



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII - GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS - CCEA
CURSO DE LICENCIATURA MATEMÁTICA**

FRANCISCO MATHEUS BARROS PONTES WANDERLEY

**DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO
FUNDAMENTAL: UMA INVESTIGAÇÃO COM ATIVIDADES APLICADAS A
PARTIR DOS NÍVEIS DE VAN HIELE**

**PATOS
2018**

FRANCISCO MATHEUS BARROS PONTES WANDERLEY

**DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO
FUNDAMENTAL: UMA INVESTIGAÇÃO COM ATIVIDADES APLICADAS A
PARTIR DOS NÍVEIS DE VAN HIELE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao departamento de matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Me. Júlio Pereira da Silva.

**PATOS
2018**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

W245d Wanderley, Francisco Matheus Barros Pontes.
Desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental [manuscrito] : uma investigação com atividades aplicadas a partir dos níveis de Van Hiele / Francisco Matheus Barros Pontes Wanderley. - 2018.
64 p.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2018.
"Orientação : Prof. Me. Júlio Pereira da Silva ,
Coordenação do Curso de Matemática - CCEA."
1. Ensino de Geometria. 2. Ensino Fundamental. 3.
Modelo Van Hiele. I. Título
21. ed. CDD 372.7

FRANCISCO MATHEUS BARROS PONTES WANDERLEY

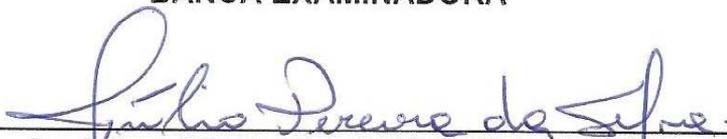
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO
FUNDAMENTAL: UMA INVESTIGAÇÃO COM ATIVIDADES APLICADAS A PARTIR
DOS NÍVEIS DE VAN HIELE

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Licenciatura Plena
em Matemática do Centro de Ciências
Exatas e Sociais Aplicadas da Universidade
Estadual da Paraíba, como requisito parcial
para a obtenção do grau de Licenciado em
Matemática.

Área de concentração: Educação
Matemática

Aprovado em 30 de novembro de 2018.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Me. Júlio Pereira da Silva (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof.^a Ma. Lidiane Rodrigues Campêlo da Silva (Examinadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Arlandson Matheus Silva Oliveira (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

"O mundo é um lugar perigoso de se viver, não por causa daqueles que fazem o mal, mas sim por causa daqueles que observam e deixam o mal acontecer".

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

A Deus por toda a força, saúde e sabedoria para concluir este trabalho e, em especial, o curso de Licenciatura em Matemática.

A Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, seu corpo docente, direção e administração por ter oportunizado que eu vislumbrar-se o Ensino Superior.

Ao meu orientador Júlio Pereira da Silva, pelo suporte e ajuda, nas orientações, correções, confiança e incentivo que tem me dado. Ele teve grande contribuição neste trabalho, pois não mediu esforços, para me orientar, sempre pronto para ajudar! Obrigado, professor!!

Aos professores Arlandson Matheus Silva Oliveira e Lidiane Rodrigues Campêlo da Silva, banca de avaliação, por suas valiosas contribuições, qualificando ainda mais esta produção!

Aos meus familiares, pelo amor, incentivo e apoio.

Meus agradecimentos aos meus amigos, em especial Gildemar Araújo e Matheus Lima, companheiros e irmãos na amizade que fizeram parte da minha formação e que vão continuar presentes em minha vida, com certeza!

E a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

Aprender Geometria é um direito do estudante, principalmente, porque os conteúdos dessa área de conhecimento contribuem para o desenvolvimento cognitivo do aprendiz como também para aprendizagem de outras áreas do conhecimento e conteúdos matemáticos. Sendo assim, o objetivo dessa produção acadêmica é compreender o pensamento geométrico de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, a partir de um conjunto de atividades elaboradas de acordo com o modelo de Van Hiele. A pesquisa ocorreu em uma escola pública municipal na cidade de Patos, Paraíba, em turma do 8º ano do Ensino Fundamental, composta por 28 alunos. O levantamento, a descrição e a análise dos dados se deram a partir de quatro momentos distintos: nos três primeiros momentos, houve a aplicação de atividades com questões dos Níveis 0,1,2 respectivamente; e no quarto momento construção, manipulação e exploração do material didático Tangram. A investigação se caracteriza como pesquisa qualitativa do tipo pedagógica. O trabalho discorre sobre desenvolvimento do pensamento geométrico, teoria dos Van Hiele (Níveis, propriedades e fases), o uso do Laboratório de Ensino de Matemática e o aprendizado de Geometria, a partir de autores como Walle (2009), Lorenzato (1995) e Falzeto (2002) entre outros. Pode-se constatar que os alunos têm muitas dúvidas em relação à classificação de algumas figuras, como pentágono e o hexágono, e há falta de compreensão de alguns conteúdos como eixo de simetria. Também foi notado que, os alunos sujeitos da pesquisa, apresentaram conhecimentos muito bons em relação às formas geométricas triângulo e quadrado. O resultado desta pesquisa, ainda, comunica que a maioria dos alunos está em uma transição do Nível 0 para o Nível 1, dado o alto número de erros na atividade referente ao Nível 2.

Palavras-chave: Modelo Van Hiele. Níveis do Pensamento Geométrico. Ensino de Geometria. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Learning Geometry is a student right, mainly because the contents of this area of knowledge contribute to the cognitive development of the learner as well as to learning from other areas of knowledge and mathematical contents. Therefore, the objective of this academic production is to understand the geometric thinking of an 8th grade elementary school class, based on a set of activities elaborated according to the Van Hiele model. The research was carried out at a municipal public school in the city of Patos, Paraíba, in the 8th grade class of the Elementary School, composed of 28 students. Data collection, description and analysis came from four different moments: in the first three moments, there were activities with questions of levels 0,1,2 respectively; and in the fourth moment construction, manipulation and exploration of the Tangram teaching material. The research is characterized as qualitative research of the pedagogical type. The work deals with the development of geometric thinking, Van Hiele theory (levels, properties and phases), the use of the Mathematics Teaching Laboratory and the learning of Geometry, from authors such as Walle (2009), Lorenzato (1995) and Falzeto (2002) among others. It can be verified that the students have many doubts regarding the classification of some figures, like pentagon and the hexagon, and there is lack of understanding of some contents as axis of symmetry. It was also noticed that, the students subject of the research, presented very good knowledge regarding triangle and square geometric forms. The result of this research also indicates that most students are in a transition from level 0 to level 1, given the high number of errors in level 2 activity.

Keywords: Model Van Hiele. Levels of Geometric Thought. Teaching Geometry. Elementary School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Questão 3 do Nível 0 pelo aluno 1	30
Figura 2: Questão 8 pelo aluno 3	31
Figura 3 - Questão 9 pelo aluno 20	32
Figura 4 - Questão 10 pelo aluno 25.....	32
Figura 5 - Questão 1 do aluno 20	34
Figura 6 - Questão 3 pelo aluno 9	35
Figura 7 - Questão 3 pelo aluno 4	35
Figura 8 - Questão 3 do Nível 1 pelo aluno 4	36
Figura 9 - Questão 3 do Nível 1 pelo aluno 9	36
Figura 10 - Questão 4 pelo aluno 14.....	37
Figura 11 - Questão 6 pelo aluno 9	38
Figura 12 - Questão 6 do Nível 1 pelo aluno 2.....	38
Figura 13 - Questão 6 do Nível 1 pelo aluno 26.....	39
Figura 14 - Questão 6 pelo aluno 12.....	39
Figura 15 - Questão 6 pelo aluno 2.....	40
Figura 16 -Questão 6 pelo aluno 23.....	40
Figura 17 - Questão 1, Nível 2, pelo aluno 19.....	41
Figura 18 - Questão 2 pelo aluno 4.....	42

LISTA DE QUADRO E TABELAS

Tabela 1 - Fases do aprendizado	23
Tabela 2 - Número de acertos e erros por questão.....	42

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 ASPECTOS TEÓRICOS	15
2.1 SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRICA: ALGUMAS REFLEXÕES	15
2.2.1 Níveis do pensamento Geométrico	18
2.2.2 Propriedades do modelo	21
2.2.3 Fases do aprendizado	22
2.3 LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA E O APRENDIZADO DE GEOMETRIA.....	24
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS	26
3.1 PESQUISA QUALITATIVA DO TIPO PEDAGÓGICA.....	26
3.2 CAMPO DA PESQUISA	27
3.3 OS SUJEITOS DA PESQUISA.....	27
3.4 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS.....	27
4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	29
4.1 RESOLVENDO QUESTÕES VOLTADAS PARA O NÍVEL 0 DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO – 1ª ETAPA.....	29
4.1.1 Análise dos dados referentes ao Nível 0.....	30
4.2 RESOLVENDO QUESTÕES VOLTADAS PARA O NÍVEL 1 DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO – 2ª ETAPA.....	33
4.2.1 Análise dos dados referentes ao Nível 1.....	33
4.3 RESOLVENDO QUESTÕES VOLTADAS PARA O NÍVEL 2 DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO – 3ª ETAPA.....	40
4.3.1 Análise dos dados referentes ao Nível 2.....	41
4.4 ATIVIDADE MANIPULÁVEL UTILIZANDO O TANGRAM – 4ª ETAPA	43
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
REFERÊNCIAS.....	48
ANEXO A: ATIVIDADE NÍVEL 0 (VISUALIZAÇÃO).....	51
ANEXO B: ATIVIDADE NÍVEL 1 (ANÁLISE)	56
ANEXO C: ATIVIDADE NÍVEL 2 (DEDUÇÃO INFORMAL).....	61
ANEXO D: ATIVIDADE MANIPULÁVEL - TANGRAM	63

1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que se a uma pessoa não é ensinado o código linguístico, ela não aprenderá a ler; se uma pessoa não é ensinada a fazer operações matemáticas, ela, também, não aprenderá as operações matemáticas. Tudo que o ser humano sabe foi aprendido; até mesmo o sorriso que parece ser natural e espontâneo, por exemplo. Foi constatado que crianças que conviveram apenas com animais durante a infância aprenderam a viver igual aos animais. E, ao tentarem trazer essas crianças para o convívio com outras pessoas, aquelas não se adaptaram, mostrando que o ser humano aprende de acordo com o contato que tem com o mundo exterior, com as interações sociais.

Nas salas de aula os alunos aprendem, efetivamente, quando os professores ensinam, interagem e constroem o conhecimentos coletivamente. É no processo de interação que as aprendizagens vão ocorrendo.

O mesmo acontece com a aprendizagem de Geometria, com o qual se o estudante não tiver contato, por meio de aulas e manipulação de materiais didáticos, provavelmente, não aprenderá, e, conseqüentemente, não ocorrerá o desenvolvimento do pensamento geométrico desse estudante. Assim, os alunos não aprenderão os conteúdos e ficarão estagnados no que tange a essa área do conhecimento.

A Geometria tem um papel importante no desenvolvimento do pensamento geométrico dos sujeitos aprendizes, dada a sua importância para a Matemática, e, também, para outras áreas de conhecimento, como a Arquitetura, Engenharia, Cartografia entre outras, em que aspectos geométricos estão muito presentes.

O desenvolvimento do pensamento geométrico do discente é o processo de avançar em relação aos conteúdos de Geometria, ao passo em que o estudante vivencia, evolui o seu pensamento geométrico, ocorrendo a ampliação do conhecimento.

O desenvolvimento do pensamento geométrico está ligado, assim, ao desenvolvimento dos conteúdos específicos e ao desenvolvimento do pensamento espacial dos aprendizes. O desenvolvimento dos conteúdos é a evolução gradativa da aprendizagem dos assuntos geométricos lecionados. O pensamento espacial está ligado à visão espacial, à capacidade de identificar as quantidades e as formas

de figuras 2D e 3D. Daí, a importância do pensamento espacial e dos conteúdos específicos para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Diante dessas reflexões e importância da Geometria, a escolha do tema ocorreu devido a uma observação particular: muitas vezes os conteúdos de Geometria são esquecidos, colocados em segundo plano por professores de escolas da Educação Básica. Isso foi observado durante toda a minha vida de estudante em escolas públicas municipais e estaduais e nas minhas experiências nos estágios supervisionados, enquanto aluno do Ensino Superior; o que acaba gerando estudantes com dificuldades e falhas de aprendizagem nos conteúdos de Geometria.

Outra constatação é que, em conversas com meus colegas universitários e observações, percebemos que a maioria dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da qual somos alunos, apresentam dificuldades para cursar os componentes curriculares que envolvem Geometria. Notou-se, também, que é importante que todo estudante de graduação apresente uma base sólida nas matérias inerentes ao seu curso, a fim de que as práticas desses conteúdos sejam operacionalizadas por meio de um ensino de Geometria significativo.

Dessa forma, essa pesquisa adentra a sala de aula de Matemática, a fim de investigar sobre os conhecimentos geométricos apresentados por alunos de uma turma do Ensino Fundamental. Por isso, o estudo está orientado pela seguinte questão problema: *Como um conjunto de atividades, idealizadas a partir do modelo de Van Hiele, contribui para compreensão do pensamento geométrico de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental?*

A partir da questão problema, elaborou-se um objetivo geral e dois específicos. O objetivo geral é compreender o pensamento geométrico de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, a partir de um conjunto de atividades elaboradas de acordo com modelo de Van Hiele. Os objetivos específicos são: i) Analisar a compreensão dos alunos, sujeitos da pesquisa, no conjunto de atividades propostas para cada Nível de desenvolvimento do pensamento geométrico; ii) Identificar os equívocos apresentados pelos alunos ao responderem as atividades de Geometria, idealizadas a partir do modelo de Van Hiele.

O presente trabalho será estruturado em quatro capítulos: o primeiro capítulo disserta sobre a relação de ensino e aprendizagem em Geometria, o desenvolvimento do pensamento geométrico (modelo de pensamento geométrico

dos Van Hiele). Ainda expõe algumas considerações sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a trazendo as recomendações que esses documentos propõem sobre o ensino de Geometria; e o uso Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), explicando a função do LEM e sua contribuição para ensino de Geometria. O terceiro capítulo traz os aspectos metodológicos da pesquisa, apresentando abordagem, tipo, sujeitos, contextos e instrumentos de coleta de dados. O quarto capítulo contém os dados analisados, a partir da literatura escolhida na fundamentação teórica. Por último, estão as considerações finais na qual as respostas aos objetivos e as reflexões do estudo para nossa formação acadêmica estão descritas.

2 ASPECTOS TEÓRICOS

Neste capítulo são apresentadas algumas reflexões sobre o Ensino de Geometria, o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico proposto por Van Hiele e uso de Laboratório de Matemática na aprendizagem de conceitos geométricos.

2.1 SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRICA: ALGUMAS REFLEXÕES

A Geometria não se limita a um conteúdo matemático, tem importância em muitos campos de conhecimento como na Cartografia, Engenharia, Arquitetura e Artes Plásticas entre outras, mostrando a abrangência das aplicações dos seus conteúdos. Nesse sentido, é necessário que o professor trabalhe a Geometria com interdisciplinaridade, apresentando exemplos que estejam relacionados a essas áreas, tornando os conteúdos lecionados mais atraentes para os alunos.

