UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

MAIARA MOREIRA DA SILVA

UM ESTUDO SOBRE AS COMPREENSÕES DE ÁREA E PERÍMETRO ATRAVÉS DE PROBLEMAS

MONTEIRO – PB
2019

MAIARA MOREIRA DA SILVA

UM ESTUDO SOBRE AS COMPREENSÕES DE ÁREA E PERÍMETRO ATRAVÉS DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas da Universidade Estadual da Paraíba, campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Graduada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca

MONTEIRO – PB
2019

S586u Silva, Maiara Moreira da.
Um estudo sobre as compreensões de área e perímetro através de problemas [manuscrito] / Maiara Moreira da Silva. - 2019.
50 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas , 2019.

"Orientação : Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca , Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."

1. Ensino da matemática. 2. Ensino de geometria. 3. Resolução de problemas. 4. Modelagem matemática. I. Título

21. ed. CDD 510.7

Elaborada por Kênia L. F. Alves - CRB - 15/886 BSC6/UEPB

MAIARA MOREIRA DA SILVA

UM ESTUDO SOBRE AS COMPREENSÕES DE ÁREA E PERÍMETRO ATRAVÉS DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas da Universidade Estadual da Paraíba, campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Graduada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovado em: 29 / 11 / 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Me. Tiago Marques Madureira (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)
Instituto Federal de Pernambuco (IFPE)

Raquel Priscila Ibiapino

Profa. Esp. Raquel Priscila Ibiapino (Examinadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

A minha família, minha base.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida e por me guiar rumo aos meus objetivos.

A minha família pelo apoio incondicional, em especial a minha mãe, Maria José, meu pai, Inácio e meu irmão, Inathan. Agradeço a vocês por todo o suporte, por me apoiarem em todos os meus projetos e pelo incentivo que sempre deram a meu irmão e a mim para que sempre tivéssemos a oportunidade de nos dedicar exclusivamente aos estudos.

Agradeço ao meu orientador Professor Roger Huanca, pelo apoio, pela paciência e compreensão, aprendi muito com o senhor. Muito obrigado.

Aos professores da UEPB, em especial aqueles que tive a oportunidade de ser Monitora de algumas disciplinas, aprendi muito com vocês.

A todos os funcionários que trabalham no Campus VI.

Agradeço a CAPES, pela oportunidade de participar do Programa Residência Pedagógica, experiência muito enriquecedora para minha docência.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de como ensinar os conceitos relacionados à área e perímetro através da metodologia de Resolução de Problemas. Para isso, apoiamo-nos na teoria de Onuchic (1999, 2004, 2011, 2013), Biembengut (2011) e Henriques e Silva (2019) e propomos alguns problemas. Em alguns destes é introduzido o uso da Modelagem Matemática. Sabemos que, uma das dificuldades dos alunos, que com frequência observamos nas intervenções e regências na sala de aula ao fazer parte do Programa da Residência Pedagógica, 2019, é a confusão entre as ideias de área e perímetro. Trabalhando na regência/intervenção em sala de aula os conceitos de área e perímetro através da Resolução de Problemas pudemos verificar que, os alunos tiveram mais autonomia na formação do seu conhecimento e a aprendizagem foi verificada através de diferentes resoluções dos problemas e uma participação ativa dos mesmos em sala de aula. Este trabalho contribuiu muito para a formação da pesquisadora, futura professora de matemática, mostrando que há vários caminhos para se ensinar Matemática.

Palavras-chave: Ensino da matemática, Ensino de geometria, Resolução de problemas, Modelagem matemática.

ABSTRACT

The objective of this paper is to present a proposal of how to teach the concepts related to the area and perimeter through the Problem Solving methodology. For this, we rely on the theory of Onuchic (1999, 2004, 2011, 2013), Biembengut (2011) and Henriques e Silva (2019) and propose some problems. In some of these the use of Mathematical Modeling is introduced. We know that one of the difficulties students often observe in classroom interventions and conducting their part in the 2019 Pedagogical Residency Program is the confusion between area and perimeter ideas. Working in the conducting / classroom intervention the concepts of area and perimeter through problem solving we found that students had more autonomy in the formation of their knowledge and learning was verified through different problem resolutions and an active participation of students same in the classroom. This work contributed greatly to the formation of the researcher, future teacher of mathematics, showing that there are several ways to teach mathematics.

Keywords: Math teaching, Geometry teaching, Troubleshooting, Mathematical modeling.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Resolver problemas faz parte da natureza humana. Antes mesmo que os números fossem inventados, os primeiros homens tiveram que desenvolver métodos para resolver problemas do seu dia a dia. Maneiras de comparar, classificar, ordenar, medir e quantificar elementos em um determinado conjunto são criações feitas pelos homens que ajudam a definir a ideia do que vem a ser a Matemática (HUANCA, 2014).

A metodologia de Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem da Matemática. Ela permite que o aluno explore novas possibilidades, teste novas conjecturas e desenvolva seu próprio caminho para resolver um problema.

A escolha pelo conteúdo de área e perímetro surgiu da dificuldade que os alunos têm em aprender Geometria, dificuldade esta que percebo desde meus anos finais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. O estudo da geometria vem sendo desprezado em vários Livros Didáticos, podendo-se observar que a Geometria é abordada somente em seus últimos capítulos.

Nas disciplinas de Laboratório II, Prática III e IV e História da Matemática, do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB Campus Monteiro, o uso da Resolução de Problemas contribuiu de forma positiva para a construção da aprendizagem, o que me levou a querer, dentro da Educação Matemática, seguir esta linha de pesquisa.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apontam a Resolução de Problemas como ponto de partida para a atividade matemática. Diante disso, o presente trabalho, planeja abordar essa metodologia de maneira que ajude o aluno a construir um novo conhecimento a partir da ação de resolver os problemas matemáticos. A Resolução de Problemas, na perspectiva indicada pelo documento e por educadores matemáticos, “possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance” (BRASIL, 1998, p. 40).

No que se refere aos conceitos geométricos de área e perímetro, esse documento pontua que, os conceitos geométricos são componente importante no currículo escolar da Matemática no Ensino Fundamental, posto que, “por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive”.

Este trabalho está dividido em sete capítulos, o primeiro sendo esta introdução. O segundo capítulo dedicamos a Resolução de Problemas, mostramos as ideias de autores como

Onuchic e Allevato, defendemos que o ensino de matemática deve ser realizado através de problemas e mostramos um roteiro desenvolvido pelas autoras citadas anteriormente.

No terceiro capítulo, falamos um pouco sobre a Modelagem Matemática, metodologia que usamos como facilitadora durante a resolução de alguns problemas propostos. O quarto capítulo é dedicado ao conteúdo de área e perímetro e sua importância durante a vida escolar e no cotidiano dos alunos. No quinto capítulo apresentamos algumas atividades desenvolvidas que trabalham o conteúdo de área e perímetro e também falamos também do Programa Residência Pedagógica. O capítulo 6 traz algumas propostas de atividades para se trabalhar área e perímetro. Por fim, temos, no capítulo 7 as considerações finais.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo apresentamos nosso referencial teórico, baseado nas ideias de autoras como Lourdes de La Rosa Onuchic e Norma Suely Allevato, além de outros autores. Aqui, iremos destacar a importância da Metodologia de Resolução de Problemas nas salas de aula do Ensino Básico, como uma proposta para futuros professores de Matemática.

2.1 Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas no século XX

Desde tempos antigos problemas de matemática tem um lugar de destaque no currículo da matemática escolar. Seja na cultura egípcia, chinesa ou grega e em livros de Matemática dos séculos XIX e XX, são encontrados registros de problemas matemáticos. Porém, deve-se levar em conta que nestes materiais assume-se uma visão limitada da aprendizagem de Resolução de Problemas.

Segundo Onuchic (1999) até muito recentemente, ensinar a resolver problemas significava apresentar situações-problema e talvez, incluir um exemplo com uma solução técnica específica.

> "Felix Klein em 1892, interessou-se pelo professor que deveria trabalhar matemática com seus alunos, nas escolas. [...] trabalhava matemática elementar de um ponto de vista avançado e, nelas, deixava aos professores a responsabilidade de desenvolver caminhos por ele sugeridos. Em Klein já se sentia a preocupação com um ensino de matemática envolvendo a necessidade de professores melhor preparados" (ONUCHIC, 1999, p. 200).

Nesse sentido, Onuchic (1999) diz que com o desenvolvimento da sociedade e a constante presença da matemática, que passou do estado onde "poucos precisavam conhecer matemática" para o momento em que todos devem "saber muita matemática" é necessária uma nova forma de pensar sobre o ensino e aprendizagem da Matemática.

De acordo com os PCNs (1998, p.19) "em nosso país o ensino de matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão".

De acordo com Onuchic (199, p. 201) "no início do século XX o ensino da matemática foi caracterizado por um trabalho apoiado na repetição [...]. O professor falava, o aluno recebia a informação, escrevia, memorizava e repetia". Muitos professores ainda seguem esse modelo, e tratam os alunos como meros receptores de conhecimento, conhecimento este robótico. Esse método de ensino pode ser problemático, pois, muitas vezes, os alunos só “decoram” o conteúdo para as “provas” e com pouco tempo esquecem.

