos abordados pela Geometria, ou seja, o pensamento geométrico. Pessoas que possuem esta característica tem maior facilidade em mentalizar formas geométricas, conseguem girar objetos mentalmente e pensar em um desenho em 3 dimensões, por exemplo. Indivíduos que tem senso espacial desenvolvido são admiradores da geometria em geral, pois segundo o autor, eles conseguem ver e estimar formas geométricas na natureza, na arte, no dia a dia, e ainda podem analisar e observar o mundo através da Geometria.

Existem pessoas que não nasceram com essas habilidades, mesmo assim elas podem criar e ampliar o seu senso espacial através de estudos e atividades que possibilitam o seu desenvolvimento. O autor frisa que segundo os padrões do *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* todo aluno tem a capacidade de desenvolver a prática geométrica, uma vez que ela é desenvolvida e aprimorada durante as aulas de Matemática.

O conteúdo específico está relacionado inteiramente com o que é abordado no estudo da Geometria. Os temas que são subdivididos, envolvendo conteúdos específicos, segundo Van de Walle (2009) são os seguintes temas: formas e propriedades, transformação, localização e visualização. O primeiro tema é referente às *propriedades* que estudam as dimensões, bidimensional e tridimensional, e a tudo que está ligada a elas de maneira geral. “As formas e propriedades incluem um estudo das propriedades das formas em ambas as dimensões (bi e tri), como também um estudo das relações construídas sobre essas propriedades.” (VAN DE WALLE, 2009, p. 429).

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino de Matemática (PCN), recomendam que:

Nas formas e propriedades trabalha-se o estudo das dimensões onde observa-se as figuras bidimensionais e tridimensionais, onde analisamos as relações estabelecidas sobre suas propriedades. Propriedades essas, que possui uma diversidade como: corpos redondos e poliedros, polígonos e seus estudos (números de lados e eixos de simetria do polígono), paralelismo de lados e medidas de ângulos e de lados (BRASIL, 1997, p. 73).

O segundo tema, *transformação*, faz alusão à rotação, translação e reflexão que são os movimentos realizados em uma determinada figura geométrica, além de estudar a semelhança e a simetria. A transformação “[...] inclui um estudo de translações, reflexões, rotações (deslizamentos, viradas e giros), o estudo de simetrias e o conceito de semelhança”. (VAN DE WALLE, 2009, p. 429).

Quando se trata de *localização* “refere-se primariamente à geometria de coordenadas ou outros modos de especificar como os objetos estão localizados no plano ou no espaço” (VAN DE WALLE, 2009, p. 429). Na localização, conforme os PCN, “estudam-se as coordenadas ou descrevem-se os objetos onde eles estão se encontram em planos ou no espaço. Também está voltado para a mudança de direção visualizando os ângulos” (BRASIL, 1997, p. 73).

A *Visualização* está relacionada na figuração mental, onde o aluno identifica diferentes formas no meio em que vive, consegue enxergar as diferenças entre o bidimensional e o tridimensional e aprende a reconhecer objetos de diversas formas (VAN DE WALLE, 2009, p. 439).

Desta forma, podemos observar que a Geometria é ampla em relação a forma de divisão a qual ela é sujeitada. Todas essas divisões são importantes para o desenvolvimento do pensamento geométrico, isto é, quando todas essas divisões forem trabalhadas em sala de aula. Assim, pode-se compreender a importância da Geometria para a formação acadêmica dos alunos, pois desta forma o pensamento geométrico é formado.

A Geometria oferece, desta forma, várias possibilidades para o aprendizado matemático; uma delas é a de ajudar na resolução de problemas, tornado mais fácil a compreensão de questões de Álgebra e Aritmética. Desta maneira, podemos crer que a Geometria é uma fonte ampla de resoluções de problemas. E enquanto

professores, devemos fazer com que o senso espacial e o senso geométrico que foi citado anteriormente, sejam desenvolvidos durante as aulas para que a aprendizagem em relação à Geometria se torne cada vez mais ampliada.

2.3 ENSINAR INTEGRADAMENTE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA

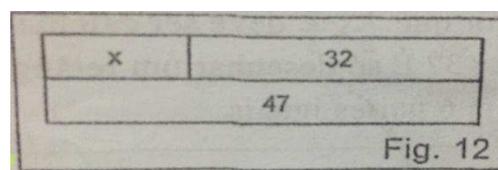
O ensino integrado de Aritmética, Álgebra e Geometria são possíveis, haja vista que a Matemática é compreendida pela junção desses três campos. Lorezato (2006) mostra a possibilidade de trabalhar integradamente esses três campos do conhecimento e aponta que é possível encontrar a diferença entre a Aritmética e a Álgebra. A aritmética é representada por números, já a álgebra por generalizações: “Por exemplo, diante do enunciado „tenho 7 vezes o que você tem e, juntando o que nós temos, dá 104”, na aritmética se pensa $104: 8$, enquanto, na álgebra se pensa $7x+x= 104$ ” (LOREZANTO, 2006. p. 57)

O estudo da Geometria foi fortemente influenciado na década de 60 com o surgimento da matemática moderna nas escolas, segundo o autor a geometria ficou esquecida. Isso gerou um abalo na educação, pois os alunos se restringiram a um conteúdo muito importante, o que gerou implicações negativas para o desenvolvimento do pensamento geométrico, algébrico e aritmético.

Os alunos podem não compreender questões simples que necessitam de um conhecimento geométrico, pois apenas o entendimento algébrico e aritmético não é suficiente. A Álgebra e a Aritmética são importantes, mas a Geometria também é.

O autor cita alguns exemplos de questões que são sobre Álgebra, mas que leva a um entendimento difícil, pois o aluno deve usar uma forma de raciocínio diferente para tal resolução, como a igualdade $x+32=47$, citada pelo autor. Neste caso, o que devemos fazer é passar o 32 para o outro lado da igualdade com o sinal oposto e assim realizar o cálculo. Seria mais fácil se a figura (forma geométrica) aparecesse neste cálculo para compreensão e resolução da situação:

Figura 1: Método de resolução do problema proposto acima



Fonte: Lorezato (2006)

Bastaria o aluno olhar a figura e compreender que o valor de x seria a subtração de 47 e 32. Podemos observar que a Geometria ajuda muito o aluno a raciocinar melhor sobre as questões, facilitando assim a sua resolução.

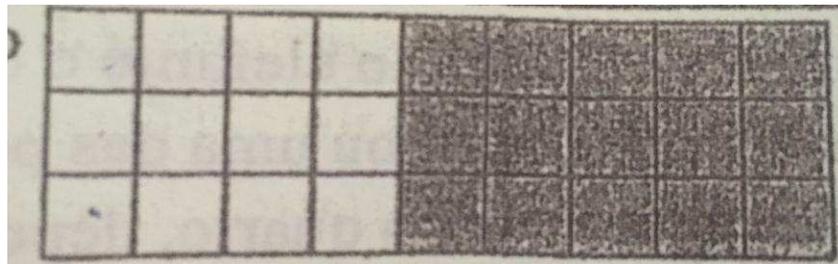
Outro exemplo citado por Lorenzato (2006, p. 62) é sobre correspondências do tipo 3 ($4+5$), que segundo alguns alunos seria igual a $12 + 5$, que está escrito de maneira equivocada. Da mesma maneira que acontece em aritmética acontece também na álgebra. Alguns alunos confundem certos cálculos do tipo 3 ($x+y$) que segundo eles seria $3x+y$, mas na verdade a resposta seria $3x+3y$ realizando a multiplicação. Se esse tipo de equação fosse representado geometricamente, ficaria claro que:



$$\square\square\square\square\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare = 4 + 5$$

E sendo assim

Figura 2: Representação geométrica do problema proposto



Fonte: Lorenzato (2006)

Representaria $3(4+5)$. O que ficaria de forma mais clara para que o aluno pudesse compreender.

