



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Gustavo Saraiva da Silva

Modelos de séries temporais ajustados a dados de contagem com problemas de superdispersão

Campina Grande - PB

Novembro 2019

Gustavo Saraiva da Silva

Modelos de séries temporais ajustados a dados de contagem com problemas de superdispersão

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Bacharelado em Estatística do Departamento de Estatística do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de bacharel em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Alves Olinda

Campina Grande - PB

Novembro 2019

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586m Silva, Gustavo Saraiva da.
Modelos de séries temporais ajustados a dados de contagem com problemas de superdispersão [manuscrito] / Gustavo Saraiva da Silva. - 2019.
44 p. : il. colorido.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Estatística) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2019.
"Orientação : Prof. Dr. Ricardo Alves Olinda, Coordenação do Curso de Estatística - CCT."
1. Modelo GARMA. 2. Modelos Lineares Generalizados. 3. Dados de contagem. 4. Superdispersão. I. Título
21. ed. CDD 519.5

Gustavo Saraiva da Silva

Modelos de séries temporais ajustados a dados de contagem com problemas de superdispersão

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Bacharelado em Estatística do Departamento de Estatística do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de bacharel em Estatística.

Trabalho aprovado em 27 de Novembro de 2019.

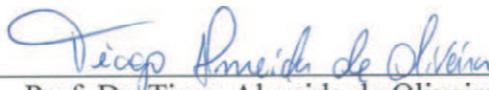
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Ricardo Alves de Olinda
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Gustavo Henrique Esteves
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Tiago Almeida de Oliveira
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Agradecimentos

Primeiramente ao nosso soberano - Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, ao longo de minha vida, e não somente nestes anos como universitário, mas também em todos os momentos.

Aos meus familiares e amigos que de forma direta ou indireta contribuíram para o fechamento desse círculo.

Ao meu orientador Prof. Dr. Ricardo Alves Olinda, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos. E aos demais professores do curso de Estatística e de outras áreas da Universidade Estadual da Paraíba pela excelência da qualidade técnica de cada um.

Resumo

No trabalho em questão foram aplicados métodos de séries temporais e de Modelos Lineares Generalizados (MLG), a princípio com a finalidade de apresentar novos procedimentos para a modelagem de séries temporais, que tenha relação aos MLG com estrutura autorregressiva de média móvel (ARMA), foi verificada a normalidade pelo teste de Anderson-Darling (1952, 1954) que pode ser utilizado para avaliar se a amostra segue distribuição normal, diante disso, como os dados são de contagem, aplicou-se os métodos de modelos lineares generalizados, no qual, utilizou-se de modelos com distribuição Poisson e Binomial Negativa, detectou-se que os dados tinham superdispersão, nesse aspecto, usou-se os Modelos Autorregressivos e de Médias Móveis Generalizados (GARMA), em ambos os métodos para escolha do modelo mais eficaz aos dados, utilizou-se como critério de seleção o AIC, assim, verificou-se que os modelos GARMA Poisson e GARMA Binomial Negativo foram mais habilitados para a modelagem de dados de contagem com dependência temporal.

Palavras-chave: Modelo GARMA, Modelos Lineares Generalizados, Dados de Contagem, Superdispersão.

Abstract

In the present work, time series and Generalized Linear Models (GLM) methods were applied, initially with the purpose of presenting new procedures for time series modeling, related to GLM with autoregressive moving average structure (ARMA), Normality was verified by the Anderson-Darling test (1952, 1954) which can be used to evaluate if the sample follows normal distribution. In view of this, as the data are counting, generalized linear model methods were applied, in which, we used models with Poisson and Negative Binomial distribution, it was detected that the data had overdispersion. In both methods for choosing the most effective model for the data, the selection criteria were the AIC, thus it was found that the models GARMA Poisson and GARMA Negative Binomials were better enabled for time-dependent count data modeling.

Key-words: GARMA Model, Generalized Linear Models, Count Data, Superdispersion.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Gráfico de Envelope para o modelo Binomial Negativo para variável Pneumonia	28
Figura 2 – Gráfico de Envelope para o modelo Binomial Negativo para variável Bronquite	29
Figura 3 – Gráfico de Envelope para o modelo Binomial Negativo para variável Asma	30
Figura 4 – Gráfico do teste Chow das Estatística F	31
Figura 5 – Diagnóstico depois dos ajustes das séries para variável Pneumonia . . .	33
Figura 6 – Gráfico do teste Chow das Estatística F	34
Figura 7 – Diagnóstico depois dos ajustes das séries para variável Bronquite . . .	36
Figura 8 – Gráfico do teste Chow das Estatística F	37
Figura 9 – Diagnóstico depois dos ajustes das séries para variável Asma	39

Lista de tabelas

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos dados no estudo	26
Tabela 2 – Teste de Normalidade Anderson-Darling	26
Tabela 3 – Correlação de Kendall entre as variáveis respostas e explicativas	27
Tabela 4 – Modelo Poisson com dependência temporal para Pneumonia	32
Tabela 5 – Modelo Binomial Negativo com dependência temporal para Pneumonia	32
Tabela 6 – AIC dos modelos com e sem dependência temporal para Pneumonia . .	32
Tabela 7 – Regras de pontuação com seus scores para Pneumonia	32
Tabela 8 – Estimação com bootstrap para os erros padrão e o Coeficiente de superdispersão para Pneumonia	34
Tabela 9 – Modelo Poisson com dependência temporal para Bronquite	35
Tabela 10 – Modelo Binomial Negativo com dependência temporal para Bronquite	35
Tabela 11 – AIC dos modelos com e sem dependência temporal para Bronquite . .	35
Tabela 12 – Regras de pontuação com seus scores para Bronquite	36
Tabela 13 – Estimação com bootstrap para os erros padrão e o coeficiente de super- dispersão para Bronquite	37
Tabela 14 – Modelo Poisson com dependência temporal para Asma	38
Tabela 15 – Modelo Binomial Negativo com dependência temporal para Asma . . .	38
Tabela 16 – AIC dos modelos com e sem dependência temporal para Asma	38
Tabela 17 – Regras de pontuação com seus scores para Asma	39
Tabela 18 – Estimação com bootstrap para os erros padrão e o coeficiente de super- dispersão para Asma	40

Sumário

1	INTRODUÇÃO	10
2	REVISÃO DE LITERATURA	12
2.1	Processo Linear	12
2.2	Modelo de Box e Jenkins	13
2.3	Modelos Lineares Generalizados	13
2.4	Modelo Autorregressivo e Médias Moveis Generalizado (GARMA)	13
2.4.1	Modelo GARMA Poisson	14
2.4.2	Modelo GARMA Binomial Negativo	15
2.4.3	Componente Sazonal	16
2.4.4	Método de Estimação	16
2.4.5	Predição dos modelos GARMA	17
2.4.6	Teste de Estabilidade do modelo (TESTE DE CHOW)	18
2.4.7	Seleção de modelos	19
2.4.8	Teste de Mann-Kendall	19
2.4.9	Análise de Intervenção	21
2.4.10	Regras de Pontuação (Scoring Rules)	22
2.4.11	Transformação Integral de Probabilidade (PIT)	22
2.4.12	Bootstrap	23
3	RESULTADOS E DISCUSSÃO	25
3.1	Análise Descritiva	25
3.2	Ajustes dos modelos Poisson e Binomial Negativo, considerando independência ao longo do tempo para variável Pneumonia	27
3.3	Ajustes dos modelos Poisson e Binomial Negativo, considerando independência ao longo do tempo para variável Bronquite	28
3.4	Ajustes dos modelos Poisson e Binomial Negativo, considerando independência ao longo do tempo para variável Asma	29
3.5	Ajuste dos modelos Poisson e Binomial Negativo com dependência ao longo do tempo para variável Pneumonia	31
3.6	Ajuste dos modelos Poisson e Binomial Negativo com dependência ao longo do tempo para variável Bronquite	34
3.7	Ajuste dos modelos Poisson e Binomial Negativo com dependência ao longo do tempo para variável Asma	37
4	CONCLUSÃO	41

REFERÊNCIAS 42

1 Introdução

As doenças respiratórias são as doenças mais comuns durante a infância, entre 0 a 12 anos, provocando um número elevado de crianças, de todos os níveis sócio-econômicos.

Modelos de regressão para séries temporais de contagens são utilizados quando queremos relacionar o valor médio de uma série resposta com um conjunto de séries preditoras ou covariáveis. Uma aplicação importante deste tipo de análise ocorre em vigilância epidemiológica, onde a série temporal de contagem dos casos de uma determinada doença é muitas vezes monitorada por algum profissional de saúde pública (DIAS, 2014). Neste caso, a série observada pode ser ajustada por covariáveis ambientais, como por exemplo, precipitação, temperatura, umidade, entre outros; e pode ser utilizada para detectar mudanças no padrão do número de casos da doença. Para doenças com taxas de infecções baixas, as contagens observadas normalmente contêm uma alta frequência de zeros (inflação de zeros) em períodos não epidêmicos e durante período de surto, o número de casos da doença pode ser extremamente elevado, ocasionando um fenômeno denominado sobredispersão.

A ocorrência destas duas características (inflação de zeros e sobredispersão) inerentes a uma série temporal de contagem, levam à violação das suposições básicas dos modelos probabilísticos tradicionalmente utilizados (Poisson, binomial ou binomial negativo), tornando-os limitados. As mudanças climáticas têm gerado preocupação crescente quanto aos potenciais efeitos à saúde humana, especialmente aqueles relacionados ao sistema respiratório (OBERMAIER; ROSA, 2013). É senso comum e também indicado através do resultado de vários estudos que reações adversas sobre a saúde são provocadas pelas condições de tempo e clima. No Brasil, existem vários estudos que avaliaram os impactos das condições do clima e tempo sobre a saúde da população. A seguir será apresentado um desses achados que abordaram essas variáveis ambientais e os efeitos adversos na saúde da população. A pneumonia, Asma e Bronquite têm papéis importantes na carga das doenças da infância, principalmente nos países pobres.

Os pesquisadores, Sousa, Dantas e Limeira (2007) utilizaram dados de temperatura, umidade relativa do ar e precipitação do período de 1992 a 2000, na cidade de João Pessoa, PB, objetivando identificar a influência destes elementos meteorológicos na incidência do dengue, meningite e pneumonia. Os elementos meteorológicos preditores da incidência das doenças em João Pessoa, foram a temperatura máxima e a precipitação.

Como os dados eram de contagem com independência temporal foi aplicado os modelos linear generalizados, visto que averiguou que obtiveram superdispersão. Diante disso, este trabalho teve como objetivo aplicar os modelos GARMA com dependência

temporal para a otimização do estudo, mostrando que de fato é outra alternativa para estudos na saúde pública ou em até mesmo em outras áreas científicas utilizando dados de contagem.

2 Revisão de Literatura

Neste capítulo agrupa os principais aspectos da modelagem Estatística para dados de contagem com autocorrelação temporal, e os principais artigos e livros que ajudaram para o avanço dessas teorias em todas as áreas do conhecimento, principalmente na Saúde Pública brasileira, mas também uma revisão em cima da classe dos modelos GARMA (Autoregressive Moving Average Models).

2.1 Processo Linear

O modelo normal linear, desenvolvido por Legendre e Gauss, segundo Stigler (1981), foi amplamente utilizado na descrição de fenômenos aleatórios, principalmente nas primeiras décadas do século XX. Gauss propôs a distribuição normal para descrever a variabilidade dos erros e, dessa forma, a suposição de normalidade dos erros e constância da variância são de suma importância para a adequação do modelo normal linear.

