



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VIII - ARARUNA
CENTRO DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIA E SAÚDE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

ANTÔNIO FERNANDES DA SILVA JÚNIOR

**EQUAÇÃO DE KOZENY-CARMAN: ANÁLISE DO FATOR DE FORMA A PARTIR
DO NÚMERO DE POISEUILLE**

**ARARUNA-PB
2021**

ANTÔNIO FERNANDES DA SILVA JÚNIOR

**EQUAÇÃO DE KOZENY-CARMAN: ANÁLISE DO FATOR DE FORMA A PARTIR
DO NÚMERO DE POISEUILLE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil do Centro de Ciências, Tecnologia e Saúde da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

Área de concentração: Ciências Exatas e da Terra: Engenharias III; Engenharia Civil: Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Valdecir Alves dos Santos Júnior

**ARARUNA-PB
2021**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586e Silva Junior, Antonio Fernandes da.
Equação de Kozeny-Carman [manuscrito] : Análise do fator de forma a partir do número de poiseuille / Antonio Fernandes da Silva Junior. - 2021.
44 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências, Tecnologia e Saúde , 2021.

"Orientação : Prof. Dr. Valdecir Alves dos Santos Júnior ,
Coordenação do Curso de Licenciatura em Física - CCTS."

1. Mecânica dos fluidos. 2. Engenharia. 3. Permeabilidade.
I. Título

21. ed. CDD 532

ANTÔNIO FERNANDES DA SILVA JÚNIOR

**EQUAÇÃO DE KOZENY-CARMAN: ANÁLISE DO FATOR DE FORMA A PARTIR
DO NÚMERO DE POISEUILLE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil do Centro de Ciências, Tecnologia e Saúde da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

Área de concentração: Ciências Exatas e da Terra: Engenharias III; Engenharia Civil: Mecânica dos Fluidos.

Aprovado em: 01 / 10 / 2021.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Valdecir Alves dos Santos Júnior (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Profa. Me. Tuanny da Silva Maciel
Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF)



Prof. Dr. Gustavo Charles Peixoto de Oliveira
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

Dedico aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida e por me ajudar a ultrapassar todos os obstáculos existentes nessa jornada. Agradeço aos meus pais por contribuírem de maneira direta nessa conquista e por me incentivarem nos momentos difíceis. Agradeço a todos os professores que exerceram papel fundamental na construção do meu conhecimento enquanto profissional e em especial agradeço ao orientador deste trabalho pelos incentivos, correções e por ser o principal agente na construção do mesmo. Por fim, obrigado!

RESUMO

Um corpo poroso, em geral, é composto por uma estrutura complexa, a qual apresenta variados espaços abertos ao escoamento de um fluido. Sua caracterização é de significativa importância para projetos de engenharia que lidam com a exploração de um meio poroso. A disposição espacial do meio é complexa e a depender da forma desse meio, parâmetros como porosidade, permeabilidade e tortuosidade têm sua descrição alterada quando se considera poros com seção transversal de geometria irregular. O modelo de Kozeny-Carman é o mais utilizado para se compreender a correlação entre permeabilidade e porosidade, entretanto esse modelo apresenta uma limitação quanto ao seu fator de forma, que é nitidamente alterado por modelos que aproximam o formato real do poro para geometrias regulares e bem definidas. Neste trabalho, lidamos com o problema de determinar fatores de forma para geometrias genéricas e complexas quando comparadas às geometrias normalmente apresentadas pela literatura de forma experimental. Uma nova abordagem do fator de forma é analisada, a qual é definida em função do número de Poiseuille, dando assim contribuições na área de meios porosos e apresentando uma forma alternativa para a compreensão do escoamento nessas estruturas. Validamos o modelo analítico de determinação no fator de forma, comparando com os fatores de forma comumente apresentados de forma experimental para geometrias regulares como círculo, retângulo, elipse e triângulo equilátero. Por fim, apresentamos fatores de forma para vinte e quatro geometrias mais complexas e genéricas do que as citadas.

Palavras-Chave: Fator de Forma. Kozeny-Carman. Porosidade. Permeabilidade.

ABSTRACT

A porous material is usually composed of a complex structure, which allows interstitial fluids to flow. Its characterization is of significant importance for engineering projects that cope with porous media exploration. The spatial arrangement of the medium is complex and, depending on the medium, parameters such as porosity, permeability and tortuosity are changed when considering pores with irregular cross-section. The Kozeny-Carman model is the most frequently used to understand the correlation between permeability and porosity, however this model has a limitation regarding its shape factor to approximate the shape of pore with irregular geometries. In this work, we deal with the problem of determining shape factors for more generic and complex geometries when compared to geometries normally presented in the literature in an experimental way. A new shape factor approach is analyzed, which is defined as a function of the Poiseuille number, thus making contributions in the area of porous media and even presenting an alternative way to understand the flow in this structure. Thus, we validated the analytical model for determining the shape factor by comparing it with the shape factors commonly presented experimentally for geometric shapes such as circle, rectangle, ellipse and equilateral triangle. Finally, we give shape factors for 24 more complex and generic geometries than those mentioned above.

Keywords: Form Factor. Kozeny-Carman. Porosity. Permeability.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tubos capilares tortuoso e retilíneo	18
Figura 2 – Desenvolvimento de um perfil de velocidade em escoamento laminar	21
Figura 3 – Duto genérico com coordenadas na seção transversal x e y	22
Figura 4 – Destaque de um poro com seção transversal genérica	28

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação do tipo de escoamento quanto ao número de Reynolds	25
Tabela 2 – Comparação entre os fatores de forma obtidos experimentalmente (F_{KC}) e analiticamente (F_{val})	33
Tabela 3 – Fatores de forma calculados pela nova abordagem para uma série de geometrias	35

LISTA DE SÍMBOLOS

q	Vazão que passa por um meio poroso
A_p	Área de seção transversal do poro
u_m	Velocidade média do fluido que escoar pela área da seção transversal do poro
π	Número de Pi
r	Raio do tubo capilar de seção circular
μ	Viscosidade do fluido
$\frac{dp}{dz}$	Gradiente de pressão desenvolvido no capilar
A_c	Área do meio poroso exposta ao fluxo de fluido
K	Constante de permeabilidade absoluta de Darcy
φ	Porosidade do meio poroso
v_v	Volume de vazios do meio poroso
v_t	Volume total do meio poroso
τ	Tortuosidade
L_g	Comprimento tortuoso do canal poroso
L	Comprimento retilíneo do canal poroso
F_{KC}	Fator de forma da equação de Kozeny-Carman
S_{vgr}	Área de superfície específica por unidade de volume de grão
$u(x, y)$	Velocidade bidimensional desenvolvida na seção transversal do canal poroso
$\frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial y^2}$	Derivadas parciais em coordenadas cartesianas
Γ	Fronteira
x, y, z	Coordenadas cartesianas
X, Y, Z	Coordenadas adimensionais
$W(X, Y)$	Velocidade média adimensional
α	Comprimento característico do canal poroso
$\frac{\partial}{\partial X}, \frac{\partial}{\partial Y}$	Derivadas parciais em coordenadas adimensionais
d_h	Diâmetro hidráulico
P	Perímetro
Re	Número de Reynolds
$V_{méd}$	Velocidade média de escoamento
ν	Viscosidade cinemática do fluido

ρ	Massa específica do fluido
f	Fator de atrito de Fanning
τ_w	Tensão de cisalhamento
$f R_e$	Número de Poiseuille
n	Número de poros em uma seção transversal
V_p	Volume poroso
S_{vp}	Área de superfície por unidade de volume de poro
A_s	Área de superfície interna
v_{gr}	Volume de grão
F_{val}	Fator de forma definido em função do número de Poiseuille
β	Razão de aspecto

Sumário

1 INTRODUÇÃO	12
2 OBJETIVOS	14
2.1 Objetivo Geral.....	14
2.2 Objetivos Específicos	14
3 REVISÃO DE LITERATURA	14
3.1 Meios Porosos	14
3.1.1 <i>Permeabilidade</i>	15
3.1.2 <i>Porosidade</i>	17
3.1.3 <i>Tortuosidade</i>	18
3.1.4 <i>Correlação de Kozeny - Carman</i>	19
3.2 Escoamento de fluidos em meios porosos	20
3.2.1 <i>Escoamento completamente desenvolvido</i>	20
3.2.2 <i>Adimensionalização da equação de quantidade de movimento</i>	22
3.2.3 <i>Diâmetro hidráulico</i>	24
3.2.4 <i>Número de Reynolds</i>	24
3.2.5 <i>Fator de atrito de Fanning</i>	25
3.2.6 <i>Número de Poiseuille</i>	26
4 METODOLOGIA	27
4.1 Modelagem Matemática.....	27
4.1.1 <i>Hipóteses do estudo</i>	27
4.1.2 <i>Determinação do novo fator de forma</i>	27
4.1.3 <i>Apresentando o novo fator de forma F_{val}</i>	32
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	33
5.1 Fatores de forma	33
5.1.1 <i>Comparação entre os fatores de forma obtidos de forma experimental e analítica e validação do modelo</i>	33
5.1.2 <i>Fatores de forma para geometrias planas</i>	34
6 CONCLUSÕES	40
REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

O escoamento de fluidos é um fenômeno muito habitual e acontece de forma natural. O interesse em compreender como acontece o escoamento em um meio poroso é alvo de diversas pesquisas atualmente. Entender como o fluido comporta-se ao escoar em um meio poroso não é fácil, uma vez que o meio é repleto de canais - abertos ao fluxo - com distintas geometrias que variam desde o formato de uma seção transversal até variações longitudinais que acontecem ao longo do comprimento, como alargamentos e estreitamento, além de possíveis interrupções no canal.

O escoamento em um meio poroso é um fenômeno comum e que deve ser profundamente estudado, porque as propriedades que o caracterizam são muito importantes para o estudo e compreensão das relações entre a capacidade de fluidez, e as restrições impostas pelo meio. Duas propriedades do meio poroso que influenciam significativamente no escoamento são a permeabilidade e porosidade, além da viscosidade do fluido que, quanto maior, mais lento será o escoamento.

