UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

HELLEN EMANUELE VASCONCELOS ALBINO

GEOESPAÇO, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O MODELO DE VAN HIELE: IDENTIFICANDO PROPRIEDADES DOS PRISMAS

CAMPINA GRANDE – PB
2019

HELLEN EMANUELE VASCONCELOS ALBINO

GEOESPAÇO, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O MODELO DE VAN HIELE: IDENTIFICANDO PROPRIEDADES DOS PRISMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado em Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Profª. Drª. Kátia Maria de Medeiros.

CAMPINA GRANDE – PB
2019

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A336g Albino, Hellen Emanuele Vasconcelos.
Geoespaço, resolução de problemas e o Modelo de Van Hiele [manuscrito] : Identificando propriedades dos Prismas / Hellen Emanuele Vasconcelos Albino. - 2019.
72 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2019.

"Orientação : Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros , Departamento de Matemática - CCT."

1. Geoespaço. 2. Modelo de Van Hiele. 3. Resolução de problemas. I. Título

21. ed. CDD 510

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

HELLEN EMANUELE VASCONCELOS ALBINO

GEOESPAÇO, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O MODELO DE VAN HIELE: IDENTIFICANDO PROPRIEDADE DOS PRISMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado em Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 04 / 12/ 2019.

BANCA EXAMINADORA

Kátia Maria de Medeiros

Profª. Drª. Kátia Maria de Medeiros (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Isabella S. Duarte

Prof. Me. Isabella Silva Duarte
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Anderson de Araújo Nascimento

Prof. Me. Anderson de Araújo Nascimento
Secretaria de Educação do Estado da Paraíba (SEE-PB)

“Porque dEle, e por meio dEle, e para Ele são todas as coisas. A Ele seja a glória para sempre. Amém!”
Romanos 11: 36

AGRADECIMENTOS

Eu não teria chegado até aqui, um momento tão crucial e marcante na minha vida, se não fosse a misericórdia e a graça soberana de Deus. Aquele que criou o céu e a terra olhou para mim sendo pobre e pecadora com amor e bondade, me permitiu viver experiências enriquecedoras, que mostraram a todo tempo o cuidado e proteção sobre a minha vida e por fim concluir essa etapa com êxito. A Ele seja toda honra e glória, sem Ele eu nada sou.

A minha família, que tanto me apoiou, não medindo esforços para que eu chegasse ao final desse curso, todos de alguma maneira fizeram parte dessa conquista. Em especial ao meu pai, Hudemberg Manoel, que sempre acreditou em mim e me incentivou a ir além, que todos os dias levantou cedo para ir me levar até o ponto de ônibus e nem um dia se quer reclamou, sem ele eu não teria conseguido. À minha mãe, que todos os dias se preocupou comigo e não mediu esforços para o meu bem estar.

Ao meu namorado, Lucas Carneiro, pelo companheirismo, dedicação e amor fornecidos durante todo esse tempo, que me ajudou nos momentos de desesperos, não me deixou desistir e incentivou a conquistar sempre mais, não pensou duas vezes em me ajudar e esteve sempre ao meu lado. Obrigada por tanto amor e paciência.

A todo o corpo docente que compõe do Departamento de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, que me formaram como profissional. Um destaque especial para a professora Kátia Maria de Medeiros que, desde o início, me deu oportunidade para me engajar na pesquisa e extensão e crescer profissionalmente com experiências imprescindíveis.

Aos meus amigos e companheiros de estrada, que acompanharam de perto essa caminhada. Em especial a Yalorisa Andrade, que esteve desde o início a meu lado, me incentivando, motivando e me fazendo crescer como profissional e como pessoa. Aos amigos Igor Mateus, William Porto e Renner da Silva que, sendo tão inteligentes, me ajudaram sempre que precisei.

A todos de maneira geral meu muito obrigada e eterna gratidão!

RESUMO

Diante da realidade que encontramos nas escolas brasileiras é possível afirmar que, na maioria das vezes, o ensino de Geometria é deixado de lado, e muitas vezes esquecido. No entanto, essa área da Matemática merece toda a atenção, tendo em vista que a mesma está tão presente na realidade, seja com aspectos da Geometria Plana ou da Geometria Espacial. Tendo em vista que na maior parte os estudantes não têm o contato com a Geometria, esta identificação com a realidade torna-se mais dificultosa. Apesar disso, muitas metodologias diferentes e atrativas, além de outros materiais que também podem contribuir, são temas de pesquisas hoje em dia, os quais podem proporcionar um ensino de qualidade no âmbito da Geometria. Tendo isto em vista, realizamos uma pesquisa de cunho qualitativo e que teve por objetivo geral analisar resoluções de problemas no ensino de prismas através do uso do Geoespaço e do modelo de Van Hiele. Para tanto trabalhamos com uma turma de 9° ano de Ensino Fundamental da rede pública municipal de Campina Grande – PB, com estudantes entre 14 e 15 anos, realizamos um estudo de caso com uma dupla que apresentou um bom desenvolvimento nas atividades e analisamos com base no modelo de Van Hiele. Com isso, pudemos identificar as eficácias da utilização do Geoespaço para a compreensão dos elementos da Geometria Espacial, como trazer esse material para a sala de aula chamou a atenção dos estudantes e permitiu que eles se envolvessem na atividade proposta. Além disso, por meio do modelo de Van Hiele,foi possível identificar os níveis da dupla antes e após as atividades, apresentando uma evolução ao final das resoluções dos problemas. Portanto, concluímos que é de suma importância abordar conteúdos de Geometria em sala de aula e isso não de maneira superficial, mas de forma coerente, eficaz e atrativa aos estudantes.

Palavras-Chave: Geoespaço. Modelo de Van Hiele. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

Given the reality that we find in Brazilian schools, it is possible to assert that, in most cases, the teaching of geometry is left aside, and often forgotten. However, this area of mathematics deserves all the attention, since it is so present in reality, whether with aspects of Plane Geometry or Spatial Geometry. Given that most students do not have contact with geometry, this identification with reality becomes more difficult. Nevertheless, many different and attractive methodologies, as well other materials that can also contribute, are research subjects today, which can provide quality teaching in the field of geometry. With this in mind, we conducted a qualitative research that had as general objective to analyze problem solving in the teaching of prisms through the use of Geospace and the Van Hiele model. We worked with a 9th year elementary school class, from the municipal public school of Campina Grande - PB, with students between 13 and 14 years old, we conducted a case study with a pair that showed a good development in the activities and we analyzed based on in the Van Hiele model. With this, we were able to identify the effectiveness of using Geospace to understand the elements of Spatial Geometry, how bringing this material into the classroom caught the students' attention and allowed them to get involved in the proposed activity. In addition, through Van Hiele's model, it was possible to identify the levels of the pair before and after the activities, presenting an evolution at the end of problem solving. Therefore, we conclude that it is of highly importance to approach Geometry contents in the classroom and not in a superficial way, but in a coherent, effective and attractive way to the students.

Keywords: Geospace. Van Hiele model. Troubleshooting.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Geoespaço.. 23
Figura 2 – Estudantes tendo o primeiro contato com o Geoespaço 39
Figura 3 – Registro do grupo de Marcos para a primeira questão..................... 40
Figura 4 – Grupo de Leo resolvendo o problema proposto 41
Figura 5 – Registro do grupo de Leo 41
Figura 6 – Registro do grupo de Marcos.. 42
Figura 7 – Registro do grupo de Leo... 42
Figura 8 – Registro do grupo de Leo.. 43
Figura 9 – Registro do grupo de Marcos... 44
Figura 10 – Registro do grupo de Marcos... 44
Figura 11 – Registro do grupo de Leo.. 46
Figura 12 – Registro do grupo de Leo.. 47
Figura 13 – Registro do grupo de Marcos.. 49
Figura 14 – Registro do grupo de Marcos.. 49
Figura 15 – Registro do grupo de Leo 50

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 11
2 OBJETIVOS 13
2.1 Objetivo Geral 13
2.2 Objetivos Específicos 13
3 REVISÃO DE LITERATURA 14
3.1 O Ensino de Geometria 14
3.2 Utilização do Geoespaço na sala de aula 19
3.3 A resolução de problemas na aula de Matemática 24
3.4 O Modelo de Van Hiele e o ensino-aprendizagem de Geometria 29
4 METODOLOGIA 33
5 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO INICIAL 35
6 ESTUDO DE CASO DE MARCOS E LEO 38
7 RESULTADOS E DISCUSSÕES 54
8 CONCLUSÃO 57
REFERÊNCIAS 59
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL 62
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO INICIAL DE LEO 63
APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO INICIAL DE MARCOS 64
APÊNDICE D – ATIVIDADE 01 65
APÊNDICE E – COMPLEMENTO DA ATIVIDADE 01 66
APÊNDICE F – ATIVIDADE 01 DE LEO 67
APÊNDICE G – ATIVIDADE 01 DE MARCOS 68
APÊNDICE H – ATIVIDADE 02 69
APÊNDICE I – ATIVIDADE 02 DE LEO 70
APÊNDICE J – ATIVIDADE 02 DE MARCOS 71
APÊNDICE K – QUESTIONÁRIO FINAL 72
APÊNDICE L – QUESTIONÁRIO FINAL DE LEO 73
APÊNDICE M – QUESTIONÁRIO FINAL DE MARCOS 74

1 INTRODUÇÃO

A Educação no Brasil tem sofrido terríveis ataques que tornam o trabalho ainda mais dificultoso. No entanto, o problema não é atual é consequência de inúmeros descasos, tanto governamentais como de gestores nas escolas públicas e universidades. Como traz Pavanello (1993), os descasos com a educação e as consequências para a Educação Matemática o que nos leva a pensar também na nossa prática letiva como professores. No que diz respeito ao ensino de Matemática, pesquisas mostram como os professores tem deixado a desejar no ensino, apesar de que se melhorou em muitos aspectos, mas ainda precisa fazer muito mais.

Iremos nos ater em especifico ao ensino de Geometria que, por muitas vezes, é esquecido, deixado de lado pelos professores e escolas cursos de Licenciatura em Matemática, sendo que estes focam mais em aspectos formais, muitas vezes, não reconhecendo a sua importância para o desenvolvimento do estudante. Existem muitas justificativas para isso acontecer, dentre elas, podemos citar a falta de formação dos professores, que estão dentro da sala de aula, tanto com relação aos conteúdos geométricos como com relação às metodologias que podem contribuir para a aprendizagem, o fato do livro didático trazer o conteúdo no final do livro, levando o professor a deixar o mesmo por último e muitas vezes não dá tempo de ensinar.

Temos ainda o fato de as escolas não se posicionarem quanto aos conteúdos lecionados pelos professores dentro de sala, não exigindo assim, os geométricos, as escolas também, muitas vezes, não apresentam uma boa estrutura para que o professor possa trabalhar adequadamente com outras metodologias, dentre muitos outros problemas que são encontrados para o ensino de Geometria. E ainda de segundo Meira (2015), essa é uma realidade da grande maioria das escolas públicas brasileiras e não somente a nível nacional, mas também a nível internacional.

Nossa pesquisa tem a intenção de chamar a atenção dos professores para o ensino de Geometria, atentando para os conteúdos de Geometria Espacial, que são poucos ou quase nunca trabalhados dentro da sala de aula, e também para práticas letivas que proporcionam aos estudantes uma aprendizagem eficaz e prazerosa que, muitas vezes, é esquecida e dominada pelo ensino tradicional e rotineiro, que foca em procedimentos aritméticos e algébricos.

Para tanto, trazemos nesse trabalho a abordagem do ensino da Geometria, com aspectos históricos, dificuldades e benefícios mostrando para os professores atuantes na sala de aula de matemática a importância do ensino desse ramo da Matemática; em seguida tratamos desse ensino por meio de materiais de didáticos e manipuláveis, apresentando o Geoespaço um material pouco conhecido no Brasil, mas que apresenta muitos benefícios para o ensino de Geometria Espacial, que vamos utilizar para estudar os prismas e suas propriedades.

Para fazer o uso do material acrescentamos também uma metodologia conhecida, que é a resolução de problemas, muitas vezes confundida com a resolução de exercícios, então apresentamos a diferença entre problemas e exercícios, mostrando como essa tarefa pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo. Encerrando essa parte teórica, abordaremos um conhecido modelo, para análise dos resultados apresentados pelos estudantes na pesquisa, o chamado Modelo de Van Hiele. Este modelo também tem implicações didáticas, pois propicia que o professor identifique aspectos do pensamento geométricos dos estudantes, que vão ser importantes na elaboração e seleção de tarefas apropriadas a eles.

Por fim, apresentaremos os resultados da pesquisa, analisando-os com o modelo de Van Hiele.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Analisar se o uso do Geoespçao com o auxílio de atividades abordando a resolução de problemas contribui significativamente para a compreensão do conteúdo de prismas.

2.2 Objetivos Específicos

- Propor ao professor da turma selecionada a utilização do Geoespaço para o ensino de prismas;
- Examinar a evolução da compreensão do conteúdo dos prismas por meio da utilização do Geoespaço;
- Investigar o desempenho dos alunos em atividades envolvendo resolução de problemas;
- Verificar em qual o nível do Modelo de Van Hiele os alunos participantes da pesquisa podem ser classificados.

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1. Ensino de Geometria

Apesar de a Matemática ser uma importante disciplina para a vida escolar e social do ser humano, muitos apresentam dificuldades com o seu desenvolvimento. Prova disso são os baixos índices das escolas que representam a disciplina ou até mesmo as provas de avaliação do ensino básico, como a Prova Brasil, o IDEB mostra que nas últimas três edições da prova as escolas públicas e estaduais não conseguiram atingir a meta, apesar de apresentar pequenas evoluções. Não é novidade que o ensino e aprendizagem da Matemática têm diversas dificuldades para serem trabalhados nas escolas, isso permeia a disciplina como um todo e principalmente seus ramos.

A Geometria um dos ramos dessa disciplina e que é derivada de grandes descobertas, que tiveram como finalidade solucionar problemas do cotidiano, ainda assim apresenta muito mais obstáculos para o seu ensino, apesar de se mostrar tão presente no dia a dia. Apesar disso, sua importância é indiscutível, a mesma está presente em todos os lugares e temos aplicação direta com a nossa realidade.

> A forma como a Geometria vem sendo desenvolvida há muitos anos, tem gerado muitos impasses, por ser rotineiramente trabalhada de modo muito linear, convencional e, consequentemente, pouco significante. Mediante isso, os estudantes apresentam sérias dificuldades de visualizar, reconhecer e demonstrar. Assim, ensino e aprendizagem têm acontecido de forma descompactada, estando os aprendizes, muitas vezes, a generalizar casos particulares. (MEIRA, 2015)

O problema do ensino da Geometria é algo antigo, que é resultado de sucessivas negligências com o ensino de Matemática, bem como com a educação de maneira geral. A história nos conta que por muitas vezes foram discutidos quais os rumos seriam tomados referentes à educação matemática. Pavanello (1993) nos conta um pouco de como decorreu esse abandono da Geometria apresentando uma bela explanação sócio-política-econômica que permeou o Brasil desde séculos atrás.

De acordo com a mesma, muitos fatores da história do nosso país influenciaram na história do ensino da matemática. Dentre esses fatores encontramos as escolas privadas e as escolas públicas, onde eram, respectivamente, classificadas como a escola que ensina geometria era a escola da elite e a escola que não ensina geometria era a escola do povo. No entanto, essa diferenciação e tantas outras prejudicavam a formação dos estudantes e posteriormente daqueles que ingressariam em universidades e cursos que necessitassem de um pouco mais de conhecimento geométrico.

Além disso, Pavanello (1993) adverte que ensinar apenas álgebra, ou a parte algébrica da matemática, torna a formação do estudante incompleta e prejudica o mesmo no desenvolvimento do pensamento matemático que vai auxiliar ele na resolução de problemas práticos. E ainda quando o estudante aprende apenas a parte algébrica ele passa, na maioria das vezes, a realizar operações de maneira repetitiva sem questionar sobre o que ele está fazendo.

É comum encontrarmos pesquisas relacionadas ao ensino de geometria e na maioria delas está presente o fato de que a geometria é ensinada de maneira incoerente, isso quando ela é ensinada, pois inúmeras escolas deixam de lado essa parte da matemática que é tão importante e está tão presente na nossa realidade. Por exemplo, na pesquisa de Souza (2016), o professor da turma selecionada confessa que geralmente não aborda o conteúdo de Geometria e também o corpo docente da escola em que ele trabalha prefere dar prioridade a conteúdos que caem no Enem.

Temos ainda o livro didático que na maioria das vezes traz os conteúdos geométricos no final do livro e contendo apenas um conjunto de definições, propriedades e fórmulas, sem nenhum sentido, desligadas da realidade e até mesmo da própria Matemática. Pesquisas mostram que os conteúdos de geometria são selecionados conforme os professores acham importantes e por isso os estudantes não aprendem o conteúdo por completo. “Se um tópico não é ensinado, ele não é aprendido.” (USISKIN, 1994)

Além disso, essa falta de atenção para os conteúdos geométricos advém da formação dos professores, pois quando eles não têm uma boa base do que vão ensinar, consequentemente, o ensino é fraco e cheio de lacunas. Nessas mesmas pesquisas, encontramos que isso é uma realidade comum aos professores de Matemática, o fato de não compreender o conteúdo e por consequência não apresenta-lo ao estudante. De acordo com Kaleff (2017), a formação de professores de matemática, geralmente, é marcada por procedimentos didáticos expositivos e as questões pedagógicas são esquecidas, tornando assim a formação do docente incompleta.