Para solucionar o problema de linearidade, homocedasticidade da variância e normalidade dos dados foram desenvolvidas transformações com o objetivo de alcançar tais pressupostos. Uma transformação conceituada foi desenvolvida por Box e Cox (1964), que tem como objetivo transformar a variável ajustada a fim de se obter um melhor ajuste do modelo. No entanto, de acordo com Andrews (1971), a transformação de Box-Cox é muito sensível a valores atípicos e é recomendada quando a variável somente assume valores positivos.

De acordo com Amorim (2015) o ruído branco ϵ_t é transformado no processo y_t pelo que é chamado filtro linear $\varphi(B)$. A operação simplesmente é uma soma ponderada das observações anteriores, de modo que

$$y_t = \mu + \epsilon_t + \varphi_1 \epsilon_{t-1} + \varphi_2 \epsilon_{t-2} + \dots = \mu + \varphi(B)\epsilon_t, \quad (2.1)$$

em que μ é a média do processo autorregressivo e B é o operador de defasagem de k períodos de tempo anterior, dado por

$$B^k \epsilon_t = \epsilon_{t-k}. \quad (2.2)$$

O modelo definido em (2.1) também pode ser escrito como a soma ponderada dos valores passados de Y_t adicionando-se ϵ_t então

$$y_t = \mu + \pi_1 y - 1 + \pi_2 y - 2 + \dots + \mu_t.$$

2.2 Modelo de Box e Jenkins

A metodologia de Box et al. (2015) está fundamentada em quatro passos:

1. Identificação: Identifica-se um modelo apropriado para a série em questão;
2. Estimção: Estima-se os parâmetros do modelo identificado;
3. Verificação do modelo: é necessário checar a adequação do modelo através da análise de resíduos;
4. Previsão: o modelo final é usado para prever futuros valores da série.

A modelagem proposta por Box e Jenkins é da forma

$$Y_t = \mu + \sum_{k=0}^{\alpha} \psi_k \mu_{t-k} = \mu + \psi(B) \mu_t,$$

onde filtro linear ψ é definido por

$$\psi(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)},$$

onde $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ e $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \theta_p B^p$ são polinômios de graus q e p .

2.3 Modelos Lineares Generalizados

De acordo com Costa (2003) desenvolveu uma classe de modelos baseados na família exponencial com um parâmetro desconhecido, cujas médias são não-lineares num conjunto de parâmetros lineares. Tais modelos são chamados de Modelos Lineares Generalizados (MLG). Os MLG são uma união de modelos lineares e não-lineares onde se tem uma distribuição da flexível família exponencial, formada pela distribuição normal, Poisson, binomial, gama, e normal inversa; e incluem modelos lineares tradicionais (erros com distribuição normal), bem como os modelos logísticos, os modelos log-lineares, os modelos de regressão de Poisson, dentre outros (HESS et al., 2015). Os Modelos Lineares Generalizados possibilitam, basicamente, ampliar a distribuição da variável resposta, permitindo que a mesma pertença à família exponencial de distribuições, bem como para dar maior flexibilidade à relação garante um valor positivo para quaisquer valores dos parâmetros do preditor linear. Muitos outros modelos estatísticos podem ser gerados pela seleção apropriada de uma distribuição de probabilidade para a variável resposta e de uma função de ligação.

2.4 Modelo Autorregressivo e Médias Moveis Generalizado (GARMA)

O modelo Garma Benjamin, Rigby e Stasinopoulos (2003) é uma combinação do modelo ARMA e do Modelo Linear Generalizado, possibilitando a inclusão de termos autorregressivos e de médias móveis em qualquer distribuição da família exponencial. No modelo GARMA, a distribuição condicional de cada observação Y_t para $t = 1, \dots, T$, dada toda a informação passada por $H_{t-1} = (x_1, \dots, x_{t-1}, y_1, \dots, y_{t-1}, \mu_1), \dots, \mu_{t-1}$, pertence à família exponencial, ou seja, a densidade condicional é dada por:

$$f(y_t | H_{t-1}) = \exp \left\{ \frac{y_t \vartheta_1 t - b(\vartheta_1 t)}{\vartheta_2} + d(y_t; \vartheta_2) \right\}. \quad (2.3)$$

Os termos $\mu_t = E(y_t | H_{t-1}) = b'(\vartheta_1 t)$ e $\text{var}(y_t | H_{t-1}) = \vartheta_2 V(\mu_t) = \vartheta_2 b''(\vartheta_1 t)$, $t = 1, \dots, T$ e $V(\mu_t)$ é função de variância de μ_t , representam respectivamente a média e a variância condicionais de y_t dado H_{t-1} . A notação é a mesma que utiliza para o MLG, porém no modelo GARMA são utilizadas distribuições condicionais às informações passadas.

Para dados medidos ao longo do tempo, as observações y_t podem ser correlacionadas com as observações $y_t - 1, y_t - 2, \dots$. O modelo GARMA permite a autocorrelação de y_t incluindo termos Autorregressivos e Médias Móveis no preditor linear para a média:

$$g(\mu_t) = \eta_t = x_t' \beta + \sum_{j=1}^p \phi_j A(y_{t-j}, x_t, \beta) + \sum_{j=1}^q \theta_j M(y_{t-j}, \mu_{t-j}), \quad (2.4)$$

em que os termos $\mu_t = b'(\vartheta_1 t) = E(y_t | H_{t-1})$ e $\text{var}(y_t | H_{t-1}) = \vartheta_2 V(\mu_t) = \vartheta_2 b''(\vartheta_1 t)$, $t = 1, \dots, n$ representam a média e a variância condicional de y_t dado H_{t-1} . Os parâmetros autorregressivos são $\phi' = (\phi_1, \dots, \phi_p)$, os parâmetros de Média móvel são $\theta' = (\theta_1, \dots, \theta_q)$ e A e M são funções dos termos autorregressivos e de médias móveis, respectivamente.

As funções de ligação dos termos autorregressivo e média móvel, respectivos a A e M, apresentadas anteriormente são muito gerais, então para esse estudo foi considerado o seguinte caso particular para o preditor linear η_t , incluindo o offset δ_t :

$$g(\mu_t) = \eta_t = x_t' \beta + \delta_t + \sum_{j=1}^p \phi_j \{g(y_{t-j}) - x_t' - j\beta - \delta_t\} + \sum_{j=1}^q \theta_j \{g(y_t - j - \mu_{t-j})\}. \quad (2.5)$$

Neste trabalho, foram considerados os modelos GARMA com distribuições Poisson e Binomial Negativa.

2.4.1 Modelo GARMA Poisson

De acordo de Andrade et al. (2013), supondo que $Y_t | F_{t-1}$ possui distribuição de Poisson com parâmetro μ_t , então

$$f(y_t | F_{t-1}) = \frac{\exp(-\mu_t)\mu_t^{y_t}}{y_t!}, t = 1, \dots, n, \quad (2.6)$$

que pode ser reescrita como

$$f(y_t | F_{t-1}) = \exp\{y_t \log(\mu_t) - \mu_t - \log(y_t!)\}. \quad (2.7)$$

Note que $\varphi = 1$ e $\theta_t = \log(\mu_t)$. Logo, segue que $\mu_t = \exp(\theta_t)$. Reescrevendo a expressão 2.7 tem-se:

$$f(y_t | F_{t-1}) = \exp\{y_t \theta_t - \exp(\theta_t) - \log(y_t!)\}, \quad (2.8)$$

desta forma $Y_t | F_{t-1}$ pertence a família exponencial com $\varphi = 1$, $\theta_t = \log(\mu_t)$, $b(\theta_t) = \exp(\theta_t)$, $c(y_t, \varphi) = -\log(y_t!)$. Além disso, $v(\mu_t) = \mu_t$.

Para este modelo a função de ligação é a função logarítmica, pois a mesma fornece valores não negativos para $\mu_t = g^{-1}(\eta_t)$ não importando os valores atribuídos a η . Assim o preditor linear fica:

$$\log(\mu_t) = x_t' \beta + \sum_{j=1}^p \phi_j \{ \log y_{t-j}^* - x_{t-j}' \beta_j \} + \sum_{j=1}^q \theta_j \log \left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}} \right), \quad (2.9)$$

com $y_{t-j}^* = \max(y_{t-j}, c)$, $0 < c < 1$. E sem perda de generalidade, podemos desconsiderar as variáveis x_t , pois são variáveis exógenas ao processo e dessa forma obtém-se a seguinte equação

$$\log(\mu_t) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \phi_j \{ \log y_{t-j}^* \} + \sum_{j=1}^q \theta_j \log \left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}} \right), \quad (2.10)$$

definindo assim o modelo Poisson GARMA. Pode-se observar que a média e a variância no modelo GARMA Poisson são iguais, o que torna o modelo menos adequado quando tem-se o objetivo de modelar uma série com dados super dispersos. Neste caso um modelo mais adequado para esse tipo de dados é o modelo GARMA Binomial Negativo, que é abordado na seção 2.4.2.

2.4.2 Modelo GARMA Binomial Negativo

No modelo Binomial Negativo GARMA consideramos a distribuição de probabilidade condicional como sendo binomial negativa, ou seja $y_t | F_{t-1} \sim BN(k, p_t)$

$$f(Y_t | F_{t-1}) = \frac{\Gamma(k + y_t)}{\Gamma(y_t + 1)\Gamma(k)} p_t^k (1 - p_t)^{y_t}, y_t = 0, 1, \dots, \quad (2.11)$$

como $\mu_t = \frac{k(1-p_t)}{p_t}$, então $p_t = \frac{k}{\mu_t + k}$ e assim reescrevendo a equação (2.11) tem-se:

$$f(y_t | F_{t-1}) = \exp\left(k \log\left\{\frac{k}{\mu_t + k}\right\} + y_t \log\left\{\frac{\mu_t}{\mu_t + k}\right\} + \log\left\{\frac{\Gamma(k + y_t)}{\Gamma(y_t + 1)\Gamma(k)}\right\}\right), \quad (2.12)$$

que pertence a família exponencial com:

$$\theta_t = \log\left\{\frac{\mu_t}{\mu_t + k}\right\} \text{ e } b(\theta) = -k \log\left\{\frac{k}{\mu_t + k}\right\}, c(y_t, \varphi) = \log\left\{\frac{\Gamma(k + y_t)}{\Gamma(y_t + 1)\Gamma(k)}\right\} \text{ e } \varphi = 1.$$

Além disso

$$\mu_t = \frac{k \exp(\theta_t)}{1 - \exp(\theta_t)}; v(\mu_t) = \frac{-\mu_t}{k} (k + \mu_t). \quad (2.13)$$

Como p_t representa uma probabilidade é evidente que está entre 0 e 1. Dessa forma, como $p_t = \frac{k}{\mu_t + k}$ e k é um número positivo, da mesma forma que no GARMA Poisson, a função de ligação logarítmica será usada como segue

$$\log(\mu_t) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \phi_j \left\{ \log y_{t-j}^* \right\} + \sum_{j=1}^q \theta_j \log\left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}}\right), \quad (2.14)$$

com $y_{t-j}^* = \max(y_{t-j}, c)$, $0 < c < 1$. Para determinar os estimadores de máxima verossimilhança é necessário maximizar a função de verossimilhança (2.11). Observe que tanto a função de verossimilhança da Poisson quanto a função de verossimilhança da binomial negativa estão padrão. Assim basta reescrever p_t em função de μ_t , portanto com as equações (2.13) e (2.11) fica definido o modelo Binomial Negativo GARMA.

