



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE QUÍMICA
CURSO DE QUÍMICA INDUSTRIAL**

RAFAEL TELES CRUZ SILVA

**SIMULAÇÃO DA SECAGEM DE PLACAS CERÂMICAS VIA MÉTODO INTEGRAL
BASEADO EM GALERKIN UTILIZANDO CONDIÇÃO DE CONTORNO DE 1ª
ESPÉCIE**

**CAMPINA GRANDE – PB
2019**

RAFAEL TELES CRUZ SILVA

**SIMULAÇÃO DA SECAGEM DE PLACAS CERÂMICAS VIA MÉTODO INTEGRAL
BASEADO EM GALERKIN UTILIZANDO CONDIÇÃO DE CONTORNO DE 1ª
ESPÉCIE**

Trabalho de Conclusão de Curso em Química Industrial da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do Título de Bacharel em Química Industrial.

Área de concentração: Física-Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos.

**CAMPINA GRANDE – PB
2019**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586s Silva, Rafael Teles Cruz.
Simulação da secagem de placas cerâmicas via método integral baseado em Galerkin utilizando condição de contorno de 1ª espécie [manuscrito] / Rafael Teles Cruz Silva. - 2019.
35 p. : il. colorido.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Química Industrial) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2019.
"Orientação : Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos, Coordenação do Curso de Física - CCT."
1. Placa cerâmica. 2. Secagem. 3. Cerâmica vermelha. 4. Método de Galerkin. I. Título
21. ed. CDD 660

RAFAEL TELES CRUZ SILVA

SIMULAÇÃO DA SECAGEM DE PLACAS CERÂMICAS VIA MÉTODO INTEGRAL
BASEADO EM GALERKIN UTILIZANDO CONDIÇÃO DE CONTORNO DE 1ª
ESPÉCIE

Trabalho de Conclusão de Curso em
Química Industrial da Universidade
Estadual da Paraíba, como requisito
parcial à obtenção do título de Bacharel em
Química Industrial.

Área de concentração: Física-Matemática.

Aprovada em: 09/12/2019.

BANCA EXAMINADORA

Ivonete B. dos Santos
Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Márcia Ramos Luiz
Profa. Dra. Márcia Ramos Luiz
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Elialdo Andriola Machado
Prof. Dr. Elialdo Andriola Machado
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Aos meus pais, Raimundo e Lúcia, médicos.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Raimundo e Lúcia, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

À minha família, que esteve ao meu lado em todos os momentos. Em especial, aos meus pais e irmãos, por todo amor e incentivo para continuar seguindo em frente.

À minha orientadora, Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos, por seus ensinamentos e por ter me aceitado como orientando.

Aos meus amigos do Laboratório de Engenharia Eletroquímica (LEEq), Bruna, por todo o carinho e compreensão, e Celso, por me ajudar em tudo que me proponho a fazer, a sua ajuda foi essencial para tudo isso pudesse acontecer.

À minha querida amiga, Mayara Torres, por todo o apoio durante o curso, por sempre me encorajar e estar ao meu lado. Qualquer desafio se torna mais fácil com alguém ao seu lado.

À família Alves por sempre me apoiar e pela preocupação, por me receberem e tornarem a minha jornada mais fácil.

Aos meus colegas de curso pelos momentos bons que passamos juntos.

A banca examinadora por todas as sugestões proferidas.

A todos os professores que fizeram parte da minha caminhada, que contribuíram com seus ensinamentos e conselhos, MUITO OBRIGADO!

À UEPB pela oportunidade.

A todos, meus sinceros agradecimentos.

*“Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades,
lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram
conquistadas do que parecia impossível.”*

Charles Chaplin

RESUMO

A secagem é um dos processos industriais mais comuns devido à sua praticidade e baixo custo. Os seus dois mecanismos principais são a transferência simultânea de calor e massa, que visam à retirada da umidade contida no interior dos corpos independentemente do método aplicado. Para que o processo seja realizado com eficiência é necessário controlar seus principais parâmetros: temperatura e tempo, assim evitam-se problemas comuns desses relacionados a essa operação, como trincas e empenamentos. Materiais cerâmicos, cuja matéria-prima principal é a argila, são especialmente suscetíveis a esses problemas, então para a melhor realização da secagem é importante realizar o estudo de modelagem matemática para prever com realismo físico e matemático os possíveis resultados do processo e antecipar problemas que poderiam causar deformações ao sólido em secagem, gerando melhores resultados experimentais. No entanto, modelos matemáticos são difíceis de trabalhar manualmente, então é cada vez mais comum entre pesquisadores da área, principalmente engenharia, a utilização de softwares que possam simular todo o processo operacional e indicar o melhor caminho para testes experimentais. Neste sentido, o presente trabalho tem como objetivo simular a transferência de calor e massa em placas cerâmicas em duas temperaturas diferentes (80°C e 110°C), apresentar a diferença entre os seus processos e representar as respectivas curvas cinéticas. Para tal, foi adotada condição de contorno de 1ª espécie, método integral baseado em Galerkin (método GBI), considerando propriedades termo físicas constantes. Os resultados obtidos mostraram-se satisfatórios, demonstrando as diferenças do processamento em diferentes temperaturas e eficiência entre a simulação e dados experimentais usados para validação.

Palavras-Chave: Placa Cerâmica, Secagem, Cerâmica Vermelha, Método de Galerkin.

ABSTRACT

Drying is one of the most common industrial processes due to its practicality and low cost. Its two main mechanisms are the simultaneous transfer of heat and mass, which aim to remove the moisture contained within the bodies regardless of the method applied. For the process to be carried out efficiently it is necessary to control its main parameters: temperature and time, thus avoiding common problems related to this operation, such as cracks and warping. Ceramic materials, whose main raw material is clay, are especially susceptible to these problems, so for the best accomplishment of drying it is important to conduct the study of mathematical modeling to predict with physical and mathematical realism the possible process results and to anticipate problems that may occur. could cause deformations to the drying solid, generating better experimental results. However, mathematical models are difficult to work manually, so it is increasingly common among researchers in the field, especially engineering, the use of software that can simulate the entire operational process and indicate the best way for experimental testing. In this sense, the present work aims to simulate the heat and mass transfer in ceramic tiles at two different temperatures (80°C and 110°C), to present the difference between their processes and to represent the respective kinetic curves. For this, the first-type boundary condition was adopted, an integral method based on Galerkin (GBI method), considering constant thermo physical properties. The obtained results were satisfactory, demonstrating the differences of the processing in different temperatures and efficiency between the simulation and experimental data used for validation.

Keywords: Ceramic Tile, Drying, Red Tile, Galerkin Method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Produção e consumo de cerâmica no Brasil de 2009 a 2018.	14
Figura 2 - cerâmica vermelha em números	15
Figura 3 - Transferência de calor e massa numa placa cerâmica.	16
Figura 4 - Taxa de evaporação em função do teor de umidade.	17
Figura 5 - Variação do teor de umidade com o tempo.	18
Figura 6 - Variação da temperatura com o tempo.	18
Figura 7 - Contorno da placa estudada por (Santos, 2013)	24
Figura 8 - Cinética de secagem para a transferência de calor obtidos neste trabalho e os dados experimentais de Santana (2006).	26
Figura 9 - Cinética de secagem para a transferência de massa obtidos neste trabalho e os dados experimentais de (Santana, 2006).	26
Figura 10 - Distribuição de temperatura à 80°C no interior do sólido para: (a) $F_0 = 0,05187$ ($t = 600$ s), (b) $F_0 = 0,103741$ ($t = 1200$ s) e (c) $F_0 = 0,155611$ ($t = 1800$ s)	28
Figura 11 - Distribuição de temperatura à 110°C no interior do sólido para: (a) $F_0 = 0,05187$ ($t = 600$ s), (b) $F_0 = 0,103741$ ($t = 1200$ s) e (c) $F_0 = 0,155611$ ($t = 1800$ s)	28
Figura 12 - Distribuição de umidade no interior do sólido à 80°C para: (a) $F_0 = 0,707706$ ($t = 600$ s), (b) $F_0 = 0,599413$ ($t = 1200$ s) e (c) $F_0 = 0,521559$ ($t = 1800$ s).	29
Figura 13 - Distribuição de umidade no interior do sólido à 110°C para: (a) $F_0 = 0,0113667$ ($t = 600$ s), (b) $F_0 = 0,0227333$ ($t = 1200$ s) e (c) $F_0 = 0,0341$ ($t = 1800$ s).	29