E ainda existem fatores que precisam ser combatidos para um melhor ensino e aprendizagem da Geometria, um deles é a má distribuição dos conteúdos. É necessário que haja uma distribuição dos conteúdos de geometria e álgebra, pois ambos estão interligados e apesar do estudante ter dificuldades com a álgebra isso não o impede de ver a geometria, o professor sabe que haverá estudantes que vão se dar muito bem em um e no outro não.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de Geometria deve ser pautado em desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes, que é muito importante para construir conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. “A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas.” (BNCC, p.272). Ou seja, a Geometria exige do estudante um pensamento diferente do que ele vai produzir quando ele está resolvendo problemas de Álgebra, por exemplo, ele não vai mais pensar somente em um resultado numérico, mas em um significado para tal resultado, então não é suficiente que o estudante domine a parte algébrica para compreender a parte geométrica e sim que ele tenha o pensamento geométrico desenvolvido, para entender e resolver problemas de Geometria.

> Aqueles que procuram um facilitador de processos mentais encontrarão na Geometria o que precisam: prestigiando o processo de construção do conhecimento, a Geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar. (LORENZATO, 1995, p.6)

Com isso, o ensino de Geometria precisa ser inovador e proporcionar ao estudante uma aprendizagem prazerosa, para tanto existem muitas metodologias que podem proporcionar isso dentro da sala de aula de Matemática. Nesse ambiente o professor deve exercer um papel de orientador da aprendizagem, o mesmo deve conduzir o estudante a compreender o conteúdo desejado, propondo a eles a descoberta do próprio aprendizado, além disso, é necessário conter um material adequado e saber utilizá-lo corretamente.

Um aspecto importante que deve ser lembrado é a visualização dos conteúdos, ou seja, a visualização dos objetos geométricos é um contribuinte para a aprendizagem. Muitos professores fazem o uso da visualização para ensinar geometria e muitos não tem a dimensão da contribuição disso para a aprendizagem de geometria, principalmente quando tratamos de objetos espaciais, a mesma por si só não é muito contribuinte, mas se acompanhada de uma reflexão pode trazer grandes aprendizagens para os estudantes. Além do mais é uma atividade complexa que deve ser moldada para que vários elementos sejam desenvolvidos, entendidos e aprendidos a utilizar.

De acordo com Rodríguez (2006), a relação da visualização com a geometria se torna mais estreita quando tratamos de geometria espacial, pois a mesma requer uma relação com a geometria plana e a quando identificamos aspectos do plano facilitamos o entendimento do objeto espacial, ou seja, representações planas de corpos espaciais são essenciais para o ensino e aprendizagem da geometria.

Para tanto temos inúmeras metodologias que apresentam resultados eficazes na aprendizagem, dentre elas temos o uso de materiais manipuláveis que permitem uma melhor visualização e manipulação dos conteúdos geométricos. Além de tudo, é importante que os mesmos sejam trabalhados desde as séries iniciais, então o quanto antes os estudantes têm o contato com esses conteúdos mais eles apresentam bons resultados. Lembrando sempre que a intenção não é gerar apenas um conhecimento superficial, mas estimular os estudantes a pesquisar, interagir, questionar e refletir diante de tudo o que for sendo desenvolvido.

Kusuki (2014), relata ao final da sua pesquisa o quanto é importante o planejamento por parte do professor, como a escolha da metodologia e das tarefas a serem trabalhadas podem levar os alunos a uma aprendizagem mais ativa, incentivando o pensamento crítico e analítico como sugere o próprio pesquisador.

Estudiosos afirmam que a comunicação dentro de sala pode ser um fator contribuinte para a aprendizagem e por isso faz-se necessário que os professores trabalhem com isso dentro de sala de aula. Dessa forma a comunicação pode se desenvolver através do uso de material concreto ou manipulável. O uso desse material possibilita fazer a ligação da abstração da Matemática com aspectos do mundo real, facilitando assim a aprendizagem e compreensão dos estudantes.

> É importante destacar que a utilização de materiais manipuláveis deve ser planejada levando em consideração as vantagens e desvantagens do material que será usado, assim como os objetivos da atividade que será proposta, pois cada um deles possui limites para sua utilização (SOUZA, 2016)

Utilizar o material manipulável em sala nem sempre é sinônimo de uma boa aprendizagem e nem de que vai ocorrer aprendizagem, por isso o professor precisa estar ciente do seu papel dentro de sala sabendo que o material também não irá substituir o mesmo. Além disso, o professor precisa escolher o material de maneira cuidadosa, planejando quais atividades deseja fazer com o mesmo e sabendo quais os seus objetivos para usar esse material, considerando que ele será um auxilio dentro de sala.

Muitas escolas não dispõem de materiais específicos, uma estrutura adequada ou a quantidade necessária, mas isso não é um obstáculo impeça a utilização dessa metodologia em sala, pois existem diversas formas econômicas de fazer os mesmos. Isso pode atrair ainda mais os estudantes a aprender geometria, pois eles construirão seu próprio material. Segundo Rodríguez (2006), existe muitas formas fáceis e baratas que podem ser uma solução parcial para esse problema que tornam possível estudar várias propriedades e conceitos geométricos.

Devido à importância da Geometria dentro da vida em sociedade e da vida escolar dos estudantes faz-se necessário que o ensino e aprendizagem ocorram de maneira eficaz. Desenvolvendo nos estudantes capacidades importantes a serem estimuladas, como a visualização, verbalização, organização lógica do pensamento, aplicação dos conhecimentos em diferentes situações. Portanto, o ensino geométrico precisa estar presente em sala de aula e proporcionar que os estudantes façam a integralização com os demais conteúdos matemáticos podendo ajudar na melhor compreensão de todos eles.

Existem muitos outros impasses que refletem no ensino e aprendizagem da Matemática como um todo, a exemplo o pouco tempo de aula, a necessidade de cumprir aquela carga horária do plano da escola, os estudantes pensando em apenas serem aprovados, mesmo com pouco conhecimento, tudo isso reflete num ensino frustrado e que não apresenta aos estudantes uma maior noção do que realmente é a Matemática.

> Temos nossos deveres enquanto educadores e entre tais está a responsabilidade de seguirmos em busca de meios que possam favorecer o andamento das aulas, possibilitando a diminuição das dificuldades apresentadas pelos estudantes em diversos conteúdos da Matemática. (MEIRA, 2015)

Apesar de serem realizadas muitas pesquisas e estudos dentro desse meio acadêmico, no ambiente escolar ainda encontramos muitos obstáculos para o ensino da Geometria. No entanto, é necessário que possamos dar o nosso melhor para minimizar essa realidade e apresentar aos estudantes a geometria desde as séries iniciais, onde a partir de então eles terão o contato com a disciplina e poderão compreender as características e formas geométricas.

De acordo com o Documento Curricular da Paraíba (2018), o ensino da Matemática, de maneira geral deve ser pautado em resoluções de problemas, na valorização da oralidade, escrita e experiências dos alunos, além de fazer o uso das tecnologias e dentre outras sugestões importantes para que esse ensino se torne ainda mais eficaz e contribua para a aprendizagem dos alunos. No que se refere ao pensamento geométrico, em específico, o documento da base para um ensino e aprendizagem voltados para o desenvolvimento desse pensamento, objetivando que os alunos consigam estabelecer relações com o seu cotidiano e sua realidade.

> O estudo da posição e deslocamentos no espaço e o das formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (2018)

É importante que nas aulas de geometria sejam sempre relacionados esses dois aspectos no plano e no espaço, para que os estudantes possam desenvolver esse pensamento geométrico. O Geoespaço, material que utilizamos na pesquisa, permite que os estudantes possam visualizar essa relação a partir do momento que eles constroem prismas, pirâmides ou outros sólidos geométricos, pois o mesmo permite a visualização completa do sólido. Com isso, quando propomos para os estudantes resolverem problemas que envolvam contextos do cotidiano deles, o Geoespaço auxilia os mesmos a encontrarem mais claramente a resolução e compreenderem melhor o conteúdo.

3.2 A utilização do Geoespaço na sala de aula

O uso de materiais didáticos no processo de ensino aprendizagem é algo bastante importante, se utilizado de maneira correta traz uma aprendizagem eficaz. De acordo com vários autores, os materiais didáticos podem ser diferentes objetos que auxiliem no ensino, desde os mais simples até os mais sofisticados. Com essa enorme variedade cabe ao professor conhecer cada um e também o momento em que cada um deve ser utilizado. Podemos encontrar esses materiais no chamado

Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Sabemos que nem todas as escolas possuem um laboratório especifico para trabalhar conteúdos matemáticos, mas como dito anteriormente os materiais didáticos podem ter os mais diversos valores e características, desde que o mesmo transmita algum conhecimento para o estudante.

> O LEM, mesmo em condições desfavoráveis, pode tornar o trabalho altamente gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o estudante, se o professor possuir conhecimento, crença e engenhosidade. Conhecimento porque, tendo em vista que ninguém ensina o que não sabe, é preciso conhecer matemática, mas também metodologia de ensino e psicologia, enfim, possuir uma boa formação matemática e pedagógica; crença porque como tudo na vida, é preciso acreditar naquilo que se deseja fazer, transformar ou construir; e engenhosidade porque, muito frequentemente, é exigida do professor uma boa dose de criatividade, não só para conceber, planejar, montar e implementar o seu LEM, como também para orientar seus estudantes e transformá-los em estudantes e, de preferência, em aprendizes também. (LORENZATO, 2009, p. 7)

É necessário compreender também que esses instrumentos não substituem a atuação do professor, assim como não garantem um bom rendimento dos estudantes, não basta apenas o professor dispor de bons materiais para tornar compreensível para os estudantes o conteúdo. Pelo contrário, é necessário haver um planejamento, conhecimento do material, domínio do conteúdo e dentre outros aspectos, abordados mais adiante.

Segundo Kusuki (2014), dentro do Laboratório de Ensino de Matemática podemos encontrar diferentes materiais didáticos, podemos dizer que eles têm duas classificações, aqueles que não permitem modificações, ou seja, que são utilizados mais para observações e ainda aqueles que são mais dinâmicos e permitem transformações. Dentre os que não permitem podemos ter as representações figurais e os sólidos geométricos, estes têm sempre as mesmas características, são de muita importância também no ensino, mas não podem ser modificados em nenhum aspecto, servem apenas para a visualização. Enquanto os dinâmicos são os que permitem transformações, como o Geoplano, Geoespaço, Material Dourado e outros, podem ajudar os estudantes a fazer novas descobertas conforme ele vai construindo sua aprendizagem.

De acordo com Kusuki (2014), o uso do material manipulável em sala de aula facilita a observação e a análise desenvolvendo o raciocínio lógico, crítico e científico. Ou seja, com esse material o estudante pode construir o seu conhecimento em geral, fazendo diversas observações que dificilmente seriam feitas sem a utilização desse material. No entanto, todas essas construções são diretamente dependentes do material que o professor escolheu para usar em sala.

O momento da escolha do material é determinante, o professor precisa planejar bem o momento e saber a importância daquele material para o ensino de determinado conteúdo. Conforme Lorenzato (2009) sugere muitos aspectos devem ser observados para a escolha do material, como o momento da utilização, qual o mais apropriado, como ele vai ser utilizado, ou seja, o professor precisa ter a metodologia que será utilizada bem planejada para que o ensino aconteça de forma eficaz, mesmo sabendo que apenas o uso desse material não determina a aprendizagem dos estudantes.

Além disso, se faz necessário ter conhecimento da turma também, saber em que nível se encontram os estudantes para, a partir dele decidir qual o material mais adequado para ser utilizado com os mesmos. Se um aluno tem um conhecimento avançado e o professor utiliza um material que não vai estimular a curiosidade dele ou que não vai ajudar o aluno a pensar matematicamente, de nada vai adiantar o material pois o aluno poderá fazer isso sem o uso dele. Então é importante que o professor conheça a turma para que possa escolher adequadamente o material.

Outro aspecto importante tratado por Lorenzato (2009) que deve ser levado em conta é a relação do material com o conteúdo, pois o objetivo da utilização desses instrumentos em sala é a aprendizagem de determinados conteúdos então é necessário que eles tenham relação com o que está sendo trabalhado em sala de aula. O professor não deve levar um material para a sala de aula de maneira isolada, a não ser que seja para ter um momento diferente com os estudantes ou algo mais dinâmico, mas de maneira geral é adequado que o material proposto tenha relação com o conteúdo para que o aluno entenda melhor o mesmo e torne sua aprendizagem mais eficaz.

Os materiais manipuláveis devem ser um auxiliador tanto do professor como do estudante, isso não significa que por fazer o uso do mesmo o aluno vai aprender o conteúdo mais rapidamente, o material não é garantia de aprendizagem, mas pode facilitar a mesma. Portanto, o professor deve ter em mente que o material pode ser um ajudador ou não e que a aprendizagem irá depender da vontade do estudante em aprender e do professor utilizar corretamente o material.

“O modo de utilizar cada material didático depende fortemente da concepção do professor a respeito da matemática e da arte de ensinar.” (KUSUKI, 2014). Isto é, se o professor compreende que a matemática é apenas utilizar regras e fórmulas com a finalidade de apenas resolver atividades e avaliações, o único material que ele estará utilizando em sala é o quadro negro.

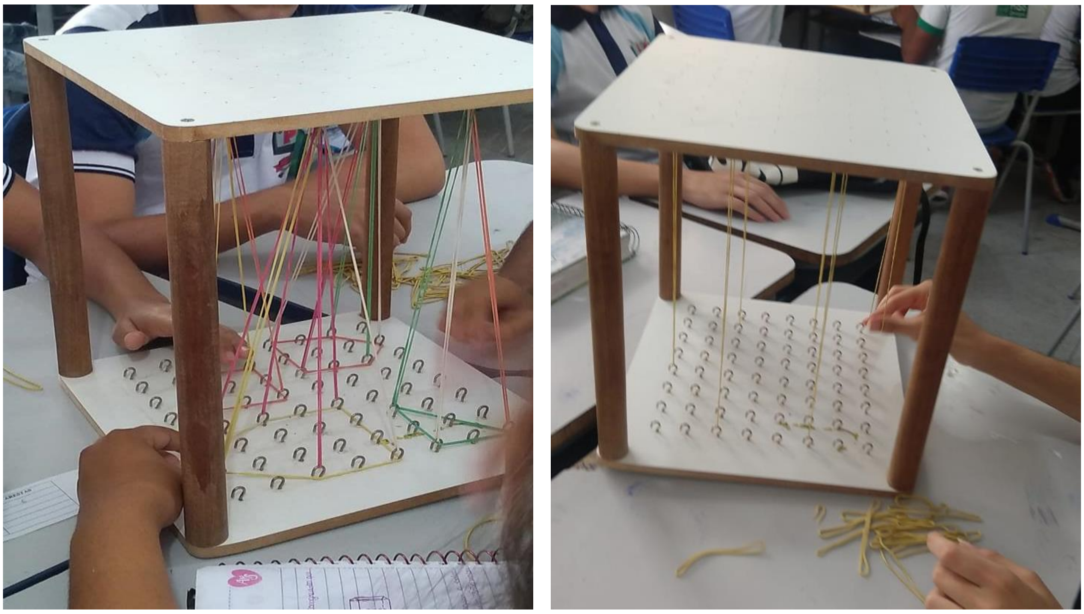
Com isso Kusuki (2014) destaca alguns cuidados básicos a serem tomados para a utilização do material, como dar um tempo aos estudantes para conhecer o material, incentivar a troca de ideias entre os estudantes, mediar quando necessário à resolução das atividades sempre por meio de perguntas e questionamentos que permitam o estudante analisar por outro aspecto, escolher um material criteriosamente e conhecê-lo bem, planejar com antecedências as tarefas, além de estimular os estudantes a construir o material e também o auxilio de outros professores.

É compreensível que existem muitas dificuldades para fazer o uso dos materiais em sala de aula, porque muitas vezes os estudantes e a escola não têm um incentivo para que esses materiais sejam inclusos em sala ou até mesmo as escolas não dispõem desses objetos. Porém, uma das soluções e que pode permitir muito mais aprendizado é a construção do material por parte dos próprios estudantes, sempre com a supervisão do próprio professor. Existem muitos que podem ser construídos de maneira sustentável, permitindo que os estudantes com pouco custo construam seu próprio material, contribuindo também para a construção do seu conhecimento, pois também é possível aprender por meio da confecção do material.

Um exemplo de que é possível construir instrumentos de baixo custo e que é possível realizar dentro de sala de aula é o Laboratório de Ensino de Geometria, do Departamento de Geometria da Universidade Federal Fluminense (UFF) em Niterói (RJ). Juntamente com a coordenadora do laboratório, uma equipe de futuros professores desenvolve pequenos artefatos, como ábacos artesanais, geoplanos, diversos tipos de quebra-cabeça, aparelhos de desenho e outros. E ainda na confecção desses instrumentos, eram utilizados materiais de baixo custo como canudos plásticos, linhas, papeis, pregos, arames e muitos outros. (KALEFF, 2017)

Dentre uma gama de materiais que podem estar presentes em um LEM, temos um material manipulável pouco conhecido pelos professores que é o Geoespaço, ele é composto de duas placas de madeira ou acrílico, quatro cantoneiras que dão sustentação a essas placas, nelas contém uma espécie de malha quadriculada, onde têm pequenos ganchos fixados nos vértices dos quadrados. Esse modelo foi simplificado por dois professores do LEM da UFF que foram apresentados a um material semelhante para o estudo de prismas e pirâmides.