É importante que todos esses conceitos sejam trabalhados durante a vida discente, pois o conhecimento deve ser desenvolvido e estimulado no percurso escolar. Estudar Álgebra, Geometria e Aritmética nas aulas é um grande estímulo para que o pensamento matemático seja desenvolvido. E trabalhar esses conteúdos de maneira integrada traz para o aluno, uma maior amplitude na aprendizagem, uma vez que é algo novo, provoca e incentiva o aluno a querer descobrir e explorar.

Como já foi visto anteriormente, a Geometria é um conteúdo pouco trabalhado em sala de aula, então por que não trazer esse assunto para a sala de aula juntamente com outros e assim tornar a aula mais proveitosa? Seria uma forma de não deixá-lo para trás e ainda estudar outro conteúdo, aumentando cada vez mais o conhecimento matemático do aluno. Claro que a Geometria, assim como os demais conteúdos, deve ter seu espaço nas aulas, os discentes devem compreender os conceitos de cada um e procurar aplicá-los na sua vida acadêmica.

O aluno deve compreender a utilidade da Geometria, Aritmética e Álgebra juntas, uma vez que, a “Álgebra é a Aritmética generalizada”, e que a “Aritmética é a estrutura da Álgebra”. Além disso, a Geometria transforma questões de Álgebra ou de Aritmética, tornando a resolução de questões desses dois conteúdos, mais fáceis como vimos anteriormente segundo as análises de Lorenzato (2006).

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, abordaremos sobre a metodologia que foi utilizada nesta pesquisa: seu tipo, o sujeito da pesquisa, o campo e a investigação do tema.

3.1 PESQUISA QUALITATIVA DO TIPO PEDAGÓGICA

Esta pesquisa é caracterizada como qualitativa. A pesquisa qualitativa é uma inquirição que está voltada para aspectos qualitativos de determinado assunto, considerando a parte subjetiva do problema abordado. Ela não se preocupa com quantidades ou números, mas sim com análise qualitativa destes dados. Definimos pesquisa qualitativa como:

[...] levantamento de dados sobre as motivações de um grupo, em compreender e interpretar determinados comportamentos, a opinião e as expectativas dos indivíduos de uma população. É exploratória, portanto não tem o intuito de obter números como resultados, mas insights – muitas vezes imprevisíveis – que possam nos indicar o caminho para tomada de decisão correta sobre uma questão-problema.²

Em suas características principais, observamos que ela pode contribuir para o descobrimento de novas teorias e, assim, construir algo se baseando na realidade. O aspecto visual, que está voltado para a observação geral do ambiente de sala de aula, que pode ser um campo de pesquisa qualitativa, é de extrema importância para esse tipo de exploração, mas os textos e a leitura sobre o assunto que será abordado na pesquisa também são indispensáveis para a coleta de dados.

Para Mayring (2002), Flick e Cols (2002), o princípio para a pesquisa qualitativa é a coleta de dados no ambiente natural na qual eles circulam. Buscar novas informações através da realidade, do meio social, da vivência, estabelece uma relação indispensável para que o trabalho seja realizado de uma maneira qualitativa não dando espaço ao quantitativo. A qualidade deste tipo de investigação é a busca imensurável por novos conhecimentos, comportamentos, sentimentos, intenções e percepções, pontos relevantes nesse viés de pesquisa.

² Definição disponível em: <https://www.institutophd.com.br/pesquisa-quantitativa-e-pesquisa-qualitativa-entenda-a-diferenca/> Acesso em 04. abr. 2018.

Dentro desta abordagem, a pesquisa qualitativa em questão, se caracteriza como pesquisa pedagógica, que segundo Lankshear *et al.* (2008, p. 13) “significa, no mínimo, professores pesquisando suas próprias salas de aula”. Ainda nesse sentido, Lankshear *et al.* (2008) afirmam alguns pontos positivos para realizar pesquisa pedagógica:

Primeiro, a pesquisa de professores é vista como um importante recurso, por meio do qual os professores podem desenvolver sua competência para fazer o autêntico tipo de julgamento autônomo e decisões adequadas a seu status como profissionais; segundo que finalidade ou propósito – em geral compartilhado – da pesquisa pedagógica é que ela pode contribuir, de forma demonstrável, para melhorar o ensino ou a formação dos alunos. (LANKSHEAR *et al.*, 2008. p. 14)

Através da pesquisa, os professores desenvolvem um papel mais amplo na sala de aula, pois seu conhecimento cresce e, desta forma, sua metodologia pode ser diversificada, contribuindo para melhoria dos processos de ensino e aprendizagem. Esse tipo de pesquisa é importante para que se adquira uma nova compreensão do interior da sala de aula e assim o ensino e a aprendizagem se desenvolver cada vez mais, isto é, aconteçam de forma exitosa. Além disso, a pesquisa pedagógica não deve ficar submetida apenas ao âmbito da sala de aula, podendo abranger-se por toda a escola e até mesmo fora dela, uma vez que o que acontece no exterior da sala de aula pode influenciar o seu interior.

O professor deve buscar novas formas de educação, ou seja, novas maneiras de ensinar e interagir com os alunos, através do meio social em que está inserida, para que assim o aluno aprenda de acordo com o ambiente em que vive o que seria algo muito interessante e proveitoso, uma vez que despertaria ainda mais o interesse do aluno pelo conteúdo abordado.

A pesquisa pedagógica pode surgir através da necessidade dos professores para com os alunos durante as aulas. Esse tipo de pesquisa pode ajudar o professor compreender melhor o ambiente de sala de aula para que novas estratégias sejam pensadas como forma de amenizar os conflitos e dificuldades de aprendizagem. Desta forma, este estudo se enquadra neste tipo de pesquisa, a pedagógica.

3.2 OS SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa são alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, turno da tarde. A turma tem 24 alunos, sendo: 17 do sexo masculino e 7 do sexo feminino, todos os alunos são assíduos nas aulas. A faixa etária é de 12 e 13 anos; nenhum é repetente. Nos dias da pesquisa participaram 17 alunos. Alguns estavam muito inquietos e entusiasmados pela presença de outra pessoa na sala, conversavam entre si e se perguntavam o que seria feito naquele momento.

É importante ressaltar que trata-se de uma turma participativa, composta por alunos muito inteligentes e interessados, que gostam de estudar e buscar novos conhecimentos. As crianças moram em bairros próximos a escola. Os pais são assalariados, e vivem de forma estável.

Os estudantes, sujeitos da pesquisa, têm muito receio das aulas de Matemática, pois consideram que é a matéria mais difícil. Percebemos que aulas mais divertidas e diferentes chama atenção dele e motivam para o estudo. Os aprendizes precisam ser provocados para descobrirem novas formas de aprender, precisam de motivação.

Esta turma despertou o interesse de se fazer a pesquisa, pois nela estão crianças curiosas e cheias de vontade de aprender, algo que incentiva a aprendizagem. Além de ser uma turma que, segundo as conversas com o professor da turma, apresentam dificuldade em geometria. Outro fator importante para realização da pesquisa nessa série é que neste ano eles já tiveram contato com álgebra e geometria, estudando de forma mais sistemática, pois há no currículo de matemática. Assim, entender como os alunos trabalham com conceitos que envolvem essas áreas nessa série é fundamental para planejamento de novas atividades que visem um melhor aprendizado de ambos.

3.3 CAMPO DA PESQUISA

O campo da pesquisa foi uma instituição de Ensino Fundamental e Médio, localizada na cidade de Itaporanga-PB. A escola oferece Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, assim distribuído: 1 (uma) turma do maternal, 2 (duas) do jardim I, duas do jardim II, 2 (duas) do 1º ano, 2 (duas) do 2º ano, 2 (duas) do 3º ano, 2 (duas) do 4º ano e 1 (uma) do 5º ano. No Ensino Fundamental II existem 1

(uma) turma do 6º ano, 2 (duas) do 7º, 1 (uma) do 8º e 1 (uma) do 9º. No Ensino Médio existem 1 (uma) turma do 1º, 1 (uma) do 2º e 1 (uma) do 3º.

No turno da manhã funciona o Ensino Fundamental I, no turno da tarde o Ensino Fundamental (anos finais) e o Ensino Médio.