Quando falamos do ensino de Matemática com compreensão concordamos que os alunos deviam ser capazes de entender o que estavam estudando. Daí, podemos concluir que o ensino mecanizado não era bem visto. Porém, o aluno não participava da construção do conhecimento, ele ouvia e repetia o que o professor dizia. O professor treinava o aluno para que ele fosse capaz de resolver problemas padrões e aprender novos conteúdos. Segundo Andrade (apud ONUCHIC 1999, p. 201-202),

> A primeira vez em que a resolução de problemas é tratada como um tema de interesse para professores e alunos, nos níveis superiores, foi a partir do livro How to solve it, de Polya, cuja primeira edição data de 1945. Antes desse período, entretanto, houve algumas experiências e alguns estudos enfatizando os produtos da resolução de problemas. As experiências mais remotas e significativas podem ser creditadas a Dewey, entre 1896 e 1904. Nessas experiências, as crianças estudavam através de projetos que reproduziam as situações socioeconômicas (estudo/resolução de problemas de interesse da comunidade). Dewey sugeria que essa orientação pedagógica, centrada em projetos, pudesse contribuir para o desenvolvimento do espírito crítico das crianças, capacitando-as a colaborar para o desenvolvimento de uma sociedade democrática (FIORENTINI, 1994, p. 188).

Nesse sentido Gazire (1989) diz que, os estudos sobre resolução de problemas realizados até o final da década de 1950, nos Estados Unidos, em sua maioria apontam que a criança, para desenvolver sua capacidade de resolução de problemas, deveria exercitar uma grande quantidade de problemas. De acordo com Bloom e Broder, ainda na década de 1950, questionavam-se as pesquisas desenvolvidas sobre solução de problemas. Estes pesquisadores, para melhor captarem as estratégias de resolução, estudaram os processos de resolução utilizados pelos estudantes produtivos e para isso, estes deveriam pensar em voz alta durante o processo. De acordo com esses pesquisadores, o ensino de resolução de problemas deveria centrar-se no ensino das estratégias para resolver problemas.

Nas décadas de 1960 - 1970, iniciou-se um movimento conhecido como Matemática Moderna, que tinha como objetivo reestruturar o currículo da Matemática. Este movimento dava destaque a uma linguagem matemática mais formal e universal, se valendo muito do ensino de teorias prontas, deixando de lado a parte prática da matemática.

Onuchic (1999, p. 203) diz que “o aluno não percebia a ligação que todas aquelas propriedades enunciadas tinham a ver com a matemática dos problemas e, principalmente, com a matemática usada fora da escola”. Esse fato mostra que os alunos repetiam somente o que o professor fazia em classe, sem relacionar com situações do seu cotidiano, mostra ainda que a única preocupação desse ensino era a formalização dos conteúdos.

Quando falamos em Resolução de Problemas, nos referimos a uma linha de ensino recente dentro da Educação Matemática, que diferente das anteriores vê o aluno como participante ativo da construção do seu conhecimento. “[...] os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade (ONUCHIC;1999, p. 203).

De acordo com Andrade (apud ONUCHIC; 1999, p. 203),

> em nível mundial, as investigações sistemáticas sobre Resolução de Problemas e suas implicações curriculares têm início na década de 1970. Embora grande parte da literatura hoje conhecida em Resolução de Problemas tenha sido desenvolvida a partir dos anos 70, os trabalhos de George Polya datam de 1944. A partir do final da década de 1960, a metodologia de investigação, utilizando sessões de resolução de problemas em grupo e com alunos se manifestando em voz alta, se tornou prática comum. O período de 1962 a 1972 marcou a transição de uma metodologia de investigação de natureza quantitativa para uma qualitativa.

Na década de 80 foram desenvolvidos muitos recursos para a realização do ensino através da Resolução de Problemas na sala de aula, como por exemplo coleções de problemas, sugestões de atividades, listas com estratégias e orientações para a avaliação do desempenho dos alunos. Porém, percebe-se que o principal objetivo, mesmo que não somente limitado a ele, era chegar a solução de um problema.

Onuchic ressalta ainda, que, de acordo com Schroeder & Lester, há três modos distintos de abordar a Resolução de Problemas. São eles: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar matemática através da resolução de problemas. Quando se ensina sobre resolução de problemas, o foco não é necessariamente a resolução de um problema específico, e sim a criação de um modelo que possa ser usado para realizar qualquer problema apresentado. O modelo de Polya, que conta com quatro passos, é o mais utilizado. Estes quatro passos para a resolução de um problema são: compreender o problema, criar um plano, levar avante esse plano e olhar de volta o problema original. Já ao ensinar a resolver problemas, o foco está em como a matemática é ensinada e o que é usado dela para a resolução de problemas rotineiros e não rotineiros, o ponto principal não é somente a aquisição de conhecimentos matemáticos, e sim a capacidade de usá-los. A partir daí a Resolução de Problemas passa a ser vista como metodologia de ensino, e nos anos 90 começa a ser o foco das pesquisas e estudos desta linha.

Por fim, quando se ensina Matemática através da Resolução de Problemas “os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso” (ONUCHIC,1999, p. 207). Os conteúdos são desenvolvidos a partir de uma situação problema, que é usada como geradora do ensino-aprendizagem de um tópico matemático específico. Onuchic (1999) diz que embora teoricamente estas três concepções de ensinar resolução de problemas estejam separadas, na prática elas se misturam em diferentes sequências.

“Sem dúvida, ensinar matemática através da resolução de problemas é a abordagem mais consistente [...], pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto de resolução de problemas.” (ONUCHIC; 1999, p. 207)

Temos também que, de acordo com Onuchic (1999, p. 208).

> O ponto central de nosso interesse em trabalhar o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho de cada unidade temática.

Dado este argumento percebe-se a preocupação da autora com a questão da compreensão dos alunos em relação aos conteúdos estudados, percebemos ainda que o ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas é uma metodologia que pode colaborar para que haja esta compreensão por parte dos alunos.

“Acreditamos que, ao invés de fazer da resolução de problemas o foco do ensino da matemática, professores, autores de livros, promotores de currículos e avaliadores de aprendizagem deveriam fazer da compreensão seu ponto central e seu objetivo” (ONUCHIC; 1999, p. 208).

Ainda sobre a importância de que a compreensão deva ser o foco principal do ensino Onuchic (1999, p. 208) diz que, “ compreender deve ser o principal objetivo do ensino, apoiados na crença de que o aprendizado de matemática , pelos alunos, é mais forte quando é autogerado do que quando lhes é imposto por um professor ou por um livro-texto”. Desse modo, podemos inferir que o ensino através da Resolução de Problemas possibilita aos alunos serem construtores de sua própria compreensão, fazendo assim, com que sejam capazes de aprimorar e intensificar suas habilidades matemáticas para resolverem problemas.

2.2 Algumas Reflexões Sobre Resoluções de Problemas

Quando falamos do ensino de Matemática através da Resolução de Problemas no Brasil Taille (apud ONUCHIC, 1999, p. 209) diz que,

> O problema central da educação no Brasil é o de sua qualidade. Também diz que os Parâmetros Curriculares Nacionais são uma proposta cujo objetivo é nortear o trabalho dos educadores e que sua elaboração foi inspirada em experiências pedagógicas desenvolvidas em várias regiões do país.

Ainda de acordo com essa pesquisadora, temos que os PCNs tratam a Matemática como componente de grande importância na construção da cidadania, este documento indica ainda que a Resolução de Problemas deve ser o ponto de partida das atividades matemáticas, discutindo assim, os caminhos para se fazer matemática na sala de aula. Assim, os estudantes, devem ser encorajados a usar a matemática em diversas situações, para que sejam capazes de, mesmo que através de erros e acertos, criar conjecturas, testá-las e aplicá-las.

Sobre as influências que as pesquisas em Resolução de Problemas sofreram, Onuchic (1999, p. 210) diz que,

> Os estudos e as pesquisas em Resolução de Problemas sofreram influências de teorias construtivistas que, em anos recentes, tiveram considerável aceitação na Educação Matemática. Na perspectiva construtivista, o aluno deve ser engajado ativamente na construção de seu próprio conhecimento. Construtivismo e teorias de processamento de informação são as teorias mais usadas para se tirar implicações sobre o modo de pensar dos alunos. Estas teorias incorporam a ideia de que os estudantes não são recipientes vazios a serem preenchidos com pedaços não relacionados de informação, mas que, antes, devem ser vistos como seres pensantes capazes de interpretar e de se lembrar de fatos baseados em seu conhecimento e em suas experiências passadas.

Quando falamos da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, temos que, o aluno é levado tanto a aprender matemática resolvendo problemas quanto a aprender matemática para resolver problemas. Não temos o ensino de resolução de problemas como um processo isolado, o ensino passa a ser fruto de um processo mais amplo, que se faz por meio da resolução de problemas (ONUCHIC; 1999, p. 210-211).

Onuchic (1999, p. 211) diz ainda que,

> Numa sala de aula onde o trabalho é feito com a abordagem de ensino de matemática através da resolução de problemas, busca-se usar tudo o que havia de bom nas reformas anteriores: repetição, compreensão, o uso da linguagem matemática da teoria dos conjuntos, resolver problemas e, às vezes, até a forma de ensino tradicional.

A Matemática vem desempenhando um papel de destaque na evolução da sociedade ao longo da história, e, problemas matemáticos ocupam um lugar de destaque no currículo escolar desde a Antiguidade. A necessidade de se “entender” e “ser capaz” de usar Matemática na vida diária e nos locais de trabalho nunca foi tão grande. É de comum conhecimento que sempre houve muita dificuldade para ensinar Matemática. Mesmo assim todos concordam que a Matemática é fundamental para se entender o mundo e nele viver.

“Como o elemento mais importante para se trabalhar Matemática é o professor de Matemática, e como este não está sendo bem preparado para desempenhar bem suas funções, as dificuldades neste processo têm aumentado muito” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 213-214).

O século XX é marcado por discussões em nível mundial relacionadas a Educação Matemática. Em seu início o ensino de Matemática tinha como aspecto fundamental um trabalho apoiado na repetição, onde o recurso a memorização de fatos básicos era considerado importante. Passados alguns anos, outra orientação dizia que os alunos deviam aprender com compreensão, eles deviam entender o que estavam fazendo. Estas formas de ensino não obtiveram sucesso quanto à aprendizagem dos alunos, alguns conseguiam aprender, mas a maioria não. Foi aí que se começou a falar em resolver problemas como um meio de aprender Matemática, contudo, nas décadas de 60 e 70 surgiu um movimento que ficou conhecido como Matemática Moderna e influenciou o Brasil e outros países do mundo.