Falzeta (2001), ao discorrer sobre a elaboração de um curso para o ensino de Geometria, afirma que,

[...] nesse cenário, planejar um curso passa a depender do cidadão que se quer formar. E como ninguém tem gavetas de conhecimentos na cabeça, onde repousam isolados os conteúdos, a única saída é planejar de forma coletiva. Há que buscar nexos com as demais áreas e entre os próprios conteúdo da disciplina (FALZETTA, 2001, p. 54-55).

Em muitas salas de aulas do Brasil, a Geometria é deixada de lado, ou mesmo não é abordada. Isso ocorre por vários motivos. Entre os principais, estão o currículo que não segue as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, falta de solidez no processo de formação dos professores e a falta de tempo para trabalhar os conteúdos geométricos. Por outro lado,

Com muita frequência a Geometria é considerada pelos professores de escolas elementar simplesmente como o estudo de retângulos, segmentos de reta, ângulos, congruências e outras coisas do gênero. Mesmo nas séries intermediárias, a Geometria muitas vezes é negligenciada até o fim do ano, quando então, às pessoas,

introduzem-se algumas figuras e termos e fazem-se alguns exercícios. (DANA, 1994, p. 141).

Os livros didáticos, também, contribuem para que a Geometria seja deixada de lado nas salas de aulas, geralmente trazem os conteúdos inerentes a essa matéria no último capítulo, cooperando para a dissociação da Geometria com a Matemática.

Geometria e Matemática nunca estiveram dissociadas. A não ser em livros didáticos do passado e em velhos currículos, que previam aulas separadas. Além disso, as noções de ponto, reta e plano são conceitos abstratos, sem relação direta com a vida. Encontrar material didático para tal não é difícil. Basta olhar em volta. Portas, janelas, rodas, bolas, tesouras... Tudo tem forma e volume: O mundo é Geometria pura (FALZETTA, 2002, p. 22-23).

A relação do livro didático com o modo como a Geometria é lecionada é nítida, muitas definições e poucos exemplos voltados para o concreto, o palpável, dificultando a aprendizagem desses estudantes.

O ensino de Geometria, tal como se apresenta na maioria dos livros didáticos, parece ainda seguir o modelo euclidiano. Começa de premissas e definições como ponto, reta e plano, a partir das quais estrutura-se o conhecimento geométrico. A Geometria apresentada e estruturada apenas como um conjunto de leis bem determinadas sempre me incomodou, pois assusta e faz com que os alunos tenham a falsa idéia de que nunca se relacionaram com absolutamente nada a respeito do que estão aprendendo (CRISTOVÃO, 2001, p. 51).

Assim, os estudantes têm uma falsa ideia de que a Geometria não se relaciona com a realidade. Daí, a importância dessa relação ser abordada pelo professor, pois a Geometria não é limitada a ponto, reta e plano. Ela vai muito além, e está em todos os lugares, podendo ser lecionada utilizando materiais didáticos que explorem os conteúdos geométricos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ressaltam que a Geometria é um campo vasto para trabalhar com situações problemas, citam o interesse natural pelos alunos em relação ao estudo da mesma, mencionando também a contribuição deste campo do conhecimento para a aprendizagem de outros conteúdos.

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problemas e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométrica contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, P.51)

Por ser um campo vasto, ela tem um papel importante para o desenvolvimento do pensamento espacial e contribui para o desenvolvimento cognitivo das crianças.

Existe um estudo que elaborou um sistema de Níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico. Esse sistema é conhecido como o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico elaborado e proposto pelo Van Hiele, que será apresentado a seguir.

2.2 DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: TEORIA DE VAN HIELE

Os processos de ensino e aprendizagem estão relacionados. A aprendizagem depende de como é ensinado o conteúdo, conseqüentemente o desenvolvimento cognitivo dos estudantes depende da instrução que ele recebe. Não é diferente com o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para desenvolver o pensamento geométrico é necessário que os alunos adquiram os conhecimentos relacionados aos conteúdos de Geometria, pois ao aprenderem os assuntos dessa área, os alunos estão avançando no conhecimento adquirido e, conseqüentemente, desenvolvendo o seu pensamento geométrico.

O modelo Van Hiele de pensamento geométrico emergiu dos trabalhos de doutoramento de Dina van Hiele-Geldof (1984a) e Pierre van Hiele (1984b), finalizados simultaneamente na Universidade de Utrecht. Como Dina faleceu pouco depois de terminar sua tese, foi Pierre quem esclareceu, aperfeiçoou e promoveu a teoria. (LINDQUIST, 1996. p.1).

Esse sistema divide o desenvolvimento do pensamento geométrico em Níveis, os quais serão explicados adiante. O modelo foi criado para auxiliar os professores no processo de ensino da Geometria. Esse conjunto de ideias possibilita identificar através das habilidades demonstradas o Nível de desenvolvimento do pensamento geométrico em determinado conteúdo.

Vale acentuar que o desenvolvimento do pensamento geométrico não depende dos estágios de desenvolvimento cognitivo de Piaget, uma vez que uma pessoa pode ficar estagnada no Nível 0 do pensamento geométrico, o que não significa que essa pessoa não desenvolverá os seus aspectos cognitivos como percepção de quantidade e volume.

Como Walle, (2009), esclarece, Piaget divide os Níveis de desenvolvimento cognitivo em 4, estágio sensório-motor, estágio pré-operatório, estágio operatório concreto, estágio operatório formal. Não existe uma relação direta entre os Níveis de desenvolvimento cognitivo de Piaget e os Níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

Os Níveis não são dependentes da idade no sentido dos estágios de desenvolvimento de Piaget. Um estudante na 3ª série do EF ou no EM podem estar no mesmo Nível. Além disso, alguns estudantes e adultos permanecem no Nível 0 e um número significativo de adultos nunca alcança o Nível 2. Mas a idade está certamente relacionada à quantidade e aos tipos de experiências geométricas que eles tiveram (WALLE, 2009, p.444).

O desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre de forma gradativa, ou seja, conforme o estudante tem contato com a Geometria, ele vai aprendendo e desenvolvendo o seu pensamento. Seguem a descrição e explicação de cada Nível.

2.2.1 Níveis do pensamento Geométrico

O modelo pensamento geométrico desenvolvido na tese de doutorado de Dina Van Hiele e aperfeiçoado por seu marido Pierre Van Hiele, foi investigado por meio de experimentação com alunos de 12 e 13 anos. O modelo é dividido em cinco Níveis: Nível 0 (Visualização), Nível 1 (Análise), Nível 2 (Dedução informal), Nível 3 (Dedução) e Nível 4 (Rigor).

Cada Nível tem seus objetos do pensamento e os seus produtos de pensamento. Os produtos do pensamento são sempre os objetivos do pensamento do Nível subsequente.

Para Lorenzato (2009), o modelo do pensamento geométrico proposto por Van Hiele respeita a ordenação dos conteúdos e não salta etapas no ensino. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) reforçam esta ideia.

Quando à organização dos conteúdos, é possível observar uma forma excessivamente hierarquizada de fazê-lo, é uma organização, dominada pela ideia de pré-requisito, cujo único critério é a definição das estruturas lógicas da Matemática, que desconsidera em parte possibilidades de aprendizagem dos alunos. Nessa visão, a aprendizagem ocorre como se os conteúdos se articulassem como elos de uma corrente, encarados como um pré-requisito para o que vai sucedê-lo. (BRASIL, 1998, p.22)

Os Níveis seguem uma ordenação, ou seja, um aluno não pode pular um Nível ou chegar a algum Nível sem ter aprendido os assuntos referentes aos Níveis anteriores. Para chegar ao Nível 3, por exemplo, o estudante deve primeiro passar pelos Níveis 0, 1 e 2, respectivamente.

Cada Nível do pensamento geométrico tem suas características específicas. O avanço entre os Níveis acontece de acordo com o contato que os alunos têm com os conteúdos de Geometria. Segue uma explicação de cada um dos Níveis do pensamento geométrico.

Nível 0 (Visualização)

O Nível inicial está ligado ao aspecto visual e aparência das figuras geométricas. Elas são identificadas apenas pelo seu aspecto geral: o aluno observa a figura e a identifica, mas não consegue explicar suas características. O primeiro contato dos alunos com a Geometria é dado nesse Nível. Pertencem a esse Nível os alunos que apenas conseguem reconhecer e reproduzir figuras.

Exemplos de atividades da visualização são a classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, etc, e a reprodução de figuras sem utilização de régua ou compasso.

Nível 1 (Análise)

No Nível 1, os alunos, começam a conhecer as propriedades das figuras, e de acordo com essas propriedades, os estudantes conceituam as classes de figuras, porém não fazem relações entre elas.

Walle (2009, p. 441) afirma que “nesse Nível os objetos de pensamento são as classes de formas, mais do que as formas individuais”. Agora o estudante sai dos

aspectos visuais de uma única forma e passa a entender as classes de figuras parecidas.

Nível 2 (Dedução informal)

No Nível 2, os alunos, conseguem fazer relações entre as figuras, reconhecem classes de figuras e suas propriedades em comum. Para Walle (2009) no Nível 2 o aluno percebe quando uma propriedade é consequência de outra.

Quando os alunos começam a ser capazes de pensar sobre as propriedades de objetos geométricos sem as restrições de um objeto particular, são capazes de desenvolver relações entre essas propriedades. "Se isso é um quadrado, todos os ângulos são ângulos retos". "Se isso é um quadrado, ele tem de ser um retângulo" (WALLE, 2009, p. 442).

Relações entre as figuras e propriedades em comum identificam o Nível 2. Os alunos nesse Nível conseguem perceber quando uma propriedade é consequência de outra, estabelecendo assim as relações entre figuras e suas propriedades.

Nível 3 (Dedução)

Na dedução os alunos compreendem o significado de termos complexos como axioma e definições, percebe inter-relações entre as figuras.

No Nível 3, os estudantes são capazes de examinar mais do que apenas as propriedades das formas. Seu pensamento anterior produziu conjecturas envolvendo as relações entre as propriedades. Essas conjecturas estão corretas? Elas são "verdadeiras"? Quando essa análise dos argumentos informais começa a ocorrer, a estrutura de um sistema completo – com axiomas, definições, teoremas, corolários e postulados – começa a se desenvolver e pode ser apreciada como um meio necessário de estabelecer verdades geométricas. (WALLE, 2009. p.443)

Para Walle (2009), neste Nível os alunos conseguem examinar mais do que apenas propriedades das figuras.

O estudante neste Nível é capaz de trabalhar com sentenças abstratas sobre as propriedades geométricas e estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição. [...] pode claramente observar que as diagonais de um retângulo bissectam

uma a outra, como um de pensamento de Nível inferior também poderia. Entretanto, no Nível 3, há uma apreciação da necessidade de provar isso a partir de uma série de argumento dedutivo (WALLE, 2009, p. 443).

A compreensão de termos como definição, axioma, postulados mostra a complexidade desse Nível. A capacidade de trabalhar com sentenças abstratas e perceber inter-relações entre as figuras, também surgem nesse Nível.

Nível 4 (Rigor)

O último Nível e o mais avançado, como o próprio nome diz, é o rigor. No Nível do rigor os estudantes trabalham com os sistemas axiomáticos mais complexos e rigorosos em suas demonstrações. Para Walle (2009, p. 443) "os objetos de atenção são os próprios sistemas axiomáticos, não apenas as deduções dentro de um sistema".

Van Hiele focava os estudos nos três primeiros Níveis (Visualização, Análise e Dedução informal). E como a maioria dos cursos de Geometria são lecionados até o Nível 3, conseqüentemente a maioria das pesquisas em Geometria estão concentrados nos Níveis iniciais.

O Nível 4 é muito complexo e envolve as demonstrações mais elaboradas e difíceis encontradas na Geometria, por esse motivo existem poucos cursos que trabalham nesse Nível.

2.2.2 Propriedades do modelo

O modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele não está limitado a separação por Níveis. Existem características que são comuns, e que estão presentes em todos os Níveis.

Essas características são conhecidas como propriedades do modelo dos Van Hiele, servindo como auxiliares para os processos de ensino e aprendizagem em Geometria, quais sejam: sequência, avanço, intrínseco e extrínseco, linguística e a combinação inadequada. Cada uma das propriedades tem particularidades próprias que serão descritas a seguir.

Sequência: A passagem pelos Níveis é sequencial, ou seja para chegar a um Nível é necessário passar pelos Níveis anteriores, de modo que o estudante tenha apreendido os conteúdos inerentes aos Níveis pelos quais passou anteriormente.

Avanço: A passagem de um Nível para outro ou o insucesso nesse avanço depende dos métodos de ensino e dos ensinamentos recebidos. Assim, não depende da idade do estudante. Não existe possibilidade de pular Níveis. Alguns métodos podem facilitar o avanço enquanto outros podem dificultar ou até mesmo inviabilizar o avanço de um Nível para outro.

Intrínseco e Extrínseco: O objeto de um determinado Nível torna-se os objetos de ensino do Nível seguinte. Por exemplo: no Nível 0 (Visualização) apenas a aparência das figuras é percebida. Obviamente as figuras são definidas pelas suas propriedades, mas é só no Nível 1 (Análise) que as propriedades começam a ser estudadas.

Linguístico: Como o próprio nome sugere, trata dos aspectos linguísticos que estão ligados a cada Nível. Cada Nível tem seus próprios aspectos linguísticos. Isto ocorre porque os objetivos de estudo mudam.

Combinação inadequada: Se o estudante estiver em um Nível inferior ao Nível que está sendo lecionando, a aprendizagem e o progresso são inviabilizados, ou seja, não vai ocorrer aprendizagem. Não ocorrerá compreensão, também, se o material didático, conteúdo e linguagem estiverem em Níveis superiores ao do aluno, fazendo com que não consiga acompanhar o pensamento empregado nas aulas.

2.2. 3 Fases do aprendizado

Os Van Hiele em sua teoria deixam claro que o avanço entre os Níveis depende das instruções/ensinamentos recebidos e não da idade dos estudantes. Com isso, ao trabalhar com o método desenvolvido pelos Van Hiele, é necessário preocupar-se com os métodos, materiais, conteúdos e com o Nível.

O casal Van Hiele criou as cinco fases do aprendizado, quais sejam: interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração. São fases sequenciais, e passar pelas cinco fases é fundamental para oportunizar um aprendizado com significado.

