UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

DIANA MARIA DE LIMA PEREIRA

MATEMÁTICA FINANCEIRA

CAMPINA GRANDE
2019

DIANA MARIA DE LIMA PEREIRA

MATEMÁTICA FINANCEIRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vandeberg Lopes Vieira

CAMPINA GRANDE
2019

P436m Pereira, Diana Maria de Lima.
Matemática financeira [manuscrito] / Diana Maria de Lima Pereira. - 2019.
37 p.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2019.
"Orientação : Prof. Dr. Vandenberg Lopes Vieira , Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Matemática financeira. 2. Porcentagem. 3. Juros. I. Título

21. ed. CDD 658.403 3

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

DIANA MARIA DE LIMA PEREIRA

MATEMÁTICA FINANCEIRA

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de licenciado.

Aprovado em 05 de abril de 2019.

Vandenberg Lopes Vieira

Profº Dr. Vandenberg Lopes Vieira – (UEPB)
Orientador

José Ginaldo de Souza Farias

Profº Ms. José Ginaldo de Souza Farias – (UEPB)
Examinador Interno

José de Brito Silva

Profº Ms. José de Brito Silva – (UPE)
Examinador Externo

RESUMO

A Matemática financeira e suas aplicações é um campo bastante amplo nas suas origens há algum tempo, desde que o homem passou a utilizar moeda e a perceber o valor do dinheiro e suas relações com o tempo. Esse campo da Matemática ganhou uma importância muito grande na contemporaneidade, principalmente em tempos de crise e recessão. É principalmente nessa época que diversos segmentos da matemática financeira são utilizados para comparar, medir e explicar os acontecimentos do mercado financeiro. A porcentagem sobre um determinado valor, seu cálculo de crescimento ou redução, permite-nos determinar prejuízo, desconto e lucro com muita exatidão. Os juros e seus fatores que determinam a sua existência, a classificação dos juros e os cálculos dos montantes acompanhados com os conceitos. Os descontos e suas classificações e aplicações; sistema de amortização e suas diferentes propostas de forma de pagamento. As noções básicas são importantíssimas que são utilizadas no cotidiano. Todas as aplicações e conceitos mais importantes são usados praticamente todos os dias por várias pessoas vinculadas em notícias nos jornais escritos e falados, na internet e em todos os meios de comunicação que afetam o dia a dia de todos nós e que são diariamente citados e utilizados em todas as esferas da sociedade.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Juros e Problema.

ABSTRACT

Financial Mathematics and its Applications is a fairly broad field in its origins for some time, since man began to use currency and to realize the value of money and its relations with time. This field of Mathematics has gained a great importance in the contemporaneity, especially in times of crisis and recession. It is mainly at this time that several segments of financial mathematics are used to compare, measure and explain financial market events. The percentage over a certain amount, its calculation of growth or reduction, allows us to determine loss, discount and profit with great accuracy. The interest and its factors that determine its existence, the classification of interest and the calculation of the amounts accompanied with the concepts. The discounts and their classifications and applications; system of amortization and its different proposals of form of payment. The basic notions are very important that are used in everyday life. All the most important applications and concepts are used almost every day by several people linked in news in the written and spoken newspapers, on the internet and in all the media that affects the daily of us all and that are cited daily and used in all spheres of society.

Keywords: Financial Mathematics, Interest and Problem.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

É notória a importância da Matemática (claro, também de outras ciências) para o avanço tecnológico. E, por isso, para o bem-estar da sociedade contemporânea. A matemática está presente no nosso dia a dia toda vez que fazemos uso da internet, realizamos uma transação financeira com senha eletrônica, armazenar dados em um pendrive, por exemplo. Isto de fato não será possível sem resultados clássicos de Teoria dos Números, mais especificamente, dos inerentes aos números primos, como também do resultado da teoria dos grupos e anéis. Com efeito, na criptografia, em especial, na RSA, números primos relativamente grande são especiais para todo o processo inerente. Já resultados de teoria dos corpos finitos são amplamente usados na teoria dos códigos (processo de codificação/decodificação). Vê-se, desse modo, que essas aplicações suprem citados estão relacionados a conceito avançado da Matemática.

No entanto, existem conceitos básicos da Matemática, não menos importante, que se faz presente no dia a dia da sociedade. Com efeito, os resultados básicos inerentes a conjuntos e funções são o alicerce de toda a Matemática. E, por conseguinte, de áreas afins. De modo especial, percebe-se a influência da Matemática financeira objeto central do nosso trabalho.

A Matemática financeira, por exemplo, é uma parte da Matemática que temos contato cada vez mais no nosso dia a dia, ou seja, todos os dias nos deparamos com mensagens publicitárias oferecendo descontos e também campanhas promocionais dos mais variados produtos e serviços, noticiários sobre a situação econômica da bolsa de valores em todo o mundo, custo de vida, juros e entre outros.

O conceito de juros é muito antigo e bastante utilizado e vem sendo divulgado ao longo do tempo. Esse conceito surgiu quando o homem percebeu que existia uma estreita relação entre o dinheiro e o tempo, por exemplo, nos processos de acumulação de capital e a desvalorização da moeda, isto dá a idéia de juros e basicamente ao valor temporal do dinheiro.

As dificuldades que o Brasil e outros países atravessam no balanço de pagamento nos bancos, mostram até que ponto a economia mundial depende hoje do sistema financeiro.