No início da década de 70, tiveram início investigações sistemáticas sobre Resolução de Problemas e suas implicações curriculares. A importância dada à Resolução de Problemas é, portanto, recente e somente nessa década é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção. A caracterização da Educação Matemática, em termos de Resolução de Problemas, reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas, que a configuravam como um conjunto de fatos, como o domínio de procedimentos algorítmicos ou como um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. No fim dos anos 70, a Resolução de Problemas emerge, ganhando espaço no mundo inteiro (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 215).

Sobre a metodologia abordada no trabalho de Onuchic e Allevato (2005, p. 220), a metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas, constitui-se "num caminho para se ensinar Matemática através da Resolução de Problemas e não apenas para se ensinar a resolver problemas".

Onuchic e Allevato (2004) dizem que um problema é tudo aquilo que buscamos uma solução, o que não sabemos fazer, mas queremos fazer, algo que os estudantes não têm métodos ou regras para chegar à solução desejada. Assim, trabalhando a Matemática através da Resolução de Problemas, teremos a aprendizagem como resultado desse processo Van De Walle (apud ONUCHIC; ALLEVATO 2004, p. 221) dizem que,

> "[...] ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não significa simplesmente, apresentar um problema e esperar que uma mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer. Para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois. Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase "durante", os alunos trabalham e o professor observa e avalia esse trabalho. Na terceira, "depois", o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-las e conduz a discussão enquanto os alunos justificam e avaliam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos.

A maioria dos conceitos matemáticos podem ser melhor ensinados através da Resolução de Problemas. Isso porque, segundo Onuchic e Allevato (2004, p. 223-224),

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre ideias e sobre o "dar sentido";
- Resolução de problemas desenvolve o "poder matemático";
- Resolução de Problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido;
- Resolução de Problemas provê dados de avaliação contínua que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudar os alunos a ter sucesso e informar os pais;
- Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar do modo "ensinar dizendo";
- A formalização de toda teoria Matemática pertinente a cada tópico construído, dentro de um programa assumido, feito pelo professor no final da atividade, faz, mais sentido para os alunos.

2.3 Pesquisa em Resolução De Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas

A partir do século XX até os dias atuais, foram várias as fases pela qual a Educação Matemática passou, Onuchic e Allevato (2011, p. 77) reproduziram um quadro, elaborado por Lambdin e Walcott, que exemplifica essas fases:

TABELA 1 – Relações entre as fases da Educação Matemática e as Teorias Psicológicas de Aprendizagem.

FASES	PRINCIPAIS TEORIAS E TEÓRICOS	FOCO	COMO ATINGIR
Exercício e prática (aprox. 1920 – 1930)	Coneccionsmo e Associacionismo (Thorndike)	Facilidade com cálculo.	● Rotina, memorização de fatos e algoritmos. ● Quebrar todo o trabalho em séries de pequenos passos.
Aritmética significativa (aprox. 1930 – 1950s)	Teoria da Gestalt (Brownell, Wertheimer, van Engen, Fehr)	Compreensão de ideias e habilidades aritméticas. Aplicações da matemática em problemas do mundo real.	● Ênfases nas relações matemáticas. ● Aprendizagem incidental. ● Abordagem de atividade orientada.
Matemática Moderna (aprox. 1960 – 1970s)	Psicologia do desenvolvimento, teoria sociocultural (ex: Brunner, Piaget, Dienes)	Compreensão da estrutura da disciplina.	● Estudo das estruturas matemáticas. ● Currículo em espiral. ● Aprendizagem por descoberta.
Volta às bases (aprox. 1970s)	(Retorno ao) coneccionismo.	(Retorno à) preocupação com o desenvolvimento do conhecimento e das habilidades.	● (Retorno à) aprendizagem de fatos por exercício e prática.
Resolução de problemas (aprox. 1980s)	Construtivismo, psicologia cognitiva e teoria sociocultural (Vygotsky)	Resolução de problemas e processos de pensamento matemático.	● Retorno à aprendizagem por descoberta. ● Aprendizagem através da resolução de problemas.
Padrões, avaliação, responsabilidade (aprox. 1990 até o presente)	Psicologia cognitiva, teoria sociocultural vs renovada ênfase na psicologia experimental. (NCBL)	Guerras matemáticas: preocupação com a alfabetização matemática dos indivíduos vs preocupação com a gestão dos sistemas educacionais.	● NSF – desenvolvimento de currículos baseados em padrões e orientados ao estudante vs foco na preparação para os testes com expectativas específicas.

FONTE: ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 77)

Todas essas fases são de fundamental importância para a Educação Matemática, pois exemplificam as etapas pela qual a mesma passou e indica as mudanças que o trabalho com a matemática escolar vem tomando.

Com o Movimento da Matemática Moderna, o ensino de matemática estava baseado na formalização dos conteúdos. Aproximadamente na década de 70, nos Estados Unidos, houve uma tentativa de regressar a estrutura de ensino anterior à Matemática Moderna, o movimento teve pouco impacto e não conseguiu atingir os seus objetivos. Foi durante a década de 1980, que educadores que acreditavam nas ideias anteriores às dos anos 70 e visavam uma educação com compreensão e significado, continuaram tentando resgatar o modelo.

De acordo com Onuchic e Allevato (2011, p. 78):

> Inicia-se, então, a fase da Resolução de Problemas, cujas ideias apoiavam-se, especialmente, nos fundamentos do construtivismo e na teoria sociocultural, que tem Vygotsky com principal teórico. O foco, nessa fase, foi colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas.

Onuchic e Allevato (2011. p. 83-84) desenvolveram um roteiro para se trabalhar com resolução de problemas, ele é descrito abaixo.

> *Preparação do problema* - Selecionar um problema, visando a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento;
> *Leitura individual* - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura;
> *Leitura em conjunto* - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos;
> *Resolução do problema* - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo;
> *Observar e incentivar* - Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. [...] o professor como mediador leva os alunos a pensar;
> *Registro das resoluções na lousa* - Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções;
> *Plenária* - Para essa etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa para os colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas;
> *Busca do consenso* - Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto;
> *Formalização do conteúdo* - Neste momento [...] organiza e estrutura em linguagem matemática.

2.4 A licenciatura em Matemática

“[...] a educação matemática está modelada para produzir conhecimento matemático apropriado, compreensão e habilidades para diferentes populações estudantis” (ONUCHIC; HUANCA, 2013, p. 309). Conhecimento este, que os alunos devem ser capazes de aplicar em situações reais. Esses autores ainda dizem que,

> A educação matemática, diferentemente da matemática em si mesma, não é uma ciência exata. Ela é muito mais empírica e inerente multidisciplinar. Seus objetivos não são fechados intelectualmente, mas são os de ajudar outros seres humanos com tudo da incerteza e das muitas tentativas que vincula. É uma ciência social, com seus próprios padrões de evidência, métodos de argumentação e construção de teorias num discurso profissional. Ela tem uma base de pesquisa estabelecida, da qual grande quantidade foi aprendida nas poucas décadas passadas, e que tem uma importante capacidade de desempenho educacional pelo qual os matemáticos acadêmicos são responsáveis.

Muitos licenciandos em Matemática não entendem seu papel como educador, eles veem o curso como uma ferramenta para aprimorarem seus conhecimentos matemáticos, contudo não dão a devida importância às disciplinas da área de Educação, que são as que os prepararão para adquirir a didática necessária para a transmissão e a construção de conhecimento do aluno.

Onuchic e Huanca (2013) dizem que o aluno chega ao Ensino Superior com uma visão da matemática e do curso de licenciatura em si, construída anteriormente. Por exemplo, alguns alunos se “espantam” com as disciplinas na área de Educação Matemática, pois acreditam, erroneamente, que durante a licenciatura só irão aprender a “fazer mais contas”.

Sobre quem deveria trabalhar na Licenciatura de Matemática, Onuchic e Huanca (2013, p. 321) dizem que,

> [...] os formadores de professores, isto é, os educadores matemáticos com boa formação matemática.
> Torna-se preciso que eles tenham uma formação de mestres ou de doutores em educação matemática em que, em suas disciplinas, pudessem chamar a atenção de seus alunos para as grandes ideias matemáticas inerentes a cada particular disciplina, sendo responsáveis pela compressão e pelo significado de diferentes conceitos, conteúdos e técnicas operatórias constantes nos tópicos trabalhados no ensino fundamental e médio.

Para que os graduandos façam uma boa licenciatura e estejam aptos a serem bons professores de matemática, é necessário que eles tenham uma boa formação acadêmica, o que depende do esforço dos mesmos e também, da qualificação de seus professores.

2.5 Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática

Sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic (2014, p. 42-43) dizem que,

> Embora ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática se constituam em elementos distintos, que não ocorrem necessariamente ao mesmo tempo ou como decorrência um do outro, o que se considera ideal é que ensino e aprendizagem se realizem, sim, integrados nas situações de sala de aula; com esse sentido é que, não raro, se emprega a expressão ensino-aprendizagem. Ocorre que, mais recentemente, também o conceito de avaliação começou a ser repensado e, a partir da compreensão da necessidade de adotar princípios de avaliação contínua e formativa, ela passou a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos.

Desse modo, percebe-se que deve buscar-se interligar esse processo de modo que o ensino, a aprendizagem e a avaliação sejam desenvolvidas simultaneamente ao se trabalhar com Resolução de Problemas.

> A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. Desse modo, nessa Metodologia, a avaliação é realizada durante a resolução de problemas, "integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 139).