Tabela 1: Fases do aprendizado

Fase	Conceito
Fase 1: Interrogação/ Informação	Primeira etapa, professor e alunos conversam e desenvolvem atividades envolvendo os objetivos de estudo do respectivo Nível. Fazem-se observações, levantam-se questões e introduz-se um vocabulário específico do Nível.
Fase 2: Orientação Dirigida	Os alunos exploram o tópico de estudos através do material que o professor cuidadosamente ordenou em seqüência. Essas atividades deverão revelar gradualmente aos alunos as estruturas características desse Nível.
Fase 3: Explicação	Baseando-se em suas experiências anteriores, os alunos expressam e trocam suas visões emergentes sobre as estruturas que foram observadas. Além de orientar os alunos no uso de uma linguagem precisa e adequada, o papel do professor é mínimo. É durante esta fase que começa a tornar-se evidente o sistema de relações de Níveis.
Fase 4: Orientação Livre	O aluno vê-se diante de tarefas mais complexas, com muitos passos, tarefas que podem ser concluídas de diversas maneiras e tarefas de final aberto. Eles ganham experiência ao descobrir sua própria maneira de resolver as tarefas. Orientando-se a si mesmos no campo da pesquisa, muitas relações entre os objetos de estudo tornam-se explícitas para os alunos.
Fase 5: Integração	Os alunos revêem e sumarizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. O professor pode auxiliar nessa síntese, "fornecendo apanhados globais" (VAN HIELE, 1984a, p. 247) do que os alunos aprenderam.

Fonte: Lindquiste Shulte(1996). Adaptado.

As fases do aprendizado servem como orientadores dos processos de ensino e aprendizagem; seguindo-as, o professor pode ajudar no progresso dos alunos pelos Níveis do pensamento geométrico. Elas, também, ajudam os estudantes a pensarem os conteúdos, facilitando o avanço do Nível em questão para o Nível seguinte. Um novo raciocínio surge e substitui o antigo; os alunos estão prontos

para repetir o processo das 5 fases de aprendizado e seguir para alcançar o Nível seguinte.

2. 3 LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA E O APRENDIZADO DE GEOMETRIA

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) pode ser um local específico para o trabalho lúdico. É um facilitador no processo de aprendizagem, ajudando os alunos a compreender os conteúdos por meio de manipulação de materiais. O contato com o LEM é importante para desmistificar a Matemática como uma ciência para pessoas inteligentes, mostrando que ela pode ser aprendida por todos.

O LEM pode ter um local físico específico, como também pode ser a própria sala de aula, desde que nela se trabalhe com os materiais didáticos. O pátio da escola pode ser transformado em um LEM, basta que se tenha a intenção de trabalhar algum conteúdo matemático naquele local.

Malba Tahan em sua Didática da Matemática ressaltava a importância do Laboratório de Matemática para a aprendizagem.

O professor de Matemática, que dispõe de um bom Laboratório, poderá, com a maior facilidade, motivar seus alunos por meio de experiências e orientá-los mais tarde, com a maior segurança, pelo caminho das pesquisas mais abstratas (MALBA TAHAN, 1962. p.62 apud FRANZONI, 1999. p.144).

Assim, o LEM pode ser composto de materiais didáticos (MD) dos mais variados tipos e de muitas abordagens diferentes. Esses materiais podem ser livros didáticos, livros paradidáticos, jornais e revistas, jogos, figuras, sólidos, calculadoras, computadores, instrumentos de medida, filmes, softwares entre outros materiais.

Sendo assim, o LEM é um facilitador do processo de ensino e aprendizagem de forma a auxiliar na melhor compreensão dos conteúdos de Matemática e Geometria.

O educador tem como papel mediar as atividades que envolvem o LEM. Zabala (1998) afirma.

Nossa tarefa prioritária como educadores não consiste na confecção dos materiais que devem nos ajudar a desenvolver as atividades

educativas. A tarefa de ensinar envolve ter presente uma quantidade enorme de variáveis, entre elas as que nos indicam as necessidades particulares de cada menino e menina e de selecionar as atividades e os meios que cada um deles necessita (ZABALA, 1998. p. 176 apud FRANZONI, 1999. p.121).

A manipulação dos materiais didáticos contribui significativamente para o processo de ensino e aprendizagem.

Piaget expressa que o conhecimento se dá pela ação refletida sobre o objeto. Vygotsky e Bruner, na Rússia e Estados Unidos, respectivamente, concordaram que as experiências no mundo real constituem o caminho para a criança construir seu raciocínio. (LORENZATO, 2006. p.4).

No mesmo sentido um provérbio chinês enuncia que "se, ouço, esqueço; se vejo, lembro; se faço, compreendo", (LORENZATO, 2006), expressando que a manipulação de materiais didáticos pode melhorar a compreensão dos alunos e que apenas ouvir pode não ser o suficiente para que o aluno compreenda os conteúdos.

O Material didático (MD) exige do professor uma maior preparação, pois além de conhecer os conteúdos, ele tem que saber utilizá-lo. O MD é um facilitador do processo aprendizagem de Geometria também. A ampla aplicabilidade da Geometria colabora para o vasto número de materiais didáticos existentes cooperando com o professor no ensino dos conteúdos geométricos.

A Geometria é muito rica no aspecto visual, principalmente quando são abordados os conteúdos relacionados a figuras. Logo, o LEM, por meio do uso correto do MD, pode facilitar e muito a visualização das figuras pelos estudantes. Mas o LEM não só é importante nos conteúdos relacionados a figuras, mas pode explorar outros conteúdos de Geometria. Assim, há diversos materiais que abordam os conteúdos de Geometria, como por exemplo, o jogo batalha naval, que pode trabalhar plano cartesiano; Tangram; sólidos que podem trabalhar o volume, entre outros tantos.

Nesse sentido, há uma potencialidade quando o LEM é trabalhado com fins pedagógicos, vislumbrando aprendizagens de Geometria com significado

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresenta-se a metodologia desta pesquisa: sua abordagem, seu tipo, os sujeitos envolvidos e contexto da investigação. Vale salientar que o levantamento, a descrição e a análise dos dados se deram a partir das seguintes etapas: aplicação de quatro atividades, as quais as três primeiras estavam voltadas para os Níveis 0, 1 e 2, respectivamente. A quarta atividade diz respeito à construção, manipulação e exploração do material didático Tangram.

3.1 PESQUISA QUALITATIVA DO TIPO PEDAGÓGICA

Esta pesquisa se caracteriza como pesquisa qualitativa. A pesquisa qualitativa não tenta buscar números ou quantidade, preocupa-se com a análise qualitativa dos dados. Não tenta quantificar dados, tenta analisá-los, compreendê-los e explicá-los.

Não é aceito pelos pesquisadores da abordagem qualitativa um único modelo de pesquisa para todas as ciências já que todas têm sua particularidade. Esses pesquisadores da abordagem qualitativa utilizam tudo que for necessário para que fique clara a explicação, a tentar mostra com detalhes de riqueza o objeto de estudo.

Dentro da abordagem qualitativa essa pesquisa se caracteriza como pesquisa pedagógica. A pesquisa pedagógica está relacionada aos professores que pesquisam em salas de aula. Lankshear et al (2008) afirmam que,

Como profissionais, os professores não se limitam a meramente seguir prescrições e fórmulas meramente impostas a eles, de cima para baixo. Ao contrário, acionam sua prática e seu conhecimento especializado como educadores, para atingir objetivos educacionais que foram estabelecidos democraticamente. (LANKSHEAR et al, 2008, p. 14).

A pesquisa pedagógica tem o objetivo de contribuir para melhorar os processos de ensino e aprendizagem. Por meio do ato de pesquisar, o professor pode observar o seu método, analisar as situações de aprendizagens que ocorrem no interior da sala de aula para poder criar atividades de intervenções pedagógicas. Este estudo está enquadrado dentro da modalidade de pesquisa pedagógica, pois pensa em contribuir com reflexões para melhorar o ensino e a aprendizagem de Geometria.

3.2 CAMPO DA PESQUISA

A escola campo de pesquisa é uma instituição de Ensino Fundamental, municipal, localizada na cidade de Patos/PB. A instituição oferece o Ensino Fundamental. Possui 15 salas de aula, direção, sala dos professores, quadra de esportes, cozinha, banheiros e laboratório de informática, a biblioteca fica junto da sala dos professores. O espaço físico da escola é muito grande, as salas têm espaço amplo, porém as cadeiras e quadros estavam em um estado de conservação não muito bom. Os portões de entrada estavam enferrujados e em péssimo estado.

É uma escola cujos profissionais demonstram ser comprometidos com a educação dos alunos, procurando sempre levar novas formas de ensinar e atender os alunos e a comunidade com um trabalho educacional que visa a transformação do sujeito e conseqüentemente da realidade em que vive.

3.3 OS SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa são alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, turno da manhã. A turma tem 28 alunos, sendo 18 do sexo masculino e 10 do sexo feminino. Alguns com comportamento um pouco agitado, muitos são esforçados e perguntam bastante; já outros um pouco quietos. A média da idade dos jovens que participaram da pesquisa é 13 anos. Dois alunos são repetentes.

Os alunos da turma, segundo o professor, gostam de Geometria e estudam-na no seu dia a dia, sendo separada uma aula da semana para o ensino de Geometria. O professor, acreditava que os alunos se sairiam bem nas atividades, pois sempre trabalha com ela em suas aulas.

Durante a análise dos dados os alunos serão chamados de *Aluno 1 a Aluno 28* para assegurar o sigilo dos alunos, além de respeitar os aspectos éticos da pesquisa.

3.4 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Os instrumentos de coleta de dados escolhidos para essa investigação foram um conjunto de questões retiradas das obras de alguns autores. Todas estão em anexo: Anexo A (Nível 0, visualização), Anexo B (Nível 1, análise) e Anexo C (Nível 2, dedução informal); e Anexo D (atividade com o Tangram).

Do Anexo A: as questões 5, 6 e 7 foram retiradas de Costa Júnior e Silva (2014); as questões 3, 9 e 10 foram adaptadas de Van de Walle (2009); e as questões 1, 2, 4 e 8 foram retiradas e adaptadas de Lindquist e Shulte (1996).

Do Anexo B: as questões 2, 3 e 6 de Costa Júnior e Silva (2014); a questão 5 foi adaptada de Van de Walle (2009); e as questões 1 e 4 foram retiradas de Lindquist e Shulte (1996).

Do Anexo C: as questões 1 e 2 foram retiradas de Costa Júnior e Silva (2014); e as questões 3 e 4 foram adaptadas de Van de Walle (2009).

O conjunto das questões que compõe os instrumentos de pesquisa foram elaborados no sentido de buscar compreender o pensamento geométrico dos alunos. Os dados coletados com esse procedimento serão objeto de reflexões e análise do próximo capítulo.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, estão apresentados os dados coletados durante a realização da pesquisa: primeiro estão expostas as atividades referentes ao Nível 0, e trazem algumas respostas dos alunos referentes a essas questões; No segundo momento estão as questões referentes ao Nível 1, ao mesmo tempo são tecidos comentários; o terceiro momento traz as questões relacionados com o Nível 2, seguindo algumas respostas dos alunos; por último, relata a experiência vivenciada com a manipulação do Tangram.

4.1 RESOLVENDO QUESTÕES VOLTADAS PARA O NÍVEL 0 DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO – 1ª ETAPA

No primeiro contato com os alunos, ocorreu a apresentação enquanto pesquisador/estudante do curso de Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba, Campus VII, Patos. Foi mencionado que seria realizada uma pesquisa em Matemática, no campo da Geometria, mais especificamente relacionada ao desenvolvimento do pensamento geométrico. No momento de apresentação, os alunos estavam curiosos em relação à pesquisa e sobre como ela ocorreria.

Foi explicado que a pesquisa seria para a realização do trabalho de conclusão de curso (TCC). Foi dito que a participação de cada um era muito importante para que este trabalho alcançasse seu objetivo. Os alunos foram bem receptivos com o pesquisador.

Em seguida, foi entregue aos alunos a atividade do Nível 0 (visualização), contendo 10 questões (Anexo A), englobando conteúdos como formas, ampliação de figuras e eixo de simetria.

Foi pedido aos alunos que respondessem sem se preocupar com o resultado certo ou errado. Foi solicitado, também, que tentassem responder, evitando deixar questões em branco. Nesse dia, 25 alunos participaram da pesquisa.

Depois da aplicação da atividade, foi perguntado o que eles acharam das questões, se acharam difícil ou fácil. Todos acharam as questões fáceis.

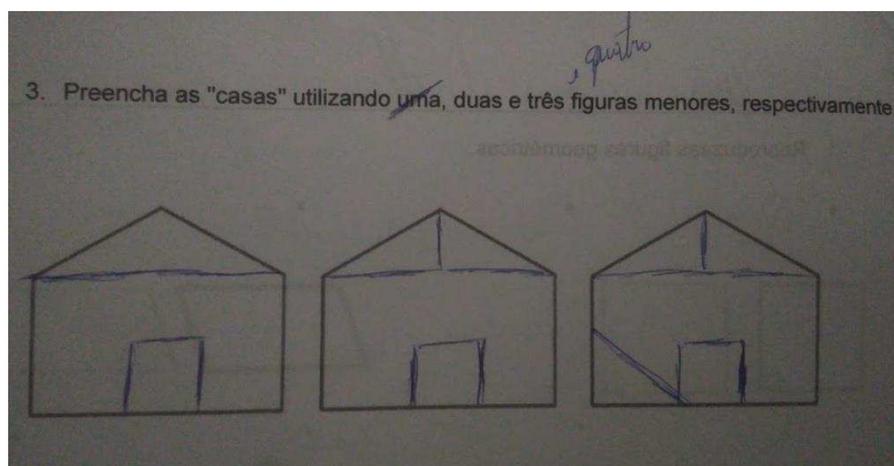
4.1.1 Análise dos dados referentes ao Nível 0

A questão de número 1, Anexo A, foi voltada para a reprodução de figuras. 18 alunos reproduziram as figuras exigidas de forma satisfatória, 7 alunos não tiveram êxito na reprodução dessas figuras.

A questão 2 pedia para os alunos identificarem e pintarem as figuras triangulares. A maioria dos alunos acertou essa questão sem apresentar muitas dúvidas. Foi notado que o erro principal dessa questão foi pintar as estrelas de 4 e 5 pontas.

A questão de número 3, embora apresentasse um erro de digitação, o qual foi corrigido na hora da aplicação, foi acertada pela maioria dos alunos. Os alunos 1 e 19 desenharam as portas das "casas", associando as figuras pentagonais com casas, conforme a figura abaixo:

Figura 1 - Questão 3 do Nível 0 pelo aluno 1



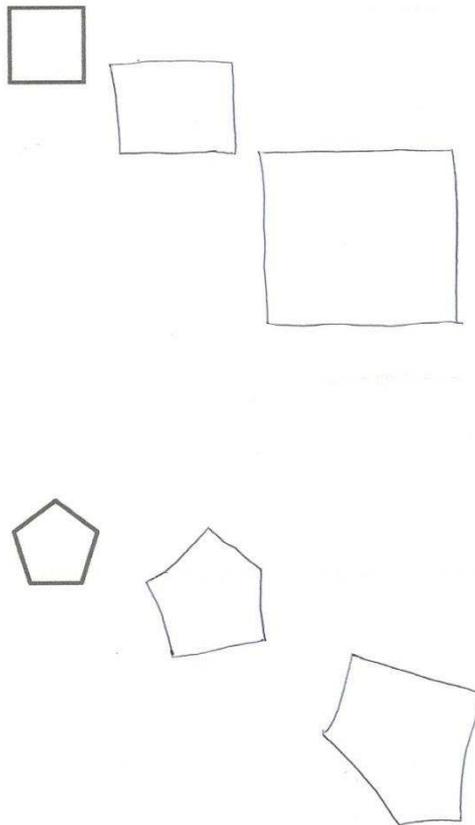
Fonte: Registro do pesquisador (2018)

A questão 4 solicitava dos alunos que ligassem as figuras aos seus respectivos nomes. O principal erro foi confundir o pentágono, o hexágono e o losango. Mesmo com a troca dos nomes ocorreram apenas 8 erros.