LISTA DE SÍMBOLOS

®	Marca Registrada
Γ^ϕ	Coefficiente de Transporte
ϕ	Geração de Grandeza
\vec{v}	Velocidade do meio
S^ϕ	Termo fonte
Λ	Termo Convectivo
C_n	n-ésima Constante a Ser Determinada
ψ_n	n-ésima Autofunção
γ_n	n-ésimo Autovalor
ϕ_e	Geração de Grandeza de Equilíbrio
f_j	Função de Galerkin
P	Densidade do meio
T	Temperatura
T_e	Temperatura de Equilíbrio
c_p	Calor Específico
α	Difusividade térmica
H	Termo Convectivo
M	Teor de umidade
M_e	Teor de umidade de equilíbrio
D	Coefficiente de Difusão
\bar{T}	Teor Médio de Temperatura
\bar{M}	Teor Médio de Umidade
$\bar{\phi}$	Geração de Grandeza Médio
t	Tempo
F_0	Tempo adimensional

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	13
2.1 Cerâmicas.....	13
2.2 Indústria de Cerâmica no Brasil.....	13
2.2.1 Cerâmica vermelha.....	15
2.3 Processo de Secagem.....	16
2.4 Método de Galerkin.....	18
3 METODOLOGIA.....	19
3.1 Representação para a Transferência de Calor.....	22
3.2 Representação para a Transferência de Massa.....	23
3.3 Aplicação.....	24
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	26
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	31
REFERÊNCIAS.....	32

1 INTRODUÇÃO

Corpos cerâmicos são usados desde a antiguidade devido à versatilidade que oferecem de acordo com a finalidade exigida. O mercado de cerâmica representa uma atividade econômica importante devido a sua distribuição, utilizada em todo o mundo.

A indústria de cerâmica vermelha é responsável por 90% das coberturas de alvenarias construídas no Brasil, representa 4,8% da construção civil, gera 18 bilhões de faturamentos anuais e é responsável por 293 mil empregos diretos e 900 mil indiretos em território nacional (ANICER, 2015).

A principal matéria-prima para confecção desses corpos, a argila, é retirada, no Brasil, principalmente de jazidas em rios e lagos. No entanto, a retirada desse material ocorre geralmente de forma rudimentar e sem conhecimento técnico das características físico-químicas do mesmo. O conhecimento das propriedades, tais como: granulometria, plasticidade e composição mineralógica da argila são necessários para realizar o processamento adequado e obter um produto com a qualidade final desejada, logo as propriedades do produto final estão relacionadas diretamente às características da matéria-prima inicial (MACEDO et al., 2008).

A caracterização da argila é importante para saber a melhor forma de conduzir o processo. Ela é constituída de óxidos variados na sua forma natural e, dependendo do produto que se deseja obter, pode ser acrescida de outros materiais naturais ou sintéticos, essa mudança em sua constituição resulta em ajustes na forma que o processamento ocorre.

A secagem é um fenômeno que ocorre com o transporte simultâneo de calor e massa e variação de volume (retração por remoção de umidade e expansão por aquecimento). Durante o processo de secagem, podem aparecer fortes tensões termo-hidro-mecânicas que são causados pelo surgimento de gradientes de umidade e temperatura dentro do corpo, principalmente quando o sólido possui uma geometria que desfavorece sua resistência mecânica, como por exemplo pontas. Então, para estudar a secagem de sólidos, é importante controlar e otimizar o processo, evitando danos ao material (Santos, 2014).

O conhecimento das propriedades dos materiais utilizados é importante para prever deformações relacionadas à desidratação de sólidos, como rachaduras e empenamentos. Segundo Almeida (2003), a secagem é um processo que requer um

modelo matemático preciso que possa descrever o máximo possível de eventos que possam acontecer com realismo físico. É um processo essencialmente termodinâmico de desumidificação, logo é importante conhecer bem os mecanismos de transferência de massa e as constantes termofísicas associadas. Os dados obtidos num modelo por simulação e/ou de experimentos ajudam na otimização do processo, reduzindo perdas energéticas e de materiais.

Dessa forma, este trabalho, objetiva demonstrar a transferência de calor e massa numa placa cerâmica em diferentes temperaturas, via método integral baseado em Galerkin, avaliando as suas eficiências para o processo, apresentando a diferença nos teores de umidade e distribuição do calor, com as respectivas curvas analíticas e, demonstrar a eficiência de softwares para aproximação da simulação de resultados experimentais. Para isso, Foram consideradas propriedades termofísicas constantes e condição de contorno de 1ª espécie.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Cerâmicas

Segundo a ABCERAM (2019), Associação Brasileira de Cerâmicas, cerâmica compreende todos os materiais inorgânicos, não metálicos, obtidos geralmente após tratamento térmico em temperaturas elevadas.

Cerâmicas são materiais preparados sob temperaturas elevadas, a partir de compostos inorgânicos como silicatos e óxidos metálicos. Com isso, materiais como argila e cimento podem ser incluídos. Sabe-se até então, que, a partir do período neolítico, aparecem fragmentos de cerâmica a demonstrar, de forma inequívoca, a presença humana (COSTA, 2000).

A argila é o material usado na confecção de objetos cerâmicos. Ela tem uma textura granulosa e é formada principalmente de componentes inorgânicos, sais, água, algumas impurezas e poucos componentes orgânicos. Desses componentes, apenas os minerais são aproveitados para formar diversos produtos cerâmicos com finalidades diferentes. Em relação ao nível térmico, de acordo com Santana (2006), as análises térmicas desempenham grande relevância na caracterização das argilas como tal, evidenciam as reações e as transformações que ocorrem durante o aquecimento do material.

2.2 Indústria de Cerâmica no Brasil

O setor cerâmico pode ser considerado como uma das primeiras indústrias de transformação implantada no Brasil. Esse seu pioneirismo também é marcante no Estado de São Paulo. Com grande parte de seus produtos suprindo a cadeia de consumo da construção civil. A expansão e modernização da indústria cerâmica participaram diretamente da dinamização da economia e do vigoroso crescimento urbano paulista no Século XX (CABRAL JUNIOR et al., 2019a).

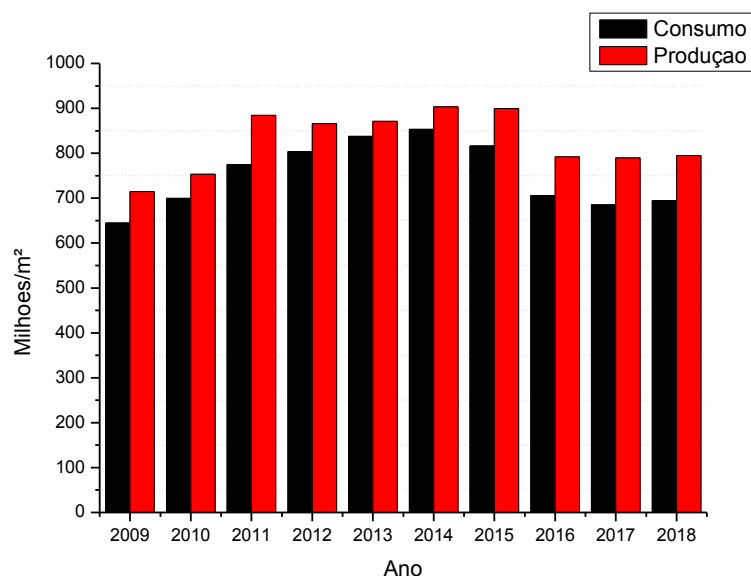
Segundo a Associação Nacional dos Fabricantes de Cerâmica para Revestimentos, Louças Sanitárias e Congêneres, ANFACER (2019), o Brasil é um dos principais protagonistas no mercado mundial de revestimentos cerâmicos, ocupando a terceira posição em produção e consumo. Em 2018, foram produzidos 795 milhões de metros quadrados para uma capacidade instalada de 1064 milhões

de metros quadrados. Já as vendas totais no mercado interno atingiram 695,5 milhões de metros quadrados

De acordo com a ABCERAM (2019), a abundância de recursos naturais, formas alternativas de energias (térmica e hidráulica) e tecnologias práticas foram responsáveis pelo crescimento das indústrias cerâmicas brasileiras, que conseguiram diversificar ainda mais os produtos com quantidade suficiente para ser exportada e boa qualidade.