2.4.3 Componente Sazonal

De acordo com Andrade et al. (2016), os componentes sazonais do modelo podem ser representados com β_{S1} e β_{S2} , usando funções cosseno (cos) e seno (sen), respectivamente. Estes dois termos podem ser incluídos no preditor, assim

$$\log(\mu_t) = \beta_0 + \beta_{S1} \cos\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + \beta_{S2} \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + \sum_{j=1}^p \phi_j \left\{ \log y_{t-j} \right\} + \sum_{j=1}^q \theta_j \left\{ \log(y_{t-j}) - \log(\mu_{t-j}) \right\}. \quad (2.15)$$

2.4.4 Método de Estimação

O procedimento de ajuste e estimação dos modelos GARMA foi realizado pelo método de estimação de máxima verossimilhança (...) Benjamin, Rigby e Stasinopoulos (2003), o método de estimação é baseado nos procedimentos clássicos dos modelos Lineares Generalizados.

Seja y_t uma série temporal onde as Equações (2.3) e (2.5) são satisfeitas. O vetor de parâmetros é $\vartheta = (\beta', \phi', \theta')$, onde $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_m)'$, $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)'$ e $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)'$. Para o procedimento de estimação, a função de máxima verossimilhança aproximada nas r primeiras observações é utilizada. $F_r = y_1, \dots, y_r$, em que $r = \max(p, q)$. A função de verossimilhança parcial pode ser calculada considerando que y_{t-1} e y_t são condicionalmente independente. Assim

$$L(\beta, \phi, \theta | F_n) \propto \prod_{t=r+1}^n f(y_t | F_t) \propto \prod_{t=r+1}^n \exp \left\{ \frac{y_t g(\mu_t) - b(g^{-1}(\mu_t))}{\phi} + c(y_t, \phi) \right\}, \quad (2.16)$$

em que $g(u_t)$ é a função de ligação dada por

$$g(\mu_t) = \eta_t = x_t' \beta + \delta_t + \sum_{j=1}^p \phi_j \{g(y_{t-j}) - x_{t-j}' \beta - \delta_t\} + \sum_{j=1}^q \theta_j \{g(y_{t-j} - \mu_{t-j})\}. \quad (2.17)$$

De acordo com as Equações acima $t = r + 1, \dots, n$. As Equações(2.16) e (2.17) não possuem uma solução analítica, havendo assim a necessidade de rotinas de otimizações numéricas para solução das equações.

A classe de modelos GARMA apresenta características assintóticas interessantes (BENJAMIN; RIGBY; STASINOPOULOS, 2003). Esta teoria funciona bem para grandes conjuntos de dados, entretanto, em dados reais discretos é comum lidar com pequenos conjuntos de dados. Sendo assim, métodos de reamostragem podem ser uma solução para problema assintóticos(ANDRADE et al., 2016).

2.4.5 Predição dos modelos GARMA

O estimador $\hat{\eta}_t$, para $t = r + 1, \dots, n$ é obtido por

$$\hat{\eta}_t = x_t \hat{\beta}_j + \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_j \{g(y_{t-j}) - x_{t-j} \hat{\beta}\} + \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j \{g(y_{t-j}) - \hat{\eta}_{t-j}\}. \quad (2.18)$$

Usando a Equação (2.18), a média do processo é dada por $\widehat{\mu}_t = g^{-1}(\hat{\eta}_t)$, para $t = r + 1, \dots, n$.

O preditor de valores futuros y_{t+h} para $h > 0$ é dado por $\hat{y}_{n+h} = E[Y_{n+h} | F_{n+1}]$, onde a informação até n é conhecida. Segue que

$$F_{n+1} = \{x_{n+1}, x_n, \dots, y_n, y_{n-1}, \dots, y_1, \mu_n, \mu_{n-1}, \dots, \mu_1\},$$

\hat{y}_{t+h} é chamado de preditor com origem em n e horizonte h . A previsão para os modelos GARMA é realizada recursivamente pelo preditor linear de cada modelo. Usando a estimativa do MLE pode ser obtido

$$\hat{\eta}_{n+1} = x_{n+1}\hat{\beta} + \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_j \{g(\hat{y}_{n-j+1}) - x_{n-j+1}\hat{\beta}\} + \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j \{g(\hat{y}_{n-j+1}) - \hat{\eta}_{n-j+1}\}. \quad (2.19)$$

Assim, a previsão 1 passo à frente ($h = 1$) é calculada por $\hat{y}_{n+1} = g^{-1}(\hat{\eta}_{n+1}) = \mu_{n+1}$, onde

$$\begin{cases} \hat{y}_{t-j+h} = y_{t-j+h}, h \leq j \\ \hat{y}_{t-j+h} = g^{-1}(\hat{\eta}_{t-j+h}), h > j \end{cases}$$

para $h > 1$

$$\hat{\eta}_{n+h} = x_{n+h}\hat{\beta} + \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_j \{g(\hat{y}_{n-j+h}) - x_{n-j+h}\hat{\beta}\} + \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j \{g(\hat{y}_{n-j+h}) - \hat{\eta}_{n-j+h}\}. \quad (2.20)$$

2.4.6 Teste de Estabilidade do modelo (TESTE DE CHOW)

Segundo Magalhães e Andrade (2009), o teste de Chow permite testar a estabilidade e capacidade de previsão do modelo estimado, ou verificar mudanças estruturais ao longo do período de estimação, por isso, é importante para a previsão no estudo.

A realização do teste de Chow sintetiza-se nas quatro etapas que seguem:

$$y_{1i} = \beta_{10} + \beta_{12}X_{2i} + \dots + \beta_{1(k-1)}X_{(k-1)i} + \mu_{1i}, \quad 1, 2, \dots, n_1, \quad (2.21)$$

$$y_{2i} = \beta_{20} + \beta_{21}X_{1i} + \dots + \beta_{2(k-1)}X_{(k-1)i} + \mu_{2i}, \quad i = n_1+1, \quad n_1+2, \dots, n, \quad (2.22)$$

1. Reunir todas as observações ($n_1 + n_2 = n$) e estimar o modelo restrito. Seja S_1 o S.Q.R. com $n_1 + n_2 - k$ graus de liberdade resultante desse processo de ajustamento;
2. Estimar em separado cada um dos modelos de regressão (2.21) e (2.22) e identificar os respectivos somatórios dos quadrados dos resíduos (S.Q.R). Seja S_2 o S.Q.R. com $n_1 - k$ graus de liberdade do modelo (2.21) e S_3 a SQR com $n_2 - k$ graus de liberdade do modelo (2.22). De seguida, adicionar S_2 e S_3 para obter S_4 com $n_1 + n_2 - 2k$ graus de liberdade;

3. Determinar $S_5 = S_1 - S_4$ com $(n_1 + n_2 - k) - (n_1 + n_2 - 2k) = k$ graus de liberdade;
4. Aplicar a estatística.

$$F = \frac{S_5/k}{S_4/(n_1 + n_2 - 2k)}, \quad (2.23)$$

que sob a hipótese nula segue uma distribuição de F com k e $n_1 + n_2 - 2k$ graus de liberdade. Se $F > F$ crítico, a hipótese nula de igualdade das duas equações de regressão é rejeitada.

Na sua análise, Chow (1960) reconhece também a importância de existir um teste estatístico que possibilite a comparação de apenas parte dos coeficientes dos dois modelos de regressão. Assim, suponha-se que possui informação que permite assegurar que algum ou alguns dos parâmetros das duas equações de regressão são efetivamente diferentes, de tal modo que apenas interessa testar se os restantes coeficientes dos dois modelos se assume à priori ser diferente serão identificados através do índice a e os demais coeficientes cuja igualdade se pretende mediante a afectação do índice b . Sejam (2.24) e (2.25) as respectivas equações de regressão na forma matricial

$$y_1 = X_{1a}\beta_{1a} + X_{1b}\beta_{1b} + \mu_1, \quad (2.24)$$

$$y_2 = X_{2a}\beta_{2a} + X_{2b}\beta_{2b} + \mu_2. \quad (2.25)$$

2.4.7 Seleção de modelos

De acordo com Andrade et al. (2013), na literatura existem muitas metodologias criadas para verificar quão adequado é um modelo. No entanto, como afirma (BOX; COX, 1964) "Todos os modelos são errados, porém alguns são úteis", é evidente que se busca um modelo "menos errado", e existem algumas maneiras de encontrá-lo.

Na abordagem clássica dentre os critérios mais conhecidos e utilizados estão o AIC (Akaike information criterion) e BIC (Bayesian information criterion).

Akaike (1974) concluiu que o viés é dado assintoticamente por d , em que d é o número de parâmetros a serem estimados no modelo e definiu seu critério de informação como:

$$AIC = -2l(\hat{\theta}) + 2d, \quad (2.26)$$

em que $l(\theta)$ denota o máximo da função de log-verossimilhança. O critério BIC, proposto por Schwarz et al. (1978), penaliza o modelo a ser escolhido mais severamente que o AIC e é definido por:

$$BIC = -2l(\hat{\theta}) + d \log(n), \quad (2.27)$$

sendo n o número de observações da série. O modelo selecionado é aquele com menor AIC e BIC.

2.4.8 Teste de Mann-Kendall

O teste estatístico empregado para verificar-se a tendência é estatisticamente significativa ou não é o teste não paramétrico de Mann-Kendall (HIPEL; MCLEOD, 1994). Seja uma série temporal de observações, x_1, x_2, \dots, x_n , Mann (1945) propôs para hipótese nula, H_0 , que o dado vindo de uma população onde as variáveis aleatórias são independentes e igualmente distribuídas. A hipótese alternativa, H_1 , é que os dados seguem uma tendência monotônica no tempo. Sob H_0 , o teste estatístico de Mann-Kendall é:

$$S = \sum_{k=1}^{n_1-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sgn}(x_j - x_k), \quad (2.28)$$

onde

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} +1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

Kendall (1975) mostra que S é normalmente distribuída, e a média e a variância de S , para uma situação na qual pode haver valores iguais nos valores de x , são calculadas pela equações abaixo:

$$E[S_i] = 0$$

$$\text{Var}[S] = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum_{j=1}^p t_j(t_j-1)(2t_j+5)}{18}, \quad (2.30)$$

onde p é o número de grupos contendo valores iguais na série de dados e t_j é o número de dados com valores iguais num certo grupo j .

Usando a equação (2.29), um valor positivo de S indica tendência positiva na qual os dados crescem com o tempo. Por outro lado, um valor negativo de S indica uma tendência negativa. Sabendo-se que S é normalmente distribuído e tem média zero e

variância dada pela equação (2.30), pode-se chegar se a tendência positiva ou negativa é significativamente diferente de zero. Se S é significativamente diferente de zero, H_0 pode ser rejeitada para certo nível de significância apontando para a existência de tendência (H_1) é aceita.

Kendall (1975) e Mann (1945) mostraram que mesmo para valores pequenos de n , pode-se assumir uma distribuição normal desde que o valor da estatística Z seja dado por:

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{(\text{Var}(S))^{1/2}} & \text{se } S > 0 \\ 0 & \text{se } S = 0 \\ \frac{S+1}{(\text{Var}(S))^{1/2}} & \text{se } S < 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

Num teste bilateral para tendência, H_0 deve ser aceito se $|Z| \leq Z_{\alpha/2}$, onde $F_N(Z_{\alpha/2}) = \alpha/2$, sendo F_N o valor de distribuição normal cumulativa e a nível de significância do teste.