Figura 1 – Geoespaço



Fonte: Arquivo pessoal

Esse material pode contribuir em muito para o ensino e aprendizagem da Geometria Espacial, pois possibilita a visualização tridimensional dos sólidos geométricos, o que facilita a compreensão que muitas vezes fica obscurecida por desenhos feitos no quadro. “O Geoespaço é um dos recursos que pode auxiliar no trabalho de geometria espacial, desenvolvendo atividades que envolvam a análise de sólidos geométricos.” (KUSUKI, 2014).

Este material de uso tanto do professor como do estudante, pode ser trabalhado através de atividades investigativas, resoluções de problemas e outras conforme o planejamento do professor. Lorenzato (2009) nos apresenta o Geoespaço quadrangular e o circular que se diferencia nos sólidos geométricos que pode ser construído em cada um, um pode construir, por exemplo, prismas e pirâmides enquanto o outro possibilita a construção de cilindro e cones.

Além disso, é possível relacionar que os estudantes relacionem objetos encontrados no dia a dia com os construídos no Geoespaço, como caixas ou embalagens de diferentes formatos. Portanto, tornando a aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial mais compreensíveis e facilitando a aprendizagem.

3.3 A Resolução de Problemas na sala de aula de Matemática

O ensino de Matemática é uma tarefa muito complexa que exige dos professores um domínio e clareza dos conteúdos, uma visão bem estruturada da aprendizagem dos estudantes e entre outros preceitos que permeiam o ensino da disciplina. Além disso, ainda é cobrado desses profissionais um ensino de qualidade e que seja eficaz, contribuindo para a aprendizagem dos estudantes, para tanto existem pesquisas que objetivam mostrar algumas práticas matemáticas que contribuem para um ensino e aprendizagem de qualidade.

Como por exemplo Medeiros (2019), que nos apresenta uma experiência extensionista com futuros professores, onde eles utilizam materiais manipuláveis, formulação e resolução de problemas, mostrando a importância da utilização dessas metodologias e dos excelentes resultados apresentados.

De acordo com NCTM (2015), existem algumas práticas que contribuem no ensino eficaz de matemática, quebrando o paradigma do ensino tradicional. São elas o estabelecimento de metas focadas na aprendizagem, implementação de tarefas que promovem o raciocínio e a resolução de problemas, o uso e vinculação de representações matemáticas, favorecimento do discurso matemático significativo e dentre outras práticas apresentada pelos autores.

> O ensino eficaz da matemática envolve os estudantes em tarefas de solução e análise que promovem o raciocínio matemático e a solução de problemas, além de permitir várias maneiras de abordar problemas e existem estratégias de resolução variadas. (NCTM, 2015)

A resolução de problemas é uma tarefa que pode ser utilizada dentro da sala de aula de Matemática e trazer muitos benefícios para a aprendizagem dos estudantes. No entanto, sua utilização em sala é escassa e na maioria das vezes confundida com resolução de exercícios, o que é totalmente diferente da resolução de problemas. E ainda, muitas são as dificuldades dos estudantes para compreensão dos conteúdos e isso reflete na realização dessa tarefa, pois a mesma requer de conhecimentos prévios, embora utilize também conteúdos apresentados recentemente para cada estudante.

Além disso, a mesma é um processo de descobertas onde o estudante vai utilizar seus conhecimentos prévios para aprender novos conceitos e tornar esse momento desafiador e prazeroso, quando isso não acontece, significa que a resolução de problemas está se tornando um simples exercícios, onde o estudante resolve de maneira mecânica, apenas repetindo procedimentos e essa não é a função dessa tarefa, mas proporcionar ao estudante uma aprendizagem eficaz e com sentido.

Essa tarefa deveria estar presente no ensino das crianças desde suas series iniciais, quando elas já fossem capazes de interpretar textos e situações, pois desde então as mesmas iriam desenvolvendo suas capacidades investigativas e criando suas próprias estratégias. E ainda, é possível ao professor trabalhar com essa metodologia em sala de aula em qualquer nível, sempre respeitando o tempo dos seus estudantes e suas compreensões, porém vemos que a escolha da grande maioria é sempre trabalhar com procedimentos e conceitos já pré-definidos.

A resolução de problemas é uma metodologia muito discutida dentro dos ambientes acadêmicos, pois a mesma é muito utilizada dentro de sala de aula, apesar de muitas vezes ser confundida com resolução de exercícios. Além disso, os problemas devem estar presentes nas aulas de Matemática, pois os mesmos são ótimos instrumentos para a aprendizagem. No entanto, é necessário que o professor se planeje bem e não apenas dê os problemas aos estudantes e eles que resolvam sozinhos, o professor precisa auxiliar o estudante nesse momento. Como sugere Souza (2016), que os professores planejem bem as atividades, proponham problemas desafiadores, estimulem o uso de diferentes estratégias para solucionar o mesmo problema, comtemplando o potencial criativo dos alunos.

De acordo com Vale e Pimentel (2016), a resolução de problemas está sujeita a diversos aspectos do ensino de Matemática como os conhecimentos prévios dos estudantes, a forma como eles representam e utilizam os mesmos, o fato de ele darem muita ênfase aos cálculos e não se importarem com os seus significados, tudo isso influência no uso final dessa metodologia, pois o professor precisa estar preparado para diversas situações.

Assim como toda atividade a ser realizada dentro de sala de aula necessita de planejamento e organização da mesma forma acontece com a resolução de problemas, pois o professor precisa estar preparado para as situações que possam surgir dentro de sala de aula e a probabilidade de isso acontecer é muita, pois utilizar essa tarefa vai gerar nos estudantes muitas dúvidas e pensamentos para a resolução e criação das estratégias, que pode levar a criação de novos problemas e assim sucessivamente, sempre apresentando novos rumos e para isso o professor precisa estar pronto para dar o suporte necessário a todos os estudantes.

Além disso, quando trabalhamos com essa metodologia dentro da sala de aula de Matemática o conteúdo e a disciplina passam a fazer mais sentido para os mesmos, pois podem envolver elementos que estão presentes no cotidiano.

> Tenho convicção de que o estudante aprende a resolver problemas resolvendo problemas de qualidade. O treinamento, aliado ao contato com problemas fora dos padrões, estimula o estudante a exercer suas faculdades de resolução de problemas. (MILAUSKAS, 1994)

Um ponto importante da resolução de problemas é o desenvolvimento da mesma, muitas vezes não importa nem o resultado final, mas todo o processo que levou até a resposta final é nesse processo que pode ocorrer à aprendizagem do estudante. Para isso é necessário que os professores elaborem problemas criativos, que chame a atenção dos estudantes e os levem a ter curiosidade para resolver o problema. De acordo com Milauskas (1994), o professor precisa ter um controle de onde e como o problema é utilizado, se há a necessidade de pistas ou que o trabalho seja feito em grupo.

Polya (1995) foi um grande pesquisador da resolução de problemas e segundo ele existem quatro fases para facilitar a resolução do problema. São elas: compreender o problema, delinear um plano; desenvolver esse plano e, por fim, avaliar os resultados. Ou seja, apesar de parecer uma receita em que seguindo os passos você chega ao resultado final, cada fase apresentada pode gerar novos problemas, assim novos conhecimentos e cada estudante com sua estratégia gera um novo desafio com isso ninguém repete apenas os mesmos passos de forma mecânica, mas pensa matematicamente para chegar a resolução final.

De acordo com Souza (2016), resolver problemas é envolver-se em uma atividade ou tarefa cujo método para se chegar à solução não é conhecido de imediato. Ou seja, sair dos métodos tradicionais de ensinos que muitas vezes se resumem a definições e exercícios, colocar os problemas inicialmente para incentivar o desconhecido nos estudantes e através disso ensinar as definições, e ainda permitir que os estudantes utilizem várias estratégias para chegar a solução desses problemas. Com isso, os professores devem se planejar bem para que as tarefas sejam desafiadoras, estimulem o uso de diferentes estratégias gerando a criatividade dos estudantes.

Além disso, a resolução de problemas pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio logico e ajudar eles a resolver situações do dia a dia. De acordo com Souza (2016), devemos priorizar mais do que a resposta correta, mas o procedimento até a mesma, pois é onde o estudante pode desenvolver uma reflexão. Para tanto, faz-se necessário que o professor saiba trabalhar com a metodologia pois tais problemas podem se tornar exercício e não apresentar resultados satisfatórios.

A resolução de problemas se diferencia da resolução de exercícios pelo fato de que os exercícios são resolvidos de maneira rápida e mecânica, e tem a função de fixar os conteúdos na memória, enquanto os problemas são resolvidos por meio de criação de estratégias e teste de conjecturas, entre outros aspectos fundamentais. Além disso, o professor não resolveu nenhum de antemão para que os estudantes só repitam os passos e cheguem rapidamente ao resultado final, o importante da resolução de problemas está também no processo e não somente no resultado final.

> Na metodologia da resolução de problemas os estudantes não se envolvem apenas em um processo de regras e procedimentos, mas são inseridos em um meio que provoca reflexão, desenvolvimento autônomo e interação, sendo, portanto, uma forma de os estudantes apresentarem características do seu pensar matemático. (MEIRA, 2015)

A resolução de problemas estimula a criatividade dos estudantes, pois requer que eles criem estratégias para a resolução. No ensino tradicional essa criatividade é, de certa forma, bloqueada devido à sua mecanicidade e praticidade, pois os estudantes apenas refletem o que o professor fez diante deles, não estimulando o pensamento matemático e crítico. De acordo com Meira (2015), o estudante nesse momento é apenas um mero reprodutor de procedimento, o que pouco ou nada desperta para a criatividade em Matemática.

Não é comum a utilização da criatividade nas aulas de Matemática isso porque na maioria das vezes as aulas são monótonas e com uma característica de exaustão. No entanto, a mesma deve ser estimulada, trazida para esse contexto de sala de aula, pois seus benefícios e contribuições são muitos, além de que ela fundamental na resolução de problemas, uma vez que possibilita a criação de diferentes resoluções, o que é importante para a aprendizagem Matemática.

Enquanto isso na resolução de problemas fazem o estudante pensar matematicamente e de maneira criteriosa, selecionando aquilo que é importante para o desenvolvimento da atividade. Gerando assim, uma aula dinâmica e significativa, que proporciona um ensino e aprendizagem eficazes.

> O fato de propor problemas pertinentes, segundo o interesse dos estudantes, pode deixar o ensino de Matemática mais interessante, uma vez que o estudante se sente mais envolvido e desafiado a resolver a situação proposta. (MEIRA, 2015)

Ou seja, trazer a Matemática para o contexto do estudante, isso torna a disciplina ainda mais prazerosa e com sentido real. Essa tarefa quando utilizada em sala de aula, pode proporcionar aos estudantes a descoberta de vários significados, podendo ser práticos da vida cotidiana ou até mesmo conceituais da própria Matemática. Quando o sujeito está diante do problema ele terá que pensar de diversas maneiras para conseguir chegar a uma possível solução isso é muito importante, pois trabalha no estudante o pensamento crítico e a reflexão acerca dos posicionamentos que ele toma frente ao problema.

> Quando pensamos a Resolução de Problemas como algo efetivamente prático, temos que pensar em toda sua composição. Os problemas devem ser inventados de modo a chamar os estudantes à sua resolução e construir seu conhecimento através dele. Cabe ao professor, o exercício de conhecer o cenário onde atuará bem como seus atores. Com isso buscará subsídios para criar sentidos e conceder significações aos conceitos envolvidos nos problemas. (ONUCHIC; LEAL JUNIOR, 2016, p.27-28).

Como dito anteriormente o planejamento do professor para a utilização da tarefa é algo extremamente importante. Pensando nisso, alguns autores sugerem aspectos que o professor deveria pensar durante o planejamento da atividade, como a proposição do problema, a leitura que os estudantes terão do mesmo, o incentivo que os estudantes devem receber durante a atividade, os registros das possíveis soluções, formalização do conteúdo e dentre outros.

Quando pensamos em Matemática, dificilmente fazemos alguma ligação com a leitura e interpretação de texto, apesar de serem essenciais para a disciplina, muitas vezes, são esquecidos e é dado apenas importância para os cálculos e resultados. No entanto, a leitura na resolução de problemas é importante para que os estudantes se envolvam no problema e passe a compreender o que ele deve fazer ou que posição ele irá tomar. Segundo Onuchic e Leal Junior (2016), quando a leitura é algo que traz aspectos da realidade dos estudantes ou da sua concepção de mundo que motivam os estudantes a se interessar, tornam a prática da resolução de problemas algo agradável e potencializador.

Estes mesmos autores nos trazem uma perspectiva interessante a se refletir a diferença entre a motivação e o interesse, conforme eles o interesse está ligado à atenção, no sentido de alcançar o que deseja, enquanto o motivo acontece dependendo da força para vencer as resistências que dificultam a execução do ato. É importante trazer isso para a resolução de problema, pois leva o professor a refletir quanto ao que ele trará para sala de aula, tendo em vista que ele terá de ter a atenção do seu estudante, mas isso está sujeito a não acontecer.

> Tornar o ambiente escolar um ambiente participativo, colaborativo e cooperativo, pode trazer contribuições ao despertar do interesse dos estudantes, bem como motivar o desenvolvimento de outras oportunidades e de outros movimentos, diferentes daqueles tradicionais e desestimulantes, haja vista que, os estudantes de hoje não se movem mais como os estudantes de outrora. (ONUCHIC; LEAL JUNIOR, 2016, p. 33).

3.4 O Modelo Van Hiele e o ensino da Geometria

O chamado modelo de Van Hiele foi desenvolvido por dois educadores holandeses, Dina van Hiele-Geldof e seu esposo, Pierre Marie van Hiele. Crowley (1994), nos conta que esses pesquisadores preocupados com a aprendizagem dos estudantes, que apesar de muito se esforçarem para compreender e fracassavam, desenvolveram esse modelo tendo em vista a aprendizagem desses estudantes acerca da geometria, com isso é possível saber como está o pensamento geométrico dos mesmos.

Conforme Crowley (1994), o modelo consiste em cinco níveis de compreensão. Os níveis são chamados de “visualização”, “análise”, “dedução informal”, “dedução formal” e “rigor”. De acordo com o modelo os estudantes vão percorrendo os níveis começando do mais básico que requer apenas a visualização até o mais dificultoso que trata da parte abstrata por meio de atividades que proporcionem esse aprendizado.

No nível básico denominado de *visualização* o estudante observa o espaço a sua volta e é capaz de reconhecer as figuras geométricas, saber diferenciá-las não em termos matemáticos, ou seja, definindo as propriedades Matemáticas existentes nas formas, mas de forma visual e podem reproduzir as mesmas sem dificuldade. Por exemplo, o estudante vê um quadrado e um retângulo ele sabe diferenciar visualmente e consegue reproduzir os mesmos, mas não sabe dizer que ambos possuem ângulos retos e lados paralelos.

No nível denominado de *análise* os estudantes começam a identificar os primeiros conceitos geométricos. Nesse caso depois da visualização os estudantes são capazes de identificar propriedades e usá-las para caracterizar a figura que está analisando, mas ele ainda não consegue relacionar as propriedades entre si e nem explicar isso. Diferentemente do que acontece no nível de dedução informal, onde os estudantes já conseguem relacionar as propriedades da figura e também com outras figuras, eles montam argumentos que classificam as figuras, mas de maneira informal, sem saber que estão definindo ou classificando as mesmas.

No nível de *dedução forma*l os estudantes passam a entender o que seria a dedução e não apenas isso, mas agora está apropriado para desenvolver demonstrações e de diferentes maneiras, além de poder discernir entre afirmações mais abstratas corretas e erradas acerca de propriedades das figuras. No último nível chamado de *rigor* os estudantes são capazes de ver a geometria no plano totalmente abstrato, porém esse nível é pouco alcançado pelos estudantes, com isso tem pouca atenção dos pesquisadores.

Diante disso, precisamos compreender que os estudantes devem passar pelos níveis de forma sequenciada para que o desenvolvimento seja proveitoso e os mesmos possam compreender os conteúdos adequadamente. Segundo Rodríguez (2006), cada nível possui uma linguagem apropriada com relação a termos e significados, tanto que podem ser diferentes dependendo do nível, por isso caso o professor trabalhe um nível diferente do que o estudante está inserido, ocorrerão problemas de comunicação e principalmente de aprendizagem.

> O modelo de Van Hiele propõe que a transição para um nível mais alto de raciocínio seja alcançada através da aquisição de experiência no uso dessa forma de pensar, dentro de um contexto de ensino apropriado que forneça aos estudantes a possibilidade de adquirir essa experiência. (RODRÍGUEZ, 2006, p. 18)

Além dos níveis para análise da aprendizagem dos estudantes os Van Hiele desenvolveram propriedades que podem auxiliar os professores na construção das suas metodologias de ensino. A primeira propriedade diz a respeito da sequência que deve acontecer no desenvolvimento dos estudantes, ou seja, todos devem passar por cada nível e os níveis precedentes devem estar sempre muito bem fixos no pensamento para que seja contribuinte para o avanço no próximo nível. A segunda diz respeito ao avanço ou não de cada estudante, nem todos irão avançar rapidamente e isso não depende totalmente do estudante, mas da forma como o professor está trabalhando dentro de sala.

Além disso, procurar uma forma de apenas treinar o estudante para que ele avance de nível não têm sentido, pois o estudante não irá aprender nada, pois não saberá o que está fazendo, pois os mesmos precisam compreender o que lhes é passado. E ainda, segundo Crowley (1994), nenhum método de ensino permite por si só ao estudante pular de nível, alguns métodos ajudam no processo, mas não são suficientes e podem causar o efeito contrário se não utilizados corretamente.

E ainda, quanto à outra propriedade marcante é a linguística, que trata da linguagem utilizada pelo professor para se referir a termos matemáticos, o que quer dizer que quando os estudantes estão num nível mais básico e o professor utiliza termos que sejam mais compreensíveis para os estudantes no próximo nível esses termos já não poderiam ser utilizados mais, pois os estudantes já tem uma compreensão maior acerca das propriedades e elementos geométricos.