A taxa de juros passou a ser demonstrada por meio de regularidade (ou irregularidade) das atividades econômicas e também aquecidas ou esfriadas. A taxa de juros reflete na queda de produção, no desemprego e afeta na vida das pessoas. Os bancos podem está emprestando, cobrando as taxas de juros altíssimo, negociando dívidas de clientes tanto do banco ou credenciarias e, assim pode-se, obter uma boa conversa entre ambas as partes.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivos Gerais

Propor questões de porcentagem, juros simples e juros compostos que possa ser trabalhado em sala de aula.

Enfatizar a importância da Matemática Financeira para os dias atuais.

2.2 Objetivos Específicos

Incentivar e despertar o interesse dos alunos para a Matemática Financeira;

Abordar o cálculo de porcentagem e juros baseado na escolha do melhor negócio

Descrever um pouco da história da Matemática Financeira, assim como o surgimento da moeda, porcentagem e juros.

3. METODOLOGIA

Este projeto terá como base a Matemática Financeira no que podemos nos basear nosso dia a dia obtendo diversas propagandas, bancos, empresas que tem como objetivo fazer empréstimos para as pessoas e nela estão envolvidas porcentagem e juros.

A partir disso podemos mostrar nas escolas por meio de material manipulável até mesmo vídeo ou aulas práticas, que a Matemática Financeira faz parte de nossa vida, assim este assunto deve mostrar aos alunos de forma exploradora fazendo com que fixe o conteúdo e atenção dos aprendizes.

Em sala de aula podemos desenvolver a alta confiança dos alunos, fazer com que eles saibam lidar com as propagandas e noticiários que irão aparecer na TV, e mostrar a seus familiares se estão saindo no lucro ou prejuízo no caso de empréstimos.

4. UM POUCO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Essencialmente a Matemática Financeira é a área do cálculo que utilizam os conceitos matemáticos para poder ter aplicabilidade em análisandos diversos dados de finança e de assuntos relacionados.

Com o passar do tempo, o homem obteve uma relação entre o tempo e o dinheiro, assim, pôde perceber a desvalorização do dinheiro e que com certo período é que poderia ser feita a correção monetária. Assim, a idéia de juros pode ser atribuída aos primeiros indícios de civilizações existentes. Os fatos históricos relatam que na Babilônia, comerciantes emprestavam sementes aos agricultores para plantar e, ao colherem, pagavam as sementes emprestadas com mais uma quantidade extra da colheita.

Essas práticas de financiamento eram utilizadas no intuito de acumular o capital de forma econômica para movimentar o capital que é adaptada de acordo com a sociedade. O escambo era utilizado, pois não existia uma moeda de troca. O surgimento do dinheiro originou a criação de mecanismos controlados inicialmente por pessoas denominadas cambistas. Eles exerciam a profissão que é atribuída aos banqueiros, sentados num banco, nos mercados, realizavam operações de empréstimos; também eram quitados os acrescidos de juros e na organização de ordens de pagamentos para particulares. Assim, os cambistas tinham lucros e comissões pelos lucros prestados.

A necessidade de organizar os cambistas[1] para que surgissem os bancos que dinamizavam a economia, eles obtinham um papel importante nas negociações entre os povos na realização das operações comerciais no Mar Mediterrâneo. Já os Fenícios, Gregos, Egípcios e Romanos possuíam uma boa participação em cada método bancário. Percebemos, dessa forma, que os bancos contribuem para o aprimoramento das técnicas financeiras e também no surgimento dos juros compostos.

Nos tempos de hoje, a Matemática Financeira possui várias aplicações no cotidiano, englobando situações relacionadas ao ganho de capital, pagamentos antecipados e posteriores, porcentagem, financiamento e desconto comercial.

---

[1] Cambista-Que ou aquele que trabalha em câmbio, papéis de crédito e trocas de moedas. Pessoa que vende, fora das bilheterias de casas de espetáculos.

Os juros existem desde a época dos primeiros registros de civizações existentes na Terra. Um dos primeiros indícios apareceu já na Babilônia no ano de 2000 a.c. Nas citações mais antigas, os juros eram pagos pelo uso de sementes ou de outros bens. Muitas práticas existentes originaram-se dos antigos costumes de empréstimos e devolução de sementes e de outros produtos agrícolas. Como os donos de grandes terras perceberam que os empréstimos estavam se tornando cada vez mais comuns, eles resolveram cobrar quantias em favor desses empréstimos e esses juros eram cobrados em virtude do tempo e do tipo de empréstimo que fazia na época. Alguns chegavam a ser cobrados anualmente ou bimestralmente e até diariamente dependendo da situação do empréstimo.

Na Idade Média, os juros cobrados eram de até 43% ao ano para empréstimos pessoais e variaram de 12% a 24% ao ano nas transações. Quando o primeiro banco da Europa - A casa de San Giorgio - foi fundado, em Gênova, na Itália, os juros cobrados giravam em torno de 10% ao ano. A história também revela que a ideia de empréstimo estava se tornando tão bem estabelecida que já existisse uma firma de banqueiros internacionais em 575 a.c com os escritórios centrais da Babilônia. Sua renda era proveniente das altas taxas de juros cobrados pelo uso de seu dinheiro para o financiamento do comercio internacional.

Esses bancos serviam também a pessoas que se encontravam em situações financeiras falidas, como alguns comerciantes, senhores feudais e até reinos procuravam os bancos em busca de favores como o de grandes empréstimos onde os juros cobrados eram parcialmente razoáveis. Mas com o crescimento comercial e econômico de algumas cidades, começaram a surgir vários outros bancos que cobravam juros, muitas vezes exorbitantes.