Seu espaço físico está estruturado desta maneira: 22 (vinte e duas) salas de aula, 1 (uma) biblioteca, 1 (uma) quadra de esportes, 1 (uma) sala de professores, 1 (uma) sala de digitação, 4 (quatro) banheiros, 1 (uma) cantina, 1 (uma) sala de vídeo, 1 (um) pátio, 1 (uma recepção), 1 (uma) secretaria, 1 (uma) sala de direção. O quadro de funcionários: 1 (uma) diretora, 1 (uma) vice-diretora, 2 (duas) coordenadoras, 1 (um) recepcionista, 1 (uma) secretária, 1 (um) digitador, 2 (dois) disciplinas, 4 (quatro) auxiliares de limpeza, 2 (duas) cantineiras, 1 (um) vigilante e 39 (trinta e nove) professores.

É uma instituição onde os profissionais são capacitados e engajados na aprendizagem dos alunos, preocupados com o desenvolvimento e a melhoria da educação e, por isso, sempre buscam novos meios e métodos para tornar as aulas mais proveitosas, fazendo com que os alunos se interessem e busquem conhecimentos para que se tornem pessoas de bem em um futuro próximo.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo estão abordados os dados que foram reunidos na pesquisa. Em primeiro lugar, mostramos questões de monômios envolvendo perímetro e geometria (estudo da área); as respostas desenvolvidas pelos os alunos do 8º ano, nos encontros de realização da pesquisa, ao mesmo tempo que comentando cada uma das questões.

4.1 RESOLVENDO QUESTÕES DE MONÔMIOS ENVOLVENDO PERÍMETRO E ÁREA – 1º MOMENTO

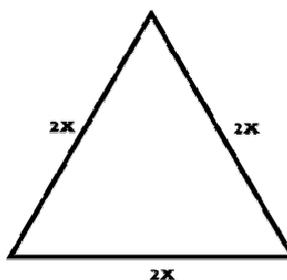
No primeiro momento, ao chegar à sala de aula, apresentamo-nos aos alunos como sendo pesquisadores/estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus VII, Patos-PB, e queríamos realizar uma pesquisa no campo da álgebra e para isso iríamos precisar da ajuda deles.

Em seguida, informamos aos alunos que esta pesquisa se realizava porque estávamos acabando o curso e seria necessário que fizéssemos este trabalho de conclusão. Ressaltamos que a participação de cada um (uma) na resolução das questões era essencial para que a mesma se operacionalizasse. Em seguida foram entregues duas questões, elaboradas pelos pesquisadores, sobre monômios envolvendo perímetro (Apêndice A). A primeira questão com as situações 1 e 2; a segunda questão com situações 1, 2 e 3. Por último, um questionamento sobre a ideia que cada um apresentava sobre perímetro.

Solicitamos que respondessem da maneira que achassem melhor, de acordo com o que já tinha sido aprendido em sala, e que eles não se preocupassem com o resultado e, por último, que eles comentassem o seu pensamento acerca das questões, expondo qual a maneira que eles acharam melhor para formular as respostas.

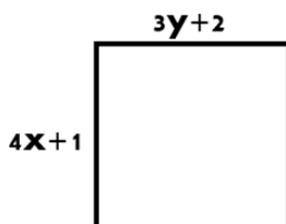
A primeira questão pedia que os alunos expressassem algebricamente o perímetro das figuras que serão mostradas a seguir:

Figura 3: Situação 1 envolvendo o perímetro do triângulo



Fonte: Elaboração dos pesquisadores (2018).

Figura 4: Situação 2 envolvendo o perímetro do quadrado



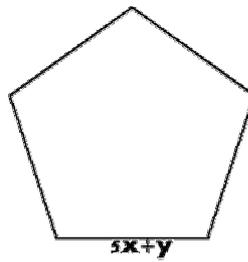
Fonte: Elaboração dos pesquisadores (2018)

Os alunos responderam às questões calculando o perímetro através dos números que estavam expressos ao lado de cada uma das figuras apresentadas acima, sem substituir as variáveis.

A maioria dos alunos acertou a letra “a”, alguns erraram a letra “b” e em seguida eles justificaram as questões dizendo qual ideia utilizaram para respondê-las. No próximo ponto, iremos analisar essas questões e as respostas que foram dadas por alguns alunos.

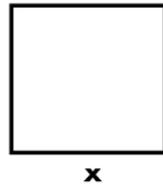
A segunda questão é semelhante à primeira. Nela pedimos que novamente os alunos escrevessem uma expressão que apresentasse o perímetro das figuras dadas, mas que em seguida eles substituíssem as variáveis pelos valores dados, respectivamente. Neste caso, como percebemos na questão, x vale 2 (dois); e y vale 5,2 (cinco virgula dois), como mostram as figuras a seguir:

Figura 5: Situação 1 envolvendo o perímetro do pentágono



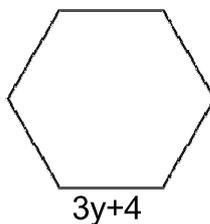
Fonte: Elaboração dos pesquisadores (2018).

Figura 6: Situação 2 envolvendo o perímetro do quadrado



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Figura 7: Situação 3 envolvendo o perímetro do hexágono



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Em seguida, foi feita a pergunta: Para você o que é perímetro? E eles responderam segundo a sua própria opinião acerca do conteúdo, da forma como entendiam. Alguns alunos sentiram dificuldades ao responder as questões, mas não podiam ser ajudados, pois o que conta é a análise dos dados e o pensamento

algébrico de cada um. Assim, por mais que pedissem auxílio, não influenciámos nas repostas deles.

A partir de agora iremos analisar as repostas de forma qualitativa às resposta de alguns sujeitos da pesquisa.

4.1.1 Análise das questões de monômio envolvendo o cálculo do perímetro

Vamos agora analisar as repostas e o raciocínio dos alunos em relação às questões que foram abordadas. Iremos identificar os alunos através das siglas: *Aluno 01 ao Aluno 24*, que é o número que corresponde à quantidade de alunos envolvidos na pesquisa. No dia em que se realizou a atividade estavam presentes na sala de aula apenas 19 alunos. Essa identificação visa assegurar o sigilo moral dos pesquisados.

QUADRO 1: Respostas da questão 1

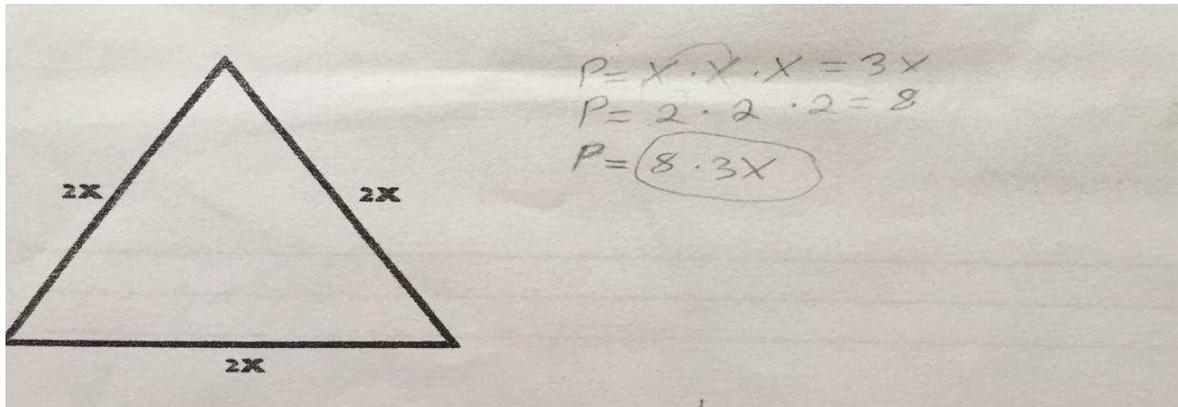
<i>SITUAÇÕES</i>	<i>ACERTOS</i>	<i>ERROS</i>
SITUAÇÃO 1	17	2
SITUAÇÃO 2	14	5

Fonte: Dados da pesquisa, 2018

Podemos perceber, através do quadro acima, que a maioria dos alunos acertou as questões que foram aplicadas. Mas, fazendo uma observação geral, estando na sala no momento da aplicação, pudemos perceber que a maioria dos alunos teve dificuldade para responder tais questões, mesmo que a maioria tenha acertado, principalmente quando foi pedido que eles expressassem seu pensamento algébrico comentando o porquê de terem respondido os questionamentos daquela forma. Sabiam responder o cálculo, mas apresentavam dificuldade em justificar as repostas.