> A linguagem, assim como os materiais criteriosamente escolhidos, desempenha um papel importante no desenvolvimento do raciocínio geométrico. É essencial que as crianças discutam sobre suas associações linguísticas para palavras e símbolos e que elas usem esse vocabulário. Essa verbalização exige que os estudantes articulem conscientemente ideias que, de outro modo, poderiam ser vagas e incompletas. Ela serve também para revelar ideais imaturas ou concebidas erroneamente. (CROWLEY, 1994, p.17)

Ainda mais os Van Hiele propuseram cinco fases da aprendizagem que são a interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e interação. Na interrogação o professor e estudantes tem um diálogo, tanto antes de desenvolver alguma atividade como durante, isso é importante tanto para o estudante, que vai entender melhor as direções que devem ser tomadas, como para o professor, que vai saber qual o nível que os estudantes se encontram. Quanto à orientação trata-se de atividades que proporcionem aos estudantes explorar o conteúdo e desenvolver habilidades.

A fase de explicação refere-se a quando os estudantes vão apresentar as suas visões e entendimentos acerca da atividade proposta, além de trocar ideias com os colegas e o professor, nesse momento o professor basicamente não faz muita coisa apenas observa os estudantes, pois esse é um ótimo momento para identificar em qual nível cada um se encontra. No momento da orientação livre, os estudantes são postos diante de atividades mais complexas para que eles possam descobrir por si mesmos que são capazes de resolver suas tarefas e isso pode acontecer de diferentes maneiras, o professor fica apenas para orientar quando necessário.

A última fase é a de integração onde os estudantes analisam o que aprenderam e somam com os conhecimentos já existentes, formando uma nova visão acerca do conteúdo visto e nesse momento o professo auxilia os estudantes na finalização dessa aprendizagem e pensamento. Com isso, os mesmos já podem ir para o nível seguinte e repetir todas essas fases para angariar novos conhecimentos.

> O modelo de pensamento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidos pelos Van Hiele propõem um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos estudantes e indicam caminhos para ajuda-los a avançar de um nível para outro. Ressalta-se o ensino, mais do que a maturidade, como o fator que contribui mais significativamente para esse desenvolvimento. (CROWLEY, 1994, p.18)

Para o professor a utilização do modelo pode ter duas perspectivas, uma que ele pode ser um guia para valorizar o progresso e estratégias dos estudantes e por outro lado uma referência para organizar as aulas com os conteúdos de Geometria. Ambas contribuem para um processo de ensino e aprendizagem da Matemática mais eficaz, onde o estudante e o professor podem ter uma relação agradável, tornando esse momento mais prazeroso.

4 METODOLOGIA

Nesta pesquisa apresentamos uma abordagem qualitativa, visando uma melhor descrição dos dados e focando principalmente no desenvolvimento da pesquisa e não somente no resultado final. De acordo com Bicudo (2012), a pesquisa qualitativa contém a ideia do subjetivo, na qual é apto a expor as sensações e opiniões. Para tanto realizamos a mesma na Escola Municipal Padre Antonino, na cidade de Campina Grande, no estado da Paraíba, durante o mês de Outubro.

Para a realização desse trabalho escolhemos uma turma de 9° Ano do Ensino Fundamental composta por 37 estudantes, com faixa etária entre 14 e 15 anos. Com relação à metodologia seguimos a seguinte sequência: Questionário Inicial, desenvolvimento das atividades com o Geoespaço, nesse momento, escolhemos a dupla que iria compor a dupla do estudo de caso, realizamos um Questionário Final e, por fim, análise dos dados de acordo com o modelo de Van Hiele.

Escolhemos para essa pesquisa o modelo de estudo de caso para coleta de informações mais precisas, tendo em vista que utilizando esse modelo poderíamos focar em determinado aspecto e descrevê-lo com mais detalhes, que neste caso seria a dupla com mais domínio de conteúdo e bom desenvolvimento na atividade proposta, assim podemos ver como as atividades propostas podem ter um contribuinte.

Segundo Forentini e Lorenzato (2012), o estudo de caso busca retratar a realidade de uma forma mais fidedigna possível, focando na interpretação ou análise de um objeto em específico, no contexto em que ele está inserido, porém não permite uma generalização, pois estamos tratando de um caso isolado. Portanto, esse modelo de pesquisa nos permite aprofundar sobre o tema pesquisado de forma mais detalhada.

No primeiro encontro com a turma, que aconteceu no dia 10 de outubro de 2019, aplicamos o Questionário Inicial (apêndice A), que tinha por objetivo analisar o nível de conhecimento dos estudantes com relação à geometria plana e um pouco da geometria espacial, e também identificar quais os seus conhecimentos prévios, para que fossem realizadas as demais atividades.

No segundo encontro no dia 24 de outubro de 2019, apresentamos o Geoespaço à turma, construímos alguns sólidos geométricos, mostrando suas diferenças, em seguida realizamos a primeira atividade com o uso do material, e identificamos também a dupla que iria compor o nosso estudo de caso, utilizando como critério de seleção, aqueles que tivessem um domínio maior do conteúdo ou seja, compreensão do conteúdo trabalhado na atividade e bom desenvolvimento da mesma.

No terceiro encontro, que aconteceu dia primeiro de novembro de 2019, realizamos a segunda atividade e pudemos ver como os estudantes se desenvolveram durante esse processo. Por fim, aplicamos o Questionário Final (apêndice K), objetivando identificar os conhecimentos adquiridos com a atividade e também como o Geoespaço contribuiu para o desenvolvimento da tarefa proposta, ele foi comparado com o inicial para identificar o nível que o estudo de caso estava inserido, de acordo com o Modelo de Van Hiele.

Visando uma pesquisa de qualidade, procuramos ter bastante cautela no processo de coleta de dados, para tanto, realizamos questionários no início e no final da pesquisa. De acordo com Forentini e Lorenzato (2012), há diversas formas de interrogar a realidade e coletar informações, dentre eles encontramos o questionário, que é um dos instrumentos mais tradicionais. “Além disso, eles podem ajudar a caracterizar e descrever os sujeitos do estudo.” (FORENTINI; LORENZATO, 2012)

Portanto, para a coleta de dados, foi aplicado inicialmente um questionário contendo 10 questões (apêndice A) para que pudéssemos identificar o nível de conhecimento dos estudantes e também seus conhecimentos prévios, de modo semelhante fizemos ao final, aplicando um outro questionário, com oito questões, para comparar com o primeiro e identificar o desenvolvimento dos estudantes, segundo os níveis de Van Hiele.

Com relação às resoluções dos problemas que os estudantes desenvolveram, foram coletados os registros escritos. Nos anexos apresentamos os registros dos estudantes do estudo de caso.

5 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO INICIAL

No primeiro encontro com a turma realizamos a aplicação do Questionário Inicial (apêndice A), tendo por objetivo identificar em qual nível do modelo de Van Hiele se encontravam os estudantes e também identificar os conhecimentos prévios dos alunos acerca do conteúdo de prismas, os questionários foram respondidos de maneira individual. Dessa forma os alunos Marcos (apêndice C) e Leo (apêndice B) nos chamaram a atenção, pois quando questionados acerca dos conteúdos vistos recentemente ambos responderam conteúdos semelhantes, como Teorema de Pitágoras comum a ser visto durante esse período na série em que eles se encontram, enquanto Marcos respondeu também o Volume, Leo falou sobre os prismas e seus cálculos.

As questões 2, 3 e 4 contidas no questionário se referiam à geometria plana, visando identificar quais os conhecimentos deles acerca desse aspecto da matemática, tendo em vista também que a geometria plana está diretamente ligada a geometria espacial. De acordo com Rodriguez (2006), quando identificamos aspectos do plano facilitamos o entendimento do objeto espacial, portanto seria importante que os alunos tivessem um conhecimento prévio acerca dessa perspectiva. Na questão dois, foi dado um polígono e solicitado que eles identificassem os elementos que seriam vértices, ângulos e lados, Marcos acertou parcialmente no caso do lado ele colocou “lado ou aresta”, porém aresta é a união de duas faces e nesse caso só vemos isso na Geometria Espacial e ele não sabia identificar ao certo o qual seria o da figura. Enquanto Leo respondeu corretamente a questão e não se confundiu em nenhum dos elementos.

Na questão três, a pergunta era acerca da classificação dos polígonos com relação aos lados para que eles explicassem e dessem exemplos, Marcos apenas deu os exemplos, não detalhou o porquê de ficarem aquelas nomenclaturas e Leo deixou a questão em branco. Na questão quatro os alunos agora tinham a representação do polígono e deveriam dizer suas nomenclaturas, os quatro primeiros eram os mais simples e conhecidos, a grande maioria da turma acertou, no entanto os quatro últimos eram mais complicados, por haver mais lados e então os estudantes se confundiram na hora de colocar sua nomenclatura. No que se refere à dupla escolhida, Marcos respondeu corretamente a maioria das figuras, deixou em branco apenas o polígono de 9 lados e Leo respondeu apenas 4, os três primeiros que eram triângulo, quadrado e pentágono, e também o último de dez lados, o decágono.

Entre a quinta e a oitava questão os estudantes responderam acerca de conteúdos de Geometria Espacial. Na quinta questão os estudantes foram questionados se eles conheciam algum sólido geométrico e que dissessem quais, Leo respondeu negativamente, enquanto Marcos respondeu que conhecia e na hora de dar os exemplos ele relacionou com aspectos do cotidiano dele citando uma caixa d’água e um lápis, ou seja, vemos como é importante fazer a ligação dos conteúdos com elementos do cotidiano dos alunos, pois isso permite ao aluno fazer essas relações e facilitar o seu conhecimento. De acordo com BRASIL (2018, p.298), essas conexões são resultados das assimilações dos significados dos objetos matemáticos, por isso, é tão necessário estabelecer ligações com o cotidiano.

Na questão seguinte pedimos para que eles falassem quais seriam os elementos desses sólidos. Leo disse que não sabia e Marcos respondeu “base, altura e largura”. Aqui podemos perceber que ele não soube responder corretamente que no caso seriam vértice, aresta e face, ele se referiu mais aos aspectos dimensionais do objeto. Na sétima questão os estudantes foram questionados acerca da diferença entre prisma e pirâmide, e ainda na questão seguinte eles deveriam dizer qual a relação da base do prisma com a sua classificação, Leo respondeu que era a quantidade de lados, no entanto isso não é essencialmente o que diferencia esses poliedros e na outra questão deixou em branco. Marcos respondeu corretamente, mas de forma bem peculiar “A diferença é que o prisma tem parte por igual de baixo pra cima e a pirâmide tem só a parte de baixo e em cima fica apontado triângulo”, essa resposta reflete que ele conhece os dois tipos de poliedro, mas quando escreve sobre essa diferença o mesmo fala com uma linguagem embaraçosa, mas que não significa que esteja errada. Quanto à questão seguinte Marcos também deixou em branco.

As duas últimas questões perguntavam acerca das aulas que eles tinham de Matemática. Na nona questão perguntamos se eles já haviam respondido problemas matemáticos, a grande maioria da turma respondeu que sim e que era algo constante, no entanto fica o questionamento do que seria problemas matemáticos para eles, pois muitas vezes é confundido com exercícios. A dupla aqui referida respondeu que sim, eles já resolveram problemas matemáticos e Marcos particularmente acha legal, mas os conteúdos são difíceis.

Na décima questão questionou-se como eram as aulas de Geometria para esses estudantes, Leo respondeu que “são muito boas as explicações, porém acho os conteúdos difíceis” e Marcos respondeu “muito legal existem conteúdos fáceis como volume, área etc, mas tem outros difíceis como esse agora, difícil não é porque não estou lembrado”, ou seja, os estudantes têm um apreço pela disciplina, mas ainda sentem muitas dificuldades com os conteúdos, o que é constante quando tratamos de Matemática, vemos na resposta de Marcos também o fato de não fazer a ligação com o conteúdo posterior, quando ele afirma não está lembrado do mesmo.

De modo geral, através desse primeiro questionário pudemos ter uma noção de como era o desenvolvimento da turma e dos estudantes que poderiam ser escolhidos para compor o estudo de caso. Além disso, alguns estudantes nos chamaram a nossa atenção pelo seu desenvolvimento, dessa forma nos referimos muito a eles dois, que eram Marcos e Leo. Identificamos que Marcos se encontra no nível 2 de Van Hiele, pois o mesmo conseguiu definir, reconhecer propriedades e expressar ainda que de maneira peculiar, características das figuras planas e dos sólidos geométricos. Já Leo se encontra no nível 1, pois o mesmo respondeu poucas questões e as que ele respondeu corretamente são questões onde a visualização é mais explorada.

Diante do desenvolvimento dos estudantes no questionário escolhemos a dupla Marco e Leo, pelo seu bom desempenho, mostrando assim que poderíamos avançar ainda mais na medida que fôssemos trabalhando com a resolução de problemas e o Geoespaço, nas atividades que seriam propostas mais adiante.

6 O ESTUDO DE CASO DE MARCOS E LEO

Marcos e Leo são estudantes de uma escola municipal da cidade de Campina Grande – PB, onde desenvolvemos a pesquisa. Ambos têm entre 14 e 15 anos e são estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental, são alunos interessados em aprender, apesar das dificuldades recorrentes em toda a turma, eles apresentaram um bom desenvolvimento nas atividades, motivo pelo qual escolhemos os mesmos. Marcos desde o inicio das atividades apresentou bons resultados, enquanto Leo inicialmente apresentou um pouco de dificuldade, mas ao decorrer dos encontros mostrou um excelente desenvolvimento. Além disso, eles fizeram parte do mesmo grupo o que contribuiu para a melhor comunicação entre eles e contribuiu para o desenrolar das atividades.

Análise da Resolução do Problema 1

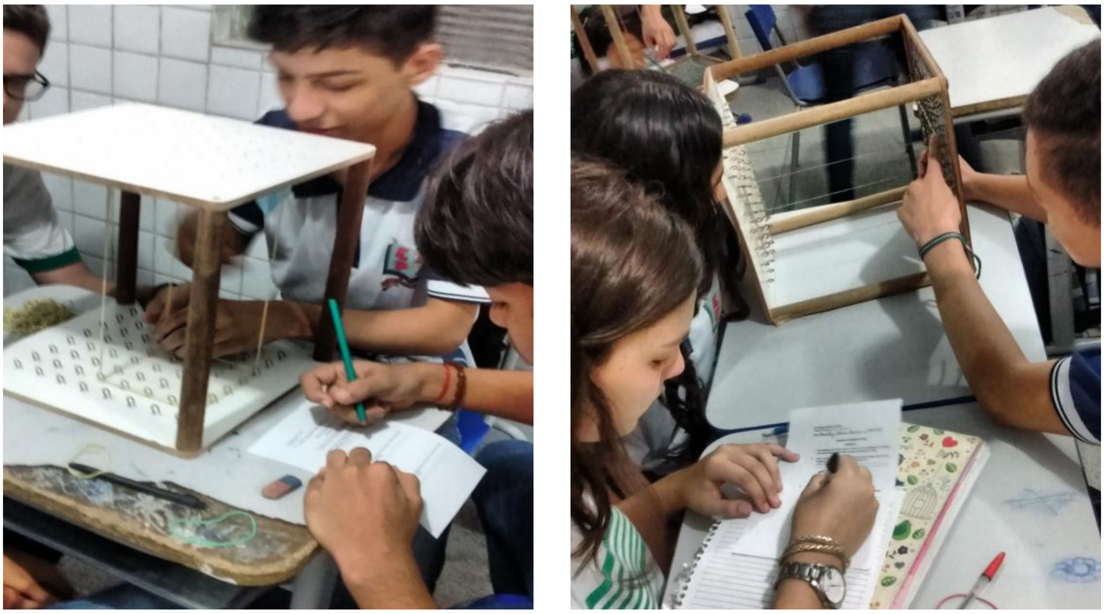
No segundo encontro com a turma, no dia 24 de outubro de 2019, demos início à resolução do primeiro problema, para tanto apresentamos a eles o Geoespaço, o material manipulável que daria apoio aos mesmos para realizar a atividade, explicando como ele funciona e como eles deveriam utilizar. Em seguida separamos os estudantes em grupo, foi necessário que eles ficassem em trios ou grupos de quatro devido a quantidade de alunos e a quantidade limitada de Geoespaços, passamos um tempo para que eles conhecessem e vissem o material com mais detalhes, por conseguinte apresentamos o problema que era dividido em três questões, abordando três diferentes aspectos.

O problema dizia o seguinte

> "Uma formiga sai do vértice A para o vértice B de um paralelepípedo de madeira, com arestas laterais iguais a 30 cm e arestas da base iguais a 10 cm.
> - Qual o maior caminho que ela poderá percorrer sobre as arestas, indo de A até B, mas sem passar pela mesma aresta mais de uma vez?
> - Qual o menor caminho que ela poderia percorrer, podendo caminhar apenas pelas arestas? Explique.
> - Qual o menor caminho possível a ser percorrido não necessariamente ao longo da aresta? Explique."

Para iniciar a resolução do problema, solicitamos que os estudantes reproduzissem o sólido em questão no Geoespaço, a grande parte da turma conseguiu reproduzir corretamente, alguns ainda se confundiram com pirâmides, para tanto explicamos a diferença entre o prisma e a pirâmide, e ainda escolhessem quais vértices seriam o A e o B. Os estudantes que compõe esse estudo de caso ficaram em diferentes grupos, então vamos analisar a perspectiva de cada um pelos registros escritos (apêndices F e G) e também observações da pesquisadora.