A porcentagem passou a ser utilizada no final do século XV em questões comerciais com o cálculo de juros, lucros, prejuízos e impostos. A idéia de porcentagem surgiu quando o imperador romano Augusto estabeleceu um imposto sobre todas as mercadorias vendidas em "hastas públicas”, centésima rerum venalium, a taxa era 1/100. Outras taxas romanas eram de 1/20 sobre cada escravo vendido. Sem reconhecer porcentagem como tal, os romanos usavam frações facilmente redutíveis a centésimos.

"Manuscritos italianos do século XV continham expressões como "20 por 100", X p cento" e "VI p C°" para indicar 20, 10, 6 por cento, respectivamente. Quando apareceu a aritmética comercial, o uso da porcentagem, perto do final desse mesmo século, já estava bem estabelecido.

5. PORCENTAGEM

No século I a.C, em Roma, o imperador Augusto já utilizava um tipo de imposto que correspondia a uma parte do valor sobre os preços das coisas vendidas. No final do século XV no comércio do Ocidente e Oriente, já utilizavam taxas tomando por base o número 100 ("X por cem"). Tornou-se comum trabalhar com taxas do tipo "X per" e "VI p c". No século XVII, passaram a utilizar "per 0/0" que deu origem ao nosso %. Ao escrevermos 60% temos "sessenta por cento" e significa que estamos considerando 60 partes de 100. Essa expressão por cento vem do latim per cento, que quer dizer por cento. A expressão é bastante familiar, aparecendo em noticiários, jornais, revistas, dentre outros.

Porcentagem é uma forma usada para indicar uma fração com denominador 100 ou qualquer representação equivalente a ele. Notação utilizada em símbolos é % para expressar uma porcentagem. Logo toda razão a/b, na qual b = 100 chama-se porcentagem.

Em lugar da expressão por cento usamos o símbolo %, que significa divisão por 100. Assim, 90 por cento = 90% = 90/100 ou 90% = 90 por cento

Sabemos também que toda porcentagem pode ser escrita na forma decimal:

45% = 45/100 = 4,5

650% = 650/100 = 6,50

8,7% = 8,7/100 = 0,087

Os problemas de porcentagem se resolvem por regras de três. Regras de três é quando podemos achar o valor de uma determinado espaço entre os extremos e os meios por exemplo $\frac{20}{x} = \frac{5}{2}$ onde 5x são os extremos e 20x2 são os meios. Vejamos agora um exemplo.

Exemplo:

a) Em uma partida de basquete, João acertou 70% dos 70 arremessos que efetuou. Quantos arremessos João acertaram?

Solução: Pela regra de três vamos fazer assim

Porcentagem arremessos

100% 70

70% x

100x = 70 * 70 → x = 70*70/100 → x = 49

Logo, João acertou 49 arremessos.

5.1 Fórmula

Em todo problema de porcentagem há três dados a considerar, ou seja, taxa percentual que chamaremos de i, valor principal que chamaremos de C e a porcentagem a qual chamaremos de P, em que

C = corresponde ao inteiro 100%, P = corresponde à fração i%. Sendo uma regra de três simples e direta, escrevemos:

$$\frac{C}{P} = \frac{100}{i}$$

Utilizando está expressão podemos calcular o valor da porcentagem P ou da taxa percentual i ou do capital (principal) C, considerando o valor das outras duas.

Exemplos: a) Numa cidade de 5000 habitantes, 1200 são mulheres. Determine a taxa percentual das mulheres?

Solução: Temos que:

C = 5000 P = 1200 i = ?

C/P = 100/i

i = 100 * P/C

i = 100 * 1200/5000 i = 24%

b) A quantia de R$ 27,00 representa quantos por cento de R$ 108,00?

Solução: Por hipótese temos que o valor do objeto foi de R$ 27,00 assim podemos verificar a porcentagem que representa este objeto, logo,

i = 27 * 100/108 i= 25%

c) Um comerciante comprou um objeto por R$ 200,00 e o vendeu por R$ 250,00. Qual foi a porcentagem de seu lucro em relação ao preço de compra?

Solução: O lucro foi de 250 - 200 = 50, em reais. Pois o comerciante vendeu o objeto querendo obter lucro sobre o valor inicial de quando comprou. Agora vamos comparar esse lucro com o preço da compra, indicando por X% a porcentagem de lucro e montando a equação temos:

X% do preço de compra é igual a 50.

X * 200 = 50

X = 50/200 = 1/4 = 0,25 = 25/100 = 25%

5.1.2 CALCULANDO CRESCIMENTO OU REDUÇÃO COM PORCENTAGEM

Determinação de lucro, crescimento, rendimento e outros

Nas operações comerciais, o preço de venda de um produto deve ser igual ao seu preço de custo mais o lucro desejado. Daí:

$$V = C + L,$$

Em que

- V = Preço de venda;
- C = Preço de custo;
- L = Lucro na operação comercial.

a) Milton comprou uma filmadora digital por R$ 4500,00 e deseja revendê-la com lucro de 20%. Porquanto deverá vendê-la?