Nessa Metodologia, temos que o problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos. Para que uma atividade se forme, como um problema, o professor não pode indicar aos estudantes os métodos e/ou regras específicas para que obtenham a solução.

2.6 Perspectivas da Resolução de Problemas e Resoluções Visuais

Serrazina (2017, p. 56) elenca as fases de resolução de um problema segundo o modelo de Polya, essas fases são:

> compreender o problema – saber quais os dados, o que se quer saber, qual a condição ou condições, etc.; elaborar um plano – encontrar conexões entre os dados e a incógnita, estabelecer ligações com problemas mais simples que auxiliam na procura da solução, etc.; executar o plano – verificar cada passo do plano e avaliar a sua correção; refletir sobre o trabalho realizado – verificar o resultado obtido, analisar a sua compatibilidade com os dados, avaliar se existem outros métodos de resolução, etc.

Compreendemos que, devido a rápida evolução do mundo contemporâneo é necessário que os alunos tenham acesso a uma educação que valorize a criatividade, a inovação e a resolução de problemas. A maioria dos trabalhos de hoje exigem de quem os realiza pensar fora da caixa para que possam ser capazes de ver várias possibilidades de resolver uma mesma situação, e assim estarem aptos a construir e a defender um novo modo de pensar.

Sendo assim, de acordo com Vale (2017, p. 132) a aprendizagem de matemática,

> (...) deve incluir tarefas diversificadas que vão para além das tarefas rotineiras, incidindo particularmente na resolução de problemas. A resolução de problemas é

> um tema essencial no ensino e aprendizagem de matemática para o qual há unanimidade na sua importância no currículo. No entanto, as capacidades dos alunos em resolução de problemas ainda exigem uma melhoria substancial. Deste modo, um desafio que temos de agarrar, nas nossas práticas de sala de aula, é inverter esta situação ajudando os alunos na construção do conhecimento matemático com a resolução de problemas.
> Há um conjunto de problemas, geralmente de natureza visual, que permitem abordagens diversificadas, facilitando o desenvolvimento da criatividade dos alunos nas várias componentes que lhe estão associadas, como a fluência, a flexibilidade e a originalidade. E essa criatividade pode ser desenvolvida nos alunos, uma vez que pode ser promovida pelas práticas no ensino. No entanto, é importante reconhecer que nas aulas de matemática as resoluções visuais raramente são utilizadas e/ou valorizadas.

Pesquisas recentes, chegaram à conclusão de que o uso de representações visuais, para a realização de algumas tarefas, pode ter vantagens, facilitando assim, a resolução de problemas. Por isso, alguns autores citados por Vale (2017) dizem que para que os alunos sejam matematicamente competentes e criativos, eles precisam ser capazes não só de resolver os tradicionais problemas de cálculo, mas também usar imagens visuais, como um suporte importante na resolução de todos os tipos de problemas, incluindo aqueles em que a componente visual não é evidente, assim como, recorrer às capacidades intuitivas em todas as fases do processo de desenvolvimento matemático.

De acordo com Vale (2017, p. 136), "um ensino de matemática deve envolver os alunos na resolução e discussão de tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas, capacidades que devem ser enfatizadas nas salas de aula de matemática de todos os níveis". Para que os professores sejam capazes de atingir esse objetivo, uma opção é que os mesmos selecionem e realizem em sala de aula atividades que exijam dos alunos a aplicação de seus conhecimentos matemáticos e o envolvimento em pensamentos de ordem superior, para que eles sejam capazes de se envolver nestes pensamentos, cabe ao professor realizar tarefas que necessitem dos estudantes o uso do raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas. É importante frisar que estas tarefas devem ter múltiplos caminhos para se chegar a uma solução, incluindo o uso de forma flexível de diferentes representações e ferramentas, que possam suscitar variadas estratégias de resolução e que os alunos se envolvam. Sendo assim, concluímos que a aprendizagem está diretamente ligada a escolha de atividades feita pelo professor, daí vem a necessidade de se ter boas tarefas matemáticas.

Para o NCTM (2000) uma boa tarefa é aquela que introduz ideias matemáticas, sendo um desafio intelectual para os alunos. Já para Vale (2017, p. 137),

> Uma tarefa é desafiante quando é interessante, envolve curiosidade, inclui um forte apelo afetivo, é colocada intencionalmente para atrair os alunos para a sua resolução e, ao mesmo tempo, proporciona uma diversidade de estilos de pensamento e permite aumentar o conhecimento sobre determinado tema.

Esses problemas nem sempre são fáceis de resolver e exigem dos alunos criatividade, imaginação e flexibilidade, diferentemente das tarefas mais tradicionais, que só exigem dos alunos a capacidade de seguir passos pré-determinados, para que sejam capazes de chegar ao resultado esperado, o que tira do aluno a oportunidade de usar da criatividade. Desafios geralmente estão ligados a resolução de problemas. No geral, quando se utiliza o termo resolução de problemas referimo-nos a tarefas matemáticas que têm potencial para proporcionar desafios intelectuais que podem melhorar o desenvolvimento matemático dos alunos.

> Tradicionalmente considera-se um problema como uma situação que envolve o aluno em atividade, mas para a qual não conhece à partida, ou não é óbvio, um caminho para chegar à solução. Com esta definição aquilo que às vezes se designa por problema pode-se transforma-se num mero exercício por efeito do ensino. Mas perante um verdadeiro problema, em que não é conhecido o caminho, para o abordar é necessário que se escolham e utilizem métodos e estratégias que devem ser pensadas em face de cada situação (VALE, 2017, p. 137-138).

Nesta visão sobre a resolução de problemas, incluímos um ensino que propicie aos alunos problemas variados e não rotineiros que possam ser resolvidos por diferentes estratégias. Nesse sentido Vale (2017, p. 138) ressalta que,

> Valorizamos em particular a estratégia *procurar ver*, que pode ser complementar com outras estratégias, uma vez que a visualização pode construir uma abordagem alternativa poderosa que aumenta a janela de possibilidades no que se refere à resolução de problemas, promovendo resoluções diferentes das mais tradicionais, contribuindo assim para o pensamento divergente. Assim, defendemos que se ensine matemática com resolução de problemas, onde esta deve seguir paralelamente o currículo e a prática de sala de aula, juntamente com outras tarefas mais procedimentais, ajudando na compreensão de determinado conceito matemático e que permita aos alunos pensar matematicamente, o que envolve criar e interpretar uma situação, descrever, explicar e comunicar.

A visualização é frequentemente citada em pesquisas como um processo na aprendizagem matemática, sendo reconhecida por Vale (2017, p. 139) como “uma componente do raciocínio, profundamente envolvida com o conceitual [...] e pode ser uma ajuda importante para todos os tipos de problemas, incluindo aqueles em que o visual não é evidente”.

A autora ainda diz que na resolução de problemas mais complexos o ver é tão importante quanto o fazer, verificando-se que os alunos, na maioria das vezes, elaboram os métodos que irão utilizar para resolver o problema baseados no que veem no enunciado. Levando em conta que a visualização pode ser vista como o processo de formar imagens, e usar essas imagens para descobrir e compreender a matemática, é essencial que os alunos tenham um olho geométrico, podendo ver as propriedades geométricas e separá-las da imagem, podendo assim, construir a intuição geométrica.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem Matemática, a arte de expressar situações-problema do nosso dia a dia por meio de representações matemáticas, é tão antiga quanto a própria matemática, tendo surgido quando havia a necessidade de aplicações na rotina de povos antigos. Hoje, a modelagem tem seu próprio ramo, exprimindo ocorrências rotineiras e reais em matemática.

3.1 Modelagem

Quando se fala em modelagem, vem logo a mente a criação de um modelo que represente alguma coisa, seja real ou imaginária. De modo geral, o termo modelo designa uma representação de alguma coisa, um padrão ou ideal a ser alcançado, ou um tipo particular dentro de uma série. De acordo com Granger (apud BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 11) o modelo é "uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções". É comum ao ser humano recorrer a modelos, tanto para comunicar-se quanto para preparar uma ação. Assim, pode-se dizer que a modelagem é um processo que emerge da própria razão e faz parte da nossa vida como forma de constituição e de expressão de conhecimento.

Várias situações cotidianas podem apresentar problemas que necessitam de soluções e decisões. Alguns destes problemas podem ser transformados em uma situação matemática, como por exemplo o cálculo da área de um terreno de forma retangular. Seja qual for a situação, em geral, é necessário que este problema seja quantificado e que tenha uma formulação matemática detalhada. "[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se 'modelo matemático'" (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 12).

A Matemática, em especial na área de arquitetura, possibilita a criação de modelos matemáticos, permitindo assim, que haja uma melhor compreensão, simulação e previsão do fenômeno estudado. Os modelos matemáticos podem ser representados através de fórmulas, expressões numéricas, gráficos, diagramas, tabelas, representações geométricas, etc.

3.2 Modelagem Matemática

Como cita Biembengut e Hein (2011, p. 12),

> Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

A criação de um modelo está diretamente relacionada ao conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento for da matemática básica o modelo se delimitará a este conhecimento, quanto maior o domínio matemático, mais possibilidades serão as de resolver modelos que exigem uma matemática mais sofisticada; contudo o valor do modelo não está somente relacionado a sofisticação matemática.

“A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias” (BIEMBENGUT, HEIN; 2011, p. 13).

Os procedimentos da modelagem matemática podem ser agrupados em três etapas, subdivididas em seis sub etapas, como é descrito abaixo:

1) Interação
    - reconhecimento da situação problema;
    - familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.
2) Matematização
    - formulação de problema → hipótese;
    - resolução do problema em termo de modelo.
3) Modelo matemático
    - interpretação da solução;
    - validação do modelo → avaliação.