A Figura 1, apresenta a evolução da produção e consumo de cerâmicas no Brasil de 2009 a 2018.

Figura 1 - Produção e consumo de cerâmica no Brasil de 2009 a 2018.



Fonte: Adaptado de ANFACER (2019).

O segmento de revestimentos engloba a produção de materiais cerâmicos no formato de placas usados na construção civil para revestimentos de paredes, pisos, bancadas e piscinas, em ambientes internos e externos, recebendo designações comerciais como pastilha, porcelanato, grês, lajota, piso, entre outros (CABRAL JUNIOR et al., 2019b).

Antes de utilizar a argila, no entanto deve-se verificar a classificação da mesma para saber em que condições ela vai atuar da forma esperada. Inicialmente, deve ser feita uma análise quantitativa dos seus componentes para entender as propriedades físico-químicas dos materiais. Devido à grande diversificação brasileira, são encontradas várias classificações de argila no país.

2.2.1 Cerâmica vermelha

A cerâmica vermelha compreende vários materiais com coloração avermelhada, que possui como principal matéria prima a argila (CORRÊA; VASCONCELOS, 2015) e são empregados na construção civil, tais como vasos cerâmicos, tijolos, blocos, telhas, lajes, tubos cerâmicos, argilas expandidas, utensílios de uso doméstico e decorativos (SANTOS, 2018).

Essa cerâmica possui a nomenclatura “vermelha” devido à presença de compostos ferrosos que desenvolvem coloração avermelhada. No Brasil, a maior parte da cerâmica vermelha é produzida por empresas de pequeno e médio porte (SEBRAE, 2015). São encontradas tanto na forma natural quanto sintética. As sintéticas são constituídas de alumina, principalmente, e podem ser encontradas na forma hidratada, calcinada, tabular e outras. A natural é constituída de materiais inorgânicos misturados com a argila, tais como a bauxita e o feldspato.

As indústrias de cerâmica vermelha são, de fato, bastantes artesanais, pois possuem processos produtivos ultrapassados, métodos e sistemas defasados, pouquíssima inovação tecnológica e baixo valor agregado em seus produtos. Inexiste em grande parte dela o conceito de qualidade (gestão, controle e melhoria) e, por causa disso, apresenta problemas graves como a alta taxa de desperdício e a baixa capacidade de reutilização de seus resíduos (BRAGA et al., 2016).

Figura 2 - cerâmica vermelha em números



Fonte: Relatório anual (Anicer, 2015).

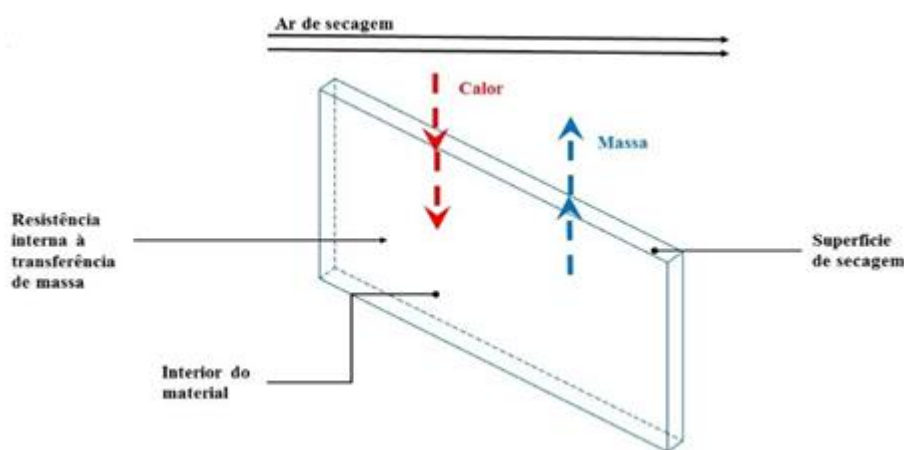
2.3 Processo de Secagem

A secagem é um dos processos mais antigos utilizados pela humanidade devido à sua praticidade e, atualmente, é necessária em várias áreas industriais como: setor têxtil, de alimentos, farmacêutica, de cerâmicas, entre outros (PIRASTEH et al., 2014).

Segundo Santiago (2008), secagem é um dos métodos mais baratos de conservação de alimentos, principalmente grãos, carnes, peixes e algumas hortaliças e se dá pela retirada de umidade dos mesmos, independentemente do método, desde que não haja perda significativa da qualidade nutricional. Isso acontece ao ajustar seus parâmetros principais: tempo e temperatura.

Ao ajustar os parâmetros do processo, devem-se controlar seus mecanismos, especialmente a transferência de calor e massa, que ocorre de forma simultânea. Atualmente, têm-se usado bastante a Lei de Fourier (KEEY, 1972; INCROPERA; DE WITT, 1992) e a segunda lei de Fick (INCROPERA; DE WITT, 1992), para explicar o aumento de temperatura e difusão da umidade em corpos, como representado na Figura 2.

Figura 3 – Transferência de calor e massa numa placa cerâmica.



Fonte: criação do autor.

O princípio físico envolvido nesse processo é a remoção de umidade do sólido por evaporação, onde ocorre a transferência de calor e massa. É necessário o fornecimento de calor para evaporar a umidade do produto e um meio de transporte para remover o vapor de água formado na superfície do produto a ser seco. Existem vários meios de se realizar esta remoção, entre as mais utilizadas é por ar quente (Luiz, 2012).

O processo ocorre com a migração contínua de partículas de água no interior do sólido até a superfície, na qual ocorre evaporação das moléculas de água presentes. Ao mesmo tempo, há passagem de um fluxo de calor que compensa a perda de umidade com o fornecimento de energia para o sistema.

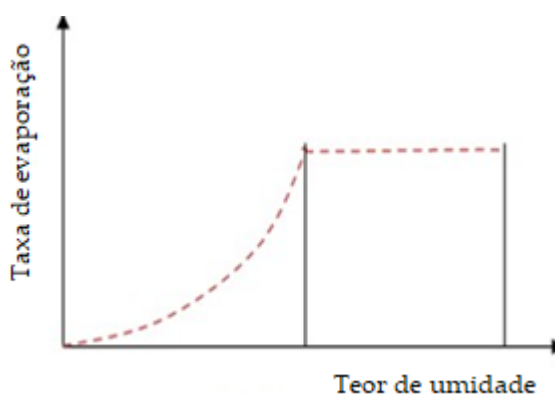
Segundo Santana (2006), essa troca ocorre devido aos elevados gradientes de temperatura e umidade entre o corpo a ser desidratado e o ar quente de secagem (meio de arraste), e quanto maior o gradiente, mais rapidamente ocorreria a secagem.

De acordo com Santos (2018), a melhor forma de visualizar os dados obtidos experimentalmente é através da análise gráfica de três formas:

- Taxa de evaporação “versus” teor de umidade médio.
- Teor de umidade médio “versus” tempo.
- Taxa de evaporação “versus” tempo.