Solução: De acordo com a hipótese,

- Lucro: 20% de R$ 4500,00
- Lucro: 20/100 * 4500 = R$ 900
- V = C + L
- V = R$ 4500,00 + R$ 900,00 = R$ 5400,00

Logo, deverá revendê-la por R$ 5400,00

No exemplo acima, considere o preço da compra igual a 100% e o lucro desejado de 20%, pode afirmar que o preço de venda corresponde a 120%. Verificamos:

- V = C + L
- V = 100% + 20%

Daí:

- V = 120% x4500
- V = 120/100 x 4500
- V = 1,2 x 4500 = 5400

1,2 É o fator de multiplicação. Assim, podemos concluir que:

Fator de multiplicação = 1 + taxa percentual de lucro (escrita na forma decimal)

5.1.2 Determinação de prejuízo, desconto e redução

Observemos o exemplo:

a) Um perfume custa R$ 200,00. Na compra à vista, há um desconto de 15%. Nestas condições, qual o valor final na compra?

Solução: De acordo com a hipótese,

- Valor = R$ 200,00
- Desconto = 15% * 200 = R$ 30,00
- Preço à vista = R$ 200,00 - R$ 30,00 = R$ 170,00

Portanto, o preço a vista é de R$ 170,00

No problema acima, considerando o preço original igual a 100% e o desconto de 15%, podemos afirmar que o preço à vista corresponde a 85%. Verifique:

Preço à vista = 100% - 15% = 85%

Daí:

- Preço à vista = 85% * R$ 200,00
- Preço à vista = 85/100 * R$ 200,00
- Preço à vista = 0,85 * R$ 200,00 = R$ 170,00
- 0,85 é o fator da multiplicação

Assim podemos concluir que:

Fator da multiplicação = 1 - taxa de desconto (escrita na forma decimal)

Exemplos:

Desconto	10%	25%	34%	64%	76%	90%
Fator de Multiplicação	0,90	0,75	0,66	0,36	0,24	0,10

5.1.2 Adição de porcentagem

Veja o problema:

a) Nas eleições realizadas na cidade de Riachão, havia três candidatos concorrendo. Dos 4000 votantes 20% votaram no candidato A, 32% votaram no candidato B e o restante votou no candidato C. Quantos votos tiveram o candidato C?

Solução: Observe que as porcentagens 20% e 32% referem-se a um mesmo número (votos de eleição). Nesse caso, podemos adicioná-las: 20% + 32% = 52%. Logo 52% votantes votaram nos candidatos A ou B.

O total de votantes (4000) pode ser indicado por 100%. Sendo assim, votaram no candidato C:

100% - 52% = 48% dos votantes

Assim obtemos: 48% de 4000 * 48/100 = 4000 * 0,48 = 1920

Portanto, 1920 pessoas votaram no candidato C.

6 JUROS

A definição de juros quer dizer lucro de dinheiro emprestado ou capital empregado, rendimento, interesse. Sendo assim, o pagamento feito pelo uso de dinheiro tomado emprestado ou aplicado, nos dá uma idéia de juros.

O dinheiro tomado emprestado ou aplicado é chamado de capital ou principal: o dinheiro pago pela utilização desse capital recebe o nome de juros, que é uma função do número de período de tempo t ou n e taxa de juros i.

A determinação dos juros é feita mediante a taxa de juros. A taxa de juros, que sempre se refere a determinado período de tempo, mês, semestre, ano, etc., representa a remuneração pela utilização da unidade de capital durante o período que se refere à taxa. Ou seja, a taxa de juros pode ser interpretada como sendo “o preço" cobrado pela utilização da unidade de capital durante o período considerado ou, mais simplesmente, como sendo "o preço do dinheiro".

A soma do capital com juros é chamada de montante, juros e montante estão sempre vinculados às taxas percentuais e períodos.

6.1 Fatores que determinam a existência de juros

Definimos juros como: “dinheiro pago uso do dinheiro emprestado ou como remuneração do capital empregado em atividades produtivas"

Os fatores que determinam sua existência são:

INFLAÇÃO (desgaste da moeda) - diminuição do poder aquisitivo da moeda exige que o investimento produza retorno maior que o capital investido.

UTILIDADE - investir significa deixar de consumir hoje para consumir amanhã, o que só é atraente quando o capital recebe remuneração adequada, isto é, havendo preferência temporal para consumir, as pessoas querem uma recompensa pela abstinência do consumo. O prêmio para que não haja consumo são os juros.

RISCO - Existe sempre a possibilidade do investimento não corresponder às expectativas. Isso se deve ao fato de o devedor não poder pagar o débito, o tempo do empréstimo (as operações de curto prazo são menos arriscadas) e o volume do capital emprestado. Pode-se associar ao acréscimo na taxa pelo maior risco, como sendo um seguro que o ofertante de funda cobra para assumi-los.

OPORTUNIDADE - Os recursos disponíveis para investir são limitados, motivo pelo qual ao se aceitar determinado projeto perde-se oportunidades de ganhos em outros e é preciso que o primeiro ofereça retorno satisfatório.

6.2 Taxa de juros

Taxas equivalentes

Duas taxas i_1 e i_2 são equivalentes se, aplicadas ao mesmo capital C durante o mesmo período de tempo, através de diferentes períodos de capitalização, produzem o mesmo montante final

Taxas nominais

A taxa nominal é quando o período de formação e incorporação dos juros ao capital não coincide com aquele que a taxa está referida. Por exemplo, podemos ter uma taxa anual, mas com os juros sendo calculados e acrescidos mês a mês.

Taxas efetivas

A taxa efetiva é quando o período de formação e incorporação dos juros ao capital coincide com aquele que a taxa está referida.

Taxa real

É a taxa efetiva corrigida pela taxa inflacionária do período da operação

Taxa percentual

Correspondem aos juros do capital R$ 100 no período determinado pela unidade de tempo. Exemplo: i = 3% a.m (ao mês) significa que cada R$ 100 aplicados rendem R$ 3 de juros por mês.

