

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ELISIANE SANTANA DE LIMA

SECAGEM POR MICRO-ONDAS DE SÓLIDO POROSO ESFEROIDAL PROLATO: FUNDAMENTOS E ANÁLISE NUMÉRICA

ELISIANE SANTANA DE LIMA

SECAGEM POR MICRO-ONDAS DE SÓLIDO POROSO ESFEROIDAL PROLATO: FUNDAMENTOS E ANÁLISE NUMÉRICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de Concentração: Física Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Edna Gomes da Silva.

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

L732s Lima, Elisiane Santana de.

Secagem por micro-ondas de sólido poroso esferoidal prolato [manuscrito] : fundamentos e análise numérica / Elisiane Santana de Lima. - 2018.

42 p.: il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2018.

"Orientação : Profa. Dra. Edna Gomes da Silva , Coordenação do Curso de Física - CCT."

 Micro-ondas. 2. Análise numérica. 3. Secagem. 4. Modelo matemático. I. Título

21. ed. CDD 510

ELISIANE SANTANA DE LIMA

SECAGEM POR MICRO-ONDAS EM SÓLIDO POROSO ESFEROIDAL PROLATO: FUNDAMENTOS E ANÁLISE NUMÉRICA

Aprovada em 10

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Banca Examinadora

Prof^a Dr^a Edna Gomes da Silva (Orientadora) Instituição: (UEPB/CCT/DF)

Prof^o Dr Francisco Alves Batista (Membro)

Instituição: (UEPB/CCT/DF)

Profo MSc Castor da Paz Filho (Membro)

Instituição: (UEPB/CCT/DM)

Aos meus pais, pelos ensinamentos, educação e companheirismo, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e pelas vitórias alcançadas durante o curso de Licenciatura em Matemática.

Á Universidade Estadual da Paraíba, que tem uma competente equipe de professores que tem ajudado no desenvolver do meu conhecimento.

Á Prof.ª Dra. Edna Gomes da Silva, pela amizade, orientação e contribuição nesta pesquisa.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática, em especial, Emanuela Régia de Sousa Coelho, Castor da Paz Filho e Vandenberg Lopes Vieira.

Agradeço à minha família, meu esposo Wanderson Magno Paiva Barbosa de Lima e nosso filho Elliot Magno Santana de Lima, pela paciência, inspiração e incentivo.

Aos meus pais, Raquel da Silva Santana e Paulo Avelino de Santana pelo esforço, companheirismo e investimento na minha educação.

As minhas irmãs Elayne da Silva Santana e Sabrina Presley Santana por todo auxilio.

Aos meus sogros, Telma Paiva Barbosa de Lima e Antônio Gilson Barbosa de Lima, pelos conselhos e apoio durante minha jornada acadêmica.

Aos meus amigos de curso, Aylton Belo da Silva e José Edielson da Silva Neves pela troca de conhecimento e incentivo.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo realizar uma análise numérica de alguns casos estudados na secagem por micro-ondas/convectiva de sólido poroso esferoidal prolato. O modelo matemático, bidimensional, transiente em coordenadas esferoidais prolatas, desenvolvido por Silva, 2016 é apresentado. Este modelo é capaz de predizer a transferência de calor e massa e simular a distribuição do teor de umidade e da temperatura no interior do sólido, considerando condição de contorno convectiva na superfície, termo de geração de calor por onda eletromagnética, e propriedades termo físicas e volume constantes ao longo do processo. Na solução numérica, optou-se pelo método dos volumes finitos (MVF) para discretização das equações governantes, considerando uma malha regular de 20 x 20 pontos nodais. A validação do modelo matemático em estudo foi realizada em comparação a dados experimentais obtidos por Silva, 2016 e dados da literatura. Resultados do efeito da densidade de potência e fator de atenuação da onda eletromagnética sobre a cinética de secagem e aquecimento, no interior do sólido são apresentados e analisados numericamente. Nos casos analisados, para diferentes tempo de processo, verifica-se que: quanto maior a potência aplicada maior será a quantidade de calor gerado internamente no produto, proporcionando maior rigidez e menor encolhimento. Pode-se verificar também que o aumento na potência proporciona uma diminuição no tempo de secagem.

Palavras-chave: Micro-ondas. Análise numérica. Secagem. Modelo matemático.

ABSTRACT

This work aims to perform a numerical analysis of some cases studied in microwave / convective drying of prolate spheroidal porous solid. The mathematical model, twodimensional, transient in prolate spheroidal coordinates, developed by Silva, 2016 is presented. This model is able to predict heat and mass transfer and simulate the distribution of moisture content and temperature inside the solid, considering surface convective boundary conditions, heat generation term by electromagnetic wave, and thermal and physical properties. volumes throughout the process. In the numerical solution, the finite volume method (MVF) was chosen for the discretization of the governing equations, considering a regular mesh of 20 x 20 nodal points. The validation of the mathematical model under study was performed in comparison to experimental data obtained by Silva, 2016 and data from the literature. Results of the effect of the power density and the attenuation factor of the electromagnetic wave on the drying and heating kinetics inside the solid are presented and analyzed numerically. In the analyzed cases, for different process time, it is verified that: the higher the power applied the greater the amount of heat generated internally in the product, providing greater rigidity and less shrinkage. It can also be seen that the increase in potency provides a decrease in the drying time.

Keywords: Microwave. Numerical analisys. Drying. Mathematical model

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Esferoide prolato sólido.	24
Figura 2	Representação do sistema de coordenadas esferoidal prolato.	28
Figura 3	Vetor posição da micro-onda incidente no interior do esferoide prolato.	30
Figura 4	Temperatura no eixo y ($z = 0$) para um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto ($L_2 / L_1 = 2,0$), diferentes densidades de potências (P_0) e $Bi_c = 5,0$ num instante de tempo de 300 s.	34
Figura 5	Temperatura no eixo y ($z = 0$) para um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto ($L_2 / L_1 = 2,0$), diferentes densidades de potências (P_0) e $Bi_c = 5,0$ num instante de tempo de 6000 s.	34
Figura 6	Comportamento transiente da distribuição de temperatura de um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto ($L_2/L_1=2,0$), para diferentes fatores de atenuação (Ψ), densidade de potência 10^6 W/m ³ e t = 600 s.	35
Figura 7	Comportamento transiente da distribuição de temperatura de um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto ($L_2/L_1 = 2.0$), para diferentes fatores de atenuação (Ψ), densidade de potência 10^6 W/m ³ e t = 900 s	35
Figura 8	Comportamento transiente da temperatura média de um sólido esferoidal prolato, para diferentes fatores de atenuação (Ψ) e densidade de potência de $10^6~\text{W/m}^3$.	36
	LISTA DE TABELAS	
Tabela 1	Equações preditas para as propriedades dielétricas de diferentes materiais	22
Tabela 2	Casos simulados na pesquisa para o aquecimento por micro-ondas	33

NOMENCLATURA

Letras Latinas

c	Velocidade da luz	m/s
c_p	Calor específico	J/kg/K
Bi	Número de Biot	[-]
Bi_c	Número de Biot transferência de calor	[-]
Bi_m	Número de Biot de transferência de massa	[-]
D	Coeficiente de difusão	$[m^2/s]$
D_p	Profundidade de penetração	[m]
dM/dt	Taxa total de difusão de massa	[-]
f	Fronteira	[-]
f	Frequência	[Hz]
W	Frequência angular	[Rad/s]
g	Aceleração da gravidade	$[m/s^2]$
h_c	Coeficiente de transferência de calor por convecção	$[W/m^2/K]$
$h_{\rm m}$	Coeficiente de transferência de massa	[m/s]
K_{T}	Condutividade térmica	[W/m/K]
L	Comprimento focal	[m]
L_1, L_2	Dimensões do esferoide prolato	[M]
M	Teor de umidade em base seca ou úmida	[kg/kg]
m	massa	[kg]
Meq	Teor de umidade de equilíbrio em base seca	[kg/kg]
Fo	Número de Fourier	[-]
Fo_c	Número de Fourier de calor	[-]
Fo_m	Número de Fourier de massa	[-]
P	Energia convertida em calor por unidade de volume	$[W/m^3]$
P	Potencia incidente de micro-ondas	[W]
Ċ	Geração interna de calor	$[W/m^3]$
$\overset{\boldsymbol{\dot{Q}}}{S^{\Phi}}$	Densidade de potência dissipada	W/m^3]
\boldsymbol{S}^{Φ}	Termo fonte	[-]
$S_{\rm m}$	Termo fonte de massa	[-]
S_{T}	Termo fonte de calor	[-]
t	Tempo	[s]
T	Temperatura	[K]
\overline{T}	Temperatura média	[T]
V	Volume	$[m^3]$
\mathbf{v}	Velocidade	[m/s]
x, y, z	Coordenadas cartesianas	[m]