Detalhando as etapas:

1) Interação

Uma vez delineada a situação que se deseja estudar, deve-se ser feito um estudo do assunto, seja de modo indireto ou de modo direto. Mesmo que esta etapa esteja subdividida em duas, não obedece a uma ordem rígida, tampouco se termina uma das etapas ao se passar para a outra. A situação-problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.

2) Matematização

Esta etapa é tida como a mais complexa e desafiante, visto que é aqui que se "traduz" a situação problema para a linguagem matemática. A intuição, criatividade e experiência acumulada são de fundamental importância neste processo.

a) Formulação de problema → hipótese

Nesta etapa é especialmente importante:

- classificar as informações (relevantes e não relevantes), identificando fatos envolvidos;
- decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando hipóteses;
- selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas;
- selecionar símbolos apropriados para essas variáveis; e
- descrever essas relações em termos matemáticos.

Esse momento tem como objeto principal, chegar a um conjunto de expressões, fórmulas, equações, gráficos, representações, entre outros, que levem a solução ou permitam a dedução de uma solução.

b) Resolução do problema em termo de modelo

Depois de formulada, a situação-problema deve ser resolvida, a partir do modelo criado anteriormente. Isto requer aguçado conhecimento sobre as entidades matemáticas usadas na formulação.

3) Modelo matemático

Nesta etapa, faz-se uma avaliação do modelo para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada, verificando também o grau de confiabilidade na sua utilização.

3.3 **Modelação Matemática**

Sobre a modelação matemática Biembengut e Hein (2011, p. 18) dizem que,

> A modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem. Pode valer como método de ensino-aprendizagem de Matemática em qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação.

Esses autores listam os objetivos da modelagem matemática como sendo:

- aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática;
- enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;
- despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade;
- melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- desenvolver a habilidade para resolver problemas;

- estimular a criatividade.

Os autores listam ainda, cinco passos para a aplicação do método. São eles:

- Diagnóstico

Essa etapa é de suma importância para o planejamento das aulas, visto que é importante saber o número de alunos, o horário das aulas, o tempo disponível que eles têm para realizarem atividades extraclasse e o conhecimento matemático que possuem.

- Escolha de um tema ou modelo matemático

O conteúdo matemático é desenvolvido a partir de um tema único, que será transformado em modelo. Este tema pode ser escolhido pelo professor ou pelos alunos, se os alunos forem os responsáveis pela escolha haverá vantagens e desvantagens. Um ponto positivo é que os alunos se sentem participantes no processo. Um ponto negativo pode ser a escolha de um tema que não se adeque a grade curricular a ser cumprida, ou ainda ser muito complexo, exigindo assim do professor que disponha de um tempo que nem sempre ele tem para aprender e para ensinar, de todo modo, cabe ao professor inteirar-se do tema escolhido e preparar tudo previamente para que no mínimo o processo desenvolva o conteúdo programático exigido.

- Desenvolvimento do conteúdo programático

O professor deve seguir as mesmas etapas e subetapas do processo de modelagem (Interação – Matematização – Modelo Matemático), com o acréscimo de mais uma na etapa da matematização, sendo esta o desenvolvimento do conteúdo matemático necessário para a formulação, resolução e a apresentação de exemplos e exercícios análogos para aprimorar a apreensão dos conceitos pelo aluno.

¬ Orientação de modelagem

Biembengut e Hein (2011, p. 23) dizem que

> O trabalho de modelagem tem como objeto principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. Os alunos escolhem o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao professor promover essa autonomia.

De acordo ainda com os autores, espera-se por meio da modelagem possa-se,

- incentivar a pesquisa;
- promover a habilidade em formular e resolver problemas;
- lidar com tema de interesse;
- aplicar o conteúdo matemático;

- desenvolver a criatividade.

Para que o professor possa orientar os alunos e os acompanhar durante o desenvolvimento do trabalho de modelagem, é necessário que o mesmo se planeje sobre como se dará a interação com o conteúdo, bem como a forma de encaminhamento e quando ou em que momento norteará os seus alunos. O professor pode realizar as orientações por partes, como sugerido nas etapas abaixo.

- escolha do tema, estudo e levantamento de questões,
- formulação;
- elaboração de um modelo matemático;
- resolução parcial das questões;
- exposição oral e escrita do trabalho.

¬ Avaliação do processo

O professor deve avaliar o grau de aprendizado do aluno e avaliar o seu trabalho. É importante que os alunos conheçam os critérios de avaliação escolhidos pelo professor.

4 ÁREA E PERÍMETRO NO CONTEXTO DA GEOMETRIA

Este capítulo, é em grande parte, baseado na pesquisa de mestrado de Marcílio Dias Henriques intitulado “Um Estudo Sobre a Produção de Significados de Estudantes do Ensino Fundamental para Área e Perímetro” com contribuições de Amarildo Melchiades da Silva. Esta pesquisa teve como resultado o livro “Área e Perímetro nos anos finais do Ensino Fundamental”.

4.1 Aprendizagem de área e perímetro e dificuldades discentes

Quando falamos em Geometria escolar, na maioria das vezes colocamos em destaque o currículo. Mas, de acordo com (USISKIN apud HENRIQUES; SILVA, 2019) nota-se que não há concordância entre os pesquisadores sobre o que possa ser considerado elemento curricular de Geometria. Ao contrário, observa-se que há grande divergência quanto aos detalhes e quanto à natureza da Geometria que deveria ser ensinada, desde a escola primária até a universidade.

Henriques e Silva (2019, p. 16), dizem que,

> Segundo estudos da Comissão Internacional de Instrução Matemática (INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION, 1994), houve, e ainda há, fortes desacordos sobre objetivos, conteúdos e métodos para o ensino de geometria, em diferentes níveis. Esta constatação é corroborada por pesquisas mais recentes, como as desenvolvidas por Jones (2010) e Alsina (2010).

Sobre o desenvolvimento da Geometria temos que, de acordo com Henriques e Silva (2019, p. 16) “muito do desenvolvimento da Geometria durante o século XX foi inspirado na obra de Felix Klein (1849-1925), que propôs que a Geometria deve ser vista como o estudo das propriedades de um espaço que são invariantes sob um determinado grupo de transformações”.

Segundo esses autores não há um consenso sobre o que se deve ensinar e aprender na escola, principalmente quando o tema é Geometria. Mas, quando há a oportunidade de escolher o assunto a ser estudado em determinada aula ou programa de Geometria. Para é interessante, que o professor tenha a liberdade de trabalhar com atividades que desenvolvam uma demanda de temas geométricos, atividades que apresentem situações-problema aos alunos e lhe permitam produzir novos significados para tais temas.

> Essa liberdade, que entendemos desejável, talvez seja a razão mesma da falta de consenso sobre o currículo de Geometria da escola básica. Afinal, como asseveraram Mammana e Villani (1998), é imprópria a alegação de que é possível elaborar um

> currículo de geometria que tenha validade universal (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 17-18).

Quando se trata da aprendizagem de área e perímetro, temos uma grande diversidade de abordagens, opções metodológicas e orientações curriculares, principalmente quando se fala sobre a escolha dos conteúdos de Geometria a serem ensinados e aprendidos no Ensino Fundamental.

Nesse sentido,

> os estudantes precisam de tarefas nas quais possam analisar o perímetro e a área ao mesmo tempo para distinguirem claramente os dois objetos. Estes pesquisadores afirmam, ainda, que os alunos precisam construir representações visuais de figuras com determinadas áreas e perímetros, criar problemas relacionados com estas palavras e justificar as propriedades figurais observadas (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 18).

Henriques e Silva (2019, p. 18-19) ainda dizem que,

> em primeiro lugar os alunos devem experimentar cobrir várias superfícies planas com uma unidade de medidas, percebendo que as regiões devem aprender a estrutura de malhas (com padrões geométricos a partir de uma unidade de área), o que demonstrou ser um processo que demanda muito tempo, mas com resultados muito significativos; terceiro, os alunos devem aprender que o comprimento dos lados de um retângulo pode ser determinado pelo número de unidades em cada linha e o número de linhas na matriz; em quarto lugar, as crianças podem aprender a multiplicar as duas dimensões como um *atalho* para a determinação do número total quadrados.

Esses autores dizem que o trabalho com medidas na Escola Básica é muitas vezes abandonado com muita rapidez e visto como uma forma de fazer cálculos. No entanto,

> Para evitar esta situação, [...], as primeiras experiências (escolares) dos alunos com a geometria deveriam enfatizar o estudo informal das formas físicas e suas propriedades, com o objetivo principal de desenvolver a *intuição geométrica e o conhecimento dos estudantes* sobre o seu ambiente espacial (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 19).

Ao sugerir trabalhar com o Geoplano, (Henriques e Silva (2019, p. 19) dizem que este pode "desenvolver habilidades que vão desde a percepção de propriedades de figuras geométricas planas, até a distinção entre a medida do perímetro e a medida da superfície destas mesmas figuras".

Quando vamos a uma sala de aula do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, observamos que uma das dificuldades dos alunos é a confusão entre as ideias de área e perímetro, quando resolvem problemas de Geometria Plana. Na escola observamos que os alunos tem dificuldade de reconhecer medidas de uma figura como um de seus elementos constituintes e, em distinguir as medidas de área e de perímetro. Essa dificuldade pode surgir de uma confusão entre as duas palavras ou de conceitos apresentados de forma errônea.

Desse modo vemos que é necessário considerar a existência e identificar as dificuldades de dissociação conceitual e de cálculo de área e de perímetro. Podemos reforçar a afirmação anterior de acordo com Bellemain (apud HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 24),

> A consideração pelos professores de que não há dificuldades conceituais de aprendizagem significativas com respeito aos conceitos de área e perímetro é preocupante, pois se os professores não percebem as dificuldades que os alunos apresentam na aprendizagem desses conteúdos, terão pouca chance de intervir para sua superação.