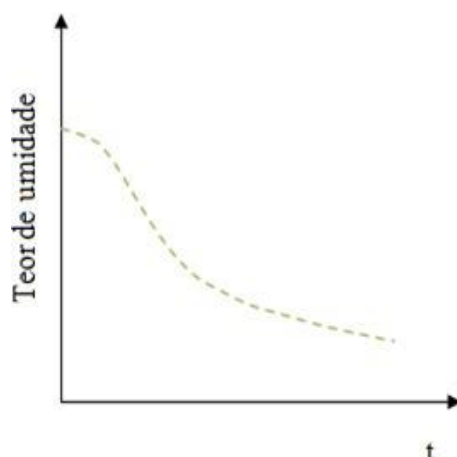
A taxa de evaporação tende a se igualar ao teor de umidade médio até ambos entrarem em equilíbrio por serem opostos complementares. A variação, tanto do teor de umidade quanto da taxa de evaporação variam com o tempo e isso pode ser verificado pelas Figuras de 4 a 6:

Figura 4 - Taxa de evaporação em função do teor de umidade.



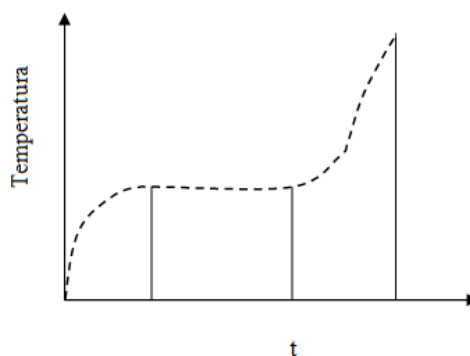
Fonte: Adaptado de Santos (2018).

Figura 5 - Variação do teor de umidade com o tempo.



Fonte: Santos (2018).

Figura 6 - Variação da temperatura com o tempo.



Fonte: Santos (2018).

2.4 Método de Galerkin

O método de Galerkin pode ser usado para solucionar equações diferenciais, principalmente na área de engenharia em problemas relacionados com mecânica, termodinâmica e hidrodinâmica. Deve ser usado para obter uma solução analítica para problemas de valores de contorno em funções algébricas.

Segundo Franco (2016), a escolha das funções de Galerkin depende do tipo de contorno da região trabalhada, além de precisar de um esforço adicional dependendo da forma do corpo trabalhado.

Porém, como apontado por Nicolazzi (2000), esse método pode ser aplicado apenas em problemas que possuem solução fundamental e a formulação por elementos de contorno não é consistente variacionalmente (não é obtida a partir de um princípio variacional).

3 METODOLOGIA

Para descrever a transferência de calor e massa foi utilizado o software foi desenvolvido um código computacional que obedece ao protocolo proposto pela plataforma Mathematica®, versão 7.0 (WOLFRAM, 2009) e para mostrar o resultado gráfico, utilizou-se os softwares: Grapher e Surfer. Foi simulado o processo de secagem de uma placa à 80°C e os resultados gerados foram comparados com os obtidos por Santana (2006), que realizou a secagem de placas cerâmicas à 80°C e à 110°C. Para tal, o processo de modelagem da placa segue algumas considerações pré-estabelecidas, são elas:

- (a) sólido homogêneo e isotrópico;
- (b) distribuição da umidade no interior do sólido uniforme na medida em que a temperatura aumenta;
- (c) as propriedades termofísicas permanecem inalteradas durante a secagem;
- (d) água na fase líquida e matéria seca constituem o sólido;
- (e) secagem ocorre com a retirada de água do interior do sólido por difusão e evaporação de água na superfície do mesmo.

Primeiro, partiu-se, da equação genérica usada para transporte de volume de controle, aplicada a um potencial genérico, ϕ , que na forma infinitesimal para um volume elementar (MALISKA, 2004; SILVA, 2007; SILVA, 2009) é representada pela Equação (1):

$$\frac{\partial(\lambda\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda\vec{v}\phi) = \nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi) + S^\phi \quad (1)$$

Se o termo convectivo e o de fonte são nulos é possível obter a equação da difusão como sendo:

$$\frac{\partial(\lambda\phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi) \quad (2)$$

onde: Γ^ϕ é o coeficiente de transporte, ϕ é a geração de grandeza e λ é o termo convectivo.

Considerando constantes os termos Γ^ϕ e λ , a solução da Equação (2) pode ser escrita como a Equação (3), como estudado por (Payne et al., 1986):

$$\phi(x, y) = \sum_{n=1}^N C_n \psi_n e^{-\gamma_n t} + \phi_e \quad (3)$$

em que: C_n é a n-ésima constante a ser determinada, ψ_n é a n-ésima autofunção, γ_n é o n-ésimo autovalor e ϕ_e é geração de grandeza de equilíbrio.

Pela substituição da Equação (3) na Equação (2) e após passar por simulação, tem-se a Equação (4).

$$\sum_{n=1}^N \frac{\Gamma\phi}{\lambda} \nabla^2 \psi_n + \psi_n \gamma_n = 0 \quad (4)$$

Um conjunto linear de funções de base é usado para obter ψ_n , que é representado pela Equação (5).

$$\psi_n = \sum_{j=1}^N d_{nj} f_j \quad (5)$$

na qual: f_j representa um conjunto de funções de base e d_{nj} é um elemento que representa as constantes a serem determinadas. O elemento f_j é conhecido também como função de Galerkin.

Assim, substituindo a Equação (5) na Equação (4), obtém-se, a Equação (6).

$$\sum_{j=1}^N d_{nj} \left(\frac{\Gamma\phi}{\lambda} \nabla^2 f_j + \gamma_n f_j \right) = 0 \quad (6)$$

Aplicando o método de Galerkin, que é caracterizado por multiplicar uma equação por $fidV$ e integrar sob o volume, na Equação (6), (KANTOROVICH; KRYLOV, 1960), obtém-se a Equação (7).

$$\sum_{j=1}^N d_{nj} \left[\frac{1}{V} \int_V \frac{\Gamma^\phi}{\lambda} f_i \nabla^2 f_j dV + \gamma_n \frac{1}{V} \int_V f_i f_j dV \right] = 0 \quad (7)$$

Aplicando o método de Cholesky, a Equação (7), pode ser escrita na forma matricial, como a Equação (8).

$$(\bar{A} + \gamma_n \bar{B}) \bar{d}_n = 0 \quad (8)$$

na qual \bar{A} e \bar{B} são matrizes quadradas de $N \times N$ elementos, cujos valores podem ser calculados a partir da Equação (9).

Para encontrar as matrizes \bar{A} e \bar{B} , seus elementos devem ser calculados da forma a seguir:

$$a_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \frac{\Gamma^\phi}{\lambda} f_i \nabla^2 f_j dV \quad (9.a)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{V} \int_V f_i f_j dV \quad (9.b)$$

As matrizes são proporcionais, γ_n e d_n são calculados a partir da Equação (7). A condição de contorno só poderá ser utilizada após escolher uma função identidade, que é representada pela Equação (10).

$$\int_V \nabla \square (\Gamma^\phi \nabla f_i) = \int_V \nabla \square (\Gamma^\phi f_i \nabla f_j) dV - \int_V \Gamma^\phi \nabla f_i \nabla f_j \quad (10)$$

Considerando-se Γ^ϕ constante, a Equação (10) pode ser reescrita como:

$$\int_V \nabla \square (\Gamma^\phi \nabla f_i) = \int_S \Gamma^\phi f_i \left(\frac{\partial f_j}{\partial n} \right) \square d\vec{S} - \int_V \Gamma^\phi \nabla f_i \nabla f_j dV \quad (11)$$

Aplicando condição de contorno de equilíbrio ou de primeira espécie na Equação (11), o valor de f_j é igual a 0, ou seja, um lado sempre vai ser zero, à direita, e o outro, à esquerda, será sempre simétrico.

