UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOSÉ MÁRCIO DE OLIVEIRA

PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO REALIZADO A PARTIR DE ATIVIDADES COM SENTENÇAS MATEMÁTICAS VERDADEIRAS OU FALSAS E EQUAÇÕES

PATOS
2017

JOSÉ MÁRCIO DE OLIVEIRA

PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO REALIZADO A PARTIR DE ATIVIDADES COM SENTENÇAS MATEMÁTICAS VERDADEIRAS OU FALSAS E EQUAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao departamento de matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Esp. Júlio Pereira da silva.

PATOS
2017

O48p Oliveira, Jose Marcio de.
Pensamento algébrico no ensino fundamental [manuscrito] : um estudo realizado a partir de atividades com sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas e equações / Jose Marcio de Oliveira. - 2017.
52 p.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2017.
"Orientação : Prof. Esp. Júlio Pereira da Silva, Coordenação do Curso de Matemática - CCEA."

1. Pensamento Algébrico. 2. Álgebra. 3. Equação. 4. Sentença matemática.

21. ed. CDD 512

José Márcio de Oliveira

PENSAMENTO ALGÉMBRICO: UM ESTUDO REALIZADO A PARTIR DE ATIVIDADES COM SENTENÇAS MATEMÁTICAS VERDADEIRAS OU FALSAS E EQUAÇÕES.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 13 de Dezembro de 2017

BANCA EXAMINADORA

Prof. Esp. Júlio Pereira da Silva (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Ma. Lidiane Rodrigues Campêlo da Silva (Examinadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Me. José Ginaldo de Souza Farias (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

A minha mãe Quitéria Maria de Oliveira, pela dedicação,
companheirismo e amizade, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

> "Agrada-te do SENHOR, e ele satisfará os desejos do teu coração" (Sl 37:4).

Agradeço primeiramente a Deus, em nome de Jesus Cristo, pela oportunidade que me foi concedida e por toda a força e sabedoria para concluir este trabalho e, em especial, o curso de Licenciatura em Matemática.

A minha esposa Tamires Leite Cassimiro Nunes de Oliveira, por me apoiar, incentivar e estar sempre ao meu lado em todos os momentos difíceis. Muito obrigado!

E aos meus dois filhos, Stênio Matheus Nunes de Oliveira e Isaque Leite Nunes de Oliveira os quais amo tanto.

Ao professor orientador, Júlio Pereira da Silva, pelo incentivo que tem me dado. Ele teve grande contribuição neste trabalho, pois não mediu esforços, para me orientar, sempre pronto para ajudar! Valeu, professor!!

Aos professores José Ginaldo de Souza Farias e Lidiane Rodrigues Campêlo da Silva, banca de avaliação, por suas valiosas contribuições, qualificando ainda mais esta produção!

Aos meus colegas de sala de aula pela vivência durante cinco anos de curso, em especial aos que iniciaram e estão terminando o curso comigo: Francisco Marcelino, Valdomiro Francisco, Everaldo Ismael e Ana Karine! Desejo sucesso a todos!

RESUMO

Aprender álgebra é um direito dos sujeitos aprendizes, principalmente porque os conteúdos desse campo da Matemática contribuem para aprendizagem significativa dos demais conteúdos que compõem o currículo dessa ciência, haja vista que pensar algebricamente é uma atividade cognitiva essencial para o desenvolvimento da aprendizagem dos educandos. O desenvolvimento do pensamento algébrico vai além da manipulação de equações, símbolos e aplicação de fórmulas. Sendo assim, o objetivo dessa produção acadêmica é identificar as dificuldades que os alunos de uma turma do 8° ano do Ensino Fundamental apresentam quando estão resolvendo sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas e equações. A pesquisa ocorreu em uma escola pública municipal na cidade Patos, PB, em turma do 8° ano, composta por 32 alunos. O levantamento, a descrição e a análise dos dados se deram a partir das seguintes etapas: primeiro foi aplicado duas questões-problemas envolvendo sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas; e, por ultimo, a aplicação de mais uma situação-problema na qual explora a ideia de equações, com exemplo da balança de dois pratos mostrando a ideia de equilíbrio dos pratos e a simetria da igualdade; e por último, as análises de algumas respostas apresentadas pelos alunos nas situações-problema. A Investigação se caracteriza como pesquisa qualitativa do tipo pedagógica. O trabalho discorre sobre considerações algébricas, conceito de pensamento e linguagem, pensamento e a linguagem algébrica e as generalizações a partir de autores como Ponte et al. (2009), Maccari (2007), Panossian (2008), Van de Walle (2009) entre outros. Pode-se constatar que a falta de compreensão das operações básicas, a falta de compreensão da equivalência do sinal de igualdade (como se o lado esquerdo do sinal de igualdade fosse o problema e o lado direito a solução), a falta de atenção, as respostas mecânicas e a falta de estratégias para resolver os problemas são algumas dificuldades exteriorizadas pelos sujeitos desta pesquisa. O resultado desta pesquisa ainda comunica que a maioria dos alunos não compreende a ideia do pensamento algébrico explorado e contido nas sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas e equações.

Palavras-Chave: Pensamento Algébrico. Álgebra. Equação. Sentenças Matemáticas.

ABSTRACT

To learn algebra is a right of learners, especially because the contents of this field of mathematics contribute to meaningful learning of the other contents that make up the curriculum of this science, because to think algebraically is an essential cognitive activity for the development of learners' learning. The development of algebraic thinking goes beyond the manipulation of equations, symbols, and application of formulas. Therefore, the objective of this academic production is to identify the difficulties that the students of a group of the 8th year of Elementary School present when they are solving true or false mathematical sentences and equations. The research was carried out in a municipal public school in the city of Patos, PB, in the 8th grade class, composed of 32 students. Data collection, description and analysis were based on the following steps: first, two questions were applied-problems involving true or false math sentences; second, the application of one more problem situation in which it explores the idea of equations, with example of the two-plate balance showing the idea of plate equilibrium and the symmetry of equality; and finally, the analysis of some answers presented by the students in the problem situations. Research is characterized as a qualitative research of the pedagogical type. The work deals with some considerations about algebra, concept of thought and language, thought and algebraic language and generalizations from authors such as Ponte et al. (2009), Maccari (2007), Panossian (2008), Van de Walle (2009) and others. It can be seen that the lack of understanding of basic operations, the lack of understanding of the equivalence of the equality sign (as if the left side of the equality sign were the problem and the right side the solution), the lack of attention, the mechanical responses, and the lack of strategies to solve the problems are some difficulties expressed by the subjects of this research. The result of this research still reports that most students do not understand the idea of algebraic thought explored and contained in true or false mathematical sentences and equations.

Keywords: Algebra. Symbol. Algebraic thinking. Meaningful learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A álgebra é parte da Matemática que trabalha com a generalização e abstração através de símbolos que representam quantidades, tem sua formalidade e linguagem específica e precisa do uso de procedimentos operatórios específicos do ramo.

A Matemática é uma disciplina temida pelos alunos e, por isso, a forma que o professor trabalha os conceitos e procedimentos algébricos podem dificultar a aprendizagem. Em relação ao pensamento algébrico, os obstáculos aumentam a partir da 7° ano, momento em que os professores passam a enfatizar a álgebra como se fosse um ensino desvinculado da Matemática, gerando um grande impacto no processo de aprendizagem dos alunos, e isso acarreta dificuldades de compreensão da álgebra elementar.

Um dos motivos das dificuldades que os alunos apresentam em aprender a álgebra é o fato de que muitas vezes a aprendizagem está ligada unicamente a uma manipulação de expressões simbólicas tornando o aprendizado meramente mecânico, e assim os alunos passam a entender que aprender álgebra é decorar as regras e aplicá-las.

A maioria dos alunos não consegue resolver problemas relacionados com as equações e não compreendem a relação que é feita entre as atividades algébricas. Mas o objetivo da álgebra é fazer com que os alunos, tenham a compreensão dos seus conceitos, sejam aptos a usá-las em situações diversas e possam entender que ela é aliada ao ato de resolver problemas no dia a dia e em contextos distintos.

É perceptível, desta forma, o quanto o ofício do professor é relevante para que haja uma construção do conhecimento, considerando que vêm do professor as propostas que serão trabalhadas em sala como também os questionamentos as quais provoquem no aluno a curiosidade, proporcionando aprendizagens e construção do conhecimento matemático.

É de fundamental importância que esta construção esteja aliada aos conhecimentos prévios do aluno produzindo significado, caso contrário, as dificuldades podem aumentar. É preciso proporcionar instantes para que os alunos explanem os seus raciocínios, oportunizando a troca de ideias.

Essas reflexões e constatações a *priori* são resultados de nossas leituras e estudos que venho realizando durante minha atuação enquanto aluno do curso de Licenciatura em Matemática, mais especificamente nas disciplinas de Educação e Educação Matemática.

O componente curricular, Prática Pedagógica no Ensino de Matemática I, por exemplo, oportunizou problematizar o ensino e aprendizagem da álgebra, além de enfatizar sua importância no currículo de Matemática. Atrelado a isso estão nossas experiências com a docência vivenciada nas disciplinas de Estágios Supervisionados nas quais percebemos que as dificuldades em aprender álgebra os conceitos algébricos. Dessa forma, entendemos que pensar algebricamente é uma condição para o desenvolvimento do pensamento matemático; pensar algebricamente não apenas calcular raízes de uma equação é muito mais que manipular símbolos, equações, fórmulas ou aplicar qualquer regra. Trabalhar o pensamento algébrico é trabalhar a Matemática, mostrando que ela é uma ciência de padrões e ordens como menciona Devlin (2004).

Dentro dessas perspectivas resolvi realizar uma pesquisa em uma turma de 8.° ano do Ensino Fundamental, focando no pensamento dos discentes quando estão resolvendo questões envolvendo sentenças verdadeiras ou falsas e equações. Para guiar meu estudo, foi elaborada a seguinte problemática: Quais as dificuldades que os alunos de uma turma do 8° ano do Ensino Fundamental apresentam quando estão resolvendo sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas e equações?

A partir da questão problema, originou-se um objetivo geral e dois específicos. O objetivo geral é identificar as dificuldades que os alunos de uma turma do 8° ano do Ensino Fundamental apresentam quando estão resolvendo sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas e equações. Os objetivos específicos são: propor situações-problema envolvendo sentenças matemáticas verdadeiras ou falas e equações; e compreender pensamento algébrico dos sujeitos da pesquisa a partir das respostas apresentadas por eles.

Para fins de organização, esta monografia está dividida de maneira que o segundo capítulo traz os aspectos teóricos deste estudo, mediante os quais abordamos algumas considerações sobre os processos de ensino e aprendizagem da álgebra, pensamento e linguagem, trazendo o entendimento sobre pensamento e linguagem algébrica, e a importância das generalizações.

No terceiro capítulo, mostramos os aspectos metodológicos da pesquisa: abordagem, tipo, campos, sujeitos e instrumentos de coleta de dados, justificando cada elemento envolvido.

No quarto capítulo, constam a descrição e análise dos dados obtidos, com análise das atividades vinculadas ao pensamento algébrico, dentro da perspectiva aqui abordada.

Nas considerações finais desta investigação, estão respondidos a questão problema, os objetivos e as contribuições deste estudo para nossa formação acadêmica e Educação Matemática, campo de pesquisa que foi inserido essa investigação.

2 ASPECTOS TEÓRICOS

Neste capítulo estão feitas algumas considerações a respeito do pensamento algébrico. Ele apresenta concepções e definições sobre o entendimento de pesquisadores, os quais apresentam novas abordagens para o ensino e aprendizagem da álgebra, visando sintetizar os aspectos teóricos do trabalho.