As questões 5, 6 e 7 pediam que os alunos assinalassem o(s) quadrado(s), o(s) retângulo(s), o(s) os paralelogramo(s), respectivamente. Dessas questões a única que teve mais acertos foi a questão 5, com 14 acertos. A questão 6 apresentou 5 acertos; 20 erros. A questão 7, 4 acertos; 21 erros.

A questão 8 pedia que os alunos construíssem ampliações das figuras geométricas. Os alunos em sua maioria não conseguiram reproduzir e ampliar o pentágono de forma satisfatória, como nas respostas abaixo.

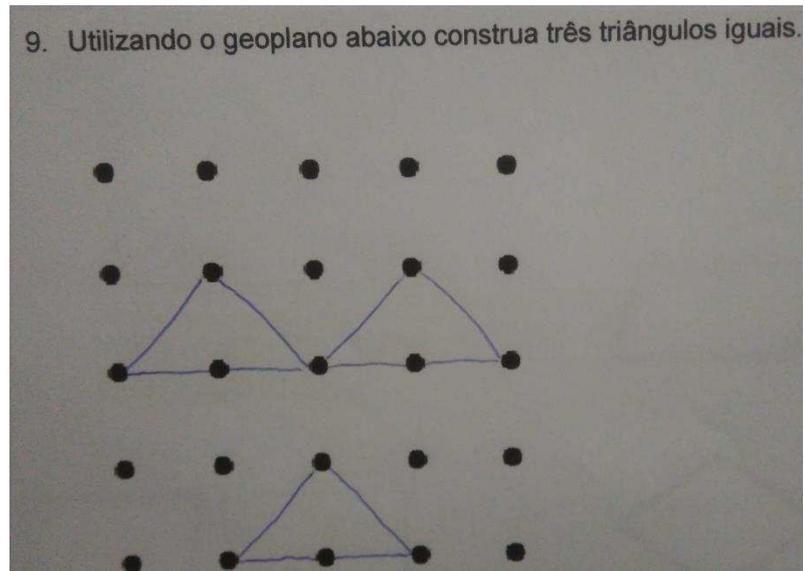
Figura 2: Questão 8 pelo aluno 3



Fonte: Registro do pesquisador (2018)

A questão com o maior percentual de acertos foi a questão do geoplano que solicitava que os alunos construíssem três triângulos iguais. Todos os alunos acertaram essa questão. Vale ressaltar que em dias anteriores da realização da pesquisa, o professor regente havia trabalhado o geoplano com os alunos. Acredita-se que isso contribuiu para o aumento do percentual de acerto.

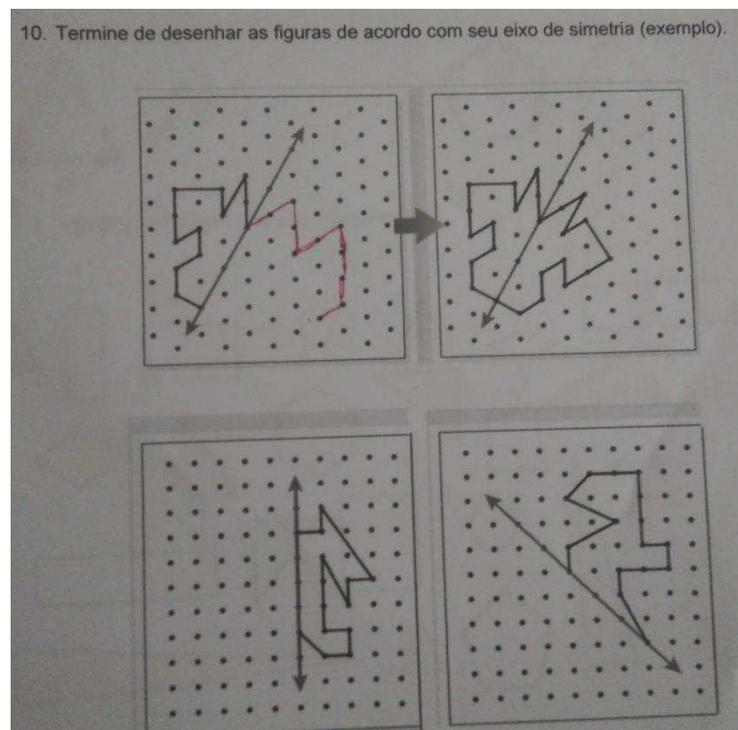
Figura 3 - Questão 9 pelo aluno 20



Fonte: Registro do pesquisador (2018)

A questão 10 não obteve nenhum acerto. Ela solicitava que os alunos terminassem de desenhar as figuras de acordo com seu eixo de simetria.

Figura 4 - Questão 10 pelo aluno 25



Fonte: Registro do pesquisador (2018)

Na atividade do Nível 0, a questão 9 teve o maior número de acertos, e a questão 10 o maior número de erros. No geral, o número de alunos que acertaram a maioria das questões foi alto. Embora 5 alunos tenham acertado apenas 3 questões e 1 aluno tenha acertado apenas 2 questões. Conclui-se que, os alunos não apresentaram conhecimento mínimo de eixo de simetria, enquanto que nas atividades de triângulo e geoplano o conhecimento dos alunos foi satisfatório.

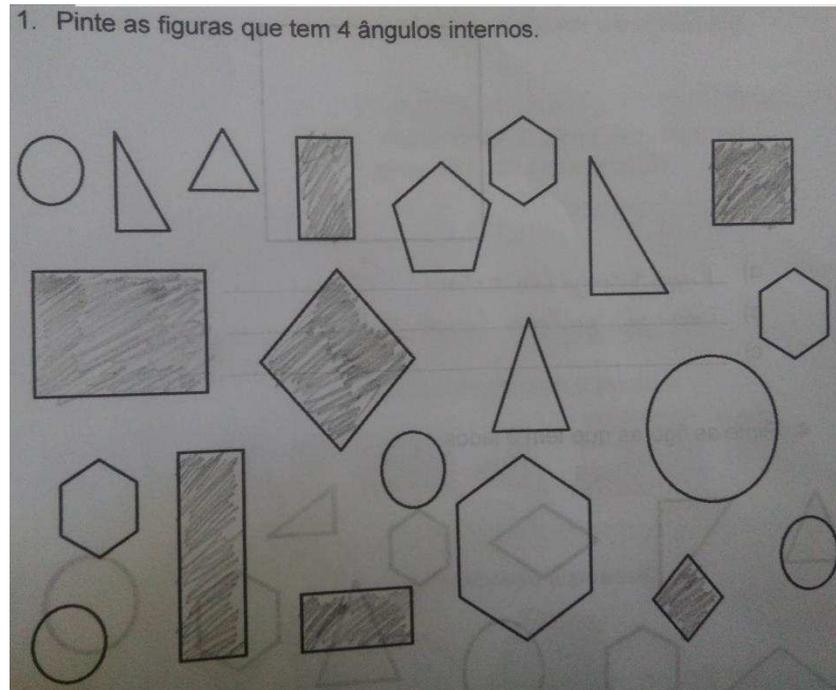
4.2 RESOLVENDO QUESTÕES VOLTADAS PARA O NÍVEL 1 DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO – 2ª ETAPA

Na segunda etapa da pesquisa, voltamos à sala de aula para solicitar aos alunos a resolução de mais uma atividade do Nível 1 do pensamento geométrico (Anexo B). Foi entregue aos alunos a atividade do Nível 1 (Análise), contendo 6 questões, as quais abordavam assuntos como descrição de propriedades do quadrado e do triângulo e classes de figuras. No segundo encontro compareceram 27 alunos.

Depois da aplicação da atividade foi perguntado o que eles acharam das questões. A atividade de número 2 foi considerada mais fácil pela maioria dos alunos.

4.2.1 Análise dos dados referentes ao Nível 1

Na questão 1, da atividade referente ao Nível 1, do desenvolvimento geométrico, o erro notado foi que os sujeitos da pesquisa esqueceram de colorir algumas figuras que possuem 4 ângulos, devido à falta de atenção pois as figuras tinham um tamanho menor que outras do mesmo formato.

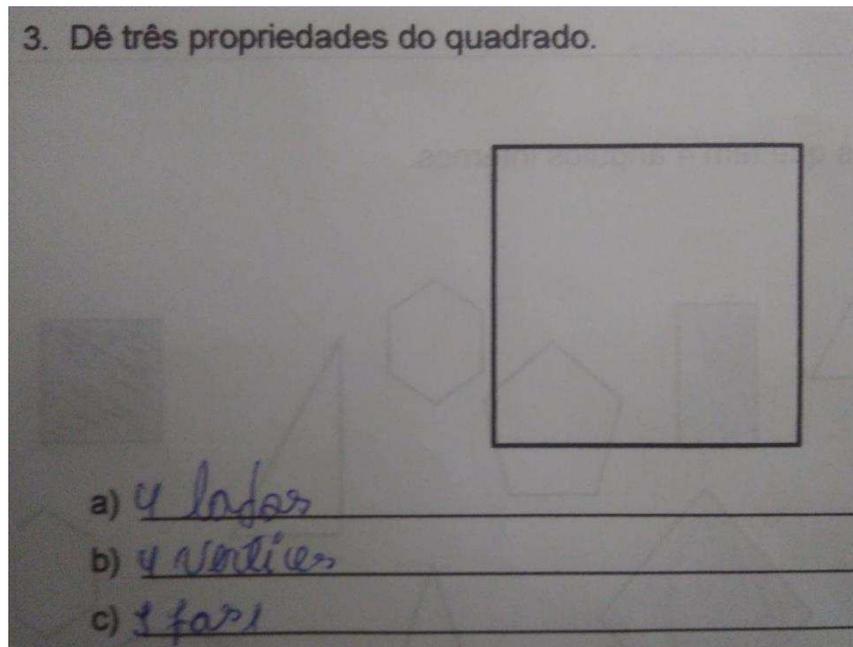
Figura 5 - Questão 1 do aluno 20

Fonte: Registro do pesquisador (2018)

Apenas o aluno 20 acertou a questão 2 da atividade referente ao Nível 1, os outros alunos confundiram as propriedades do retângulo com as propriedades do quadrado, ou mesmo não consideraram a propriedade do retângulo de apresentar diagonais de mesmo comprimento.

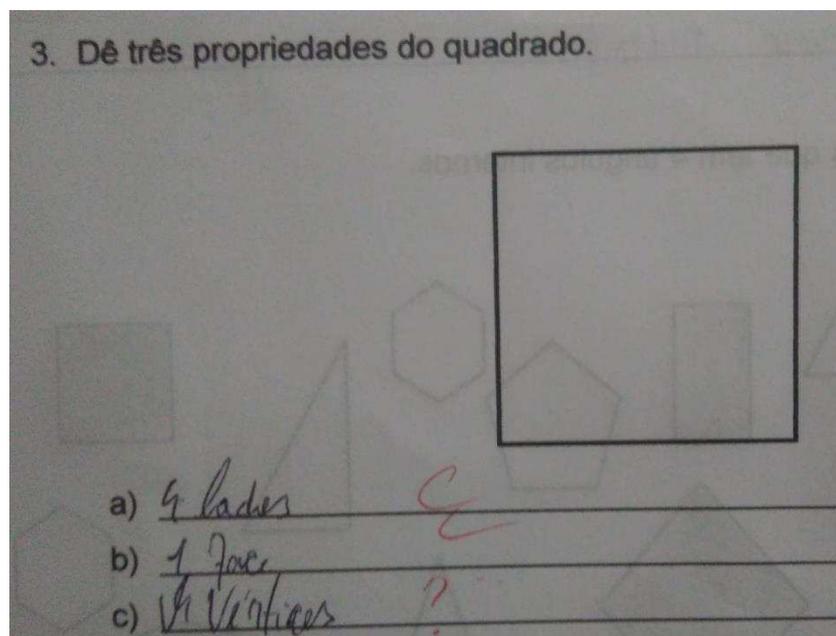
Na questão 3 da atividade referente ao Nível 1, que tem como enunciado "Dê três propriedades do quadrado", os alunos 4 e 9 confundiram a figura plana com as figuras em 3 dimensões e responderam como uma propriedade da figura "apresentar uma face". Como esses alunos apresentaram conhecimentos de figuras em 3 dimensões, nota-se que eles estavam no Nível 1 para essas figuras. A maioria dos alunos errou, omitindo as quantidades de lados, vértices e ângulos. Vejamos:

Figura 6 - Questão 3 pelo aluno 9



Fonte: Registro do pesquisador (2018)

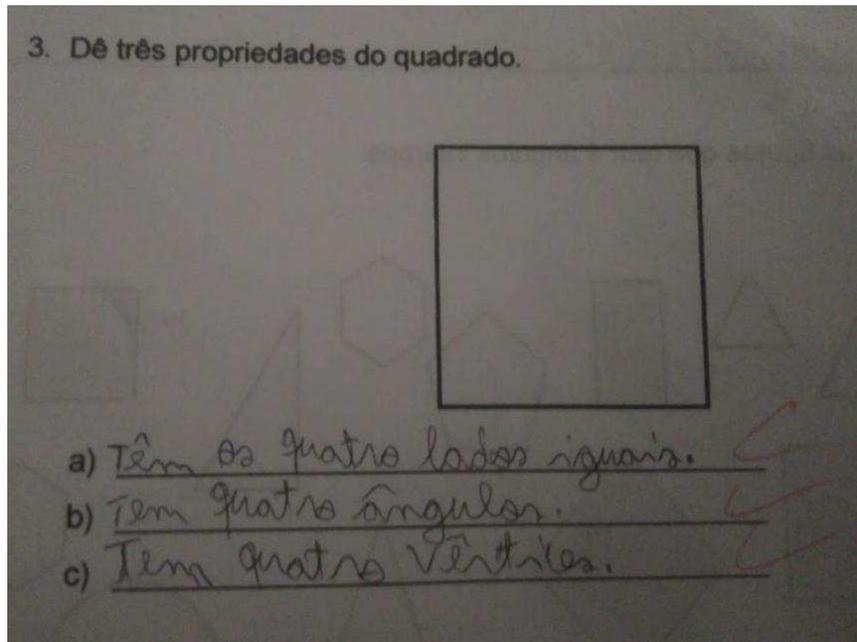
Figura 7 - Questão 3 pelo aluno 4



Fonte: Registro do pesquisador (2018)

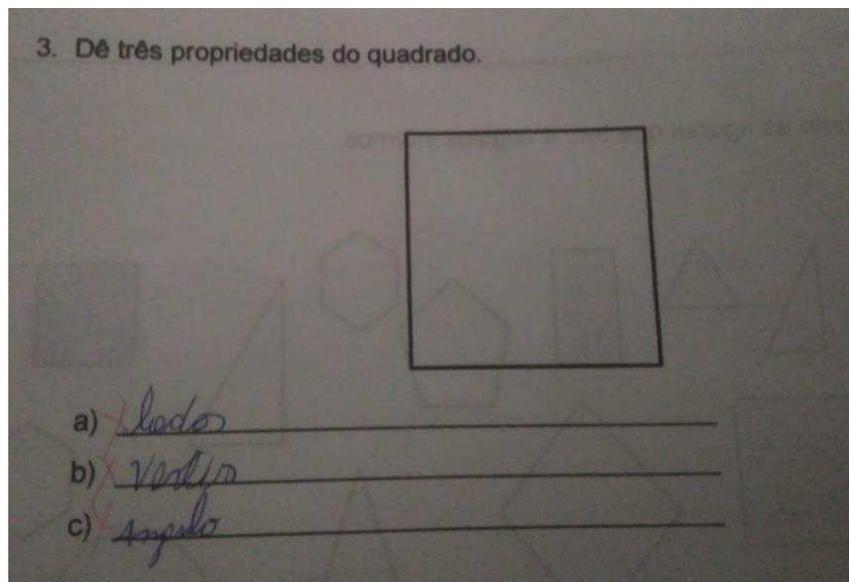
No geral, as respostas da questão 3 foram parecidas, sempre contando o número de lados, ângulos e vértices.