Letras Gregas

α	Difusividade térmica	$[m^2/s]$
ρ	Densidade	$[kg/m^{3}]$
ρ_{s}	Densidade do sólido	$[kg/m^3]$
λ_0	Comprimento de onda no espaço livre	[m]
ϵ_0	Permissividade complexa do espaço livre	[-]
	Permissividade complexa relativa	[F/m]
$\epsilon^{'}$	Constante dielétrica	[-]
$rac{arepsilon_{ m r}}{arepsilon_{ m r}}$	Fator de perda relativa ao ar	[-]
$tan(\delta)$	Fator de dissipação	$[1/m^2]$
Γ^{Φ} , Γ	Propriedade do material	[-]
μ, φ, ω	Coordenadas esferoidais prolatos	[-]
ξ	Coordenada radial	[-]
ή	Coordenada angular (⊥x)	[-]
ζ	Coordenada angular (⊥z)	[-]
ξ_0 , η_0 , ζ_0	Valores constantes das coordenadas esferoidais	[-]
δ, Δ	Variação	[-]
∇	Gradiente	[-]
Ψ	Fator de atenuação	[1/m]

LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

MDF	Métodos das diferenças finitas
MEF	Métodos dos elementos finitos
MVF	Métodos dos volumes finitos
CFC	Comissão Federal de Comunicação
LIR	Lei Internacional de Rádio
tan	Tangente
exp	Exponencial
prol	prolato
%	Porcentagem
©	Copyright
®	Marca registrada

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1	MICRO-ONDAS	14
2.2	SECAGEM POR MICRO-ONDAS	15
2.2.1	Fundamentos e utilização	15
2.2.2	Fatores que influenciam na secagem	18
2.2.2.1	Aquecimento por micro-ondas	18
2.2.2.2	Potências do forno por micro-ondas	18
2.2.2.3	Geometria, composição e massa do material utilizado na secagem	19
2.2.2.4	Propriedades dielétricas	20
2.2.3	Modelos de transferência de calor e massa estudados na secagem por micro-ondas	22
2.2.4	Modelo Matemático de secagem aplicada para sólidos elipsoidais.	23
3	METODOLOGIA	24
3.1	MODELO MATEMÁTICO	24
3.1.1	Equação de difusão no sistema de coordenadas cartesianas	24
3.1.2	Equação de difusão no sistema de coordenadas esferoidais prolatos	26
3.2	SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DE DIFUSÃO DE MASSA E CALOR PARA O ESFEROIDE PROLATO	31
3.3	VALIDAÇÃO DO MODELO	32
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	33
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
	REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

Micro-ondas são ondas eletromagnéticas que se propagam no vácuo ou no espaço livre, com velocidades próxima da velocidade da luz, sendo constituídas por componentes do campo elétrico e do campo magnético variáveis, os quais oscilam de forma transversal em relação à direção de transferência da energia eletromagnética. No espectro eletromagnético, definido como conjunto de ondas eletromagnéticas de diferentes comprimentos de onda e frequências, estão localizadas entre a região do infravermelho e as ondas de rádio.

A aplicação de micro-ondas no processo de secagem, tem ganho popularidade como método alternativo de secagem para diversos produtos agrícolas e alimentícios. A principal vantagem da secagem por micro-ondas é a redução no tempo de exposição do produto a ser secado, acarretando a aceleração do processo. Este processo evita possíveis endurecimento do produto seco, em virtude de ser mais homogênea, com menores gradientes de umidade e promover menor temperatura no interior do produto.

O princípio básico da secagem por micro-ondas é unicamente o aquecimento volumétrico realizado por ondas eletromagnéticas na faixa de frequência entre 915 MHz a 2.450 MHz. A redução do tempo e a melhoria na qualidade final do produto seco, tornam esta técnica de desidratação ou secagem de alimentos e produtos agrícolas bastante promissora. Pesquisadores utilizaram esta técnica na secagem de semente de arroz inteira e moída (LUZ et al., 1998), de banana (MASKAN, 2000), de kiwi (MASKAN, 2001), de laranja (DIAZ et al., 2003); maçã (ANDRÉS et al., 2004), de tomate (CELEN e KAHVECI, 2013), de grãos de arroz em casca (SILVA, 2016) e de outros.

Para otimizar o processo de secagem por micro-ondas, alguns pesquisadores utilizaram técnicas de simulação numérica, com capacidade de prever a distribuição do teor de umidade e temperatura do produto durante a secagem. A maioria dos trabalhos de pesquisas apresentam sólidos com formas geométricas de placas, cilindros e esferas. Porém, (SILVA, 2016), apresentou um modelo matemático que contempla sólidos de forma geométrica complexa, do tipo esferoidal prolato durante o processo de secagem combinada convectiva e micro-ondas.

Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo geral, analisar numericamente alguns casos estudados em Silva, (2016) que consideram aquecimento e secagem por microondas de sólidos esferoidais prolatos.

Como objetivos específicos para o desenvolvimento desta pesquisa, pode-se citar:

- Utilizar o modelo matemático, desenvolvido por (SILVA, 2016), que descreve o processo de secagem combinada convectiva e micro-ondas para sólidos esferoidais prolatos;
- Realizar estudo sobre a fundamentação teórica do processo de secagem por microondas;
- ➤ Estudar e compreender a linguagem de programação no ambiente do software Wolfran Mathematical;
- Considerar a validação do modelo para os casos simulados;
- ➤ Analisar numericamente e interpretar os resultados na forma gráfica via software comercial Grapher, resultados apresentados em Silva, 2016.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MICRO-ONDAS

Micro-ondas, ou ondas de alta frequência, são ondas eletromagnéticas não ionizantes que pertencem a faixa do espectro eletromagnético com comprimento de onda na faixa entre 10^{-3} m e 1 m, a qual corresponde uma variação de frequência de 300 MHz e 300 GHz.

Essas ondas são utilizadas na localização de aviões e de barcos, na telefonia móvel e na indústria alimentícia através das tarefas de descongelamento, de têmpera, de liofilização, de panificação, secagem, aquecimento e reaquecimento.

De acordo com a Comissão Federal de Comunicações (CFC) e as Leis Internacionais de Rádio (LIR), os quatro valores de frequências de oscilação: 915 ± 25; 2.450 ± 13; 5.800 ± 74 e 22.125 ± 125 dados em MHz foram autorizados para utilização nos fornos de microondas doméstico, industrial e científico. Os fornos de micro-ondas comerciais fabricados para uso doméstico ou para laboratórios utilizam micro-ondas com frequência de 2.450 MHz. A potência gerada pelo forno de micro-ondas doméstico está na faixa entre 600 e 700 W, porém alguns equipamentos mais modernos podem gerar uma potência de até 1.100 W (MAGALHÃES et al., 2003)

Segundo Meredith (1998), o valor aproximado de 1,22 m para o comprimento de onda (λ) do espaço livre foi obtido através da equação:

$$\lambda = \frac{c}{f} \tag{1}$$

onde a velocidade da luz no vácuo ou espaço livre (c) e a frequência de oscilação (f) são dadas respectivamente, por: 3.0×10^8 m/s e 2.450 MHz.

De acordo com Barboza et al. (2001), o forno de micro-ondas é composto por uma válvula que gera micro-ondas, denominada magnetron. Depois de geradas, as ondas são propagadas em linha reta ao longo do guia de ondas, denominado modo dominante. As ondas geradas são levadas até a cavidade do forno, onde o material se encontra para ser aquecido. Para não danificar o magnetron, uma pequena quantidade de micro-ondas geradas é absorvida pelas paredes metálicas do forno e a maior parte da energia é refletida e dissipada num dispositivo, denominado *dummy load* (carga fictícia). O magnetron é regulado para atuar sobre moléculas de água, provocando as vibrações.

As ondas eletromagnéticas do tipo micro-ondas, podem ser transmitidas, refletidas ou absorvidas dependendo do material exposto. Segundo relatos de Menezes et al. (2007), quanto a sua interação com a energia de micro-ondas incidente, os materiais podem ser classificados em três categorias: Materiais transparentes de baixa perda dielétrica, como vidros, plásticos, cerâmicas e outros; Materiais refletores, com elétrons livres tipicamente condutores, como por exemplo metais e Materiais de absorção de alta perda dielétrica (Ex: frutas, vegetais, etc) e mista (Ex: compósitos).

Segundo Pereira Filho, 1999 a composição básica de um sistema de aplicação de energia de micro-ondas são componentes de geração da energia em uma determinada frequência, que são responsáveis pela condução da mesma para um aplicador ou cavidade, no qual a potência pode ser dissipada no produto a ser aquecido.

Zhao et al. (2011), relata sobre materiais dielétricos que possuem em sua composição moléculas polares com alta permissividade, como água. Estes absorvem significativamente a energia de micro-ondas produzindo rotação dipolar, gerando atrito e elevando rapidamente a temperatura. Enquanto Hansson e Antti (2008) faz referências sobre a existência de outras moléculas polares existentes na composição do material dielétrico também podem ser afetadas pela radiação de micro-ondas, porém de maneira menos significativa que a água.