A obtenção dos C_n é feita através da Equação (3) considerando a condição inicial em $t = 0$, neste caso $\phi = \phi_0$, que resulta em:

$$\phi_0 = \sum_{n=1}^N C_n \psi_n + \phi_e \quad (12)$$

Agora, utilizando novamente o método de Galerkin (KANTOROVICH; KRYLOV, 1960) na Equação (12), obtém-se:

$$\int_V f_i (\phi_0 - \phi_e) dV = \int_V f_i \sum_{n=1}^N C_n \psi_n dV \quad (13)$$

A Equação (13) resultará num conjunto de equações algébricas lineares que será responsável por calcular os C_n e, assim, encontrar a solução para o processo, representada pela Equação (14).

$$\bar{\phi} = \frac{1}{V} \int \phi dV \quad (14)$$

na qual V é volume do sólido em estudo.

3.1 Modelagem para a Transferência de Massa

Ao substituir na Equação (1) para os seus termos $\lambda = 1$, $\Gamma^\phi = D$ e $\phi = M$, obtém-se segunda lei de Fick. Fundamentada na teoria da difusão líquida, tem sido usada para descrever a transferência de massa em modelos matemáticos Brooker (1992), representada a seguir:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla M) \quad (15)$$

na qual M é o teor de umidade do material que varia com o tempo e D é o coeficiente de difusão.

A Equação (16) é responsável por calcular o valor do teor de umidade médio.

$$\bar{M} = \frac{1}{V} \int_V M dV \quad (16)$$

Dessa forma a solução para a transferência da umidade em sólidos é obtida.

A representação do teor de umidade adimensional neste trabalho foi obtida através da Equação (17):

$$\bar{M} = \frac{M - M_e}{M_o - M_e} \quad (17)$$

3.2 Modelagem para a Transferência de Calor

Considerando, na Equação (1), $\lambda = \rho c_p$, $\phi = T$ e $\Gamma^\phi = k$, é obtém-se a Equação de Fourier, que descreve o transporte do calor transiente e sem geração de energia, como representado pela Equação (18).

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} = \nabla(k \nabla T) \quad (18)$$

onde T representa a temperatura; ρ a massa específica e c_p o calor específico a pressão constante; k a condutividade térmica e h_c o coeficiente de transferência de calor por convecção.

A Equação (18) pode ser reescrita, considerando ρ e c_p constantes, como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\alpha \nabla T) \quad (19)$$

em que $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ é a difusividade térmica.

A solução da Equação (19) é dada por:

$$T = \sum_{n=1}^N C_n \psi_n e^{-\gamma_n t} + T_e \quad (20)$$

A temperatura média no interior do material será dada por:

$$\bar{T} = \frac{1}{V} \int_V T dV \quad (21)$$

Solucionando o problema do transporte de calor em sólidos.

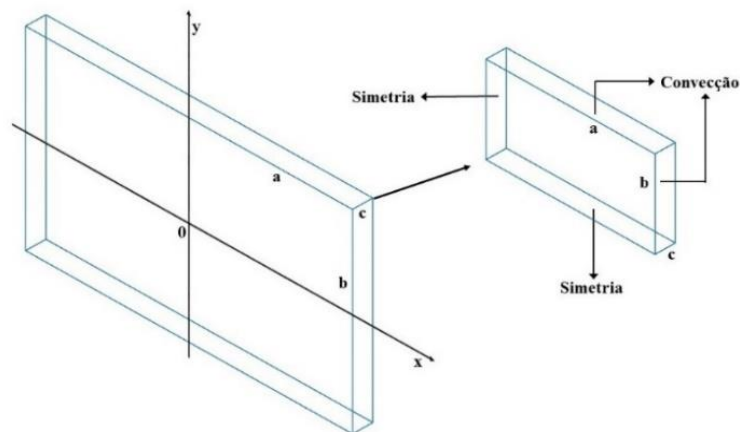
A representação da variação de temperatura foi calculada através da Equação (22):

$$\bar{T} = \frac{T - T_e}{T_o - T_e} \quad (22)$$

3.3 Aplicação

A metodologia apresentada neste trabalho foi utilizada para demonstrar o processo de secagem de uma placa cerâmica, a qual é representada pela função de base dada pela equação (24), que demonstrada por Santos (2013).

Figura 7 - Contorno da placa estudada por (Santos, 2013)



Fonte: autor (2019).

$$f_j^{(1)} = f_{xi} \cdot f_{yj} \quad (23)$$

ou

$$f_j^{(1)} = (-2a^2 - a^3 B_2 + a B_2 x^2)(-2b^2 - b^3 B_4 + b B_4 y^2) \quad (24)$$

A cinética de secagem foi feita através da plataforma Grapher, que demonstrou as variações de calor e umidade ao longo do tempo para as duas temperaturas abordadas.

O programa Surfer foi usado para representar um quarto da placa, foram considerados apenas os eixos x e y, numa versão reduzida, e para isso usou-se uma escala. Os resultados foram obtidos na forma de tempo adimensional, Fourier, e à cada valor foi atribuído um tempo, em segundos, correspondente, mostrando a entrada de calor e saída de massa das placas durante os tempos de 600, 1200 e 1800 segundos. O valor de cada Fourier foi dado através da Equação (25):

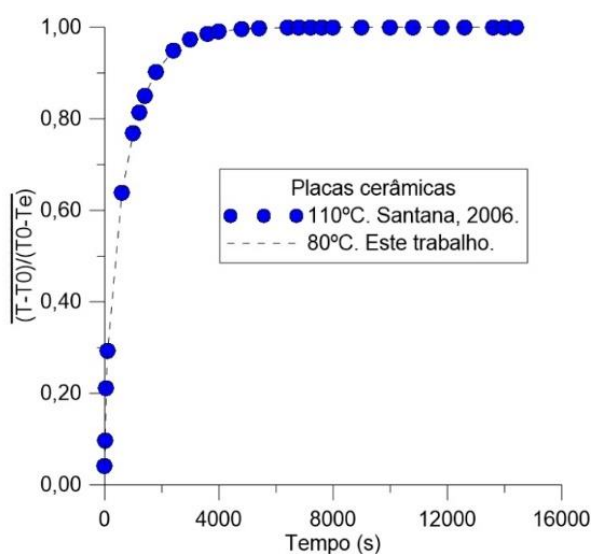
$$F_0 = \frac{\Gamma t}{\lambda \alpha^2} \quad (25)$$

onde: F_0 é o tempo adimensional e t é o tempo em segundos

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

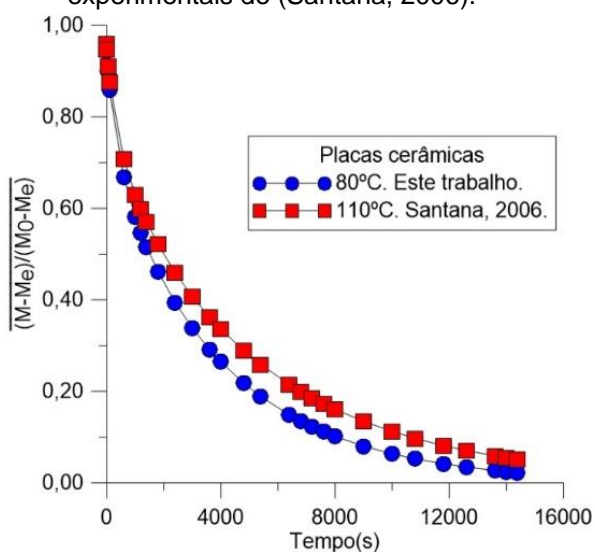
Para a validação do presente trabalho foram utilizados os dados experimentais obtidos por Santana (2006), para as mesmas condições de secagem à 110°C. Considerando-se uma placa cerâmica de dimensões aproximadas de 12,0 x 6,0 x 0,7 cm³ com $\phi_0 = 0,103$.

Figura 8 - Cinética de secagem para a transferência de calor obtidos neste trabalho e os dados experimentais de Santana (2006).



Fonte: autor (2019).

Figura 9 - Cinética de secagem para a transferência de massa obtidos neste trabalho e os dados experimentais de (Santana, 2006).