2.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE ÁLGEBRA

Cada ramo da Matemática está ligado aos objetos com que ela trabalha. Com relação à álgebra, surge uma pergunta muito importante: Quais são os objetos fundamentais da Álgebra? Conforme Ponte et. al. (2009), 300 anos antes a resposta a esse questionamento seria certamente que os objetos da álgebra se associavam à "expressões e equações".

Os mesmos autores afirmam que hoje em dia essa expressão já não se satisfaz "uma vez que no centro da Álgebra estão relações matemáticas abstractas, que tanto podem ser expressas por equações, inequações ou funções como podem ser representadas por outras estruturas definidas por operações ou relações em conjuntos" (PONTE, et al, 2009, p. 7).

Segundo Maccari (2007), a álgebra conhecida nos dias atuais é recente, e o simbolismo alcança seu ápice no começo do século XX. A álgebra era privilégio de poucos, os mais dotados, pois nem todos conseguiam aprendê-la. Porém, é dever da escola fazer com que os estudantes construam uma aprendizagem significativa sobre este assunto, inclusive para que possam utilizar uma linguagem com sentido algébrico, e fazendo uma ligação entre os conhecimentos prévios que os alunos já possuem com os objetos algébricos.

Assim, a álgebra pode ser introduzida de maneira significativa, não podendo sua aprendizagem ser centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos. Tal postura colabora para que os alunos não encontrem dificuldades nos cálculos algébricos e assim não apresentem uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática.

Apesar de entender a Álgebra como um ramo que vai além da manipulação de símbolos, Ponte et al (2009) afirmam que há persistência em concebê-la trabalhando como expressões e equações. Isso é devido as influências dos programas formulados a partir da década 1990, que reduzia a álgebra desconsiderando aspectos relevantes desta área da Matemática; resolução de problemas, está relacionado à antiguidade; e relações, estruturas algébrica, quer mesmo do período “clássico” da álgebra (estudo de funções) está relacionado à atualidade (PONTE et al, 2009).

A álgebra é um conteúdo que está no currículo das escolas e está ligado de modo direto à aritmética nos anos iniciais do ensino fundamental. Sua origem no estudo sistemático dos meios para identificar e resolver equações. Segundo Roque (2012), “o termo “álgebra” tem origem em um dos livros árabes, mais importantes da Idade Média: Tratado sobre o cálculo de al-jabr e al-muqabala, escrito por Al-Khwarizmi. A palavra al-jabr ou “álgebra”, em árabe, era usada para indicar “restauração”, uma das operações usadas na resolução de equações. Já a al-muqabala tinha a ideia de “balanceamento”. Tratava de duas fases do procedimento para resolver equações“ (ROQUE, 2012, p. 249).

Portanto, trabalhar álgebra em sala de aula é compreender que este ramo perpassa dos demais, ajudando os discentes a produzir significado naquilo que aprende, além de mostrar que o trabalho com a álgebra é muito mais que resolver equações e manipular símbolos como foi mencionado.

2.2 PENSAMENTO E LINGUAGEM

De acordo com Panossian (2008) a partir de Kopnin (1978), numa visão filosófica, entende-se que o pensamento é a atividade intelectual do homem, como relação teórica do sujeito com o objeto, e esta relação tem origem na prática e dá continuidade no desenvolvimento norteado pela prática, que é o fundamento iniciativo do pensamento, e decreta o que é preciso ao homem no processo do conhecimento do objeto.

Conforme Kopnin (1978, p. 170 apud PANOSSIAN, 2008, p. 22), “o pensamento nasce de necessidades práticas para satisfazer as necessidades das práticas e é um processo dirigido a um fim”. “É o pensamento que cria a imagem do objeto material, que cria uma imagem ideal da realidade por meio de abstrações”. O pensamento do homem como sujeito se desenvolve quando ele interpreta suas leis existentes na realidade objetiva, transformando-as em formas de pensamentos representativos na consciência, resultando não no próprio objeto, mas a sua imagem ideal (ideal é um reflexo da realidade) não modificando o objeto, e sim reflete e conhece suas leis.

O pensamento, compreendido como atividade, cria-se de ações subordinadas a objetivos cognitivos conscientes e o uso da linguagem determina este pensamento, mas sua força está em captar, nas coisas, nos fenômenos, movimentos que não podem ser representados. Portanto, é entendido que o pensamento e a linguagem que permite a elaboração do conhecimento não pode estar desvinculado da atividade humana que a ele dá sentido.

Esse processo é denominado de interiorização conforme Leontiev (1983) que,

> denomina interiorização ao trânsito por cujo intermédio os processos externos por sua forma, com objetos substanciais externos, se transformam em processos que transcorrem no plano mental, no plano da consciência; ademais, se submetem a uma transformação específica: Se generalizam, verbalizam, reduzem e, o mais importante, são susceptíveis de um desenvolvimento posterior que sobrepuja os limites de possibilidade da atividade externa (LEONTIEV, 1983 apud PANOSSIAN, 2008, p.25).

De acordo com Panossian (2008) é por meio de um processo de interiorização que Vygotsky (2001), estabelece-se a transformação da atividade coletiva (experiência social) em uma atividade individual (experiência do sujeito), transformação possível por meio da comunicação entre pessoas. Tal comunicação é sempre mediada. Os sujeitos não têm acesso imediato ao objeto de conhecimento, mas a sistemas simbólicos que representam a realidade. A linguagem é o principal sistema simbólico dos seres humanos, cumpre uma função mediadora, seus símbolos e signos mediam a comunicação entre as pessoas. Na linguagem, fixam-se os resultados do pensamento.

2.3 PENSAMENTO E LINGUAGEM ALGÉBRICA

Diante das discussões sobre álgebra, surge o denominado pensamento algébrico. O que é pensamento algébrico? Para Ponte et. al (2009)

> é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais. Este processo de generalização pode ocorrer com base na Aritmética, na Geometria, em situações de modelação matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático lecionado desde os primeiros anos de escolaridade (PONTE et al, 2009, p. 10).

O pensamento algébrico na verdade são as formas de pensar, os caminhos utilizados para ver e expressar relações que oferecem e servem de instrumentos para a compreensão. Ponte et al (2009) apresenta três vertentes para o pensamento algébrico, quais sejam: representar, raciocinar e resolver problema, conforme quadro 1.

Quadro 1 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico.

Representar	▪ Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; ▪ Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; ▪ Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	▪ Relacionar (em particular, analisar propriedades); ▪ Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; ▪ Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	▪ Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Ponte et al. (2009, p. 11)

Assim, entende-se que o pensamento algébrico envolve representação, raciocínio e resolução de situações-problema o que amplia o entendimento de que trabalhar com álgebra não é apenas resolução e solucionar equações e inequações. Por exemplo: Trabalhar com o pensamento algébrico não é o simples fato de manipular os símbolos, pois a manipulação não garante a compreensão do processo utilizado e seu significado, o que prejudica o ensino e a aprendizagem. Portanto, o que é trabalhar com o pensamento algébrico? A resposta é ajudar ao aluno a compreender os fenômenos matemáticos que acontecem quando ele manipula com qualquer símbolo matemático, explicando cada detalhe do que está acontecendo e apresentar o porquê da manipulação, para que o objetivo possa ser alcançado que é a aprendizagem.

Kaput (1999 apud, VAN DE WALLE, 2009, p. 288) descreve cinco aspectos diferentes sobre pensamento algébrico, abarcando ideias dos outros autores e pesquisadores, numa visão mais ampla de pensamento algébrico, quais sejam: Generalização da aritmética e de padrões em toda a matemática; Uso significativo de simbolismo; Estudo da estrutura no sistema de numeração; Estudo de padrões e funções; Processo de modelagem matemática, que integra as quatro anteriores. Logo, "o pensamento algébrico não tem característica singular, pois, ele é constituído de maneiras distintas de pensar e de compreender o simbolismo (VAN DE WALLE, 2009, p. 288)

De acordo com Van de Walle (2009), há um entendimento mútuo de que deve começar o desenvolvimento das maneiras de pensar desde o início escolar de forma proveitosa para que os estudantes possam aprender a pensar matematicamente.

Maccari (2007) afirma que a aquisição do conhecimento algébrico vem se dando durante todo o decorrer da vida, não se inicia, para o estudante, apenas quando ele ingressa no ensino formal, na escola ele adquire certo conhecimento que, às vezes, não consegue associar à sua realidade fora da escola. Há a necessidade de um método de ensino para possibilitar a incorporação do conhecimento já adquirido pelos docentes. Assim, o discente começa a se apropriar de maneira não intencional da linguagem algébrica, que na álgebra é o sistema de simbólico usado para resolver problemas, e é observado que o simbolismo apresenta potencialidade e fraqueza. Esse simbolismo pode dar sinal de perigo quando perde de vista o significado daquilo que os símbolos representam, isto é, quando é dada apenas atenção aos símbolos e não aos significados.

Ponte et al (2009), afirmam que:

> A linguagem algébrica cria a possibilidade de distanciamento em relação aos elementos semânticos que os símbolos representam. Deste modo, a simbologia algébrica e a respectiva sintaxe ganham vida própria e tornam-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas. No entanto, esta grande potencialidade do simbolismo é

> também a sua grande fraqueza. Esta vida própria tem tendência a desligar-se dos referentes concretos iniciais e corre o sério risco de se tornar incompreensível para o aluno. É o que acontece quando se utiliza simbologia de modo abstracto, sem referentes significativos, transformando a Matemática num jogo de manipulação, pautado pela prática repetitiva de exercícios envolvendo expressões algébricas, ou quando se evidenciam apenas as propriedades das estruturas algébricas, nos mais diversos domínios, como sucedeu no movimento da Matemática Moderna (PONTE et al, 2009, p. 8).

Quando é usado o símbolo na álgebra para a resolução de problemas, acontece uma separação dos elementos representados pelos símbolos que inicialmente é concreto, fazendo uma transferência para o abstrato, facilitando a resolução do problema, esta é sua potencialidade. Porém, a sua fraqueza está ligada ao uso do símbolo sem o referente significado no momento da transferência do concreto para o abstrato, fazendo apenas uma manipulação de símbolos, é neste instante que o aluno tende a não compreender.

2.4 GENERALIZAÇÕES

Para Van de Walle (2009), o processo de criar generalizações numéricas e aritméticas podem começar a ser trabalhado na Educação Infantil e continua enquanto os estudantes aprendem sobre todos os aspectos numéricos e operatórios, inclusive fatos fundamentais e significados das operações.

A generalização do nosso sistema de numeração e métodos utilizados para calcular proporciona potencial para fazer matemática oferecendo um maior entendimento e facilidade aos cálculos. A utilização de simbolismo é fundamental para a generalização na álgebra, e este principalmente abarcando equações e variáveis, é utilizado de maneira essencial para representar as generalizações aritméticas e nosso sistema numérico (WALLE, 2009).

Por exemplo: A generalização de $(a + b) = (b + a)$ mostra que $21 + 15 = 15 + 21$, não necessitando dos cálculos das somas dos lados da igualdade. Para Van de Walle (2009), as variáveis são símbolos que tomam o lugar de números ou domínio de números Eles são usados para representar quantidades que variam ou mudam (variáveis), valores desconhecidos específicos (incógnitas) e como parâmetros em expressões ou fórmulas generalizadas (VAN DE WALLE, 2009).

Como Kaput (1998) destaca, é difícil de encontrar uma área da Matemática que não envolva principalmente generalizar e formalizar de algum modo. De fato, esse tipo de raciocínio está no coração da matemática como uma ciência de padrão e ordem.

Na aritmética o sinal de adição (+) dá ideia de ação, realizar a operação de adicionar, por exemplo, 2 + 3 = 5. “Em álgebra, no entanto, o sinal de adição (+) indica uma ação, quando os termos possuem a mesma parte literal, ou implica em representar resultado de uma adição quando os termos possuem a parte literal diferente. Por exemplo, no caso da expressão 3x + 2x o sinal indica uma ação e deve-se juntar os termos semelhantes e obter 5x, já em 4a + 2b, o sinal indica que a expressão é o resultado de uma adição (POSSAMAI, 2088. p. 78).