Abaixo, temos uma síntese sobre os pontos-chave que Henriques e Silva (2019, p.27-29) apresentam em seu livro.

TABELA 2: Síntese (área e perímetro)

	PONTOS-CHAVE
1	Avaliamos que a principal dificuldade observada no processo de aprendizagem de área e de perímetro é a confusão entre estas grandezas geométricas, o que inclui a não dissociação entre suas medidas.
2	Defendemos que o trabalho simultâneo com área e perímetro favorece a aprendizagem destas noções.
3	Assumimos que o fato de um estudante saber calcular a área de um retângulo não garante que ele tenha aprendido a calcular a área de uma outra figura qualquer.
4	Concordamos com a afirmação [...] de que mudança de dimensão gera dificuldades na medição de certas grandezas.
5	Concebemos com válida a ideia de comparação entre objetos mensuráveis para a aprendizagem de área e perímetro, por exemplo quando lidamos com tarefas que envolvem a pavimentação de uma figura plana de área desconhecida com polígonos regulares de área conhecida, seja utilizando objetos físicos, um *software* ou atividades com o Geoplano, como as propostas por Murari (2011) e Bairral e Giménez (2012).
6	Atentamos para o fato de que a noção de área de uma figura não é sempre reconhecida como uma de suas características (BALTAR, 1996), talvez porque medir área não seja uma tarefa tão comum como calcular área (isto nos ajuda a pensar na gênese das possíveis dificuldades no processo cognitivo dos alunos que aprendem sobre perímetro e área).
7	Consideramos relevante para os trabalhos docentes de criação e aplicação de tarefas geométricas o fato de muitos estudantes avaliarem que o aumento do perímetro de uma figura implica necessariamente em um aumento de sua área, e vice-versa.
	Entendemos ser razoável considerar a estrutura de malhas (quadriculadas, triangulares, pontilhadas) favorável à aprendizagem da noção multiplicativa de área (*e.g.*, BAIRRAL & GIMENEZ, 2012), embora potencialmente geradora de dificuldades de aprendizagem de área e de perímetro.

8	
9	Damos foco para o caráter aditivo de área, a expressar-se na utilização de diferentes unidades de área e na decomposição e composição de figuras geométricas planas.
10	Não aceitamos as noções de concepções errôneas, de conhecimento *a priori* e de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico por faixa etária, com proposto no Modelo de Van Hiele (CROWLEY, 1994).
11	Não assumimos a necessidade de uma variedade de representações para o aprendizado de área e perímetro, mas sim de uma diversidade de experiências, de tarefas – que favoreçam a desejável multiplicidade de significados produzidos pelos alunos – e, ainda, de intervenções docentes que objetivem a negociação destes significados.

FONTE: Desenvolvido pela autora

5 METODOLOGIA

Durante a disciplina de Estágio Supervisionado II (2019.1) e durante o I Encontro de Educação e Pesquisa em Educação Matemática (I EEPEM) tivemos a oportunidade de aplicar para colegas da Residência e para professores do Ensino Básico o "Problemas das Torneiras". Pudemos perceber que, mesmo para acadêmicos, o problema que aborda um conteúdo do 8° Ano do Ensino Fundamental II, não é resolvido imediatamente, inclusive, a maioria não conseguiu chegar a uma solução no tempo estipulado previamente (10 minutos). Este fato nos mostra que problemas contextualizados e que pedem uma maior interpretação, por serem mais complexos, exigem mais de quem irá resolvê-lo, até mesmo de acadêmicos. É interessante citar que o problema proposto, pode ser facilmente resolvido através de equações de 1° grau. Abaixo temos o problema na integra, da exata forma que foi encontrado em determinado livro do 8° Ano.

Problema das Torneiras

Duas torneiras diferentes T e Q, despejam água em um mesmo tanque. A torneira T enche o tanque em 3 horas e as duas juntas fazem isso em 2 horas. Quanto tempo a torneira Q levaria para encher o tanque, supondo que sua vazão seja constante?

SOLUÇÃO 1

Resolução através de equações fracionárias.

A solução do problema é a raiz da equação abaixo:

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{x} = 1$$

Nessa equação, o termo $\frac{2}{x}$ é uma fração algébrica. Dizemos, por isso, que se trata de uma equação fracionária. Como x aparece no denominador de $\frac{2}{x}$, esse denominador deve ser diferente de 0.

Além disso, x representa o tempo e, por essa razão, deve ser positivo e diferente de zero. A solução do problema deve estar no conjunto dos números reais positivos.

Resolvendo a equação acima encontramos que $x = 6$.

Logo, a torneira Q levaria 6 horas para encher o tanque sozinha.

SOLUÇÃO 2

Interpretação da questão através de uma tabela.

TABELA 3 – Problema da torneira

Tempo	Torneira T	Torneira Q
1 hora	$\frac{1}{3}$ do tanque	$\frac{1}{x}$ do tanque
2 horas	$\frac{2}{3}$ do tanque	$\frac{2}{x}$ do tanque
3 horas	$\frac{3}{3} = 1$ tanque cheio	$\frac{3}{x}$ do tanque
4 horas		$\frac{4}{x}$ do tanque
5 horas		$\frac{5}{x}$ do tanque
6 horas		$\frac{6}{x}$ do tanque

FONTE: Arquivo pessoal

Na disciplina de Estágio Supervisionado III, continuamos com a mesma metodologia, e alguns problemas foram aplicados durante as aulas, agora envolvendo área e perímetro.

Problema do Canil

Se você dispõe de 400m de cerca de arame e gostaria de montar o maior canil possível, de forma retangular. Como você deve proceder?

SOLUÇÃO 1

Temos que:

$$A = b.h$$

Logo,

$$A = \ 200 - x \ .x$$

$$A = 200x - x^2$$

$$A = -x^2 - 200x$$

Calculando o valor de Δ temos:

$$\Delta = 200^2 - 4. \ -1 \ .0 = 40000$$

Calculando x vértice encontramos a medida de um lado do canil e calculando y vértice encontramos a área do canil.

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{200}{2 \times (-1)}$$

$$x_v = 100\ m$$

Assim percebemos que, a melhor forma para o canil é a de um quadrado, onde cada lado da cerca medirá 100 m.

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_v = -\frac{4000}{4 \times (-1)}$$

$$y_v = 10000\ m^2$$

Quando calculamos y vértice encontramos a área total do canil.

5.1 Residência Pedagógica

Durante o ano de 2019, pude participar do Programa Residência Pedagógica (PRP) que tem como objetivo introduzir o aperfeiçoamento da formação prática no curso de Licenciatura Plena em Matemática, promovendo a imersão do licenciando na escola de Educação Básica. Durante as regências trabalhei na Escola Cidadã Integral Técnica José Leite de Sousa, onde tive a oportunidade de lecionar conteúdos através da Resolução de Problemas, sobre alguns conteúdos de geometria que incluíam área e perímetro. Além disso, pude perceber a diferença de trabalhar através da metodologia de Resolução de Problemas já que alguns alunos sentem dificuldades em entenderem os conteúdos de geometria. As aulas em que foram apresentados os problemas aos alunos, fluíram melhor por serem turmas pequenas e assim facilitou o uso dessa metodologia, pois, os alunos participaram mais ativamente da aula, sendo ativos na construção de seu saber.

5.2 Aplicação do projeto – embalagem

Abaixo segue o passo a passo da proposta de aplicação da atividade utilizando as embalagens.

Em um primeiro momento é sugerido que se tenha uma breve conversa sobre o que é a modelagem, um modelo matemático e sobre as embalagens.

Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático”.

Biembengut (2011) diz que:

A embalagem tem uma significativa importância para o produto. Além de protegê-lo valoriza sua apresentação.

A estética da embalagem é importante, contudo, não é o principal, é necessário que o produto fique devidamente protegido.

Em seguida, é proposto que se discuta sobre que formas geométricas podem ser encontradas nas embalagens.

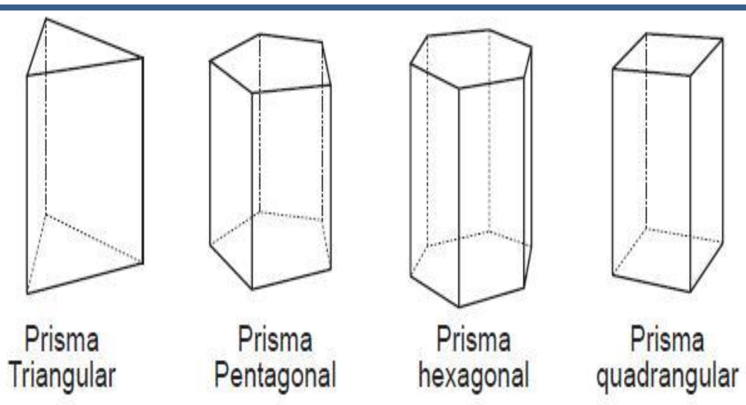
FIGURA 1 – Formas Geométricas

Que formas geométricas estão presentes nas caixas e nas latas?

FONTE: Organizado pela autora

No momento seguinte, deve ser comentado que as embalagens tem formato de figuras geométricas, como prismas e cilindros.

FIGURA 2 - Prismas



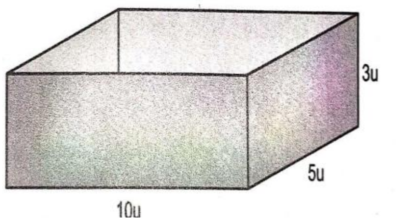
FONTE: Google Imagens

O prisma, o cilindro, a pirâmide, o cone e a esfera são denominados de sólidos geométricos, estes sólidos servem como modelos para as embalagens.

O próximo passo, pede que os alunos construam suas próprias embalagens, aqui, é sugerido que se construa uma caixinha.