Fonte: autor (2019).

As Figuras 8 e 9 apresentam as respectivas curvas de secagem usadas como comparação para demonstrar as diferenças do processamento em cada temperatura. Os valores de temperatura e massa são adimensionais.

É possível notar que a temperatura atinge o equilíbrio aproximadamente aos 4000 s para ambas as placas, demonstrando não haver diferença significativa para a transferência de calor numa placa à 80°C e 110°C. Já a transferência de massa ocorreu mais rápido para a placa à temperatura de 110°C secou mais rapidamente em comparação com a placa à 80°C, o que demonstra em como o parâmetro temperatura influencia no processo. Nota-se que corpos submetidos ao processo de secagem em temperaturas mais elevadas tendem a secar mais rapidamente, como pode ser verificado em diversos trabalhos, tais como: (Santana, 2006; Batista, 2008; Zonta, 2011; Lins, 2016).

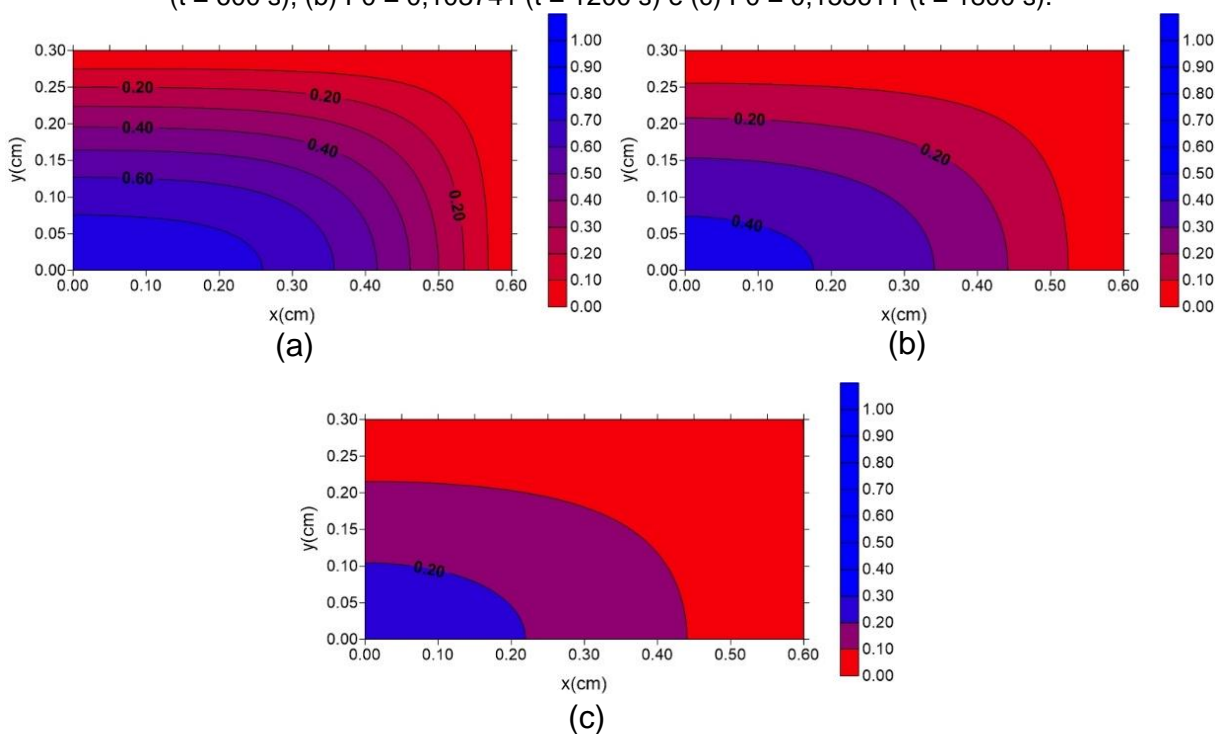
Pode-se observar que, para este trabalho e o de Santana (2006), análise deveria prosseguir por mais tempo a fim de encontrar os teores de umidade equilíbrio para o processo, como a placa de 80°C sugerindo um tempo de processamento muito mais longo até atingir o equilíbrio, perdendo massa mais lentamente.

De acordo com os resultados experimentais obtidos por Santana (2006), temperaturas do ar de secagem elevadas e umidades relativas baixas, resultam numa secagem mais rápida do material. Este efeito, por sua vez, é mais acentuado, que os gerados pelas relações área/volume e o teor de umidade inicial.

Analisando as Figuras 10 e 11, é possível notar que o processo ocorre homogeneamente, com um padrão bem definido. As bordas da placa se aquecem mais rápido por estar em contato direto com o ar de secagem, então isso indica que a umidade será retirada rapidamente nessas áreas devido à entrada de um fluxo intenso de calor, por isso precisam de um cuidado maior e detalhado por terem mais chances de sofrer deformações.

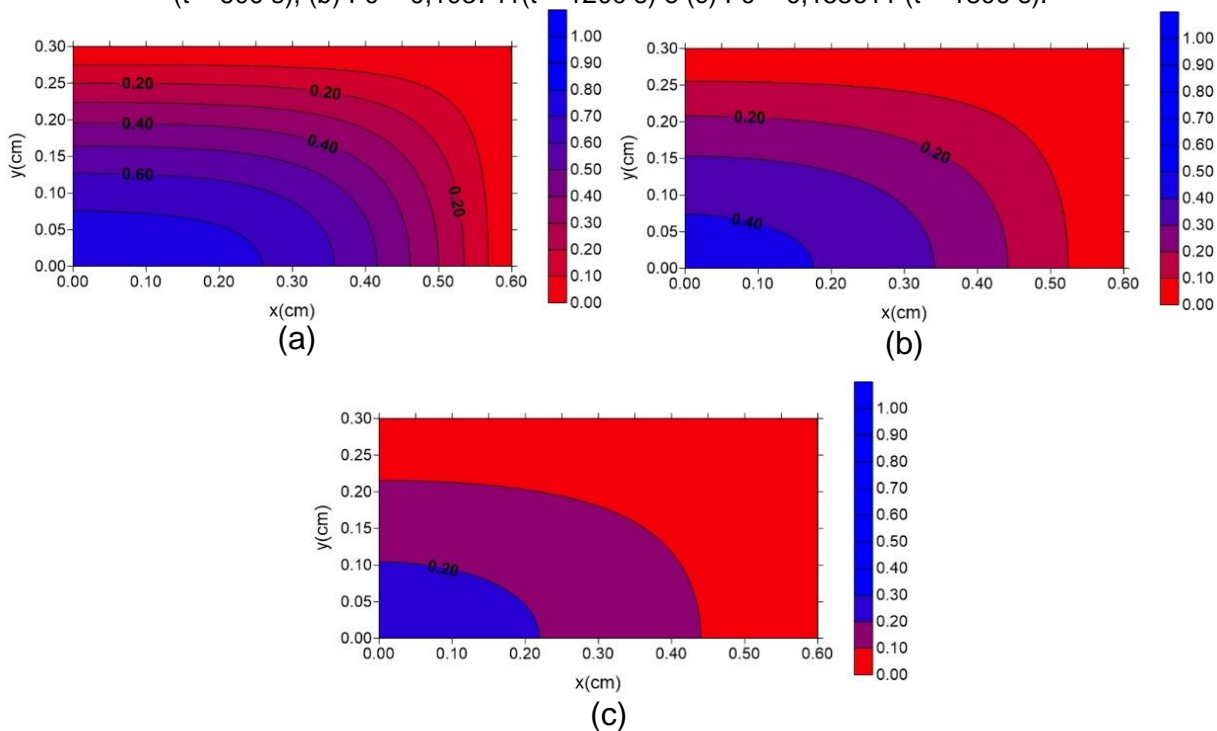
A transferência de calor foi efetiva dentro das placas nas duas temperaturas, havendo pouca resistência à entrada dessa energia. Para 80°C, a distribuição da temperatura ocorreu de forma uniforme e foi tão efetiva quando à 110°C, demonstrando que para o estudo da transferência de calor em placas as duas seriam eficientes.