Van de walle (2009) apresenta um estudo relacionado ao sinal de igualdade feito nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e o que se pode perceber é que a maioria dos estudantes não assimilou este sinal corretamente, então entende-se que os estudantes são ensinados que este sinal significa “é o mesmo que” e assim as expressões de cada lado precisa ter o mesmo valor, e assim os estudantes são levados a entender que um lado do sinal da igualdade é o problema e o outro lado a resposta, geralmente o lado esquerdo sendo o problema e o lado direito sendo a resposta (VAN DE WALLE, 2009, p. 288).

Percebe-se o quanto é relevante a compreensão correta do sinal de igualdade nas relações em nosso sistema numérico, pois, ele representa as relações em nosso sistema numérico e estas relações devem ser percebidas e compreendidas pelos estudantes. Por exemplo, 3 × 4 = 2 × 4 + 4. Além de ser uma estratégia para iniciar a álgebra é também a representação de algumas ideias básicas em aritmética. Pode-se expressar um número como soma 8 = 1 + 7. Usando a propriedade distributiva multiplica as partes separadamente: (1 + 2)× 4 = (1 × 4) + (2 × 4). Esta última expressão é convertida para 2 × 4 + 4. Sempre que estas ideias desenvolvidas da aritmética forem representadas simbolicamente, potencializa as relações possibilitando-as para trabalhar com mais números de maneira generalizada. (VAN DE WALLE, 2009, p. 288).

Quando os estudantes não se apropriam corretamente do significado sinal de igualdade, certamente eles terão grande obstáculo ao se depararem com as expressões algébricas. Por exemplo: Na resolução desta equação simples, 3× – 2 = 13, as expressões devem ser observadas pelos estudantes e então assimilar que o lado esquerdo do sinal de igualdade assim como o lado direito são expressões equivalentes. Não é permitido passar o número 2 do lado esquerdo do sinal de igualdade para o lado direito, mas se os dois lados forem os mesmos, pode-se adicionar o número 2 em ambos os lados e continuarão os mesmos.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nesse capítulo está apresentada a metodologia desta pesquisa: sua abordagem, seu tipo, os sujeitos envolvidos e contexto da investigação. Vale salientar que o levantamento, a descrição e a análise dos dados se deram a partir das seguintes etapas: primeiro foi aplicado duas questões-problemas envolvendo sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas; e, por ultimo, a aplicação de mais uma situação-problema na qual explora a ideia de equações, com exemplo da balança de dois pratos mostrando a ideia de equilíbrio dos pratos e a simetria da igualdade; e por último, as análises de algumas respostas apresentadas pelos alunos nas situações-problema

3.1 PESQUISA QUALITATIVA DO TIPO PEDAGÓGICA

Essa pesquisa se caracteriza como pesquisa qualitativa. A pesquisa qualitativa não se interessa pela busca de números ou quantidade, preocupa-se com a análise qualitativa desses dados.

Não é aceito pelos pesquisadores da abordagem qualitativa um único modelo de pesquisa para todas as ciências já que todas têm sua particularidade. Há uma busca feita pelos pesquisadores da abordagem qualitativa para uma explicação do porquê daquilo que foi feito, utilizando tudo que for necessário para que fique claro esta explicação, mas não quantificam os valores. Na pesquisa qualitativa é imprevisível o seu desenvolvimento, porém ela tem um objetivo independentemente do tamanho da amostra que é produzir informações novas.

A pesquisa qualitativa está voltada para a realidade e trabalha com uma vastidão de significados, valores e motivos nos quais relações sociais, os fenômenos e os processos são estritamente atrelados numa profundidade imensurável não dando espaço ao quantitativo. Para Silveira e Córdova (2009, p. 31) a pesquisa qualitativa preocupa-se “com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais”,

Na abordagem qualitativa essa pesquisa é do tipo pesquisa pedagógica. A pesquisa pedagógica está relacionada aos professores que pesquisam em salas de aula. Lankshear et al (2008) afirmam que

> como profissionais, os professores não se limitam a meramente seguir prescrições e fórmulas meramente impostas a eles, de cima para baixo. Ao contrário, acionam sua pratica e seu conhecimento especializado como educadores, para atingir objetivos educacionais que foram estabelecidos democraticamente. (LANKSHEAR et al, 2008, p. 14).

Os professores desenvolvem competências através da pesquisa que os prepara para um julgamento autônomo e para tomar decisões coerentes a seu ambiente profissional. A pesquisa pedagógica pode melhorar os processos ensino e a aprendizagem. Por meio do ato de pesquisar o professor tem a oportunidade de observar o seu método e pode perceber se houve ou não avanço nas aprendizagens dos alunos, para poder criar atividades de intervenções pedagógicas. A pesquisa também oferece aos professores o ensejo de testar o poder das intervenções que acreditam poder melhorar a aprendizagem dos alunos.

Dessa forma, este estudo enquadra-se dentro dessa modalidade de pesquisa pedagógica, pensando em contribuir com algumas reflexões que venham melhorar a aprendizagem dos discentes sobre tema pesquisado e melhoras das práticas pedagógicas.

3.2 CAMPO DA PESQUISA

A escola campo de pesquisa é uma instituição de Ensino Fundamental, municipal, localizada na cidade de Patos/PB. A instituição oferece o Ensino Fundamental, sendo 1 (uma) turma das séries iniciais (5º ano) e 11 (onze) turmas das séries finais (6º ao 9º ano).

É uma escola cujos profissionais demonstram ser comprometidos com a educação dos alunos, as quais procuram sempre levar novas formas de ensinar e atender os alunos e comunidade com um trabalho educacional que visa a transformação do sujeito e consequentemente da realidade em que vivem. Nesse sentindo, a escola vem se destacando com o trabalho que realiza e tem colhidos bons resultados dos projetos que são desenvolvidos.

3.3 OS SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa são alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, turno da manhã. A turma tem 34 alunos, sendo: 19 do sexo feminino e 15 do sexo masculino, todos frequentes. Nos dias da pesquisa participaram 32 alunos. Alguns com comportamento um pouco agitado, muitos são esforçados perguntam bastante e outros um pouco quietos.

É uma turma numerosa, envolvida e gosta de participar das aulas. A faixa etária de idade dos alunos é de 13 anos; apenas 3 alunos são repetentes; 27 residem em bairros na proximidade da escola e 7 moram na zona rural.

São filhos de pais assalariados, muitos dependem apenas do dependem do benefício do Programa Bolsa Família. A situação social de muitos é vulnerável, pois vivem em contextos de situação social de risco

Para muitos as aulas de Matemática não são boas, pois acham os conteúdos, dessa disciplina, difíceis. Percebemos que é uma turma que precisa de motivação e que de forma implícita exige novas metodologias de ensino para poder provocá-los e vislumbrar uma aula de Matemática mais dinâmica

Percebemos também que os alunos ficaram na expectativa com a presença dos pesquisadores, esperando de nossa parte uma aula diferente das que normalmente no seu dia a dia. Essa turma nos fomentou o desejo de continuar investigando nela, pois se trata de uma sala cheia de diversidade. Nesse sentido contribuir para justiça social e equidade dos sujeitos também estão inseridas na perspectiva desse trabalho.

3.3 CAMPO DA PESQUISA

A escola campo de pesquisa é uma instituição de Ensino Fundamental, municipal, localizada na cidade de Patos/PB. A instituição oferece o Ensino Fundamental, sendo 1 (uma) turma das séries iniciais (5º ano) e 11 (onze) turmas das séries finais (6º ao 9º ano).

É uma escola cujos profissionais são comprometidos com a educação dos alunos, as quais procuram sempre levar novas formas de ensinar e atender os alunos e comunidade com um trabalho educacional que visa a transformação do sujeito e consequentemente da realidade em que vivem. Nesse sentindo, a escola vem se destacando com o trabalho que realiza e tem colhidos bons resultados dos projetos que são desenvolvidos.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo estão os dados coletados durante a realização da pesquisa: primeiro estão expostos as situações-problema envolvendo sentenças verdadeiras e falsas, a trazer algumas respostas dos alunos referentes a essas questões; no segundo momento estão as situações-problema envolvendo as equações, ao mesmo tempo em que apresentamos respostas dos alunos nesse quesito.

4.1 RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA ENVOLVENDO SENTENÇAS MATEMÁTICAS VERDADEIRAS OU FALSAS – 1ª ETAPA

No primeiro contato com os alunos, apresentamo-nos enquanto pesquisadores/estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba, Campus VII Patos, que queríamos realizar uma pesquisa em Matemática, no campo da Álgebra, mais especificamente relacionada ao pensamento algébrico.

Explicamos que a pesquisa seria para a realização do trabalho de conclusão de curso TCC. Dissemos que a participação de cada um era muito importante para que este trabalho alcançasse seu objetivo, e ficamos desde então agradecidos pela compreensão. Fomos bem recebidos pelos alunos que estavam bem animados, vibrando, pois tinha um novo professor na sala. Percebemos que o que eles mais gostam é de visitas. Ninguém se recusou a participar das atividades propostas.

Em seguida, entregamos um exercício com duas questões (Apêndice A), cada questão apresenta da letra “a” até “d”. Realizamos a leitura, explicando todas as questões. Pedimos que respondessem da sua maneira, de acordo com o aprendido em anos anteriores e escrevessem o seu raciocínio, sem se preocupar com o resultado certo ou errado, pois o que importava naquele exato momento era o que eles estavam compreendendo acerca de cada questão.

Essas questões foram retiradas do trabalho de conclusão de curso do aluno Braga (2012) em estudo sobre temática semelhante.

A primeira questão do exercício foi nomeada “sentença matemática verdadeira ou falsa”. Explicamos sobre sentença matemática verdadeira ou falsa, dando exemplos contidos nas situações-problema, tal qual: $3 \cdot 2 = 6$, é uma sentença verdadeira, e $2 = 5$, é uma sentença falsa. Baseado nesse exemplo, pedimos para responderem as seguintes sentenças:

a) $5^2 - 1 = 6 \cdot 4$
b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$
c) $29 = 2 \cdot \frac{(7+21)}{2}$
d) $533 + 175 = 174 + 534$

Os alunos verificaram se as sentenças eram verdadeiras ou falsas. O que mais impressiona é que a maioria deles verificou incorretamente. É importante frisar que eles escreveram os seus raciocínios, embora muitos não apresentaram coerência no que escreviam de acordo as questões, como veremos nas análises no próximo ponto, esforçaram-se e responderam conforme compreendiam. Alguns dos sujeitos da pesquisa usaram diferentes estratégias de resolução, nos provocando o desejo de investigá-las melhor.

Na segunda questão da atividade pedimos aos discentes que escrevessem uma sentença verdadeira, a partir de número dados nos casos abaixo utilizando os sinais necessários de igualdade, adição, subtração, multiplicação ou divisão nos espaços entre os números. Por exemplo: $15 \quad 10 \quad 5$, resolvendo fica assim, $15 - 10 = 5$, ou $15 = 10 + 5$.

a) $15 \quad 9 \quad 6$
b) $(7 \quad 4) \quad 8 \quad 6 \quad 4$
c) $90 \quad 10 \quad 9$
d) $(5 \quad 4) \quad 2 \quad 8 \quad (3 \quad 2)$

Os alunos deveriam escolher um local entre os números para inserir os sinais necessários para que a sentença se tornasse verdadeira podendo ter a possibilidade de mais de uma resposta, dando ao aluno a oportunidade para perceber as equivalências entre as respostas. Estes tipos de exercícios ajudam na compreensão do sentido bilateral do sinal de igualdade e a equivalência das respostas.