Fazendo uma caixinha

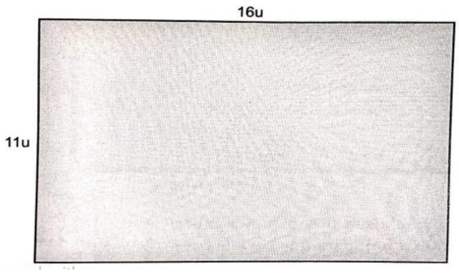
FIGURA 3 - Caixinha



FONTE: Biembengut; Hein,2011, p. 35

Façamos, inicialmente, o desenho de uma caixinha na forma retangular.

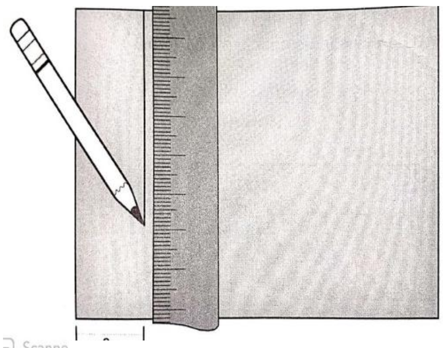
FIGURA 4 - Folha



FONTE: Biembengut; Hein,2011, p. 36

Agora, tomemos uma folha de papel na forma retangular, para fazermos uma caixa com as medidas já descritas. Nesse caso, a folha deverá ter as seguintes medidas: 16u por 11u.

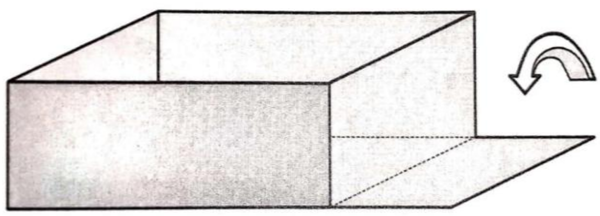
FIGURA 5 - Medidas



FONTE: Biembengut; Hein,2011, p. 36

Com uma régua, vamos medir 3u da borda da folha e riscar levemente, com o lápis, uma linha, fazendo o mesmo nas demais bordas.

FIGURA 6 - Dobras



Obs: Antes de dobrar, deve-se cortar o excesso ou encaixar os pedaços.

A partir daí, efetuamos a dobra em cada um dos riscos, montando uma caixinha.

FONTE: Biembengut; Hein,2011, p. 39

O próximo passo da atividade está relacionado a quantidade de material é usado na construção de uma embalagem e que formato é mais econômico.

Qual a quantidade de material utilizada em uma embalagem?

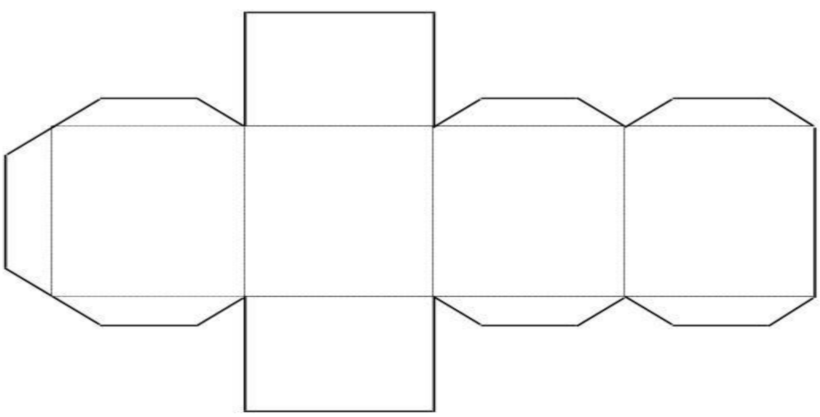
FIGURA 7: Embalagens

FONTE: Google Imagens

Uma sugestão para essa etapa é mostrar aos alunos a planificação das embalagens. Aqui apresentamos uma em forma de prisma e a outra em forma de cilindro.

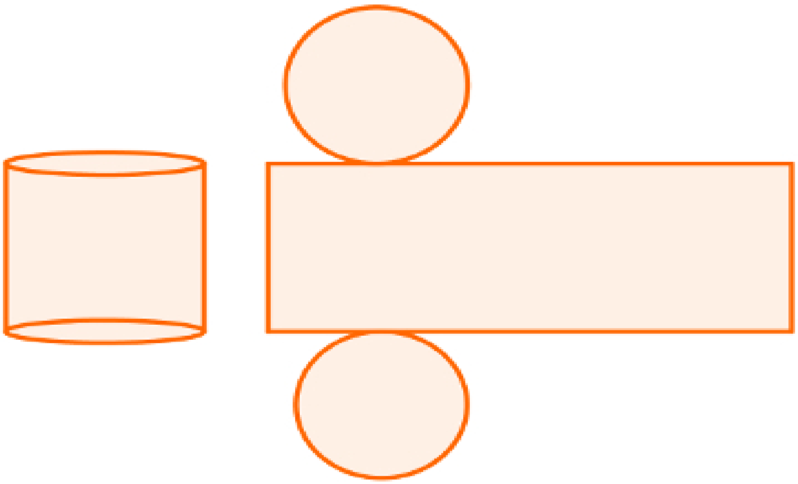
Verificando a quantidade de material utilizado

FIGURA 8: Planificação do Prisma quadrangular



FONTE: Google Imagens

FIGURA 9: Planificação do Cilindro



FONTE: Google Imagens

Passo a passo

Primeiro representamos a embalagem cilíndrica de forma planificada.

Multiplicamos a medida do contorno pela altura da lata, obtendo a área lateral.

Por fim, fazemos o produto entre o raio da circunferência pela metade da medida do seu contorno – obtendo assim, a área do círculo.

Dados:

$A = \pi r^2$ e $C = 2\pi r$

Área total de um cilindro

$A_c = \ 2\pi r \ \times \ h + r$

No último passo a pergunta inicial é respondida e após isso pode-se, ao critério do professor, fazer uma generalização.

Qual é a forma ideal para uma embalagem?

Levamos em conta que as embalagens tem o mesmo volume. Então, para descobrirmos a forma ideal, calculamos a área de ambas embalagens.

Dados:

h = altura; a = largura; b = comprimento

6 PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA TRABALHAR ÁREA E PERÍMETRO

Trabalhar com situações-problema demanda tempo e muita organização, e nesse sentido esta pesquisa vai contribuir e motivar a utilização de materiais diversificados, que quase sempre permanecem só nas bibliotecas ou são de difícil acesso para os professores.

Julga-se importante que os alunos participem de todas as etapas do planejamento de suas ações, para que juntos reflitam sobre o processo de ensino e de aprendizagem, valorizem seu cotidiano escolar e as práticas pedagógicas bem-sucedidas em outras disciplinas. Sugerindo assim mudanças e reformulações de ações didáticas, contribuindo com o desenvolvimento de relações de autonomia e cooperação entre seus pares de forma flexível e dinâmica.

Dessa forma, sugerimos que os professores inicialmente formem grupos de três ou quatro alunos e que a cada aula esses grupos troquem seus problemas e posteriormente socializem suas formas de resolução, discutindo sobre a que melhor expressou ou apresentou o resultado correto.

Sobre como trabalhar com Resolução de Problemas sugerimos utilizar todas as orientações descritas por Onuchic, de acordo como relatados no capítulo 2 deste TCC seguindo o roteiro apresentado por Onuchic e Allevato (2011) no tópico 2.3, que como sabe-se, não são receitas mas contribuem para a organização no processo de ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas:

1) Preparação do problema
2) Leitura individual
3) Leitura em conjunto
4) Resolução do problema
5) Observar e incentivar
6) Registro das resoluções na lousa
7) Plenária
8) Busca do consenso
9) Formalização do conteúdo

6.1 Atividades envolvendo área e perímetro

Para compor as atividades utilizamos dois livros e algumas atividades desenvolvidas na disciplina de Estágio Supervisionado III (2019.2). Os livros são: “Perímetro e Área publicado pelo 2° simpósio de formação de professores de matemática”, e “Área e Perímetro nos anos finais do Ensino Fundamental". É notório que muitos professores do estado da Paraíba não fazem uso desses livros, isto foi constatado durante nossa participação no PRP. Nesse sentido esperamos que as atividades trazidas nesta proposta possam contribuir no planejamento das aulas dos professores de Matemática.

A seguir propomos algumas atividades que podem ser aplicadas para se trabalhar o conteúdo de área e perímetro.

Atividade 1

Item a)

Usando palitos inteiros construa diferentes retângulos de mesmo perímetro. Calcule a área dos retângulos, organize os resultados e diga sobre o que você observa.

Perguntas:

1. Fixado o número de palitos p (perímetro do retângulo), como determinar todas as possibilidades de retângulos com lados de medidas inteiras? Quantos são os retângulos?
2. Por que nessa atividade o perímetro é sempre um número par?
3. Ao construir todas as possibilidades de retângulos de mesmo perímetro p, o que se pode observar quanto as áreas? É possível obter um quadrado de perímetro p?
4. Se diminuímos a restrição quanto ao uso do palito, permitindo que ele seja quebrado em metades, terços, quartos,etc ...

(a) o que acontece com a coleção de retângulos de mesmo perímetro p? Nesta coleção tem-se o quadrado?

(b) ordene os retângulos de acordo com a variação da área. É possível obter um retângulo com área menor do que 0,5? Menor do que 0,1? Nesta coleção, qual é o retângulo de maior área?

Item b)

Se em lugar de fixar o perímetro com um certo número de palitos, é usado um cordão para delimitar perímetro, como fica a coleção de retângulos? Fixada uma unidade de comprimento (pode ser o próprio palito), existe um retângulo com lado medindo 'raiz quadrada de 2'? Existe um retângulo de área máxima? Existe um retângulo de área mínima?

