UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CAMPUS – VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

KELTON RAIAN DA SILVA ARAÚJO

ENSINO DE FRAÇÕES A PARTIR DO TANGRAM: REVISITANDO UMA ATIVIDADE ATRAVÉS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.

MONTEIRO – PB
2022

KELTON RAIAN DA SILVA ARAÚJO

ENSINO DE FRAÇÕES A PARTIR DO TANGRAM: REVISITANDO UMA ATIVIDADE ATRAVÉS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no formato monografia como requisito parcial a obtenção do título de graduado no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus* VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Orientador: Professor Doutor José Luiz Cavalcante.

MONTEIRO – PB
2022

A663e Araujo, Kelton Raian da Silva.
Ensino de frações a partir do tangram [manuscrito] : Revisitando uma atividade através da teoria antropológica do didático / Kelton Raian da Silva Araujo. - 2022.
39 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas , 2022.
"Orientação : Prof. Dr. José Luiz Cavalcante , Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."

1. Teoria antropológica do didático. 2. Ensino de frações. 3. Análise praxeológica. I. Título

21. ed. CDD 513.26

Elaborada por Maria I. de A. S. C. Marcelino - CRB - 15/473 BSC5/UEPB

FOLHA DE APROVAÇÃO

KELTON RAIAN DA SILVA ARAÚJO

ENSINO DE FRAÇÕES A PARTIR DO TANGRAM: REVISITANDO UMA ATIVIDADE ATRAVÉS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no formato monografia, como requisito parcial a obtenção do título de graduado no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *Campus* VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Aprovada em 28 de julho de 2022.

Banca Examinadora

José Luiz Cavalcante
____
Prof. Dr. José Luiz Cavalcante - UEPB
Orientador

Gilmara Gomes Meira
____
Profa. Me. Gilmara Gomes Meira – UEPB
Avaliadora

Flávia Ap. B. da Silva
____
Profa. Me. Flávia Aparecida Bezerra da Silva – UEPB
Avaliadora

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho à memória do meu inesquecível avô “Raimundo Lau da Silva”.

AGRADECIMENTOS

À Deus primeiramente, por ter me permitido chegar até aqui.

À minha família, minha mãe Rosileide Maria, minha avó Edileusa Maria, minha tia Rosalva Rito, meus afilhados/primos(as) Maria Sofia e Raian Lucas, minhas primas/irmãs Rayssa e Rayane e meu pai Claúdio Roberto, pelo amor e esforço que fizeram para me proporcionar o término do meu curso.

Quero também agradeço principalmente ao meu orientador José Luiz Cavalcante, pela, paciência que teve comigo, e sua grande ajuda praticada pelo meio de seu imenso conhecimento na área, tornando possível a elaboração desta monografia.

As minhas professoras Flavia Aparecida e Gilmara, que além de avaliaram este trabalho, foram fundamentos com suas dicas e força nos momentos em que mais precisei.

Aos professores do curso de licenciatura plena em matemática e a todos aqueles que de forma direta e indireta contribuíram para a elaboração deste trabalho.

“A persistência é o caminho do êxito”.
Charles Chaplin

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) teve como objetivo analisar as praxeologias de uma atividade lúdica utilizando o Tangram para abordar o significado de parte-todo no ensino de frações. Nosso estudo foi realizado tendo como fundamentação a Teoria Antropológica do Didático, que nos permitiu realizar a análise praxeológica da atividade. A atividade em questão foi utilizada por Cavalcante (2011) e depois aprimorada por Bezerra (2016), os dois autores destacaram o seu potencial para discutir a ideia parte-todo associada ao ensino de frações. Nesse sentido, nossa intenção foi responder a seguinte questão norteadora: que praxeologias matemáticas e didáticas são apresentadas numa atividade lúdica envolvendo o Tangram para discutir o significado de parte-todo no ensino de frações? A nossa pesquisa foi dividida em três etapas: 1. Buscamos compreender o discurso da noosfera, representado pela BNCC e pela Proposta Curricular do Estado da Paraíba sobre os conteúdos, habilidades e orientações metodológicas para o ensino de frações no Ensino Fundamental; 2. Realização da análise praxeológica a priori da atividade envolvendo o Tangram; 3. Análise entre o discurso institucional das orientações curriculares e o ambiente praxeológico proposto na atividade. A nossa pesquisa consistiu em uma análise documental, portanto, um trabalho de cunho qualitativo segundo Fiorentini e Lorenzato (2009). A análise mostrou que a atividade tem característica de uma organização praxeológica local e permite trabalhar diversos significados associados às frações, além do significado de parte-todo.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático; Ensino de Frações; Análise Praxeológica.

ABSTRACT

The purpose of the present term paper is to analyze the praxeology of a ludic activity which uses Tangram in a way of introducing the concept of part-whole when teaching fractions. This study was carried out using as foundation the Anthropological Theory of Didact which made possible to analyze the praxeology of the activity. The activity in question was used by Cavalcante (2011) and later was improved by Bezerra (2016). Both authors highlighted its potential for discussing the idea of part-whole associated to fractions teaching. In that regard, the intention was to answer the following guiding question: which mathematical praxeology and didactic are presented in a ludic activity involving Tangram to discuss the concept of part-whole in fraction teaching? The research was divided into three steps: 1. Look for comprehending the noosphere discourse represented by the National Common Curricular Base and by the Curriculum Proposal of the State of Paraíba about the topics, skills and methodological guidelines for the teaching of fractions in Elementary School; 2. Carrying out a praxeological a priori analysis of the activity involving Tangram; 3. Analysis between the institutional discourse of curricular guidelines and the praxeological environment proposed in the activity. The research consisted of a documental analysis, therefore is a work of qualitative nature according to Fiorentini e Lorenzato (2009). The analysis showed that the activity has the characteristic of a local praxeology organization and allows to work various concepts associated to fractions, in addition to the concept of part-whole.

Keywords: Anthropological Theory of Didactics (ATD); Teaching fractions; Praxeological Analysis.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 10

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 13

3. PERCURSO METODOLÓGICO 22

3.1 NATUREZA DA PESQUISA 22

3.2 ETAPAS DA PESQUISA 22

3.3. CONSIDERAÇÕES SOBRE A ATIVIDADE 23

4. ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DA ATIVIDADE 26

4.1 COMENTÁRIO GERAL SOBRE A ANÁLISE PRAXEOLÓGICA 33

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 36

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 38

1. INTRODUÇÃO

Antes de apresentar a ideia central que minha pesquisa irar trabalhar, julgo importante fazer um breve relato de como cheguei até aqui. Espero que isso possa justificar, por exemplo, como surgiu o tema deste Trabalho de Conclusão de Curso. De fato, como diz Chevallard (2018) as pessoas são resultados das diversas sujeições institucionais a que são submetidas ao longo da vida.

Logo, o desejo e a escolha de um tema de pesquisa não aparecem do nada, como a alegoria da lâmpada que surge na cabeça de um personagem de desenho animado. Em outras palavras, não acordamos já sabendo de tudo o que será pesquisado, necessitamos de seguir caminhos, onde no meio surgiram curvas, desafios que precisaremos enfrentar para erguer nosso projeto.

Escolher um tema relacionado com a Educação Matemática sempre foi minha intenção. Filho, neto e sobrinho de professoras e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o zelo com a Educação Infantil sempre fez parte de meu cotidiano. Via e ajudava minha mãe na preparação de aulas e ela sempre destaca a importância da ludicidade para ensinar as crianças. Acompanhando minha mãe em algumas dessas aulas, me chamava bastante atenção o interesse das crianças ao trabalhar com materiais manipuláveis.

Mais tarde como aluno da licenciatura em Matemática, tive oportunidade de confirmar teoricamente as minhas impressões sobre o potencial destes recursos. De acordo, Lorenzato (2006), os materiais didáticos manipuláveis podem ajudar na construção de um processo de ensino e aprendizagem que possa dar significado para as ideias matemáticas.

Apoiado na minha vivência cotidiana, nessas leituras teóricas e também no incentivo dos meus professores na Licenciatura em Matemática decidi explorar a temática dos recursos lúdicos para o ensino de Matemática. Mas afinal, o que é para nós o lúdico?

De acordo, com dicionário Michelis da Língua Portuguesa *on line*, o lúdico é tudo que está associado a jogos, brinquedos e que leva ao divertimento. Para Halaban (2006) o brincar é uma atividade essencial para as crianças, através deste ato é que ela aprende a viver no mundo, interagindo com ele e com as outras pessoas.