A porosidade das rochas-reservatório e a sua permeabilidade são propriedades físicas fundamentais no que diz respeito ao armazenamento e transporte de fluidos. Portanto, o conhecimento preciso destas duas propriedades, para qualquer reservatório de hidrocarbonetos, juntamente com as propriedades do fluido, é necessário para o desenvolvimento eficiente, gestão e previsão do desempenho futuro de um campo de petróleo, por exemplo (BABADAGLI; AL-SALMI, 2004; NOORUDDIN; HOSSAIN, 2011; BAKER; AL-JAWAD; MURTADHA, 2013; SALIMIFARD, 2015; TIAB; DONALDSON, 2015 apud SIMÕES, 2017).

As leis de escoamento de um fluido em meios porosos têm vários aspectos de importância prática. Elas são essenciais no cálculo dos movimentos de águas subterrâneas, de petróleo e de gás natural através de areia e rocha, determinação de permeabilidade em concreto e outros materiais de construções (CARMAN, 1937).

A disposição espacial do meio poroso também é de extrema importância, visto que, entre outros fatores, devido à degradação ambiental sofrida pelo meio, em rochas por exemplo, os canais abertos ao fluxo podem ser maiores ou menores. Nesse sentido, a porosidade tem significativa notoriedade, porque é uma propriedade que fornece dados sobre a disposição espacial dos poros os quais podem servir como reservatório de armazenamento. Isto ocorre, quando os poros não apresentam continuidade ao longo do meio.

As propriedades estruturais, fundamentais para a descrição dos materiais porosos, são: a quantidade total de poros, a área superficial específica e a distribuição dos poros por tamanhos (CAMPITELI, 1987 apud BERNARDES, 2013). Além destas, pode-se citar o formato dos poros e sua conectividade (BERNARDES, 2013).

O formato do poro está relacionado com a sua geometria. Já a conectividade é uma propriedade geométrica que oferece informações sobre a estrutura do espaço de poro de um volume isolado (ARCARO, 2009 apud BERNARDES, 2013) e é definida como o número de curvas fechadas independentes que podem ser (continuamente) contraídas até um ponto sem deixar o volume (RHINES, 1969 apud VASCONCELOS, 1997).

As condições de escoamento em meios porosos são dependentes da natureza das partículas (areia, argila, limbo, solos em geral), da forma e das dimensões dos elementos que constituem um meio poroso. É possível conhecer estes parâmetros naturais através de comparações ao escoamento em tubos capilares (FRANÇA, 2000).

O formato de um poro real é difícil de ser equacionado matematicamente, devido às diversas variações que ele pode apresentar. O escoamento do fluido por um canal poroso é afetado pela sua forma. Quanto mais complexa a geometria mais difícil se torna a compreensão do escoamento nesse meio. Assim, é comum tentar aproximações do poro para geometrias planas regulares, principalmente tubos capilares, o que pode distanciar significativamente o escoamento real com geometria complexa e arbitrária em que o meio apresenta, do escoamento teórico aproximado pelo capilar.

Determinar um modelo matemático que permita relacionar a porosidade e a permeabilidade é uma tarefa difícil, mas de muita importância científica e econômica para diversas indústrias, especialmente a indústria do petróleo. O modelo de Kozeny-Carman é um dos mais empregados, devido a sua simplicidade. Essencialmente, ele relaciona as propriedades da matriz porosa com a resistência ao escoamento causado pelo meio poroso (ÂNGULO, 2015).

Entretanto, o modelo de Kozeny-Carman apresenta uma limitação dada pelo fator de forma, uma propriedade que relaciona a porosidade e permeabilidade dependente da geometria da seção transversal do canal aberto ao fluxo. Na literatura, é comum encontrar fatores de forma bem definidos, para geometrias planas regulares e que funcionam muito bem sob essas condições. Todavia, a necessidade de estudar os poros com seus formatos reais, com o objetivo de obter resultados mais precisos na relação entre as duas propriedades justifica a necessidade de estudos que proponham metodologias capazes de quantificar o fator de forma da equação de Kozeny-Carman para geometrias quaisquer.

Diante disso, este trabalho visa desenvolver uma metodologia capaz de definir analiticamente o fator de forma da equação de Kozeny-Carman. Além de verificar quais as implicações que a abordagem do novo fator de forma gera na correlação geral. Para isso, o desenvolvimento da metodologia perpassa pelas equações de Darcy e Poiseuille, que explicam o escoamento de fluido em um meio poroso. Com isso determinou-se uma correlação entre porosidade e permeabilidade em função de um fator de forma, o qual depende das características geométricas do poro, a formalização do novo fator de forma tem como base o número de Poiseuille, que relaciona o fator de atrito de Fanning e o número de Reynolds.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Definir um modelo matemático para o cálculo do fator de forma em geometrias arbitrárias.

2.2 Objetivos Específicos

- Avaliar o comportamento do escoamento de fluidos em meios porosos;
- Estudar poros com seções transversais de geometrias arbitrárias;
- Propor uma metodologia para determinação de um novo modelo matemático para o cálculo do fator de forma;
- Verificar as implicações que o novo modelo gera na correlação entre porosidade e permeabilidade;
- Estimar e comparar os valores encontrados para o fator de forma com os apresentados experimentalmente na literatura.

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 Meios Porosos

Os termos “material poroso” e “meio poroso” costumam ser empregados indistintamente. Inexiste, na literatura, uma definição taxativa desses termos, além de que eles apresentem “porosidade”. Parece ser consensual que materiais porosos são aqueles constituídos por uma fase sólida persistente (por vezes chamada “matriz sólida” ou

“esqueleto”) e por “vazios”, que podem estar preenchidos por uma ou mais fases fluidas (líquidas e/ou gasosas). Em consequência da distribuição da fase sólida, esses vazios também se encontram, de alguma forma, distribuídos (SCHEIDEGGER, 1960; BEAR, 1988; DE BOER, 2005; LEE, 2018; DE VITA et.al., 2018 apud LOFRANO, 2018).

Neste trabalho, deve-se entender “meio poroso” como uma região sólida que contém uma determinada quantidade de vazios em seu meio, ou seja, apresenta porosidade, na qual é perfeitamente possível e permitido o escoamento de uma fase fluida (líquidos ou gases) no entremeio desses espaços. Estes vazios são comumente conhecidos como poros e em geral apresentam uma geometria irregular em sua seção transversal. Dessa forma, é plenamente comum um meio poroso apresentar canais abertos ao escoamento com geometrias completamente diferentes entre si.

A estrutura espacial de um corpo poroso é geralmente complicada, o que leva a dificuldade na descrição matemática. Na literatura, existem muitos parâmetros utilizados para caracterizar os poros, como por exemplo: porosidade, tortuosidade, superfície específica do corpo sólido, diâmetros das partículas e coeficiente de esfericidade, no caso de leitos porosos. Muitas leis descrevem os fluxos de fluido através destes meios. Nestas leis, bem como em outras investigações na área de meios porosos, os parâmetros espaciais foram introduzidos geralmente como constantes (SOBIESK et.al, 2014).

No estudo de alguns sistemas biológicos industriais e naturais é frequente a necessidade de modelos de escoamento de fluidos através de tubos, canais ou passagens em geometrias complexas (LETELIER; STOCKLE, 2012). Esta complexidade, em geral, é dada pela forma da geometria da seção transversal ou ainda da variação longitudinal do poro.

Sendo assim, um estudo aprofundado destas estruturas é necessário, porque a sua compreensão e entendimento permite a exposição das situações que se referem ao escoamento e armazenamento de fluido em um meio poroso, ou seja, os efeitos que a relação entre porosidade e permeabilidade podem gerar no escoamento, acarretando na garantia ou dificuldades do escoamento.

3.1.1 Permeabilidade

A permeabilidade de um meio poroso é uma medida de sua capacidade de conduzir fluidos. Em outras palavras, a permeabilidade é uma medida de quão facilmente um fluido passa através do material. Para se medir essa propriedade seria necessário encontrar uma equação que regulasse o fluxo, na qual interviessem todos os parâmetros.

A primeira ideia seria a de simplificar o sistema poroso, considerando-o como um feixe de tubos capilares. O escoamento viscoso e laminar através de um capilar é regulado pela equação de Poiseuille, que trata o fluido como um conjunto de superfícies cilíndricas concêntricas movendo-se com velocidades diferentes e, por conseguinte, exercendo forças viscosas umas sobre as outras (ROSA, CARVALHO E XAVIER, 2006). A equação Poiseuille normalmente é expressa como,

$$q = A_p u_m \quad (3.1)$$

onde q é a vazão, A_p é a área de seção transversal do poro, ou seja, dos espaços vazios no qual é permitido o fluxo, e u_m é a velocidade média do fluido que escoar pela área da seção transversal do poro.

Perceba que para Poiseuille está sendo admitida uma hipótese, sendo permitido estudar cada poro separadamente, sem perda de generalidade. Em uma aproximação inicial pode-se, como hipótese, estimar que os poros no canal poroso são iguais, ou seja, apresentam mesmo comprimento e mesmo comportamento na seção transversal.

A vazão em termos da equação de Poiseuille para um meio poroso com área de seção transversal circular, ou seja, considerando um meio formado por tubos capilares, resulta em uma equação como, (ROSA, CARVALHO E XAVIER, 2006)

$$q = \frac{\pi r^4}{8 \mu} \frac{dp}{dz} \quad (3.2)$$

onde r é o raio do tubo capilar, μ é a viscosidade dinâmica do fluido percolante e $\frac{dp}{dz}$ é o gradiente de pressão desenvolvido no capilar.

Em virtude da dificuldade de medição dos vários raios dos capilares que formam o meio poroso, agravada pelo fato de que os capilares não são regulares, lineares e paralelos, a Equação (3.2) não é diretamente aplicável na maioria dos casos. Quando modificado para escoamento entre placas, no entanto, pode ser utilizada no estudo do fluxo em fraturas (ROSA, CARVALHO E XAVIER, 2016).

A equação de maior utilização para medir a permeabilidade em termos de vazão é a equação de Darcy. A vazão através de um meio poroso é proporcional à área aberta ao fluxo e ao diferencial de pressão, e inversamente proporcional ao comprimento do meio poroso e da viscosidade do líquido que irá permeá-lo (ROSA, CARVALHO E XAVIER, 2006). A lei de Darcy para meios porosos nos dá que:

$$q = \frac{K A_c}{\mu} \left(-\frac{dp}{dz} \right) \quad (3.3)$$

onde K é a constante de permeabilidade absoluta de Darcy e é uma propriedade que depende das características rochosas, A_c é a área exposta ao fluxo. Vale salientar que para Darcy a área exposta ao fluxo contempla também a região sólida.