Ao longo do processo de resoluções dessas questões, alguns alunos silenciosamente escreviam, outros ficavam pensando, olhando para baixo, já tinha outros que falavam muito entre si, e poucos perguntavam alguma coisa relacionada às questões.

Sentiram dificuldades em resolvê-las, pudemos perceber isto, porém não podíamos ajudá-los com as respostas, pois o que nos interessava na verdade era a compreensão com relação ao pensamento algébrico.

4.1.1 Análise das respostas das situações problemas com sentenças verdadeiras ou falsas

A partir de agora, são observadas e descritas as respostas e os raciocínios dos alunos relacionados às questões. Para manter o sigilo e a integridade moral dos sujeitos, utilizaremos, doravante as siglas Aluno 1 até Aluno 32, que corresponde ao número total de sujeitos participantes da pesquisa.

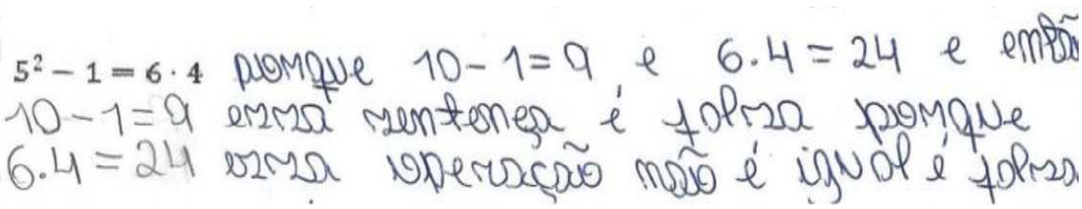
Verificando a quantidade de erros e acertos da primeira questão: a letra “a” foi acertada por 12 alunos, todos justificaram corretamente suas respostas; 20 alunos erraram. A letra “b”, 10 alunos acertaram e 22 alunos erraram; a letra “c” 6 alunos acertaram, 25 alunos erraram e 1 não fez; a letra “d” 23 alunos acertaram, 8 alunos erraram e 1 não fez.

Com relação às respostas da questão 2: a letra “a” 29 alunos acertaram, 2 alunos erraram e 1 não fez; a letra “b” 6 alunos acertaram, 22 alunos erraram e 4 não fizeram; a letra “c” 27 alunos acertaram, 3 alunos erraram e 2 não fizeram; a letra “d” 3 alunos acertaram, 22 alunos erraram e 7 não fizeram.

Numa observação mais geral com relação às respostas certas ou erradas é possível notar que os alunos, na sua maioria, apresentou dificuldade nas resoluções das questões. Mas o intuito desta atividade é observar o raciocínio que o levou a tais respostas. Assim, escolhemos duas respostas de cada letra das questões para fazemos uma análise.

Na questão 1 destacaremos as seguintes respostas:

Figura 1: Resposta da questão 1 letra A pelo aluno 1

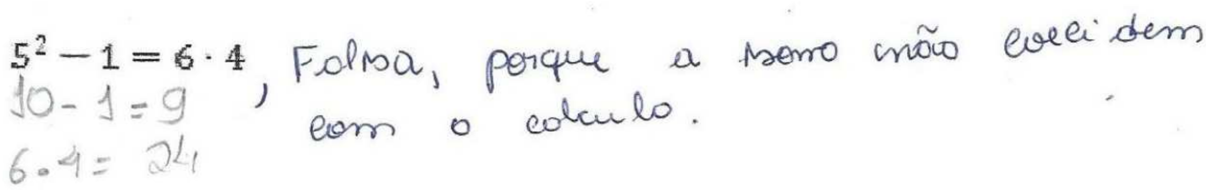


Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno compreendeu que 5^2 é igual a 10, como se o expoente multiplicasse a base, $5 \cdot 2 = 10$ e assim $10 - 1 = 9$ e $6 \cdot 4 = 24$, logo $9 = 24$, por isso ele afirma que a sentença é falsa. No entanto, $5^2 = 5 \cdot 5$, pois 5^2 é uma multiplicação e o 2 é a quantidade de vezes que o 5 se repete e se multiplica, e o resultado é 25. Portanto $5^2 - 1 = 25 - 1 = 24 = 6 \cdot 4$, logo a sentença é verdadeira. Acredita-se que é mais fácil entender que o expoente multiplica a base e isso se caracteriza nas resoluções de problemas e são muitos que compreendem assim, porém o expoente é a quantidade de vezes que a base se repete e se multiplica. Percebam que $5^2 = 5 \cdot 5 = 25 \neq 5 \cdot 2 = 10$.

Nessa mesma questão um aluno se expressou assim:

Figura 2: Resposta da questão 1 letra A pelo 10


$5^2 - 1 = 6 \cdot 4$

$10 - 1 = 9$

$6 \cdot 4 = 24$

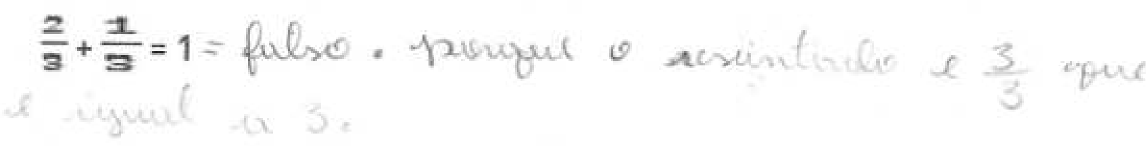
Falsa, porque a soma não coicidem com o calculo.

Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

Pode-se perceber que o aluno 10 compreendeu que 5^2 é igual a 10, como se fosse uma soma $5 + 5 = 10$ diferente do aluno 1. Isto é notado, pois o aluno 10 enfatiza que "a soma não coincide com o calculo". A sua resposta demonstra que ele compreendeu que 5^2 é uma soma, no entanto é uma multiplicação, havendo um equívoco na compreensão básica da aritmética.

Com relação à letra "b" escolhemos as seguintes respostas:

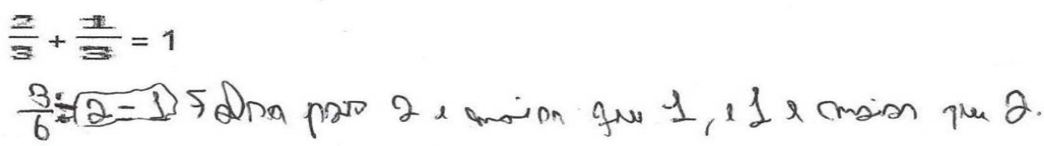
Figura 3: Resposta da questão 1 letra B pelo aluno 1


$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1 =$ falso. porque o resultado é $\frac{3}{3}$ que é igual a 3.

Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

Pode-se notar uma resposta errada, ”falso”, mas um procedimento correto. Veja que o denominador das duas frações é comum entre se “somando as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{3}$, resultando em $\frac{3}{3}$, e um equívoco no resultado da divisão, mostrando que o aluno compreendeu o processo de resolução, mas falha no momento da divisão $\frac{2}{3} = 3$, quando na verdade o resultado é 1.

Figura 4: Resposta da questão 1 letra B pelo aluno 25

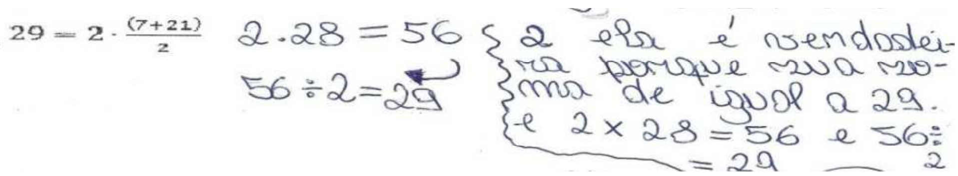


Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

Este aluno 25 tem um raciocínio diferente do aluno 31, ele usa um raciocínio que simplesmente soma o numerador com numerador e denominador com denominador $\frac{3}{6}$. Depois ele faz uma divisão invertendo a fração dividindo o denominador pelo numerador, $6 \div 3$, dando o resultado é 2, que é maior do que 1. Assim afirma que a sentença é falsa. Neste caso o denominador é comum em ambas as frações, quando isso acontece conserva-se o denominador e adiciona os numeradores, e na divisão de frações o numerador está dividido pelo denominador.

Na letra 2, lera “c” a resposta dois alunos nos chamam atenção:

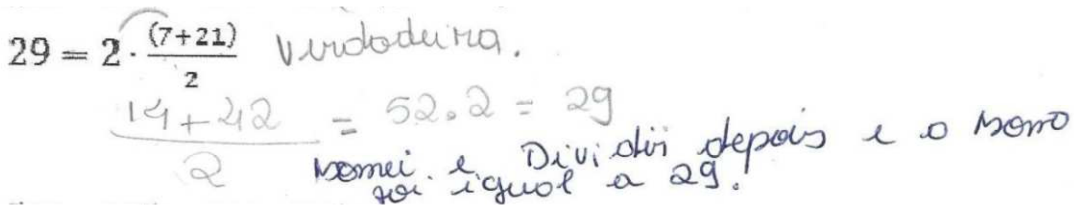
Figura 5: Resposta da questão 1 letra C pelo aluno 1



Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

Entende-se que o aluno resolveu primeiro a soma dos números que estão entre parênteses $(7 + 21)$, resultando em 28, depois multiplicando o número 2 pelo número 28 resultando em 56, em seguida divide o número 56 pelo número 2, resultando em 29, mas ele escreve que a soma dá igual a 29. Ele faz uma confusão com o sinal de divisão escrevendo que é uma soma, dando a entender que ele não entende a linguagem matemática e afirma que a sentença é verdadeira. Ele começa com uma boa compreensão, mas no momento da divisão ocorre um equívoco $56 \div 2 = 29$, chama de soma quando na verdade é uma divisão e na verdade resulta em 28.

Figura 6: Resposta da questão 1 letra C pelo aluno 10

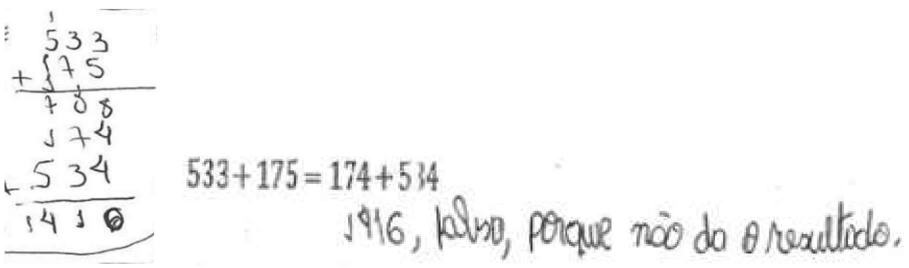


Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

Pode-se perceber que o aluno 10 teve um raciocínio diferente do aluno 1. Este aluno multiplicou o número 2 pelo número 7 que resulta em 14, depois multiplicou o número 2 pelo número 21 que resulta em 42, e adicionou os resultados e dividiu por 2, na sua soma $14 + 42$, resulta em 52 e quando ele divide 52 pelo número 2, resulta em 29, afirmando assim que a sentença é verdadeira. É bem verdade que o aluno teve um bom raciocínio na resolução desta sentença matemática, porém não fez a soma e a divisão corretamente.