Figura 8 - Questão 3 do Nível 1 pelo aluno 4



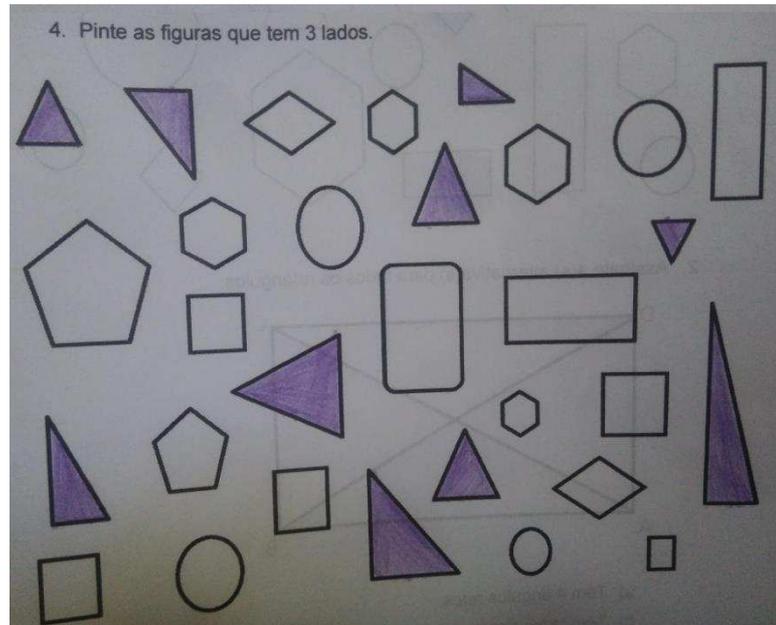
Fonte: Registro do pesquisador (2018)

Figura 9 - Questão 3 do Nível 1 pelo aluno 9



Fonte: Registro do pesquisador (2018)

Na questão 4, o erro notado foi não pintar algumas figuras de 3 lados. O erro relacionado a esse tipo de questão de colorir é sempre esquecer alguma figura.

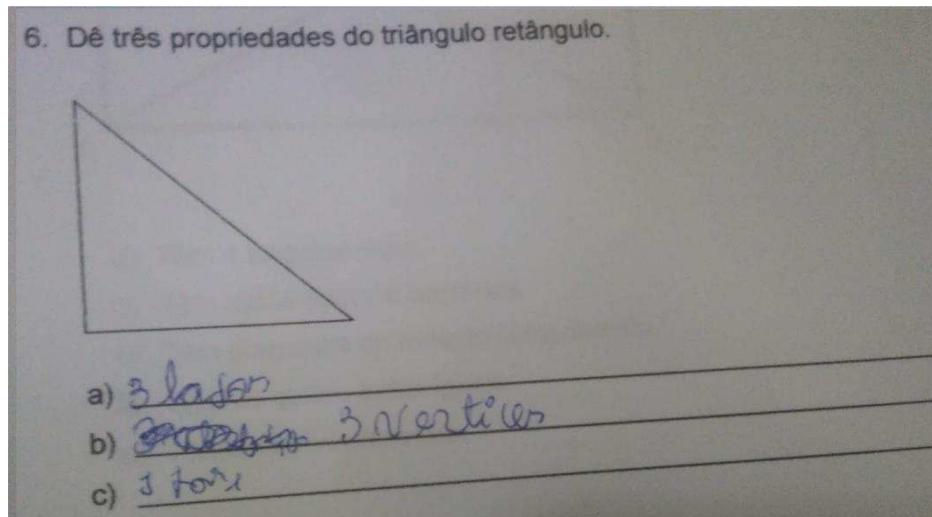
Figura 10 - Questão 4 pelo aluno 14

Fonte: Registro do pesquisador (2018)

Na questão 5 da atividade, que tem como enunciado "Propriedade misteriosa. (Identifique quais figuras do terceiro grupo possuem a propriedade misteriosa. Sabendo que todas do primeiro grupo possuem essa propriedade e nenhuma do segundo grupo possuem a propriedade)". Os alunos não conseguiram identificar a propriedade misteriosa. 4 alunos acertaram e 14 erraram e 7 alunos deixaram essa questão em branco.

A questão 6 é parecida com a 3, porém diz respeito ao conhecimento para o triângulo. Os mesmos alunos 4 e 9 responderam como propriedade "apresentar 1 face".

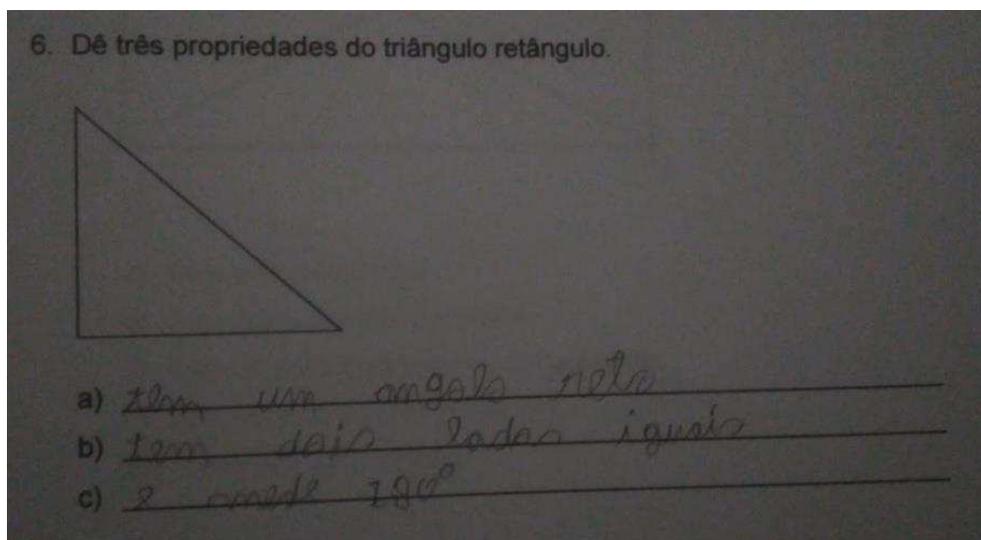
Figura 11 - Questão 6 pelo aluno 9



Fonte: Registro do pesquisador (2018).

O aluno 2 foi o único que associou a medida de 180° como sendo a soma dos ângulos internos do triângulo, porém não expôs a resposta satisfatoriamente.

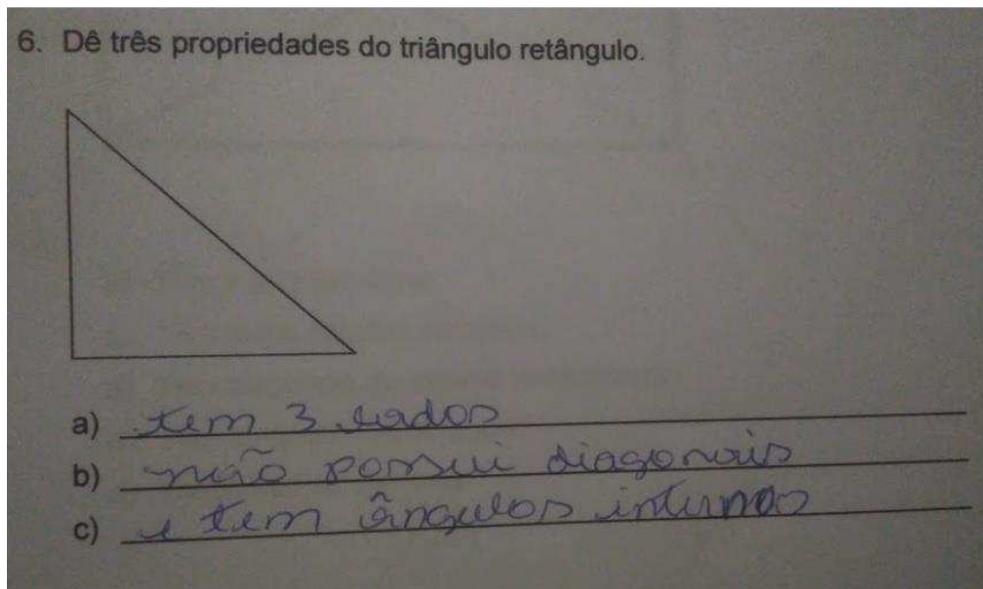
Figura 12 - Questão 6 do Nível 1 pelo aluno 2



Fonte: Registro do pesquisador (2018).

O aluno 26 foi o único que notou a propriedade dos triângulos, de não apresentarem diagonais. Isso mostra que o aluno apresenta conhecimento muito bom sobre diagonais.

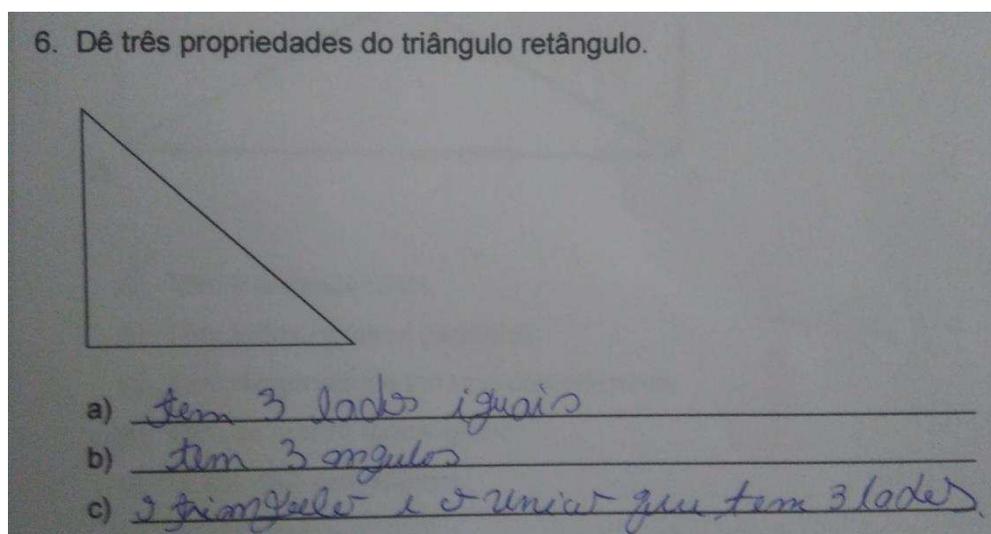
Figura 13 - Questão 6 do Nível 1 pelo aluno 26



Fonte: **Fonte:** Registro do pesquisador (2018).

O aluno 12 expôs que o triângulo é a única figura de 3 lados, mas equivocando-se ao dizer que são iguais.

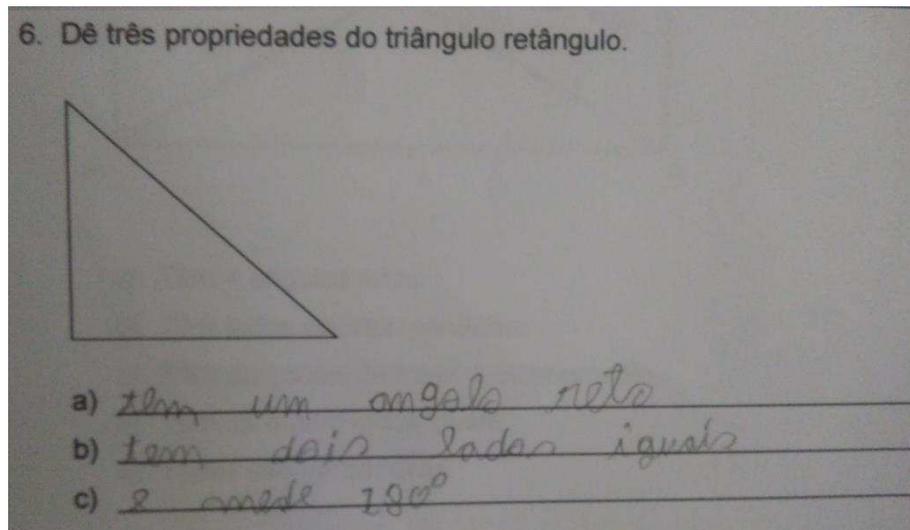
Figura 14 - Questão 6 pelo aluno 12



Fonte: **Fonte:** Registro do pesquisador (2018).

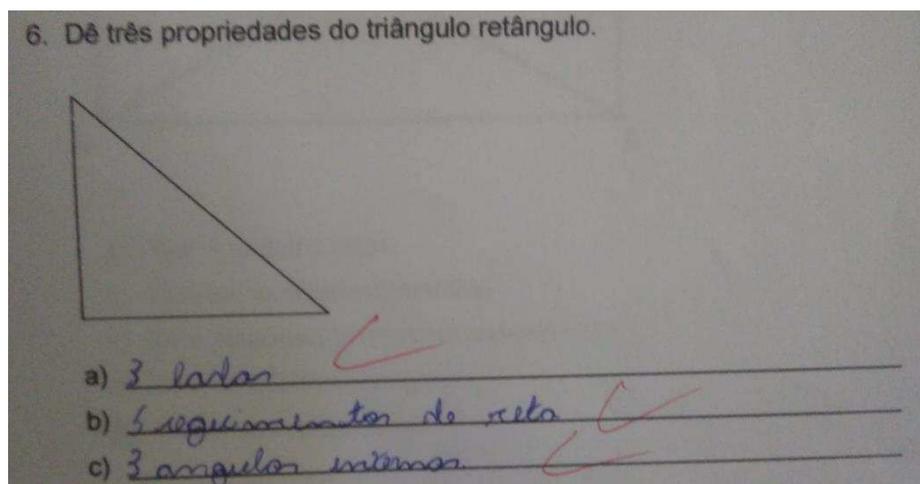
Os alunos 2 e 23 responderam que o triângulo retângulo tem 2 lados iguais e 3 lados iguais, respectivamente, o que não vale para todos os triângulos retângulos ou até mesmo para nenhum triângulo retângulo, como é o caso de ter 3 lados iguais, mostrando que o aluno 2 não sabe a diferença entre triângulo retângulo e triângulo equilátero.