Figura 2 – Estudantes tendo o primeiro contato com o Geoespaço



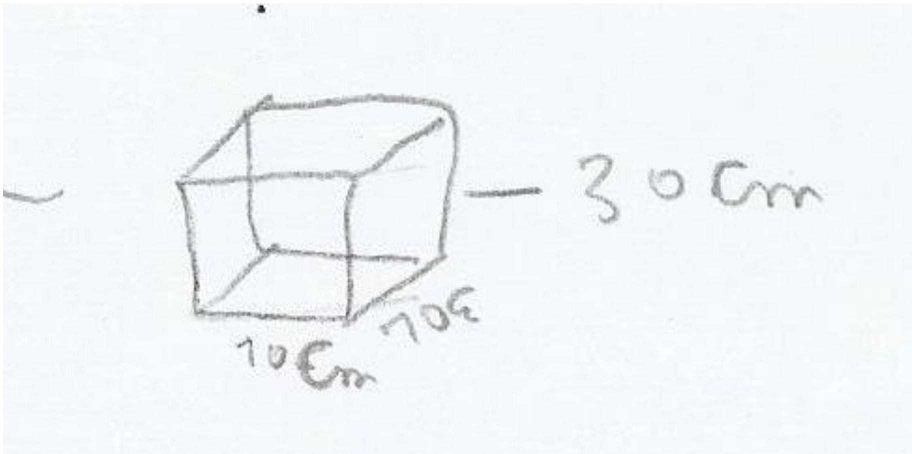
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Marcos estava no grupo com outros dois colegas, pudemos observar que o mesmo mediava juntamente com um dos outros colegas a discussão, ele estava escrevendo os resultados, quando tinha alguma dúvida chamava a professora e rapidamente sanava a mesma. Ele não apresentou muita dificuldade para responder à primeira pergunta, eles escolheram os dois pontos A e B, em seguida começaram a testar as possíveis soluções, por fim o grupo encontrou que o caminho mais longo seria de 150 cm, ele explica detalhadamente como seria o trajeto, porém em nenhum momento ele sugere outra solução.

> "Ele saiu do ponto A subiu 30 cm, em seguida vai 10 cm para esquerda, logo 30cm para baixo depois 10 para a direita depois sobe 30 cm para cima logo 10 cm para direita e por fim 30 cm para baixo chegando assim ao ponto B"

Para auxiliar também na visualização ele fez o desenho do objeto, apesar de não estar bem desenhado e não parecer a forma em questão foi um dos fatores que auxiliou o grupo para a resolução. Era possível que eles encontrassem outras formas que dessem o mesmo valor ou até mesmo um valor maior, mas muitas vezes os estudantes estão acomodados a chegar a uma única solução e despois não se dispor a encontrar outras.

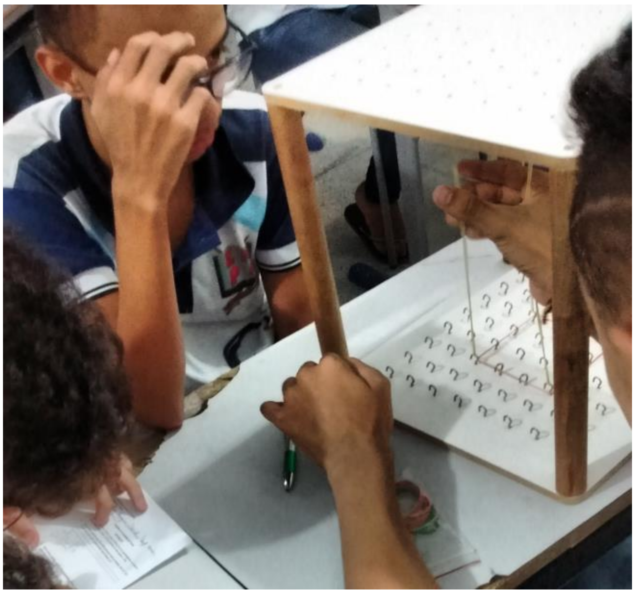
Figura 3 – Registro do grupo de Marcos para a primeira questão



Fonte: Acervo da pesquisadora

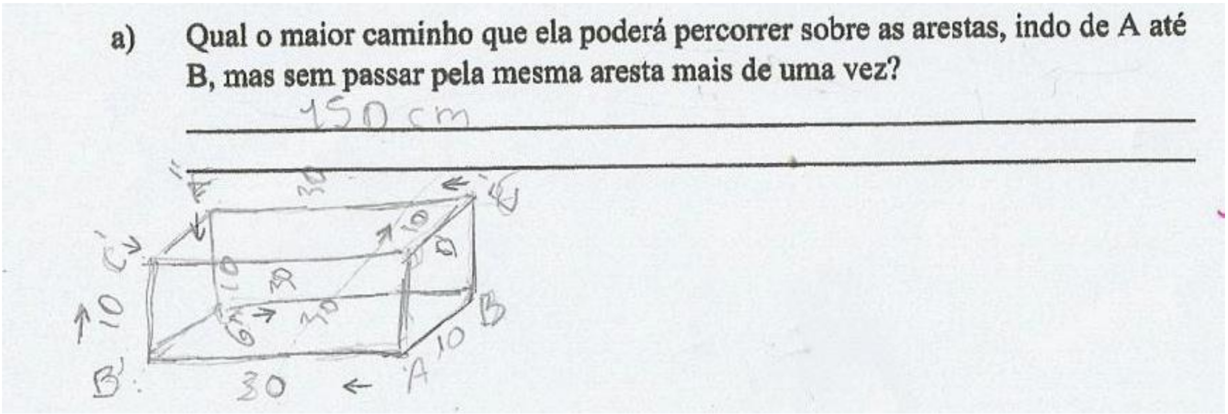
Enquanto isso, o grupo em que Leo estava inserido com outros quatro colegas, também observamos que o mesmo estava entusiasmado com a atividade, bastante participativo e ainda direcionando as discussões, no momento em que tinha dúvidas solicitava a ajuda dos demais colegas ou da própria professora. Esse grupo chegou a mesma solução do grupo de Marcos, eles não detalharam o processo para chegar a tal resultado fizeram apenas o desenho e com setas indicaram quais os caminhos a formiga deveria seguir para ir pelo caminho mais distante, o valor encontrado foi de 150 cm. Além disso, eles posicionaram o paralelepípedo de maneira horizontal, diferente do que visualizavam no Geoespaço.

Figura 4 – Grupo de Leo resolvendo o problema proposto



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Figura 5 – Registro do grupo de Leo



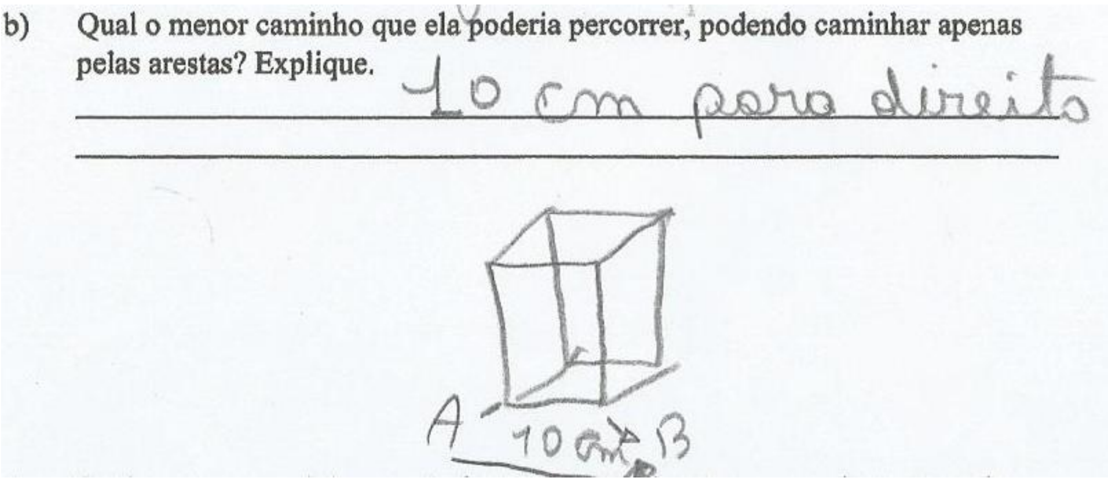
a) Qual o maior caminho que ela poderá percorrer sobre as arestas, indo de A até B, mas sem passar pela mesma aresta mais de uma vez?

150 cm

Fonte: Acervo da pesquisadora

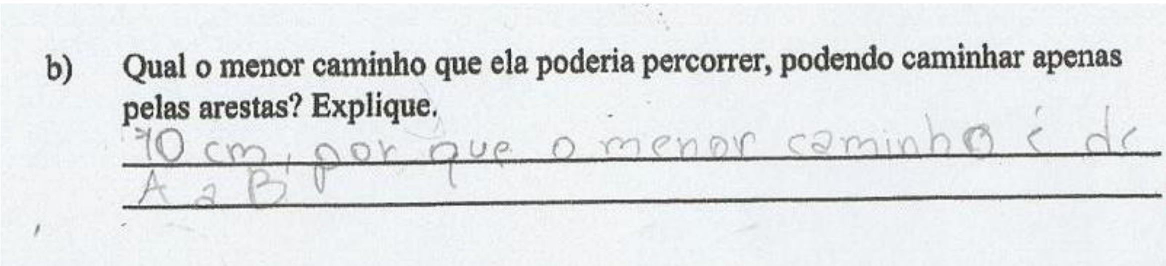
A segunda questão solicitava agora que os alunos fizessem o inverso, encontrassem o caminho mais curto de um até o outro. Os dois grupos fizeram a atividade de maneira correta e conseguiram visualizar facilmente qual seria o caminho, o grupo de Leo explicou de forma escrita e o de Marcos fez o desenho.

Figura 6 – Registro do grupo de Marcos


b) Qual o menor caminho que ela poderia percorrer, podendo caminhar apenas pelas arestas? Explique. 10 cm para direito

Fonte: Acervo da pesquisadora

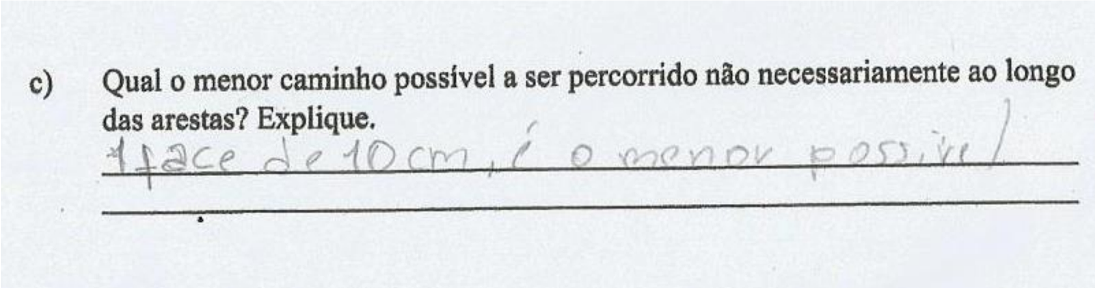
Figura 7 – Registro do grupo de Leo


b) Qual o menor caminho que ela poderia percorrer, podendo caminhar apenas pelas arestas? Explique.
10 cm, por que o menor caminho é de A a B

Fonte: Acervo da Pesquisadora

A terceira questão solicitava que eles encontrassem um caminho menor de A até B e que não passasse necessariamente pelas arestas, nessa questão ambos os grupos apresentaram dificuldades, pois eles não conseguiram enxergar outro caminho menor que não fosse pela aresta, dessa forma a maioria da turma deixou essa questão em branco, o grupo de Marcos foi um desses. Já o grupo de Leo respondeu corretamente, no entanto não sabemos de forma precisa se foi apenas um palpite, pois eles deveriam verificar que o valor da diagonal daria maior que o valor de uma aresta, então o menor caminho ainda seria a aresta.

Figura 8 – Registro do grupo de Leo



c) Qual o menor caminho possível a ser percorrido não necessariamente ao longo das arestas? Explique.

1 face de 10cm, é o menor possível

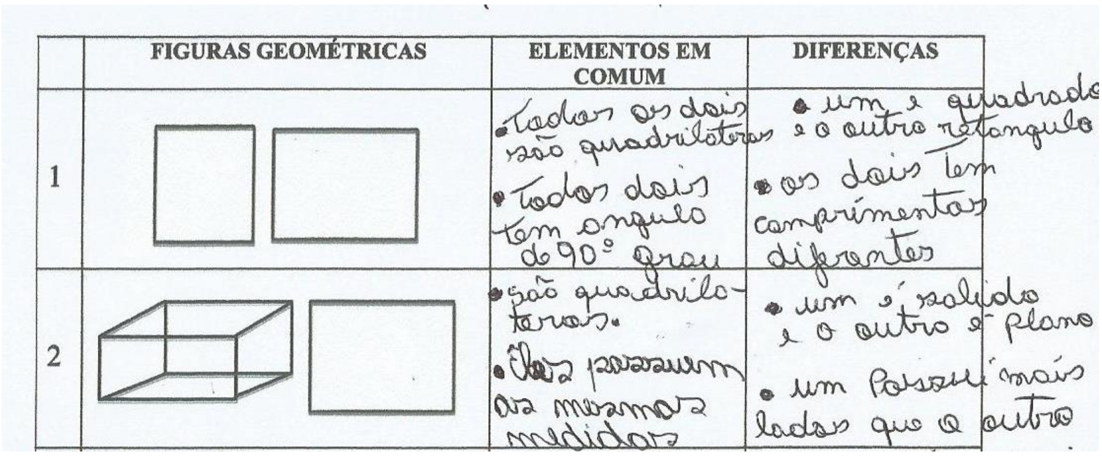
Fonte: Acervo da Pesquisadora

Isso pode ter acontecido devidos as posições que os estudantes estabeleceram para A e B, que foi algo que se deixou em aberto para que eles escolhessem, como a maioria colocou um ao lado do outro o que liga os dois vértices é a aresta que se torna o menor caminho de um até o outro.

Quando os estudantes terminaram de resolver o problema proposto e entregaram todas às resoluções, entregamos a eles um complemento da atividade (apêndice E) que consistia numa atividade adaptada de Nasser (2010), que tinha por objetivo que os alunos diferenciassem figuras geométricas planas de sólidos geométricos, indicando seus elementos em comum e suas diferenças, e a partir de então, identificar em qual nível do modelo de Van Hiele os estudantes se encontram.

No grupo em que Marcos estava inserido os estudantes responderam de maneira positiva a atividade, não deixando elementos em branco e colocando duas características em cada quadro. Vejamos agora em que nível cada um se encontrava após essa atividade. Inicialmente após o primeiro questionário Marcos se encontrava no nível 2 do modelo de Van Hiele, com o complemento da atividade podemos ver que ele fica entre o nível 2 e três pois consegue ter uma argumentação lógica informal e também organizar as classes de figuras geométricas.

Figura 9 – Registro do grupo de Marcos

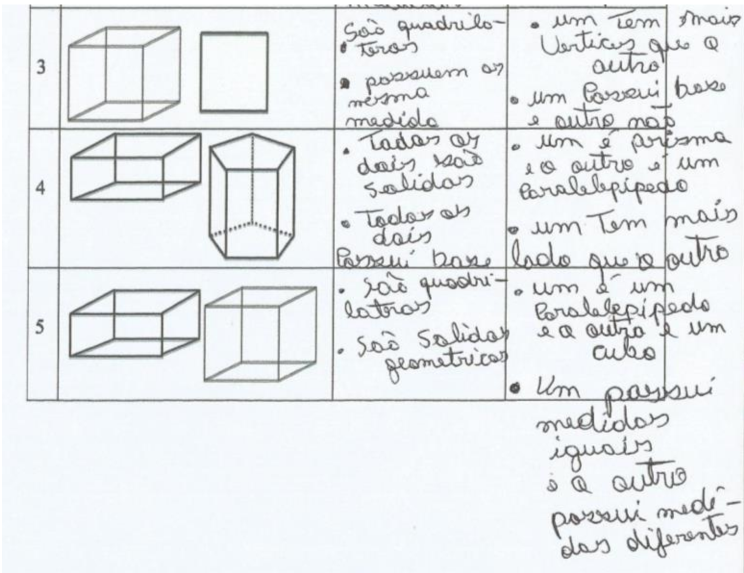


	FIGURAS GEOMÉTRICAS	ELEMENTOS EM COMUM	DIFERENÇAS
1		• Todos os dois são quadriláteros • Todos dois tem angulo de 90° grau	• um é quadrado e o outro retangulo • os dois tem comprimentos diferentes
2		• são quadriláteros. • Eles possuem as mesmas medidas	• um é solido e o outro é plano • um possui mais lados que o outro

Fonte: Acerco da Pesquisadora

Podemos ver na Figura 9 parte da sua resolução, onde ele consegue identificar que no primeiro quadro temos dois quadriláteros e que possuem ângulos de 90° graus, ou seja, o estudante é capaz de analisar a figura pelas suas propriedades, da mesma forma quando ele fala sobre as diferenças. No quadro 2, temos uma figura plana e um sólido geométrico, Marco afirma que os dois são quadriláteros e que tem medidas semelhantes, talvez por conta do formato semelhante, sendo o retângulo componente da face do prisma. Já quando ele vai falar da diferença ele reconhece que um é sólido e o outro é figura plana, característica do nível 1 de Van Hiele, o reconhecimento.