Na letra “d” vale destacar as respostas dos alunos:

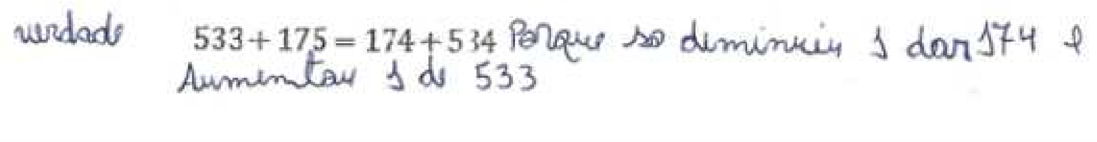
Figura 7: Resposta da questão 1 letra D pelo aluno 18



Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

Este aluno somou $533 + 175$, resultando em 708 e depois somando $708 + 174 + 534$, resultando em 1416, logo ele afirma que a sentença é falsa, pois não dar o resultado. Pode-se perceber que o sinal da igualdade foi ignorado pelo aluno desconstruindo a sentença matemática.

Figura 8: Resposta da questão 1 letra D pelo aluno 15

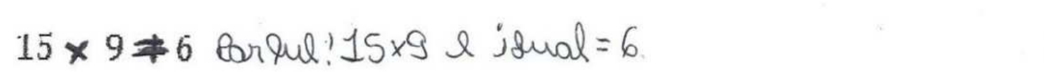


Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

O aluno 15 teve um raciocínio que nos chamou a atenção, pois ele enfatiza que é só diminuir 1, dar 174, se observar a sentença $533 + 175 = 174 + 534$, observa-se o lado esquerdo da igualdade e pode-se perceber que se diminuir 1 de 175 resulta em 174, como afirma o aluno, agora aumenta este mesmo número 1 ao número 533, resultando em 534, logo se tem uma sentença verdadeira $534 + 174 = 174 + 534$. É notável que o aluno 15 não precisasse dos cálculos das somas dos lados da igualdade para saber se a sentença era verdadeira ou falsa. Seu raciocínio foi excelente.

Na questão 2, solicitado que escrevessem uma sentença verdadeira em cada um dos casos dados, inserindo os sinais necessários (adição, subtração, divisão, multiplicação e igualdade) nos espaços entre os números. A letra “a” dessa questão, foi selecionado as seguintes respostas:

Figura 9: Resposta da questão 2 letra A pelo aluno 14



Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno 14 escolhe o sinal da multiplicação para inserir entre os números 15 e 9 e o sinal de igualdade para inserir entre os números de 9 e 6, logo que $15 \cdot 9 = 6$, entendendo que esta sentença é verdadeira, no entanto $15 \cdot 9 = 135$. Então esta sentença $15 \cdot 9 = 6$, na verdade é falsa.

Figura 10: Resposta da questão 2 letra A pelo aluno 15

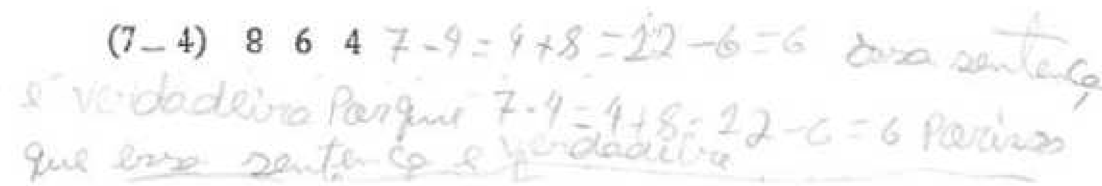

verdade 15 - 9 = 6 Porque 15 - 9 e igual a 6 ou 9 + 6 = 15

Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno 15 tem um raciocínio completamente diferente do aluno 14, pois este escolhe o sinal de subtração para inserir entre os números 15 e 9 e escolhe o sinal de igualdade para inserir entre os números 9 e 6. Logo, $15 - 9 = 6$, percebe que se inserir o sinal de adição entre os números 9 e 6; e inserir o sinal de igualdade entre os números 15 e 9, logo $15 = 9 + 6$. É notado que o aluno 15 compreendeu a bilateralidade do sinal de igualdade.

Na letra “b” dessa segunda questão, vejamos como dois alunos se expressaram:

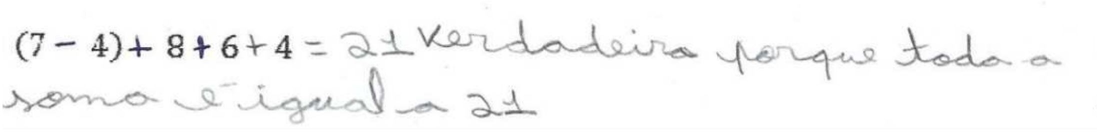
Figura 11: Resposta da questão 2 letra B pelo aluno 6


(7 – 4) 8 6 4 7-4 = 4+8 = 12 - 6 = 6 essa sentença é verdadeira Porque 7-4 = 4+8 = 12 - 6 = 6 Portanto que essa sentença é verdadeira

Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno inseriu o sinal de subtração entre os números que estão entre parênteses $(7 - 4)$ depois inseriu o sinal de igualdade e somou o numero 4 com o número 8 depois inseriu o sinal de igualdade para dá o resultado 12, em seguida inseriu o sinal de subtração entre o número 12 e número 6 e novamente inseriu o sinal de igualdade, resultando no número 6, e afirma que a sentença é verdadeira. Percebe-se que o aluno não utilizou os números que estão entre parênteses, para este resultado e também ele utilizou o número 4 para adicionar ao numero 8, mas o número 4 só poderia se relacionar através dos sinais com o número 6 e este com o número 8.

Figura 12: Resposta da questão 2 letra B pelo aluno 12

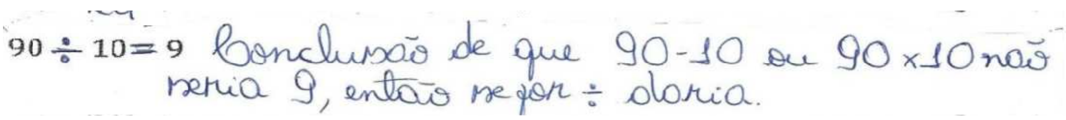

$(7-4)+8+6+4=21$ verdadeira porque toda a soma é igual a 21

Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno simplesmente inseriu o sinal de subtração entre os números que estão entre parênteses $(7-4)$ e depois inseriu o sinal de adição entre os números restantes, e o sinal de igualdade veio posteriormente quando o aluno fez a subtração dos números $(7-4)$ adicionando os restantes para dá um resultado acrescentando o número 21 aos números já existentes. Afirmando que a sentença é verdadeira, no entanto não existe o número 21 na sentença apresentada no exercício e não poderia diminuir ou acrescentar números, simplesmente utilizar os sinais.

A letra “c” dois alunos respondeu assim:

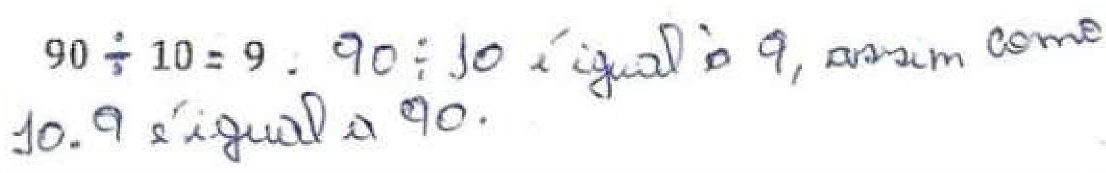
Figura 13: Resposta da questão 2 letra C pelo aluno 9


$90 \div 10 = 9$ Conclusão de que 90-10 ou 90×10 não seria 9, então se por ÷ daria.

Fonte: Acervo do pesquisador (2017) .

O aluno utilizou alguns sinais entre os números para identificar a sentença verdadeira, assim como $90-10=9$ e $90 \cdot 10=9$ e entendeu que a sentença ficaria falsa, então ele inseriu o sinal de divisão entre os números 90 e 10 e entre os números 10 e 9 inseriu o sinal de igualdade, ficando assim $90 \div 10 = 9$ verificando assim que a sentença é verdadeira.

Figura 14: Resposta da questão 2 letra C pelo aluno 27

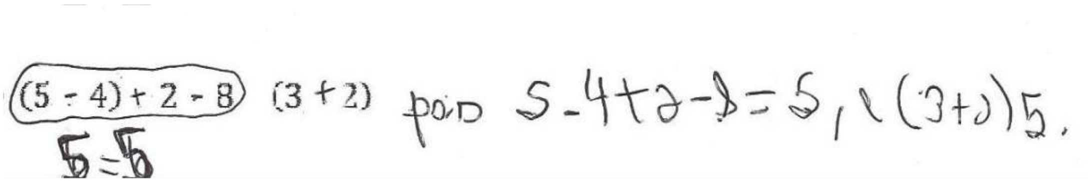

$90 \div 10 = 9$. 90 ÷ 10 é igual à 9, assim como 10.9 é igual a 90.

Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno inseriu o sinal de divisão entre os números 90 e 10 e entre os números 10 e 9 inseriu o sinal de igualdade e também percebeu que inserindo o sinal de multiplicação entre os números 10 e 9 e também inserindo o sinal de igualdade entre os números 90 e 10 a sentença seria verdadeira também. Percebe-se que o aluno consegue assimilar a bilateralidade do sinal de igualdade nesta sentença.

Da letra “d” trazemos as seguintes respostas:

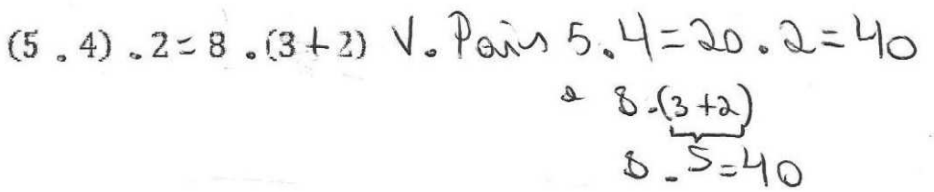
Figura 15: Resposta da questão 2 letra D pelo aluno 25



Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno inseriu o sinal de subtração entre os números que estão entre parênteses $(5-4)$, depois inseriu o sinal de adição entre os números$(5-4)$ e 2 inseriu o sinal de subtração entre os números 2 e 8 e circulou estes números como se fosse o lado esquerdo da igualdade e então ele a manipulação $(5-4)=1$ e $1+2=3$, agora ele troca a ordem dos números $3-8$ para $8-3$, resultando no número 5, como se o lado direito da igualdade fosse $(3+2)$ ele soma e o resultado é 5, entendendo que $5=5$, Percebe-se que $(5-4)+2-8$ é igual a -5, o aluno ao somar 3 positivo ao 8 negativo não percebeu que o resultado era 5 negativo, ele simplesmente troca a ordem colocando $8-3=5$.

Figura 16: Resposta da questão 2 letra D pelo aluno 28



Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno observou bem a questão e inseriu o sinal de multiplicação entre os números que estão entre parênteses novamente inseriu o sinal de multiplicação entre $(5 \cdot 4)$ que estão entre parênteses e o número 2, logo mais inseriu o sinal de igualdade entre os números 2 e 8 novamente inseriu o sinal de igualdade entre o número 8 e $(3+2)$ que estão entre parênteses. Após inserir todos os sinais começa a resolver a questão, primeiro ele multiplica $(5 \cdot 4)$ estes números que estão entre parênteses, em seguida multiplica resultado 20 pelo número 2, resultando em 40, já no lado direito da igualdade ele soma os números que estão entre parênteses $(3+2)$ e o resultado é o número 5, então ele multiplica $5 \cdot 8$ e o resultado é 40, logo $40 = 40$, então a sentença é verdadeira.

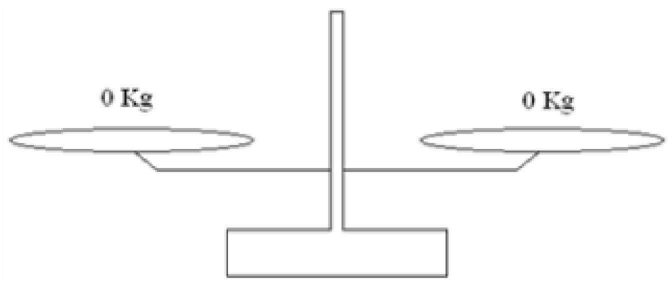
Observou-se que a maioria dos alunos teve uma equivocada compreensão do sinal de igualdade, não compreendendo as sentenças e analisou-se ainda que alguns alunos desconhecem a potenciação, como também as operações básicas.