2.2 SECAGEM POR MICRO-ONDAS

2.2.1 Fundamentos e utilização

O processo de secagem por micro-ondas tem sido considerado como um método alternativo de secagem, na obtenção de produtos secos de alta qualidade, como frutas, vegetais e grãos. Como principais vantagens da secagem por micro-ondas pode-se citar: elevada taxa de secagem, economia de energia e menor tempo de secagem, ocasionando melhor qualidade do produto de acordo com relatos de SOYSAL, 2005; ZHANG et al., 2006; (HAGHI e AMANIFARD, 2008; DUNAEVA e MANTUROV, 2010). Park e Antonio (2006), relatam sobre a inclusão de outras vantagens na secagem por micro-ondas, a saber:

- alta eficiência energética que pode ser alcançada no período de velocidade decrescente;
- acúmulo de umidade na superfície do material e o fenômeno de bolhas líquidas que evita o endurecimento do mesmo;

- redução no processo de armazenamento e capacidade de reidratação do produto seco;
- melhoria na qualidade final do produto seco, ou seja, maior retenção do aroma, cor, hidratação e maior porosidade.

A energia de micro-ondas é absorvida pelo material através de dois mecanismos: condução iônica e rotação dipolar. Metaxas e Meredith (1983) relatam que, em processos de secagem de materiais em forno de micro-ondas, o principal fenômeno responsável pelo aquecimento e consequentemente pela remoção da água é a rotação dipolar. Antes de descrever este fenômeno, é necessário lembrar que a molécula de água, apesar de possuir carga elétrica total nula, apresenta-se como um dipolo elétrico, pois o centro de gravidade das cargas positivas não coincide com o das cargas negativas. Neste caso, a molécula de água apresenta-se como um dipolo elétrico e, sob a ação de um campo elétrico externo tende a girar, orientando-se na direção do campo. A rotação do dipolo encontra resistência, o que resulta em dissipação de energia eletromagnética do campo sob a forma de calor, com o consequente aumento de temperatura.

A energia eletromagnética na faixa de 915 a 2.450 MHz pode ser absorvida e convertida em calor por materiais que contêm água ou outras substâncias como: carbono e produtos orgânicos (KHRAISHEH et al., 1997; MASKAN, 2000). Uma vez que as ondas podem penetrar diretamente no interior do material, o aquecimento é volumétrico e proporciona um aquecimento rápido e uniforme ao longo de todo o produto. A rápida absorção de energia pelas moléculas de água provoca a rápida evaporação da água, ocasionando uma maior taxa de secagem dos alimentos. Os produtos secos por micro-ondas apresentaram os melhores resultados quanto as características de reidratação (PRABHANJAN et al., 1995).

A capacidade de penetração da radiação de micro-ondas nos materiais dielétricos pode conduzir ao aquecimento controlado e preciso, proporcionando melhorias e aceleração no processo de secagem dos mesmos, Bingol et al. (2008).

Senise (1985), relata que no processo de secagem por micro-ondas ocorre uma rápida elevação de temperatura (aquecimento volumétrico) no interior do produto em virtude dos mecanismos de polarização iônica e rotação dipolar. Já no processo de aquecimento convencional, a energia é transferida através da superfície dos alimentos, tendo penetração de calor da superfície para o interior do produto, proporcionando um longo período no tempo de

secagem. Isto equivale a uma das maiores desvantagens no uso do processo convencional em relação ao processo de secagem por micro-ondas de produtos biológicos.

Durante o processo de secagem por micro-ondas, a curva de secagem pode ser representada por três períodos: período de aquecimento, período de taxa de secagem constante e período de taxa de secagem decrescente (METAXAS e MEREDITH, 1983). No segundo período, a energia é gasta para evaporação da umidade interna da amostra a uma taxa constante e a curva de secagem é representada por uma linha reta com inclinação dependente da potência alimentada pelas micro-ondas, ocorrendo de forma semelhante com a secagem convectiva (MONZÓ-CABRERA et al., 2000).

Na literatura, o processo de secagem por micro-ondas tem sido aplicado em vários produtos agrícolas, como: raízes de ginseng Americana (REN e CHEN, 1998), arroz (LUZ et al., 1998), milho (VALENTINI et al., 1998), banana (MASKAN, 2000), cogumelo (TORRINGA et al., 2001), kiwi (MASKAN, 2001), laranja (DIAZ et al., 2003), pêra (FUMAGALLI, 2003), grão de trigo (MONKS et al., 2003), maçã (ANDRÉS et al., 2004), salsa (SOYSAL, 2005), cenoura (WANG e Xi, 2005 e ROSA, 2010), batata (SRIKIATDEN e ROBERT, 2006), uvas (BINGOL et al., 2008), tomates (RIBEIRO, 2013), arroz em casca (SILVA, 2016), e outros.

A rápida elevação da temperatura nas amostras, durante o processo de secagem com forno de micro-ondas, podendo ocorrer incineração é observada. A incineração da amostra é indesejável, pois, neste caso, outras substâncias como amido, gorduras e proteínas são removidas, implicando em fonte de erro para o método. Portanto, recomenda-se determinar o tempo máximo de exposição da amostra e a radiação para diversas potências do forno de micro-ondas (CASADA et al.,1983).

Carvalho (2005) relata que a frequência de radiação mais utilizada em fornos de micro-ondas domésticos é de 2.450 MHz, por ter baixa energia e o comprimento de onda ser compatível com o tamanho do forno. Já os fornos de micro-ondas industriais operam com frequências de 13,56 MHz, 24,12 MHz e 896 MHz, e destaca ainda que a frequência de radiação do forno de micro-ondas não deve ser igual a frequência de oscilação das moléculas de água, uma vez que estas seriam totalmente absorvidas nas primeiras camadas dos alimentos e assim a parte mais interna do alimento não poderia ser penetrada. Por conseguinte, a frequência escolhida deve ser um meio termo, de modo que ocorra penetração nas primeiras camadas e nas demais camadas do alimento durante o processo de aquecimento em forno de micro-ondas doméstico.

A aplicação de micro-ondas na secagem fornece ao material uma operação sem contato direto com a fonte de calor, possibilitando uma operação mais sanitária, com risco mínimo de contaminação e, sobretudo, preservando a estrutura física que garante a viscosidade necessária na aplicação deste produto. Esta visão de secagem por micro-ondas é ressaltada por Oomah et al. (1998) e por Cabral et al. (2007).

A eficiência na redução do tempo de secagem está relacionada com a combinação de várias técnicas de secagem como, por exemplo, secagem convectiva combinada com microondas e secagem com infravermelho, secagem convectiva combinada com micro-ondas, entre outras (KOWALSKI e PAWLOWSKI, 2011).

2.2.2 Fatores que influenciam no processo de secagem por micro-ondas

2.2.2.1 Aquecimento por micro-ondas

O aquecimento de materiais por meio de energia de micro-ondas tem tido grande destaque industrial, uma vez que este processo apresenta uma série de vantagens frente aos métodos convencionais de aquecimento.

No aquecimento convencional, a energia é transmitida ao produto por condução, convecção e radiação a partir da superfície de contato com a fonte de calor, enquanto que no aquecimento por micro-ondas, a energia é diretamente transferida da fonte para as moléculas dos materiais, onde ocorre a transformação da energia eletromagnética em calor (MAJETICH e HICKS, 1995).

O fenômeno de aquecimento por micro-ondas é também conhecido como aquecimento dielétrico, uma vez que a principal característica dos materiais dielétricos é absorver melhor a radiação por micro-ondas. Diante da aplicação de um campo elétrico externo, os materiais dielétricos apresentam baixa corrente por condução e além disso, suas moléculas e átomos possuem um movimento do tipo dipolar.

Feng et al. (2012) relatam que alguns fatores como a geometria do material e a potência do forno contribuem para não uniformidade do aquecimento por micro-ondas. Devido a geometria, as micro-ondas transmitidas podem atingir diferentes regiões do material e quanto a potência, esta decai quando penetra no produto, e por isto a superfície recebe mais energia do que o interior do mesmo, ficando a superfície superaquecida.

2.2.2.2 Potências do forno de micro-ondas

A potência gerada no forno de micro-ondas doméstico ou analítico cobre a faixa de 600 até 700 W, porém alguns equipamentos mais modernos operam com uma potência de até 1100 W, segundo relatos de Pereira Filho (1999).

Segundo Rosa (2010), a calibração da potência fornecida pelo forno de micro-ondas é uma etapa importante na realização de processos de secagem. Assumindo que toda potência fornecida pelo forno de micro-ondas é transformada em energia térmica na água, pode-se determinar a potência de micro-ondas absorvida através da razão entre o calor volumétrico absorvido pelo material e o tempo de aquecimento, como segue:

$$P = \frac{mc_p \Delta T}{t}$$
 (2)

onde P é a potência de micro-ondas absorvida pela amostra; m é a massa; c_p é o calor específico da água; ΔT é a diferença de temperatura e t é o tempo de aquecimento. Geralmente, P é comparado com a potência nominal do forno de micro-ondas para verificar sua eficiência.

Segundo Al-Duri e McIntyre (1992), a diminuição no tempo de secagem por microondas é decorrente do aumento da potência do forno de micro-ondas aplicada sobre o produto. Isto ocorre devido ao fornecimento de energia adicional ao sistema, pela rápida penetração de calor e pela expulsão forçada dos gases.