Khisimoto (2000) destaca que quando a brincadeira ou jogo é utilizado com finalidade pedagógica, a ludicidade pode ser uma importante ferramenta para o processo de ensino e aprendizagem. Além da autora, diversos teóricos que estudaram a aprendizagem destacam o papel da ludicidade neste processo, a exemplo de Johann Pestalozzi (1746-1827), Maria Montessouri (1870-1952), Jean Piaget (1896-1980), Lev Vigotsky (1986-1934), etc.

Partindo desse cenário, buscamos desenvolver uma temática que estivesse relacionada com o papel do lúdico para ensinar Matemática. Em nossas vivências durante o Programa de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) no subprojeto de Matemática tivemos acesso a diversos materiais e dentre estes, me chamou atenção o Tangram. Especialmente, pela versatilidade do material, pois diversos conteúdos da geometria podem ser explorados através do mesmo.

O Tangram é um "quebra-cabeças" cuja origem provavelmente é chinesa. Para sua introdução existem diversas lendas e histórias[1]. Ele é composto por 07 peças, sendo 02 triângulos grandes, 02 triângulos pequenos e 01 triângulo médio, 01 quadrado e 01 paralelogramo. Geralmente ele é utilizado como para formar figuras. Trazendo níveis diferentes, deste formas geométricas até imagens da natureza. Com ele é possível formar mais de 1700 problemas diferentes para ser resolvido com as suas 07 peças. Ele produz inspirações pelo senso criativo e inovador que ele proporciona. Nós utilizamos a versão convencional do tangram.

Como vemos no parágrafo anterior, o Tangram desde sua concepção é utilizado para trabalhar com a reprodução de figuras, portanto, sugere-se que o mesmo é recurso didático lúdico, cuja principal função é trabalhar com temas relacionados à geometria plana. No entanto, observando trabalhos anteriores, vimos que existem outras possibilidades de trabalhar com o Tangram. Por exemplo, Cavalcante (2011) utilizou uma atividade de resolução de problemas para estudar frações por meio do Tangram. Essa mesma atividade foi também aprimorada por Bezerra (2016).

Santos (2019) desenvolveu um estudo onde apresentou potencialidades do uso Tangram na mesma direção de Cavalcante (2011) e Bezerra (2019). Partindo desses trabalhos, observamos que em nenhum deles havia uma discussão explicita das tarefas presentes em termos de praxeologias.

---

[1] Bittar e Freitas (2004)

De acordo, com a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard, as praxeologias, correspondem às práticas institucionais em torno de um saber, nesse caso da Matemática. Essas práticas podem ser descritas em termos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias que fundamentam a prática institucional, seja ela matemática (conteúdo) ou didática (ensino do conteúdo).

Sendo assim, nossa pesquisa visa analisar as praxeologias de uma atividade lúdica utilizando o Tangram para abordar o significado de parte-todo no ensino de frações. Como objetivos específicos da nossa pesquisa elaboramos a seguinte proposição: 1. Identificar o discurso institucional para o ensino de frações no Ensino Fundamental; 2. Realizar a Análise Praxeológica da atividade para discussão do significado de parte-todo no ensino de frações.

Diante desses objetivos, tentamos responder a seguinte questão: que praxeologias matemáticas e didáticas são apresentada numa atividade lúdica envolvendo o Tangram para discutir o significado de parte-todo no ensino de frações?

Nosso trabalho está dividido em etapas. Primeiramente fazemos uma discussão dos aspectos teóricos seguindo da metodologia. Logo em seguida, falaremos um pouco sobre a TAD. Apresentamos a análise praxeológica realizada e finalizamos com as análises e as considerações finais de nosso trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção iremos apresentar uma breve revisão da literatura que estudamos para construção da nossa pesquisa. Iniciamos discutido o papel da Didática da Matemática como campo de pesquisa e o lugar da Teoria Antropológica do Didático dentro dessa área de investigação. Encerramos a seção trazendo uma revisão do discurso institucional sobre o ensino de frações nos principais documentos norteadores da Educação Brasileira, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) como referência histórica e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como o documento mais atual.

2.1. A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA COMO CAMPO DE PESQUISA

Para trabalhar esse ponto devemos iniciar retratando: o que é didática? Quando pensamos na palavra didática nos referimos ao trabalho que o professor desenvolve. Ela compreende a experiência profissional que vai sendo construída desde sua formação inicial. Às vezes, quando queremos qualificar o trabalho do professor dizemos que “ele tem uma boa didática”.

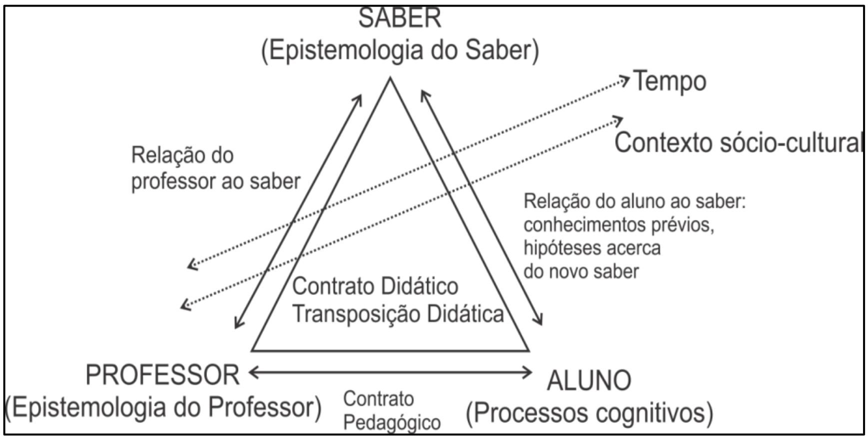
D´Amore (2007) diz que no contexto do parágrafo acima, a didática seria como uma arte, ou seja, a arte de ensinar, ou didática parte A, como chama o autor. Por outro lado, ele nos diz que a Didática da Matemática, especialmente de origem francesa, tem um papel diferenciado, a didática parte B, seria um campo científico. Ela se preocupa com a compreensão das questões de ensino, ou seja, os fenômenos didáticos que ocorrem na sala de aula (D´AMORE, 2007).

O termo fenômeno didático, portanto, se refere a todas as situações que surgem da interação entre o professor, o aluno e o saber, nesse caso a Matemática. Por exemplo, as escolhas didáticas do professor podem influenciar o processo de aprendizagem dos alunos, criando, inclusive, o que Guy Brousseau chamou de obstáculo didático.

De acordo com Cavalcante (2018), na Didática da Matemática é muito comum a alusão do processo de ensino ser associado a metáfora do triângulo didático. Nesse triângulo, os vértices ou polos principais são a tríade Professor, Aluno e Saber. A interação desses polos durante as situações de ensino geram os fenômenos didáticos estudados pela Didática da Matemática. Conforme Cavalcante (2018), o foco de análise depende da intenção do pesquisador, ou seja, ele pode analisar a interação entre o professor e saber, o aluno e o saber ou ainda a relação dos dois polos com o saber.

Na figura 01, Brito de Menezes (2006) complementa o triângulo didático com questões que interferem no processo de ensino, como por exemplo o tempo didático e o contexto sociocultural dos alunos:

Figura 01 – Triângulo Didático



Fonte: BRITO MENEZES (2006, p. 24)

Para termos uma compreensão melhor da situação atual da didática da matemática é importante que saibamos que a gênese está no movimento do final da década de 1960, quando os pesquisadores nos Institutos de Pesquisa em Ensino de Matemática (IREM) começaram a reivindicar que o ensino de Matemática fosse explicado a partir de teorias próprias.

De acordo com Gascón (1998) foi Guy Brousseau e seus colaboradores que inauguram a noção de didática fundamental. Nela havia a necessidade de questionamento do saber matemático e também a criação de teorias próprias. Assim, nascia naquele contexto teorias como: Teoria das Situações Didáticas, Engenharia Didática, Transposição Didática, Teoria dos Campos Conceituais, dentre outras.

A fundação dos Institutos de Pesquisas no Ensino de Matemática (IREM) foi essencial como espaço impulsionador para a pesquisa em Didática Matemática. Pois, deu condições para que pesquisadores e professores pudessem desenvolver seu trabalho (CAVALCANTE, 2018).

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), por exemplo, foi criada nesse contexto, nela a aula se processa por meio de situações criadas pelo professor. O papel, deste é criar situações didáticas que permitam acesso ao saber em jogo. Nesse sentido, atividades como a que vamos analisar adiante em nossa pesquisa, podem se constituir como meio (*milieu*) para o estudo da representação fracionária de números racionais.

Atualmente, uma teoria que tem ganhado força na Didática da Matemática é a Teoria Antropológica do Didático, que será utilizado como quadro principal para nossa análise.