4. 2 RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA ENVOLVENDO EQUAÇÕES – 2ª ETAPA

Na segunda etapa da pesquisa voltamos à sala de aula para solicitar aos alunos a resolução de mais uma questão denominado de “balança das equações” (Apêndice B). Utilizando desenhos de balança de dois pratos com objetos sobre os dois pratos que indica seu peso. Essa questão foi retirada do trabalho de conclusão de curso do aluno Braga (2012) em estudo que a pesquisa fez sobre temática semelhante. O intuito era fazer os alunos perceberem a relação a simetria da igualdade, o equilíbrio dos dois pratos, se tirar ou colocar um objeto em apenas um dos pratos acontece o desequilíbrio nos pratos da balança. Tínhamos a intenção de provocar no os alunos que a equação tem essa propriedade, não se podem alterar apenas um dos membros da igualdade, pois a sentença torna-se falsa.

Foi explanado que as equações podem ser imaginadas como balança de dois pratos, que contém o mesmo peso sobre os dois pratos para que haja equilíbrio nestes. Observar a figura 17.

Figura 17: balança de dois pratos em equilíbrio

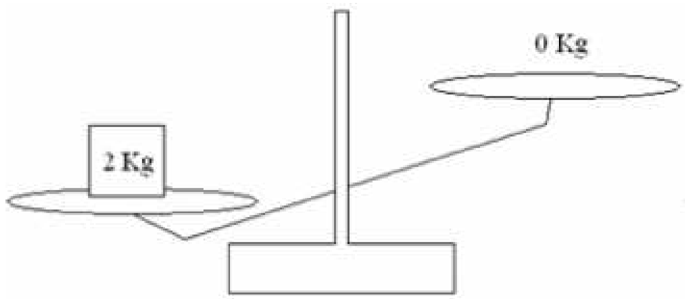


Fonte: Braga (2012)

Na figura 17, há um equilíbrio na balança, pois o mesmo peso está em ambos os pratos (zero). Logo pode-se representar esta igualdade $0 = 0$.

Uma pergunta foi feita a todos os alunos. O que aconteceria se adicionasse um peso qualquer em apenas um dos pratos? A resposta foi "Um prato vai descer e o outro vai subir e a balança vai ficar desequilibra. Observe a figura 18.

Figura 18: Balança de dois pratos em desequilíbrio



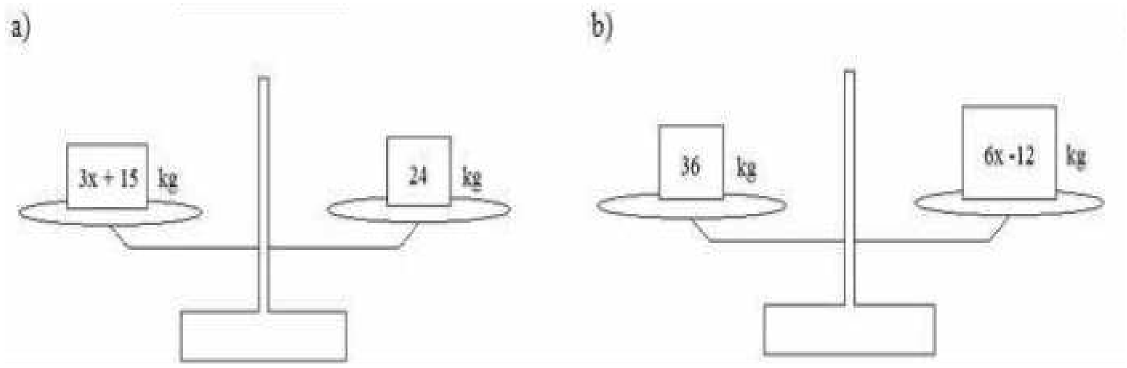
Fonte: Braga (2012).

Neste caso $2 = 0$ é uma sentença falsa e, acontece um desequilíbrio na balança. Foi perguntado o que fazer para retornar ao equilíbrio? A resposta foi que deveria adicionar 2kg no outro prato. É usada a mesma lógica para as equações, não podemos alterar apenas um lado da igualdade, pois se isto acontece, uma sentença verdadeira será transformada em uma sentença falsa

A segunda questão-problema tem por objetivo de encontrar o valor da incógnita *x* satisfazendo o equilíbrio da balança.

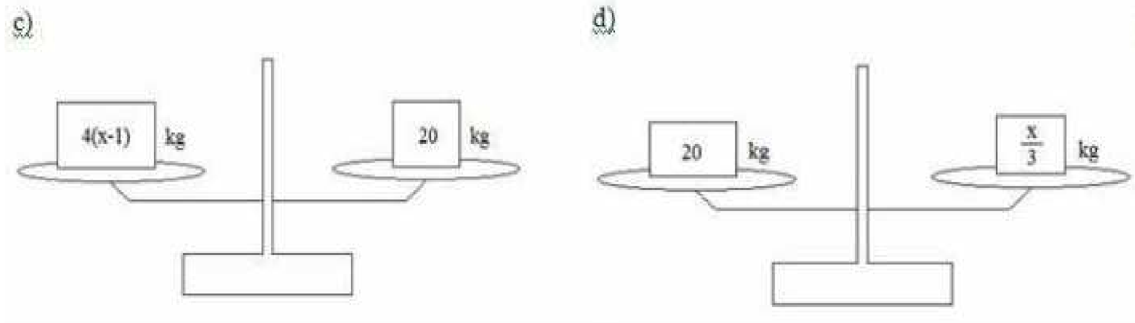
3) Calcule o valor de x para que as balanças permaneçam em equilíbrio. Explique seu raciocínio.

Figura 19: Balanças de dois pratos em equilíbrio



Fonte: Braga (2012).

Figura 20: Balanças de dois pratos em equilíbrio



Fonte: Braga (2012).

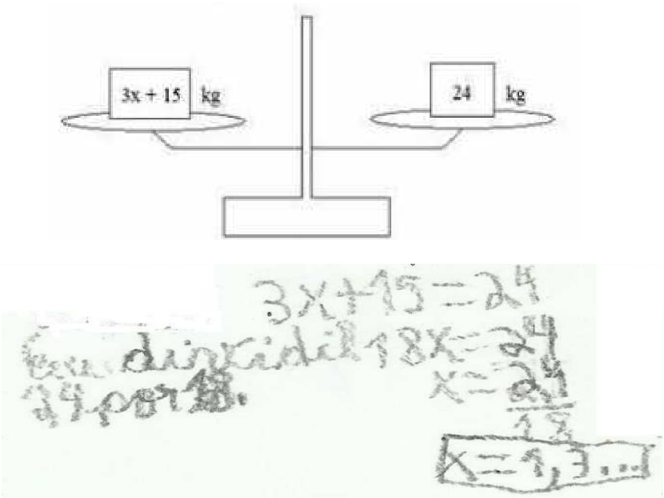
4. 2.2 Análise das respostas das situações-problema com equações

Com relação às respostas das questões envolvendo as equações verificamos: a letra ‘a” foi acertada por 23 alunos, 7 alunos erraram; a letra ‘b” 11 alunos acertaram, 16 alunos erraram e 3 não fizeram, letra “c” 13 alunos acertaram, 13 alunos erraram e 4 não fizeram; a letra “d”19 alunos acertaram, 6 alunos erraram e 5 não fizeram.

Com relação às respostas certas ou erradas é possível notar que os alunos, na sua maioria, apresentaram menos dificuldade nas resoluções das questões do que nas anteriores. Mas vejamos os raciocínios que levaram a tais respostas.

Destacamos as seguintes respostas:

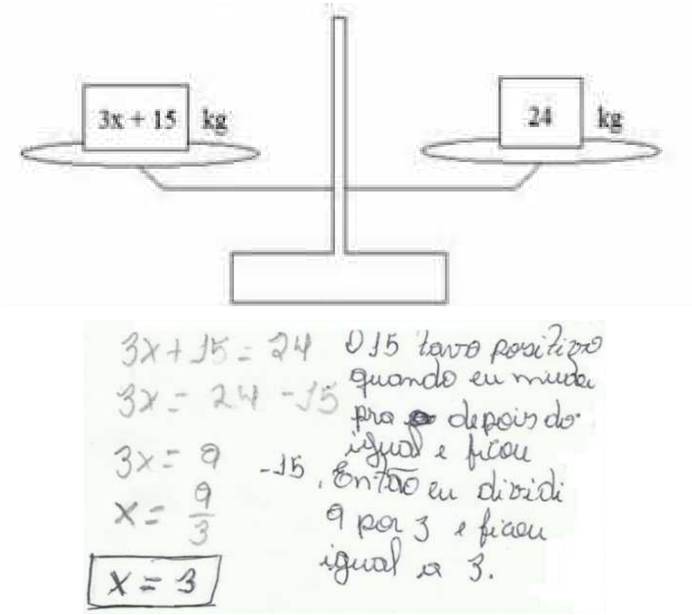
Figura 21: Resposta da questão 3 letra A pelo aluno 2



Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno consegue organizar a equação retirando-a da balança, $3x + 15 = 24$, mas na sua resolução ele soma $3x + 15$ resultando em $18x$, o restante do raciocínio é de acordo com o que é ensinado $18x = 24$, e 18 está multiplicando o x, então ele passa para o outro lado da igualdade dividindo, $x = \frac{24}{18} = 1{,}3 \ldots$ Percebe-se que o aluno não compreendeu que o número 3 está multiplicando x e não pode ser somado ao número 15, pois este não está multiplicando um x, porém sua compreensão foi de somar os números e adicionar o x.

Figura 22: Resposta da questão 3 letra A pelo aluno 9

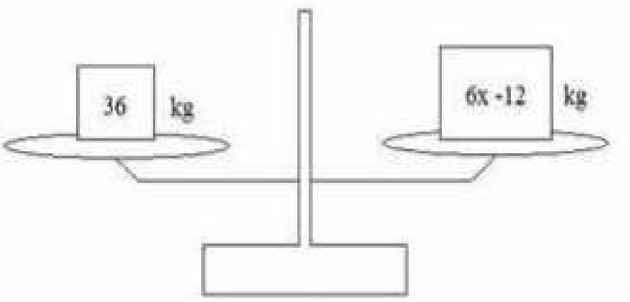


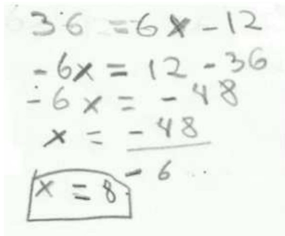
Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

O aluno retira a equação da balança $3x + 15 = 24$, o seu raciocínio foi que o número 15 que é positivo está do lado esquerdo da igualdade, daí passou este número para o lado direito da igualdade modificando-o para 15 negativo, em seguida faz a subtração $3x = 24 - 15$, e resulta em $3x = 9$, então ele passa o 3 que está multiplicando o x para o lado direito da igualdade dividindo, $x = \frac{9}{3} = 3$.