De acordo com Alves (2002), é possível realizar rapidamente a secagem de produtos agrícolas em forno de micro-ondas desde que a espessura da camada, a uniformidade da radiação no interior da cavidade do forno, a potência emitida e a potência absorvida sejam conhecidas.

2.2.2.3 Geometria, composição e massa do material a ser seco

Almeida et al. (2010), relata sobre a importância na escolha da geometria do alimento em relação a distribuição de calor interno. A escolha pode influenciar no modo de penetração das micro-ondas, na taxa de aquecimento e na uniformidade da secagem. Num produto de geometria irregular, pode ocorrer um aquecimento não uniforme devido as variações de sua espessura. Quanto mais próximo for o comprimento de onda da espessura, mais alta será a temperatura no interior. Assim, alimentos com geometrias esféricas ou cilíndricas aquecem mais uniformemente do que os de geometrias irregulares.

Liu et al. (2013) ressaltam sobre distribuição de temperatura em materiais com geometria cilíndrica e com geometria retangular. Para a geometria retangular, os cantos sobre a superfície superior da amostra tendem a ser mais facilmente aquecida do que as bordas, enquanto o centro e partes inferiores tendem a permanecer bastante frio. Enquanto que nos materiais com geometria cilíndrica, os efeitos da energia de micro-ondas, praticamente não existem, em razão da baixa profundidade de penetração devido ao tamanho do cilindro.

Laguerre et al. (1999) relatam que a composição dos alimentos influencia na forma de como eles serão aquecidos no forno de micro-ondas. Os alimentos pertencem a classe de materiais, cuja interação com a ondas eletromagnéticas expressa remoção de calor. A remoção se dá através de dois meios: o meio com perda por condução, no qual contém cargas livres (metal) ou íons (soluções com sal), que, por oscilação, sofrem aquecimento, e os meios complexos, tendo como exemplo os produtos biológicos, nos quais a remoção de calor ocorre principalmente devido a perdas dielétricas nas moléculas polares (álcool e água) e uma pequena parte do calor pode ser gerado por oscilação.

A massa do material está diretamente relacionada com a quantidade de energia de micro-ondas que estar sendo absorvida. Esta energia deve ser aplicada até se chegar ao aquecimento desejado ou uniforme. O forno de micro-ondas doméstico fornece um aquecimento uniforme, através do movimento do produto pelo campo de micro-ondas. Cada equipamento é programado para receber uma massa crítica de cerca de 250 mL de água e potência máxima de 1 kW, uma vez que massas de cargas inferiores poderão danificar o magnetron e prejudicar a eficiência do equipamento (ALMEIDA et al., 2010).

2.2.2.4 Propriedades dielétricas

As propriedades dielétricas dos materiais são os principais agentes na geração da variação da taxa de aquecimento dos materiais alimentícios no decorrer do processo de aquecimento, em consequência, as mesmas descrevem a relação entre a energia de microondas e o material que está sendo aquecido (ROSA, 2010).

As propriedades dielétricas dos materiais são caracterizadas pelas seguintes equações:

$$\varepsilon_{\rm r} = \varepsilon' - j\varepsilon'' \tag{3}$$

$$\tan\left(\delta\right) = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \tag{4}$$

em que ε_r é permissividade complexa relativa; ε é constante dielétrica; ε é fator de perda dielétrica do material; j é constante complexa e tan (δ) é tangente de perda dielétrica.

A constante dielétrica (ϵ') indica a capacidade do material armazenar energia elétrica por unidade de volume. O fator de perda dielétrica (ϵ'') indica a capacidade do material de dissipar energia elétrica sob a forma de calor, enquanto que, a tangente de perda dielétrica ou fator de dissipação (tan (δ)), indica a capacidade do material ao ser penetrado por um campo elétrico, dissipar essa energia em forma de calor.

Quanto mais alto o valor de perda dielétrica, mais os materiais absorvem rapidamente a energia de micro-ondas e materiais com baixo valor de perda são transparentes.

Segundo Barboza et al. (2001) a temperatura e a frequência de micro-onda utilizada no forno oscilam com a dispersão de energia, responsável pela produção de calor. E, que a ocorrência de baixa penetração das ondas eletromagnéticas no material em virtude da baixa produção de calor ocorrer para uma determinada substância ou material não será impedida mesmo utilizando de uma frequência de acordo com a frequência de relaxação dielétrica. A relaxação dielétrica ocorre quando o campo magnético deixa de ser aplicado e as moléculas tendem a voltar ao estado de desalinhamento, enquanto a penetração da radiação eletromagnética é inversamente proporcional a sua frequência.

Segundo Lima et al. (2016), algumas propriedades como: teor de umidade, densidade, temperatura, frequência, condutividade elétrica, calor específico e profundidade de penetração podem alterar as propriedades dielétricas no processo de aquecimento e secagem por microondas. Durante o processo de secagem, ocorre um decréscimo no fator de perda dielétrica e com isso, o aquecimento do material é menor. Segundo estes autores, como o valor da constante dielétrica da água é relativamente alto e a secagem é decorrente da remoção de água do material. É interessante observar que, durante o processo de secagem, ocorre um decréscimo no fator de perda dielétrica e assim o aquecimento do material é menor.

A Tabela 1 mostra algumas equações das propriedades dielétricas dos produtos agrícolas (batata, cenoura, maçã, kiwi, uva e pera). Observa-se o mesmo material apresenta diferentes equações para a constante dielétrica e fator de perda dielétrica.

Tabela 1 – Equações preditas para as propriedades dielétricas de diferentes materiais

Equações	Produtos	Fontes
ε'= 81,79-0,299T	Batata	Pandit e Prasad (2003)
$\varepsilon'' = 22,6-0,378T+0,00293T^2$		
$\epsilon' = 117,6-0,026T+1,8M-0,073\rho$	Batata e	Jia et al. (2003)
ϵ "= 12,2+0,0014T+0,096M+0,0039 ρ	cenoura	
$\epsilon' = 2,14-0,104T+0,808M$	Uva	Bingol et al. (2008)
$\varepsilon'' = 3,09-0,0638T+0,213M$		
$\varepsilon = 71,06-0,052T-0,00083T^2$	Pera	Arballo et al. (2010)
$\varepsilon'' = 20,95-0,25T+0,0014T^2$		
$\varepsilon = 0.158M + 1.74$	Banana, maçã e	Kristiawan et al. (2011)
$\varepsilon'' = 0.0332M + 0.0154$	kiwi	

Fonte: Lima et al. (2016)

2.2.3 Modelos de transferência de calor e massa estudados na secagem por micro-ondas

Através dos modelos teóricos pode-se entender o comportamento de um produto alimentício, em relação à umidade e a distribuição de temperatura durante o processo secagem. Além de facilitar a análise dos parâmetros característicos do processo. A maioria destes modelos são aplicados a um tipo específico de secagem e com condições específicas de secagem aplicadas a cada produto. Antes de aplicar o resultado da simulação proposta, testes de validação dos modelos devem ser realizados, para em seguida otimizar o processo de secagem.

A atenção dos pesquisadores em relação a estes modelos, vem sendo atraída em virtude dos diversos problemas associados com a utilização de energia atravês de micro-ondas somado a aquecimentos não uniformes (ZHOU et al. 1995). A partir desta analise foram desenvolvidos inúmeros trabalhos, os quais consideraram os seguintes objetivos: determinar uma distribuição uniforme de temperatura, após o aquecimento por micro-ondas (RYYNÄNEN e OHLSSON, 1996; SAKAI et al. 2005; WÄPPLING-RAAHOLT et al. 2006), e ampliar o entendimento relacionado aos fenomenos (interno e externo) que causam o aquecimento desigual (FLEISCHMAN, 1996). Neste sentido, o uso da modelagem matemática para predizer a não uniformidade do aquecimento por micro-ondas tende a ser um dos melhores métodos para este tipo de investigação.

Budd e Hill (2011), Chen e Tang (2011), Knoerzer et al. (2011) e Saltiel e Datta (1999), relatam sobre trabalhos de simulação que estão sendo publicados para diminuir os esforços de investigação no aquecimento por micro-ondas, com ênfase na geração de calor, transferência de calor, aquecimento e acoplamento do campo eletromagnético com micro-ondas.

Um código computacional foi desenvolvido por Liu et al. (2013), o sistema tem como base o método de elementos finitos para prever as distribuições de temperatura em amostras de alimentos com formas retangulares e cilíndricas durante o aquecimento por micro-ondas. Foram determinadas as temperaturas das amostras através da análise de transferência de calor e do acoplamento eletromagnético. Existiu uma ótima semelhança entre as temperaturas medidas experimentalmente e as temperaturas preditas.

Segundo Feng et al. (2012), o processo de secagem por micro-ondas envolve ao mesmo tempo uma transferência de calor, massa e momento seguido de geração de calor volumétrico. O calor gerado no interior do produto produz um gradiente de pressão total para o gás, diferenciando a secagem por micro-ondas de outros métodos de secagem. Além disso, produz um gradiente de temperatura positivo ao contrário do calor que é fornecido à superfície do produto. As micro-ondas incidentes podem sofrer decaimento, está focalizada e sobreposta. Assim, o cálculo do termo fonte nas equações de transferência de calor ficará mais complexo.