Desta forma podemos destacar as seguintes repostas na questão 1, Situação 1:

Figura 8: Resposta da questão 1, situação 1, pelo aluno 05

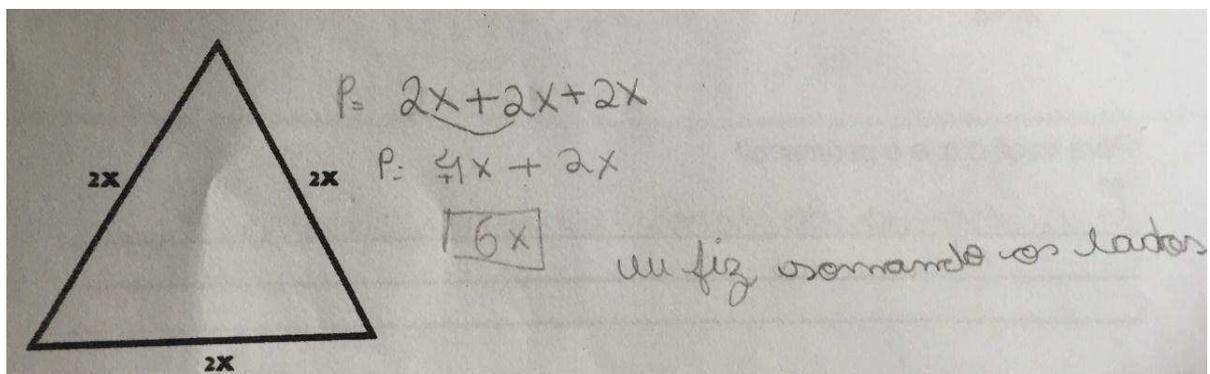


Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Sabemos que para calcular o perímetro devemos calcular a medida do contorno de um objeto bidimensional, o que não foi feito pelo aluno. Neste caso, o Aluno 05 separou as variáveis dos números e realizou uma multiplicação de ambos os termos, o que resultou em $8 \cdot 3x$, que não é a resposta esperada. Analisando essa questão, podemos concluir que houve o equívoco do aluno ao pensar que deveria realizar a multiplicação ao invés da soma. O aluno também não justificou seus métodos de resolução.

Agora, observemos a figura a seguir:

Figura 9: Resposta da questão 1, situação 1, A pelo aluno 13

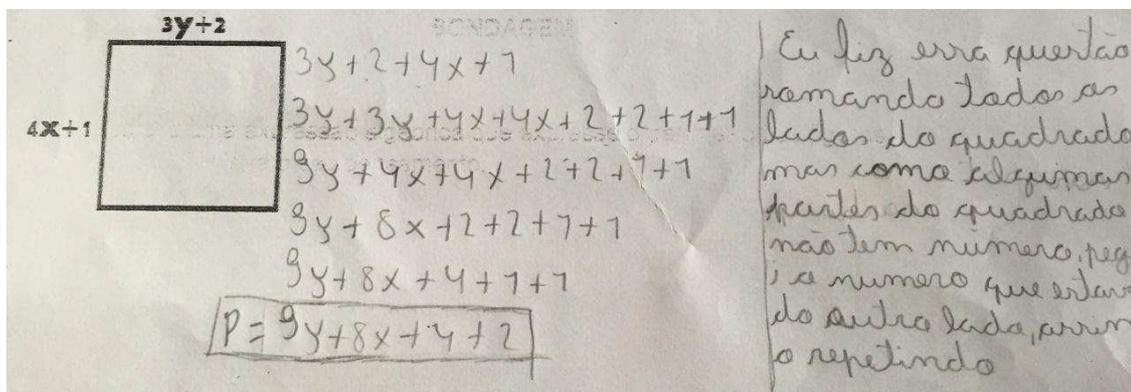


Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

O Aluno 13 respondeu à questão corretamente. Ao contrário do Aluno 05, ele não separou os termos, apenas somou como era o esperado, e em seguida expressou seu pensamento afirmando que para responder esta questão ele apenas somou os lados da figura. Desta forma, ele compreendeu o conceito de perímetro, apesar de não ter se expressado de maneira correta quando mostrou seu pensamento.

Escolhemos as seguintes respostas da situação 2, questão 1:

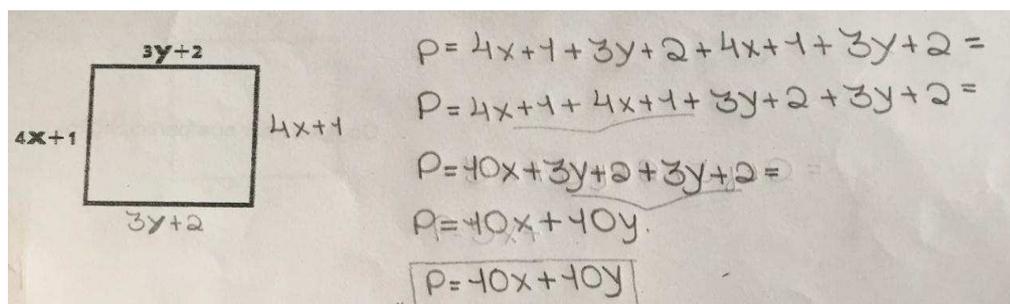
Figura 10: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 04



Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Observando a resposta do Aluno 04 e o seu comentário, podemos perceber que apresentou uma estratégia diferente de resolução. Ele analisou a figura e disse que em alguns lados do quadrado não havia números, então ele completou esses lados com os números que já existiam repetindo-os. Em seguida, ele realizou o cálculo unindo os termos semelhantes e em seguida os somou. O aluno equivocou-se quando disse que $3y + 3y$ é igual a $9y$, pois sabemos que $3y + 3y$ é igual a $6y$. O seu pensamento algébrico foi correto até o momento em que ele somou os termos semelhantes e disse que completou o quadrado com os números que já tinha.

Figura 11: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 12



Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Verificando, a questão acima, e a resposta do Aluno 12, percebemos que ele completou os espaços vazios substituindo pelos números que já estavam nos lados da figura. Em seguida somou realizando o perímetro. O aluno somou os termos que tinha variáveis com os que não tinham, ou seja, $4x + 1 + 4x + 1$, que segundo o aluno, seria igual a $10x$. O certo seria somar os termos que com x separadamente dos que não tem x . Assim: $8x + 2$. Na segunda parte da resolução o aluno fez a mesma coisa, o que mudou foi apenas a variável, que neste caso agora é y . E a sua soma ficou assim: $3y + 2 + 3y + 2$, que segundo ele dava igual a $10y$. Fazendo corretamente seria igual a $6y + 4$, e finalizando a conta ficaria: $8x + 6y + 6$, somando os termos que não tem variável. O aluno não fez nenhum comentário sobre a questão como foi pedido.

Analisando de maneira geral as duas situações, podemos perceber que os alunos têm certa dificuldade no contexto matemático. Mesmo estando presente nas aulas e assistindo todas as explicações dadas pelo professor, eles confundem-se e acabam se equivocando nas respostas dadas. São erros simples, mas que faz toda a diferença principalmente no pensamento algébrico e geométrico de cada um e na compreensão de cada um.