Da letra “b” da questão investigada na segunda etapa da pesquisa, apresentamos as seguintes respostas:

Figura 23: Resposta da questão 3 letra B pelo aluno 22

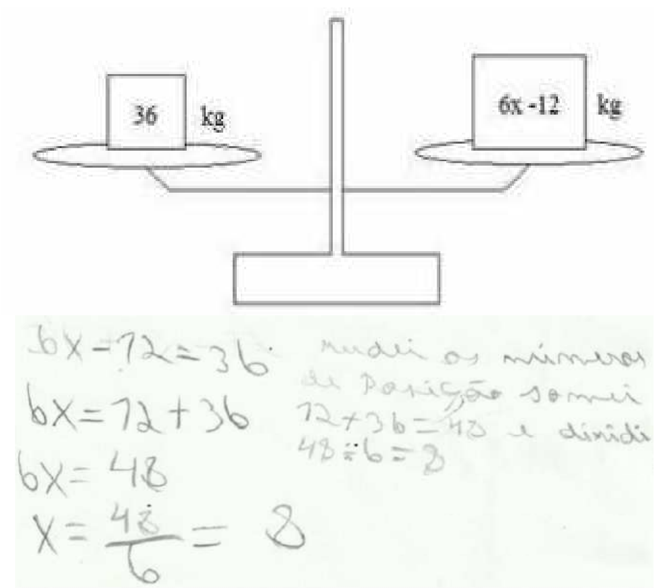




Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

O aluno escreve a equação corretamente $36 = 6x - 12$. Em sua resolução, o $6x$, que está do lado direito do sinal de igualdade e é positivo passar para o lado esquerdo do sinal de igualdade com o sinal trocado ficando negativo. O número 36 que está do lado esquerdo do sinal de igualdade passa para o lado direito do sinal de igualdade trocando o sinal ficando negativo. O número 12 que está do lado direito do sinal de igualdade é negativo, mas o aluno troca seu sinal ficando positivo e continuando ao mesmo lado $-6x = 12 - 36$ e é igual a $-6x = -48$. Percebe-se que ele não faz a subtração $12 - 36$, faz simplesmente uma soma e conserva o sinal da subtração -48. Assim fica $-6x = -48$, logo o -6 que está multiplicando o x passa para o lado direito dividindo, $x = \frac{-48}{-6} = 8$. Como é costume a equação ficar neste formato $6x - 12 = 36$, e não neste $36 = 6x - 12$, pode ser que ele não assimilou tão bem a ponto de trocar de posição os números que não era necessário e trocar os sinais sem necessidade como se fosse uma manipulação mecânica.

Figura 24: Resposta da questão 3 letra B pelo aluno 28

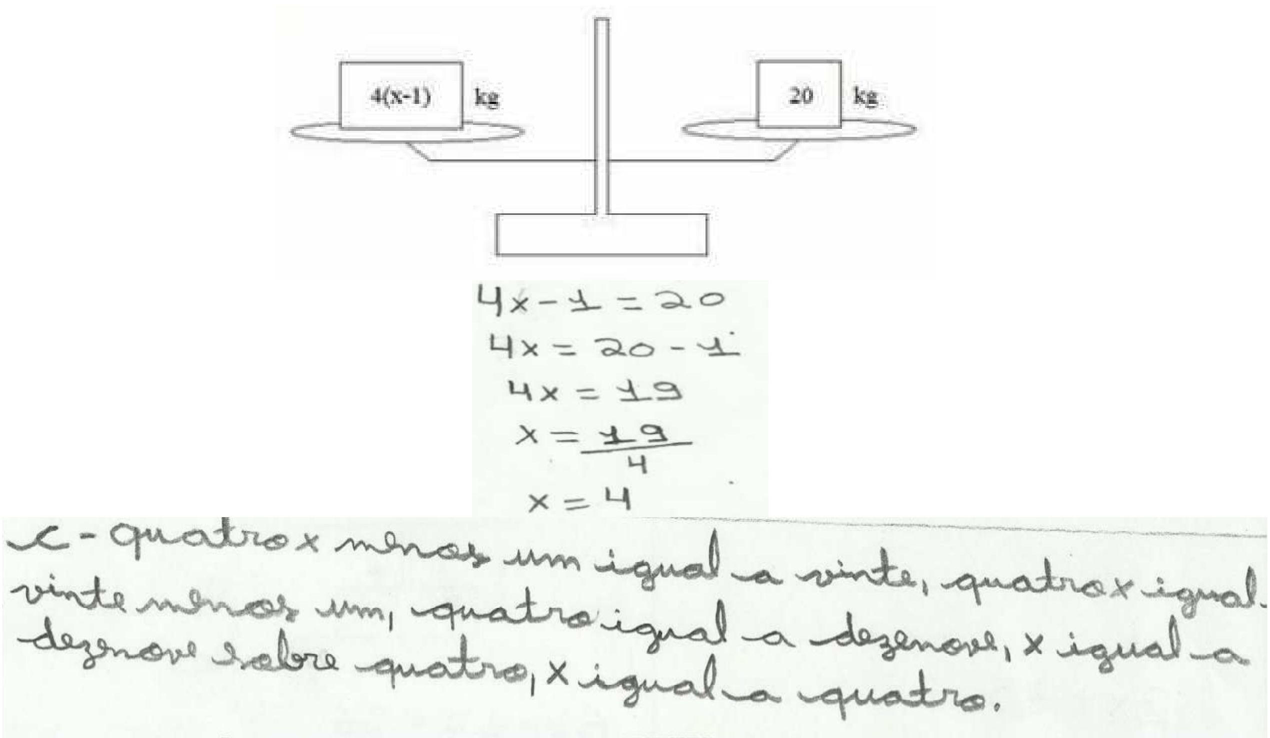


Fonte: Acervo do pesquisador (2017)

O aluno retira a equação da balança $6x - 12 = 36$, afirma que mudou os números de posição, percebe-se que ele organizou a equação de forma costumeira, pois para ele fica mais simples para resolver, e assim passa o número -12 para o lado direito da igualdade trocando o sinal ficando assim, $12 + 36$ e o resultado é 48, logo $6x = 48$, então 6 está multiplicando o x, ele passa para o outro lado dividindo, $x = \frac{48}{6} = 8$. Quando este aluno manipula a equação deixando-a da forma tradicional $6x - 12 = 36$, ele consegue ter um bom desempenho, porém o aluno precisa aprender o significado e não simplesmente uma manipulação.

Na letra “c”, há dois casos interessantes:

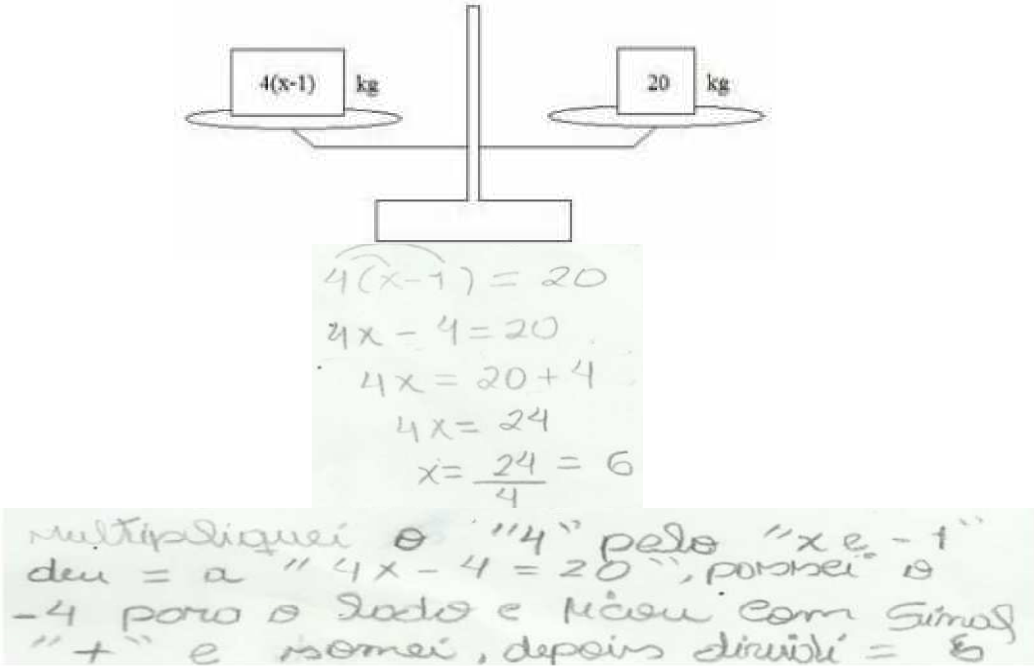
Figura 25: Resposta da questão 3 letra C pelo aluno 6



Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno ao escrever a equação eliminou os parênteses ficando assim $4x - 1 = 20$, ele passa o -1 para o lado direito da igualdade e continua -1, depois faz a subtração $20 - 1 = 19$. Portanto $4x = 19$, o 4 está multiplicando o x, passa para o outro lado dividindo, $x = \frac{19}{4} = 4$. Percebe-se que o aluno não multiplicou o número 4 pelo x e pelo -1, e ainda na manipulação passa o -1 para o outro lado sem trocar o sinal demonstrando uma simples manipulação sem significado.

Figura 26: Resposta da questão 3 letra C pelo aluno 18

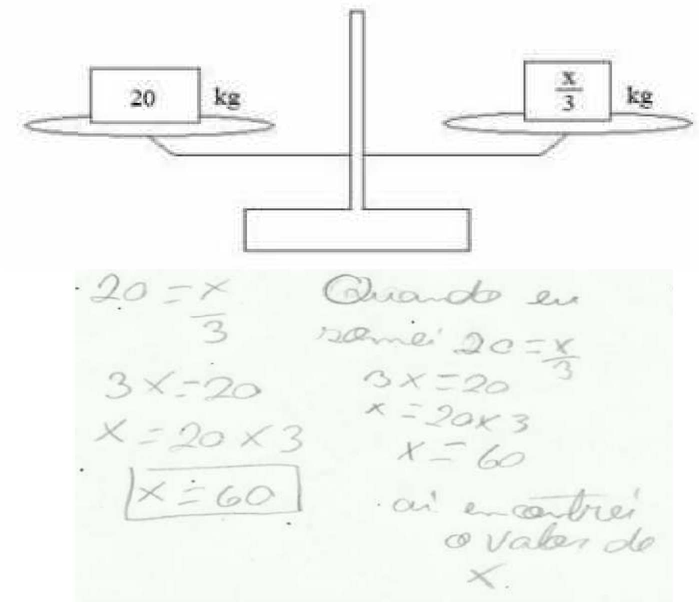


Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno 18 escreveu a equação corretamente $4(x-1) = 20$, ele também percebeu que o número 4 está multiplicando tanto o x quanto o -1, diferentemente do aluno 6 que não teve esta percepção, ficando assim $4x - 4 = 20$, a passar o número -4 para o outro lado da igualdade trocando o sinal $4x = 20 + 4$, e ao somar ficou com $4x = 24$. Como o número 4 está multiplicando o x, ele passa para o outro lado dividindo $x = \frac{24}{4} = 6$.