2.2.4 Modelo Matemático de secagem aplicada para sólidos elipsoidais

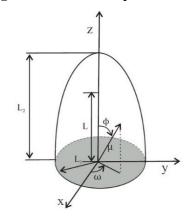
Silva, (2016) relata que os problemas físicos relacionados ao transporte transiente e simultâneo de momento linear, massa e energia apresentam alto nível de complexidade. Obter uma solução analítica para problemas dessa natureza, quando se consegue, exige um tratamento matemático de alta complexidade. Principalmente quando a modelagem matemática contempla termos não lineares. Dessa forma, uma solução numérica pode ser de grande valia na interpretação do problema físico.

3 METODOLOGIA

3.1 MODELO MATEMÁTICO

Para o desenvolvimento do modelo matemático de transferência de calor e massa no sólido, considerou-se a geometria de um esferoide de revolução, do tipo esferoidal prolato com características apresentadas na Figura 1.

Figura 1 - Esferóide prolato sólido



Fonte: Adaptado de Lima, 1999

onde: L_1 e L_2 são os semi eixos menor e maior da elipse, respectivamente e o comprimento focal é dado por: $L = \sqrt{{L_2}^2 - {L_1}^2}$ sendo $L_2 > L_1$.

3.1.1 Equação de difusão no sistema de coordenadas cartesianas

a) Transferência de massa

Para descrever a transferência de massa por difusão no interior do sólido, utilizou-se a 2ª Lei de Fick. Assim, a equação de difusão de massa em coordenadas cartesianas torna-se:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial M}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial M}{\partial z} \right)$$
 (5)

onde: D é o coeficiente de difusão de massa; M é o teor de umidade em base seca e não existe geração de massa.

As condições inicial e de contorno assumem, respectivamente, as formas:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 \text{ em } \mathbf{t} = 0 \tag{6}$$

- D
$$\nabla M|_{s} = h_{m}(M - M_{e})|_{s}$$
 (7)

onde s representa a superfície do material.

b) Transferência de calor

Para descrever a transferência de calor no interior do sólido utilizou-se a Lei de Fourier, considerando a geração interna de calor devido a energia de micro-ondas fornecida. Assim, a Equação para transferência de calor em coordenadas cartesianas pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial \left(\rho c_{p} T\right)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{T} \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{T} \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{T} \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{Q}$$
(8)

em que ρ é densidade volumétrica, c_p é calor específico, K_T é condutividade térmica, T é temperatura e \dot{Q} é o termo de geração de calor volumétrico.

As condições inicial e de contorno assumem, respectivamente as formas:

$$T = T_0 \text{ em } t = 0 \tag{9}$$

$$-K_{T} \nabla T|_{s} = h_{c}(T_{eq} - T)|_{s}$$
 (10)

De acordo com Lima et al. (2016), a equação reportada na literatura para a potência absorvida e convertida em calor durante a irradiação por micro-ondas pode ser expressa na forma,

$$\dot{Q} = P_0 \left(\frac{M(\vec{r}, t)}{M_0} \right) \varepsilon_r''(M, T) \exp(-2\Psi \vec{r}. \vec{n})$$
(11)

onde P_0 é a potência incidente sobre a superfície do produto (parâmetro a ser determinado experimentalmente), $M(\vec{r}, t)$ é o teor de umidade do material, M_0 é o teor de umidade inicial, \vec{r} é o vetor posição da micro-onda dentro do material, \vec{n} é o vetor unitário normal a superfície, ε_r " representa o fator de perda dielétrica relativa ao ar e Ψ é o fator de atenuação.

A profundidade de penetração (D_p) é definida como a distância na qual a potência é atenuada de (1/e) = (1/2,7183) = 0,37 ou seja, 37% do seu valor na superfície do material sendo expressa pela Equação a seguir:

$$D_{P} = \frac{\lambda_{0}}{2\pi} \left[\varepsilon' \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon_{r}}{\varepsilon'}\right)^{2}} \right) - 1 \right]^{-1/2}$$
(12)

em que:

$$\tan\left(\delta\right) = \frac{\varepsilon_{\mathbf{r}}^{"}}{\varepsilon'} \tag{13}$$

Assim, o fator de atenuação é dado por:

$$\Psi = \frac{1}{D_{\rm P}}.\tag{14}$$

3.1.2 Equação de difusão no sistema de coordenadas esferoidais prolatos

De acordo com (LIMA, 1999; MAGNUS et al., 1966; SILVA, 2016 e outros), as relações entre os sistemas de coordenadas cartesianas (x, y, z) e o esferoidal prolato (elíptico) (μ, ϕ, ω) são dadas como:

$$x = L \operatorname{senh} \mu \operatorname{sen} \phi \cos \omega \tag{15}$$

$$y = L \operatorname{senh} \mu \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \omega$$
 (16)

$$z = L \cosh \mu \cos \phi \tag{17}$$

Levando-se em consideração as seguintes variáveis:

$$\xi = \cosh \mu \tag{18}$$

$$\eta = \cos \phi \tag{19}$$

$$\zeta = \cos \omega$$
 (20)

Substituindo estas variáveis nas Equações (11), (12) e (13) e usando-se as relações trigonométricas:

$$\operatorname{sen}^2 \phi + \cos^2 \phi = 1 \tag{21}$$

$$\cosh^2 \mu - \sinh^2 \mu = 1 \tag{22}$$

Obtém-se as relações entre o sistema de coordenadas cartesianas e o sistema de coordenadas esferoidal prolato (MAGNUS et al.,1966):

$$x = L \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \zeta$$
 (23)

$$y = L \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \sqrt{(1 - \zeta^2)}$$
 (24)

$$z = L \xi \eta \tag{25}$$

No sistema esferoidal prolato representado na Figura 1, o domínio das variáveis: ξ , η e ζ (em termos de ω) é dado por:

$$1 \le \xi \le L_2/L \tag{26}$$

$$0 \le \eta \le 1 \tag{27}$$

$$0 \le \omega \le 2\pi \tag{28}$$

Lima (1999) apresenta uma descrição sobre o sistema de coordenadas esferoidais prolatas (Figura 2). Neste sistema, as superfícies $\xi = \xi_0$ são constantes; $\xi_0 > 1$, são elipsoides de revolução com focos alongados em torno do eixo z; a superfície $\xi = 1$ é a linha reta que une a origem (z = 0) e o ponto focal (z = L); as superfícies $\eta = \eta_0$ (constante); $\eta_0 < 1$, são hiperboloides de duas capas, com um cone assintótico que é gerado por linhas que passam pela origem e estão inclinadas com um ângulo $\phi = \cos^{-1} \eta$ em relação ao eixo z; a superfície $\eta = 1$ é parte do eixo z > L; as superfícies $\omega = \omega_0$ (constante) são planos que passam pelo eixo z e perpendiculares ao plano x y, formando um ângulo ω com o eixo x.

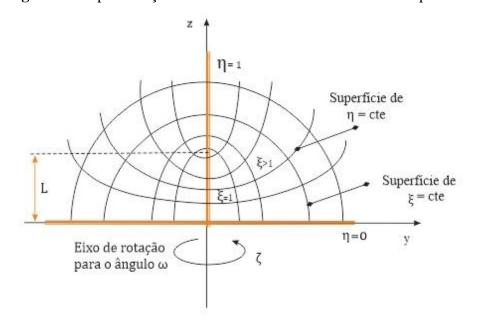


Figura 2 - Representação do sistema de coordenadas esferoidal prolato

Fonte: Adaptado de Lima (1999)

Para obtenção das equações de difusão (2ª Lei de Fick) e de condução (Lei de Fourier) no sistema de coordenadas esferoidal prolato, levou-se em consideração a metodologia apresentada por Maliska (2004). Em seguida, utilizou-se a metodologia apresentada em Silva, 2016. Assim, as equações de difusão no caso bidimensional para transferência de massa e calor, em coordenadas esferoidais prolatos, são expressas na seguinte forma:

a) Transferência de massa

Neste caso, a equação de difusão de massa pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \left[\frac{1}{L^2(\xi^2 - \eta^2)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi^2 - 1) \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi} \right) \right] + \left[\frac{1}{L^2(\xi^2 - \eta^2)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left((1 - \eta^2) \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \eta} \right) \right]$$
(29)

Sendo: M (teor de umidade); D (coeficiente de difusão) e S_M (termo de geração de massa) é nulo.