Figura 10 - Distribuição de temperatura à 80°C no interior do sólido para: (a) $F0 = 0,05187$ ($t = 600$ s), (b) $F0 = 0,103741$ ($t = 1200$ s) e (c) $F0 = 0,155611$ ($t = 1800$ s).



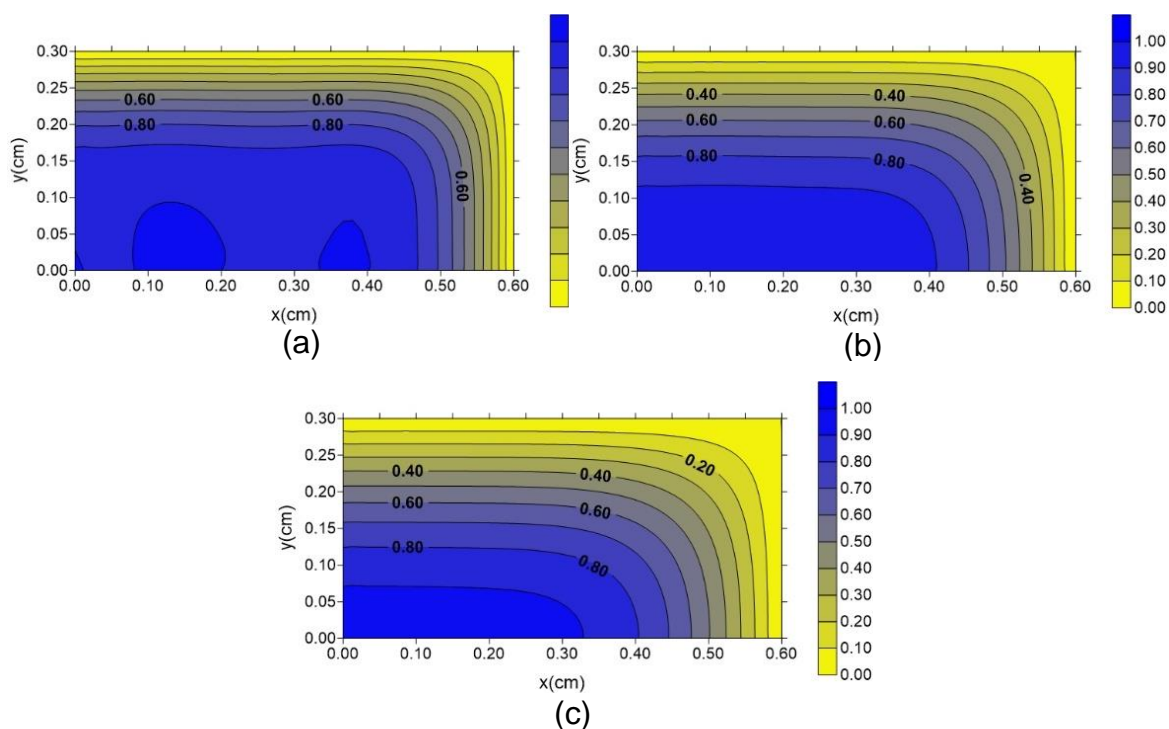
Fonte: autor (2019).

Figura 11 - Distribuição de temperatura à 110°C no interior do sólido para: (a) $F0 = 0,05187$ ($t = 600$ s), (b) $F0 = 0,103741$ ($t = 1200$ s) e (c) $F0 = 0,155611$ ($t = 1800$ s).



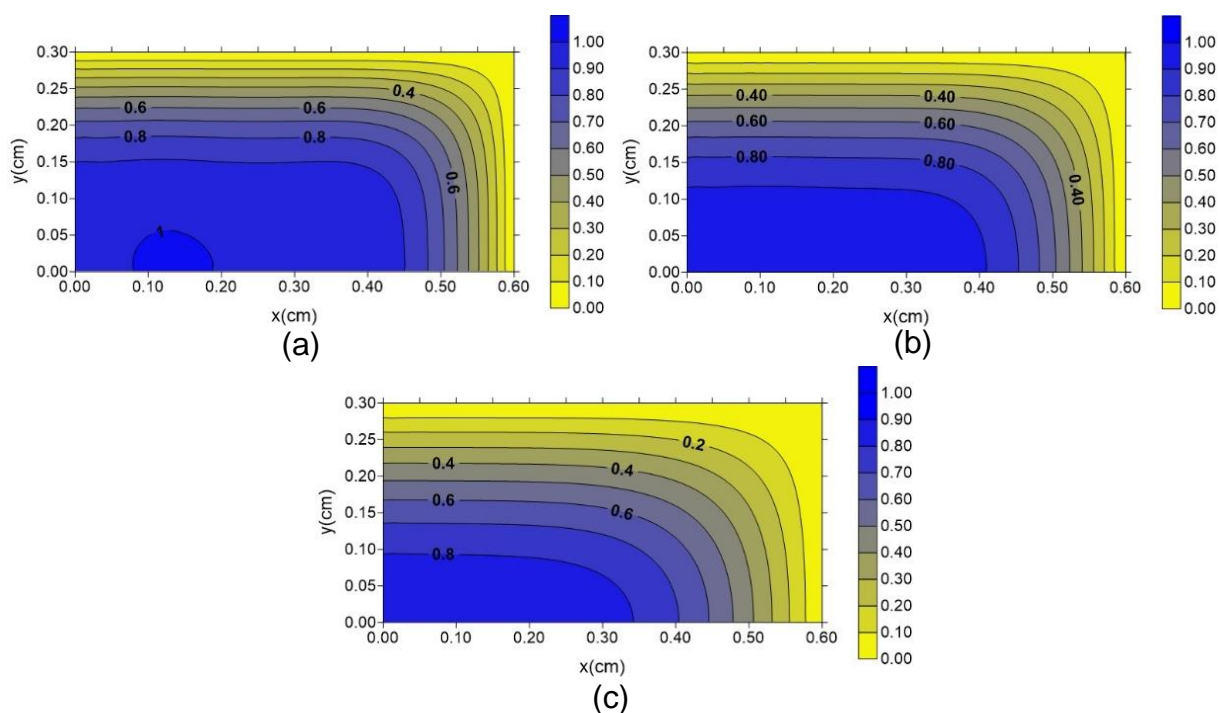
Fonte: autor (2019).

Figura 12 - Distribuição de umidade no interior do sólido à 80°C para: (a) $F_0 = 0,707706$ ($t = 600$ s), (b) $F_0 = 0,599413$ ($t = 1200$ s) e (c) $F_0 = 0,521559$ ($t = 1800$ s).



Fonte: autor (2019).

Figura 13 - Distribuição de umidade no interior do sólido à 110°C para: (a) $F_0 = 0,0113667$ ($t = 600$ s), (b) $F_0 = 0,0227333$ ($t = 1200$ s) e (c) $F_0 = 0,0341$ ($t = 1800$ s).



Fonte: autor (2019)

A transferência de massa ocorre de forma mais lenta em 80°C, resultando num processo mais longo e energético. Isso pode ser evidenciado ao observar a Figura 12 em comparação à Figura 13, na qual o corpo apresenta-se bastante úmido após 1800 s e mesmo as bordas secam lentamente. Isso sugere que para uma placa cerâmica seria necessário um tempo muito longo para obter-se uma desidratação eficiente.

Para essa análise foi considerado apenas um quarto da placa, numa dimensão menor à qual foi atribuída uma escala, devido ao tamanho muito maior da placa estudada por Santana (2006), que tem como função mostrar a distribuição de umidade no interior do corpo na medida em que a temperatura aumenta.

Para essa análise foi considerado apenas um quarto da placa, numa dimensão menor à qual foi atribuída uma escala, devido ao tamanho muito maior da placa estudada por Santana (2006), que tem como função mostrar a distribuição de calor no interior do corpo na medida em que a temperatura aumenta e retirada de umidade respectivamente.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término do presente trabalho, é possível notar que o método integral baseado em Galerkin é eficiente no estudo da transferência de calor e massa aplicada a sólidos, como a placa cerâmica.