2.2. A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Assim como a TSD, a Teoria Antropológica do didático (TAD) tem suas raízes nas décadas de 1970 e 1980. Criada, por Yves Chevallard, a teoria é segundo ele uma ampliação da Teoria da Transposição Didática. Enquanto, a noção teórica de transposição didática estuda as transformações que os saberes sofrem de uma instituição para outra, a TAD vai ampliar a estrutura de análise, observando, por exemplo, o papel que os sujeitos da instituição têm nesse processo de transposição (CHEVALLARD, 1996).

Nas palavras do seu criador, a TAD estuda o homem diante do saber matemático e mais particularmente, frente às situações matemáticas, partindo do princípio que todo trabalho matemático aparece como resposta a um tipo de tarefa (CHAVALLARD, 1999).

Logo, a TAD tem como eixo central o estudo das condições ou restrições que favorecem uma determinada atividade matemática desenvolvidas numa certa instituição. Para tanto, Chevallard (2018) anuncia como noções primitivas da teoria três entes: objetos “O”, as instituições “I” e as pessoas “X”.

De acordo com Chevallard (2018), na sua teoria tudo poder ser considerado um objeto. Uma equação, o professor, um conceito, a representação fracionária do número racional, um sentimento ou sensação, são exemplos do que podem ser objetos. Particularmente, o interesse da TAD está nos objetos considerados saberes matemáticos. Então a representação simbólica $\frac{a}{b}$, é um exemplo de objeto matemático.

Mas onde estão esses objetos? A resposta de Chevallard é que estão nas instituições. Segundo Cavalcante (2018) na TAD as instituições são dispositivos totais que agem sobre a cognição das pessoas. Assim, a escola, a família, a universidade, o trabalho, nossos relacionamentos são exemplos de instituições que exercem influência na nossa vida e abrigam diversos objetos. Por exemplo, objetos ligados ao nosso comportamento tem grande influência do nosso núcleo familiar. Assim, como a instituição religião tem um papel importante para nossas crenças sobre o mundo e sobre a nossa espiritualidade.

No caso da Escola, ela é uma instituição onde, provavelmente, teremos nosso primeiro contato formal com a Matemática e seus objetos. Por isso, Chevallard (1996) diz que entre uma instituição e seus objetos pode-se se estudar as relações institucionais R(I,O). As relações R(I,O) são materializadas através de currículos, planejamentos, livros didáticos e outros documentos escolares (CAVALCANTE, 2018).

Mas de que são feitas as instituições? Essencialmente, dos seus sujeitos, que vivem e desenvolvem atividades nestas instituições. Por exemplo, o professor, o aluno, o diretor, o faxineiro, a merendeira, são todos sujeitos da instituição escola. A sala de aula, só se confirma na participação do professor e do aluno que desenvolve atividade de estudo. No caso, do professor seu papel é preparar e conduzir a aula, enquanto, que o papel do aluno é se comprometer em realizar as tarefas que são propostas pelo professor, que representa a instituição “aula de matemática”.

Assim, na TAD a “pessoa” se constitui pelas diversas sujeições institucionais que passamos durante a nossa vida. Primeiramente nascemos indivíduos, no sentido biológico, a partir do momento que ingressamos em uma instituição viramos sujeito dela, no caso a nossa família é a primeira instituição da maioria de nós. Chevallard (1996) diz que sujeito não significa submisso, mas aquele que aceita viver e transitar naquela instituição. Assim, nós somos sujeitos de várias instituições ao longo da vida e é nelas que vamos conhecendo os diversos objetos do mundo. A partir do momento que passamos nossas vidas sendo sujeitos de várias instituições, então construímos trajetórias e essas trajetórias é o que nos constitui como pessoas.

Assim como as instituições, nós também estabelecemos relações com os objetos, nesse caso, Chevallard (1996) vai chama-la de relação pessoal R(X,O). Por exemplo, na escola quando somos apresentados ao objeto “fração” nós estabelecemos uma relação pessoal. Essa relação não é algo fixo, ela vai mudando. Por exemplo, nas aulas de Análise de Matemática a nossa relação pessoal com esse objeto pode mudar, já que a função dessa instituição é mostrar matematicamente como esse objeto é construído.

Desta forma, podemos pensar na seguinte proposição: o objeto fração vive na escola, existe por que há sujeitos nessas escolas (por exemplo, professores) que mantém relações pessoais com ele, a própria escola, tem uma relação institucional com esse objeto. Quando nós nos tornamos alunos da escola, ou seja, sujeitos, criamos também uma relação pessoal com o objeto fração.

Mas como se dá esse processo de construção das relações pessoais? Como se analisa as atividades desenvolvidas na escola para que os alunos possam criar ou modificar sua relação com a fração? A resposta da TAD está na noção de Análise Praxeológica.

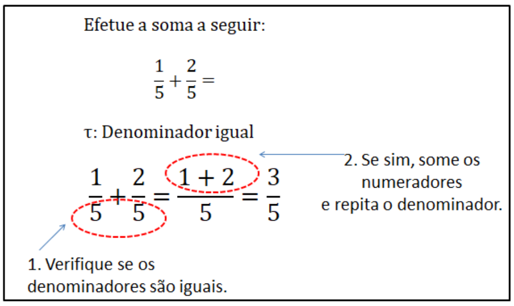
Segundo Almouloud (2007) as praxeologias traduzem as práticas institucionais. No caso da escola formal e do ensino de Matemática, podemos falar de dois tipos de organizações praxeológicas "organização matemática" que se refere ao conteúdo matemático em si e a "organização didática" que trata de como ensinar o conteúdo.

Para Chevallard (1999) toda prática institucional pode ser modelada através da praxeologia. Ela consiste num conjunto de tipos de tarefas (T) para serem realizadas, as técnicas (τ) para realiza-las, as tecnologias (θ) que explicam as técnicas e as teorias (Θ) que fundamentam as tecnologias.

Esse quarteto (T, τ, θ, Θ) é chamado de praxeologia, ele é dividido em bloco saber-fazer ((T, τ) e no bloco saber (θ, Θ). Enquanto, o primeiro se refere a parte prática o segundo se refere a parte teórica do processo.

Se pensarmos no objeto fração, veremos que a praxeologia no seu ensino tradicional é composta de vários tipos de tarefas e algumas técnicas que são ensinadas. Por exemplo, o tipo de tarefa T: Calcular a soma de dois números racionais na forma fracionária; pode ser realizada de diversas formas. Uma técnica comum ensinada na escola se refere a observar o caso particular em que os denominadores são iguais, como mostra a figura 02:

Figura 02: Solução do caso particular da soma de dois números racionais.



Fonte: próprio autor.

Notemos que a definição de adição de números na forma fracionária pode justificar e comprovar o uso da técnica, nesse caso esta definição faria o papel de tecnologia. A própria construção dos números racionais na Análise Matemática e na Teoria dos Números pode ser a teoria que sustenta a definição de adição de números racionais e consequentemente a técnica empregada:

Quadro 01: Exemplo de tecnologia para técnica do caso particular da soma de números racionais.

$$Sejam\ \frac{a}{b}, \frac{c}{d}, dois\ números\ racionais, com\ a, b, c, d\ \in Z\ e\ c\ e\ d \neq 0, temos\ que\ a\ soma\ de\ \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d + b.c}{b.d}.$$

Fonte: adaptado de Souza e Pataro (2015).

Assim, do ponto vista praxeológico o tipo de tarefa calcular a soma de dois números racionais na forma fracionária, assume uma técnica específica quando os denominadores forem iguais. Essa técnica pode ser justificada pela própria definição de adição de números racionais na forma fracionária. Logo o quarteto praxeológico se completa com a própria teoria que dá origem a construção matemática dos números racionais.

Se por um lado, podemos destacar a organização matemática em torno do objeto fração, precisamos agora começar a discutir que situações de ensino, que meios podem ajudar nesse processo. Para tanto, na próxima seção traremos uma breve discussão sobre a relação institucional com este objeto, preconizados nos documentos curriculares e também em livros didáticos.

2.3. FRAÇÕES: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES CURRICULARES E CONCEITUAIS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são considerados um marco importante na discussão sobre a construção de currículo para Educação Básica no Brasil. Desde o final da década de 1990, eles apontam que ao longo do Ensino Fundamental os conhecimentos numéricos precisam ser construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético, em que intervêm como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente (BRASIL, 1998).

Ainda de acordo com Brasil (1998), nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais.

À medida que se deparar com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número.

Se os PCN destacam a importância o papel desse processo gradual é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que irá, quase 20 anos depois, definir quais são os objetos de saber e as habilidades presentes no currículo mínimo da Educação Básica.