O teste Sazonal de Kendall, Groppo (2005) avalia sazonalmente o teste de Mann-Kendall separadamente em cada estação, e então combina os resultados. Assim para "estações" mensais, dados de janeiro são comparados somente com janeiro, fevereiro só com fevereiro, e assim por diante. As estatísticas S_i de Kendall para cada estação são somadas para formar a estatística geral S_k .

$$S_k = \sum_{i=1}^m S_i$$

Quando o produto do número de estações pelo número de anos é maior que 25, a distribuição do S_k pode ser aproximada de uma distribuição normal. S_k é padronizado pela subtração da esperança $\mu_k = 0$ dividindo-se pelo desvio padrão σ_{sk} . O resultado é avaliado através de uma tabela padrão de distribuição normal.

$$Z_{sk} = \begin{cases} \frac{S_k-1}{\sigma_{sk}} & \text{se } S_k > 0 \\ 0 & \text{se } S_k = 0 \\ \frac{S_k+1}{\sigma_{sk}} & \text{se } S_k < 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

onde

$$\mu_{sk} = 0$$

$$\sigma_{sk} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (n_i/18)(n_i - 1)(2n_i + 5)}$$

n_i = número de dados em estações

A hipótese nula é rejeitada com o nível de significância α se $|Z_{SK}| > Z_{erit}$, onde Z_{erit} é o valor padrão da distribuição normal com probabilidade $\alpha/2$. Caso a hipótese nula seja rejeitada, significará a existência significativa de tendência, sendo que o sinal da estatística S_k indica que a tendência é positiva ($S_K > 0$) ou negativa ($S_K < 0$).

2.4.9 Análise de Intervenção

Numa variedades de aplicações aconteceram mudanças repentinas ou eventos extraordinários. Box e Tiao (1975) referem-se a tais eventos como intervenções.

Para Fokianos e Fried (2010) intervenções no modelo afetam a locação por incluir uma covariável determinística da forma $\delta^{t-\tau}1(t \geq \tau)$ onde τ é o tempo de ocorrência e a taxa de decaimento δ é uma constante conhecida.

Esta definição pode ser aplicada a vários tipos de intervenções para diferentes escolhas da constante δ : um efeito singular para $\delta = 0$ (spiky outlier), um decaimento exponencial muda em locação para $\delta \in (0,1)$ (mudança transitória) e uma mudança repentina de locação para $\delta = 1$ (mudança de nível). Similar para o caso das covariáveis, o efeito de uma intervenção é essencialmente aditiva para o modelo linear e multiplicativa para o modelo log-linear. Além disso, a intervenção entra na dinâmica do processo e, assim, seu efeito no preditor linear não é puramente aditivo.

2.4.10 Regras de Pontuação (Scoring Rules)

Segundo Gneiting e Raftery (2007), uma avaliação simultânea da calibração e nitidez resumidos em uma única pontuação (score) numérica pode ser realizada por regras de pontuação adequadas.

De acordo com Neves (2018) uma pontuação é indicada pela distribuição preditiva P_t e a observação y_t por $s(P_t, y_t)$. A pontuação média para cada modelo correspondente é dado por $\sum_{t=1}^n \frac{s(P_t, y_t)}{n}$. Cada uma das diferentes regras de pontuações, nas quais, as mesmas sejam apropriadas em sua aplicabilidade, capturam diferentes características da distribuição preditiva e a sua distância para os dados observados. Exceto pela pontuação dos erros normalizados, pois o modelo com menor pontuação é preferível.

O erro quadrático médio da pontuação é o único que não depende da distribuição e também é conhecido como erro quadrático médio de predição. A pontuação do erro quadrático médio normalizado mede a variância dos Resíduos de Pearson e é próximo de 1 se o modelo for adequado.

2.4.11 Transformação Integral de Probabilidade (PIT)

Após a montagem de um modelo, interessa-se abordar a sensibilidade do modelo. As observações individuais ou a grupos de observações. Essa avaliação pode ser facilitada usando uma configuração de validação cruzada, em que o modelo é reajustado após a exclusão de uma ou várias observações e as observações deixadas de fora são previstas usando os parâmetros do modelo reajustado. Da mesma forma, alguém pode estar interessado em avaliar os recursos de previsão de um modelo em um conjunto de observações deixadas de

fora. Em ambas as situações em que uma observação y é prevista usando uma distribuição cumulativa preditiva função (cdf) F . O valor desse cdf preditivo avaliado na observação y dado por $F(y)$ é chamada de transformação integral de probabilidade (PIT) ver (DAWID, 1984). Isto é bem sabido que, se uma observação y surgir de uma distribuição contínua com cdf $G(\Delta)$, então sob previsão perfeita, isto é, $F = G$, o PIT $\mu := F(y)$ é uma observação de uma distribuição uniforme. Para um conjunto de observações y_1, \dots, y_K a ser previsto usando $F_1(\cdot), \dots, F_K(\cdot)$ do PIT preditivo, o histograma do $mu_k := F_k(y_k), k = 1, \dots, K$ é chamado de histograma PIT. Sob previsão perfeita, o histograma PIT deve ser plano. Os histogramas em forma de U e em forma de bump indicam sub-dispersão e super-dispersão previsões. Essa abordagem é válida se considerarmos observações contínuas, porém não para observações discretas. No caso de uma observação discreta y , (SMITH; SMITH; SMITH, 1985) considerado um valor aleatório de PIT dado por

$$v := F_{(y-1)} - \mu [F(y) - F_{(y-1)}],$$

onde μ é uma observação independente de uma distribuição uniforme (0,1) e $F(-1) = 0$. Sob previsão perfeita, esta é uma observação da distribuição uniforme. o a inclusão da quantidade aleatória μ não é satisfatória. Uma contribuição de Czado, Gneiting e Held (2009) é que eles são capazes de construir IRP não randomizados histogramas considerando a variável aleatória correspondente

$$V := F_{(Y-1)} - \mu [F(Y) - F_{(Y-1)}],$$

e derivando o cdf condicional de V dado $Y = y$ como

$$H_y(v) = \begin{cases} 0 & v \leq F_{(y-1)} \\ (v - F_{(y-1)}) / (F(y) - F_{(y-1)}) & F_{(Y-1)} \leq v \leq F(y) \\ 1 & v \geq F(y) \end{cases} \quad (2.33)$$

Eles mostram para $W \sim H_y$ e sob perfeita previsão que W tem uma distribuição uniforme. Para observações $y := (y_1, \dots, y_K)$ a ser previsto eles usam o agregado cdf condicional fornecido por

$$H_y(v) := \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K H_{y_k}(v),$$

onde H_{y_k} é baseado no cdf preditivo F_k para observação y_k . Finalmente eles chamam o histograma de J compartimentos de largura igual à altura do j-ésimo compartimento

$$f_j = H_y\left(\frac{j}{J}\right) - H_y\left(\frac{j-1}{J}\right),$$

o histograma PIT não randomizado para observações discretas. Desvios de um apartamento o histograma indica deficiências de previsão. Para uma ilustração de uma amostra não aleatória Histograma PIT Czado, Gneiting e Held (2009).

2.4.12 Bootstrap

O método de simulação Bootstrap proposto por (EFRON, 1981). Este método de simulação se baseia na construção de distribuições amostrais por reamostragem, e é muito utilizado para estimar intervalos de confiança. o método de Bootstrap também pode ser utilizado, por exemplo, para estimar o viés e a variância de estimadores ou de testes de hipóteses calibrados. O método tem por base a ideia de que o pesquisador pode tratar sua amostra que deu origem aos dados e usar amostragem com reposição da amostra original para gerar pseudoamostras. A partir destas pseudo-amostras, é possível estimar características da população, tais como média, variância, percentis, etc. Vários esquemas diferentes de simulação Bootstrap tem sido propostos na literatura e muitos deles apresentam bom desempenho em uma ampla variedade de situações.

Uma das formas de se obter amostras Bootstrap é o método não-paramétrico. Neste caso, cada amostra de tamanho n é obtida amostrando, com reposição, os dados originais, onde a estimação dos parâmetros é realizada para cada amostra, sendo este processo repetido B vezes. Na simulação não-paramétrica os dados não são gerados da distribuição de probabilidade dos dados, como no caso paramétrico.

Por exemplo, seja $x = (x_1, \dots, x_n)$ uma amostra contendo n observações. Constrói-se então, B amostras $X^{*(1)}, \dots, X^{*(B)}$ independentes, onde cada amostra é obtida a partir da reamostragem da amostra finita inicial $x = (x_1, \dots, x_n)$. Para cada uma das $X^{*(1)}, \dots, X^{*(B)}$ amostras, estima-se os parâmetros de interesse.

3 Resultados e discussão

Nessa seção prossegue as aplicações dos modelos para dados de contagem, Poisson e Binomial negativo com independência temporal e sem independência para que a escolha do melhor modelo seja a mais adequada no estudo.

Os dados utilizados neste trabalho foram concedidos por Xavier et al. (2019), referente ao artigo intitulado "Influência das variáveis meteorológicas na saúde: análise das internações por pneumonia em crianças". Os dados da pesquisadora foram coletados no Município de Campina Grande, Paraíba, nos anos de 1998 a 2017 em crianças com 240 observações mensais e 12 variáveis, por se tratar de dados de contagem, a autora utilizou como metodologia as distribuições Poisson e Binomial Negativa por meio dos Modelos Lineares Generalizados (MLG) com apenas uma variável resposta que foi Pneumonia, assim não foi realizada no estudo utilizando 3 variáveis respostas e com estrutura de autocorrelação temporal, com isso, como forma de apresentar outra alternativa para os dados analisou-se o modelo GARMA, das quais três foram variáveis respostas (Pneumonia, Asma e Bronquite) e 9 como independentes (Temperatura Média, Temperatura Máxima, Temperatura Mínima, Umidade relativa do ar, Pressão, Insolação, Vento, Precipitação e Evaporação).

3.1 Análise Descritiva

A Princípio, obteve-se as estatísticas descritivas das variáveis respostas (Pneumonia, Bronquite e Asma), e das dependentes, com base nessas estatísticas, pode-se analisar o comportamento dos dados. Assim, como mostra a Tabela 1, nota-se que aproximadamente em média, há 92, 9 e 40 casos de Pneumonia, Bronquite e Asma, respectivamente, mas também uma grande variabilidade na maioria das variáveis.

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos dados no estudo

Variáveis	Média	Mediana	Variância	Desvio Padrão
Pneumonia	93,00	84,00	2173,00	47,00
Bronquite	9,00	7,00	67,00	8,00
Asma	40,00	38,00	446,00	21,00
Temperatura Média	24,00	24,00	2,00	1,00
Temperatura Máxima	29,00	29,00	4,00	2,00
Temperatura Mínima	20,00	20,00	1,00	1,00
Umidade relativa do ar	78,00	78,00	30,00	5,00
Pressão	953,00	952,00	3,00	1,73
Insolação	7,00	8,00	2,00	1,43
Vento	4,00	4,00	0,00	0,00
Precipitação	66,00	42,00	4364,00	66,06
Evaporação	134,00	138,00	1665,00	40,80

Aplicou-se Teste de Normalidade, o teste de Anderson-Darling para avaliar a normalidade dos dados, como visto na Tabela 2

Tabela 2 – Teste de Normalidade Anderson-Darling

Variáveis	Valor-p
Pneumonia	<0,01
Bronquite	<0,01
Asma	<0,01
Temperatura Média	<0,01
Temperatura Máxima	<0,01
Temperatura Mínima	<0,01
Umidade Relativa do ar	0,045
Pressão	<0,01
Insolação	<0,01
Vento	<0,01
Precipitação	<0,01
Evaporação	0,164

Mostra-se na Tabela 2 que as variáveis obtiveram o valor-p abaixo de 5% de significância, com exceção da variável Evaporação que foi de 0,16, assim há a necessidade de aplicar outros procedimentos estatísticos para o estudo. Logo abaixo na Tabela 3, foi verificado as relações das variáveis respostas e explicativas, utilizou-se da correlação de Kendall para averiguar o quão relacionadas estão as variáveis.