Taxa unitária

Corresponde aos juros do capital $ 1 no período determinado pela unidade de tempo. Exemplo: i = 0,15 a.a (ao ano) significa que a cada $ 1 aplicado rende $ 0,15 de juros por ano.

Observação: Para transformar a taxa percentual em taxa unitária basta dividir a taxa percentual por 100. Naturalmente, da unitária para percentual multiplicam a unidade por 100.

Exemplos:

Percentual Unitária

30% a.a = 0,30% a.a

1,5% a.a = 0, 015 a.m

6.3 Classificações de juros

Os juros podem ser:

Juros simples ou Juros compostos conforme o processo utilizado no seu cálculo. Juros simples quando os juros de cada período são calculados sempre em função do capital inicial.

Para definirmos juros compostos, vamos definirmos primeiramente montante:

MONTANTE = CAPITAL + JUROS

Juros compostos são quando ao final de cada período de capitalização, o montante se torna capital para o período seguinte e assim por diante.

6.4 JUROS SIMPLES

Já sabemos que juros é a compensação em dinheiro que se recebe ou que se paga pelo empréstimo de determinada quantia, ao final de um período.

O regime de juros será simples quando o percentual de juros incidirem apenas sobre o valor principal. Sobre os juros gerados a cada período não incidirão novos juros. Valor principal ou apenas principal é o valor inicial emprestado ou aplicado, antes de somarmos os juros.

A fórmula é $J = P * i * n$

J = Juros

P = principal (capital)

i = taxa de juros

n = número de períodos

Observe os exemplos:

a) Tomei R$ 500,00 de empréstimo a um banco. Pagarei daqui a quatro meses. Tem sido combinada uma taxa de juros simples de 6% ao mês. Quanto pagarei de juros?

Solução: Por hipótese, temos que o valor do objeto será de

P = R$ 500,00 i = 6% a.m = 0,06 a.m   n = 4 meses

Juros por mês = R$ 500,00 * 0,06 = R$ 30,00

Total de juros = R$ 500,00 * 0,06 * n = R$ 120,00

Logo pagarei R$ 120,00 de juros.

b) Determine uma taxa mensal que foi emprestada no valor de R$ 1200,00, sabendo-se que, após 60 dias, houve um rendimento de R$ 480,00 de juros.

Solução: De acordo com os dados do problema temos:

P = R$ 1200,00 n = 60 dias J = R$ 480,00

J = P * i * n

R$ 480,00 = R$ 1200,00 * i * 2

i = R$ 480,00 / R$ 1200,00 * 2 = 0,20

i = 0,20 a.m = 20% a.m

Logo a taxa é de 20% a.m

6.5 Cálculos do montante

Vimos que MONTANTE = CAPITAL + JUROS

M = C + J, substituindo J = C * i * n temos:

M = C + C * i * n, colocando C em evidencia: M = C (1 + i * n)

Para a utilização dessas duas expressões de juros e montante na resolução de problemas de juros simples, a taxa (i) e o prazo como número de períodos (n) devem referir-se à mesma equidade de tempo, ou seja, se o tempo está expresso em anos, à taxa tem que ser anual, se o tempo estiver em meses, à taxa deve ser mensal e assim por diante. Caso contrário, devemos fazer as devidas conversões. A taxa de juros utilizada nas fórmulas de juros e montante deve ser sempre a taxa unitária. Vejamos agora um exemplo

Exemplos:

a) Qual será o montante que o capital de R$ 5000,00 aplicado a uma taxa de 3,6%

a.m atinge em 20 dias?

Solução: Pelos dados da questão abordados temos:

M = ? C = R$ 5000,00

i = 3,6% a.m / 30 = 0,12% a.d (ao dia) / 100 = 0,0012 a.d

n = 20 dias

$M = C(1 + i * n)$

$M = 5000 (1 + 0,0012 * 20) \rightarrow M = 5000 (1 + 0,024) = 5000 * 1,024 = 5120$

Logo, o montante foi de R$ 5120,00

b) Vamos calcular os juros simples produzidos pela aplicação de R$ 3600,00 a uma taxa de 15% a.a, durante 6 meses.

Solução: De acordo com os dados do problema, temos:

C = R$ 3600,00

i = 15% a.a / 100 a taxa unitária 0,15 a.a

n = 6 meses convertidos em anos temos 6/12 = 1/2 = ano

J =?

$J = C * i * n$

$J = 360 * 0,15 * 1/2 = 270$

c) Qual o capital que será produzido no valor R$ 300,00 a 20% a.t (ao trimestre) durante 9 meses?

Solução: De acordo com os dados do problema, temos:

C =?

J = R$ 300,00

i = 20% a.t / 100 temos a taxa unitária 0,20 a.t

n = 9 meses = 3 trimestres

$J = C * i * n \rightarrow C = J / i * n$

C = 300 / 0,20 * 3 = 500

Logo, o capital foi de R$ 500,00

6.6 Juros compostos

Nesse caso, juros são incorporados ao montante já existente no final de cada período. Essa modalidade é a mais usada, pois é a mais real e mais justa qual a anterior.

Vimos que regimes de capitalização composta, os juros do 1º período são calculados em função do capital inicial e incorporados a ele, formam o novo capital para o calculo dos juros do 2º período e assim por diante.