De acordo com a BNCC já nos anos finais do Ensino Fundamental é esperado que estudantes conseguissem resolver e desenvolver problemas com números racionais. Os racionais nesse documento são tomados como números que podem ser escritos na forma de fração. A eles estão relacionadas as operações que são fundamentais e o papel dos diferentes significados desses números (BRASIL, 2017).

Assim, na unidade temática de números e operações é previsto que os alunos saibam identificar, comparar e classificar números racionais como subconjunto dos números reais, com base em como esses números se relacionam com os pontos na reta numérica. Este trabalho pode ser também deve ser ampliado e aprofundado em discussões envolvendo conteúdos de outras unidades temáticas: álgebra, geometria, quantidades e medidas e probabilidade e estatística (BRASIL, 2017).

De acordo com o documento os objetos a serem trabalhos nos anos finais do Ensino Fundamental são:

Quadro 02 – Objetos para os anos finais do EF.

6º ANO	
Objetos de aprendizagem	**Habilidade**
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	**(EF06MA07**) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. **(EF06MA08)** Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. **(EF06MA09)** Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. **(EF06MA10)** Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
7º ANO	
Objetos de aprendizagem	**Habilidade**
Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	**(EF07MA08)** Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. **(EF07MA09)** Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza

	para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
8ºANO	
Objetos de aprendizagem	**Habilidades**
Dízimas periódicas: fração geratriz	**(EF08MA05)** Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.
9º ANO	
Objetos de aprendizagem	**Habilidades**
Potências com expoentes negativos e fracionários	**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

Fonte: Adaptado de Brasil (2017).

Observando o quadro acima podemos afirmar que os números racionais estão presentes ao longo dos quatro anos finais do Ensino Fundamental. De toda, forma é possível também perceber certa linearidade quanto ao aprofundamento do trabalho com os números racionais, iniciando com o conceito de racional e sua representação fracionária, propriedades básicas como a equivalência e as operações básicas. Em seguida, destaca-se a questão dos diferentes significados, dentre eles, parte-todo, quociente, operador numérico e razão já no 7º ano. Enquanto que para os anos seguintes, a ideia é a introdução da ideia de frações geratrizes e como expoentes de uma potência.

Essa ordem gradual é consagrada pela maior parte dos livros didáticos, que já desenvolviam este tipo de organização para os números racionais. De acordo com Souza (2013) o livro didático de didático sempre teve um papel preponderante na construção do currículo escolar no Brasil, especialmente pela ausência de normas claras sobre o currículo mínimo.

De fato, somente em 2017 a versão final da BNCC foi promulgada. Na descrição de Souza (2013) é possível perceber que os livros didáticos que ela analisou em sua pesquisa, tem uma estrutura de distribuição do conteúdo muito próxima do apresentado hoje pela BNCC, embora ela destaque que a o significado parte-todo é o mais explorado em sala de aula pelos professores que foram sujeitos da sua pesquisa.

Sobre os diferentes significados das frações Nunes, Campos *et al* (2009) o trabalho com os números racionais necessita englobar uma variedade de atividades que permitam confrontar os principais significados: número, parte-todo; quociente, operador, razão/medida.

De acordo Wan de Walle (2009) no trabalho com frações, especialmente, em relação às operações é importante ressaltar o conceito de equivalência entre frações para compreensão dos algoritmos e propriedades usadas nas operações com racionais.

3. PERCURSO METODOLÓGICO

Iremos a partir desta seção apresentar os principais aspectos do percurso metodológico de nossa pesquisa.

3.1 NATUREZA DA PESQUISA

A primeira consideração que gostaríamos de fazer sobre nossa pesquisa é a sua delimitação. O fato de trabalharmos com uma atividade específica, delimita bastante nosso campo de atuação, no entanto, compreendemos que o exercício de analisar com outras teorias uma tarefa que já foi validada abre espaço para ampliar as investigações.

Assim, pensamos que nossa pesquisa é qualitativa e se baseia numa análise exploratória. Neste tipo de modalidade quem investiga passa a ser o principal meio para coleta de dados privilegiando sua interpretação (FIORENTINI; LORENZATO, 2009).

Do mesmo modo, Fiorentini e Lorenzato (2009) destacam que a pesquisa qualitativa pode ser feita de diferentes maneiras, utilizando várias técnicas e instrumentos, além de poder ser feitas em diferentes lugares. Em nosso caso, a pesquisa é do tipo documental pois debruça na análise de um tipo de documento, que no caso é atividade proposta por Cavalcante (2011).

3.2 ETAPAS DA PESQUISA

Baseados no trabalho de Cavalcante, Rodrigues e Maciel (2021) em nossa pesquisa realizamos as seguintes etapas:

1° Etapa- Revisão bibliográfica, análise da BNCC, estabelecimento das categorias para construção da análise praxeológica;

Para nossa análise estabelecemos como principais categorias: 1. conceitos e significados; 2. Tarefas e Técnicas. Na primeira tratamos dos conceitos e significados que potencialmente ser trabalhados na atividade e na segunda a descrição praxeológica e suas possibilidades de exploração didática.

2° Etapa- Baseado ainda em Cavalcante, Rodrigues e Maciel (2021) adaptamos o roteiro de análise praxeológica[2] que ficou descrito como:

1. Leitura da atividade e seus contextos;
2. Identificação dos tipos de tarefas propostas;
3. Observação de aspectos das organizações didáticas;
4. Categorização dos tipos de tarefas e agrupamento das tarefas;
5. Levantamento e identificação das possíveis técnicas para realizar as tarefas;
6. Discussão do ambiente tecnológico-teórico.

3° Etapa- Etapa de análise dos dados construídos a partir da análise praxeológica. Para análise utilizamos os principais apontamentos presentes na fundamentação teórica e com as categorias organizadas na etapa 01.

3.3. CONSIDERAÇÕES SOBRE A ATIVIDADE

Como destacamos no item 3.1 nosso foco de investigação é uma atividade que foi desenvolvida por Cavalcante (2011). A publicação de 2011 refere-se a sua dissertação de mestrado, enquanto que a publicação de 2013 se refere ao livro que foi fruto de sua dissertação.

Esta atividade inicialmente foi inspirada em problema proposto no livro de Bittar e Freitas (2005). O problema de áreas com Tangram se apresentava da seguinte como destaca a figura 02:

Figura 02 – Problema de Áreas com as peças do tangram.

Problema 01

A figura ao lado representa o Tangram. Sabe-se que sua área total é de 32 cm². Qual será a medida da área de cada uma das 07 peças.

Extraído de Cavalcante (2011, p. 2010, adaptado de Bittar e Freitas, 2005)

Esse problema segundo Cavalcante (2011)[3] era utilizado para no 1º encontro do curso para introduzir aos participantes da pesquisa a metodologia da Resolução de

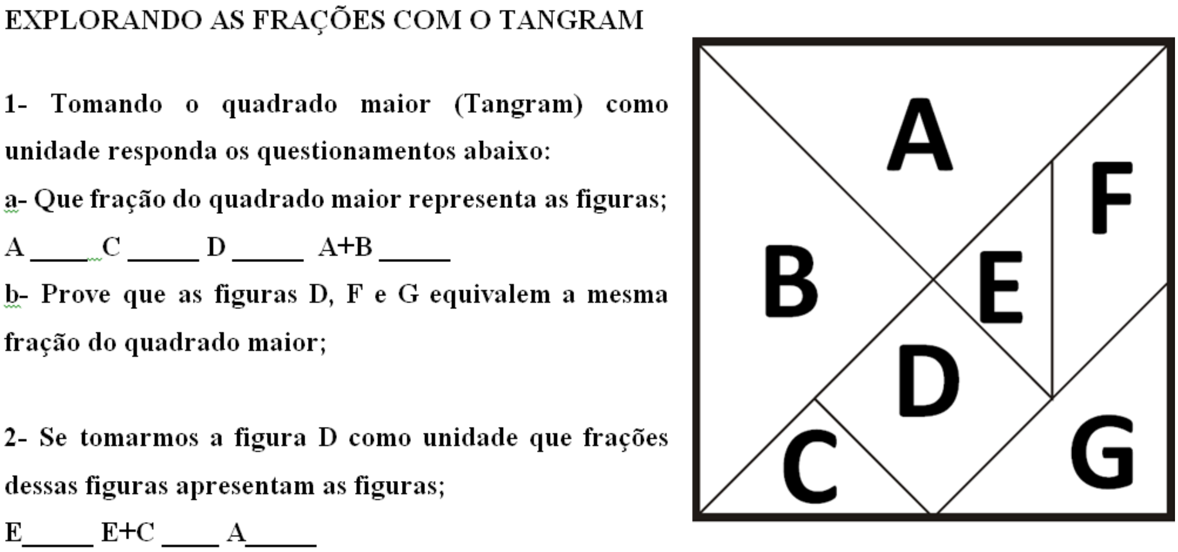
[2] O roteiro dos autores é baseado em Cavalcante (2018) e Bittar (2017).