Figura 15 - Questão 6 pelo aluno 2



Fonte: Registro do pesquisador (2018).

Figura 16 - Questão 6 pelo aluno 23



Fonte: Registro do pesquisador (2018).

Vale enfatizar que esses alunos têm conhecimento de triângulos equivalentes ao Nível 1 e conhecem as propriedades dos triângulos.

4.3 RESOLVENDO QUESTÕES VOLTADAS PARA O NÍVEL 2 DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO – 3ª ETAPA

Na terceira etapa da pesquisa, voltamos à sala de aula para solicitar aos alunos a resolução de mais uma atividade, dessa vez do Nível 2 do pensamento

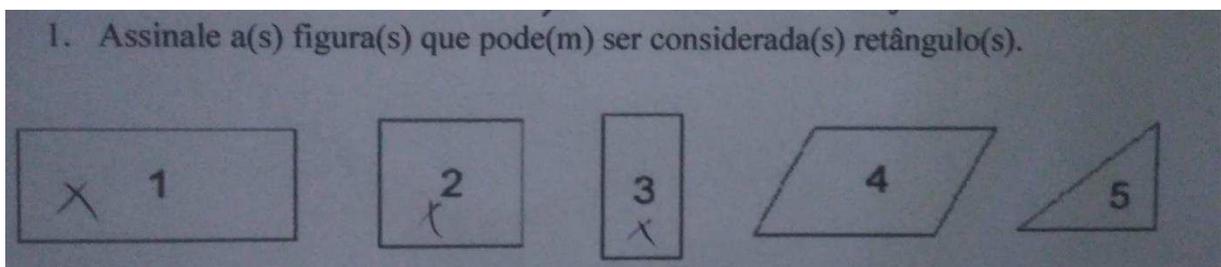
geométrico (Anexo C). Foi entregue aos alunos a atividade do Nível 2 (Dedução informal), contendo 4 questões que tinham como foco as relações entre as figuras e as relações entre as propriedades das figuras. No terceiro encontro compareceram 27 alunos.

Depois da aplicação de cada atividade foi perguntado o que eles acharam das questões, se acharam difícil ou fácil. A terceira atividade foi considerada difícil pela maioria, o que confirmou-se com o número de acertos das questões que foram baixos.

4.3.1 Análise dos dados referentes ao Nível 2

Na questão número 1, do Nível 2, apenas 3 alunos acertaram; 24 erraram. A maioria dos erros foi a inclusão da figura 4 (paralelogramo) e a exclusão da figura 2 (quadrado) mostrando que os alunos não diferenciam os polígonos pelos suas propriedades e sim pela sua aparência.

Figura 17 - Questão 1, Nível 2, pelo aluno 19



Fonte: Registro do pesquisador (2018).

A questão 2, do Nível 2, teve um número maior de acertos em relação à primeira; 5 acertos e 22 erros. Por ser uma questão objetiva, o número de acertos deveria ser maior. Porém, a quantidade de respostas certas foi muito baixa, deixando claro que os alunos não entendem as propriedades do quadrado e do retângulo. Nota-se, então, que esses alunos não estão no Nível 2 para quadrado e retângulo.

Figura 18 - Questão 2 pelo aluno 4

2. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:
- a) Qualquer propriedade dos quadrados também é válida para os retângulos.
 - b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
 - c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
 - d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
 - e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Fonte: Registro do pesquisador (2018).

A questão 3 da atividade, voltada para o Nível 2, pedia que os alunos completassem as sentenças. 24 alunos acertaram essa questão, foi a questão do Nível 2 com maior número de acertos.

A questão 4 da atividade voltada para o Nível 2, apenas os alunos 17 e 26 acertaram as quatro alternativas.

No geral, o número de questões certas é baixo para o Nível 2. Com isso, nota-se que os alunos ainda não atingiram o Nível 2 por completo. Durante as respostas fornecidas pelos alunos pesquisados, foi averiguado que as questões com maior número de erros foram, na primeira atividade, a questão 10 (simetria); na segunda atividade, a questão 2 (propriedades dos retângulos); na terceira atividade, a questão 4 (classificação das sentenças em verdadeira ou falsa). Abaixo, a descrição de uma tabela do número de acertos e erros para cada questão.

Tabela 2 - Número de acertos e erros por questão

Alunos	Nível 0		Nível 1		Nível 2	
	Acertos	Erros	Acertos	Erros	Acertos	Erros
1	7	3	5	1	2	2
2	6	4	2	4	1	3
3	6	4	4	2	1	3
4	6	4	3	3	2	2
5	5	5	3	3	1	3
6	5	5	2	4	1	3
7	5	5	3	3	1	3
8	3	7	3	3	1	3
9	3	7	4	2	2	2
10	3	7	3	3	2	2

11	4	6	-	-	-	-
12	2	8	2	4	1	3
13	4	6	2	4	1	3
14	3	7	1	5	0	4
15	4	6	1	5	1	3
16	4	6	1	5	1	3
17	6	4	4	2	2	2
18	8	2	2	4	1	3
19	6	4	4	2	2	2
20	5	5	3	3	0	4
21	3	7	1	5	1	3
22	6	4	3	3	1	3
23	6	4	5	1	2	2
24	5	5	4	2	1	3
25	4	6	0	6	3	1
26	-	-	3	3	2	2
27	-	-	4	2	1	3
28	-	-	3	3	0	4

Fonte: Acervo do pesquisador (2018).

A tabela ajuda a perceber a quantidade de acertos e erros, mas é apenas uma ferramenta complementar para que seja capaz de analisar cada atividade por aluno, pois cada uma apresentou seu repertório de conhecimentos geométricos e ele podem estar em Níveis diferentes do Modelo do Pensamento Geométrico de Van Hiele.

4.4 ATIVIDADE MANIPULÁVEL UTILIZANDO O TANGRAM – 4ª ETAPA

A proposta do quarto e último encontro foi trabalhar as formas geométricas e algumas construções, utilizando o Tangram (Quebra cabeça chinês, composto por 7 peças as quais são 2 triângulos grandes, 1 triângulo médio, 2 triângulo pequenos, 1 quadrado e um paralelogramo). Anexo D.

O Tangram foi introduzido para os alunos, por meio de uma apresentação inicial, foi exposta a lenda do Tangram. Depois da apresentação inicial, o Tangram foi construído pelos próprios alunos, utilizando papel e tesoura, por meio de dobraduras.

Após a construção do Tangram, os estudantes tiveram um momento de exploração e manipulação livre, no qual foram construídos, espontaneamente, diversas figuras, entre elas, cachorros, gatos e casas.

Em uma etapa intermediária os estudantes construíram três figuras médias do Tangram (triângulo médio, quadrado e paralelogramo) utilizando os dois triângulos pequenos. Posteriormente, montaram formas predefinidas utilizando o Tangram. Nessa atividade os alunos não tiveram dúvidas e completaram as figuras sem maiores problemas. Por último, os alunos foram desafiados a preencher formas utilizando todas as 7 peças do Tangram. Todos os alunos falaram que foi seu primeiro contato com o Tangram, apesar de costumarem estudar Geometria em sala de aula.

As atividades foram bem aceitas pelos alunos, que acharam os desafios propostos difíceis, mas conseguiram realizar os desafios depois de algumas tentativas. A atividade 4 visava trabalhar os Níveis 0 e 1, pois foi necessário consolidar conhecimentos.

Entre as principais dificuldades que foram notadas, estão a dificuldade na montagem de algumas figuras e na manipulação e visão espacial dos alunos.

A realização da atividade com tangram possibilitou ao pesquisador, entender a dificuldade dos alunos em relação a manipulação do material que não era conhecido pelos alunos. Na atividade voltada para o Tangram o docente teve que se retirar da sala.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho, intitulado Desenvolvimento do Pensamento Geométrico no Ensino Fundamental: uma investigação com atividades aplicadas a partir dos Níveis de Van Hiele, foi realizado com 28 alunos do 8º do Ensino Fundamental em uma escola municipal na cidade de Patos, Paraíba.

O desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre gradativamente à medida que o estudante tem contato com o estudo da Geometria. Logo, esta deve ser lecionada desde a Educação Infantil, embora saibamos que, para isso aconteça, é necessário que haja mudanças de concepções sobre a importância de ensinar e aprender Geometria, entendendo que esse trabalho é feito diariamente por meio de atividades planejadas e por meio da exploração de materiais didáticos.

Diante disso, o estudo em questão foi guiado pela seguinte problemática: *Como um conjunto de atividades, idealizadas a partir do modelo de Van Hiele, contribui para compreensão do pensamento geométrico de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental?*

O conjunto de atividades aplicadas contribuiu para entender o Nível dos alunos em relação ao pensamento geométrico dos alunos sujeitos da pesquisa, diagnosticando seus conhecimentos na área da Geometria.

De acordo com as observações nos momentos da pesquisa e dados coletados constatou-se que os alunos apresentaram algumas dificuldades, como, por exemplo, o entendimento incorreto de algumas questões. Na questão da propriedade misteriosa, por exemplo, alguns alunos não entenderam o enunciado da questão, respondendo de forma equivocada ou mesmo deixando essa questão em branco.

Constatou-se também a falta de conhecimentos exigidos em outras questões como, por exemplo, descrever as propriedades do quadrado e do triângulo. Todos os alunos apresentou muita dificuldade na questão referente a eixo de simetria (confirmado pelo número de erros em que todos os alunos terem errado).

Assim, evidencia-se que o conjunto de atividades aplicadas sinalizou que os alunos precisam trabalhar mais com os conteúdos geométricos, a fim de que seu aprendizado de fato se consolide. É por meio de atividades dessas natureza que é possível saber que caminho seguir para que novas aprendizagens sejam geradas e

novas práticas de ensino de Geometrias sejam operacionalizadas, pois elas evidenciam, avisam e provam o que os alunos sabem ou não sabem.

O primeiro objetivo específico foi analisar a compreensão dos alunos, sujeitos da pesquisa, no conjunto de atividades propostas para cada Nível de desenvolvimento do pensamento geométrico. Pelas respostas apresentadas, é possível notar que os alunos ainda respondem questões de forma visual, não entendendo realmente as propriedades de algumas figuras e suas relações. Ao analisar algumas respostas pode-se especular que os alunos estão em uma transição entre os Níveis 0 e 1, ressaltando que, é preciso um estudo com mais atividades dessa natureza para poder ter uma conclusão mais assertiva.

Identificar os equívocos apresentados pelos alunos ao responderem as atividades de Geometria, idealizadas a partir do modelo de Van Hiele, foi o último objetivo específico. Foram identificados muitos equívocos, sobretudo em relação à nomenclatura de algumas figuras, especificamente a troca dos nomes do pentágono e hexágono como também na identificação de paralelogramos. A falta de atenção e respostas imediatas sem haver uma reflexão, a falta de domínio de outros conteúdos a exemplo das propriedades do retângulo, contribuíram para o erro de alguns alunos. Na atividade do Nível 1, a principal dificuldade dos alunos foi em relação às propriedades dos retângulos, principalmente confundindo com a propriedade do quadrado de possuir os quatro lados iguais.

Portanto, por inferência, entende-se que as dificuldades com a aprendizagem em Geometria já vem de muito antes. Então, faz-se necessário repensar as práticas tradicionais. O professor tem grande influência no ensino; é ele que traz as propostas para a sala de aula. Lembrando que o conhecimento é construído juntamente com os alunos no processo de interação. Tanto os alunos quanto o professor, contribuem para uma aprendizagem mútua do conhecimento geométricos, mais precisamente para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos sujeitos aprendizes.

Nesta pesquisa, encontram-se dados que nos inquietam enquanto pesquisadores a continuar com o trabalho acerca do pensamento geométrico, buscando alcançar aprendizagem significativa por meio de exploração de materiais didáticos, oferecendo meios que proporcionem a aprendizagem dos conteúdos. Além disso, as atividades devem respeitar as fases de aprendizagem e as propriedades do modelo dos Van Hiele.

Assim, este estudo contribuiu para ampliar nossos conhecimentos sobre o pensamento geométrico no Ensino Fundamental, como também para entendermos melhor como vem acontecendo os processos de ensino e da aprendizagem da Geometria em uma determinada realidade.

Finalizando, esta pesquisa aponta sugestões de outros temas que podem ser investigados: De que modo o Tangram pode ser utilizado para trabalhar os três primeiros Níveis de Van Hiele? Qual a contribuição da teoria dos Van Hiele para a formação dos professores de Matemática?

REFERÊNCIAS

ABRANTES, Paulo. **Investigações em Geometria na Sala de Aula**. 1999. DispoNível em: <http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/cursos/curso3/Artigos/Artigos_arquivos/p_153-167.pdf>. Acesso em: 23 mai. 2018.

ALMOULOUD, Saddo; MANRIQUE, Ana Lucia; SILVA, Maria José Ferreira da; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. A Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, v, 1 n. 27, 2004, p. 94-108. DispoNível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf>> Acesso em: 23 maio. 2018.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. **Secretaria de Educação Fundamental Brasília**, 1998.

CRISTOVÃO, Eliane Matesco. Pelos Caminhos de uma nova experiência no ensino de Geometria. In: FIORENTINE, Dario; MIORIM, Maria Ângela: **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas, SP: Editora Graf. FE/ Unicamp – Cempem, 2001. p. 45-82.

COSTA JÚNIOR, José Roberto; SILVA, João Batista Rodrigues da. A Geometria pela ótica da teoria de van Hiele: Uma análise do Nível de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de alunos de um curso de licenciatura em Matemática. In: Anais o VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática – EPBEM. 2014, Campina Grande, 2014. DispoNível em: <http://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/Modalidade_1datahora_14_10_2014_23_21_33_idinscrito_184_635ff0775077c6f65c4dd6dcd8ca2cbc.pdf>. Acesso em: 23 maio. 2018.

DANA, Márcia E. Geometria – um enriquecimento para a escola elementar. In: LINDQUIST, Mary Montgomery, SHULTE, Alberto P. (org): **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Trad. De Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. P. 141-155.

FALZETTA, Ricardo. Medições, cálculos e legumes. **Revista Nova Escola**, nº 144, agosto. Abril. São Paulo, 2001. p. 33-55.

FALZETTA, Ricardo, A matemática pulsa no dia-a-dia. **Revista Nova Escola**, nº 150, março. Abril. São Paulo, 2002. p. 18-24.

FRANZONI, Giovana Gabriela; PANOSSIAN, Maria Lucia. **O laboratório de matemática como espaço de aprendizagem**. São Paulo (SP), p.113-145, 1999.