Veja o exemplo a seguir:

a) Jonas fez um depósito inicial de R$ 40000,00 numa aplicação financeira. Observe o que aconteceu ao final dos três primeiros meses.

1º mês: Aplicação rendeu 2% (i = 0,02)

J = R$ 40000,00 * 0,02 * 1 = R$ R$ 800,00

2º mês: Aplicação rendeu 3% (i = 0,03)

J = R$ 40800,00 * 0,03 * 1 = R$ 1224,00

3º mês: Aplicação rendeu 2% (i = 0,02)

J = R$ 42024,00 * 0,02 * 1 = R$ 840,48

Jonas passou a ter o montante de R$ 42024,00 + R$ 840,48 = R$ 42864,48

Assim:

R$ 42864,48 - R$ 40000,00 = R$ 2864,48

Montante capital inicial juros compostos

Logo, ao final de 3 meses, Jonas recebeu R$ 2864,48 de juros compostos.

6.7 Cálculo do montante

Seja um capital C aplicado a juros compostos, à taxa unitária i durante um determinado período n. No final de cada período teremos um montante M:

No final do 1º período:

$J_1 = C * i$ $M_1 = C + C_i$ $M_1 = C(1 + i)$

No final do 2º período:

$J_2 = C(1 + i) x i$ $M_2 = C(1 + i) + C(1 + i)$

$M_2 = C(1 + i)^2$

No final do 3º período:

$J_3 = C(1 + i)^2 x i$ $M_3 = C(1 + i)2 + C(1 + i)2i$

$M_3 = C(1 + i)^3$

No final do n-ésimo período:

$M_n = C(1 + i)^n$

Exemplos:

a) Aplicando R$ 5000,00 a juros compostos, a 8% a.m durante 2 meses, qual o valor do montante e dos juros adquiridos?

Solução: De acordo com os dados do problema, temos.

C = R$ 5000,00

i = 8% a.m = 0,08 a.m

n = 2 meses

M =? , J =?

$M = C(1 + i)^n$

$M = 5000 * (1+ 0,08)^2 = R\$ 5832,00$

Como M = C + J, então:

$J = M - C \rightarrow J = 5832 - 5000 = R\$ 832,00$

b) Por quanto tempo o capital de R$ 600,00 deve ser aplicado a juros compostos à taxa de 6% a.m para que o montante produzido seja de R$ 902,18? Dados: log 1,06 = 0, 0253 e log 1, 503 = 0, 1771

Solução: De acordo com os dados do problema, temos:

$M = C(1 + i)^n$

C = R$ 600,00

i = 6% a.m = 0,06 a.m

$M = C(1 + i)^n$

$R\$ 902,18 = 600 (1 + 0,06)^n$

$(1,06)^n = 902,18/600$

$(1,06)^n = 1, 503$ $\log (1,06)^n = \log 1, 503$

$n = \log 1, 503 / \log 1,06$

n = 7

Logo o tempo foi de 7 meses.

7 DESCONTOS

O desconto é um abatimento oferecido sobre o valor nominal de um título ou sobre o montante de uma dívida a vencer, quando paga antecipadamente, geralmente o desconto e expresso em forma percentual.

7.1 Desconto simples

Se uma pessoa deve uma quantia em dinheiro numa fatura, é normal que entregue ao credor um título de crédito, que é o comprovante dessa dívida. Todo título de crédito tem data de vencimento, porém o devedor pode resgatá-lo antecipadamente, obtendo com isso o abatimento denominado desconto.

O desconto é uma das mais comuns aplicações da regra de juros. Os títulos de créditos mais utilizados em operações financeiras são: a nota promissória, a duplicada e a letra de câmbio.

A nota promissória é um comprovante da aplicação de um capital com vencimento predeterminado. É um título muito usado entre pessoas físicas ou entre pessoas físicas e instituição financeira.

A duplicata é um título emitido por uma pessoa jurídica contra seu cliente (pessoa física ou jurídica), para o qual ela vendeu a mercadorias a prazo ou prestou serviços a serem pagos no futuro, segundo um contrato.

A letra de câmbio, assim como a nota promissória, é um comprovante de uma aplicação de capital com vencimento predeterminado, porém, é um título ao portador, emitido exclusivamente por uma instituição financeira. Com relação aos títulos de créditos, pode ocorrer:

Que o devedor efetue o pagamento antes do dia predeterminado. Neste caso, ele se beneficia com um abatimento correspondente aos juros que seria gerado Poe esse dinheiro durante o intervalo de tempo que falta para o vencimento.

Que o credor necessite do seu dinheiro antes da data predeterminada. Neste caso, ele pode vender título de crédito a um terceiro e é justo que este ultima obtenha um lucro, correspondente aos juros do capital que adianta no intervalo de tempo que falta para o devedor liquidar o pagamento, assim, ele paga uma quantia menor que a fixada no título de crédito.

Em ambos os casos há um benefício definido pela presença entre duas quantidades. Esse benefício, obtido de comum acordo, recebe o nome de desconto. As operações anteriores citada são denominadas operações de desconto, e o ato de efetuá-las são chamados descontar um título. Vamos agora dizer o que seria o Dia do vencimento, Valor nominal N, Valor atual A, Tempo ou prazo, Desconto D assim temos:

•Dia do vencimento: é o dia do título para o pagamento (ou recebimento) da aplicação;

•Valor nominal N: (ou valor futuro ou valor de face ou valor de resgate) - é o valor indicado no título (importância a ser paga no dia do vencimento).