No que diz respeito a questão 2, temos a seguinte panorâmica:

QUADRO 2: Respostas da questão 2

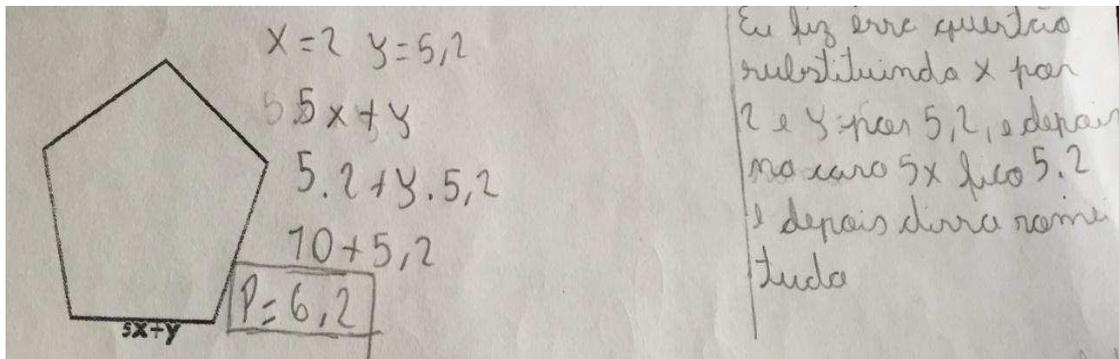
<i>SITUAÇÃO</i>	<i>ACERTOS</i>	<i>ERROS</i>
<i>SITUAÇÃO 1</i>	6	13
<i>SITUAÇÃO 2</i>	12	7
<i>SITUAÇÃO 3</i>	3	16

Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Podemos observar que os erros foram maiores que os acertos, e isso ocorreu pelo fato de que os alunos não estavam atentos aos cálculos, pois a maioria formulou perfeitamente seu pensamento algébrico.

A figura abaixo mostra a resposta do Aluno 04 para a situação 1 da questão 2.

Figura 12: Resposta da questão 2, situação 1, pelo aluno 04

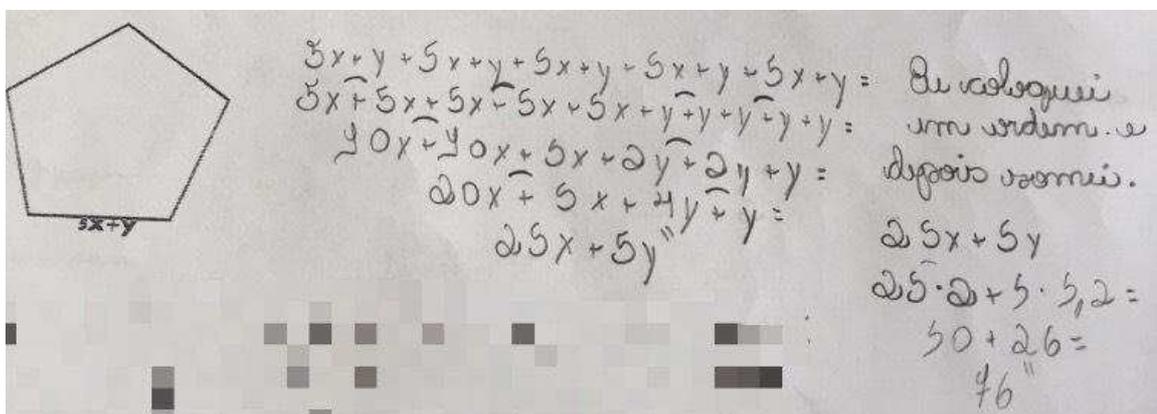


Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Foi solicitado que o aluno fizesse o perímetro da figura e, em seguida, substituísse o valor das variáveis pelos números que foram dados na questão. Neste caso x seria igual a 2 e y seria igual a 5,2. Era preciso apenas trocar as letras pelos números e realizar as operações. O aluno em questão fez da seguinte maneira: não calculou o perímetro, apenas substituiu os valores dados e realizou as contas, ou seja, inseriu o lado do pentágono que valia $5x + y$ e comutou x e y , assim: $5 \cdot 2 + 5,2 = 10 + 5,2$, que segundo o aluno seria igual a 6,2, chegando a outro erro. Foi pedido que ele comentasse como teria feito a questão, e o aluno disse que fez substituindo as letras pelos números e somou.

O aluno 19, explica a situação 1, da questão 2 assim:

Figura 13: Resposta da questão 2, situação 1, pelo aluno 19

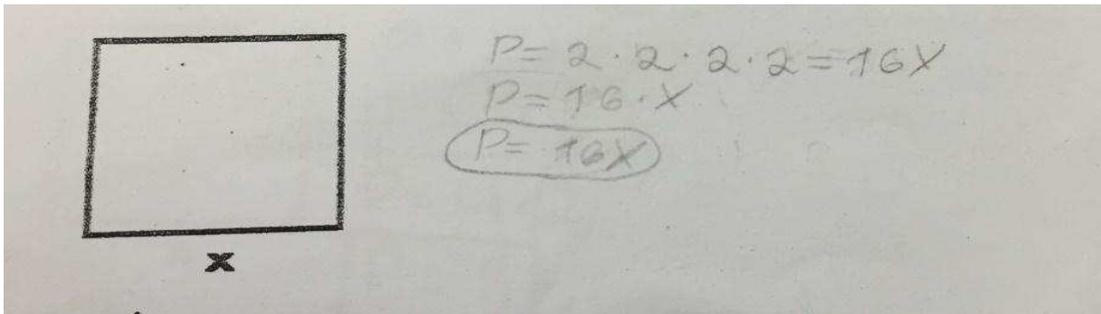


Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Observamos que o Aluno 19 pensou diferente do Aluno 04. Desta vez, ele somou cinco vezes o lado da figura calculando seu perímetro, como era esperado, e, depois somou os termos semelhantes. Por último, o aluno substituiu os termos pelos valores dados na questão e assim chegou ao resultado esperado, 76.

Agora iremos analisar a situação 2, questão 2. Observe, a seguir, a resposta do aluno 06.

Figura 14: Resposta da questão 2 letra B pelo aluno 05

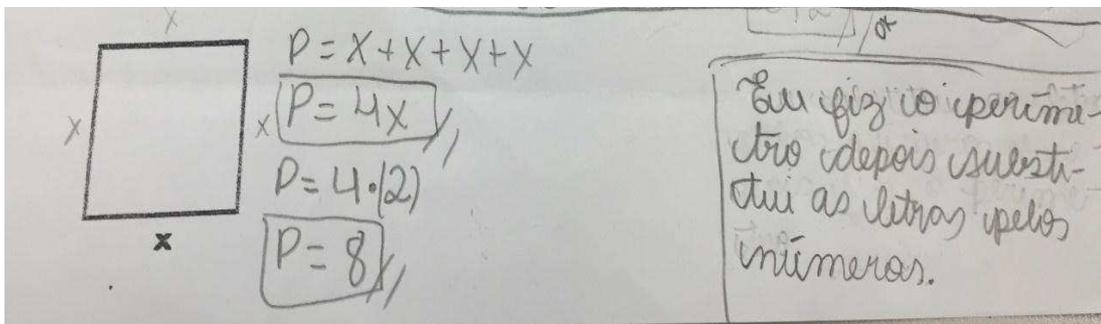


Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

O aluno 05 substituiu x por 2, multiplicou o 2 quatro vezes, e multiplicou por x uma vez, chegando ao resultado de $16x$. Ele equivocou-se nesta questão ao entender que cada lado da figura valia x e, como x, neste caso está representado por 2, substituiu o x por 2 e multiplicou 4 vezes, que é justamente os lados de um quadrado. Dessa maneira obteve a resposta errada!