GIL, Antônio. Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2004.

GODOY, Arilda Schmidt. **Pesquisa qualitativa tipos fundamentais**. 1995. Disponível em: <<http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rae/article/download/38200/36944>>. Acesso em: 23 maio. 2015.

GRANDO, Regina Célia; NACARATO, Adair Mendes; GONÇALVES, Luci Mara Gotardo. **Compartilhando saberes em Geometria**: Investigando e aprendendo com nossos alunos. Cad. Cedes, Campinas, v, 28, n. 74, p. 39-56. Disponível em: <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: 23 maio. 2018.

GUNTHER, H. Pesquisa Qualitativa versus Pesquisa Quantitativa: esta é a questão? **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 22, n. 2, p.201-210.

HAMAZAKI, Adriana Clara. O ensino da Geometria sob a ótica dos Van Hiele. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

LANKSHEAR, C; KNOBEL, M. **Pesquisa Pedagógica**: do projeto à implementação. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1996. Tradução: Hygino H. Domingues.

LORENZATO, Sergio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas Sp: Autores Associados Ltda, 2006.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, v. 4, n, 1 p. 3-13, 2006.

NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas na transição dos ensinos fundamental e médio para o ensino superior. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Curitiba, 2013. Disponível em:

<http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/1117_579_ID.pdf>. Acesso em: 15 out. 2018.

PAVANELLO, Regina Maria. **Por que ensinar/aprender Geometria?** Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr21-Regina.doc>. Acesso em: 20 out. 2018.

SANTOS, Marcele da Silva; SANT`ANNA, Neide da Fonseca Parracho. **O ensino de Geometria e a teoria de Van Hiele:** Uma abordagem através do laboratório de ensino de Matemática no 8º ano da educação básica. Disponível em: <http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2_marcele_santos.pdf>. Acesso em: 20 out. 2018.

SCHIRLO, Ana Cristina; SILVA, Sani de Carvalho Rutz da. **Reflexões acerca das tendências metodológicas no ensino da Geometria: Auxiliando a formação de professores.** In VII Encontro Nacional de Pesquisas em Educação em Ciências. Florianópolis, 2008. Disponível em: <<http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/viienpec/pdfs/1005.pdf> >. Acesso em: 20 out. 2018.

SILVA, Marcelo Santos; SOUZA, Denize da Silva; SANTOS, Valdecí Josefa de Jesus. **Tendências Didático-Pedagógicas para o ensino de Geometria reveladas nos anais dos educon's (2007-2012).** In: Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas - Rio Grande do Sul, 2013.

WALLE, John Avan de. **V217m Van de Walle, John A. Matemática no ensino fundamental [recurso eletrônico] : formação de professores em sala de aula.** 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução Paulo Henrique Colonese.

ANEXO A: ATIVIDADE NÍVEL 0 (VISUALIZAÇÃO)¹

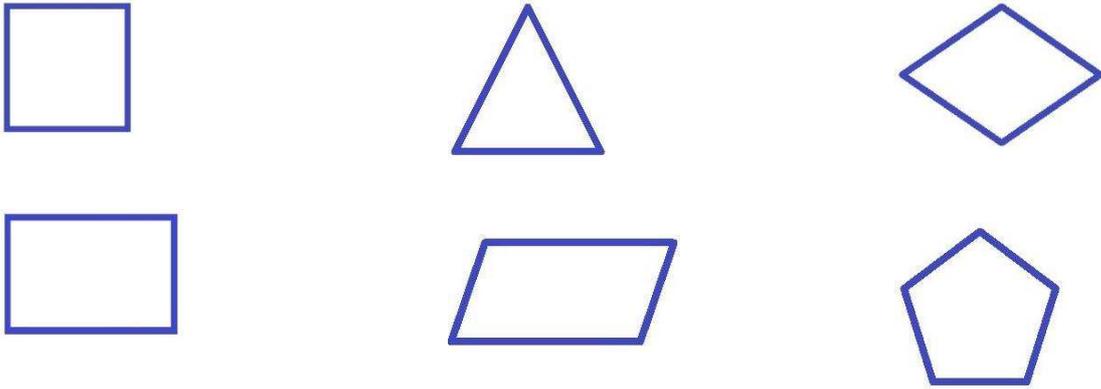
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS- CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC**

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA

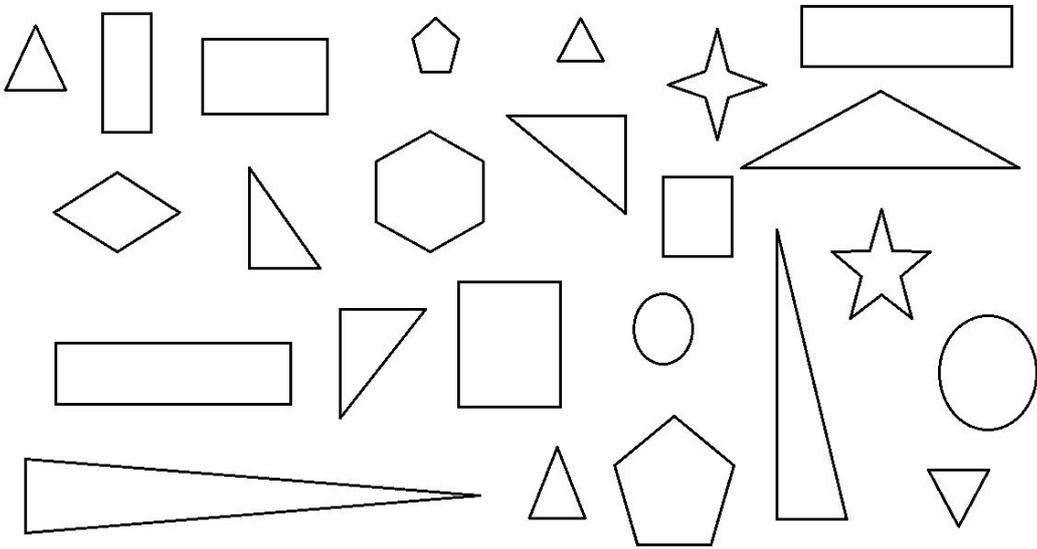
ORIENTANDO: FRANCISCO MATHEUS BARROS PONTES WANDERLEY

1. Reproduza as figuras geométricas.

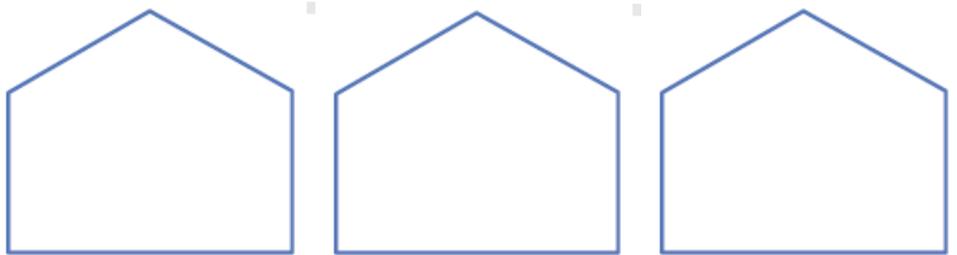
¹ Atividades retiradas e adaptadas, para aplicação na pesquisa, de Costa Junior (2014), Van de Walle (2009), Lindquist (1996).



2. Identifique e pinte as figuras triangulares.



3. Preencha as "casas" utilizando duas, três e quatro figuras menores, respectivamente.



4. Ligue as figuras aos seus respectivos nomes.



Pentágono



Triângulo



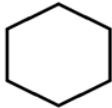
Hexágono



Losango

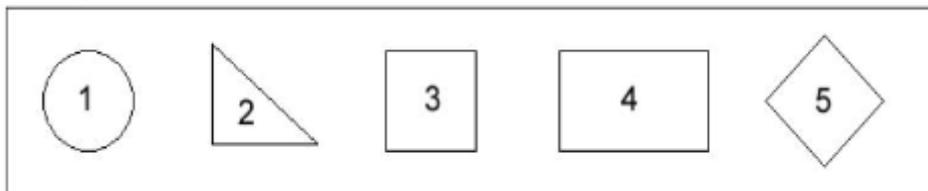


Retângulo

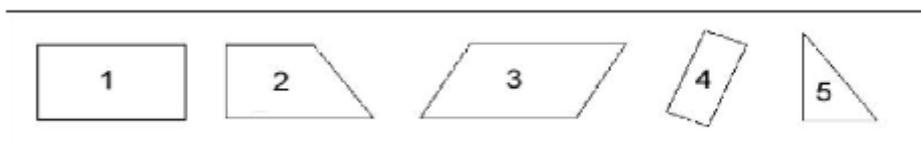


Quadrado

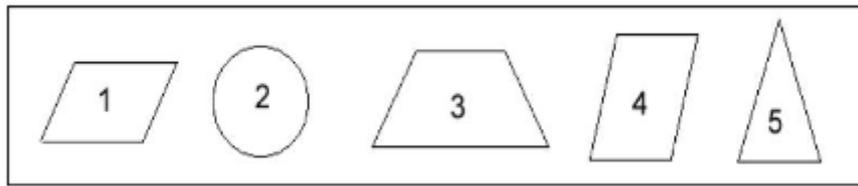
5. Assinale o(s) quadrado(s).



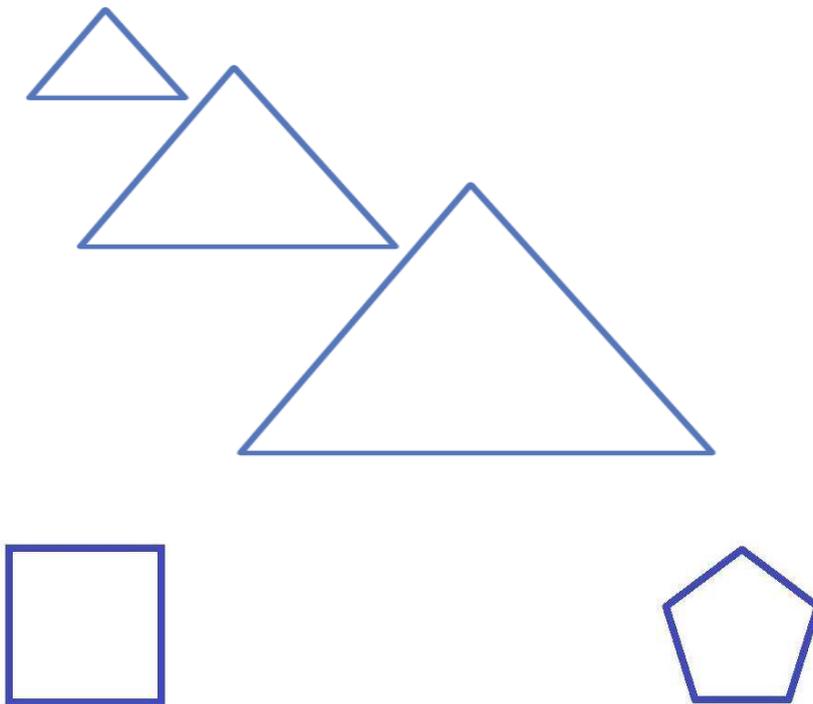
6. Assinale o(s) retângulo(s).



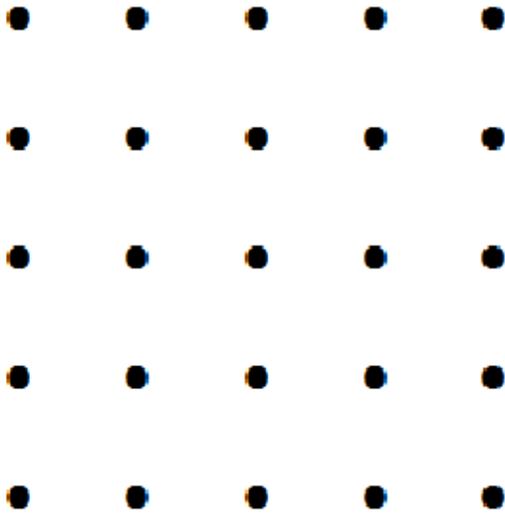
7. Assinale o(s) paralelogramo(s).



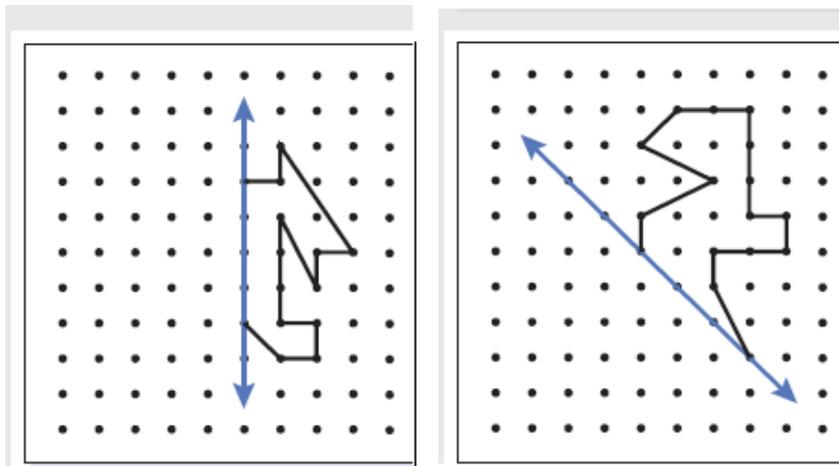
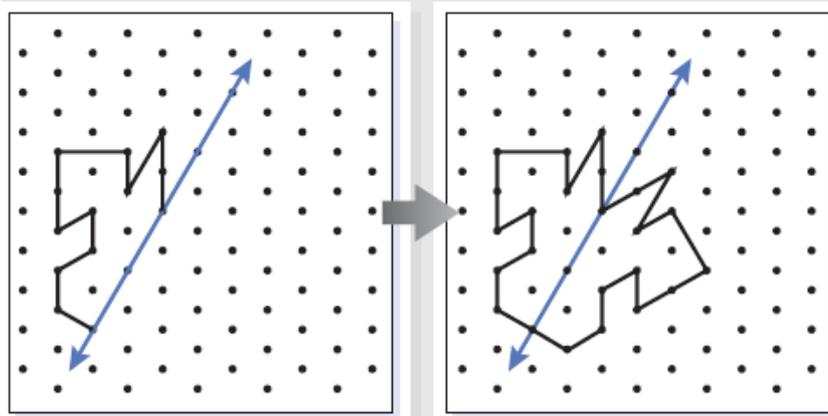
8. Construa ampliações das figuras geométricas como no exemplo abaixo.