Quanto mais estreitos, tortuosos e cheios de estrangulamentos forem os canais porosos maior será a dificuldade de os fluidos escoarem e, conseqüentemente, menor será a sua permeabilidade (THOMAS, 2001).

3.1.2 Porosidade

Em meios porosos algumas propriedades adquirem enorme destaque devido a sua importância no entendimento das características dos meios porosos. Na Engenharia de Reservatórios, por exemplo, a porosidade das rochas é a porcentagem de espaços vazios de uma rocha que não são preenchidos pelo material sólido. Partindo desse pressuposto, são espaços que podem ser preenchidos por ar, água, óleos ou ainda alguma mistura entre os fluidos na fase líquida.

Em geral, os vazios em um meio poroso são decorrentes do processo de formação, durante o processo de deposição (porosidade primária) ou através do processo de dissolução de fraturas (porosidade secundária). Há fatores que influenciam diretamente nesta propriedade, como podemos citar grãos (tamanho, seleção, arredondamento), processos diagenéticos (transformações em adaptação às novas condições físicas e químicas), profundidade e pressão (arranjo geométrico, compactação e cimentação). É importante saber que não só a existência de poros em uma rocha é suficiente. É necessário que haja conectividade entre eles, para que permita o fluxo de fluidos das reservas (VIANA JÚNIOR, 2017).

Em termos matemáticos, a porosidade de uma rocha é definida como a razão entre o volume de vazios pelo volume total que a rocha ocupa no espaço. Ela pode ser entendida como a porcentagem de espaço disponível para o armazenamento de fluidos no interior do meio poroso,

$$\varphi = \frac{V_v}{V_t} \quad (3.4)$$

onde φ é a porosidade, V_v o volume de vazios e V_t o volume total.

Perceba que não existe uma relação direta entre o volume de vazios com o volume total da rocha, são propriedades independentes. Devido aos processos de formação, uma rocha pode apresentar-se mais porosa em relação a outra que sofreu processos de deterioração menos acentuados. O volume total continuará sendo o espaço volumétrico que o meio poroso ocupa, independentemente se a rocha conta com mais ou menos vazios.

3.1.3 Tortuosidade

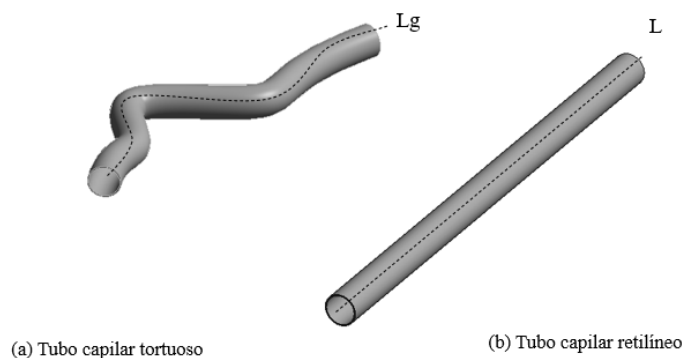
A tortuosidade é um parâmetro amplamente difundido em petrofísica, porém ainda não há um consenso entre os especialistas físicos, engenheiros e químicos quanto a sua definição. A importância da tortuosidade é indiscutível, pois é um parâmetro chave para descrever a sinuosidade e a conectividade do meio poroso (MINGIREANOV FILHO, 2017).

A definição de tortuosidade geométrica consiste na razão entre o comprimento do caminho mais curto através da rede de poros conexos L_g e o comprimento da linha reta ao longo do eixo da amostra de rocha L . Vale acrescentar que o coeficiente de tortuosidade é definido mais amplamente como a razão média dos comprimentos dos poros pela projeção dos poros na direção do fluxo. A importância disso é que a tortuosidade geométrica é um parâmetro médio e uma característica estrutural do meio poroso (CLENNELL, 1997),

$$\tau = \frac{L_g}{L}. \quad (3.5)$$

A Figura 1(a) mostra um tubo capilar tortuoso, a passo que a figura 1(b) mostra o capilar de forma retilínea.

Figura 1 – Tubos capilares tortuoso e retilíneo



3.1.4 Correlação de Kozeny - Carman

As formulações matemáticas que regem o escoamento de fluidos em meios porosos são bem definidas. No entanto, existem dificuldades para aproximar um modelo de cálculo com o de uma situação real (SIMÕES, 2017). A correlação de Kozeny-Carman é uma equação que relaciona duas importantes grandezas do estudo das rochas, porosidade e permeabilidade.

Esta correlação permite analisar como é o comportamento da permeabilidade rochosa em função da porosidade do meio, visto que porosidade está ligada a capacidade que a rocha tem de reter fluidos em seus vazios e permeabilidade pode ser entendida como a capacidade que um meio poroso tem de escoar fluido em seu meio. Notoriamente, essas propriedades dependem de características geométricas do meio rochoso.

Dada a grande diversidade de configurações de meios porosos encontrados na prática, a determinação de uma lei de escalonamento para descrever a permeabilidade não é uma questão simples. Abordagens semiempíricas foram propostas para superar este problema. Baseado em argumentos de escala Kozeny e Carman, desenvolveram a seguinte correlação para prever a permeabilidade de meios porosos (RAMIREZ, VALDEZ-PARADA, 2008),

$$K = \frac{1}{F_{KC} \tau^2 S_{Vgr}^2} \frac{\varphi^3}{(1 - \varphi)^2} \quad (3.6)$$

onde F_{KC} é o fator de forma de Kozeny-Carman, τ a tortuosidade e, S_{Vgr} a superfície específica por unidade de volume de grão e φ a porosidade.

O fator de forma é uma propriedade que é intrinsecamente dependente da geometria da seção transversal do canal aberto ao fluxo. Atualmente o fator de forma é determinado para geometrias comportadas, ou seja, geometrias planas regulares que atendem a um determinado padrão. Entretanto, quando o objetivo é o estudo de meios porosos com geometrias complexas, o fator de forma da correlação de Kozeny-Carman é de difícil obtenção, uma vez que as propriedades geométricas da seção transversal estudada podem ser de difícil caracterização.

A tortuosidade é um parâmetro que depende da simplificação imposta ao modelo de cálculo de um meio poroso real, porque, como visto no item anterior, é uma propriedade puramente geométrica que relaciona o comprimento real de um duto com o seu comprimento imaginando ser possível esticá-lo. Dessa forma, quanto mais próximo

o modelo de cálculo se aproxima de uma situação de duto retilíneo, essa propriedade tende a 1, influenciando pouco na correlação entre permeabilidade e porosidade, ao passo que quanto mais tortuoso o modelo maior a influência desta propriedade na correlação, porque o fluido encontra maiores objeções ao escoamento, tornando mais difícil a percolação no meio.

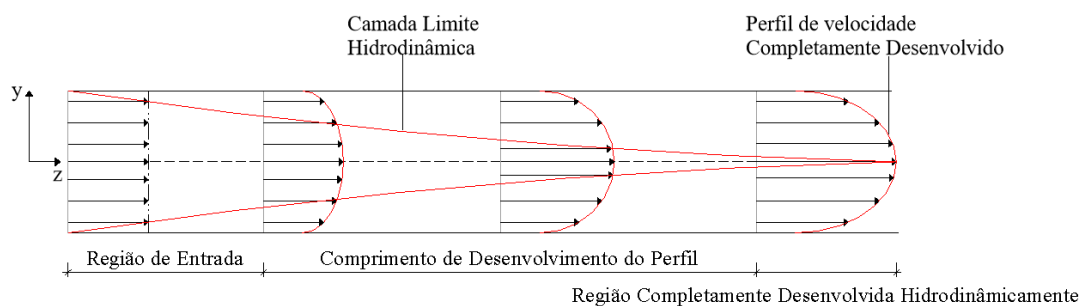
3.2 Escoamento de fluidos em meios porosos

Nesta seção serão abordados os conceitos primordiais para o entendimento do escoamento de fluido em um meio poroso, dando enfoque a escoamento completamente desenvolvido, parâmetros adimensionais, número de Reynolds, fator de atrito de Fanning e número de Poiseuille. Esses conceitos são essenciais para a compreensão do problema proposto no trabalho.

3.2.1 Escoamento completamente desenvolvido

Quando se consideram os escoamentos internos em condutos o interesse concentra-se principalmente em fluxos completamente desenvolvidos no interior do duto. Um escoamento laminar completamente desenvolvido resulta quando o perfil de velocidade não muda de direção durante o escoamento. Na região de entrada de um escoamento laminar o perfil de velocidade caminha na direção do fluxo, como temos na Figura 2. O escoamento idealizado é proveniente de um depósito, começa na entrada como um fluxo uniforme (na realidade, existe uma delgada camada viscosa na parede, como se mostra na Figura 2); A camada viscosa logo cresce ao longo do núcleo invíscido, visto que os esforços viscosos dominam toda a seção transversal. O perfil de velocidade caminha em direção a região de desenvolvimento do perfil e a existência dos efeitos viscosos permitem que se alcance um escoamento completamente desenvolvido (POTTER, WIGGERT, 2002).

A região próxima à parede em que são desenvolvidas as forças de cisalhamento proveniente da camada viscosa é também comumente chamada na literatura de camada limite hidrodinâmica. Devido à hipótese de não escorregamento, ou seja, admite-se ser possível a aderência do fluido com a parede do duto, o escoamento laminar desenvolve-se com velocidade crescente ao longo da direção y , já que o deslizamento das lâminas concêntricas idealizado na condição do escoamento de Poiseuille condiciona uma velocidade máxima de escoamento no centro do duto.

Figura 2 – Desenvolvimento de um perfil de velocidade em escoamento laminar

Fonte: Adaptado, POTTER, WIGGERT, 2002

Dessa forma o perfil de velocidades é variável e crescente na direção de maior distância em relação a parede, na qual idealiza-se a condição de não deslizamento. Além disso, o perfil de velocidade também depende da geometria da seção transversal, quanto mais irregular a geometria, a tendência é perfis de velocidades cada vez mais irregulares, uma vez que a velocidade é dependente das coordenadas x e y , em que maior dificuldade na caracterização da seção, implicará em velocidades obedecendo leis de escoamento mais complexas. Em dutos com regiões comportadas, como por exemplo uma seção circular, o perfil de velocidade é parabólico como apresentado na Figura 2.