O aluno 02, trouxe a seguinte resposta da situação 2, questão 2:

Figura 15: Resposta da questão 2, situação 2, pelo aluno 02

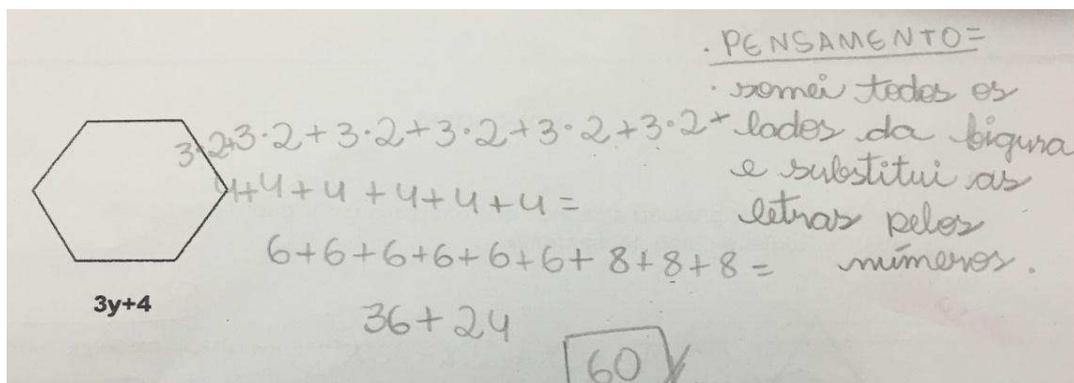


Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

O Aluno 02 ao responder este quesito utilizou os métodos pedidos no enunciado, ou seja, realizou a soma da medida do contorno dos lados da figura, o perímetro. Sua soma foi igual a $4x$, depois substituiu o x por 2, que era o valor estipulado para x . Logo, seu resultado foi igual a 8, que era o esperado nesta questão. O aluno ainda comentou como fez para solucionar este quesito dizendo que fez o perímetro e em seguida fez a substituição pelo número dado.

O aluno 03, pensou a resposta da situação 2 da segunda questão assim:

Figura 16: Resposta da questão 2, situação 3, pelo aluno 03



Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

O Aluno 03 disse que somou todos os lados da figura e substituiu as letras pelos números. O seu pensamento algébrico está correto, mas ele equivocou-se ao substituir o valor de y de maneira errada, pois 2 é o valor de x e não de y . Isso acontece muitas vezes, pois os alunos acreditam que o valor que deve ser substituído é sempre o de x , e conseguem responder melhor as questões que estão representadas pela x , se colocar outra variável há uma confusão na resolução das questões.

Concordando com o Aluno 03, o Aluno 17 também pensou algebricamente, mas diferente do primeiro não expôs seu raciocínio como foi pedido:

Figura 17: Resposta da questão 2, situação 3, pelo aluno 17

$3 \cdot 5,2 + 3 \cdot 5,2$
 $15,6 + 15,6 + 15,6 + 15,6 + 15,6 + 15,6$
 $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$
 $8 + 4 + 4 + 4 + 4$
 $12 + 4 + 4 + 4$
 $16 + 4 + 4$
 $93,6$
 $20 + 4$
 24
 $93,60$
 $24,00$
 $117,60$
 Para você o que é perímetro?
 Soma do lado de uma figura

Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Ele realizou o cálculo de maneira correta. Calculou o perímetro e em seguida substituiu os valores chegando ao resultado de 117,60.

Ao final da situação 3 foi feita a seguinte pergunta: Para você o que é perímetro? Os alunos responderam assim:

Aluno 09: Soma dos lados de uma figura.

Aluno 02: É a soma dos lados de uma figura ou de um polígono.

Aluno 18: É a soma de todos os lados de uma figura.

Aluno 10: Soma de lados de uma figura.

Aluno 05: Soma de todos os lados. (DADOS DE PESQUISA, 2018).

Ao analisarmos essas respostas observamos que os alunos apresentam uma ideia equivocada de perímetro, fruto de uma má compreensão do conceito. Uma das definições correta é que perímetro significa a medida do contorno de uma figura, não apenas a soma dos lados de uma figura ou a soma dos lados de um polígono. Esse pensamento equivocado pode ter influenciado grandemente na hora de resolver as questões. Os alunos podem ter se confundido e dessa maneira ter feito as questões de maneira errada.

Podemos perceber, então, que o pensamento algébrico dos alunos é uma variante, ou seja, muda de acordo com a compreensão de cada um para a situação

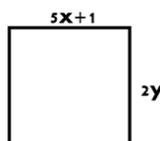
estabelecida. Cada um tem sua maneira de pensar e de interpretar as questões, principalmente questões que envolvem Álgebra e Geometria. Cabe ao professor usar do pensamento expresso pelos discentes para fazê-los chegar ao pensamento mais coerente e correto, conforme exige a linguagem matemática.

4.1.2 Resolvendo questões de monômios envolvendo o cálculo de área

No segundo encontro da pesquisa, voltamos à sala de aula e assim foi apresentada aos alunos uma questão que envolvia a área de um quadrado. A questão se dividia em duas letras “a” e “b”. Na letra “a” foi pedido que os alunos identificassem a medida da base da figura, e na letra “b” foi solicitado que calculassem a área da figura. A questão foi elaborada pelos pesquisadores.

O objetivo principal era que os alunos conseguissem identificar as medidas da base e altura de acordo com a figura, e através disso conseguissem calcular a medida da área da figura de maneira correta. A questão contava com a imagem de um quadrado onde estavam explícitas as medidas da base e altura. Veja a imagem abaixo:

Figura 18: Situação envolvendo a área do quadrado



Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Foi pedido ainda que os alunos mostrassem sua maneira de fazer as questões, ou seja, que eles dessem sua opinião de acordo com a maneira que as questões foram respondidas.

A maior parte dos alunos conseguiu responder corretamente a letra “a”, ao contrário da letra “b”, a maioria não obteve êxito. Eles se recusaram a escrever seu pensamento acerca da questão declarando que essa parte é muito difícil e que preferiam apenas fazer os cálculos que eram pedidos. Sentiram dificuldade e tiveram dúvidas no decorrer desse segundo encontro.

4.2.2 Análise das questões de monômios envolvendo o cálculo de área

Neste momento iremos analisar as respostas dos alunos para a questão apresentada anteriormente, observamos como cada um pensou e como solucionaram a questão.

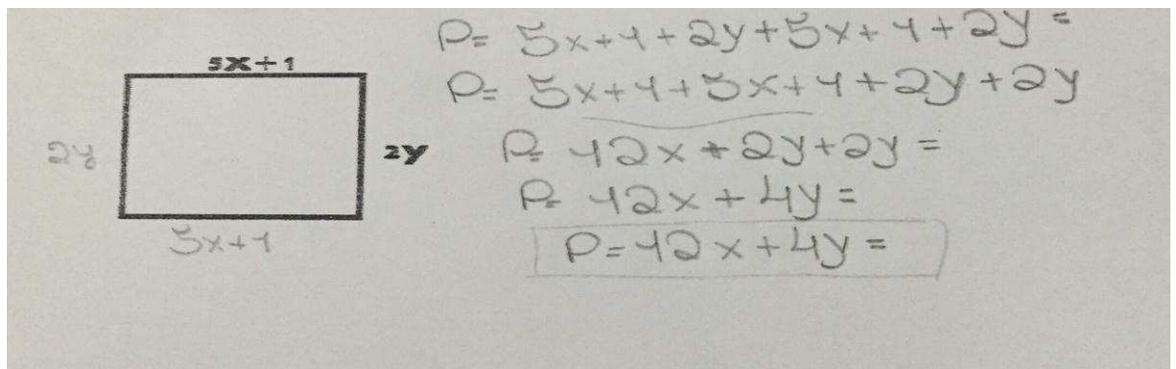
Quadro 3: Resposta da questão 1 do segundo encontro

SITUAÇÃO	ACERTOS	ERROS
SITUAÇÃO 1	22	2
SITUAÇÃO 2	19	5

Fonte: dados de pesquisa, 2018.