•Valor atual A: é o liquido pago (ou recebido) antes do vencimento:

$$A = N - D.$$

• Tempo ou prazo: é o número de dias compreendido entre o dia em que negocia o título e o de seu vencimento, incluindo o primeiro e não o último, ou então, incluindo o último e não o primeiro.

•Desconto D: é a quantia a ser abatida no valor nominal, isto é, a diferença entre o valor nominal e o valor atual, isto é:

$$D = N - A.$$

O desconto pode ser feito considerando- se como capital o valor nominal ou o valor atual. No primeiro caso, é denominado desconto comercial; no segundo, desconto racional.

7.2 Desconto Bancário

Chamamos de desconto comercial, bancário ou por fora o equivale aos juros simples produzidos pelo valor nominal de título no período de tempo correspondente e à taxa fixada.

Sejam: D o valor do desconto comercial, N o valor nominal do título, A o valor atual comercial, n o tempo que falta para o vencimento e i a taxa de desconto, então:

$D = N * i * n$

O valor atual bancário é dado por:

$A = N - D = N(1 - in)$

Exemplos:

1) Um título de R$ 60000,00 vai ser descontado à taxa de 2,1% ao mês. Faltando 45 dias para o vencimento do título, determine:

a) O valor do desconto comercial;

b) O valor atual comercial;

Solução: De acordo com os dados do problema temos:

$i = 2{,}1\%$ a.m

$n = 45$ dias

a) $D = N * i * n$

$D = 60000 * 0{,}21 * 1{,} 5 =$ R$ 1890,00

b) $A = N - D = 60000 - 1890 =$ R$ 58110,00

2) Uma duplicata de R$ 6900,00 foi resgatada antes de seu vencimento por R$ 6072,00. Calcule o tempo de antecipação, sabendo que a taxa de desconto comercial foi de 4% ao mês.

Solução: De acordo com os dados do problema temos:

$N =$ R$6900,00

A = R$ 6072,00

i = 4% a.m

D = N - A = N * i * n

(6900 - 6072) = 6900 * 0,04 * n

n = 828/ 6900 * 0,04 = 3

7.3 Descontos Composto

O desconto simples, racional ou comercial, é aplicado somente aos títulos de curto prazo, geralmente inferiores há um ano. Quando os vencimentos têm prazo longo, não é conveniente transacionar com esses tipos de descontos, porque podem produzir resultados que ferem o bom senso. Observe o exemplo:

a) Calcular o desconto comercial de um título de R$ 200000,00 com resgate para 7 anos, à taxa de 40% ao ano.

Solução: De acordo com os dados do problema temos:

Fórmula: D = N * i * n

N = R$ 200000 i = 40% a.a = 0,40 a.a n = 7 anos

D = 200000 * 0,4 * 7 = 560000

Como vemos, o valor do desconto é superior ao valor nominal do título, o que é um absurdo! É por esse motivo que, no caso apresentado, adotamos o regime de juros compostos, que jamais dará resultados desse tipo.

Como no desconto simples, temos duas formas de desconto composto, o desconto comercial, bancário composto ou por fora e o desconto racional ou por dentro.

7.4 Descontos comerciais, bancário ou por fora

Como o desconto comercial simples, o desconto comercial composto é calculado sobre o valor nominal do título. O valor atual é obtido por meio de uma sucessão de descontos sobre o valor nominal, isto é, sobre o valor expresso no título. Assim,

Instante n: valor do título é N

Instante n-1: (ou 1 período anterior: valor do título expresso era N - iN = N(1 - i)

Instante n-2: valor do título era (N - iN) - i(N - iN) = (N - iN) (1 -i) = N(1 - i) [1 - i] = $N(1 - i)^2$ e, assim sucessivamente, n períodos antes do vencimento o valor do título era: $A = N(1 - i)^n$

O desconto comercial é a diferença entre o valor nominal do título e o seu valor atual. Assim:

$D = N - A = N -N (1 - i)^n = N[1 - (1 - i)^n]$

7.5 Sistemas de Amortização

A necessidade de recursos obriga aqueles que querem fazer investimentos a tomarem empréstimos e assumirem dívida que são pagas com juros de forma que variam de acordo com contratos estabelecidos entre as partes interessadas. As formas de pagamento dos empréstimos são chamadas de *sistemas de amortização.*

Os *sistemas de amortização* são mais variados, alguns prevendo pagamento único, outros possibilitando parcelamento. Alguns desses sistemas de amortização são mais comuns e tem até denominações próprias como o sistema PRICE, usado pelo Sistema Financeiro da Habilitação ou o Sistema Americano, usado nos empréstimos internacionais. Outro não tem denominações próprias e, quando utilizados, são descritos pormenorizadamente nos contratos de empréstimos.

Quando a forma escolhida para amortização de uma dívida prevê pagamento parcelado, existe interesse, tanto por parte do devedor como por parte do credor, em conhecer a cada período de tempo, o estado da dívida, isto é, o total pago e o saldo devedor. Por isso, é comum a elaboração de demonstrativos que acompanham cada pagamento de empréstimos. Não existe um modelo único de demonstrativo, mais de todos eles deve constar o valor de cada pagamento e cada saldo devedor, devendo ainda, o valor de cada pagamento ser subdividido em juros e amortização (devolução do principal emprestado)

A discriminação dessas duas parcelas dentro das prestações origina-se do fato dos juros serem dedutíveis para efeito da taxação do Imposto de Renda. A seguir são descritas alguns sistemas de amortização, seguidos de exemplos, para os quais são calculados os valores dos pagamentos e, nos casos de parcelamentos, são elaborados os demonstrativos e/ou planilhas (inclusive eletrônicas através do Excel).