Esta equação é de primeira ordem no tempo e de segunda ordem na posição e portanto, sua solução requer que exista no mínimo uma condição inicial e quatro condições de contorno. Neste caso, além das condições iniciais e de contorno impostas nas Equações (2) e (3), acrescentam-se as condições:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \eta}(\xi, \, \eta = 0, \, \mathbf{t}) = 0 \tag{30}$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \eta}(\xi, \, \eta = 1, \, \mathbf{t}) = 0 \tag{31}$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi} (\xi = 1, \, \eta, \, \mathbf{t}) = 0 \tag{32}$$

as quais correspondem à condição inicial (t = 0) e as condições de fronteira ($\xi = L_2/L$) e de simetria ($\eta = 0$, $\eta = 1$ e $\xi = 1$).

b) Transferência de calor

Neste caso, a equação de condução de calor pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial \left(\rho c_{p} T\right)}{\partial t} = \left[\frac{1}{L^{2} \left(\xi^{2} - \eta^{2}\right)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\left(\xi^{2} - 1\right) K_{T} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \right] + \left[\frac{1}{L^{2} \left(\xi^{2} - \eta^{2}\right)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left((1 - \eta^{2}) K_{T} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right] + S_{T}$$
(33)

onde: T é temperatura; K_T é condutividade térmica e S_T é o termo de geração de calor.

Além das condições impostas nas equações (5) e (6), obtém-se as seguintes condições:

$$\frac{\partial T(\xi, \eta = 0, t)}{\partial \eta} = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial T(\xi, \eta = 1, t)}{\partial \eta} = 0 \tag{35}$$

$$\frac{\partial T(\xi = 1, \, \eta, \, t)}{\partial \xi} = 0 \tag{36}$$

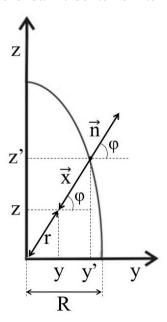
Sabe-se que em regime transiente, o valor médio de Φ (calor ou massa) no interior do sólido é função do espaço e do tempo. Logo, pode-se encontrar o teor de umidade médio e temperatura média para o sólido através das equações seguintes (WHITAKER, 1980):

$$\overline{M} = \frac{1}{V} \int_{V} MdV$$
 (37)

$$\overline{T} = \frac{1}{V} \int_{V} T dV$$
 (38)

A Figura 3 ilustra os componentes inicial e final do vetor posição (\vec{x}) da micro-onda incidente no interior do material, o ângulo direcional (ϕ) da mesma para o modelo proposto neste trabalho, e um vetor unitário normal à superfície do esferoide prolato (\vec{n}) .

Figura. 3 – Vetor posição da micro-onda incidente no interior do esferoide prolato.



Fonte: Silva, 2016

Da Figura 3 é fácil observar que:

$$\vec{x} = (y'-y)\hat{i} + (z'-z)\hat{j}$$
 (39)

$$\vec{n} = (\cos \varphi)\hat{i} + (\sin \varphi)\hat{j}$$
 (40)

De tal forma que,

$$\vec{x} \cdot \vec{n} = \sqrt{(y' - y)^2 + (z' - z)^2}$$
 (41)

onde y' é a posição na superfície do material.

Assim, a Equação (11), ajustada para o modelo proposto (Figura 3), pode ser escrita na seguinte forma:

$$\dot{Q} = P_0 \left(\frac{M(\xi, \eta, t)}{M_0} \right) \varepsilon_r'(M, T) \exp \left\{ -2 \Psi_{prol} \sqrt{(y'-y)^2 + (z'-z)^2} \right\}$$
(42)

em que: P_0 é a densidade de potência dissipada, M é o teor de umidade do material em base seca, ϵ_r " é o fator de perda dielétrica relativa, Ψ_{prol} é o fator de atenuação para um esferoide prolato e ϕ é o ângulo direcional da micro-onda incidente.

3.2 SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DE DIFUSÃO DE CALOR E MASSA PARA UM ESFEROIDE PROLATO

A análise de problemas físicos que apresentam alta complexidade vem sendo realizada através de métodos numéricos, que consistem na substituição de um domínio contínuo por um domínio discreto e a equação diferencial parcial é substituída por um conjunto de equações algébricas, sendo uma para cada volume de controle. Uma das principais vantagens destes métodos, deve-se a possibilidade de poder encontrar soluções numéricas para a equação de difusão em diversas situações, tais como: meio não homogêneo e não isotrópico, volume e difusividade variáveis e geometria qualquer. Segundo (MALISKA, 2004) os Métodos das diferenças finitas (MDF), os Métodos dos elementos finitos (MEF) e o Métodos dos volumes finitos (MVF) são os mais utilizados.

A equação de difusão para sólidos esferoidais prolato foi discretizada utilizando o método de volumes finitos (MVF), uma vez que o mesmo não apresenta problemas de instabilidade ou convergência, garantindo que em cada volume discretizado, a propriedade em estudo obedeça à lei da conservação. Além de utilizar uma formulação totalmente implícita, a qual avalia todos os termos difusivos no instante de tempo (t + Δ t). Um código Computacional "Wolfran Mathematical®" foi implementado para resolver o sistema de equações algébricas, considerando uma malha numérica uniforme de 20×20 pontos nodais e o método iterativo de Gauss-Seidel.

3.3 VALIDAÇÃO DO MODELO

O modelo matemático foi validado, comparando-o com outros modelos que utilizam este tipo de geometria em diferentes processos de aquecimento e/ou secagem. (SILVA, 2016). Além de considerar a taxa de geração interna de calor constante ou variável durante o aquecimento por micro-ondas. Todos os resultados obtidos na simulação foram comparados com dados analíticos obtidos da literatura.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram realizadas várias simulações de secagem e aquecimento por micro-ondas para esferoides prolatos com razão de aspecto ((L_2/L_1) = 2,00), considerando constantes as propriedades termo físicas dadas em termos dos parâmetros adimensionais, número de Biot de massa e de calor (Bi $_m$ = h_mL_1/D e Bi $_c$ = h_cL_1/K_T), número de Fourier de massa e de calor (Fo $_m$ = (ρ Dt/ L_1^2) e Fo $_c$ = ($K_T/\rho c_p L_1^2$)) e o termo fonte de geração de calor (\dot{Q}). A Tabela 2 mostra os casos simulados propostos em (SILVA, 2016), para a distribuição de temperatura no sólido esferoidal prolato.

Tabela 2 – Casos simulados na pesquisa para o aquecimento por micro-ondas.

Caso	L_2/L_1	h _m	$\mathbf{h}_{\mathbf{c}}$	P_0	Bi _c	Ψ
	(-)	(m/s)	(W/m ² K)	(W/m^3)	(-)	(m ⁻¹)
1	2,00	6,1×10 ⁻⁷	169,75	$1,0\times10^{4}$	5,0	0,0
2	2,00	$6,1\times10^{-7}$	169,75	$1,0 \times 10^5$	5,0	0,0
3	2,00	$6,1\times10^{-7}$	169,75	$1,0 \times 10^6$	5,0	0,0
4	2,00	$6,1\times10^{-7}$	169,75	$1,0 \times 10^7$	5,0	0,0
5	2,00	6,1×10 ⁻⁷	169,75	$1,0\times10^{3}$	5,0	0,0
6	2,00	$6,1\times10^{-7}$	169,75	$1,0 \times 10^3$	5,0	1,0
7	2,00	$6,1\times10^{-7}$	169,75	$1,0 \times 10^3$	5,0	10,0
8	2,00	$6,1\times10^{-7}$	169,75	$1,0 \times 10^3$	5,0	50,0
9	2,00	$6,1\times10^{-7}$	169,75	$1,0 \times 10^3$	5,0	100,0

Fonte: Silva, 2016

onde: (L_2/L_1) é a razão de aspecto do sólido esferoidal prolato, h_m e h_c são respectivamente os coeficientes de transporte de massa e de calor, P_0 é a densidade de potência, Bi_c é o número de Biot de calor e Ψ é o fator de atenuação.

As Figuras 4 e 5 (Casos 1 a 4 da Tabela 2) ilustram a distribuição de temperatura no interior de um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto ($L_2 / L_1 = 2,0$) para quatro densidades de potências (P_0) em diferentes instantes de tempo.

Uma Análise numérica das Figuras 4 e 5 ilustradas a seguir, demonstram que os perfis de temperatura para as densidades de potências 10^4 , 10^5 , e 10^6 W/m³ apresentam comportamento semelhante, enquanto que para 10^7 W/m³, ocorre um acréscimo substancial da temperatura no início do processo de aquecimento por micro-ondas. Assim, comprova-se que quanto maior a potência aplicada maior será a quantidade de calor gerado internamente no

produto, proporcionando um aquecimento volumétrico, maior rigidez, menor encolhimento e pode até incinerar.

Figura 4 – Temperatura no eixo y (z=0) para um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto $(L_2/L_1=2,0)$, diferentes densidades de potências (P_0) e $Bi_c=5,0$ num instante de tempo de 300 s.

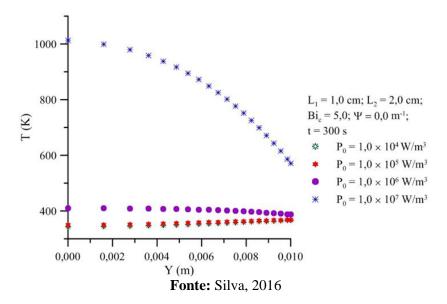
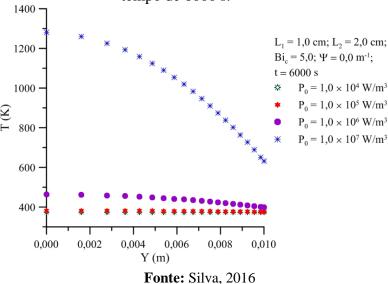


Figura 5 - Temperatura no eixo y (z = 0) para um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto ($L_2/L_1 = 2,0$), diferentes densidades de potências (P_0) e $Bi_c = 5,0$ num instante de tempo de 6000 s.