Analisando as respostas certas e erradas, é possível observar que os alunos em sua maioria, não sentiram muita dificuldade em responder tais questões, obtendo até um melhor resultado do que as anteriores. Vejamos então qual a razão que os levou a tais respostas. Podemos evidenciar tais respostas:

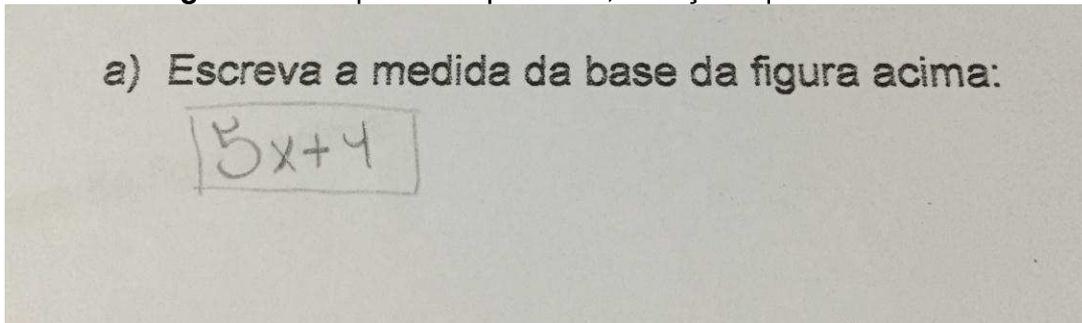
Figura 19: Resposta do aluno 23, questão 1



Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

O aluno 23 calculou o perímetro da figura, o que não foi pedido na questão. Acreditamos que a falta de leitura ou atenção do aluno, levou-o a fazer o cálculo do perímetro ou pode ter havido uma confusão no entendimento deste aluno na diferença entre perímetro e área. O aluno 23, expressou-se assim:

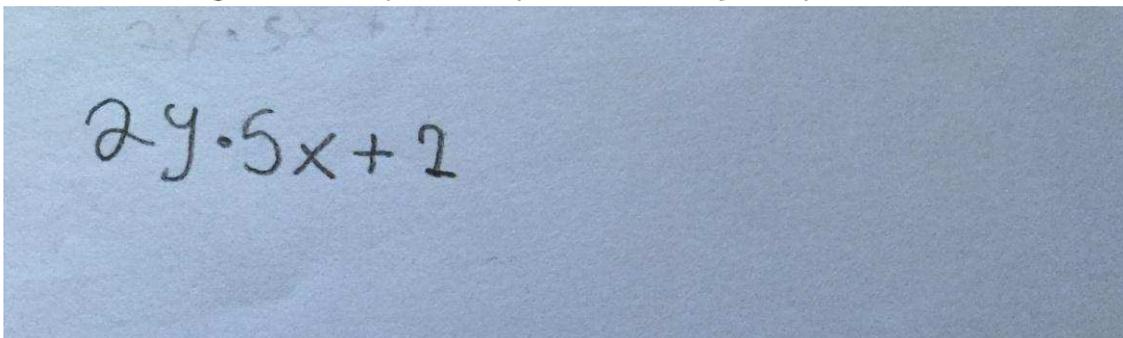
Figura 20: Resposta da questão 1, situação 1 pelo aluno 23



Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Como podemos observar na figura acima, o aluno respondeu corretamente o que foi pedido. Era uma pergunta bem simples e a resposta também, pois não exigia nenhum cálculo, bastava apenas observar a figura e identificar a medida da base que é justamente o que foi pedido na questão. O aluno 13 apresentou sua resposta:

Figura 21: Resposta da questão 1, situação 1, pelo aluno 13



Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Neste caso, o aluno 13 pensou diferente do aluno 23. O aluno entendeu que a representação da área da base seria $2y \cdot 5x + 1$. Multiplicou a base pela altura. Desta maneira podemos enfatizar que ele respondeu de maneira errada a questão, uma vez que ele não precisava evidenciar uma multiplicação, que esta seria para o cálculo da área, o que não foi pedido na questão, pedia-se apenas para identificar a medida da base que é justamente $5x+1$. O aluno 18, pensou o seguinte:

Figura 22: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 18

$$\begin{aligned}
 A &= 5x + 1 + 2y \\
 A &= (5x) + (2y) + 1 \\
 A &= (10) \times y + 1 \\
 \boxed{A} &= \boxed{10 \times y + 1}
 \end{aligned}$$

Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Analisando a resposta do aluno 18 é possível verificar que ele, primeiramente, resolveu o algoritmo que no caso é $A = 5x + 1 + 2y$. Em seguida, o aluno se expressou da seguinte forma: $A = (5x) \cdot (2y) + 1$ e chegou ao resultado final: $A = 10xy + 1$. Ele expressou-se de maneira errada. Seu primeiro pensamento não condiz com o segundo. O aluno entra em uma confusão de ideias e acaba expressando a questão de maneira equivocada. O aluno deveria ter multiplicado o $2y$ por $5y$ e por 1 , assim obtendo a resposta correta que seria $10xy + 2y$.

Figura 23: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 22

$$\begin{aligned}
 &2y \cdot (5x + 1) \\
 &10xy + 1
 \end{aligned}$$

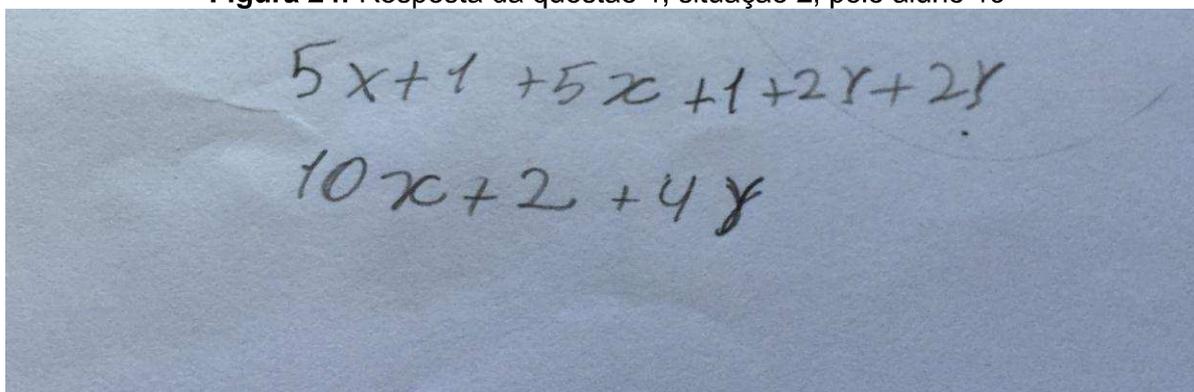
Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Neste caso, o aluno 22 armou a conta de maneira correta, mas efetuou os cálculos equivocadamente. Ele fez: $2y \cdot (5x + 1)$, mas multiplicou o $2y$ apenas pelo $5x$, obtendo assim $10xy + 1$. No caso, ele deveria ter multiplicado o $2y$ pelo 1 também, para assim se obter a resposta correta, ou seja, a área da base deste quadrado.

Nessa análise podemos perceber o pensamento de Lorenzato (2006), cuja discussão foi proposta anteriormente, no qual ele cita os enganos dos alunos quando se deparam com questões desse tipo e diz que, neste caso, para que o

aluno compreenda a questão, é necessário ser apresentado para ele uma maneira de resolução geométrica, afim de que ele pudesse observar como seria realizada essa multiplicação.

Figura 24: Resposta da questão 1, situação 2, pelo aluno 19


$$5x + 1 + 5x + 1 + 2y + 2y$$
$$10x + 2 + 4y$$

Fonte: Acervo do pesquisador (2018)

Analisando a resposta do aluno 19, podemos perceber que ele entendeu que neste caso deveria somar os lados da figura, sendo assim, o perímetro, mas na verdade como já vimos anteriormente, a questão pedia que se calculasse a área, que é justamente a base vezes a altura.

Analisando as duas situações de maneira geral, podemos concluir que assim como no cálculo de perímetro, no cálculo de área os alunos apresentam também certa dificuldade na compreensão e interpretação das questões. Podemos observar que a maioria dos alunos conseguiu identificar a medida da base do quadrado que foi apresentado.

No que se refere à segunda situação, houve alguns equívocos em relação aos cálculos realizados, tendo em vista que os alunos conseguiram identificar que a medida da área da figura era a multiplicação da base pela altura, mas no desenvolvimento dos cálculos acabaram se confundindo, e a resposta não foi a esperada, pois, na maioria dos casos não realizaram a multiplicação corretamente.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O pensamento algébrico e geométrico devem ser estimulados e trabalhados desde cedo com as crianças, para que, dessa forma, sejam desenvolvidas habilidades indispensáveis para o aprendizado de outros conteúdos ou até mesmo do sujeito enquanto cidadão.