9. Utilizando o geoplano abaixo construa três triângulos iguais.



10. Termine de desenhar as figuras de acordo com seu eixo de simetria (exemplo).



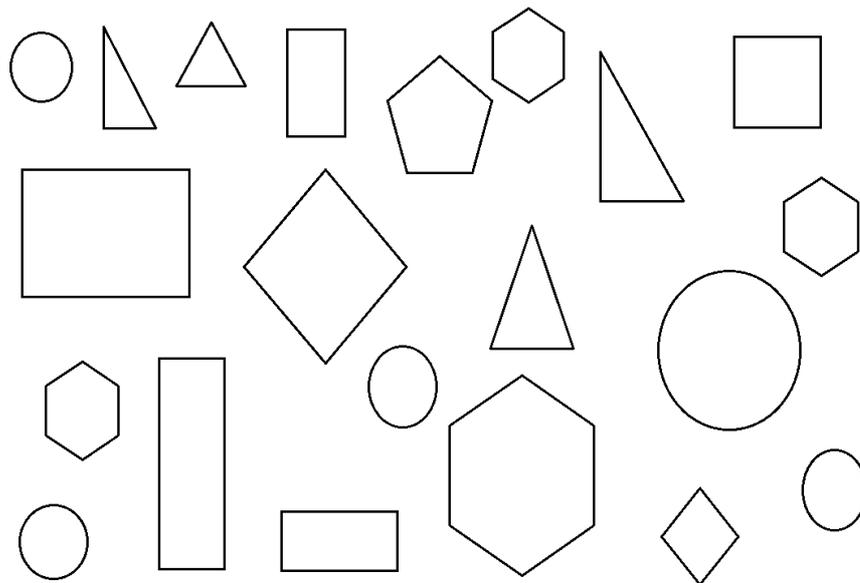
ANEXO B: ATIVIDADE NÍVEL 1 (ANÁLISE)²

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS- CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC**

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA

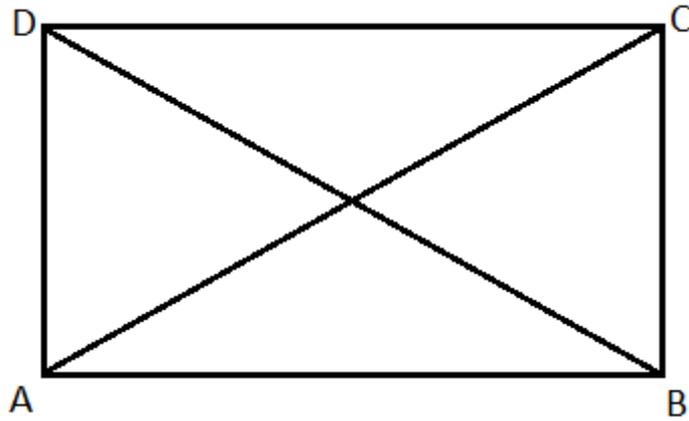
ORIENTANDO: FRANCISCO MATHEUS BARROS PONTES WANDERLEY

1. Pinte as figuras que tem 4 ângulos internos.

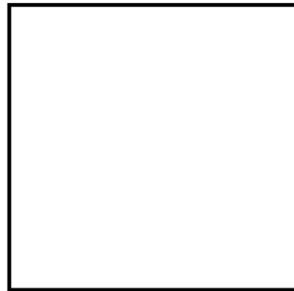


2. Assinale a(s) alternativa(s) para todos os retângulos:

² Atividades retiradas e adaptadas de Costa Junior (2014), Van de Walle (2009), Lindquist (1996).

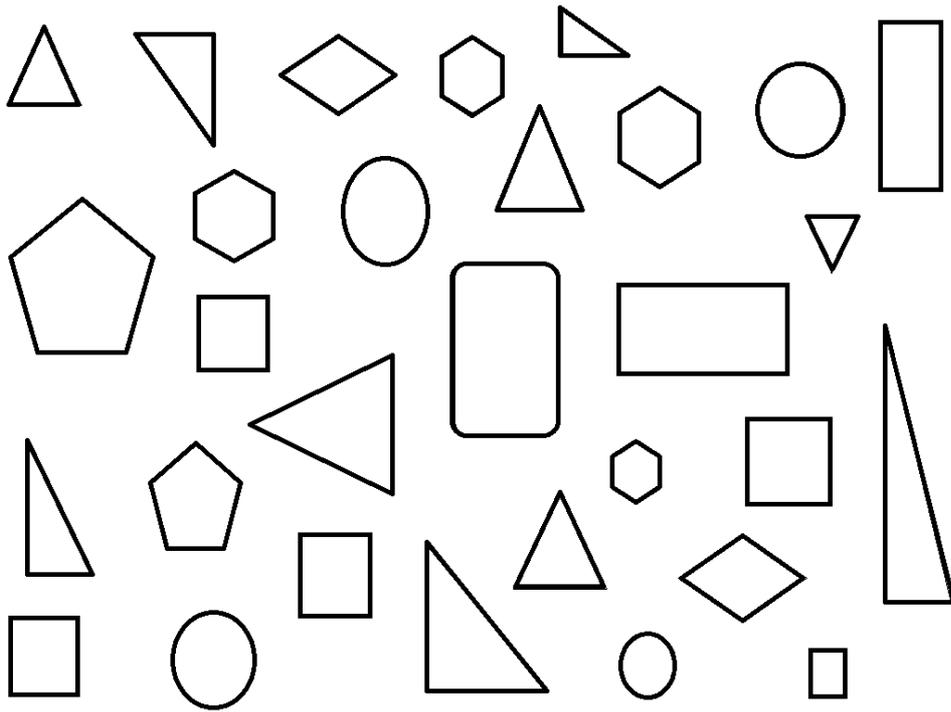


- a) Têm 4 ângulos retos.
 - b) Têm lados opostos paralelos.
 - c) Têm diagonais do mesmo comprimento.
 - d) Têm os quatro lados iguais.
 - e) Todas são verdadeiras.
3. Dê três propriedades do quadrado.



- a) _____
- b) _____
- c) _____

4. Pinte as figuras que tem 3 lados.



5. Propriedade misteriosa. (Identifique quais figuras do terceiro grupo possuem a propriedade misteriosa, sabendo que todas do primeiro grupo possuem essa propriedade e nenhuma do segundo grupo possuem a propriedade)

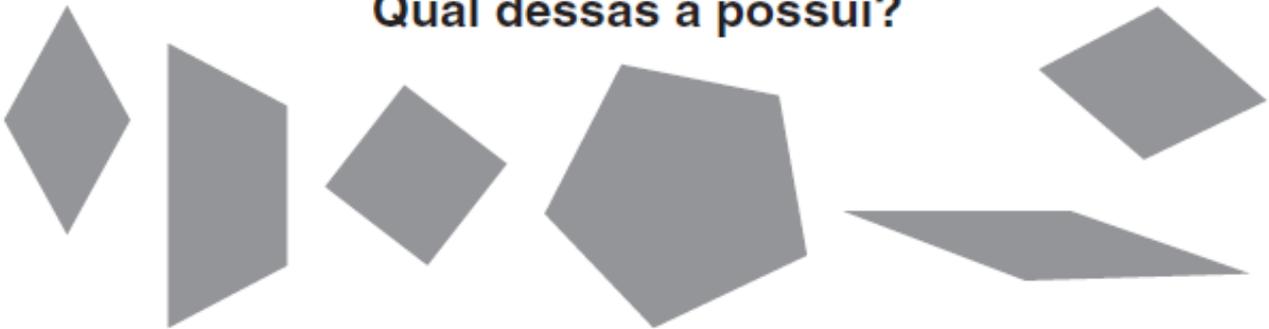
Todas essas figuras possuem alguma propriedade em comum.



Nenhuma destas a possui.

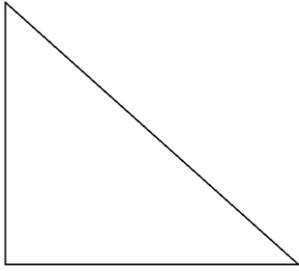


Qual dessas a possui?



Qual é a propriedade misteriosa?

6. Dê três propriedades do triângulo retângulo.



a) _____

b) _____

c) _____

ANEXO C: ATIVIDADE NÍVEL 2 (DEDUÇÃO INFORMAL)³



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS- CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC**

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA

ORIENTANDO: FRANCISCO MATHEUS BARROS PONTES WANDERLEY

1. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulo(s).



2. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

- a) Qualquer propriedade dos quadrados também é válida para os retângulos.
- b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
- c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
- d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
- e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

3. Complete as sentenças. (Quadrado, Losango, Retângulos, Paralelogramos).

- a) Se isso é um _____, então ele é um _____.
- b) Todos os _____ são _____.
- c) Alguns _____ são _____.

4. Assinale (V) para as sentenças verdadeiras e (F) para as sentenças falsas.

- a) () Se isso tem exatamente duas linhas de simetria, ele deve ser um quadrilátero.

³ Atividades retiradas e adaptadas de Costa Junior (2014), Van de Walle (2009), Lindquist (1996).

- b) () Todos os triângulos são quadriláteros.
- c) () Todos os quadrados são retângulos.
- d) () Todos triângulos retângulos possuem dois ângulos de 90° .



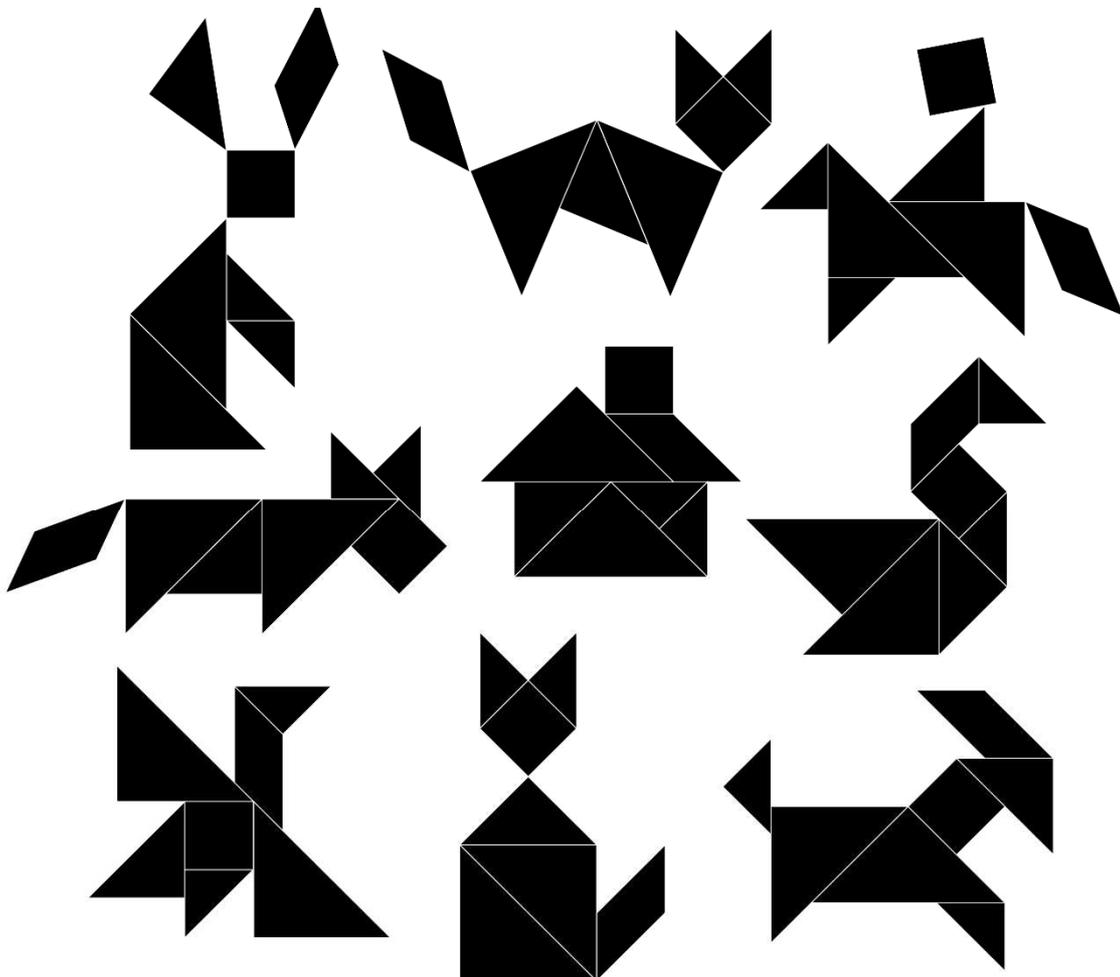
ANEXO D: ATIVIDADE MANIPULÁVEL - TANGRAM⁴

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS- CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA

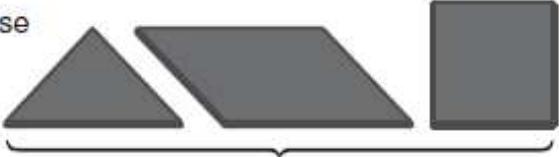
ORIENTANDO: FRANCISCO MATHEUS BARROS PONTES WANDERLEY

- Recrie as imagens a partir do uso do Tangram.



- Com os dois triângulos construa um quadrado, um triângulo maior e um paralelogramo.

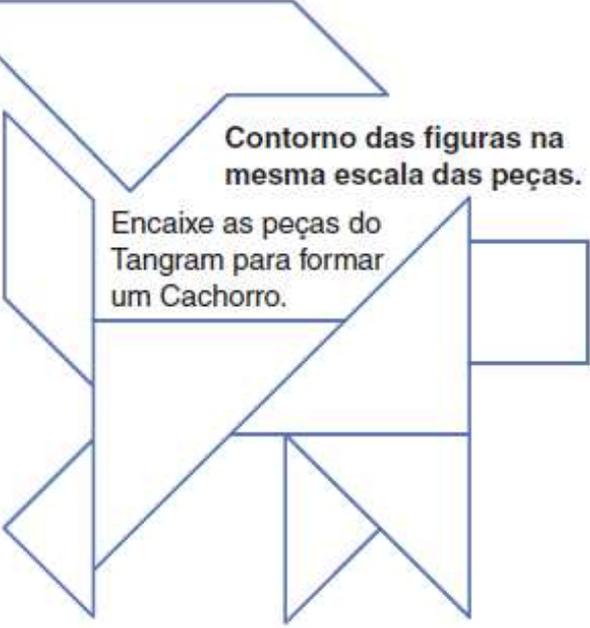
⁴ Atividades retiradas e adaptadas de Costa Junior (2014), Van de Walle (2009), Lindquist (1996).

Use  **Nível fácil**

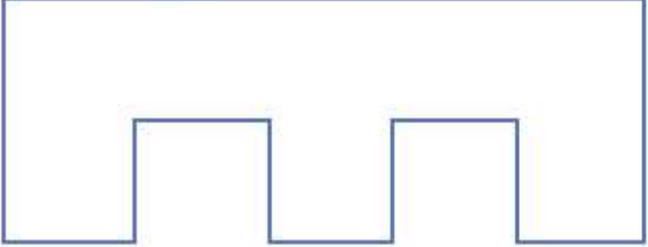
para fazer

Contorno das figuras na mesma escala das peças.

Encaixe as peças do Tangram para formar um Cachorro.



Use todas as peças do Tangram para formar esta figura. **Nível difícil**



Contorno das figuras na mesma escala das peças.

Cada uma destas figuras pode ser feita com todas as sete peças do Tangram. Contorno das figuras não está na mesma escala das peças. **Nível superdifícil**