Já as Figuras 6 e 7 (Casos 5 a 9 da Tabela 2) ilustram a cinética de aquecimento e o perfil de temperatura de um sólido esferoidal prolato para diferentes fatores de atenuação das ondas eletromagnéticas, nos tempos de 600 e 900 s, respectivamente, quando submetido a uma densidade de potência de 10^6 W/m³.

Figura 6– Comportamento transiente da distribuição de temperatura de um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto ($L_2/L_1=2,0$), para diferentes fatores de atenuação (Ψ), densidade de potência 10^6 W/m³ e t = 600 s.

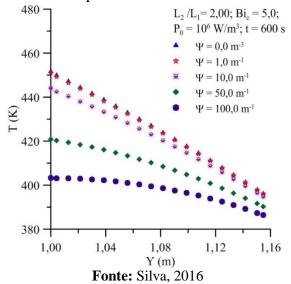
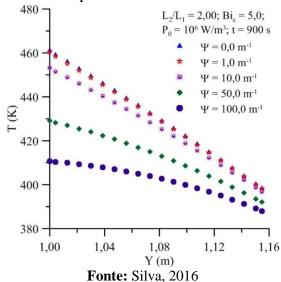


Figura 7 - Comportamento transiente da distribuição de temperatura de um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto ($L_2/L_1=2{,}0$), para diferentes fatores de atenuação (Ψ), densidade de potência 10^6 W/m³ e t = 900 s.

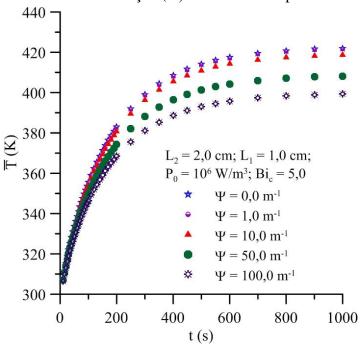


Analisando-se a distribuição das temperaturas no eixo y (z = 0) para os tempos de 600 e 900 s das Figuras 6 e 7 observa-se que os maiores valores de temperatura se encontram na faixa entre 451,75 e 461,28 K, respectivamente. Os dois casos estudados possuem o menor fator de atenuação (Ψ = 0,0 m⁻¹), o qual é inversamente proporcional a profundidade de penetração das ondas eletromagnéticas, principal responsável pelo aumento da temperatura durante o processo de aquecimento por micro-ondas em sólidos esferoidais prolato. O alto

valor da temperatura no interior do produto pode trazer danos irreparáveis ao mesmo, podendo até incinerar.

A Figura 8 ilustra a cinética de aquecimento ou secagem de um sólido esferoidal prolato com razão de espectro 2,0. A mesma apresenta o crescimento da temperatura em função do tempo.

Figura 8 – Comportamento transiente da temperatura média de um sólido esferoidal prolato, para diferentes fatores de atenuação (Ψ) e densidade de potência de 10^6 W/m^3 .



Fonte: Silva, 2016

Analisando a Figura 8 verifica-se que o crescimento da temperatura com o tempo ocorrido do centro para a superfície é mais intenso para fatores de atenuação menores, ou seja, menores fatores de atenuação e consequentemente maior profundidade de penetração das ondas eletromagnéticas proporcionam maior rapidez no aquecimento do sólido esferoidal prolato, podendo ocorrer incineração do mesmo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com a análise numérica dos resultados acima expostos, obtidos a partir das simulações realizadas por Silva, 2016 considera-se que:

- O modelo matemático apresentado, implementado no software Mathematica®, mostrou-se adequado quanto ao problema físico do processo de aquecimento e secagem por micro-ondas aplicado a corpos com geometria complexa do tipo esferoidal prolato para razão de aspecto 2,0;
- Quanto maior a potência aplicada, maior será a quantidade de calor gerada internamente no sólido;
- O processo de aquecimento em função do tempo ocorre no mesmo sentido, ou seja,
 do centro para a superfície do material ocasionando altos gradientes térmicos;
- O controle no aumento da potência durante o processo de aquecimento ou secagem,
 é essencial para evitar a incineração do produto.

REFERÊNCIAS

- AL-DURI, B.; MCINTYRE, S. Comparison of drying kinetics of foods using a fan-assisted convection oven, a microwave oven and a combined microwave/convection oven. Journal of Food Engineering, **15**, 2, 139-155, 1992.
- ALMEIDA, D.; ROCHA, J.; LAGES, S.; COIMBRA, H. Micro-ondas: Processamento Geral de Alimentos. Escola Superior Agrária de Coimbra (ESAC), 2010.
- ALVES, S. M. Estudo da Secagem de Tomate Pêra. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.
- ANDRÉS, A.; BILBAO, C.; FITO, P. Drying kinetics of apple cylinders under combined hot air—microwave dehydration. Journal of Food Engineering, **63**, 1, 71-78, 2004.
- ARBALLO, J. R.; CAMPAÑONE, L. A.; MASCHERONI, R. H.. Modeling of microwave drying of fruits. Drying Technology, **28**, 10, 1178-1184, 2010.
- BARBOZA, A.C.R.N.; CRUZ, C.V.M.S.; GRAZIANI, M.B.; LORENZETTI, M.C.F.; SABADINI, E. Aquecimento em forno de micro-ondas desenvolvimento de alguns conceitos fundamentais. Química Nova, **24**, 6, 901-904, 2001.
- BINGOL, G.; PAN, Z.; ROBERTS, J. S.; DEVRES, Y. O.; BALABAN, M. O. Mathematical modeling of microwave-assisted convective heating and drying of grapes. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 1, 2, 46-54, 2008.
- BUDD, C. J.; HILL, A. A comparison of models and methods for simulating the microwave heating of moist foodstuffs. International Journal of Heat and Mass Transfer, **54**, 4, p. 807-817, 2011.
- CABRAL, R. A. F.; TELIS-ROMERO, J.; TELIS, V. R. N.; GABAS, A. L.; FINZER, J. R. D. Effect of apparent viscosity on fluidized bed drying process parameters of guava pulp. Journal of Food Engineering, **80**, 4, 1096-1106, 2007.
- CARVALHO, R. P.. **Temas Atuais de Física: Micro-ondas**. Sociedade Brasileira de Física, 1^a ed., São Paulo, Livraria de Física, 2005. ISBN 8588325330.
- CASADA, M. E.; WALTON, L. R.; SWETNAM, L. D.; CASADA, J. H.. Moisture content as a function of temperature rise under microwave radiation. **Transactions of the ASAE**, ASAE, St. Joseph, MI, 907-911, 1983.
- CHEN, H.; TANG, J. Computer Simulation for Microwave Heating. In: KNOERZER, K.; JULIANO, P., et al (Ed.). Innovative Food Processing Technologies: Advances in Multiphysics Simulation: Wiley, 2011. ISBN 9780470959428.
- DÍAZ, G. R. Z.; MONZO, J. M.; FITO, P.; CHIRALT, A.. Modelling of dehydration-rehydration of orange slices in combined microwave/air drying. Innovative Food Science & Emerging Technologies, **4**, 2, 203-209, 2003.

- DUNAEVA, T.; MANTUROV, A. The phenomenological model microwave drying kinetics of food products. In: Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW), **2010 International Kharkov Symposium on.** IEEE, 1-3, 2010.
- FENG, H.; YIN, Y.; TANG, J. Microwave drying of food and agricultural materials: basics and heat and mass transfer modeling. Food Engineering Reviews, **4**, 2, 89-106, 2012
- FLEISCHMAN, G. J.. Predicting temperature range in food slabs undergoing long term/low power microwave heating. Journal of Food Engineering, **27**, 4, 337-351, 1996.
- FRANCO, C. M. R.; LIMA, A. G. B.; SILVA, J. V.; NUNES, A. G. Applying Liquid Diffusion Model for Continuos Drying of Rough Rice in fixed Bed. Defect and Diffusion Forum. Trans Tech Publications, **369**, p. 152-156, 2016.
- FUMAGALLI, F. Secagem de pêra em secador a microondas. Dissertação (Mestrado em Engeharia Química), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2003.
- HAGHI, A. K.; AMANIFARD, N. Analysis of heat and mass transfer during microwave drying of food products. Brazil Journal of Chemical Engineering, **25**, 3, 491 501, 2008.
- HANSSON, L. E ANTTI, L.. Modeling Microwave Heating and Moisture Redistribution in Wood. Drying Technology, **26**, 5, 552-559, 2008.
- JIA, L. W.; ISLAM, MD. R. AND MUJUMDAR, A. S. A Simulation Study on convection and Microwave Drying of Different Food Products. Drying Technology, Marcel Dekker. Inc., New York, **21**, 8, 1549–1574, 2003.
- KHRAISHEH, M. A. M.; COOPER, T. J. R.; MAGEE, T. R. A. Microwave and air drying I. Fundamental considerations and assumptions for the simplified thermal calculations of volumetric power absorption. Journal of Food Engineering, **33**, 1, 207-219, 1997.
- KNOERZER, K.; JULIANO, P.; ROUPAS, P. and VERSTEEG, C. Innovative Food Processing Technologies: Advances in Multiphysics Simulation. Mathematical and Statistical Methods in Food Science and Technology, editado porWiley Blackwell, IFT Press, 2011.
- KOWALSKI, S. J.; PAWLOWSKI, A.. Energy consumption and quality aspect by intermittent drying. Chemical Engineering and Processing, **50**,.384–390, 2011.
- KRISTIAWAN, M.; SOBOLIK, V.; KLIMA, L.; ALLAF, K. Effect of expansion by instantaneous controlled pressure drop on dielectric properties of fruits and vegetables, Journal of Food Engineering, **102**, 361–368, 2011.
- LAGUERRE, J. C.; TAUZIN, V.; GRENIER, E.. Hot air and microwave drying of onions: A comparative study. Drying technology, **17**, 7-8, 1471-1480, 1999.
- LIMA, A. G. B. **Fenômeno de difusão em sólidos esferoidais prolatos. Um estudo de caso:** secagem de banana. 1999. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1999.