Item c)

Usando a linguagem da álgebra, encontrar a função que expressa a área dos retângulos. Faça o gráfico da função e localize seu ponto de máximo. Mostre que dentre todos os retângulos de perímetro constante p, o de maior área é o quadrado. Explique porque não existe o retângulo de área mínima?

Atividade 2

Item a)

Usando quadrados de papelão ou papel quadriculado, construa diferentes retângulos de mesma área. Calcule o perímetro dos retângulos, organize os resultados obtidos e diga sobre o que se pode observar nos resultados obtidos.

Perguntas

1. Fixado o número de quadrados de papelão (área A do retângulo), como encontrar todas as possibilidades de retângulos com lados de medidas inteiras?
2. Como escolher o valor de A de modo a se obter muitos retângulos diferentes?
3. Tomando um certo número de quadrados fixos, é possível determinar usando argumentos de aritmética, quantos retângulos de área A, com lados de medidas inteiras, podemos construir?
4. Ao construir os retângulos com área fixa, o que se pode observar a respeito dos perímetros dos retângulos construídos?
5. Se diminuímos a restrição quanto ao uso do quadrado de papelão permitindo que ele seja particionado, em quadradinhos menores:

• como particionar os quadrados de papelão de modo a obter retângulos que tenham lados com medidas racionais e não inteiras?

• o que acontece com a coleção de retângulos de mesma área A? Nesta coleção tem-se o quadrado?

• ordene os retângulos de acordo com a variação de perímetro. É possível obter um retângulo com área menor do que 0, 5? Menor do que 0, 1? Nesta coleção, qual é o retângulo de menor área?

Item b)

Se em lugar de fixar a área com um certo número de quadrados de papelão, é usado simplesmente um número A positivo, como fica a coleção de retângulos de área A? Existe um retângulo de perímetro mínimo? Existe um retângulo de perímetro máximo?

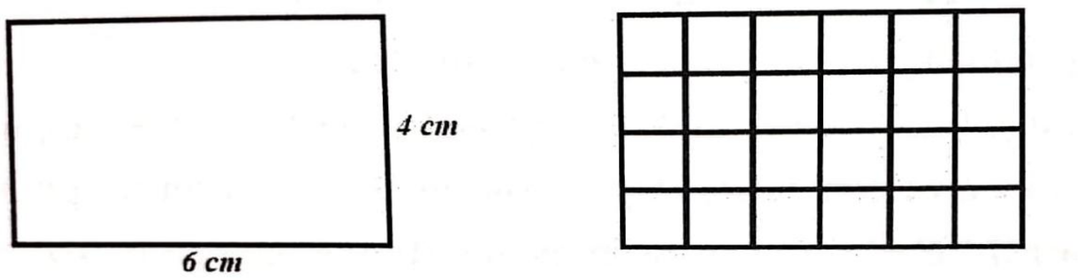
Item c)

Use a linguagem da álgebra para encontrar a função que expressa o perímetro dos retângulos. Faça o gráfico da função e localize seu ponto de mínimo. Mostre que dentre todos os retângulos de área constante A, o de menor perímetro é quadrado.

Atividade 3

Os dois retângulos abaixo são iguais. Observe.

FIGURA 10 - Retângulos



FONTE: Henriques; Silva, 2019, p. 50

Considerando as Figuras 1 e 2, responda às seguintes perguntas:

a) Qual é a medida da área do retângulo?
b) Qual é a medida do perímetro do retângulo?

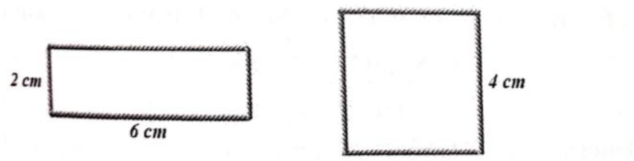
Atividade 4

Você possui uma corda com a medida de 16 centímetros, quando está totalmente esticada, como mostra a figura abaixo.

16 cm

Com esta corda, você construiu um retângulo e depois um quadrado, conforme o que podemos observar nas seguintes figuras. Veja.

FIGURA 11 – Retângulo e quadrado



FONTE: Henriques; Silva, 2019, p. 53

a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas?
b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros?

Atividade 5

Um outdoor de uma propaganda publicitária foi construído com a forma de um retângulo com área de 104 m² e com um dos lados sendo 5 metros maior do que o outro. A agência de publicidade responsável pela propaganda decidiu colocar um revestimento de alumínio para contornar todo outdoor, o que lhe dá um melhor acabamento. Imagine que você trabalhe nesta agência e precisa calcular quantos metros de alumínio serão necessários para cobrir toda a borda do outdoor. Então, faça agora este cálculo.

Atividade 6

Calcule a área e o perímetro das figuras abaixo.

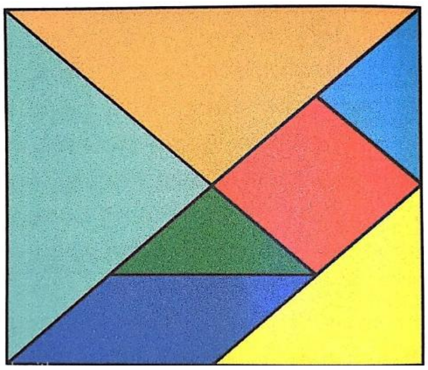
FIGURA 12 – Calcular área e perímetro

FONTE: Henriques; Silva, 2019, p. 63

Atividade 7

O Tangram é um quebra cabeça chinês milenar, constituído por 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo) que permitem construir muitas figuras diferentes e criativas. Com a orientação de seu professor e utilizando seu material de desenho geométrico, construa, em cartolina ou papel cartão, um Tangram com lados medindo 10cm, colorindo cada figura geométrica com uma cor diferente, depois, recortando as 7 peças desenhadas.

FIGURA 13 - Tangram



FONTE: Henriques; Silva, 2019, p. 76

1. Utilizando todas as peças do Tangram, construa:

a) Um quadrado.
b) Um triângulo.
c) Um paralelogramo.

2. Com peças desse jogo podemos construir de modo diferente, nove quadrados. Quantos quadrados com diferentes medidas de área é possível construir? Que relação existe entre os perímetros destes quadrados?

3. Considerando como unidade de medida de área o triângulo menor, determine:

a) a área do triângulo médio;
b) a área do quadrado;
c) a área do paralelogramo;

A que conclusões você chegou, depois de resolver esta questão?

Com a apresentação deste trabalho, espera-se contribuir para que muitos professores mudem suas dinâmicas em sala de aula e optem por situações-problema desafiadoras, escolha que demanda uma nova postura, tanto de professores, como de alunos, que deixam de ser meros espectadores para serem protagonistas de seu aprendizado.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Abordamos nesse trabalho que o ensino do conteúdo de área e perímetro, estudado no Ensino Básico, deve ser ensinado utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Sabemos que não é fácil, visto que, a maioria dos professores estão habituados a trabalharem de forma tradicional, onde são passadas as definições, exemplos e alguns exercícios que os alunos irão resolver a partir dos exemplos anteriores. No entanto, com muito esforço a Resolução de Problemas, assim como outras metodologias, quando utilizadas de maneira correta, podem ser capazes de ter resultados significantes.

Destacamos que, ao se trabalhar com problemas, o aluno é levado a ser construtor do seu próprio conhecimento e o professor age como mediador desse processo. Nesse modelo de ensino, espera-se que o aluno realmente compreenda o que está estudando, e diferentemente do ensino tradicional, não resolva as atividades por repetição de um modelo apresentado pelo professor, mas compreenda o que está fazendo.

Pudemos ver que outras metodologias, como a Modelagem Matemática, podem ser utilizadas no processo da resolução de problemas, permitindo assim, que os alunos sejam capazes de exemplificar através de um modelo matemático o necessário para resolver o problema proposto.

Diante do que foi exposto neste trabalho, vemos que há grande necessidade de se trabalhar com problemas na sala de aula, pois assim, estaremos preparando os alunos para situações que venham a surgir em sua vida, além de formar cidadãos críticos, capazes de resolver seus problemas, tomar decisões e avaliá-las.

Nesse sentido, esta pesquisa contribuiu muito para minha formação acadêmica, mostrando que há vários caminhos para se ensinar Matemática, que é possível fazer com que os alunos realmente aprendam e que sejam capazes de aplicar seus conhecimentos além da escola.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N.S.G.; ONUCHIC, L.R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e prática.** Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas.** 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**, Editora Contexto, 5ª ed. São Paulo, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação – Secretaria da Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006. v.2, p.69-98.

GAZIRE, E. S. **Resolução de Problemas: perspectivas em Educação Matemática.** Rio Claro, 1989. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista.

GRAVINA, M. A.; LOPES, S. A. A. **Perímetro e área.** Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática HENRIQUES, M. D.; SILVA, A. M. **Área e Perímetro nos anos finais do Ensino Fundamental.** Rio de Janeiro: Autografia, 2019.

HUANCA, R. R. H. **A Resolução de Problemas e a Modelização Matemática no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação: uma contribuição para a formação continuada do professor de matemática.** 2014. 315f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Cap. 12, p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p. 212-231.

ONUCHIC, L. R.; HUANCA, R. R. H. **A Licenciatura em Matemática: O desenvolvimento profissional dos formadores de professores.** In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A. M. F. T. (Orgs.). Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior. 1ed. Campinas: Papirus, 2013, v. 1, p. 307-331

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática,** v. 25, n. 41, 2011, p. 73-98.

SERRAZINA, L. Resolução de Problemas e Formação de Professores: um Olhar sobre a Situação em Portugal. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, C. PIRONEL, M. (Org.) **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 55 – 83.

VALE, I. resolução de Problema um Tema em Contínua Discussão: vantagens das Resoluções Visuais._In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, C. PIRONEL, M. (Org.) **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p.131-162.