Figura 10 – Registro do Grupo de Marcos



3		• São quadriláteros • possuem a mesma medida	• um tem mais vertices que o outro • um possui base e outro não
4		• Todos os dois são solidos • Todos os dois possui base	• um é prisma e o outro é um paralelepipedo • um tem mais lado que o outro
5		• são quadriláteros • são solidos geometricos	• um é um paralelepipedo e a outra é um cubo • Um possui medidas iguais e a outro possui medidas diferentes

Fonte: Acervo da Pesquisadora

Na Figura 10 podemos ver o restante da atividade de Marcos, no quadro 3 temos novamente um sólido geométrico sendo comparado com uma figura plana e nesse caso o estudante diz que ambas possuem a mesma medida, mais uma vez pelo fato de a figura plana estar inserida no sólido, sendo o formato das faces, no que diz respeito às diferenças ele faz a comparação dos vértices e também faz relação da base com a figura.

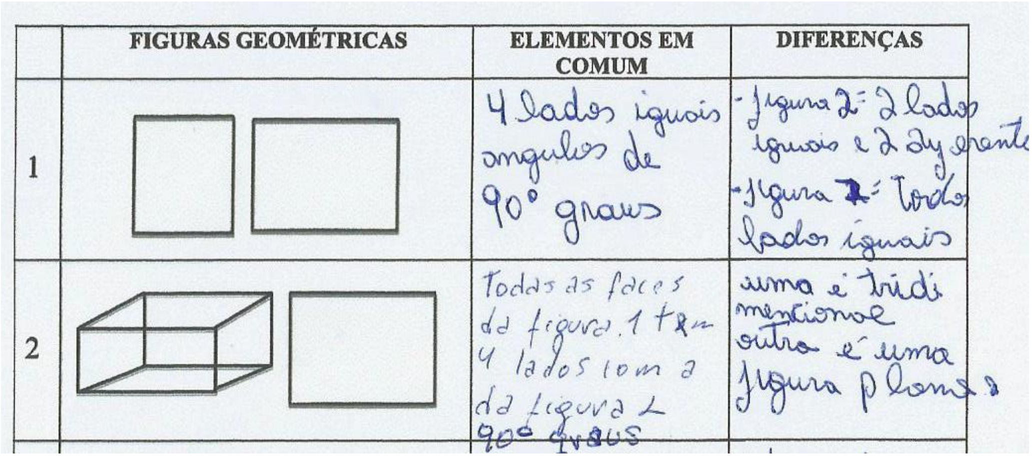
No quadro 4, vemos que Marco consegue identificar que ambos são sólidos e consequentemente os dois tem bases. Nas diferenças vemos que ele aponta suas nomenclaturas um como prisma e o outro como paralelepípedo, sólido trabalhado na resolução do problema inicial com isso podemos deduzir que ele conseguiu fazer a relação com o que ele construiu no Geoespaço.

No último quadro temos prismas bastante semelhantes, por suas faces serem parecidas e ter a mesma quantidade de vértices, arestas e faces. No entanto, quando Marcos vai tratar das suas semelhanças ele aborda somente o fato de os dois serem sólidos e de terem formatos de quadriláteros, mas nas diferenças ele explora mais uma vez as nomenclaturas e o mais importante consegue diferenciar os dois pela sua principal diferença que são as dimensões das medidas, que no caso do cubo todas são iguais e do paralelepípedo são diferentes, uma característica do nível 2 de Van Hiele.

Diante do desempenho de Marcos nessas duas atividades podemos ver que ele se encontra entre os níveis 2 e 3 do modelo Van Hiele, pois por vezes ele consegue apenas reconhecer as propriedades, analisar a figura pelos componentes e em outros momentos consegue distinguir entre sólidos geométricos e figuras planas, por meio das suas propriedades.

No grupo de Leo eles também conseguiram desenvolver bem o complemento da atividade. Por meio de observações da pesquisadora, podemos ver que os alunos interagiram entre si em todos os momentos para responder o mesmo, contribuindo para o melhor desenvolvimento deles na atividade. Após o primeiro questionário vemos que Leo se encontra no nível 1 do modelo de Van Hiele, pois tudo o que ele respondeu corretamente era de aspecto visual, mas não conseguia relacionar com propriedades. Veremos a seguir como ele se saiu na atividade e como desenvolveu bem outras habilidades.

Figura 11 – Registro do Grupo de Leo



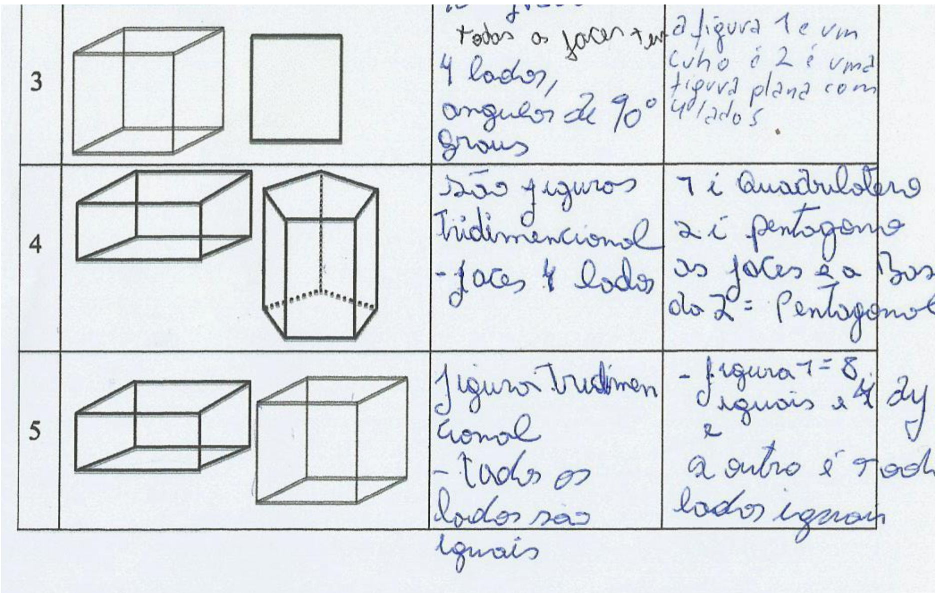
	FIGURAS GEOMÉTRICAS	ELEMENTOS EM COMUM	DIFERENÇAS
1		4 lados iguais angulos de 90° graus	-figura 2: 2 lados iguais e 2 diferente -figura 1: Todos lados iguais
2		Todas as faces da figura 1 tem 4 lados com a da figura 2 90° graus	uma é tridimencional outra é uma figura planas

Fonte: Acerco da Pesquisadora

Na Figura 11 temos a resolução de Leo e seu grupo, no quadro 1 tem-se duas figuras geométricas planas, no que diz respeito aos elementos em comum ele responde corretamente e já aponta sinais de evolução pois ele caracteriza como semelhante as propriedades dos ângulos, quando ele trata das diferenças ele continua se referindo a propriedades sendo agora dos lados, o que revela que o estudante teve um avanço no que diz respeito a expressar seus conhecimentos.

No quadro 2 temos um sólido geométrico e uma figura plana, Leo consegue verificar que a figura plana está presente nas faces do sólido geométrico, conseguindo fazer a relação entre os dois, além de identificar os ângulos de 90°. No que diz respeito às diferenças ele é capaz de diferenciar o sólido do plano, o que é muito importante, portanto verificamos até aqui que o estudante evoluiu no seu pensamento matemático, tendo em vista que anteriormente ele tinha apenas uma percepção visual e agora consegue relacionar com propriedades com as figuras apresentadas.

Figura 12 – Registro do Grupo de Leo



Fonte: Acervo da Pesquisadora

Na Figura temos o quadro 3 onde fazemos novamente a relação do sólido geométrico e da figura plana, mais uma vez os estudantes conseguiram fazer a relação do quadrado com as faces do cubo. No quesito diferenças eles classificam o sólido como cubo e a figura plana com quatro lados, o que está correto e indica mais uma vez que os estudantes conseguem fazer a relação das propriedades com as figuras.

No quadro 4 temos dois prismas, nesse caso Leo consegue identificar que ambos são tridimensionais, ou seja, sólidos geométricos e que suas faces tem 4 lados. Quanto as diferenças não ficaram muito compreensíveis o que ele quis dizer com a resposta, mas talvez possamos relacionar com as bases que uma é um quadrilátero e a outra um pentágono. No quadro 5 temos outros dois prismas agora mais parecidos e que podem ser confundidos pelos estudantes, que é o que acontece com Leo, ele afirma que os lados são iguais, no entanto um é retângulo e o outro é quadrado, já quando ele vai falar das diferenças ele consegue perceber que um tem lados iguais e o outro diferentes.

Análise da Resolução do Problema 2

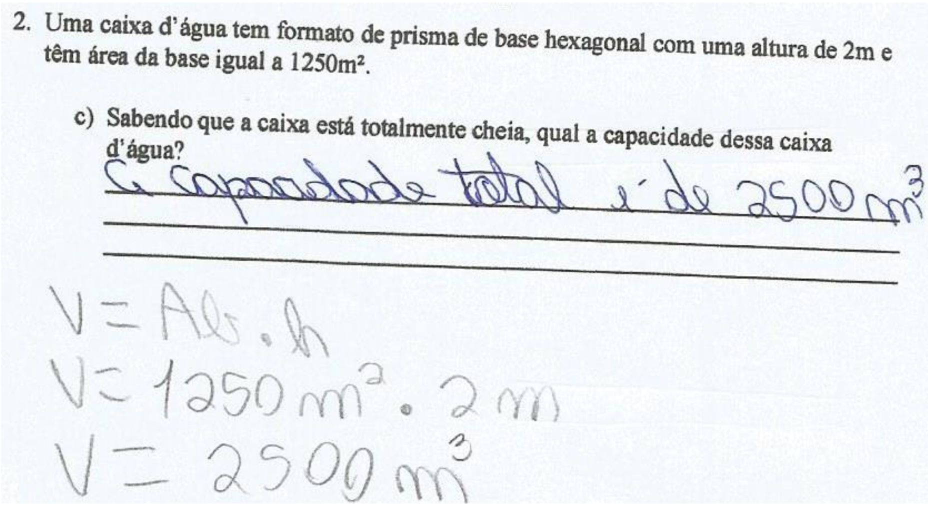
No terceiro encontro que aconteceu dia 01 de novembro de 2019, realizamos a segunda atividade e também o questionário final. Para tanto solicitamos que os alunos se dividissem novamente em grupos, permanecendo os mesmos grupos do último encontro e pegassem os Geoespaços. A atividade apresentada dizia o seguinte

> "Uma caixa d'água tem formato de prisma de base hexagonal com uma altura de 2m e têm área da base igual a 1250m².
> - Sabendo que a caixa está totalmente cheia, qual a capacidade dessa caixa d'água?
> - Se o dono resolvesse encher apenas metade da caixa, quanto teria de água? Explique."

Para a resolução desse exercício era necessário que os estudantes tivessem o conhecimento do que era volume e de como calcular o mesmo, para tanto fizemos uma sondagem na turma, conversando com eles sobre o que seria o volume e como calculamos o mesmo. Depois dessa conversa pudemos perceber que a turma tinha o conhecimento e já tinha visto o assunto, até no questionário inicial alguns afirmaram que um dos conteúdos visto recentemente era o de volume, isso facilitou a resolução do exercício, que seria inicialmente um problema, porém pela facilidade com que os alunos apresentaram o desenvolvimento da mesma acabou se tornando um exercício.

Foi solicitado que os estudantes construíssem o prisma citado na questão no Geoespaço, para que ficasse melhor de visualizar a situação. Marcos e seu grupo responderam corretamente a primeira questão colocando também a fórmula do volume, além disso pudemos perceber que os estudantes se preocuparam também com a unidade de medida que deveriam colocar, no momento de finalizar a questão Marcos e seu grupo solicitaram a ajuda da professora para saber como deveria ficar a unidade e então a professora os explicou como deveria ficar e o porquê.

Figura 13 – Registro do Grupo de Marcos


2. Uma caixa d'água tem formato de prisma de base hexagonal com uma altura de 2m e têm área da base igual a 1250m².

c) Sabendo que a caixa está totalmente cheia, qual a capacidade dessa caixa d'água?

A capacidade total é de 2500 m³

$V = Ab \cdot h$

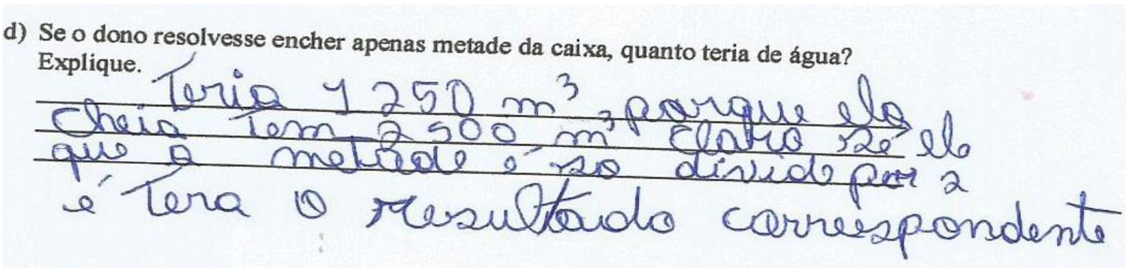
$V = 1250\,m^2 \cdot 2\,m$

$V = 2500\,m^3$

Fonte: Acervo da Pesquisadora

A segunda questão requeria dos estudantes um pouco de raciocínio lógico, para que os mesmos pudessem identificar que seria apenas dividir por dois, tendo em vista que ela apontava a possibilidade de o dono encher apenas metade da caixa d'água. Nessa questão boa parte da turma se saiu bem, o que nos mostra que os estudantes estão entendendo realmente o que se trata a atividade que está sendo proposta em sala, não estão fazendo cálculos isolados para achar um valor determinado. A seguir vemos a resposta correta de Marcos e seu grupo e também a explicação que ele dá para o resultado, mostrando a compreensão do estudante.

Figura 14 – Registro do Grupo de Marcos

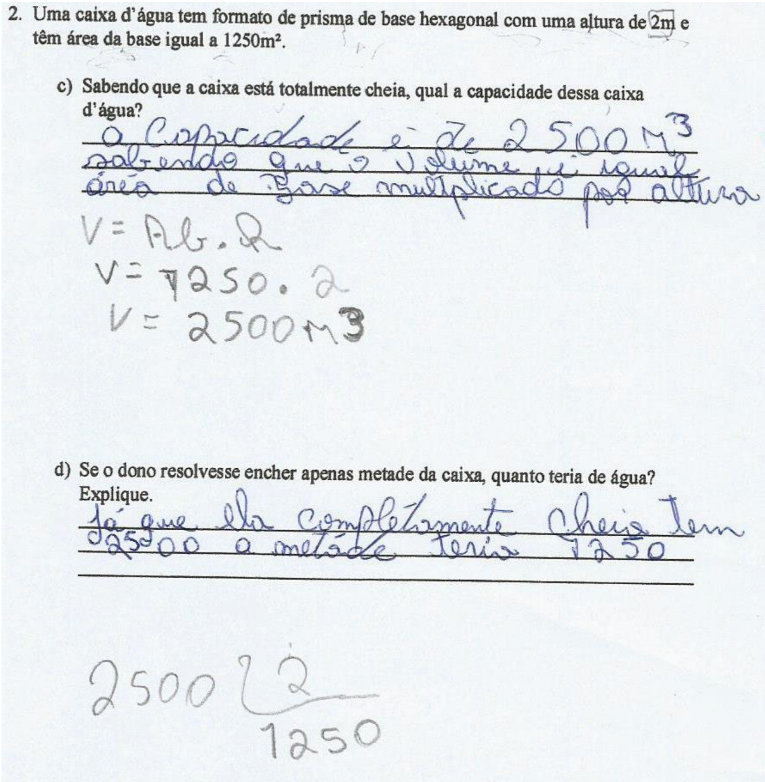

d) Se o dono resolvesse encher apenas metade da caixa, quanto teria de água? Explique.

Teria 1250 m³ porque ela cheia tem 2500 m³ claro se ele quer a metade é só divide por 2 e terá o resultado correspondente

Fonte: Acervo da Pesquisadora

Leo e seu grupo também desenvolveram bem a atividade que foi proposta em sala de aula, os mesmos conseguiram resolver as duas questões de forma tranquila e sem muita dificuldade. No momento de visualizar a questão os estudantes solicitaram a ajuda da professora, com isso os direcionamos a visualizarem no Geoespaço o prisma que eles haviam construído. Nesse momento o material foi muito importante, pois facilitou o entendimento dos estudantes e auxiliou na explicação. Em seguida, eles conseguiram resolver as duas perguntas em questão.

Figura 15 – Registro do Grupo de Leo


2. Uma caixa d'água tem formato de prisma de base hexagonal com uma altura de 2m e têm área da base igual a 1250m².

c) Sabendo que a caixa está totalmente cheia, qual a capacidade dessa caixa d'água?

o Capacidade é de 2500 m³ sabendo que o volume é igual área da base multiplicado por altura

V = Ab.h

V = 1250.2

V = 2500 m3

d) Se o dono resolvesse encher apenas metade da caixa, quanto teria de água? Explique.

Já que ela completamente cheia tem 2500 a metade teria 1250

2500 ÷ 2 = 1250

Fonte: Acervo da Pesquisadora

Na segunda questão, também utilizamos o material para a explicação para o grupo, foi onde eles entenderam que deveria ser dividido por dois, perguntamos onde ficaria a água se o dono enchesse pela metade e então eles nos mostraram, compreendendo o porquê da divisão por dois.

A atividade como um todo foi muito importante, pois tratou de um tema comum aos estudantes e trouxe um conteúdo que eles já haviam estudado em sala, o que contribuiu para o bom desenvolvimento da turma, principalmente, dos estudantes que compõe o estudo de caso.