Devido à grande variabilidade no perfil de velocidade até o momento de escoamento completamente desenvolvido, no qual ainda existe variação é comum trabalhar-se com a velocidade média de escoamento, ou seja, busca-se uma função que uniformiza a velocidade no escoamento laminar completamente desenvolvido. A velocidade média de escoamento é comumente descrita por,

$$u_m = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} u(x, y) dA_c \quad (3.7)$$

onde $u(x, y)$ é a velocidade local e A_c é a área da seção do qual se escoo o fluido.

Perceba que a velocidade de escoamento é dependente apenas das coordenadas x e y , de tal forma que o estudo da velocidade acontece em um corte de todo o duto. Na realidade o perfil de velocidade indica a intensidade na velocidade que a partícula de fluido apresenta na posição em que se encontra, como admite-se escoamento laminar as partículas desenvolvem-se sempre em posição constante, sem trocas de posição. Ademais o estudo em uma seção transversal proporciona que o perfil de velocidades não dependa da distância longitudinal z do tubo, ou seja, essa referência mantém-se constante, ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial z} u(x, y, z) = \frac{\partial}{\partial z} u(x, y) = 0 \quad (3.8)$$

assim temos que $u(x, y, z) = u(x, y)$.

3.2.2 Adimensionalização da equação de quantidade de movimento

Nas análises dimensionais, uma grandeza ou número será adimensional quando não apresentar nenhuma unidade física que o defina. Os números adimensionais podem ser definidos como produtos ou quocientes de quantidades onde as unidades se cancelam. Dependendo do seu valor, estes números possuem um significado físico que caracteriza determinadas propriedades para alguns sistemas (WHITE, 2011).

A equação de quantidade de movimento para escoamento laminar completamente desenvolvido é escrito como:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} \quad (3.9)$$

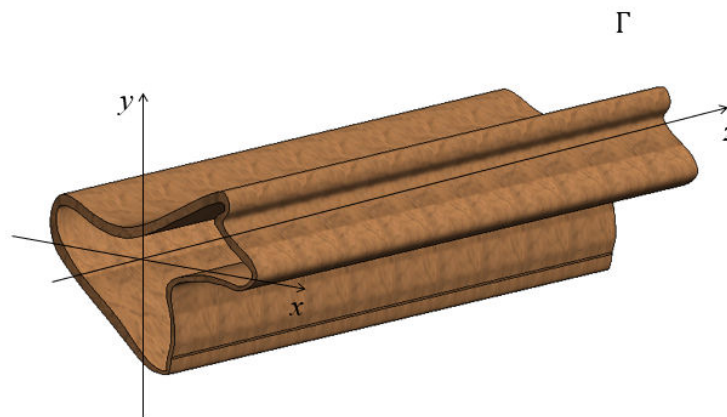
onde $u(x, y)$ é a velocidade local do fluido, p é a pressão e μ é a viscosidade do fluido.

Com condições de fronteira:

$$u(x, y) = 0 \text{ em } (x, y) \in \Gamma \quad (3.10)$$

onde x e y podem ser consideradas as coordenadas da seção transversal do tubo, como ilustra a figura a seguir, e $\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz}$, independente de x e y .

Figura 3 - Duto Genérico com coordenadas na seção transversal x e y



Fonte: O Autor, 2021.

Considere as seguintes variáveis em coordenadas adimensionais:

$$X = \frac{x}{\alpha} \quad Y = \frac{y}{\alpha} \quad \text{e} \quad W(X, Y) = -\frac{u(X, Y)}{\frac{\alpha^2}{\mu} \frac{dp(z)}{dz}} \quad (3.11)$$

Onde W é a velocidade adimensional local e α é o comprimento característico do canal poroso. Observe que $u = u(x, y) = u(x(X), y(Y))$ e $W = W(X, Y)$. Assim,

$$\frac{\partial W}{\partial X} = -\frac{1}{\frac{\alpha^2}{\mu} \frac{dp(z)}{dz}} \frac{\partial u}{\partial X} \quad (3.12)$$

Como

$$\frac{\partial u}{\partial X} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dX} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dX} \quad (3.13)$$

Logo,

$$\frac{\partial u}{\partial X} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.14)$$

Substituindo a Equação (3.14) em (3.12), temos:

$$\frac{\partial W}{\partial X} = -\frac{1}{\frac{\alpha}{\mu} \frac{dp(z)}{dz}} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.15)$$

Resolvendo a segunda derivada, $\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}$, temos:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = -\frac{1}{\frac{\alpha}{\mu} \frac{dp(z)}{dz}} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{dx}{dX} + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{dy}{dX} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \alpha \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = -\frac{1}{\frac{\alpha}{\mu} \frac{dp(z)}{dz}} \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \rightarrow \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = -\frac{1}{\frac{1}{\mu} \frac{dp(z)}{dz}} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.19)$$

Reagrupando os termos:

$$-\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.20)$$

De forma análoga para y , temos:

$$-\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.21)$$

Voltando a Equação (3.9) e substituído as equações (3.20) e (3.21), temos a equação da quantidade de movimento adimensionalizada.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} = -1 \quad (3.22)$$

com $W = W(X, Y) = 0$ em $(X, Y) \in \Gamma$.

3.2.3 Diâmetro hidráulico

As correlações para o escoamento de tubos apresentam propriedades típicas de uma seção transversal, tais como, área e perímetro. Sendo assim, é fácil manipular isto para dutos de seção circular, no entanto para dutos de seção arbitrária pode significar um problema.

O diâmetro hidráulico é uma propriedade geométrica muito utilizada no estudo de fluxo em tubos de seção não circular. O diâmetro hidráulico é definido como:

$$d_h = \frac{4A_c}{P} \quad (3.23)$$

onde A_c é a área da seção transversal do duto, P é o perímetro molhado.

O perímetro molhado inclui todas as superfícies sob a ação da tensão de cisalhamento, ou seja, toda a região da parede do duto que está em contato com o fluido ao escoar em seu interior. O fator 4 é introduzido em virtude de o diâmetro hidráulico ser geralmente 4 vezes maior do que o raio hidráulico, dessa forma para um tubo de seção transversal arbitrária que apresenta um determinado raio hidráulico, o diâmetro hidráulico será igual imaginando o duto em seção circular (WHITE, 2011).

3.2.4 Número de Reynolds

A transição do escoamento laminar para turbulento depende da geometria, da rugosidade da superfície, da velocidade de escoamento, da temperatura da superfície e do tipo de fluido. Após experimentos exaustivos na década de 1880, Osborne Reynolds descobriu que o regime de escoamento depende principalmente da relação entre as forças inerciais e as forças viscosas do fluido. Essa relação é chamada de número de Reynolds (ÇENGEL, 2007), e é expressa por,

$$Re = \frac{\text{Forças inerciais}}{\text{Forças viscosas}} = \frac{V_{méd}\alpha}{\nu} = \frac{\rho V_{méd}\alpha}{\mu} \quad (3.24)$$

onde $V_{méd}$ é a velocidade média de escoamento, α é o comprimento característico da geometria, ν é a viscosidade cinemática e ρ a massa específica do fluido que escoar.

Com números de Reynolds grandes, as forças inerciais, proporcionais à densidade do fluido e ao quadrado da velocidade do fluido, são grandes com relação às forças viscosas e, portanto, as forças viscosas não podem evitar as flutuações aleatórias e rápidas do fluido. Com números de Reynolds pequenos ou moderados, porém, as forças viscosas são suficientemente grandes para suprimir essas flutuações e manter o fluido “alinhado”. Assim, o escoamento é turbulento no primeiro caso e laminar no segundo (ÇENGEL, 2007).

Não é possível definir precisamente as faixas de números de Reynolds que indicam se o escoamento é laminar, de transição ou turbulento. A transição real do escoamento laminar para o turbulento pode acontecer em vários números de Reynolds, pois a transição depende de quanto o escoamento está “perturbado” por vibrações e rugosidade (MUNSUN *et.al*, 2004). Na maioria dos casos, principalmente em dutos de geometria circular, admite-se os limites entre os tipos de escoamento laminar, transição e turbulentos como os números de Reynolds apresentados na tabela a seguir.

Tabela 1 – Classificação do tipo de escoamento quanto ao número de Reynolds

Intervalo para o Reynolds	Tipo de escoamento
$0 < Re < 2300$	Escoamento laminar
$2300 \leq Re \leq 4000$	Escoamento de transição
$Re \geq 4000$	Escoamento turbulento

Fonte: ÇENGEL, 2007

3.2.5 Fator de atrito de Fanning

No escoamento de fluidos na fase líquida por meio de um duto, existem forças tangenciais na parede do duto contrário ao movimento do fluxo. O fator de atrito de Fanning é a razão entre a tensão de cisalhamento desenvolvida com a energia cinética medida por meio da velocidade média de escoamento, a massa específica é a propriedade que caracteriza o fluido e, sendo assim, o fator de atrito é expresso como,

$$f = \frac{\tau_w}{\rho \frac{u_m^2}{2}} \quad (3.25)$$

onde $\tau_w = -\frac{d_h}{4} \frac{dp}{dz}$ representa a tensão de cisalhamento, u_m é a velocidade média, d_h é o diâmetro hidráulico e ρ é a densidade do fluido (SHAH E LONDON, 1978).

3.2.6 Número de Poiseuille

O número de Reynolds, para fluxo não acelerado, é inadequado, uma vez que a densidade não desempenha papel no escoamento (CHURCHILL, 1988 apud NEVES, 2020). Em uma região com o escoamento completamente desenvolvido é comum utilizar a definição Po , também conhecida como número de Poiseuille (SHAH E LONDON, 1978). O número de Poiseuille é expresso, por,

$$Po = -\frac{c_1 d_h^2}{2u_m} = -\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} \frac{d_h^2}{2u_m} \quad (3.26)$$

onde c_1 é a constante da Equação (3.26).