Em conformidade com a correlação de Kendall na Tabela 3, verifica-se que há uma relação inversamente proporcional entre as variáveis explicativas (Temperatura Média, Temperatura Mínima, Temperatura Máxima e Evaporação) com as variáveis respostas, assim, à medida que a temperatura e a evaporação diminui o número de casos de Pneumonia, Bronquite e Asma aumenta. Em seguida encontra-se os ajustes dos modelos Poisson e Binomial Negativo, considerando independência temporal.

Tabela 3 – Correlação de Kendall entre as variáveis respostas e explicativas

Variáveis	Pneumonia	Bronquite	Asma
Temperatura Média	-0,11 (0,010)	-0,26 (<0,001)	-0,04 (0,323)
Temperatura Máxima	-0,17 (<0,001)	-0,26 (<0,001)	-0,08 (0,051)
Temperatura Mínima	-0,12 (0,005)	-0,31 (<0,001)	-0,07 (0,093)
Umidade Relativa do ar	-0,003 (0,951)	0,15 (<0,001)	-0,05 (0,289)
Pressão	0,04 (0,319)	0,31 (<0,001)	0,03 (0,427)
Insolação	-0,07 (0,088)	-0,19 (<0,001)	0,003 (0,943)
Vento	0,04 (0,319)	-0,07 (0,104)	0,05 (0,234)
Precipitação	0,08 (0,062)	0,07 (0,873)	0,07 (0,123)
Evaporação	-0,11 (0,009)	-0,15 (<0,001)	-0,04 (0,346)

3.2 Ajustes dos modelos Poisson e Binomial Negativo, considerando independência ao longo do tempo para variável Pneumonia

Primeiramente, como as variáveis respostas são de contagem, utilizou-se os modelos Poisson e Binominal Negativo, assim 2 modelos Poisson foram verificados para chegar no modelo mais adequado para o estudo, no qual foi escolhido o seguinte modelo Poisson, no qual Evaporação(X_1), Precipitação(X_2), Vento(X_3), Insolação(X_4), Pressão(X_5), Temperatura Máxima(X_6), Temperatura Mínima(X_7), Umidade Relativa do ar(X_8) e Temperatura Média(X_9):

$$\log(\mu_1) = 89,46 - 0,002X_1 - 0,001X_2 + 0,258X_3 - 0,084X_5 - 0,317X_6 - 0,138X_7 - 0,028X_8 + 0,364X_9.$$

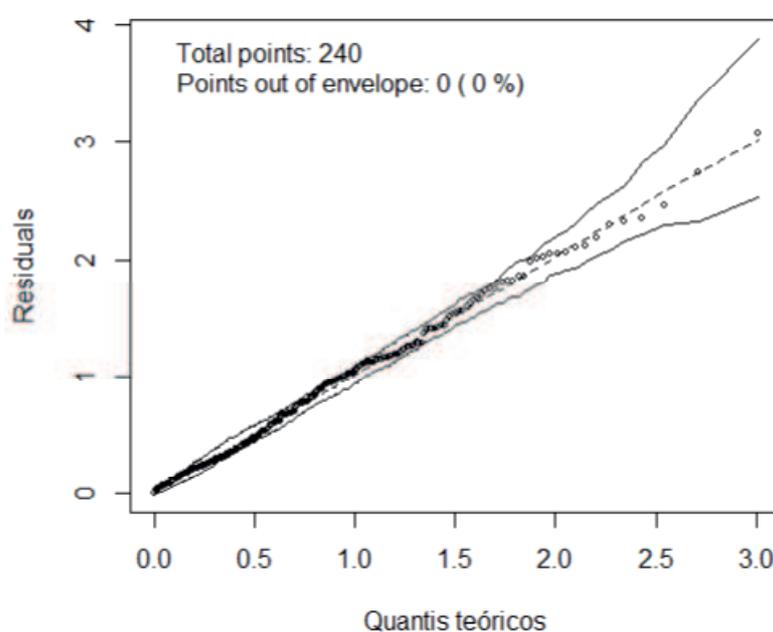
O melhor modelo Poisson mostrado acima, obteve-se um AIC igual a 5020,5 e com a desvio residual igual a 3504,4 em 231 graus de liberdade, em contra partida no primeiro modelo o AIC foi de 5122,5, só que com a variável explicativa Insolação sem significância estatística. Assim foi necessário realizar o modelo Binomial Negativo para o estudo, visto na sequência.

$$\log(\mu_2) = 7,84 + 0,308X_3 - 0,390X_6 - 0,032X_8 + 0,392X_9.$$

Com isso, o melhor modelo Binomial Negativo obteve um AIC de 2402,9 para as variáveis Vento, Temperatura Máxima, Umidade Relativa do ar e Temperatura Média com nível de significância abaixo de 5% e com desvio residual igual a 246,48 em 235 graus de liberdade. Assim, há uma grande chance do modelo mais adequado para o estudo ser o Binomial Negativo, pois obteve o menor Critério de Informação de Akaike (AIC). Assim, utilizou-se o gráfico de envelope dos quantis teóricos com os resíduos do modelo ajustado aos dados.

Com base no gráfico na Figura 1, percebe-se que nenhum ponto ficou fora das bandas confiança, portanto a proporção adequada é de até 5%, assim verifica-se que o modelo Binomial Negativo foi adequado para o estudo, mas afim de melhorar o modelo aplicou-se a frente novos procedimentos para a modelagem de séries temporais de contagem, que associam os modelos Lineares Generalizados com Estrutura Autorregressiva de Média Móvel.

Figura 1 – Gráfico de Envelope para o modelo Binomial Negativo para variável Pneumonia



3.3 Ajustes dos modelos Poisson e Binomial Negativo, considerando independência ao longo do tempo para variável Bronquite

Foi aplicado o ajuste para variável Bronquite abaixo:

$$\log(\mu_3) = -1,90 - 2,94X_2 - 1,54X_4 + 2,01X_5 - 1,99X_6 - 2,96X_7 + 5,68X_9.$$

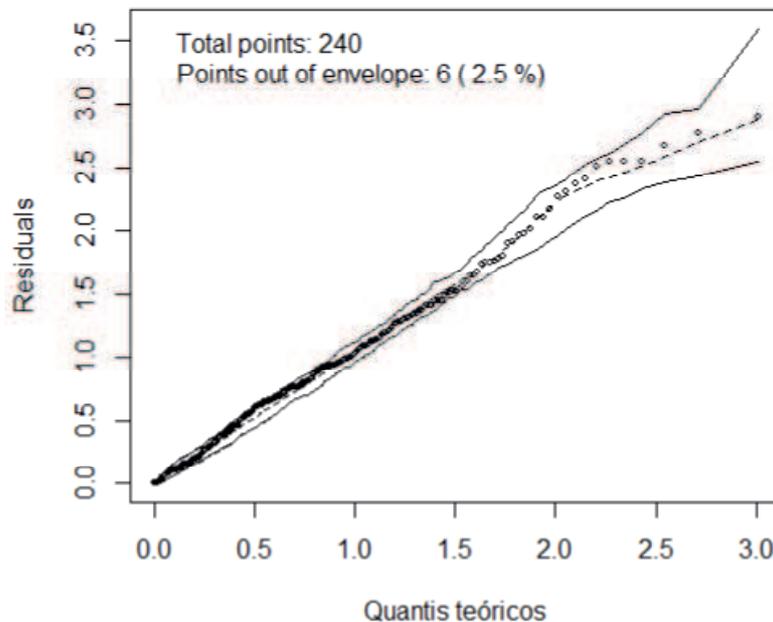
O melhor modelo Poisson mostrado acima, obteve-se um AIC igual a 2064,3, com desvio residual igual a 1185,9 em 233 graus de liberdade. para o seguinte resultado foram utilizados 2 modelos Poisson, com isso no primeiro modelo o AIC foi de 2068. Assim foi necessário realizar o modelo Binomial Negativo para o estudo, visto em seguida.

$$\log(\mu_4) = -204,938 + 0,217X_5 - 0,240X_6 - 0,383X_7 + 0,641X_9.$$

Realizou-se 3 modelos Binomial Negativo, o terceiro foi o escolhido, pois obteve o nível de significância abaixo de 5%, e o AIC de 1507,9, Portanto para a variável Bronquite o modelo Binomial Negativo foi mais satisfatório do que o de Poisson.

No gráfico da Figura 2, nota-se que 6 pontos ficaram fora das bandas confiança, no qual representa 2,5% do total, portanto como a proporção adequada é de até 5%, verifica-se que o modelo Binomial Negativo foi adequado para o estudo, mas com superdispersão, pois a desvio residual igual a 267,13 em 235 graus de liberdade. Assim afim de melhorar o modelo, aplicou-se novos procedimentos para a modelagem de séries temporais de contagem, que associam os modelos Lineares Generalizados com Estrutura Autorregressiva de Média Móvel para a variável Bronquite.

Figura 2 – Gráfico de Envelope para o modelo Binomial Negativo para variável Bronquite



3.4 Ajustes dos modelos Poisson e Binomial Negativo, considerando independência ao longo do tempo para variável Asma

Foi aplicado o ajuste para variável Asma abaixo:

$$\log(\mu_5) = 7,72 + 0,001X_2 - 0,219X_6 - 0,241X_7 - 0,037X_8 - 0,424X_9.$$

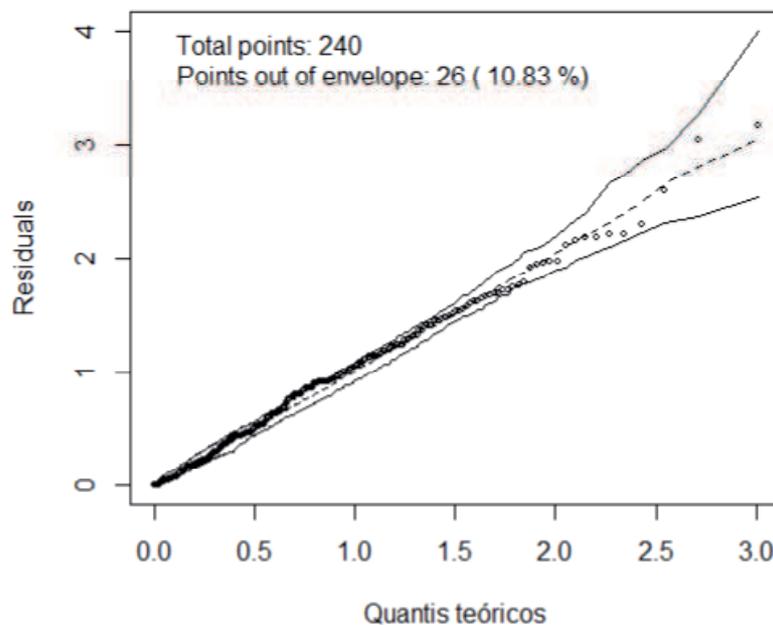
O modelo Poisson mostrado anteriormente, mostra-se um AIC igual a 3651,3, para chegar nesse resultado foram utilizados dois modelos Poisson, pois no primeiro modelo o AIC foi de 3650,6 e com 4 variáveis sem significância estatística. mas também obteve um desvio residual de 2346,5 em 233 graus de liberdade. Portanto, foi necessário realizar o modelo Binomial Negativo para o estudo, visto conseqüentemente.

$$\log(\mu_6) = 8,109 + 0,001X_2 - 0,281X_6 - 0,335X_7 - 0,041X_8 + 0,576X_9.$$

Foi necessário 2 modelos Binomial Negativo, o segundo foi o escolhido, porque obteve para as variáveis o nível de significância abaixo de 5%, e o AIC de 2101,7, com desvio residual igual a 251,14 em 234 graus de liberdade. Logo, para a variável Asma o modelo Binomial Negativo foi mais adequado do que o de Poisson. Assim para as três variáveis respostas o melhor modelo foi o Binomial Negativo.