Problemas. Em outro momento, a problemática é retomada, porém com foco no ensino de frações. Esse segundo momento teria como objetivos:

> - Possibilitar aos professores-alunos confrontarem suas próprias aprendizagens acerca do conceito de fração;
> - Apresentar o tangram como suporte pedagógico para trabalhar idéias associadas ao conceito de fração, com ênfase no conceito de equivalência e sua aplicação nas operações com frações;
> - Definir as operações com números racionais justificando-as através do Tangram. (CAVALCANTE, 2011, p.146).

De acordo com Cavalcante (2011) esse momento era dividido em duas partes. Na primeira os participantes teriam responder e elaborar uma resposta para seguinte questão: *5/10 é sempre maior 3/12?*. A partir dessa questão os participantes eram convidados a retomar o uso do tangram, agora utilizando para explorar o conceito por meio da atividade na Figura 03:

Figura 03 – 1ª Parte da Atividade


EXPLORANDO AS FRAÇÕES COM O TANGRAM

1- Tomando o quadrado maior (Tangram) como unidade responda os questionamentos abaixo:

a- Que fração do quadrado maior representa as figuras;

A ____ C ____ D ____ A+B ____

b- Prove que as figuras D, F e G equivalem a mesma fração do quadrado maior;

2- Se tomarmos a figura D como unidade que frações dessas figuras apresentam as figuras;

E____ E+C ____ A____

Fonte: CAVALCANTE (2011, p. 211).

Ainda de acordo com Cavalcante (2011), a introdução do problema 01 foi feita juntamente com apresentação do Tangram e tinha o duplo objetivo de fazer com os participantes experimentasse o processo de resolução de problemas e ao mesmo tempo conhecessem o Tangram:

> (...) o problema proposto dizia respeito ao cálculo de Áreas equivalente por meio das peças do Tangram. Sabendo a área total do quadrado formado com as sete peças do Tangram eles precisariam determinar a área de cada uma das sete peças. Além da introdução do Tangram como

[3] Cavalcante (2011) desenvolveu em sua pesquisa de mestrado um estudo com professoras-alunas do Curso de Pedagogia, onde trabalhos fundamentos da Matemática através da metodologia da Resolução de Problemas.

> ferramenta pedagógica, que serviria de base para a solução da atividade proposta no episódio III, tínhamos como intenção verificar os processos desencadeados por essa ferramenta na solução do problema dado, além da possibilidade de comparar o processo de Resolução de Problemas com e sem uso de recursos adicionais. (CAVALCANTE, 2011, p.127).

Vemos que o objetivo da atividade envolvia não só uso de modelos de resolução convencionais, como não convencionais, pois o Tangram poderia ser utilizado como auxiliar, isto está evidente também no roteiro proposto pelo autor:

> 1. Discussão com os professores-alunos, sobre a definição de problema, tipos de problema e etapas na solução de problema;
> 2. Acordo com os professores-alunos sobre os passos sugeridos por Onuchic (1999, 2004);
> 3. Apresentação do Tangram e sua história;
> 4. Divisão dos grupos
> 5. Atividade 0: pedir aos professores-alunos que formassem um quadrado com as sete peças do tangram;
> 6. Resolução do Problema 01;
> 7. Discussão das soluções.
>
> (CAVALCANTE, 2011, p.128-129)

Para Cavalcante (2011) o uso do Tangram como auxiliar foi fundamental para solução do problema. Além disso, ele destacou que precisou retomar o conceito de área e perímetro com os participantes da pesquisa.

Para interpretar esse fato sob o ponto de vista da TAD, vale lembrar que de acordo com Chevallard (2018) as praxeologias compõe o universo cognitivo dos sujeitos ou seu equipamento praxeológica, portanto, não basta ter a técnica para determinadas tarefas é preciso também justifica-las, nesse caso o uso de uma ferramenta matemática está justificado pelas tecnologias que lhe dão sustentação.

Na seção seguinte iremos apresentar nossa contribuição a partir da análise praxeológica da referida atividade.

4. ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DA ATIVIDADE

Como foi descrito anteriormente a atividade em questão foi aplicada na pesquisa de Cavalcante (2011), essa mesma atividade foi analisada também por Bezerra (2016). No seu trabalho, Bezerra (2016) observou uma lacuna em relação ao trabalho de Cavalcante (2011) que era falta de uma análise a priori do mesmo.

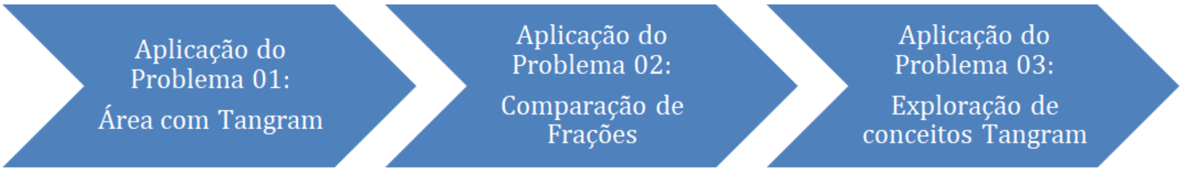
Na leitura do trabalho de Bezerra (2016) vemos que a mesma não toma a noção de análise a priori como parte de um processo de Engenharia Didática (ED). Segundo Almouloud (2007) nesse tipo de abordagem de investigação a primeira etapa é a análise preliminar de um problema, que passa pela constituição de elementos para delinear melhor o problema. Portanto, a análise a priori de uma atividade na ED é um recurso que serve para verificar as potencialidades e lacunas de uma atividade antes dela ser de fato aplicada com os sujeitos da pesquisa.

No caso de Bezerra (2016) esse processo consistiu em levantar previamente os conceitos que poderiam ser discutidos a partir da atividade proposta. Observando o trabalho realizado pela autora vemos que a mesma apresentou as soluções geométricas da atividade utilizando as relações entre as peças do tangram e suas áreas. Para ela, a atividade tem potencial para discutir diferentes significados das frações, mas necessita de ajuste como melhor apresentação na redação das questões propostas.

Embora nosso objetivo tenha sido analisar a atividade sem recorrer a sua aplicação, iremos apresentar uma análise praxeológica focada nas organizações matemáticas e didáticas da atividade, para começar esse processo vamos utilizar o roteiro de Cavalcante (2011) que iniciou com a discussão do problema 01.

Assim, na proposta apresentada por Cavalcante (2011) a atividade deve ser dividida em três momentos:

Figura 04 – Etapas da atividade



Fonte: próprio autor.

Lembramos que originalmente a aplicação da atividade foi realizada na formação de professores que ensinam Matemática, nesse sentido, pensamos que para a aplicação em turmas do Ensino Fundamental, por exemplo, necessitaríamos fazer adaptações. Conforme destaca Chevallard (1997) a transposição didática é necessária sempre que um saber é deslocado de uma instituição para outra, ou seja, enquanto que na formação de professores a atividade cumpriu o papel de discutir frações como um conceito a ensinar, na Educação Básica a atividade se prestaria a servir como recurso para ensinar o conceito.

Encontramos no trabalho de Cavalcante, Silva e Lino Neto (2013) um relato de transposição da atividade para o Clube de Matemática de uma escola pública do Ensino Fundamental. Segundo os autores a atividade foi iniciada a partir do 2º momento, eles adaptaram a pergunta para “quem é maior ½ ou ¼?”.

No relato dos autores vemos indicações de dificuldades dos estudantes, alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, em compreender o significado da pergunta que foi feita, tanto do ponto de vista da pergunta em si, como também da compreensão da representação fracionária, a partir da identificação dessas dificuldades os autores, decidiram retomar o trabalho de revisão da representação fracionária dos números. Para introdução da atividade 3, foi feita a sensibilização sobre Tangram, com sua apresentação com um texto literário[4], sua construção com os alunos, proposição do desafio do quadrado e, por fim, a atividade que corresponde ao problema 3.

Para otimizar nossa análise decidimos analisar as tarefas relativas à Etapa 01, tal qual Cavalcante (2011) propôs. De modo que nos comentários sobre a análise faremos consideramos sobre a sugestão de aplicação para o Ensino Fundamental.