Das respostas apresentas pelos alunos à letra “d”, trazemos:

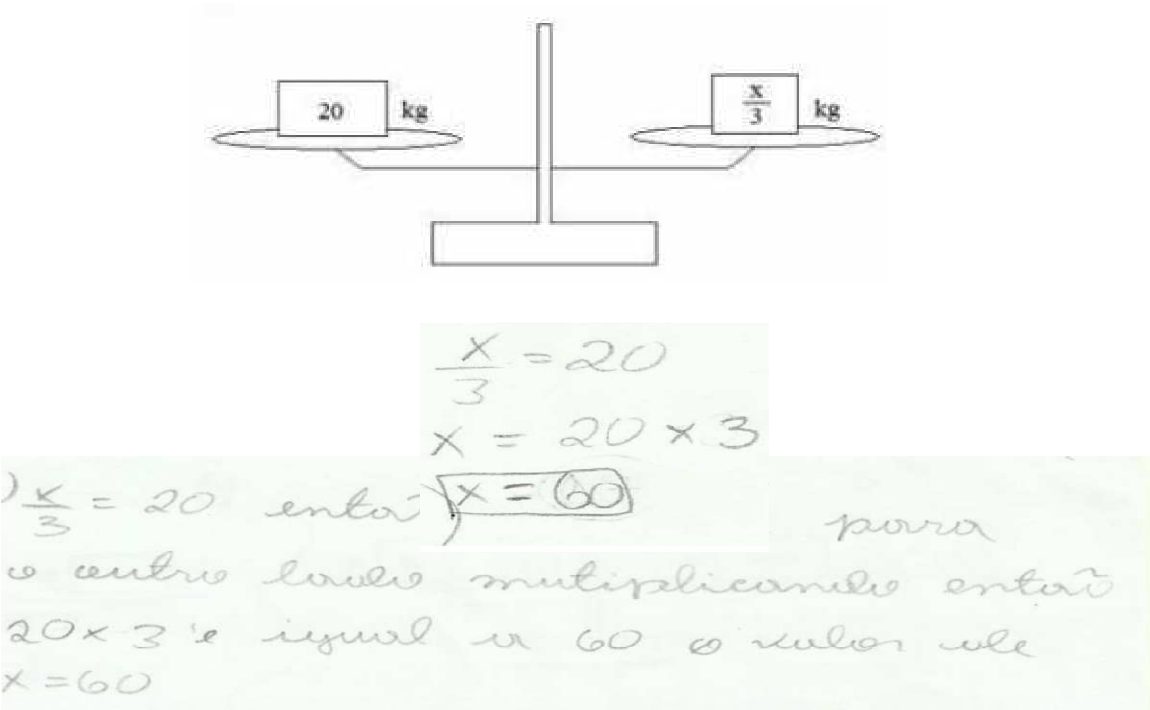
Figura 27: Resposta da questão 3 letra D pelo aluno 12



Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno escreve a equação $20 = \frac{x}{3}$ e passou o número 3 que está dividindo para cima multiplicando o x ficando $3x = 20$, depois ele passou o número 3 que está multiplicando o x, para o outro lado da igualdade multiplicando o número 20 resultando em 60. No entanto o aluno não deveria passar o número 3 para cima ficando uma multiplicação, $3x$ nem tão pouco passar o 3 que multiplica x para o outro lado da igualdade novamente multiplicando.

Figura 28: Resposta da questão 3 letra D pelo aluno 31



Fonte: Acervo do pesquisador (2017).

O aluno escreve a equação $\frac{x}{3} = 20$ logo ele percebe que o número 3 está dividindo e o passa para o outro lado da igualdade multiplicando $x = 20 \cdot 3$ e resulta em $x = 60$. Percebe-se que os alunos sempre estão passando o número para o outro lado da igualdade trocando o sinal como se fosse uma coisa mecânica e não percebendo que o número que adicionar de um lado da igualdade tem que ser adicionado do outro lado da igualdade e não altera absolutamente nada na equação mantendo um equilíbrio como mostra as balanças.

Observou-se que os alunos tiveram menos dificuldade no entendimento do sinal de igualdade, e em resolver situações onde o sinal de igual tem como finalidade comparar e mostrar o equilíbrio entre os membros da igualdade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho intitulado *Pensamento algébrico no ensino fundamental: um estudo realizado a partir de atividades sentenças matemáticas verdadeiras ou falas e equações* foi realizado com 32 alunos do 8° do Ensino Fundamental em uma escola municipal na cidade de Patos, PB.

O desenvolvimento do pensamento algébrico é um trabalho que deve ser realizado desde Educação Infantil, embora saibamos que para que isso aconteça é necessário mudanças de concepções sobre o que é ensinar e aprender álgebra. Entendendo que esse trabalho é feito diariamente por meio de atividades planejadas as quais explorem o fazer matemático, o pensamento algébrico torna-se imprescindível para o desenvolvimento cognitivo do educando.

De acordo com as observações nos momentos da pesquisa e dados coletados constatamos que os alunos apresentaram algumas dificuldades, quais sejam: o não entendimento das questões, a falta de compreensão da equivalência do sinal de igualdade (como se o lado esquerdo do sinal de igualdade fosse o problema, e o lado direito a solução), a falta de atenção, dificuldade com as operações básicas da Matemática, respostas imediatas sem haver uma reflexão, o não domínio de outros conteúdos a exemplo da potenciação e fração, a não releitura das situações-problema propostos.

O primeiro específico foi propor situações-problema envolvendo sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas e equações. Esse objetivo foi alcançado desde o momento em que propomos a resolução de questões envolvendo os conceitos em pauta. Esses tipos de atividades revelam muito sobre o pensamento algébrico dos alunos.

Durante as respostas fornecidas pelos alunos pesquisados averiguamos que a maioria, embora tenha acertado as questões, fez de forma mecânica sem entender os fenômenos que acontecem em cada operação. Isso mostra que o trabalho com esses tipos de situações merece ser mais explorado, usando várias estratégias de resolução para que se produzam significados naquilo que se faz.

Compreender o pensamento algébrico dos alunos sujeitos da pesquisa a partir das respostas apresentadas por eles foi o último objetivo especifico. Pelas respostas apresentadas é possível notar que os alunos ainda respondem questões de forma mecânica, não entendendo realmente o significado do fenômeno matemático que ocorre nesses tipos de questões. Ao analisar algumas respostas "corretas" que envolve a equação, por exemplo, é explícito que a maioria passa o número de um lado para trocando o sinal, quando se trata das operações de adição e subtração. A competência que o aluno deveria ter demonstrado seria entender que alterar de um lado do sinal da igualdade precisa da mesma alteração do outro lado do sinal.

Portanto, por inferência, entendemos que as dificuldades com a aprendizagem em álgebra já vem de muito antes, então, faz-se necessário repensar as práticas tradicionais. O professor tem grande influência no ensino, ele que traz as propostas para a sala de aula. Embora, o conhecimento seja construído juntamente com os alunos no processo de interação, ambos contribuem para uma aprendizagem mútua do conhecimento matemático, mais precisamente para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Nesta pesquisa encontramos dados que nos inquietam enquanto pesquisadores a continuar com o trabalho acerca do pensamento algébrico, buscando alcançar aprendizagem significativa por meio de exploração de sentenças matemáticas verdadeiras ou falsas e equações, oferecendo meios que proporcionem a ideia de sentido bilateral do sinal de igualdade.

Além disso, a atividades devem trabalhar a equivalência das respostas e as equações com as balanças de dois pratos, mostrando a ideia de equilíbrio, provocando o pensamento das ideias de equações como equilibradas. Entendemos que atividades desses tipos podem ajudar no desenvolvimento do pensamento algébrico dos sujeitos aprendizes.

Assim, este estudo contribuiu para ampliar nossos conhecimentos acerca do pensamento algébrico no Ensino Fundamental, como também para entendermos melhor o ensino e da aprendizagem da álgebra em uma determinada realidade.

Finalizando, esta pesquisa aponta sugestões de outros temas que podem ser investigados: Como os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental trabalham com o pensamento algébrico? Como professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental concebem o trabalho com a Matemática nessa perceptiva?

REFERÊNCIAS

BRAGA, Bruno Bastos. **Atividade para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2012.

DEVLIN, Keith, J. **O gene da matemática. T**radução de Sergio Moraes Rego. Rio de Janeiro: Record, 2004.

LANKSHEAR, C; KNOBEL, M. **Pesquisa Pedagógica:** do projeto à implementação. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MACCARI, Mariza Zanini. **Álgebra na sala de aula: produzindo significados aos diversos usos das variáveis e incógnitas**. Disponível: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/830-4.pdf. Acesso em: 10. jun. 2017

PANOSSIAN, Maria Lucia. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino**. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação da Universidade – USP, 2008. 179p.

PONTE, João Pedro da. et al. **Álgebra no Ensino Básico**. Especificar sigla, 2009. Disponível em: trazer o link.Acesso em: 19 maio. 2017.

POSSAMAI, Janaina Poffo. **Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades** pedagógicas. Revista Dynamis. FURB, Blumenau, v. 19, n.2, p. 72-86, edição especial. 2013. Disponível em: http://gorila.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/4177. Acesso em: 10. jun. 2017.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Zahar: Rio de Janeiro, 2012.

SILVEIRA, Denise T.; CÓRDOVA, Fernanda P. A pesquisa científica. In: GERHARDT, Tatiana E.; SILVEIRA, Denise T. (Orgs). **Métodos de pesquisa**. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo curso de graduação tecnológica – planejamento e gestão para o desenvolvimento rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31-37 (série educação à distância). Disponível em:

<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em: 04 mar. 2017.

Van de Walle, John A. **Matemática no Ensino Fundamental**: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula**.** 6. ed. Editora Artmed, 2009.

APÊNDICE A: SITUAÇÕES-PROBLEMAS COM SENTEÇAS MATEMÁTICAS VERDADEIRAS OU FALSAS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS- CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA
ORIENTANDO: JOSÉ MÁRCIO DE OLIVEIRA

Sentenças matemática podem ser verdadeiras ou falsas. Explique seu raciocínio!

a) $2 = 5$, a sentença é falso, pois, $2 < 5$.
b) $3 \cdot 2 = 6$, é uma sentença verdadeira, pois, $6 = 6$.

EXERCÍCIOS:

1) Diga se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas. Explique seu raciocínio.
e) $5^2 - 1 = 6 \cdot 4$
f) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$
g) $29 = 2 \cdot \frac{(7+21)}{2}$
h) $533 + 175 = 174 + 534$

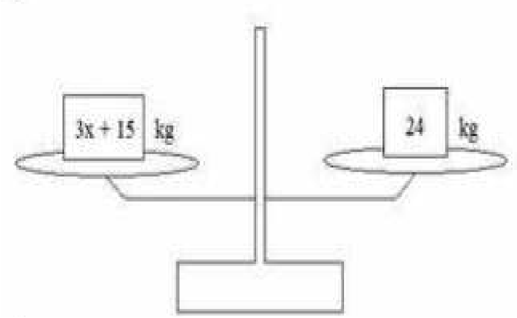
1) Escreva uma sentença verdadeira em cada um dos casos.
e) $15 \quad 9 \quad 6$
f) $(7 \quad 4) \quad 8 \quad 6 \quad 4$
g) $90 \quad 10 \quad 9$
h) $(5 \quad 4) \quad 2 \quad 8 \quad (3 \quad 2)$

APÊNDICE B: SITUAÇÕES-PROBLEMAS COM EQUAÇÕES UTILIZANDO BALANÇA DE DOIS PRATOS

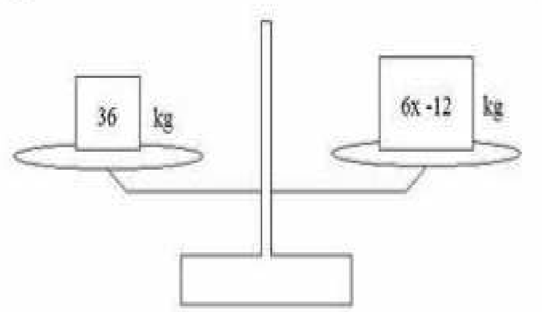
UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS- CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC

1) Calcule o valor de x para que as balanças permaneçam em equilíbrio. Explique seu raciocínio.

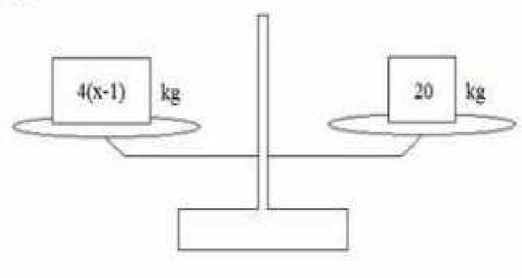
a)



b)



c)



d)