No gráfico da Figura 3, observa-se que 26 pontos ficaram fora das bandas confiança, no qual representa 10,83% do total, portanto como a proporção adequada é de até 5%, verifica-se que o modelo Binomial Negativo não foi adequado para o estudo, assim afim de melhorar o modelo, aplicou-se novos procedimentos para a modelagem de séries temporais de contagem, que associam os Modelos Lineares Generalizados com estrutura autorregressiva de média móvel para a variável ASMA.

Figura 3 – Gráfico de Envelope para o modelo Binomial Negativo para variável Asma

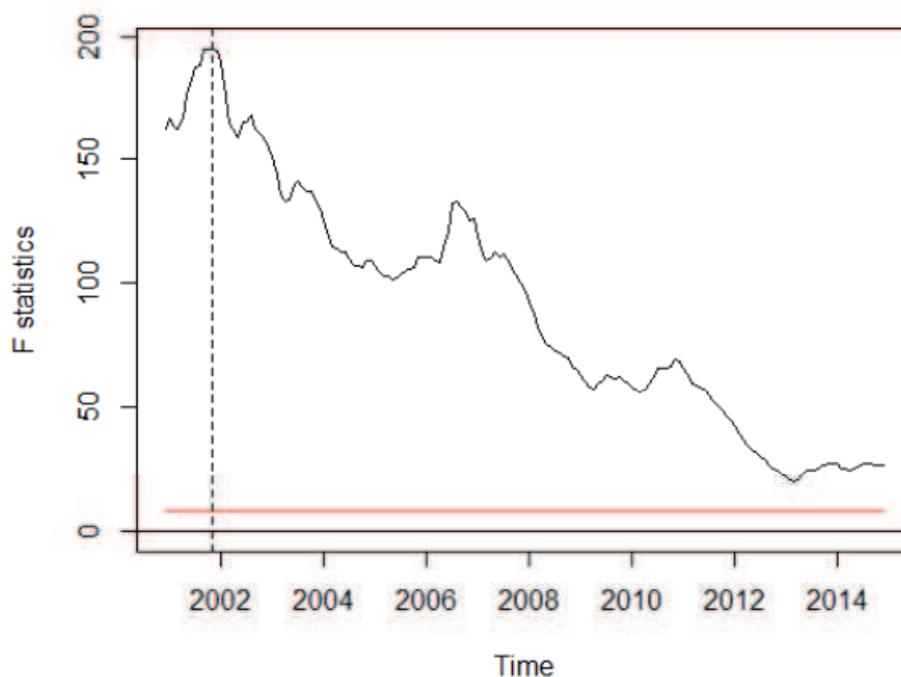


3.5 Ajuste dos modelos Poisson e Binomial Negativo com dependência ao longo do tempo para variável Pneumonia

Foi incluída uma regressão na observação anterior. Assim, comparou-se os ajustes das distribuições Poisson e Binomial Negativo, com isso, leva em consideração as informações como a do coeficiente beta 1 que corresponde a regressão da observação anterior, alpha 13 que é proporcional a regressão dos valores da média condicional de treze unidades que equivale a 1 ano, votando no tempo. Assim, observa-se as intervenções que são duas, $interv1$ e $interv2$. Elas são uma quebra na estrutura da série, ou seja, uma alteração brusca.

Nesse aspecto, Utilizou-se o teste de Chow para verificar se realmente existe ou não uma quebra na estrutura para variável Pneumonia.

Figura 4 – Gráfico do teste Chow das Estatística F



Com base na Figura 4, vê-se uma mudança bastante elevada no final de 2001 para 2002, e ao realizar o teste, nota-se que realmente houve uma quebra estrutural, porque o valor-p foi menor do que o nível de significância de 5%. Assim os resultados obtidos para distribuições estão abaixo.

Tabela 4 – Modelo Poisson com dependência temporal para Pneumonia

Coefficientes	Estimativas	Erro Padrão	IC (Inferior)	IC (superior)
Intercepto	12,58	2,58	7,53	17,66
β_1	0,83	0,12	0,79	0,86
α_{13}	0,03	0,02	-0,01	0,07
interv1	0,005	1,51	-2,95	2,96
interv2	4,06	9,55	-14,65	22,77
σ^2	0,12	-	-	-

Tabela 5 – Modelo Binomial Negativo com dependência temporal para Pneumonia

Coefficientes	Estimativas	Erro Padrão	IC (Inferior)	IC (superior)
Intercepto	12,59	7,32	-1,77	26,96
β_1	0,83	0,06	0,71	0,94
α_{13}	0,03	0,06	-0,09	0,15
interv1	0,005	4,28	-8,39	8,40
interv2	4,06	27,58	-49,99	58,11
σ^2	0,081	-	-	-

Os modelos ajustados das distribuições Poisson e Binomial Negativo, relatam que os intervalos de confiança ao nível de 95% detêm de valores reais, os resultados mostrados na Tabela 4, observa-se que o coeficiente de superdispersão σ^2 , em relação com parâmetro de dispersão $\phi = 1/\sigma^2$, adiante, nota-se pelo critico de seleção Akaike na Tabela 5 qual modelo pode ser mais adequado para os dados.

Pela Tabela 6, verifica-se que os modelos com dependência temporal GARMA foram mais adequados para os dados do que o sem dependência.

Tabela 6 – AIC dos modelos com e sem dependência temporal para Pneumonia

Distribuição	AIC
Poisson	5020,50
Binomial Negativo	2402,90
GARMA Poisson	3243,20
GARMA Binomial Negativo	2231,97

Com isso, foi aplicado outro método estatístico para confirmação que realmente tem dependência temporal, em sequência na Tabela 7, Regras de pontuação (scoring rules).

Tabela 7 – Regras de pontuação com seus scores para Pneumonia

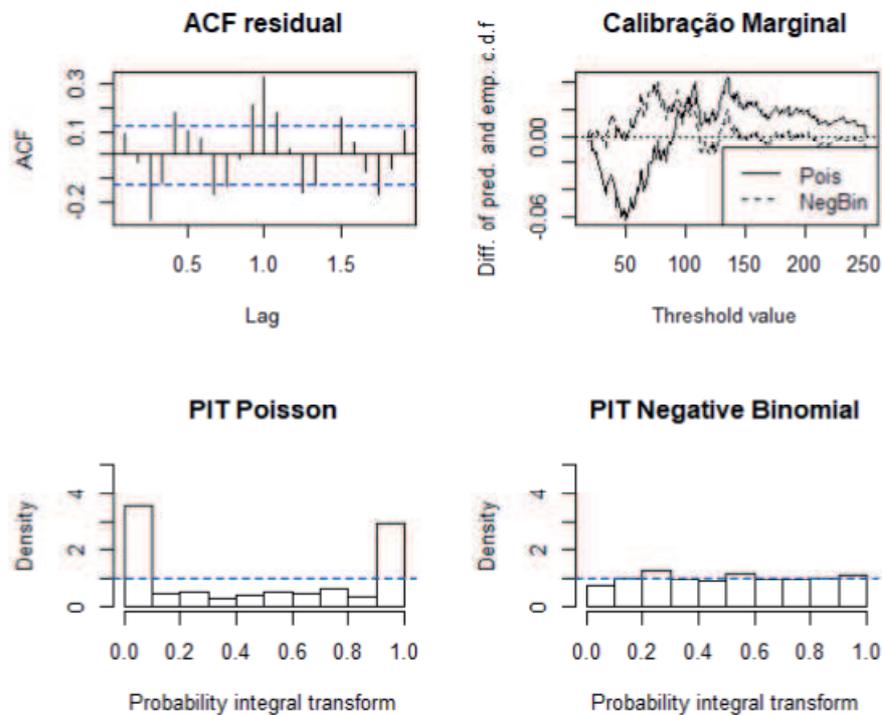
Distribuição	Logarítmica	Quadrática	Esférica
Poisson	6,74	0,00	-0,09
Binomial Negativo	4,62	-0,01	-0,11

Conforme a Tabela 7, nota-se que as regras de pontuação avalia a qualidade das previsões probabilísticas, assim, todas as regras de pontuação se adequam ao modelo

GARMA Binominal Negativo, com isso, será realizado as análises de diagnóstico para afirmar se realmente o modelo Binomial Negativo se adequa aos dados para variável Pneumonia.

Na Figura 5, percebe-se que pelo ACF residual há sazonalidade, e pelo gráfico de Calibração Marginal, verifica-se que o modelo Binomial Negativo é mais eficiente, pois converge mais rápido para zero do que o de Poisson, já no PIT poisson e PIT Binomial Negativo, nota-se que o da Binominal aparenta aborda melhor a uniformidade; assim a calibragem da Binomial Negativo é aceitável. Com isso o grau de superdispersão não parece ser pequeno, pois a estimativa do coeficiente de superdispersão foi de 0,081.

Figura 5 – Diagnóstico depois dos ajustes das séries para variável Pneumonia



Portanto, o modelo ajustado para a variável Pneumonia, Y_t no período de tempo t , dado por: $Y_t/F_{t-1} \text{ BinNeg}(\lambda t; 4, 12)$.

$$\lambda_t = 12,59 + 0,83Y_t + 0,03\lambda_{t-13} + 0,005(t = 93) + 4,06(t \geq 100), t = 1, \dots, 228.$$

Os Intervalos de confiança e os erros padrões dos parâmetros de regressão são baseados na distribuição Normal, não existe uma aproximação analítica para o seu erro padrão, assim são obtidos com base por um bootstrap paramétrico, visto na Tabela 8.

Tabela 8 – Estimação com bootstrap para os erros padrão e o Coeficiente de superdispersão para Pneumonia

intercepto	beta1	beta13	Interv1	Interv2	sigmasq
3,820	0,0472	0,034	2,107	27,343	0,010

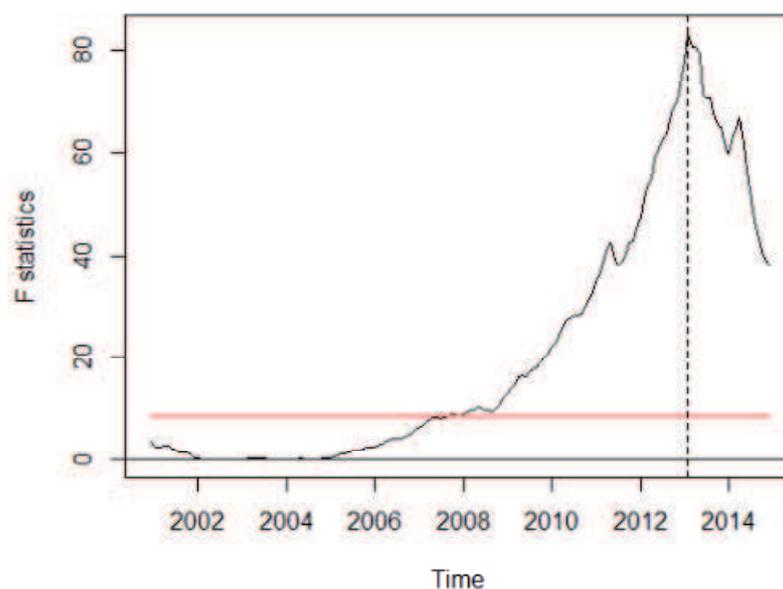
Os erros padrão de bootstrap dos parâmetros de regressão são rapidamente maiores em relação ao aproximado da norma. Assim nenhuma das abordagens reflete a dúvida pela seleção do modelo.