Didaticamente a escolha de Cavalcante (2011) foi iniciar a discussão do problema a partir da introdução do Tangram como um recurso didático, assim a tarefa inicial para os estudados se refere a conhecer o Tangram como um recurso pedagógico, a partir da sua natureza (o que é), sua história (de onde veio) e as lendas associadas a ele (ludicidade). Em seguida o problema 01 é apresentado e ele está conectado com a ideia de área e perímetro, ou seja, as grandezas e medidas aparecem em primeiro plano. A resolução de problema é feita de forma livre sem necessariamente estimular o uso das peças do tangram.

Assim, para este momento a praxeologia presente pode ser descrita a partir de dois tipos de tarefas. O primeiro tipo está ligado a conhecer o material didático, portanto, é uma tarefa mais geral que envolve o contato com o material, a interação com os elementos que estão ligados a ele. No segundo tipo está a resolução do problema 01. Nesse sentido, temos

---

[4] http://mentesirrequietas.blogspot.com/search?q=origem+do+tangram

uma praxeologia mais geral e uma praxeologia matemática mais específica. No quadro 01 fizemos uma síntese dessas tarefas:

Quadro 01 – Tipos de Tarefas

Tipo de Tarefa	Descrição do Tipo de Tarefa
T_0	Conhecer um recurso didático e suas características.
T_1	Determinar a área de partes de uma figura geométrica a partir de sua área total.

Fonte: próprio autor.

Para resolver estas tarefas pensamos uma técnica mais geral. No entanto, é importante lembrar que a T_0 é um tipo de tarefa que engloba uma atividade conjunta entre o professor e o aluno. Por exemplo, se o professor decide somente apresentar o tangram aos alunos, o papel do aluno pode ser somente ouvir o que professor está dizendo. No entanto, se o professor decidir por fazer uma aula mais interativa, por exemplo, o professor poderia dar aos alunos a tarefa de pesquisa "o que é o tangram". Isso pode levar os alunos assumirem uma postura mais de ativa.

As técnicas que pensamos para T_0 e T_1 foram pensadas de um jeito mais ativo por parte do aluno, estas técnicas estão descritas no quadro 02:

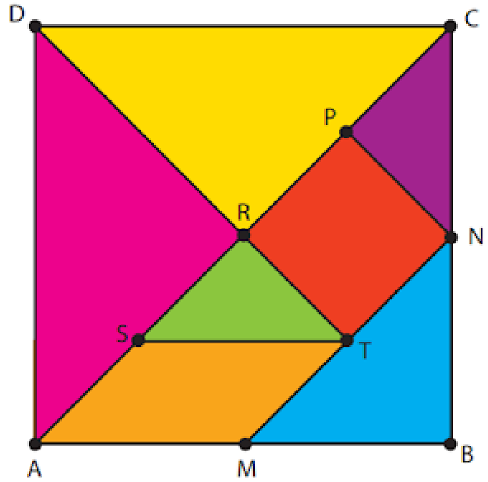
Quadro 02 – Técnicas dos tipos de tarefas T_0 e T_1.

Técnica	Descrição	Elementos Tecnológicos
τ_{ILA}	Investigação/Buscar sobre o que é o Tangram Leitura e compreensão de textos de apoio Ação sobre o Material (Manipulação Livre, Resolução do problema de formar o quadrado com as peças do Tangram).	Demandas da formação de professores. Técnicas de pesquisa (Busca na internet, livros etc). Técnicas de Leitura e compreensão de texto.
$\tau_{Dconvecional}$	Reconhecer o tipo de figura principal. Identificar as medidas dos lados, perímetro e área da figura principal; Identificar a forma das partes das figuras Estabelecer relação entre as partes e a figura total; Determinar medidas desconhecidas a partir das medidas conhecidas.	Geometria Plana: Congruência de triângulos; Semelhança de triângulos; Cálculo de áreas de figuras planas; Álgebra: Modelar figuras planas a partir de equações.

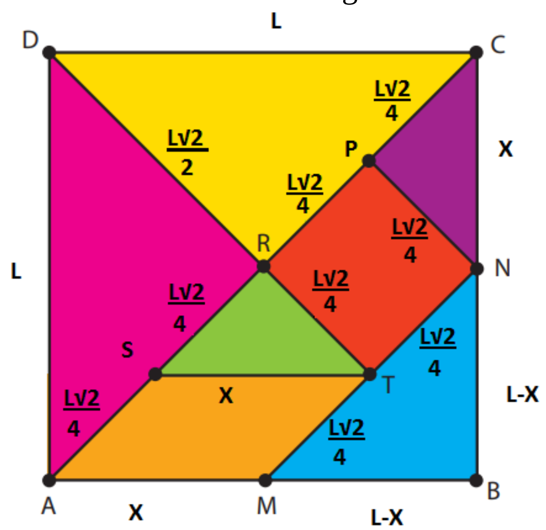
Fonte: próprio autor.

Partindo para descrição da técnica $\tau_{Dconvencional}$, temos que lembrar que no trabalho de Cavalcante (2011) os alunos não usaram essa técnica, houve tentativa de algebrizar o problema, mas os alunos não conseguiram, uma possibilidade da implementação desta técnica pode ser encontrada no Blog “Exercícios Resolvidos” que apresenta a seguinte estrutura:

Seja o Tangram:



Vamos considerar o lado do quadrado ABCD valendo L e com isso teremos as seguintes medidas em nosso Tangram:



Como o lado do quadrado ABCD vale L, então a sua diagonal vale L√2.

Os segmentos SR, RT, PN e PC são iguais ao lado do quadrado RPNT, logo, temos as seguintes igualdades:

(L√2)/2 = RP + PC

Como eles são iguais, então o lado RP do quadrado RPNT valerá:

2 RP = (L√2)/2
RP = (L√2)/4

(RP = PN = NT = TR)

Além disso, temos que

$(L\sqrt{2})/2 = AS + SR$
$(L\sqrt{2})/2 = AS + (L\sqrt{2})/4$
$AS = (L\sqrt{2})/2 - (L\sqrt{2})/4$
$AS = (L\sqrt{2})/4$

(EXERCÍCIOS RESOLVIDOS, 2021, sem página).

De acordo com Cavalcante (2011), diante da dificuldade de alguns dos participantes, ele os estimulou a tentarem utilizar o tangram para resolução do problema. De fato, segundo o autor a sala se dividiu em três grupos: os que já estavam utilizando o tangram; os que partiram para elaboração de uma estratégia matemática como $\tau_{Dconvencional}$, mas não conseguiram; e por fim, os que não conseguiram agir sobre o problema.

De acordo com Chevallard (1999) no trabalho com as técnicas é comum existirem nas instituições técnicas que coexistem, de modo que algumas se sobrepõem as outras. No entanto, pelo que vimos tanto em Cavalcante (2011) quanto em Cavalcante, Lino Neto, e Silva (2013) os participantes não conseguiam reunir os elementos necessários para fazer a técnica matemática. A vantagem do uso do tangram é justamente dar aos alunos a possibilidade de intuitivamente construir uma solução para o problema.

Assim a técnica utilizada pelos participantes pôde ser descrita da seguinte maneira:

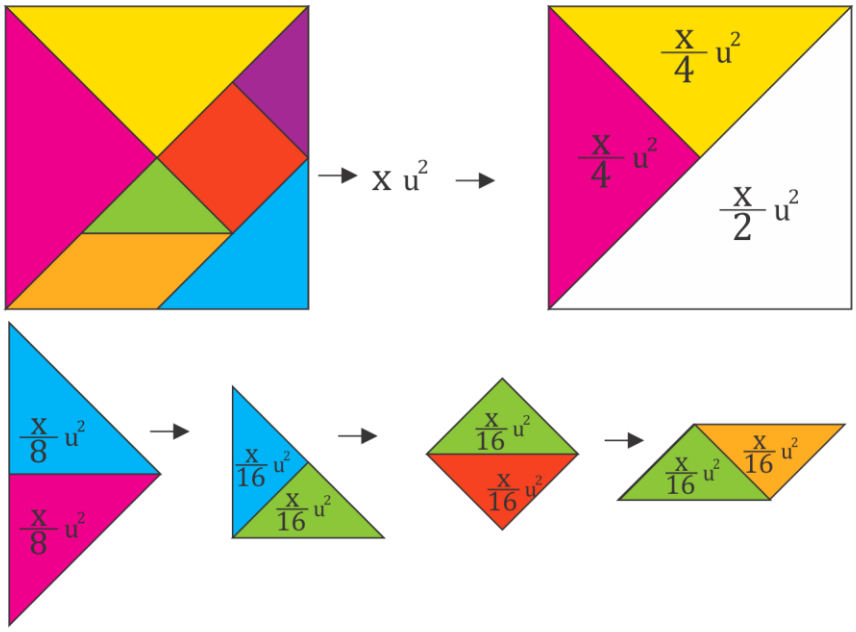
Quadro 03 – Técnica Alternativa para T_1.