Dentro da perspectiva apresentada nesse trabalho, realizamos uma pesquisa em turma do 8º ano do Ensino Fundamental, com 24 alunos em uma escola na cidade de Itaporanga-PB. Desta forma, a pesquisa foi classificada como qualitativa do tipo pedagógica, sendo suas abordagens voltadas para o âmbito escolar, especificamente para a sala de aula.

Para tanto, tomamos como ponto de partida a seguinte questão problema: Como os alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental resolvem questões de monômios envolvendo os conceitos área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra? Assim, a questão problema convergia com o objetivo geral que seria identificar as dificuldades que os alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental utilizam para resolver questões de monômios envolvendo os conceitos de área e perímetro de forma integrada entre Geometria e Álgebra.

Com base na pesquisa, nas observações feitas e nos dados coletados averiguamos que os alunos, sujeitos da pesquisa, ainda têm certa dificuldade no desenvolvimento de resolução das questões, tais quais: mal compreensão dos conceitos abordados, não argumentação das repostas oferecidas, o não entendimento de questões que envolvem o uso de parênteses, falta de atenção, falta de interpretação e dificuldades com as quatro operações com monômios.

O primeiro objetivo específico foi propor situações-problema envolvendo os conceitos área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra, com vistas a compreender pensamento utilizado pelos alunos quando resolvem os conceitos área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra. Ao propormos as situações para que os alunos respondessem, estávamos desafiando-os a fazer o cálculo de perímetro e área, a observar o aspecto geométrico e conseqüentemente necessitariam das operações com monômio para finalizar a resposta.

O segundo objetivo específico foi compreender pensamento utilizado pelos alunos quando resolvem os conceitos área e perímetro de forma integrada com Geometria e Álgebra. Observando as respostas dos alunos, podemos notar que as

respostas são dadas de maneira mecânica, uma vez que os alunos querem responder sem reflexão, acarretando em erros. Neste caso a observação e reflexão são cruciais para que se obtenha respostas corretas. Observar as imagens (aspectos geométrico) que foram destinadas para a resolução dessas questões são de grande importância para compreensão e resolução das questões.

Está explícito, também, em alguns comentários, que os sujeitos da pesquisa afirmaram não haver como calcular o perímetro, pois nem todos os lados da figura estavam especificados por números, tornando assim difícil a realização dos cálculos, mas que tentaram resolver a questão usando os números que já estavam expressos nela. Outro ponto que vale destacar é que quando há mais de uma variável em uma mesma situação, os sujeitos da pesquisa confundem, pois acreditam que elas podem ser somadas.

Entendemos dessa forma que o trabalho com Álgebra e Geometria precisa acontecer de forma compreensiva, ajudando os alunos a entender que é a Matemática não é uma disciplina fragmentada.

Esta pesquisa nos instiga a continuar nosso trabalho como pesquisadores em busca de soluções para que esse problema de má compreensão dos alunos seja solucionado, buscando, desse modo, construir uma aprendizagem de qualidade e de conhecimentos vastos em relação ao pensamento algébrico e geométrico, apresentando mais abordagens e mais informações sobre esses conceitos.

As atividades devem trabalhar com questões que envolvam área de figuras geométricas, a ideia de perímetro, relacionado ao conceito algébrico, provocando assim a curiosidade dos alunos.

Desta forma, entendemos que este estudo teve grande contribuição para aprimorar nossos conhecimentos em torno do pensamento algébrico e geométrico no Ensino Fundamental, e também para que possamos conhecer melhor as dificuldades das crianças em relação aos conceitos de Álgebra e Geometria.

Podemos deixar aqui para finalizar algumas sugestões de futuras pesquisas: como os professores trabalham o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental? Como é trabalhado o pensamento geométrico? Respostas a essas indagações podem acarretar em novas atividades como também pode gerar práticas pedagógicas que produzam significados, principalmente aos temas abordados durante a pesquisa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

EMBRAPA. Unidade de Apoio, Pesquisa e Desenvolvimento de Instrumentação Agropecuária (São Carlos, SP). Paulo Estevão Cruvinel. **Medidor digital multissensor de temperatura para solos**. BR n. PI 8903105-9, 26 jun. 1989, 30 maio 1995.

GOMES, L. G. F. F. **Novela e sociedade no Brasil**. Niterói: EdUFF, 1998.
HOUAISS, Antonio (Ed.). **Novo dicionário Folha Webster's: inglês/português, português/inglês**. Co-editor Ismael Cardim. São Paulo: Folha da Manhã, 1996.

KOOGAN, André; HOUAISS, Antonio (Ed.). **Enciclopédia e dicionário digital 98**. Direção geral de André Koogan Breikmam. São Paulo: Delta: Estadão, 1998. 5 CD-ROM.

PERFIL da administração pública paulista. 6. ed. São Paulo: FUNDAP, 1994. 317 p.
SILVA, R. N.; OLIVEIRA, R. Os limites pedagógicos do paradigma da qualidade total na educação. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFPE, 4., 1996, Recife. **Anais eletrônicos...** Recife: UFPE, 1996. Disponível em: <<http://www.xxx.com.br>>. Acesso em: 21 jan. 1997.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula**. 6. ed. Editora Artmed, 2009.

THOMPSON, Frances M. O Ensino de Álgebra para a crianças mais nova. In: COXFORD, Arthur E; SHULTE, Albert P. et al. **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1994.

LANKSHEAR, C; KNOBEL, M. **Pesquisa Pedagógica: do projeto à implementação**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2008

APÊNDICE A – QUESTÕES DE MONÔMIO ENVOLVENDO O CÁLCULO DE
PERÍMETRO



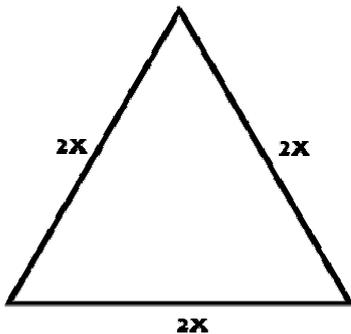
UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS - CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA
ORIENTANDO: ANDREZA CAMPOS PRUDÊNCIO

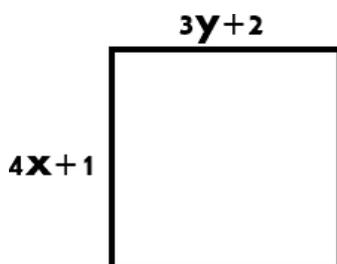
QUESTÕES³

1. Escreva uma expressão algébrica que expresse o perímetro das figuras abaixo.
Registre o seu pensamento.

Situação 1



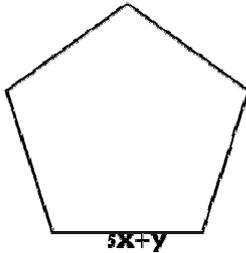
Situação 2



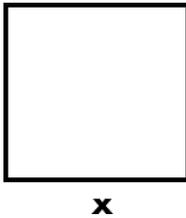
³ Questões elaboradas pelos pesquisadores para realização da pesquisa.

2. Observe as figuras geométricas e escreva uma expressão que expresse o perímetro, em seguida substitua x e y . Dados $x = 2$ e $y = 5,2$. Explique como você fez!!

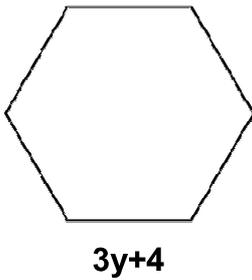
Situação 1



Situação 2



Situação 3



Para você o que é perímetro?

**APÊNDICE B – QUESTÕES DE MONÔMIO ENVOLVENDO O CÁLCULO DE
ÁREA**

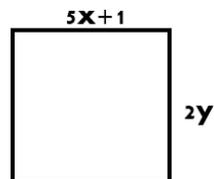


**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS - CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC**

**ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA
ORIENTANDO: ANDREZA CAMPOS PRUDÊNCIO**

QUESTÃO⁴

1. Represente por monômio a situação a baixo! Mostre sua maneira de fazer!



- a) Escreva a medida da base da figura acima:
- b) Qual a área da figura acima?

⁴ Questão elaborada pelos pesquisadores para realização da pesquisa.