Análise do Questionário Final

Ao final da segunda atividade no dia primeiro de novembro de 2019, aplicamos o questionário final (apêndice K) objetivando identificar a opinião dos estudantes sobre a atividade proposta e como eles se desenvolveram após esses encontros. O Questionário Final continha oito questões, ele foi respondido de maneira individual, assim pudemos ver o desenvolvimento de cada um separadamente. As três primeiras questões tratavam da atividade realizada e do Geoespaço, da questão quatro até a questão sete tratava-se de conteúdos abordados nos encontros e a última questão solicitava a opinião sobre as atividades.

A primeira questão perguntava sobre quais conteúdos foram trabalhados nas atividades, Marcos respondeu corretamente “Formas Geométricas, Volume, área e sólidos geométricos”, o único que não foi abordado na atividade foi o de área, mas os demais estavam presentes em todas elas. Leo teve a resposta semelhante a de Marcos, incluindo também a área, isso pode ter acontecido pois os conteúdos, quando trabalhados em sala de aula são abordados juntos ou porque o volume depende da área da base do prisma, mas mesmo assim não foi um conteúdo tratado especificadamente.

A segunda questão perguntava se os alunos conheciam o material trabalhado em sala, o Geoespaço, ambos afirmaram que não conheciam e que a experiência foi enriquecedora. Segundo Leo foi divertido e Marcos gostou e ressaltou o fato de aprender mais a usar ele. Na terceira questão perguntamos como o material os ajudou na resolução dos problemas, Marcos afirmou “O Geoespaço me ajudou muito porque com ele criei os sólidos geométricos e consegui saber quantos vértices tinha e entre outros.”. Com isso, devemos concordar com Kusuki (2014), quando ele afirma que o material facilita a observação e análise desenvolvendo o raciocínio lógico.

A partir da quarta questão tivemos perguntas sobre os conteúdos, foi onde os estudantes tiveram mais dificuldades de responder, pois não conseguiam associar os mesmos. A questão quatro, perguntamos quais polígonos eles identificaram nas atividades e vimos que eles se confundiram bastante com os prismas, tanto que colocaram como resposta nomenclatura de prismas, o que não deveria acontecer tendo em vista que eles já haviam respondido um questionário que incluíam perguntas sobre polígonos. Apenas Marcos respondeu um dos polígonos corretamente, que foi o quadrado, trabalhado no prisma da primeira atividade.

Na quinta questão eles foram questionados sobre os elementos dos prismas que haviam sido trabalhados. Leo colocou a nomenclatura dos primas, porém essa não era a pergunta, mostrando que ele havia compreendido quais eram os prismas, mas não identificou seus elementos. Marcos respondeu que conseguiu identificar bases, lados, vértices, ângulos entre outros. Com isso vemos que ele compreendeu a pergunta e quais eram os elementos.

Na sexta questão fizemos uma pergunta que já havia sido colocada no primeiro questionário, objetivando analisar o desenvolvimento dos estudantes. A pergunta dizia a respeito da relação da base do primas com sua classificação. Leo no primeiro questionário deixou a questão em branco e no segundo ele respondeu de maneira confusa, mas que deu a compreender que ele entende que de acordo com a quantidade de lados da base o prisma recebe sua nomenclatura, dando o exemplo do prisma de base pentagonal, onde a base tem cinco lados.

Marcos também deixou a questão em branco no primeiro questionário também respondeu de maneira confusa, mas da mesma forma que Leo entende-se que ele compreende o significado da relação e dá um exemplo de como seria, vemos aqui uma pequena evolução dos dois estudantes, apesar de uma maneira peculiar de responder o significado principal está na mente deles, só se faz necessário desenvolver esse pensamento e estimular para que eles consigam expressar melhor os seus conhecimentos.

Na sétima questão perguntamos agora da relação da base do prisma com o volume, o que havíamos discutido no início da aula. Os dois estudantes que compõe o estudo de caso se saíram bem na resposta. Algo interessante na resposta de Leo é que a mesma dá a entender que ele está construindo o pensamento e escrevendo, ao final ele chega a uma conclusão e uma explicação clara do que se trata a relação da base com o volume. Enquanto Marcos foi mais direto explicou corretamente como funciona essa relação e não teve dificuldade para expressar seu conhecimento

> "Sabendo o volume sabe a quantidade de espaço que cabe dentro do prisma, se a pessoa souber a base, sabe o volume, é necessário a altura também pra saber o volume. Se a pessoa souber a base e a altura, sabe qual é o volume. "

A última questão perguntava sobre a opinião dos estudantes quanto a atividade proposta e se era diferente do que ele costuma ver em sala de aula, ambos afirmaram que foi diferente. Marcos pareceu muito empolgado na sua resposta, afirmou que a atividade foi legal e atraente. Vemos que as aulas de matemática são cada vez mais monótonas e quando os alunos são postos a uma atividade diferente isso os atrai e chama a atenção, sabemos que não vamos alcançar o público em cem por cento, mas a maioria vai ser atraída para participar e construir o próprio conhecimento.

Enquanto isso, Leo afirma que foi diferente, pois era algo novo que ele não conhecia. Vemos aqui também o mesmo fato de os professores utilizarem sempre a mesma metodologia, o que torna as aulas chatas e desinteressantes para os estudantes. Portanto, se faz necessário que os professores se especializem e busquem novas metodologias e também os estudantes se empenhem em aprender e participar das aulas.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O ensino de Matemática apresenta desde muito tempo dificuldades para o seu desenvolvimento. Isso se deve a muitas mudanças que ocorreram por muito tempo na Educação de maneira geral. O problema é que para a Matemática essas consequências são agravantes, as pesquisas mostram o quanto os professores e estudantes têm dificuldade com esse ensino, as mesmas apontam ainda soluções para que esse problema seja amenizado.

Com isso, temos muitas pesquisas que nos mostram como levar um ensino de qualidade para os estudantes de todas as séries e escolas. Faz-se necessário uma atitude por parte do professor para se dispor a aprender novas metodologias e sair da sua zona de conforto, tendo em vista um aprendizado de qualidade e que atraia o alunado para aprender. Souza (2016), traz essa realidade na sua pesquisa o professor sabe que a turma é capaz de utilizar a criatividade e o raciocínio lógico, porém o mesmo não estimula isso e não atua com frequência com metodologias diferentes do tradicional.

Objetivando analisar as resoluções de problemas com uso do Geoespaço sobre a perspectiva do modelo de Van Hiele no ensino e aprendizagem de prismas, realizamos três encontros com a turma de 9° ano de Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Campina Grande – PB e propomos duas atividades com o uso do material manipulável. Com isso, escolhemos dois estudantes, que tiveram um bom desenvolvimento na atividade proposta e apresentarem um domínio do conteúdo, para compor o estudo de caso da qual tratamos no tópico anterior.

Diante do estudo de caso, podemos perceber e podemos reafirmar a importância do uso de metodologias que permitam o estudante ser o construtor do próprio conhecimento, visando sua melhor aprendizagem e ensino da Matemática. Os resultados das atividades realizadas na turma foram satisfatórios e nos mostraram como o material manipulável pode auxiliar os alunos nesse processo de aprendizagem.

Vimos no primeiro questionário que apesar de conhecerem um pouco do conteúdo os estudantes que compuseram o estudo de caso ainda apresentavam algumas dificuldades com as nomenclaturas e também as relações entre os conteúdos, principalmente quando se tratava de figuras geométricas e os sólidos geométricos que estão extremamente ligados e um tem característica do outro.

Supomos que isso possa acontecer por conta que o conteúdo é dado muito rapidamente e não é focado na relação do plano com o espaço, com isso os estudantes acabam se confundindo.

Além disso, identificamos também que os estudantes Marcos e Leo estavam no nível 2 e nível 1, respectivamente, do modelo de Van Hiele. Tendo em vista que as questões contidas no questionário necessitavam que os estudantes relembrassem os conteúdos que eles já haviam visto. De acordo com Nasser (2010), no nível 1 os estudantes conseguem visualizar as figuras geométricas, comparam e até classificam, mas não conseguem identificar as propriedades. Este foi o caso de Leo nas primeiras perguntas que tratavam mais de uma questão visual, ele conseguiu identificar e classificar as figuras, mas nas que tratavam das propriedades e da relação entre os conteúdos o mesmo não se saiu tão bem.

Ainda de acordo com a autora, no nível 2 os estudantes são capazes de descrever as propriedades e relacionar com as figuras. Marcos apresentou um pouco de dificuldade em descrever as propriedades e fazer a relação, mas se saiu muito bem nas respostas do questionário, se colocando no nível 2 do modelo de Van Hiele. Veremos mais adiante que ambos conseguiram desenvolver um pouco mais suas habilidades na atividade proposta conseguindo assim elevar esse nível.

A primeira atividade foi bastante produtiva, pois os estudantes se envolveram de maneira satisfatória com a mesma. Nesse encontro, eles tiveram o primeiro contato com Geoespaço, então foi um momento de muitas descobertas, o que tornou a aula ainda mais atrativa para eles. Dessa forma, podemos ver a importância de levar para a sala de aula novos materiais que permitam os estudantes, conheçam novas formas de aprender. No questionário os estudantes relatam o quando foi legal, divertida e interessante a atividade, principalmente por conta do uso do material.

No que se refere ao desenvolvimento da dupla que compõe o estudo de caso, os mesmos participaram ativamente da aula, sempre questionando e interagindo cada um com seu grupo e todos com a professora. As respostas apresentadas por eles aos problemas propostos eram coerentes e mostrou o quanto os mesmos conheciam dos sólidos, foi possível observar como eles trabalhavam em grupo, sempre auxiliando uns aos outros, o que é muito importante para a aprendizagem, pois o que um não compreender o colega ajuda e facilita o entendimento do outro.

No terceiro encontro tivemos a segunda atividade e nesse momento os alunos já estavam mais familiarizados com o Geoespaço, tanto que já foram pedindo para pegar e se organizar em grupos. Como eles já conheciam o material montaram o sólido relatado no problema mais rapidamente e isso contribuiu para o andamento da resolução, em seguida os estudantes responderam as questões. Inicialmente tiveram um pouco de dificuldade de lembrar o que seria o volume, mas com uma conversa no inicio da atividade tudo se esclareceu e eles conseguiram terminar a mesma.

Ao final da resolução do problema os estudantes responderam a um segundo questionário, para que pudéssemos ver o desenvolvimento deles após a atividade com o material. Marcos e Leo, a dupla em questão, apresentaram um avanço, onde um subiu o nível e o outro aperfeiçoou o nível em que se encontrava. De acordo com Crowley (1994), o momento de orientação dirigida é onde os estudantes vão desenvolver as habilidades e explorar os conteúdos, possivelmente foi nesse momento em que a dupla conseguiu progredir para passar para o próximo nível e também melhorar o seu desenvolvimento, isso ficou claro com o resultado do questionário.

Além disso, quando comparamos com respostas anteriores e questões que haviam sido deixadas em branco inicialmente, foram respondidas nesse terceiro momento, mostrando que os estudantes realmente conseguiram obter êxito na atividade. Ou seja, os resultados da pesquisa foram satisfatórios e nos mostraram como é importante trabalhar com metodologias que possibilitem o aluno construir o seu próprio conhecimento, além de utilizar matérias que auxiliem nesse processo, neste caso tratando do Geoespaço, que ainda é pouco conhecido, mas é de muita valia para a aprendizagem de conteúdos da Geometria espacial.

Ademais, reforçamos a importância do planejamento do professor para efetuar um bom trabalho em sala de aula, tendo em vista a aprendizagem do estudante e um ensino de qualidade. Com isso é possível tornar as aulas de Matemática mais interessantes e atrativas, proporcionando prazer em estudar essa disciplina.

8 CONCLUSÃO

Diante do exposto durante todo esse trabalho podemos reafirmar a importância da utilização de diferentes metodologias dentro da sala de aula de Matemática, o quanto é importante que o professor saia um pouco da sua zona de conforto e ensine a disciplina de modo que envolvam os estudantes a participarem ativamente da sua aprendizagem. Além disso, vimos como é interessante e eficaz o modelo de Van Hiele, através dos estudos realizados e a prática dentro de sala de aula.

Foi possível identificar através das observações, questionários e registro das resoluções a empolgação dos estudantes com a aula e também o avanço de cada um. Por meio do estudo de caso pudemos analisar as resoluções e ver como os estudantes se saíram e quais suas maiores dificuldades, a dupla escolhida para compor o estudo de caso apresentou um bom desenvolvimento e poucas dificuldades, talvez por suas habilidades pré-existentes.

Além disso, o Geoespaço foi muito bem recebido tanto por estudantes como pelo professor atuante. Um material desconhecido para eles que os permitiu realizar as resoluções de forma mais fácil, contribuindo tanto para a visualização como para a percepção do prisma. Apesar de alguns dizerem que é um material conhecido, encontramos poucas referências que tratem do mesmo e isso nos revela a importância de aprofundar as pesquisas com esse material, analisando outras vertentes que possam contribuir para um ensino melhor e de qualidade.

Ademais observamos que os estudantes que compuseram o estudo de caso, se encontravam inicialmente no nível 1 e 2, após as atividades eles tiveram um avanço para o nível 2 e também o aperfeiçoamento, talvez por depois de trabalhar um pouco com o Geoespaço e os problemas propostos, as lembranças e significados foram voltando a mente e assim os estudantes conseguiram resolver com sucesso.

Podemos afirmar que, os nossos objetivos foram alcançados e que a pesquisa é de muita relevância para a Educação Matemática, tendo em vista que, traz uma alternativa de recurso didático ainda pouco conhecido e explorado na Paraíba e até no Brasil. E ainda, devemos nos aprofundar muito mais, lançando outros objetivos que permitam uma maior análise de dados para percebermos onde é possível melhorar e atuar melhor.

É relevante também o uso do modelo de Van Hiele, que pode trazer grandes contribuições para o ensino de Matemática, em particular o de Geometria, que é deixado de lado pelos professores e os estudantes, muitas vezes, não tem nem o contato com essa área da Matemática. O modelo pode proporcionar um ensino de Geometria de qualidade e não é algo difícil de ser colocado em prática basta que o professor se disponha a estudá-lo e, após compreendê-lo, utilizá-lo e proporcionar um ensino de qualidade nas escolas. Na presente pesquisa o utilizamos como fundamentação teórica e modelo de análise, para identificar o desenvolvimento dos estudantes. Contudo, este modelo pode ser também um modelo didático, muito útil para o professor avaliar o nível de pensamento geométrico dos seus estudantes e poder tomar importantes decisões didáticas para contribuir com a aprendizagem geométrica deles.

Por fim, concluímos que é importante que os professores tenham um bom planejamento das suas aulas, considerando os conhecimentos prévios dos seus estudantes, para que conteúdos de Geometria e outros não sejam esquecidos ou colocados de lado, mas que tudo ocorra com o objetivo de proporcionar o melhor ensino e aprendizagem. Além disso, o uso de materiais manipuláveis contribui em muito para a aprendizagem dos estudantes, portanto é necessária a utilização deles quando possível e também de metodologias que chamem a atenção e atraiam os estudantes para aprender.

REFERÊNCIAS

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. *In*: ARAÚJO, Jussara; BORBA, Marcelo. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. cap. 4, p. 111-124. ISBN 978-85-7526-118-7.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental – Anos finais. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Prova Brasil. Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – Resultados e Metas. Brasília: MEC/INEP, 2018.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. *In*: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual Editora, 1994. cap. 1, p. 1-20. ISBN 85-7056-595-X.

FORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. Processo de Coleta de Informações de Constituição do Material de Estudo. *In*: FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. cap. 6, p. 101-131. ISBN 978-85-7496-147-7.

KALEFF, Ana Maria M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. *In*: LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2. ed. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2009. cap. 6, p. 113 - 134. ISBN 9788574961651.

KALEFF, Ana Maria M. R. Considerações sobre a diversidade dos saberes docentes e a formação em Geometria do professor de Matermática nos cursos de Matemática da Universidade Federal Fluminense - Niterói. **Revista Educação Matemática em Foco**, Campina Grande - PB, v. 6, n. 1, p. 4 - 38, jan/jun. 2017.

KUSUKI, Luiz Rodolfo. **Um estudo das potencialidades pedagógicas de atividades exploratórias-investigativas com o material didático geoespaço.** 2014. 215 p. Dissertação (Mestrado de Ensino de Ciências Exatas)- UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS, Sorocaba, 2014.

LORENZATO, Sergio Apparecido. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos. *In*: LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2. ed. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2009. cap. 1, p. 3-38. ISBN 9788574961651.

LORENZATO, Sergio Apparecido. Porque não ensinar Geometria?. **A Educação Matemática em Revista**, Blumenau, ano 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

MEDEIROS, Kátia Maria de. O Geoplano e Geoespaço para Comunicação Matemática: A Extensão universitária numa escola do município de Campina Grande - PB. **Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula**, Cuiabá-MT, p. 1-10, 17 jul. 2019.

MEIRA, Gilmara Gomes. **Comunicação e resolução de problemas utilizando o Modelo de Van Hiele para a exploração geométrica em sala de aula.** 2015. 164 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Licenciatura em Matemática, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, do Centro e Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande - Pb, 2015.