Técnica	Descrição	Elementos Tecnológicos
$\tau_{Etangram}$	Observar a relação entre as peças do tangram e a figura principal (quadrado de área x u^2): Dois triângulos grandes são congruentes e equivalem a metade da área total, logo cada triângulo grande equivale x/4 u^2 da área total; O triângulo médio e os dois triângulos pequenos são semelhantes aos dois triângulos maiores, logo são semelhantes entre si. Sobrepor os triângulos para observar que o triângulo médio equivale a metade do triângulo grande, logo sua área é x/8 u^2 da área total e os triângulos pequenos equivalem a metade do triângulo médio, assim sua área é x/16 u^2. Restando apenas duas figuras para determinar as áreas o quadrado e o paralelogramo que podem ser decomposto em dois triângulos congruentes aos triângulos pequeno pelas diagonais, logo tem área igual x/8 u^2.	Congruência e semelhança de triângulos; Decomposição de figuras em triângulos;

Fonte: próprio autor.

Podemos representar a técnica $\tau_{Etangram}$ através de ilustrações da figura 05:

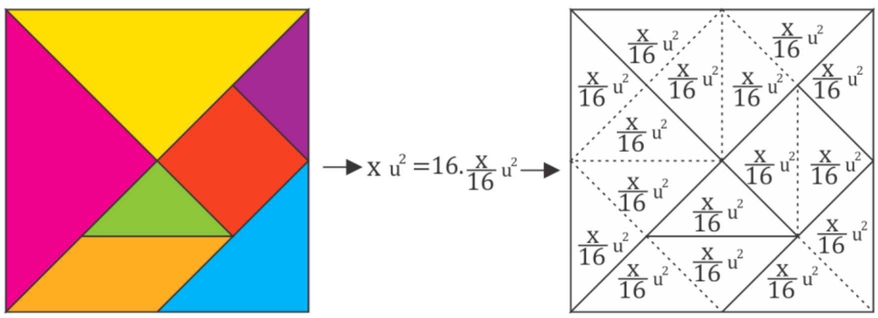
Figura 06 - Ilustração da técnica $\tau_{Etangram}$.



Fonte: próprio autor.

Lembramos que a sugestões dadas para a técnica $\tau_{Etangram}$ são apenas uma possibilidade, por exemplo, em Cavalcante (2011) há relatos da utilização de outra técnica possível que resumidamente chamamos de decompor as peças maiores em menores, nesse caso o tangram permite que os alunos comprovem empiricamente que o triângulo menor pode ser tomado como unidade, de modo que o triângulo maior pode ser decomposto em 16 triângulos pequenos, essa técnica pode ser auxiliada tanto pelo tangram, como por lápis e papel através do desenho na própria figura como mostra a figura 6:

Figura 06 – Ilustração da técnica de decomposição de figuras.



Fonte: próprio autor.

Na sequência da atividade os alunos são colocados diante do problema 2, que se trata de elaborar uma justificativa para pergunta “*5/10 é sempre maior 3/12?”*. Essa justifica pode tomar caminhos diferentes, como, por exemplo, partirmos do significado das frações como números, na reta real o módulo de 5/10 sempre será maior que o módulo de 3/12, ou ainda, com o significado de quociente entre os dois números o resultado da divisão de 5 por 10 e 3 será sempre maior que 3 por 12, na própria comparação de frações é possível perceber que 5 de 10 é maior que 3 de 12.

Todas essas justificativas precisam ser agrupadas em novo tipo de tarefa, diferente dos descritos anteriormente. A princípio chamamos esse tipo de tarefa de T_2 – Comparar dois números racionais, no entanto, o objetivo da tarefa parece ser outro, pois Cavalcante (2011) queria chamar atenção para o fato de que a comparação deve levar em consideração a referência do “todo”.

Em outras palavras, essa tarefa, para nós, dá oportunidade de discutir as frações e seus diferentes significados, conforme apontam Nunes *et al* (2009). No entanto, há uma peculiaridade quando tratamos do significado da fração como parte de um todo, para que pergunta faça sentido é necessário que estejamos falando do mesmo inteiro. Cavalcante (2011) mostrou que a maior parte dos participantes da sua pesquisa não perceberam essa questão, mesmo depois de terem resolvidos o problema 01, alguns inclusive após a simplificação da das frações, usaram as peças para justificar que ½ é maior que ¼.

Assim, pensamos em ampliar a descrição de T_2 para T_2 – Comparar dois números racionais na forma fracionária que representam as partes de um todo. Pois aqui uma ação precisa ser realizada antes de empregar as técnicas citadas como justificativa nos parágrafos anteriores, que é a verificação da condição de que os dois são parte do mesmo inteiro, assim a técnica pode ser descrita:

Quadro 04 - Descrição da Técnica para T_2.

Técnica	Descrição	Elementos Tecnológicos
$\tau_{Vcomparar}$	Verificar se as frações se referem ao mesmo todo; Se sim, empregar os métodos do quociente, reta numérica, reduzir a denominadores comuns etc. Se não, calcular o valor equivalente de cada fração ao seu respectivo termo.	Propriedades dos números racionais; Operações com frações. Representação dos números racionais.

Fonte: próprio autor.

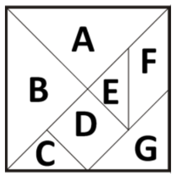
Logo a $\tau_{Vcomparar}$ é uma que deve ser executada mediante a verificação da condição que se refere ao "todo" que as frações representam.

Já na etapa 03, observamos que há uma continuidade da atividade que significa retomar o problema 01, mas com uma abordagem mais conceitual, pois ao invés de tomar uma área específica, toma o conceito de todo, ou seja, tomando o quadrado formado com as peças do tangram como unidade, os alunos deviam representar as frações de cada peça. Já na questão 2 a referência muda, pois a unidade passa a ser uma das peças do tangram, ou seja, o quadrado:

Figura 06 – Questão 2 da atividade.

2- Se tomarmos a figura D como unidade que frações dessas figuras apresentam as figuras;

E_____ E+C ____ A_____



Fonte: CAVALCANTE (2011, p. 211).

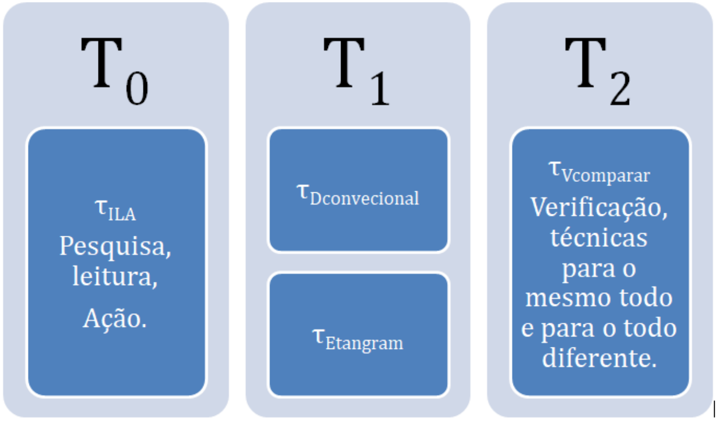
As tarefas e a técnica ainda são as mesmas para o problema 01, só que no caso os resultados mudam pois a unidade, ou seja, o todo mudou. Dando a possibilidade de termos agora frações impróprias. O próprio Cavalcante (2011) destacou que essa mudança levou os participantes da pesquisa a mudaram sua resposta para o problema 02.

Como podemos ver a atividade proposta tem, como já apontava Bezerra (2016) potencial para trabalhar os diferentes significados das frações no sentido de Nunes *et al* (2009), porém acreditamos que a análise praxeológica nos permite fazer outras inferências, conforme o item a seguir.

4.1 COMENTÁRIO GERAL SOBRE A ANÁLISE PRAXEOLÓGICA

Após a análise praxeológica realizada podemos destacar alguns pontos sobre a atividade analisada. O primeiro é que não se trata de uma atividade pontual, ou seja, um tipo de tarefa em torno deles uma técnica, conforme destaca Chevallard (1999). Para nós ela é uma atividade que pode levar a produção de uma organização local, pois existem três tarefas e várias técnicas que podem ser associadas a estas técnicas. Nesse caso, lembramos que para técnica que resolve T_2 existe várias outras técnicas que podem ser escolhidas para comparar as frações. Na figura 07 apresentamos um esquema da distribuição da organização da tarefa:

Figura 07 – Distribuição da organização matemática.