O número de Poiseuille é uma constante de proporcionalidade entre o gradiente de pressão e a velocidade média. Desta forma, se considerarmos um determinado fluido escoando com velocidade invariante em dutos de mesmo diâmetro hidráulico, o gradiente de pressão aumenta se o número de Poiseuille aumentar (NEVES, 2020). O número de Poiseuille é uma constante que não depende das propriedades do fluido e nem do comprimento do tubo pelo qual existe o escoamento. As únicas propriedades que influem no número de Poiseuille são as dimensões geométricas da seção transversal genérica e arbitrária.

A nova abordagem do fator de forma da equação de Kozeny-Carman, definida na seção 4.1.3, é dada em função do número de Poiseuille porque essa é uma propriedade que depende principalmente das características geométricas da seção transversal. Com isso, verificar-se-á que o fator de forma será uma propriedade cuja essência será em função das características geométricas da seção estudada, pois entende-se que a velocidade média apesar de ser a do fluido que percola depende das características geométricas da seção transversal.

4 METODOLOGIA

4.1 Modelagem Matemática

Ao analisar uma seção transversal de um meio poroso, nota-se facilmente a diversidade nas formas geométricas que caracterizam os poros daquele meio. Dessa forma, torna-se importante entender essas geometrias, porque elas influem nas propriedades essenciais no escoamento e armazenamento de fluido no meio.

Nesse sentido, a modelagem matemática desse trabalho tem como objetivo entender as variadas formas dos canais porosos de um meio e, sobre elas aplicar um fator de forma da equação de Kozeny-Carman. Entretanto, salienta-se a generalização físico-matemática para geometrias arbitrárias, rechaçando a limitação de sua determinação para geometrias planas regulares.

4.1.1 Hipóteses do estudo

Neste trabalho é abordado essencialmente a correlação entre porosidade e permeabilidade de um meio, para isso é necessário analisar quais as vertentes que são desenvolvidas pelo fluido no escoamento por essa região, que pode ou não ser de difícil percolação. Nisso, há presença de fatores intrinsecamente associados, uma vez que tanto a capacidade de armazenamento do fluido como a possibilidade de deixá-los fluir, perpassa, além de outros fatores, pelas características geométricas do meio poroso.

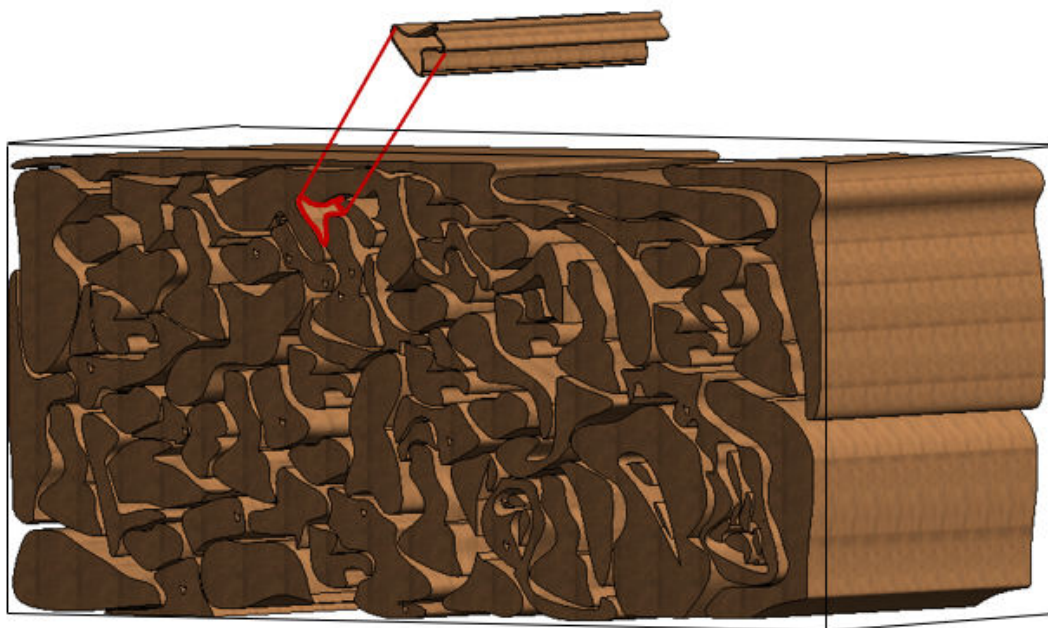
Dessa forma, admitiu-se que o escoamento é laminar e completamente desenvolvido hidrodinamicamente, em regime permanente. Além disso, destaca-se a aplicabilidade da teoria a fluidos Newtonianos (fluido em que a viscosidade é constante para diferentes taxas de cisalhamento e não variam com o tempo) com desenvolvimento na direção longitudinal do canal poroso. Como hipóteses simplificadoras desconsiderou-se as perdas de energia devido a dissipação de calor que existe na fricção do fluido com as paredes do material sólido, como também as propriedades físico-químicas constantes principalmente devido a variação de temperatura que influi na viscosidade do fluido.

4.1.2 Determinação do novo fator de forma

Imagine uma seção transversal de um meio poroso, admitida como infinitesimal mostrada na Figura 4. Notoriamente, o meio poroso é constituído de uma fase sólida e de uma fase não sólida, a qual apresenta formato variado e de difícil definição. Se

admitirmos a possibilidade de estudar um único poro separadamente, como destacado na Figura 4, a vazão que passa por esse canal poroso é a definida na Equação (3.1), ou seja, a vazão dada por Hagen-Poiseuille depende da área da seção porosa e da velocidade média do fluido que percola esse meio.

Figura 4 – Destaque de um poro com seção transversal genérica



Fonte: O Autor, 2021.

Se admitirmos como hipótese inicial que a área de toda região vazada é uma soma das áreas dada pelo poro em destaque, então é verídico pensar, sem perda de generalidade, que a vazão de toda a região porosa é uma soma de n canais que são iguais perante a sua seção transversal. Dessa forma, temos uma equação geral como,

$$q = n A_p u_m \quad (4.1)$$

É razoável afirmar que a vazão é uma propriedade que depende diretamente da geometria do canal poroso que está sendo admitida, já que é uma relação diretamente proporcional com a área do poro, além disso destaca-se a velocidade média também afetada pela forma da seção, porque o diagrama de velocidades apresentará variações a depender do formato geométrico do canal.

Todavia, a equação de Darcy definida na Equação (3.3) tem um olhar diferenciado para o meio poroso, conforme destacado é introduzido uma constante que apresenta a vazão como uma propriedade proporcional à permeabilidade efetiva, uma propriedade

intrínseca ao material sólido. A vazão para Darcy não é algo dependente da área porosa, mas sim de toda a seção transversal, incluindo as partes sólidas do meio. Quando se analisa o desenvolvimento do escoamento internamente ao canal, Darcy diz que existe um diferencial de pressão e , isso é razoável, uma vez que a perda de carga devido o escoamento é iminente.

Duas equações com distintas abordagens, mas com relativa aplicabilidade. Admitamos que as vazões dadas na Equação (4.1) e na Equação (3.3) são numericamente iguais. Sendo assim, temos

$$n A_p u_m = \frac{k A_c}{\mu} \left(-\frac{dp}{dz} \right) \quad (4.2)$$

Isolando a permeabilidade efetiva na equação acima,

$$k = \frac{n A_p}{A_c} \left(\frac{u_m}{-\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz}} \right) \quad (4.3)$$

Tomando α como um comprimento característico, ou seja, é um valor referente à geometria da seção transversal do poro e W_m a velocidade média adimensional do fluido, temos

$$W_m = \frac{u_m}{-\frac{\alpha^2}{\mu} \frac{dp}{dz}} \quad (4.4)$$

Dessa forma a Equação (4.3) torna-se:

$$k = \frac{n A_p}{A_c} \alpha^2 W_m \quad (4.5)$$

Temos da definição de porosidade, que é uma das mais importantes do estudo de rochas, por medir a capacidade do meio rochoso em reter fluidos, sendo definida como a relação entre o volume poroso com o volume total da rocha. Considerando a tortuosidade e combinando as equações (3.4) e (3.5), temos

$$\phi = \frac{V_p}{V} = \frac{n A_p \tau}{A_c} \quad (4.6)$$

Da Equação (4.6) temos:

$$A_c = \frac{n A_p \tau}{\phi} \quad (4.7)$$

Considere agora a área de superfície interna, A_s , por unidade de volume do poro, definida como, S_{vp} :

$$S_{vp} = \frac{A_s}{V_p} = \frac{n P L}{n A_p L} = \frac{P}{A_p} \quad (4.8)$$

onde P é o perímetro da seção transversal do poro. Considere também, a área da superfície específica de um material poroso por unidade de volume de grão.

$$S_{vgr} = \frac{A_s}{V_{gr}} \quad (4.9)$$

onde A_s é a área lateral do meio poroso e V_{gr} é o volume de grãos sólidos.

Observe que o volume total é a soma do volume de poros com o volume do material sólido, sendo assim:

$$V = V_p + V_{gr} \quad (4.10)$$

Da Equação (4.10) temos:

$$V_{gr} = V - V\phi \quad (4.11)$$

Logo,

$$V_{gr} = A_c L (1 - \phi) \quad (4.12)$$

Da Equação (4.12) na Equação (4.9), temos que:

$$S_{vgr} = \frac{A_s}{V_{gr}} = \frac{n P L_g}{A_c L (1 - \phi)} = \frac{n P \tau}{A_c (1 - \phi)} \quad (4.13)$$

Substituindo a Equação (4.7) na Equação (4.13) temos:

$$S_{vgr} = \frac{n P \tau}{\frac{n A_p \tau}{\phi} (1 - \phi)} = \frac{n P \phi}{n A_p (1 - \phi)} = \frac{P \phi}{A_p (1 - \phi)} \quad (4.14)$$

Logo,

$$S_{vgr} = S_{vp} \frac{\phi}{(1 - \phi)} \quad (4.15)$$

Das equações (4.5) e (4.7), temos que:

$$K = \frac{n A_p}{A_c} \alpha^2 W_m = \frac{\phi \alpha^2 W_m}{\tau} \quad (4.16)$$

Observe que:

$$\phi = \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} \frac{(1 - \phi)^2}{\phi^2} \quad (4.17)$$

Desenvolvendo a Equação (4.17) em termos de S_{vp} e S_{vgr} temos:

$$\phi = \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} \frac{1}{\frac{\phi^2}{(1 - \phi)^2}} = \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} \frac{1}{\frac{S_{vgr}^2}{S_{vp}^2}} \quad (4.18)$$

Logo,

$$\phi = \frac{S_{vp}^2}{S_{vgr}^2} \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} \quad (4.19)$$

Agrupando os termos da Equação (4.19) na Equação (4.16), temos:

$$k = \frac{\alpha^2 W_m}{\tau} S_{vp}^2 \frac{1}{S_{vgr}^2} \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} \quad (4.20)$$

A clássica equação de Kozeny-Carman é comumente descrita como:

$$k = \frac{1}{F_{KC} \tau S_{vgr}^2} \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} \quad (4.21)$$

Observe que para as equações, Equação (4.21) e Equação (4.20) terem o mesmo formato é preciso apresentar um fator de forma escrito como:

$$F = \frac{1}{\alpha^2 W_m S_{vp}^2} \quad (4.22)$$

Agrupando os termos nas equações, Equação (4.22) e Equação (4.8)

$$F = \frac{1}{\alpha^2 W_m \frac{P^2}{A_p^2}} = \frac{A_p^2}{\alpha^2 W_m P^2} \quad (4.23)$$

O fator de forma apresenta propriedades típicas de uma seção transversal, tais como área e perímetro, sendo assim é fácil manipular isto para dutos de seção circular, no entanto para dutos de seção arbitrária pode significar um problema. O diâmetro hidráulico é uma propriedade geométrica muito utilizada no estudo de fluxo em tubos de seção não circular.