7.6 Sistemas de montante

Por esse sistema, o devedor paga, no final do prazo, o montante da dívida que, conforme contrato pode ser calculado no regime de juros simples ou composto. Para ser calculado o valor desse pagamento final, basta calcular o montante correspondente a divida somada aos juros simples ou composta conforme o caso. O valor da divida será valor presente VP e o pagamento final será o valor futuro VF, calculado com a taxa i contratada para o empréstimo por n períodos. Se o contrato prevê juros simples, tem-se:

$$VF = VP\ (1 + in)$$

E se o contrato prevê juros compostos, tem-se:

$$VF = VP\ (1 + i)^n$$

8 O MERCADO FINANCEIRO

O mercado financeiro é o mercado onde os recursos excedentes da economia (POUPANÇA) são direcionados para o financiamento de empresas e de novos projetos (investimentos). No mercado tradicional, o dinheiro depositado em bancos por poupadores são utilizadas pelas instituições financeiras para financiar alguns setores da economia que precisam de recursos. Por essa intermediação, os bancos cobram do tomador do empréstimo (no caso as empresas) uma *taxa-spread*, a título de remuneração, para cobrir seus custos operacionais e o risco da operação. Quanto maior for o risco de o banco não receber de volta o dinheiro, maior será a *spread.*

O mercado de capitais faz parte do mercado financeiro. Nele, os recursos dos poupadores são destinados à promoção do desenvolvimento econômico de forma direta, isto é, de projetos e empresas. É no mercado de capitais que empresas necessitam de recursos, conseguem financiamento, por meio de emissão de títulos, vendidos diretamente aos poupadores/investimentos, sem intermediação bancaria. Dessa forma, os investidores acabam emprestando o dinheiro de sua poupança a empresas, também sem intermediação bancaria.

O repasse dos recursos de poupadores/ investidores às empresas pode ser feito de duas formas:

1. **Dívida**: Os investidores compram títulos emitidos pelas empresas que precisam de dinheiro. Esses títulos dão aos investidores o direito de receber a quantia emprestada, mais juros previamente determinados. Os títulos são chamados de títulos de dívidas e que mercado é conhecido como mercado de renda fixa.

2. **Ações:** Também aqui os investidores compram títulos emitidos por empresas. Mais os títulos não garantem remuneração fixa aos investidores. A remuneração dos títulos são os dividendos - parte dos lucros de uma empresa de capital aberto distribui entre seus acionistas. Os investidores tornam-se sócios da empresa. Esses títulos são chamados ações e o mercado é conhecido como mercado de renda variável.

Entre o mercado de capitais e o mercado financeiro tradicional existem duas diferenças básicas, que tornam o primeiro mais eficiente do que o segundo.

•No mercado de capitais a captação de recursos por empresas é mais barata, os não há necessidade do pagamento do spread aos bancos.

•Para o investidor é vantajoso, pois ele pode desfazer-se do título a qualquer momento, o que não seria possível num empréstimo tradicional. Ou seja, se o investidor mudar de opinião quanto ao risco de investir em determinada empresa, pode vender os títulos não mercado. Essa liquidez (facilidade de compra e venda) reduz o risco de perda. Assim, o mercado de capitais faz com que o repasse de recursos dos poupadores às empresas seja mais interessante para ambas às partes.

O mercado de capitais é fundamental para o crescimento de um país, pois sem ele muitos projetos não conseguiriam sair do papel por falta de capital e financiamento. Muitas empresas perderiam sua competitividade e dificilmente conseguiriam desenvolver-se. Poucas sobreviveriam num ambiente sem injeção de capitais de investidores.

8.1 O mercado de capitais

A colocação inicial dos títulos no mercado é chamada de lançamento no mercado primário. Quando essa colocação é feita pela primeira vez, no caso das ações, por exemplo, diz-se que a empresa está sendo listada em bolsa (em inglês IPO - Initial Public Offering).

A negociação desses títulos após a oferta inicial é feita em mercados secundários específicos. No Brasil temos:

•As bolsas de valores param as ações

•A Cetip (Central de Custódia e de Liquidação de Títulos Privados) para os títulos de dívidas das empresas;

•O Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia) para títulos públicos.

CONCLUSÃO

Este trabalho é feito de definições, aplicações e conceitos dos conteúdos que compõe a matemática financeira e também será um instrumento de aprendizagem dos alunos e assim terá novas percepções e de relativa independência das diversas formas de propaganda enganosa e que proporciona aos aprendizes uma aquisição de mecanismos isenção social.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

BIANCHIANI, Ed Waldo. Curso de Matemática: volume único/ Edwaldo Bianchini, Herval Paccola, - 2ª edição São Paulo: Moderna, 1998.

GIOVANNI, José Ruy. Matemática fundamental 2º grau: volume único/ José Giovanni, José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanini Jr. São Paulo: FTD, 184.

SANTOS, Charles Marx Suderio Cavalcante. Monografia: Porcentagem e juros/ Campina Grande, 2005.

SILVA, Daniel. Matemática: volume único/ Jorge Daniel Silva, Valter dos Santos Fernandes. IBEP
HTTP:

www.cempem.face.unicamp.br/lapemmec/integrantes/hpalunos/jeanpiton/edumat/historia-mat-fin/historia.html
HTTP: www.somatematica.com.br/historia/mat/financeira4-php