MILAUSKAS, George A. Problemas de geometria criativos podem levar à resolução criativa de problemas criativos. *In*: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual Editora, 1994. cap. 7, p. 86-105. ISBN 85-7056-595-X.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. **Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele**. 2 ed. Rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

NCTM. The National Council of Teachers of Mathematics. **De los principios a la acción**: Para garantizar el éxito matemático para todos. Colonia Juán Escutia: NCTM, 2015. 141 p. ISBN 978-0-87353-774-2.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos. A Influência da Leitura na Resolução de Problemas: Questões de sentidos, significados, interesses e motivações. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**: Resolução de Problemas na Educação Matemática, Natal - Rn, v. 21, n. 1, p.24-43, jan./abr. 2016. Quadrimestral.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: Causas e consequências. **Revista Zetetiké** , [*s. l.*], ano 1, n. 1, p. 7 - 17, 1993.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In*: LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2. ed. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2009. cap. 2, p. 39 - 56. ISBN 9788574961651.

RODRÍGUEZ, Ángel Guitiérrez. La Investigación sobre Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría. *In*: FLORES, Pablo; RUIZ, Francisco; FUENTE, Miguel de la (coord.). **Geometría para el siglo XXI**. Granada: SAEM Thales, 2006. cap. 1, p. 15-60. ISBN 84-934488-3-4.

SOUZA, Samilly Alexandre de. **A formulação e resolução de problemas geométricos com base em sólidos geométricos.** 2016. 154 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Licenciatura em Matemática, Mestrado Profissional de Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

USISKIN, Zalman. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. *In*: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual Editora, 1994. cap. 2, p. 21-58. ISBN 85-7056-595-X.

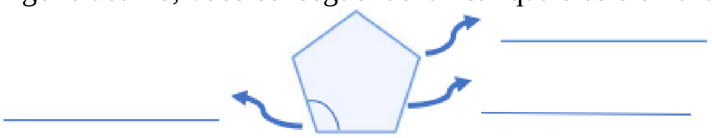
VALE, Isabel; PIMENTAL, Tereza. Resolver Problemas: Criando Soluções, Vendo. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**: Resolução de Problemas na Educação Matemática, Natal - Rn, v. 21, n. 1, p.8-21, jan./abr. 2016. Quadrimestral.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL

Universidade Estadual da Paraíba
Campina Grande, / /
Aluno: ______________________________
Trabalho de Conclusão de Curso
Questionário Inicial

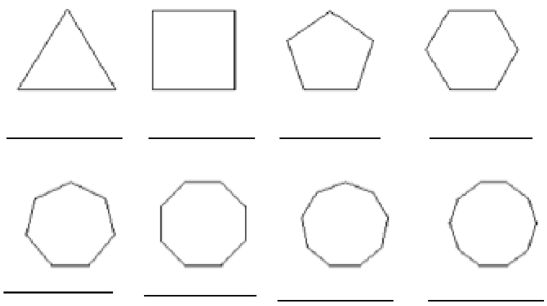
1. Quais os conteúdos de Geometria você viu recentemente?

2. Conhecendo o polígono abaixo, você consegue identificar quais os elementos contidos nele?



3. Como classificamos os polígonos com relação aos seus lados? Dê exemplos.

4. Dado os polígonos abaixo, diga quais os seus referidos nomes.



5. Você conhece algum sólido geométrico? Se sim, qual?

6. Quais os elementos dos sólidos geométricos?

7. Qual a diferença entre prismas e pirâmides?

8. Qual a relação da base dos prismas com relação a sua classificação?

9. Você já resolveu problemas matemáticos?

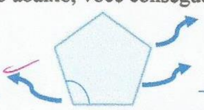
10. Como são as aulas de Geometria para você?

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO INICIAL DE LEO

Questionário 01

1. Quais os conteúdos de Geometria você viu recentemente?
O Teorema de pitágoras, Como calcular prisma e Quadrados, retangulo

2. Conhecendo o polígono abaixo, você consegue identificar quais os elementos contidos nele?

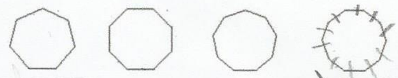


angulo — Vertice — lado

3. Como classificamos os polígonos com relação aos seus lados? Dê exemplos.

4. Dado os polígonos abaixo, diga quais os seus referidos nomes.

Triangulo — Quadrado — pentagono — ______



______ — ______ — ______ — decagono

5. Você conhece algum sólido geométrico? Se sim, qual?
Não

6. Quais os elementos dos sólidos geométricos?
Não sei

7. Qual a diferença entre prismas e pirâmides?
As diferenças são as quantidade de lados.

8. Qual a relação da base dos prismas com relação a sua classificação?

9. Você já resolveu problemas matemáticos?
sim

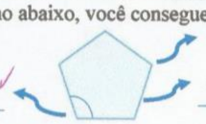
10. Como são as aulas de Geometria para você?
São muito boas, as explicações, porém acho os Conteúdos difíceis

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO INICIAL DE MARCOS

Questionário 01

1. Quais os conteúdos de Geometria você viu recentemente?
Volume, teorema de pintagoras, perimetro, area

2. Conhecendo o polígono abaixo, você consegue identificar quais os elementos contidos nele?

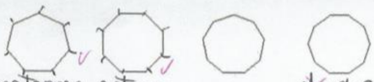


Angulo — Vertice — lados ou aresta

3. Como classificamos os polígonos com relação aos seus lados? Dê exemplos.
Triangulo, quadrilatero, pentagono, Hexagono etc

4. Dado os polígonos abaixo, diga quais os seus referidos nomes.

Triangulo quadrilatero pentagono Hexagono



heptagono octogono ______ dodecagono

5. Você conhece algum sólido geométrico? Se sim, qual?
Sim, um quadrilatero exemplo uma Caixa
sim, uma caixa D, agua, um lapis etc

6. Quais os elementos dos sólidos geométricos?
~~diferença que o prisma tem partes iguais etc em cima~~ base, altura, largura

7. Qual a diferença entre prismas e pirâmides?
A diferença é que o prisma Tem parte por igual de baixo pra cima e a pirâmide Tem ~~vaa~~ a parte de baixo e em cima ela fica apontado Triangulo

8. Qual a relação da base dos prismas com relação a sua classificação?

9. Você já resolveu problemas matemáticos?
sim é muito legal porém Tem conteudos dificil

10. Como são as aulas de Geometria para você?
muito legal existem conteudos facil como Volume, area etc. mas Tem outros dificies como ~~base~~ ~~agrário~~ dificil não é porque não estou muito ~~lobo~~ lembrada

APÊNDICE D – ATIVIDADE 01

Universidade Estadual da Paraíba
Campina Grande, / /

Dupla:____

Trabalho de Conclusão de Curso

Atividade 01

1. Uma formiga sai do vértice A para o vértice B de um paralelepípedo de madeira, com arestas laterais iguais a 30cm e arestas da base iguais a 10cm.

a) Qual o maior caminho que ela poderá percorrer sobre as arestas, indo de A até B, mas sem passar pela mesma aresta mais de uma vez?

____
____

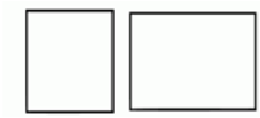
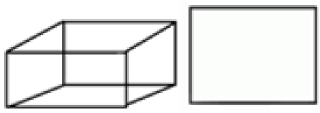
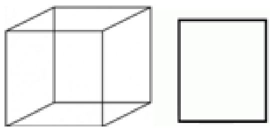
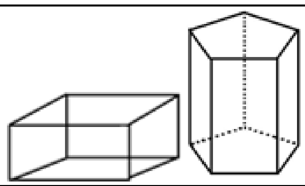
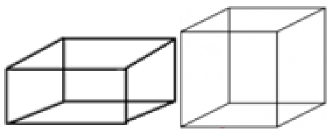
b) Qual o menor caminho que ela poderia percorrer, podendo caminhar apenas pelas arestas? Explique.

____
____

APÊNDICE E – COMPLEMENTO DA ATIVIDADE 01

ATIVIDADE 01

Dupla: ______________________________________

	FIGURAS GEOMÉTRICAS	ELEMENTOS EM COMUM	DIFERENÇAS
1			
2			
3			
4			
5			

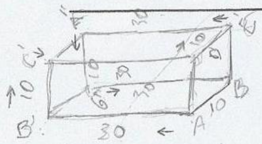
APÊNDICE F – ATIVIDADE 01 DE LEO

Atividade 01

1. **Uma formiga sai do vértice A para o vértice B de um paralelepípedo de madeira, com arestas laterais iguais a 30cm e arestas da base iguais a 10cm.**

a) **Qual o maior caminho que ela poderá percorrer sobre as arestas, indo de A até B, mas sem passar pela mesma aresta mais de uma vez?**

150 cm

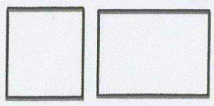
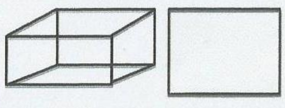
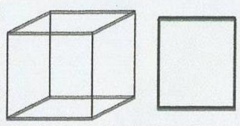
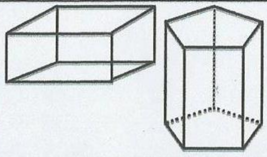
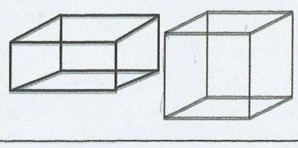


b) **Qual o menor caminho que ela poderia percorrer, podendo caminhar apenas pelas arestas? Explique.**

10 cm, por que o menor caminho é de A a B

c) **Qual o menor caminho possível a ser percorrido não necessariamente ao longo das arestas? Explique.**

1 face de 10 cm, é o menor possível

	FIGURAS GEOMÉTRICAS	ELEMENTOS EM COMUM	DIFERENÇAS
1		4 lados iguais angulos de 90° graus	- figura 2: 2 lados iguais e 2 diferentes - figura 1: Todos lados iguais
2		Todas as faces da figura 1 tem 4 lados com a da figura 2 90° graus	uma é tridimencional outra é uma figura plana
3		todos os faces tem 4 lados, angulos de 90° graus	a figura 1 é um cubo e 2 é uma figura plana com 4 lados.
4		são figuras tridimencional - faces 4 lados	1 é quadrilatero 2 é pentagono as faces e a Base do 2 = Pentagono
5		figuras tridimencional - todos os lados são iguais	- figura 1 = 8 iguais e 4 dif e a outra é todos lados iguais

APÊNDICE G – ATIVIDADE 01 DE MARCOS

Atividade 01

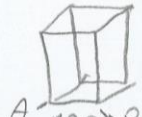
1. Uma formiga sai do vértice A para o vértice B de um paralelepípedo de madeira, com arestas laterais iguais a 30cm e arestas da base iguais a 10cm.

a) Qual o maior caminho que ela poderá percorrer sobre as arestas, indo de A até B, mas sem passar pela mesma aresta mais de uma vez?

Ela saiu do ponto A subindo 30 cm e em seguida vai 10 cm para esquerda, logo 30 cm para baixo depois 10 para direito, depois sobe 30 cm para cima logo 10 cm para direito e por fim 30 cm para baixo, assim chegando ao ponto "B"

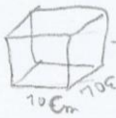
b) Qual o menor caminho que ela poderia percorrer, podendo caminhar apenas pelas arestas? Explique.

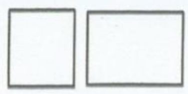
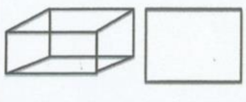
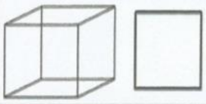
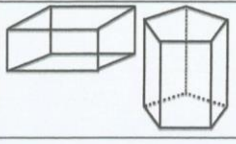
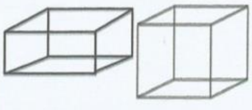
10 cm para direito



A 10 cm B

c) Qual o menor caminho possível a ser percorrido não necessariamente ao longo das arestas? Explique.



	FIGURAS GEOMÉTRICAS	ELEMENTOS EM COMUM	DIFERENÇAS
1		• Todos os dois são quadriláteros • Todos dois tem angulo de 90° grau	• um é quadrado e o outro retangulo • os dois tem comprimentos diferentes
2		• são quadriláteros. • Eles possuem as mesmas medidas	• um é solido e o outro é plano • um Possui mais lados que o outro
3		• São quadriláteros • possuem as mesma medida	• um Tem mais Vertices que o outro • um Possui base e outro não
4		• Todos os dois são solidos • Todos os dois Possui base	• um é prisma e o outro é um Paralelepipedo • um Tem mais lado que o outro
5		• são quadrilatros • São Solidos geometricos	• um é um Paralelepipedo e o outro é um cubo • Um possui medidas iguais e o outro possui medidas diferentes

APÊNDICE H – ATIVIDADE 02

Universidade Estadual da Paraíba

Campina Grande, / /

Dupla:____

Trabalho de Conclusão de Curso

Atividade 02

2. Uma caixa d'água tem formato de prisma de base hexagonal com uma altura de 2m e têm área da base igual a 1250m².

   c) Sabendo que a caixa está totalmente cheia, qual a capacidade dessa caixa d'água?

   ____
   ____
   ____

   d) Se o dono resolvesse encher apenas metade da caixa, quanto teria de água? Explique.

   ____
   ____
   ____

APÊNDICE I – ATIVIDADE 02 DE LEO

Atividade 02

2. Uma caixa d'água tem formato de prisma de base hexagonal com uma altura de $\boxed{2m}$ e têm área da base igual a $1250m^2$.

c) Sabendo que a caixa está totalmente cheia, qual a capacidade dessa caixa d'água?

o Capacidade é de 2500 m³ sabendo que o volume é igual área de base multiplicado por altura

$V = Ab . h$

$V = 1250 . 2$

$V = 2500 m^3$

d) Se o dono resolvesse encher apenas metade da caixa, quanto teria de água? Explique.

Já que ela completamente cheia tem 2500 a metade teria 1250

$2500 \div 2 = 1250$

APÊNDICE J – ATIVIDADE 02 DE MARCOS

Atividade 02

2. Uma caixa d'água tem formato de prisma de base hexagonal com uma altura de 2m e têm área da base igual a 1250m².

c) Sabendo que a caixa está totalmente cheia, qual a capacidade dessa caixa d'água?

A capacidade total é de 2500 m³

$V = Ab \cdot h$

$V = 1250 m^2 \cdot 2 m$

$V = 2500 m^3$

d) Se o dono resolvesse encher apenas metade da caixa, quanto teria de água? Explique.

Teria 1250 m³, porque ela cheia tem 2500 m³, claro se ele quer a metade é só dividir por 2 e terá o resultado correspondente

APÊNDICE K – QUESTIONÁRIO FINAL

Universidade Estadual da Paraíba

Campina Grande, / /

Aluno: ____

Trabalho de Conclusão de Curso

Questionário Final

1. Quais os conteúdos foram trabalhados nas atividades?

____

2. Você já conhecia o Geoespaço? Conte sua experiência com ele.

____

____

3. Em que o Geoespaço lhe ajudou na resolução dos problemas?

____

____

4. Quais os polígonos você identificou nas atividades?

____

____

5. Você consegue identificar quais os elementos do prisma no Geoespaço? Quais?

____

____

6. Qual a relação da base dos prismas com relação a sua classificação?

____

____

7. Qual a relação entre a base do prisma e o seu volume?

____

____

8. Essa atividade foi diferente do que normalmente você vê em sala de aula?

____

____

APÊNDICE L – QUESTIONÁRIO FINAL DE LEO

Questionário 02

1. Quais os conteúdos foram trabalhados nas atividades?

   Volume, o conhecimentos das figuras geometricas, área

2. Você já conhecia o Geoespaço? Conte sua experiência com ele.

   não, um tanto divertido, pois nunca foi trabalhado em sala de aula.

3. Em que o Geoespaço lhe ajudou na resolução dos problemas?

   a Conta os lados indentificar o Valor dos lados.

4. Quais os polígonos você identificou nas atividades?

   retangulo da base pentagonal, triangulo,

5. Você consegue identificar quais os elementos do prisma no Geoespaço? Quais?

   prisma de Base pentagonal e Base hexagonal.

6. Qual a relação da base dos prismas com relação a sua classificação?

   Em relação a ~~contra~~ Quantidade de lados na ~~ff~~ Base, Ex: prisma de Base pentagonal, com ~~ff~~ Base de 5 lados.

7. Qual a relação entre a base do prisma e o seu volume?

   Sabendo o Volume sabe a Quantidade de espaço que há dentro do prisma, (se a pessoa souber a Base, sabe-se o Volume, é nessesario a altura Também pra saber o Volume.

8. Essa atividade foi diferente do que normalmente você vê em sala de aula?

   foi diferente, Porque foi algo novo que eu não conhecia.

7 Se a pessoa souber a base e a altura, sabe qual é o Volume.

APÊNDICE M – QUESTIONÁRIO FINAL DE MARCOS

Questionário 02

1. Quais os conteúdos foram trabalhados nas atividades?

formas geometricas, Volume, aréa, Solidos geometrico etc

2. Você já conhecia o Geoespaço? Conte sua experiência com ele.

não, [illegible] minha experiência foi bastante legal além da mais aprendir como [illegible] Usar-lo

3. Em que o Geoespaço lhe ajudou na resolução dos problemas?

o Geoespaço me ajudou muito Porque com ele Criei os Solidos geometricas e consegui saber quantos Vertices Tinha etc

4. Quais os polígonos você identificou nas atividades?

prisma hexagono, quadrado, etc

5. Você consegue identificar quais os elementos do prisma no Geoespaço? Quais?

Consegui indentifica a Base, os lados, os Vertices, os angulos etc

6. Qual a relação da base dos prismas com relação a sua classificação?

relação de igualdade pois a base e igual so se ele estiver 7 lados é prisma heptagono

7. Qual a relação entre a base do prisma e o seu volume?

relação que você precisa da base para calcula o Volume pois a formula necessito da base

8. Essa atividade foi diferente do que normalmente você vê em sala de aula?

sim, comcerteza completamente diferente muito legal e atraente

foi legal !!!