Agrupando os termos na Equação (4.23) e Equação (3.23), nos dá que

$$F = \frac{1}{\alpha^2 W_m} \frac{d_h^2}{16} \quad (4.24)$$

4.1.3 Apresentando o novo fator de forma F_{val}

O fator de forma é uma propriedade que tem a função de aproximar a relação entre porosidade e permeabilidade, e isso é dado a partir da definição geométrica dos canais porosos pelos quais o fluido percola. O número de Poiseuille é um adimensional que depende essencialmente das características geométricas da seção transversal, como definido na seção 3.2.6.

Partindo desse pressuposto, é razoável admitirmos que a velocidade média da equação que define o número de Poiseuille é numericamente igual a velocidade média dada na Equação (4.4). Agrupando os termos das equações, Equação (3.26) e Equação (4.4), temos

$$Po = - \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} \frac{d_h^2}{2 \left(- \frac{\alpha^2}{\mu} \frac{dp}{dz} W_m \right)} = \frac{d_h^2}{2 \alpha^2 W_m} \quad (4.25)$$

Voltando ao fator de forma da Equação (4.24) e agrupando os termos com a Equação (4.25), temos:

$$F_{val} = \frac{Po}{8} \quad (4.26)$$

Sendo assim, temos que a clássica equação de Kozeny-Carman pode ser reescrita em função do novo fator de forma:

$$K = \frac{1}{\frac{Po}{8} \tau S_{vgr}^2} \frac{\varphi^3}{(1 - \varphi)^2} \quad (4.27)$$

Dando assim uma nova abordagem numérica para a clássica equação de Kozeny-Carman.

O fator de forma definido na Equação (4.26) é aplicável em qualquer tipo de seção transversal, desde que seja possível e razoável calcular o número de Poiseuille.

O número de Poiseuille que caracteriza o novo fator de forma relaciona-se com a velocidade média que é desenvolvida pelo fluido ao percolar o canal poroso. Isso concorda muito bem com a necessidade de definir fatores de forma para cada geometria de seção transversal a ser estudada, pois se é possível determinar a velocidade média de

percolação também é viável determinar o número de Poiseuille e, por conseguinte, o fator de forma. Dessa forma, a generalidade que o número de Poiseuille proporciona ao fator de forma permite estudos mais precisos e compatíveis com as condições físicas reais que o corpo poroso apresenta.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Fatores de forma

Nesta seção será apresentado valores de fator de forma, obtidos pela nova abordagem, para diversas configurações geométricas de uma seção transversal. Além disso, será realizado comparativos com valores obtidos na literatura.

5.1.1 Comparação entre os fatores de forma obtidos de forma experimental e analítica e validação do modelo

É comum encontrar fatores de forma da equação de Kozeny-Carman bem definidos e que funcionam muito bem para a geometria estudada. Com o objetivo de validar a metodologia desenvolvida e baseada no número de Poiseuille, na tabela a seguir é feito um comparativo entre os fatores de forma obtidos experimentalmente (F_{KC}) para fluxo de fluido em capilares com seção transversal, como definido na tabela e o novo fator de forma obtido analiticamente (F_{val}). Nota-se plena concordância, com exceção de pequenas diferenças para os casos particulares de uma geometria do tipo elipse testados.

Tabela 2 – Comparação entre os fatores de forma obtidos experimentalmente (F_{KC}) e analiticamente (F_{val})

Geometria	Razão de aspecto $\frac{1}{\beta}$	Po	F_{KC}	F_{val}
Círculo	---	16,000	2,00	2,00
	1,0	14,227	1,78	1,78
Retângulo	2,0	15,548	1,94	1,94
	10,0	21,183	2,65	2,65
	∞	24,000	3,00	3,00
Elipse	2,0	16,823	2,13	2,10
	10,0	19,314	2,45	2,41

	50,0	19,676	2,96	2,46
Triângulo	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	13,333	1,67	1,67
Equilátero				

Fonte: Autor, 2021, Schön, 2015, Shah e London, 1978

5.1.2 Fatores de forma para geometrias planas

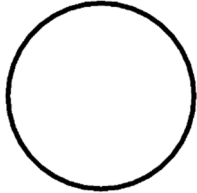


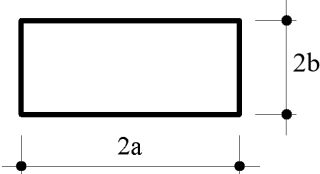
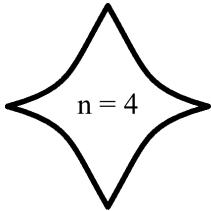
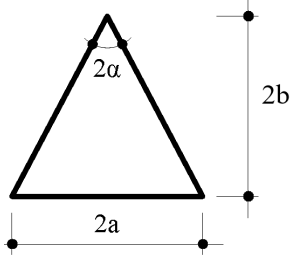
A metodologia proposta é capaz de gerar fatores de forma para infinitas geometrias de seções transversais, desde as mais simples as mais complexas. Se é possível determinar o número de Poiseuille para a geometria estudada o fator de forma é determinável. Na Tabela 3 é listado fatores de forma para variadas geometrias, inclusive com a variação do fator de forma de acordo com a variação das propriedades geométricas de cada geometria, tais como: razão de aspecto e ângulo.

As geometrias listadas na Tabela 3 são mais complexas do que as apresentadas na Tabela 2, pois as geometrias básicas demonstradas na Tabela 2 tem sua determinação do fator de forma de maneira experimental como dado em Schön (2015). A determinação do fator de forma para as geometrias mais complexas, dadas na Tabela 3 só é possível numericamente porque o número de Poiseuille é bem conhecido e consolidado como é apresentado por Shah e London (1978).

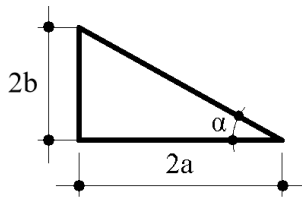
Para algumas geometrias a equação que determina o número de Poiseuille é conhecida e varia com a razão de aspecto, ou seja, para cada possibilidade de combinação entre as dimensões da geometria é determinável um número de Poiseuille e, por conseguinte, o fator de forma F_{val} para a equação de Kozeny-Carman. Entretanto, para as geometrias cuja equação para determinar o número de Poiseuille não é conhecida existe apenas variações do número de Poiseuille para determinadas condições geométricas como é apresentado em Shah e London (1978).

A determinação do número de Poiseuille e, por conseguinte, do fator de forma para uma geometria de seção transversal arbitrária depende do conhecimento do perfil de velocidade que é desenvolvido pelo fluido na referida seção. A Equação (4.25) mostra que o número de Poiseuille é dependente da velocidade média adimensional desenvolvida na seção, a solução da equação de quantidade de movimento dá respostas plausíveis para essa condição independente do tipo de seção que esteja se estudando.

Tabela 3 – Fatores de forma calculados pela nova abordagem para uma série de geometrias

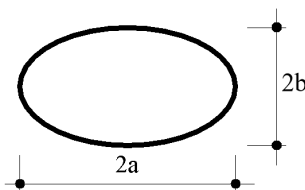
Geometria	Parâmetros Geométricos	P_o	F_{val}
	-	16,000	2,000
	-	24,000	3,000
	-	24,000	3,000
	$\beta = \frac{2b}{2a} = 0 - 1$		
	0,000	24,000	3,000
	0,200	19,070	2,384
	0,400	16,368	2,046
	0,600	14,980	1,873
	0,800	14,377	1,797
	1,000	14,227	1,778
	$n = 3$	6,503	0,812
	$n = 4$	6,606	0,825
	$n = 5$	6,634	0,829
	$n = 6$	6,639	0,830
	$n = 8$	6,629	0,828
	$\beta = \frac{2b}{2a} = 0,125 - 8,0$ $2\alpha = 151,93 - 7,15^\circ$	-	-
	$\beta = 0,125$ $2\alpha = 151,93^\circ$	12,196	1,524
	$\beta = 1,000$ $2\alpha = 53,13^\circ$	13,321	1,665
	$\beta = 2,000$ $2\alpha = 28,07^\circ$	13,026	1,628
	$\beta = 4,000$ $2\alpha = 14,25^\circ$	12,636	1,580
	$\beta = 5,715$ $2\alpha = 10,00^\circ$	12,474	1,559
	$\beta = 8,000$ $2\alpha = 7,15^\circ$	12,352	1,544

$$\beta = \frac{2a}{2b} = 0,0875 - 5,671$$



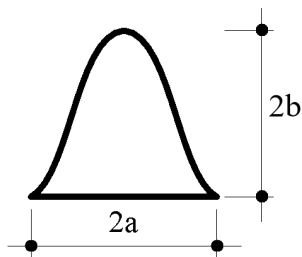
		-	-
$\alpha = 5,0 - 80,0^\circ$			
$\alpha = 0^\circ$	$\beta = 0$	12,000	1,500
$\alpha = 20,0^\circ$	$\beta = 0,364$	12,830	1,604
$\alpha = 40,0^\circ$	$\beta = 0,839$	13,130	1,641
$\alpha = 60,0^\circ$	$\beta = 1,732$	13,034	1,629
$\alpha = 80,0^\circ$	$\beta = 5,671$	12,490	1,561