3.6 Ajuste dos modelos Poisson e Binomial Negativo com dependência ao longo do tempo para variável Bronquite

Para variável Bronquite, relacionou-se uma regressão na observação anterior. Com isso, comparou-se os ajustes das distribuições Poisson e Binomial negativo, Portanto, leva em consideração as informações como a do coeficiente beta 1 que corresponde a regressão da observação anterior, alpha 13 que é proporcional a regressão dos valores da média condicional de treze unidades que equivale a 1 ano, votando no tempo. Assim, observa-se as intervenções que são duas, interv1 e interv2. Elas são uma quebra na estrutura da série, ou seja, uma alteração brusca.

Nesse aspecto, Utilizou-se o teste de Chow para verificar se realmente existe ou não uma quebra na estrutura para variável Bronquite.

Figura 6 – Gráfico do teste Chow das Estatística F



Com base na Figura 6, percebe-se uma mudança bastante elevada no início de 2008 até o ano de 2013, e ao realizar o teste, nota-se que realmente houve uma quebra estrutural, pois o valor-p foi menor do que o nível de significância de 5%. Assim os resultados obtidos para distribuições estão abaixo.

Tabela 9 – Modelo Poisson com dependência temporal para Bronquite

Coefficientes	Estimativas	Erro Padrão	IC (Inferior)	IC (superior)
Intercepto	2,29	0,38	1,54	3,04
β_1	6,75	0,03	0,61	0,73
α_{13}	3,43	0,04	-0,04	0,11
interv1	4,92	0,32	-0,14	1,23
interv2	2,84	3,01	-5,90	5,90
σ^2	0,45	-	-	-

Tabela 10 – Modelo Binomial Negativo com dependência temporal para Bronquite

Coefficientes	Estimativas	Erro Padrão	IC (Inferior)	IC (superior)
Intercepto	2,29	0,77	0,77	3,81
β_1	6,75	0,79	0,54	0,83
α_{13}	3,43	0,86	-0,13	0,20
interv1	4,92	0,61	-0,71	1,69
interv2	2,84	6,44	-12,62	12,62
σ^2	0,396	-	-	-

Os modelos ajustados das distribuições Poisson e Binomial Negativo, relatam que os intervalos de confiança ao nível de 95% detêm de valores reais, os resultados mostrados na Tabela 10, observa-se que o coeficiente de superdispersão σ^2 , em relação com parâmetro de dispersão $\phi = 1/\sigma^2$, adiante, nota-se pelo critico de seleção Akaike na Tabela 11 qual modelo pode ser mais adequado para os dados.

Pela Tabela 11, verifica-se que os modelos com dependência temporal GARMA foram mais adequados para os dados do que o sem dependência.

Tabela 11 – AIC dos modelos com e sem dependência temporal para Bronquite

Distribuição	AIC
Poisson	2064,30
Binomial Negativo	1507,90
GARMA Poisson	1730,54
GARMA Binomial Negativo	1439,07

Com isso, foi aplicado outro método estatístico para confirmação que realmente tem dependência temporal, em sequência na Tabela 12, Regras de pontuação (scoring rules).

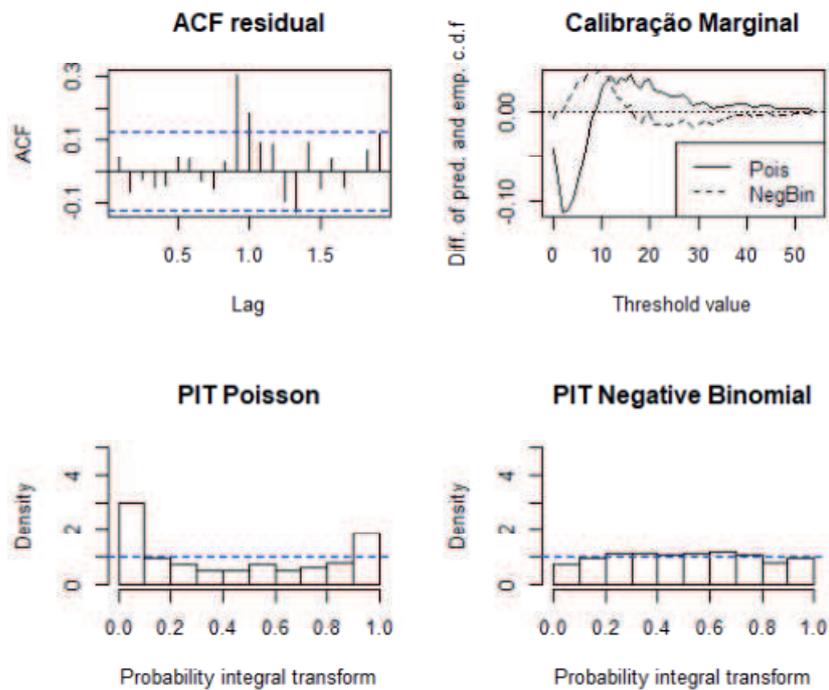
Tabela 12 – Regras de pontuação com seus scores para Bronquite

Distribuição	Logarítmica	Quadrática	Esférica
Poisson	3,58	-0,04	-0,23
Binomial Negativo	2,97	-0,07	-0,26

Conforme a Tabela 12, observa-se que as regras de pontuação avaliam a qualidade das previsões probabilísticas, assim, todas as regras de pontuação se adequam ao modelo GARMA Binominal Negativo, com isso, será realizado as análises de diagnóstico para afirmar se realmente o modelo Binomial Negativo se adequa aos dados para variável Bronquite.

Na Figura 7, nota-se que pelo ACF residual há sazonalidade, e pelo gráfico de Calibração Marginal, verifica-se que o modelo Binomial Negativo é mais eficiente, pois converge mais rápido para zero do que o de Poisson, já no PIT poisson e PIT Binomial Negativo, nota-se que o da Binominal aparenta abordar melhor a uniformidade; assim a calibragem da Binomial Negativo é aceitável. Com isso o grau de superdispersão não parece ser pequeno, pois a estimativa do coeficiente de superdispersão foi de 0,396.

Figura 7 – Diagnóstico depois dos ajustes das séries para variável Bronquite



Portanto, o modelo ajustado para a variável Bronquite, Y_t no período de tempo t , dado por: $Y_t/F_{t-1} \text{ BinNeg}(\lambda t; 4, 12)$.

$$\lambda_t = 2,29 + 6,75Y_t + 3,43\lambda_{t-13} + 4,92(t = 93) + 2,84(t \geq 100), t = 1, \dots, 228.$$

Os Intervalos de confiança e os erros padrões dos parâmetros de regressão são

baseados na distribuição normal, não existe uma aproximação analítica para o seu erro padrão, assim são obtidos com base por um bootstrap paramétrico, visto na Tabela 13.

Tabela 13 – Estimação com bootstrap para os erros padrão e o coeficiente de superdispersão para Bronquite

intercepto	beta1	beta13	Interv1	Interv2	sigmasq
0,614	0,076	0,049	0,634	8,001	0,065

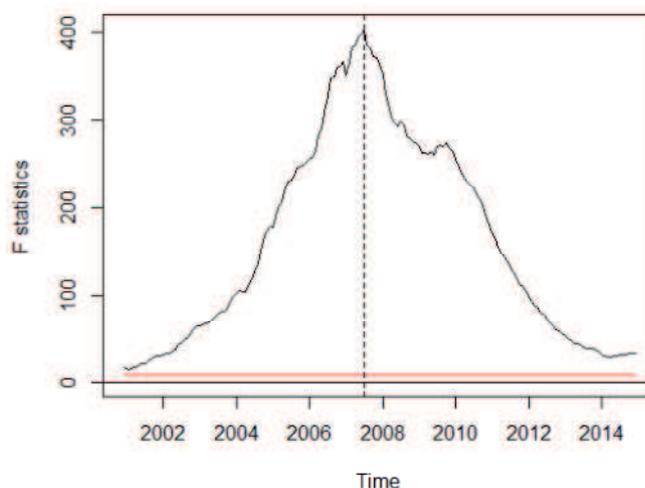
Os erros padrão de bootstrap dos parâmetros de regressão são rapidamente maiores em relação ao aproximado da norma. Assim nenhuma das abordagens reflete a dúvida pela seleção do modelo.

3.7 Ajuste dos modelos Poisson e Binomial Negativo com dependência ao longo do tempo para variável Asma

Para variável Asma, relacionou-se uma regressão na observação anterior. Com isso, comparou-se os ajustes das distribuições Poisson e Binomial negativo, Portanto, leva em consideração as informações como a do coeficiente beta 1 que corresponde a regressão da observação anterior, α_{13} que é proporcional a regressão dos valores da média condicional de treze unidades que equivale a 1 ano, voltando no tempo. Assim, observa-se as intervenções que são duas, *interv1* e *interv2*. Elas são uma quebra na estrutura da série, ou seja, uma alteração brusca.

Nesse aspecto, Utilizou-se o teste de Chow para verificar se realmente existe ou não uma quebra na estrutura para variável Asma.

Figura 8 – Gráfico do teste Chow das Estatística F



Com base na Figura 8, nota-se uma mudança bastante elevada no final de 2007 para o ano de 2008, e ao realizar o teste, nota-se que realmente houve uma quebra estrutural, pois o valor-p foi menor do que o nível de significância de 5%. Assim os resultados obtidos para distribuições estão abaixo.

Tabela 14 – Modelo Poisson com dependência temporal para Asma

Coefficientes	Estimativas	Erro Padrão	IC (Inferior)	IC (superior)
Intercepto	1,74	1,09	-0,40	3,90
β_1	0,61	0,03	0,55	0,66
α_{13}	0,36	0,23	0,30	0,41
interv1	0,003	0,60	-1,18	0,18
interv2	0,80	7,28	-13,47	15,08
σ^2	0,123	-	-	-

Tabela 15 – Modelo Binomial Negativo com dependência temporal para Asma

Coefficientes	Estimativas	Erro Padrão	IC (Inferior)	IC (superior)
Intercepto	1,74	2,26	-2,68	6,17
β_1	0,61	0,06	0,49	0,72
α_{13}	0,36	0,06	0,25	0,47
interv1	0,003	1,26	-2,47	2,47
interv2	0,80	16,81	-32,16	33,76
σ^2	0,074	-	-	-

Os modelos ajustados das distribuições Poisson e Binomial Negativo, relatam que os intervalos de confiança ao nível de 95% detêm de valores reais, os resultados mostrados na Tabela 15, observa-se que o coeficiente de superdispersão σ^2 , em relação com parâmetro de dispersão $\phi = 1/\sigma^2$, adiante, nota-se pelo critico de seleção Akaike na tabela 16 qual modelo pode ser mais adequado para os dados.

Pela Tabela 16, verifica-se que os modelos com dependência temporal GARMA foram mais adequados para os dados do que o sem dependência.