- LIMA, A. G. B.; DELGADO, J. M. P. Q.; SILVA, E. G.; FARIAS NETO, S. R.; SANTOS, J. P. S.; DE LIMA, W. M. P. B. **Drying Process in Electromagnetic Fields.** In: Delgado, J. M. P. Q. e Lima, A. G. B. (Ed.). Drying and Energy Technologies. Cham: Springer International Publishing, 2016. 89-110. ISBN 978-3-319-19767-8.
- LIU, S.; FUKUOKA, M.; SAKAI, N. A finite element model for simulating temperature distributions in rotating food during microwave heating. Journal of Food Engineering, **115**, 1, 49-62, 2013.
- LUZ, C.; BAUDET, L.; FRANDOLOSO, V. Determinação do teor de água de sementes de arroz por secagem com micro-ondas. Revista Brasileira de Sementes, **20**, 1, 70-74, 1998.
- MAGALHÃES, R. S.; LIMA, R. M. F.; SOUZA, H. A. D. O uso de microondas para determinação de umidade de bauxita. Revista Escola de Minas, **56**, 4, 255-259, 2003.
- MAGNUS, W.; OBERHETTINGER, F.; SONI, R. P. Formulas and theorems for the special functions of mathematical physics. Springer Science & Business Media, 1966. ISBN 3662117614.
- MAJETICH, G.; HICKS, R. Applications of microwave-accelerated organic synthesis. Radiation Physics and Chemistry, **45**, 4, p. 567-579, 1995.
- MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2.. LTC, 2004. ISBN 9788521613961.
- MASKAN, M. Microwave/air and microwave finish drying of banana. Journal of Food Engineering, **44**, 2, 71-78, 2000.
- MASKAN, M. Drying, shrinkage and rehydration characteristics of kiwifruits during hot air and microwave drying. Journal of Food Engineering, **48**, 2, 177-182, 2001.
- MENEZES, R.; SOUTO, P.; KIMINAMI, R. Microwave sintering of ceramics. Part I: Fundamental aspects. Cerâmica, 53, 325, 1-10, 2007.
- MEREDITH, R.J. Engineers' Handbook of Industrial Microwave Heating, IEE Power Engineering, ISBN-10: 0852969163, London, UK, 1998.
- METAXAS, A. C.; MEREDITH, R. J. **Industrial Microwave Heating**. Peter Peregrinus Ltd., ISBN 0906048893, London, UK, 1983.
- MONKS, L. F.; COSTA, C. S.; SOARES, G. J. D. Microwave effects on wheat drying (T. aestivum, L.) and flour quality. Revista de Alimentação e Nutrição, Araraquara, SP, **14**, 2, 219 224, 2003.
- MONZÓ-CABRERA, J.; DÍAZ-MORCILLO, A.; CATALÁ-CIVERA, J.M.; DE LOS REYES, E.. Heat and Mass Transfer Characterization of Microwave Drying of Leather. In: Proceedings of the **12**th **International Drying Symposium IDS2000**, Noordwijkerhout, The Netherlands, n. 27, p. 28-31, August 2000.

- OOMAH, B. D.; LIANG, J.; GODFREY, D. E MAZZA, G. Microwave heating of grapeseed: Effect on oil quality. Journal of Agricultural and Food Chemistry, **46**, 10, 4017-4021, 1998.
- PARK, K. J.; ANTONIO, G. C.. Análise de Materiais Biológicos. Campinas. Faculdade de Engenharia Agrícola. UNICAMP. Apostila. 2006.
- PANDIT, R. B., PRASAD, S. Finite element analysis of microwave heating of potato-transient temperature profiles. Journal of Food Engineering, **60**,193–202, 2003.
- PEREIRA FILHO, E. R. Sistemas Mecanizados Acoplados a Forno de Micro-ondas para a Mineralização em Linha de Amostras de Interesse Alimentício: Determinação de Ferro e Cobalto. 1999. Dissertação (Mestrado em Química), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.
- PRABHANJAN, D. G.; RAMASWAMY, H. S.; RAGHAVAN, G. S. V.. Microwave-assisted convective air drying of thin layer carrots. Journal of Food engineering, **25**, 2, 283-293, 1995.
- REN, G.; CHEN, F. Drying of American ginseng (Panax quinquefolium roots by microwavehot air combination. Journal of Food Engineering, **35**, 4, 433-443, 1998.
- RIBEIRO, R. C. Tomates semi desidratados obtidos por secagem micro-ondas convectiva precedida por desidratação osmótica. 2013. Dissertação (Pós Graduação em Engenharia Agrícola), Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 2013.
- ROSA, J. G. Secagem de cenoura (*Daucus carota L.*) em microondas. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2010.
- RYYNÄNEN, S.; OHLSSON, T. Microwave heating uniformity of ready meals as affected by placement, composition, and geometry. Journal of Food Science, **61**, 3, 620-624, 1996.
- SAKAI, N.; KOSHIMA, Y.; WATANABE, M. A method for developing model food system in microwave heating studies. Journal of Food Engineering, **66**, 4, 525-531, 2005.
- SALTIEL, C.; DATTA, A. K. Heat and mass transfer in microwave processing. **Advances in Heat Transfer**, **33**, 1, 1-94, 1999.
- SENISE, J. T. A utilização de rádio frequência e micro-ondas na eletrônica industrial. Revista Brasileira de Engenharia Química, **8**, 51-61, 1985.
- SILVA, E. G. Secagem Combinada (Convectiva e Micro-ondas) de Sólidos Esferoidais Prolatos: Modelagem, Simulação e Experimentação. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos). Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, 2016.
- SOYSAL,Y. Mathematical modeling and evaluation of drying kinetics of mint (Mentha picata L.). Journal of Applied Sciences, **7**, 5, 1266-1274, 2005.
- SRIKIATDEN, J.; ROBERTS, J. S. Measuring moisture diffusivity of potato and carrot (core and cortex) during convective hot air and isothermal drying. Journal of Food Engineering, 74, 1, 143-152, 2006.

- TORRINGA, E.; ESVELED, E.; SCHEEWE, I.; BARTELS, P. e BERG, R. Osmotic dehydration as a pre-treatment before combined microwave-hot-air drying of mushrooms. Journal of Food Engineering, **49**, 2, 185-191, 2001.
- VALENTINI, S. R. T.; CASTRO, M. F. P M.; ALMEIDA, F. H. Determinação do teor de umidade de milho utilizando aparelho de microondas. Food Science and Technology, Campinas, 18, 2, 237-240, 1998.
- WANG, J.; XI, Y. Drying characteristics and drying quality of carrot using a two-stage microwave process. Journal of Food Engineering, 68, 4, 505-511, 2005.
- WÄPPLING-RAAHOLT, B.; RISMAN, P.; OHLSSON, T. **Microwave heating of ready meals–FDTD simulation tools for improving the heating uniformity**. In: (Ed.). Advances in Microwave and Radio Frequency Processing: Springer, 2006. 243-255. ISBN 3540432523.
- WHITAKER, S.. Heat and mass transfer in granular porous media. In: (Ed.). Advances in Drying, I, 1980. 23-61. ISBN 0891161856.
- ZHANG, M. TANG, J.; MUJUMDAR, A. S. e WANG, S. Trends in microwave related drying of fruits and vegetables. Trends in Food Science & Technology, **17**, 10, 524-534, 2006.
- ZHAO, X.; YAN, L.; HUANG, K. Review of numerical simulation of microwave heating process: Advances in Induction and Microwave Heating of Mineral and Organic Materials, Stanisław Grundas (Ed.), InTech, Disponível em: 2011.
- ZHOU, L. PURI, V. M.; ANANTHESWARAN, R. C.; YEH, G. Finite element modeling of heat and mass transfer in food materials during microwave heating-model development and validation. Journal of Food Engineering, **25**, 4, 509-529, 1995