$$\beta = \frac{2b}{2a} = 0 - 1,0$$



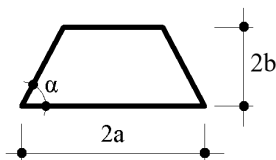
$\beta = 0$	19,739	2,467
$\beta = 0,20$	18,602	2,075
$\beta = 0,40$	17,294	2,162
$\beta = 0,60$	16,479	2,056
$\beta = 0,80$	16,098	2,012
$\beta = 1,00$	16,000	2,000

$$\beta = \frac{2b}{2a} = \frac{1}{8} - 2$$



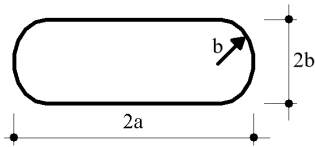
$\beta = 1/8$	9,743	1,217
$\beta = 1/2$	11,207	1,400
$\beta = 1,0$	13,023	1,628
$\beta = 3/2$	14,022	1,753
$\beta = 2,0$	14,553	1,819

$$\beta = \frac{2a}{2b} = \frac{1}{8} - 8$$



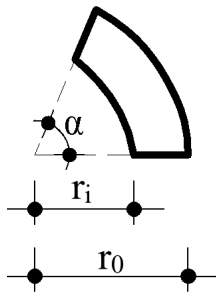
$\alpha = 30^\circ$	18,472-12,760	2,309-1,595
$\alpha = 45^\circ$	19,736-13,296	2,467-1,662
$\alpha = 60^\circ$	20,304-13,864	2,538-1,733
$\alpha = 75^\circ$	20,552-14,904	2,569-1,863
$\alpha = 85^\circ$	20,592-17,472	2,574-2,184

	$\alpha_1 = 60,0^\circ, \alpha_2 = 70,0^\circ,$ $\alpha_3 = 45,0^\circ, \alpha_4 = 32,23^\circ$	14,160	1,770
	$\alpha_1 = 50,0^\circ, \alpha_2 = 60,0^\circ,$ $\alpha_3 = 30,0^\circ, \alpha_4 = 21,67^\circ$	14,360	1,795
	$\alpha_1 = 60,0^\circ, \alpha_2 = 30,0^\circ,$ $\alpha_3 = 45,0^\circ, \alpha_4 = 71,57^\circ$	14,690	1,836
	$\alpha_1 = 60,0^\circ, \alpha_2 = 30,0^\circ,$ $\alpha_3 = 60,0^\circ, \alpha_4 = 79,11^\circ$	14,010	1,751
	$2\alpha = 8^\circ - 180^\circ$		
	$2\alpha = 8,0^\circ$	12,411	1,551
	$2\alpha = 20,0^\circ$	12,936	1,617
	$2\alpha = 45,0^\circ$	13,782	1,723
	$2\alpha = 80,0^\circ$	14,592	1,824
	$2\alpha = 120,0^\circ$	15,200	1,900
	$2\alpha = 180,0^\circ$	15,767	1,971
	$2\alpha = 10,0 - 300,0^\circ$		
	$2\alpha = 10,0^\circ$	15,558	1,945
	$2\alpha = 40,0^\circ$	15,575	1,947
	$2\alpha = 120,0^\circ$	15,690	1,961
	$2\alpha = 240,0^\circ$	15,840	1,980
	$2\alpha = 300,0^\circ$	15,915	1,989
	$r = 2a(1 + \cos \alpha)$	15,672	1,959
	$\beta = \frac{2b}{2a} = 0,087 - 1$	-	-
	$2\alpha = 10,0 - 180,0^\circ$		
	$\alpha = 10,0^\circ$ $\beta = 0,087$	21,551	2,694
	$\alpha = 40,0^\circ$ $\beta = 0,342$	17,603	2,200
	$\alpha = 80,0^\circ$ $\beta = 0,643$	15,986	1,998
	$\alpha = 120,0^\circ$ $\beta = 0,866$	15,862	1,983
	$\alpha = 160,0^\circ$ $\beta = 0,985$	15,980	1,997
	$\alpha = 180,0^\circ$ $\beta = 1,000$	16,000	2,000



$$\beta = \frac{2b}{2a} = 0,143 - 1$$

$\beta = 0,143$	21,060	2,632
$\beta = 0,200$	20,130	2,516
$\beta = 0,400$	17,760	2,220
$\beta = 0,500$	17,030	2,128
$\beta = 0,667$	16,320	2,040
$\beta = 1,000$	16,000	2,000

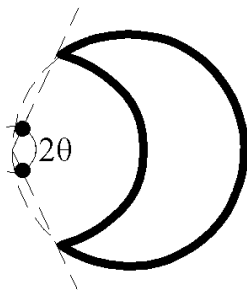


$$r = \frac{r_i}{r_0} = 0,01 - 0,85$$

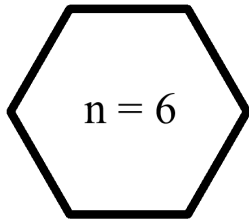
$2\alpha = 5,0^\circ$	12,496-15,304	1,562-1,913
$2\alpha = 15,0^\circ$	12,936-14,896	1,617-1,862
$2\alpha = 30,0^\circ$	13,464-15,808	1,683-1,976
$2\alpha = 60,0^\circ$	14,256-19,936	1,782-2,492
$2\alpha = 90,0^\circ$	14,800-21,088	1,850-2,636
$2\alpha = 120,0^\circ$	15,184-21,736	1,898-2,717
$2\alpha = 180,0^\circ$	15,704-22,432	1,963-2,804
$2\alpha = 240,0^\circ$	16,048-22,808	2,006-2,851
$2\alpha = 300,0^\circ$	16,320-23,040	2,040-2,880
$2\alpha = 350,0^\circ$	16,528-23,176	2,066-2,897



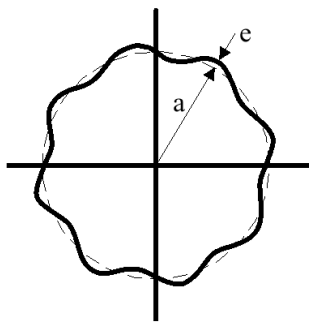
$\alpha = 10,0^\circ$	12,072	1,509
$\alpha = 25,0^\circ$	12,603	1,575
$\alpha = 50,0^\circ$	13,511	1,689
$\alpha = 75,0^\circ$	14,130	1,766
$\alpha = 90,0^\circ$	14,224	1,778



$2\theta = 10,0^\circ$	15,552	1,944
$2\theta = 40,0^\circ$	15,492	1,936
$2\theta = 80,0^\circ$	15,304	1,913
$2\theta = 120,0^\circ$	15,027	1,878
$2\theta = 160,0^\circ$	15,037	1,879
$2\theta = 180,0^\circ$	16,000	2,000



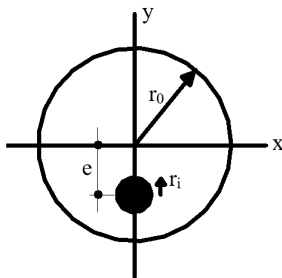
$n = 3,000$	13,328	1,666
$n = 4,000$	14,224	1,778
$n = 5,000$	14,736	1,842
$n = 6,000$	15,048	1,881
$n = 7,000$	15,304	1,913
$n = 8,000$	15,408	1,926
$n = 9,000$	15,520	1,940
$n = 10,000$	15,600	1,950
$n = 20,000$	15,880	1,985
$n = \infty$	16,000	2,000



$$\varepsilon = \frac{e}{a}$$

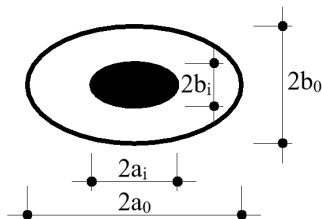
$\varepsilon = 0,02 - 0,1$	$n = 8$	15,984-15,672	1,998-1,959
$\varepsilon = 0,02 - 0,1$	$n = 12$	15,952-14,704	1,994-1,838
$\varepsilon = 0,02 - 0,0$	$n = 16$	15,880-14,048	1,985-1,756
$\varepsilon = 0,02 - 0,0$	$n = 24$	15,572-12,872	1,959-1,609

$$e^* = \frac{e}{r_i - r_i} \quad r = \frac{r_i}{r_0}$$

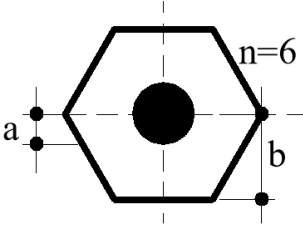
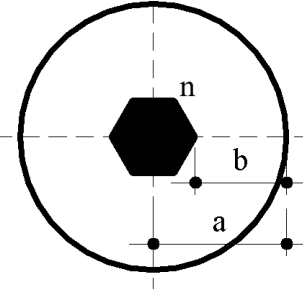


$e^* = 0,05$	19,504-23,904	2,438-2,988
$e^* = 0,20$	19,208-22,640	2,401-2,830
$e^* = 0,40$	18,376-19,352	2,297-2,419
$e^* = 0,60$	17,312-15,584	2,164-1,948
$e^* = 0,80$	16,352-12,240	2,044-1,530
$e^* = 0,90$	16,008-10,192	2,001-1,274
$e^* = 0,95$	15,896-10,208	1,987-1,276

$$\beta = \frac{b_i}{b_0} = 0,02 - 0,98$$



$\alpha = b_0/a_0$		
$\alpha = 0,20$	19,352-19,560	2,419-2,445
$\alpha = 0,40$	19,464-20,528	2,433-2,566
$\alpha = 0,80$	21,760-23,568	2,720-2,946
$\alpha = 0,90$	22,432-23,896	2,804-2,987
$\alpha = 0,95$	22,616-23,992	2,827-2,999

	$\beta = \frac{a}{b} = 0 - 1$		
	$n = 3$	13,328-7,800	1,666-0,975
	$n = 4$	14,224-7,096	1,778-0,887
	$n = 6$	15,048-6,616	1,881-0,827
	$n = 8$	15,408-6,480	1,926-0,810
	$n = 18$	15,856-6,480	1,982-0,810
	$\beta = \frac{b}{a} = 0 - 1$		
	$n = 3$	16,000-15,664	2,000-1,958
	$n = 4$	16,000-15,664	2,000-1,958
	$n = 6$	16,000-15,600	2,000-1,950
	$n = 8$	16,000-15,568	2,000-1,946
	$n = 18$	16,000-15,520	2,000-1,940

Fonte: Autor, 2021

6 CONCLUSÕES

A determinação de fatores de forma é um problema recorrente no estudo de meios porosos e mecânica dos fluidos, razão pela qual muitos autores vêm discutindo e apresentando modelos de determinação desse fator. Neste trabalho, apresentamos um modelo analítico para determinação do fator de forma, o qual depende do número de Poiseuille.