Fonte: próprio autor.

Outra consideração importante é que primeira tarefa T_0 é uma tarefa não-matemática, pois trata-se uma preparação para que os alunos possam entrar no contexto de solução das tarefas. Entendemos que sua realização ou não depende da decisão do professor de criar ou não esse ambiente, nós parece que essa foi a intenção de Cavalcante (2011).

Sobre as tarefas matemáticas destacamos que a sua solução por meio das técnicas sugeridas requer o conhecimento de diversas habilidades envolvendo ao menos três campos: Aritmética; Geometria; Álgebra.

Nesse sentido, concordamos com Bezerra (2016) que os diferentes significados das frações podem explorados na atividade, essa percepção está no quadro 05:

Quadro 05 - Descrição da Técnica para T_2.

<table>
<tr><th>Tarefa</th><th>Significados/Conceitos</th><th>Habilidades da BNCC</th></tr>
<tr><td>T_1</td><td rowspan="2">Fração parte todo; Fração como número; Fração como operador multiplicativo; fração como quociente;
Equivalência de frações; comparação; operações com frações.</td><td rowspan="2">EF06MA07
EF06MA08
EF06MA09
EF06MA10
EF07MA08</td></tr>
<tr><td>T_2</td></tr>
</table>

Fonte: próprio autor.

Não destacamos aqui a exploração dos conceitos relacionados a grandezas e medidas (comprimento, perímetro e área) e nem a geometria (noções primitivas, pontos notáveis, congruência e semelhança de triângulos, decomposição de figuras). Pois não era o objetivo da pesquisa, no entanto, vemos também esse potencial.

Assim, apesar da atividade ter sido pensada para formação de professores, pensamos que ela pode ser levada para trabalhar com os alunos da Escola Básica, como já tinham feito Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013). O problema 01 é muito rico e fato dos futuros professores terem dificuldades de matematizar o problema pode ser um indício de possibilidade de exploração dessa técnica com os futuros professores ou até mesmo com alunos do 9º ou do 1º Ano do Ensino Médio.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final dessa jornada é importante relembrar nosso percurso. Tivemos como objetivo analisar as praxeologias de uma atividade lúdica utilizando o Tangram para abordar o significado de parte-todo no ensino de frações. Nosso foco era observar a dimensão das organizações matemáticas e didáticas da atividade proposta por Cavalcante (2011).

Lembramos que nossa escolha por esta temática se deu pela minha trajetória como futuro professor. Gostaria de trabalhar com algo que envolvesse os aspectos lúdicos e ao mesmo tempo as práticas matemáticas. Para isso, decidimos observar como o tangram poderia servir de base para trabalhar o conceito de frações e seus significados.

Nossa pergunta central era que "praxeologias matemáticas e didáticas são apresentada numa atividade lúdica envolvendo o Tangram para discutir o significado de parte-todo no ensino de frações?

Para responder essa pergunta utilizamos a teoria antropológica do didática, principalmente no que tratava da análise praxeologia. A análise praxeológica da atividade foi muito rica pois relevou que a atividade tem potencial para ser uma organização local, ou seja, mais de uma tarefa e em torno delas algumas técnicas.

As tecnologias em torno das técnicas envolviam vários saberes presentes no Ensino Fundamental, portanto, concordamos com Cavalcante (2011) e Cavalcante, Lino Neto e Silva (2013) ao destacar que a atividade tinha potencial para trabalhar os diferentes significados das frações.

No entanto, deixamos como sugestão que a atividade possa ser melhor discutido para que professores possam utiliza-la em sala de aula. Nesse ponto a análise praxeológica que usamos pode ser importante.

Em particular, o tangram mostrou que é um recurso didático, que além da ludicidade, permite a exploração de diversos conteúdos matemáticos. Do ponto de vista da geometria ele amplia as possibilidades tanto para resolver os problemas através da manipulação, como para trabalhar os conceitos com certa profundidade.

Assim, como estudos futuros destacamos a possibilidade de criar um roteiro para atividade e aplica-la em uma turma regular do Ensino Fundamental ou até mesmo Médio, já que ela foi aplicada no Curso de Pedagogia ou no Clube de Matemática.

Essa pesquisa foi muito significativa, pois consegui adquirir mais conhecimento sobre a profissão de professor, ao mesmo tempo em que aprendi sobre os jogos lúdicos que e sua capacidade de fazer a interação do aluno com o determinado conteúdo matemático.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed UFPR, 2007.

BEZERRA, H. J. S. S. **O ensino de frações: análise a priori de uma atividade com o Tangram.** 2016. 33f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)- Universidade Estadual da Paraíba, Monteiro, 2016.

BITTAR, M. A teoria antropológica do didático como ferramenta para análise de livros didáticos.**Zetetiké,** Campinas, SP, v.25, n. 3, set./dez.2017, p.364-387.

___________; FREITAS, J. L. M. **Fundamentos e Metodologia de Matemática para os ciclos iniciais do Ensino Fundamental.** 2ª ed. Editora da UFMS. Campo Grande. 2005.

BRASIL. **Lei de Diretrizes Bases da Educação Nacional.** Lei nº 9394 de 1996.Presidência da Repúbilica, Brasília, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 19 mai. 2020.

BRITO MENEZES, A. P. A. **Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental.** Tese de Doutorado - Programa de Pós Grad em Educação - UFPE. Recife. 2006.

CAVALCANTE, J. L. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática**. Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática do PPGEC-UFRPE. Recife. 2018.

____________, R**esolução de problemas e formação docente: saberes e vivências no curso de Pedagogia.** Dissertação de Mestrado. PPGEMEC - UEPB. Campina Grande - PB, 2011.

____________, **Formação de Professores que ensinam Matemática:** saberes e vivências a partir da resolução de problemas. Jundiaí - SP: Paco Editorial, 2013.

CAVALCANTE, José Luiz et al.. **Conceito de fração no clube de matemática: uma experiência a partir do pibid**. Anais III ENID / UEPB... Campina Grande: Realize Editora, 2013. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/4737>. Acesso em: 01/07/2022 17:56

CAVALCANTE, J. L.; RODRIGUES, R. F.; MACIEL, R. Qual a chance? Reflexões sobre o ensino de probabilidade nos anos iniciaisdo ensino fundamental. In: **REDIPE: Revista Diálogos e Perspectivas em Educação,** v. 3, n. 1, p. 120-141, 30 jun. 2021.

CHEVALLARD, Y. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. **Didáctica Das Matemáticas**. Tradução de Maria José Figueredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. (Original de 1992).

CHEVALLARD, Y. **La Transposiciòn Didáctica Del Saber Sabio Al Saber Enseñado**. Tradução de CLAUDIA GILMAN. 1ª. ed. Buenos Aires: Aique, 1997. Título original (La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. (Original de 1991).

CHEVALLARD, Y. L´analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, Grenoble, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Yves. Uma ruptura epistemológica em ato. In: ALMOULOUD, Saddo Ag; FARIAS, Luiz Márcio Santos.; HENRIQUES, Afonso. **A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos.** Editora CRV. Curitiba, 2018a.

CHEVALLARD, Yves. A TAD face ao professor de Matemática. In: ALMOULOUD, Saddo Ag; FARIAS, Luiz Márcio Santos.; HENRIQUES, Afonso. **A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos.** Editora CRV. Curitiba, 2018b.

D´AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2ª. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

GASCÓN, J. Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 18, n. 1, 1998. 7-33.

HALABAN, S. *et al.* **Brinca comigo.** Editora Marco Zero. Recife. 2006.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2000.

LORENZATO, S. (org). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 1ª Edição. Autores Associados. São Paulo, 2006.

NUNES, T. *et al*. **Educação matemática: volume 1: números e operações numéricas.** 2 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

SANTOS, S. F. **Tangram como proposta no Ensino de Frações.** Dissertação Mestrado. PROFMAT –UFG. Jataí – GO. 2019.

SOUZA, R. D.; PATARO, R. M. P. **Vontade de saber.** 3ª Edição. Editora FTD. São Paulo, 2015.

SOUZA, Gresiela Ramos de Carvalho. **Números racionais: concepções e conhecimento profissional de professores e as relações com o livro didático e a prática docente.** 2013. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2013.

SEM NOME, **Blog Exercício Resolvido.** Disponível em: https://www.exercicios-resolvidos.com/2021/04/uerj-2019-o-tangram-e-um-quebra-cabeca.html Consulta em 20/07/2022.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicações em sala de aula.** Porto Alegre, Artmed, 2009.