Tabela 16 – AIC dos modelos com e sem dependência temporal para Asma

Distribuição	AIC
Poisson	3651,30
Binomial Negativo	2101,70
GARMA Poisson	2178,73
GARMA Binomial Negativo	1875,42

Com isso, foi aplicado outro método estatístico para confirmação que realmente tem dependência temporal, em sequência na Tabela 17, Regras de pontuação (scoring rules).

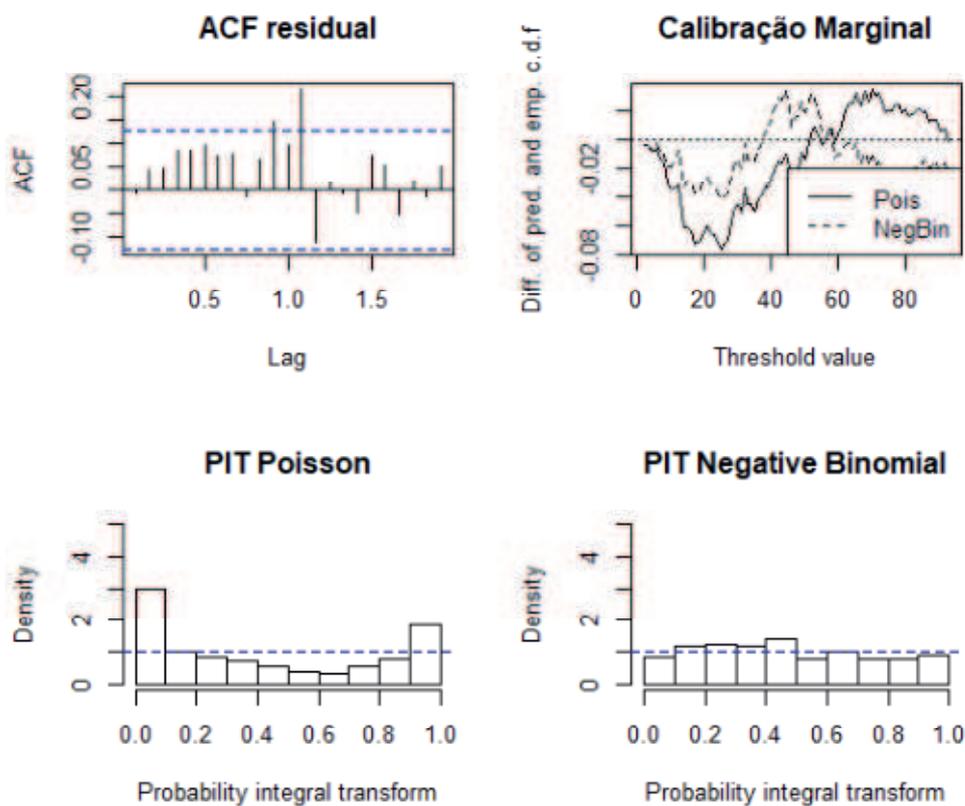
Conforme a Tabela 17, observa-se que as regras de pontuação avalia a qualidade das previsões probabilísticas, assim, todas as regras de pontuação se adequam ao modelo

GARMA binominal Negativo, com isso, será realizado as análises de diagnóstico para afirmar se realmente o modelo Binomial Negativo se adequa aos dados para variável Asma.

Tabela 17 – Regras de pontuação com seus scores para Asma

Distribuição	Logarítmica	Quadrática	Esférica
Poisson	4,52	-0,02	-0,15
Binomial Negativo	3,88	-0,03	-0,16

Figura 9 – Diagnóstico depois dos ajustes das séries para variável Asma



Na Figura 9, nota-se que pelo ACF residual há sazonalidade, e pelo gráfico de Calibração Marginal, verifica-se que o modelo Binomial Negativo é mais eficiente, pois converge mais rápido para zero do que o de Poisson, já no PIT poisson e PIT Binomial Negativo, nota-se que o da Binominal aparenta aborda melhor a uniformidade; assim a calibragem da Binomial Negativo é aceitável. Com isso o grau de superdispersão não parece ser pequeno, pois a estimativa do coeficiente de superdispersão foi de 0,074.

Portanto, o modelo ajustado para a variável Asma, Y_t no período de tempo t , dado por: $Y_t/F_{t-1} \text{ BinNeg}(\lambda_t; 4, 12)$.

$$\lambda_t = 1,74 + 0,61Y_t + 0,36\lambda_{t-13} + 0,003(t = 93) + 0,80(t \geq 100), t = 1, \dots, 228.$$

Os Intervalos de confiança e os erros padrões dos parâmetros de regressão são baseados na distribuição normal, não existe uma aproximação analítica para o seu erro padrão, assim são obtidos com base por um bootstrap paramétrico, visto na Tabela 18.

Tabela 18 – Estimação com bootstrap para os erros padrão e o coeficiente de superdispersão para Asma

intercepto	beta1	beta13	Interv1	Interv2	sigmasq
3,412	0,049	0,078	0,701	4,819	0,008

Os erros padrão de bootstrap dos parâmetros de regressão são rapidamente maiores em relação ao aproximado da norma. Assim nenhuma das abordagens reflete a dúvida pela seleção do modelo.

4 Conclusão

No método com o qual os dados não possuíam dependência temporal, observou-se que pelo Critério de escolha AIC não foram favoráveis, pois os AIC'S foram bastante elevados e com grande superdispersão nos modelos, assim, foi necessário a aplicação dos dados com dependência temporal.

No método com o qual os dados possuíam dependência temporal, verificou-se que os valores dos AIC'S foram mais baixos em relação aos modelos com independência temporal. Com isso, a classe dos modelos GARMA para os modelos Poisson e Binomial Negativa para as variáveis respostas Pneumonia, Asma e Bronquite foram mais satisfatórias para o estudo, comprovando que de fato para dados de contagem os modelos Poisson e Binomial Negativo são mais habilitados para ajustar modelos com estrutura de autocorreção temporal.

Referências

- AKAIKE, H. Stochastic theory of minimal realization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 19, n. 6, p. 667–674, 1974. Citado na página 19.
- AMORIM, L. B. Um estudo comparativo para modelos de séries temporais de contagem. Universidade Federal de Minas Gerais, 2015. Citado na página 12.
- ANDRADE, B. S. d. et al. Abordagem estatística em modelos para séries temporais de contagem. Universidade Federal de São Carlos, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 19.
- ANDRADE, B. S. d. et al. Gamma models, a new perspective using bayesian methods and transformations. Universidade Federal de São Carlos, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- ANDREWS, D. A note on the selection of data transformations. *Biometrika*, Biometrika Trust, v. 58, n. 2, p. 249–254, 1971. Citado na página 12.
- BENJAMIN, M. A.; RIGBY, R. A.; STASINOPOULOS, D. M. Generalized autoregressive moving average models. *Journal of the American Statistical association*, Taylor & Francis, v. 98, n. 461, p. 214–223, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 13, 16 e 17.
- BOX, G. E.; COX, D. R. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, JSTOR, p. 211–252, 1964. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 19.
- BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C.; LJUNG, G. M. *Time series analysis: forecasting and control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. Citado na página 13.
- BOX, G. E.; TIAO, G. C. Intervention analysis with applications to economic and environmental problems. *Journal of the American Statistical association*, Taylor & Francis Group, v. 70, n. 349, p. 70–79, 1975. Citado na página 21.
- CHOW, G. C. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 591–605, 1960. Citado na página 19.
- COSTA, S. C. d. *Modelos lineares generalizados mistos para dados longitudinais*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2003. Citado na página 13.
- CZADO, C.; GNEITING, T.; HELD, L. Predictive model assessment for count data. *Biometrics*, Wiley Online Library, v. 65, n. 4, p. 1254–1261, 2009. Citado na página 23.
- DAWID, A. P. Present position and potential developments: Some personal views statistical theory the prequential approach. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*, Wiley Online Library, v. 147, n. 2, p. 278–290, 1984. Citado na página 22.
- DIAS, D. de S. Um modelo de séries temporais para dados de contagem com excesso de zeros e sobredispersão. 2014. Citado na página 10.

- EFRON, B. Censored data and the bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*, Taylor & Francis Group, v. 76, n. 374, p. 312–319, 1981. Citado na página 23.
- FOKIANOS, K.; FRIED, R. Interventions in ingarch processes. *Journal of Time Series Analysis*, Wiley Online Library, v. 31, n. 3, p. 210–225, 2010. Citado na página 21.
- GNEITING, T.; RAFTERY, A. E. Strictly proper scoring rules, prediction, and estimation. *Journal of the American Statistical Association*, Taylor & Francis, v. 102, n. 477, p. 359–378, 2007. Citado na página 22.
- GROPPO, J. D. *Estudo de tendências nas séries temporais de qualidade de água de rios do estado de São Paulo com diferentes graus de intervenção antrópica*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2005. Citado na página 21.
- HESS, A. F.; CIANORSCHI, L.; SILVESTRE, R.; SCARIOT, R.; RICKEN, P. Aplicação dos modelos lineares generalizados para estimativa do crescimento em altura. *Pesquisa Florestal Brasileira*, v. 35, n. 84, p. 427–433, 2015. Citado na página 13.
- HIPPEL, K. W.; MCLEOD, A. I. *Time series modelling of water resources and environmental systems*. [S.l.]: Elsevier, 1994. v. 45. Citado na página 19.
- KENDALL, K. Thin-film peeling—the elastic term. *Journal of Physics D: Applied Physics*, IOP Publishing, v. 8, n. 13, p. 1449, 1975. Citado na página 20.
- MAGALHÃES, S. R.; ANDRADE, E. A. de. Testes à igualdade dos parâmetros de um modelo de regressão: Uma aplicação especial das variáveis binárias (dummy). *e-xacta*, v. 2, n. 3, 2009. Citado na página 18.
- MANN, H. B. Nonparametric tests against trend. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 245–259, 1945. Citado na página 20.
- NEVES, N. Modelos lineares generalizados para dados de contagem com estrutura de autocorrelação temporal. 2018. Citado na página 22.
- OBERMAIER, M.; ROSA, L. P. Mudança climática e adaptação no Brasil: uma análise crítica. *Estudos avançados*, SciELO Brasil, v. 27, n. 78, p. 155–176, 2013. Citado na página 10.
- SCHWARZ, G. et al. Estimating the dimension of a model. *The annals of statistics*, Institute of Mathematical Statistics, v. 6, n. 2, p. 461–464, 1978. Citado na página 19.
- SMITH, G. D.; SMITH, G. D.; SMITH, G. D. S. *Numerical solution of partial differential equations: finite difference methods*. [S.l.]: Oxford university press, 1985. Citado na página 22.
- SOUSA, N. M. N.; DANTAS, R. T.; LIMEIRA, R. C. Influência de variáveis meteorológicas sobre a incidência do dengue, meningite e pneumonia em João Pessoa-PB. *Revista Brasileira de Meteorologia*, v. 22, n. 2, p. 183–192, 2007. Citado na página 10.
- STIGLER, S. M. Gauss and the invention of least squares. *The Annals of Statistics*, JSTOR, p. 465–474, 1981. Citado na página 12.

XAVIER, J. M. de V.; SOUZA, P. M. de; SILVA, F. D. dos S.; OLINDA, R. A. de; QUERINO, L. A. L. Influência das variáveis meteorológicas na saúde: análise das internações por pneumonia em crianças. *Revista Ibero-Americana de Ciências Ambientais*, v. 10, n. 3, p. 30–41, 2019. Citado na página 25.