A teoria sobre o escoamento de fluidos em dutos de seção transversal plana e regular é fundamentada e aplicável a uma vasta gama de casos. Entretanto para casos em que as seções transversais são irregulares e de difícil descrição matemática a teoria conhecida é limitada. Logo, o número de Poiseuille é desconhecido, o qual necessita de determinação para conseguinte definição do fator de forma.

As medições experimentais de fluxo em um meio poroso não são simples e sua aplicação não é feita em grande escala dentro de aplicações reais. Além disso, a criação de um banco de dados não impulsionaria a precisão na utilização da correlação de Kozeny-Carman, pois cada meio poroso apresenta suas condições físicas e particularidades sendo, inevitavelmente, observável a infinidade de possibilidades de formação de poros em uma seção transversal. Mediante a isso, é necessário o estudo real das condições apresentáveis pelo meio.

A determinação da velocidade média adimensional para solução do número de Poiseuille é feita de forma numérica e é aplicável para regimes turbulentos de escoamento, destaca-se, entretanto, que a solução para esses tipos de escoamento implicará maior dificuldade na solução, pois o escoamento nesse regime é mais complexo. Outro ponto a se destacar é quanto a complexidade do meio poroso, haja vista que seções transversais de alta complexidade implicarão maiores complexidades no perfil de velocidades do escoamento, porque a sua descrição matemática influi significativamente no escoamento do fluido pelo duto.

Ao adotar dutos retilíneos impomos uma simplificação a condição real de um meio poroso, o qual é perfeitamente possível ser dotado de dutos com estreitamentos, alargamentos e potenciais interrupções. Entretanto, isso não é um fator limitante a pesquisa, pois permite a expansão do estudo para ser possível explicar modelos cada vez mais reais.

O principal objetivo dessa pesquisa foi validar o método com geometrias planas simples e mais complexas sem aplicar, especificamente, em um modelo real para determinar os fatores de forma de uma condição realista. Os resultados indicam que a metodologia é válida e abrangente, porque a única variável a ser descoberta para caracterizar o poro em seu formato real é a velocidade média desenvolvida no escoamento do fluido pelo poro real. Em particular a introdução do número de Poiseuille mostra um olhar novo e diferenciado para o fator de forma.

REFERÊNCIAS

- AMAEFULE J.O., et al. **Enhanced Reservoir Description: Using Core and Log Data to Identify Hydraulic (Flow) Units and Predict Permeability in Uncored Intervals/Wells, SPE 26436**. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, 3-6 Aug., 1993.
- ANGULO, Jesús Alfonso Puente. **Escoamento em Meios Porosos: Efeito da Temperatura a Altas Pressões e Baixa Permeabilidade; Dependência da Permeabilidade/Porosidade em Misturas Sólido-Fluido**. 2015. 116 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2015.
- ARCARO, K., **Característica de Euler- Poicaré para Estimar a Conectividade da Estrutura do Osso Trabecular**. Dissertação de mestrado. Instituto de Matemática, UFRGS. Porto Alegre, 2009.
- BEAR, J. **Dynamics of Fluids in Porous Media**. New York: Dover, 1988. 764 p.
- BEAR, J.; BACHMAT, Y. **Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media**. Springer Science & Business Media, 1990. 554 p.
- BEAR, J.; CHENG, A.H.-D. **Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport**. Dordrecht: Springer, 2010. 834 p. (Theory and Applications of Transport in Porous Media, v. 23).
- BERNARDES, Elen Elisabete. **Estudo da Estrutura de Poros de um Compósito de Matriz Cimentícia por Meio da Microtomografia de raios x**. 2013. 127 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Construção Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013
- CAMPITELI, V.C., **Porosidade do Concreto Boletim Técnico BT 09187**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1987.
- CARMAN, P. C. **Fluid ow Through Granular Beds**. Trans. Inst. Chem. Eng., 15, 150-166. 1937.
- ÇENGEL, Yunus A.; CIMBALA, John M.. **Mecânica dos Fluidos: Fundamentos e aplicações**. 3. ed. Rio de Janeiro: Bookman, 2007
- CHO, Y.-S.; LEE, D. **Synthesis of Macroporous Silica Particles by Continuous Generation of Droplets for Insulating Materials**. Journal of Nanoscience and Nanotechnology, v. 18, n. 9, p. 6112-6121, 2018.
- CHURCHILL, S. W. **Viscous Flows D The Practical Use of Theory**, Butterworths, Stoneham, 1988.
- CLENNELL, M., 1997. **Tortuosity: a guide through the maze**. Geological Society of London Special Publications 122, 299–344.
- DE BOER, R. **Trends in Continuum Mechanics of Porous Media**. Dordrecht: Springer, 2005. 279 p.

DE VITA, F.; ROSTI, M.E.; IZBASSAROV, D.; DUFFO, L.; TAMMISOLA, O.; HORMOZI, S.; BRANDT, L. **Elastoviscoplastic flows in porous media**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 258, p. 10-21, 2018.

FRANÇA, Antônio Carlos. **Escoamentos em Meios Porosos; Uma Análise Teórica e Experimental dos Efeitos dos Esforços Capilares Provocados por Percolação de Água em Elementos de Alvenaria**. 2000. 67 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2000.

F. N. Rhines, R.T. DeHoff, J. Kronsbein, **A Topological Study of the Sintering Process**. Final report for the US Atomic Energy Commission, University of Florida, Gainesville (1969).

LEE, S.; HASSAN, Y.A.; ABDULSATTAR, S.S.; VAGHETTO, R. **Experimental Study of Head Loss Through an LOCA-Generated Fibrous Debris Bed Deposited on a Sump Strainer for Generic Safety Issue 191**. Progress in Nuclear Energy, v. 74, p. 166-175, 2014.

LEE, Y.; ANDRADE Jr., J.S.; BULDYREV, S.V.; DOKHOLYAN, N.V.; HAVLIN, S.; KING, P.R.; PAUL, G.; STANLEY, H.E. **Traveling Time and Traveling Length in Critical Percolation clusters**. Physical Review E, v. 60, n. 3, p. 3425-3428, 1999.

LETELIER, Mario F.; STOCKLE, Juan S. **A Shape-Factor Method for Modeling Parallel and Axially-Varying Flow in Tubes and Channels of Complex CrossSection Shapes**. In: Biomedical Science, Engineering and Technology. IntechOpen, 2012.

MINGIREANOV FILHO, Ivan. **Determinação de Tortuosidade de Arenitos e Carbonatos utilizando Florestas de Caminhos-Ótimos**. 2017. 78 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas - SP, 2017.

MUNSON, Bruce R.; YOUNG, Donald F.; OKIISHI, Theodore H.. **Fundamentos de Mecânica dos Fluidos**. 4. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1998.

NEVES, Rebeca Alves. **Escoamento laminar em dutos circulares com incrustações: Análise do perfil de velocidade e fator de atrito**. 2020. 53 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Física, Universidade Estadual da Paraíba, Araruna, 2020.

POTTER, Merle C.; WIGGERT, David C.. **Mecânica de Fluidos**. 3. ed. Espanha: Thomson, 2002.

ROSA, Adalberto José; CARVALHO, Renato de Souza; XAVIER, José Augusto Daniel. **Engenharia de petróleo**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. 850 p.

SANTOS JÚNIOR, V. A. **Escoamento de Fluido em Dutos de Seção Arbitrária Utilizando o Método Integral Baseado em Galerkin. Estudo de Caso: Óleo Pesado**. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) - Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande, p. 46, 50-52,56,63,65,76-77. 2018.

SANTOS JÚNIOR, V.A.; FARIAS NETO, S.R.; LIMA, A.G.B.; GOMES, I.F.; GALVÃO, I.B.; FRANCO, C.M.R.; CARMO, J.E.F. **Heavy Oil Laminar Flow in**

Corrugated Ducts: A Numerical Study Using the Galerkin-Based Integral Method. Energies, 13, 1363. 2020.

SANTOS JÚNIOR, Valdecir A.; SILVA JÚNIOR, Antônio F.; SIMÕES, Tatiana A.; OLIVEIRA, Gustavo P.. **Poiseuille-Number-Based Kozeny–Carman Model for Computation of Pore Shape Factors on Arbitrary Cross Sections.** Transport In Porous Media, [s. l], v. 138, p. 99-131, abr. 2021.

SCHEIDEGGER, A.E. **The Physics of Flow Trough Porous Media.** 2^a ed. London: Oxford University Press, 196. 313p

SHAH, R. K and LONDON, A.L. **Laminar Flow Forced Convection in Ducts,** Academic Press, New York, 1978.

SIMÕES, Tatiana. **Identificação de zonas de produção e recuperação de óleo baseadas em unidades de fluxo hidráulico e simulações computacionais.** 2017. 106 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2017.

SOBIESKI, Wojciech et al. **Sensitivity Analysis of Kozeny-Carman and Ergun equations.** Technical Science, California, p.1- 13, 25 set. 2014.

THOMAS, J. E. **Fundamentos da Engenharia de Petróleo.** Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2001.

VASCONCELOS, Wander L. **Descrição da Permeabilidade em Cerâmicas Porosas.** In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CERÂMICA, 43., 1997, Belo Horizonte. Belo Horizonte: Congresso Brasileiro de Cerâmica, 1997. p. 119-122.

WHITE, Frank M.. **Mecânica dos Fluidos.** 6. ed. São Paulo: Artmed Editora S.a. e Mcgraw-hill Education, 2011. 878 p.