A placa que seca à 80°C demora mais tempo para atingir o teor de umidade de equilíbrio, quando comparada com a placa à 110°C, isso comprova como a temperatura e o tempo são parâmetros para a secagem. A simulação foi eficiente, nesse sentido, ao prever esse comportamento.

Foi constatado que é preciso um controle rigoroso de secagem para manter a harmonia durante tal processo, evitando assim, deformações ou trincas no produto final.

A superfície do material mantém contato direto com o ar de secagem, então a modelagem é necessária para prever os resultados e escolher o caminho que melhor conduz a efetivação do processo.

REFERÊNCIAS

ABCERAM – Associação Brasileira de Cerâmica. **Informações técnicas**. Disponível em: < <https://abceram.org.br/definicao-e-classificacao/>>. Acesso em 24 nov. 2019.

ALMEIDA, G. S. **Transferência de calor e massa em sólidos heterogêneos com geometria arbitrária: uma análise concentrada**. 2003. p. 52. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, Campina grande.

ANFACER - Associação Nacional dos Fabricantes de Cerâmica para Revestimentos, Louças Sanitárias e Congêneres. **Mercado Brasileiro**. Disponível em: < <https://www.anfacer.org.br/brasil/>>. Acesso em 24 nov. 2019.

ANICER - Agência nacional da indústria cerâmica. **Relatório anual, 2015**. Disponível em: < <https://www.anicer.com.br/>>. Acesso em 24 nov. 2019.

BARBOSA DE LIMA A.G., DELGADO J.M.P.Q., SANTOS I.B., SILVA SANTOS J.P., BARBOSA E.S., JOAQUINA E SILVA C. (2014) **GBI Method: A Powerful Technique to Study Drying of Complex Shape Solids**. In: Delgado J., Barbosa de Lima A. (eds) *Transport Phenomena and Drying of Solids and Particulate Materials*. Advanced Structured Materials, vol 48. Springer, Cham.

BATISTA, V. R.; NASCIMENTO, J. J. S.; LIMA, A. G. B.; **Secagem e queima de tijolos cerâmicos maciços e vazados incluindo variações dimensionais e danos estruturais**. Revista eletrônica de materiais e processos, Campina Grande, v. 3, n. 1, 2008.

BRAGA, W. A.; SANTOS, M. W. L. C.; SALES, J. C. **Qualidade na indústria de cerâmica vermelha: medidas e alternativas para o controle dimensional**. Cerâmica Industrial. v. 20, n. 5/6, p. 40-43, 2016.

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; Hall, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: The AVI, 1992. 450 p.

CABRAL JUNIOR, M.; AZEVEDO, P. B. M.; CUCHIERATO, G.; MOTTA, J. F. M. **Estudo estratégico da cadeia produtiva da indústria cerâmica no estado de São Paulo: Parte I – introdução e a indústria de cerâmica vermelha**. Cerâmica Industrial. v. 24, n. 1, p. 20-34, 2019a.

CABRAL JUNIOR, M.; AZEVEDO, P. B. M.; CUCHIERATO, G.; MOTTA, J. F. M. **Estudo estratégico da cadeia produtiva da indústria cerâmica no estado de São Paulo: Parte II – indústria de revestimentos**. Cerâmica Industrial. v. 24, n. 2, p. 13-21, 2019b.

CORRÊA, K. T. P. A.; VASCONCELOS, A. M. **Análise da capacidade do processo de secagem em cerâmica vermelha**. Cerâmica Industrial. v. 20, n. 5/6, p. 40-44, 2015.

COSTA, L. V. **25 séculos de cerâmica**. Lisboa: Estampa, p. 157, 2000.

FRANCO, C. F. R.; **Modelagem, simulação e experimentação da secagem contínua e intermitente de sólidos elipsoidais. Estudo de caso: secagem de grãos de arroz em casca**. 2016. 262p. Dissertação (Doutorado em Engenharia de Processos), Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2016.

INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.P. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**. 3a ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., R. J. 1992.

KANTOROVICH, L. V. e KRYLOV, V. I. **Approximate methods of higher analysis. Advanced Calculus**. Wiley, New York, USA, 1960.

LINS, A. D. F; COSTA, J. D.S; MOREIRA, I. S; NUNES, E, N; MARTINS, J. J. A; GOMES, J. P; ALEXANDRE, H.V.; **Comparação de dois métodos de secagem em frutos de nectarina**. Revista Espacios v.38, p. 5-13, 2017.

LUIZ, M. R.; **Estudo Teórico e Experimental da Secagem de Tomate (*Lycopersicon esculentum*)**. 2012. 160p. Dissertação (Doutorado em Engenharia de Mecânica), Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2012.

KEEY, R. B. **Drying of loose and particulate materials**. New York: Editora Hemisphere Publishing Corporation, 1992.

MACEDO, R. S; MENEZES, R. R; NEVES, G. A; FERREIRA, H. C.; **Estudo de argilas usadas em cerâmica vermelha**. Cerâmica v.54, p.411-417, 2008.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. LTC Editora S.A., Rio de Janeiro, 2004, 453 p.

NICOLAZZI, P. C.; **Uma nova técnica de aproximação para o método de Galerkin aplicado às equações integrais de contorno**. 2000. 157p. Dissertação (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

PAYNE, F. R., CORDUNEANU, C. C., HAJI-SHEIKH, A, e HUANG, T., **Integral methods in science and engineering. Chapter: On solution of parabolic partial differential equations using Galerkin functions**. Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 1986.

PIRASTEH G.; SAIDUR, R. ; RAHMAN, S.M.A. ; RAHIM, N.A. **A review on development of solar drying applications**. Energy Reviews v. 31, n.4, p.133-148, 2014.

SANTANA, E. W. F. **Avaliação da secagem e queima de placas cerâmicas**. 2006. 87 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Engenharia de Materiais). Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 2006.

SANTIAGO, A. M. **Apostila do curso de Tecnologia dos Alimentos**. Campina Grande: UEPB, 2008.

SANTOS, J. P. S. **Secagem de materiais cerâmicos com forma complexa: um estudo teórico via CFX**. 2018. 93 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Universidade Federal de Campina Grande, 2018.

SANTOS, I. B., **Transporte de calor e massa em sólidos com forma arbitrária via método integral baseado em Galerkin: modelagem e simulação**. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, 164 p., 2013.

SILVA, W. P. **Transporte difusivo em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. Tese de Doutorado em Engenharia de Processos. Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, 2007, PB, Brasil.

SILVA, A. A.; NASCIMENTO, J. J. S.; LIMA, A. G. B. Estudo analítico de secagem de placas cerâmicas usando o método integral baseado em Galerkin e condição de contorno de Dirichlet. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos** v. 42 n. 2, p.48-55, (2009).

SEBRAE – Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas. **Cerâmica Vermelha: Panorama do mercado no Brasil**, 2015. Disponível em: <[http://www.bibliotecas.sebrae.com.br/chronus/ARQUIVOS_CHRONUS/bds/bds.nsf/b877f9b38e787b32594c8b6e5c39b244/\\$File/5846.pdf](http://www.bibliotecas.sebrae.com.br/chronus/ARQUIVOS_CHRONUS/bds/bds.nsf/b877f9b38e787b32594c8b6e5c39b244/$File/5846.pdf)>. Acesso em 26 de nov. 2019.

WOLFRAM, S., **The Mathematica® Book**. Cambridge University Press, New York, 2009.

ZONTA, J. B; ARAUJO, E. F; ARAUJO, R. F; DIAS, L. A. S.; **DIFERENTES TIPOS DE SECAGEM: EFEITOS NA QUALIDADE FISIOLÓGICA DE SEMENTES DE PINHÃO MANSO**. Revista Brasileira de Semente v.33, p.721-731, 2011.