



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CAMPUS VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

PATRÍCIA APARECIDA DA SILVA

**GEOMETRIA ESPACIAL E PLANA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL: PRESSUPOSTOS E REFLEXÕES PARA UMA ABORDAGEM
INTEGRADA DE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

MONTEIRO – PB

2022

PATRÍCIA APARECIDA DA SILVA

**GEOMETRIA ESPACIAL E PLANA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL: PRESSUPOSTOS E REFLEXÕES PARA UMA ABORDAGEM
INTEGRADA DE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas, da Universidade Estadual da Paraíba, Campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Professora Mestre Flávia Aparecida Bezerra da Silva

MONTEIRO – PB

2022

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586g Silva, Patricia Aparecida da.
Geometria espacial e plana nas séries finais do ensino fundamental [manuscrito] : pressupostos e reflexões para uma abordagem integrada de tendências em educação matemática / Patricia Aparecida da Silva. - 2022.
54 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas , 2022.

"Orientação : Profa. Ma. Flávia Aparecida Bezerra da Silva , Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."

1. Geometria. 2. Educação Matemática. 3. Práticas Integradas. 4. Ensino Fundamental. I. Título

21. ed. CDD 327.7

FOLHA DE APROVAÇÃO

PATRÍCIA APARECIDA DA SILVA

**GEOMETRIA ESPACIAL E PLANA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL: PRESSUPOSTOS E REFLEXÕES PARA UMA ABORDAGEM
INTEGRADA DE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

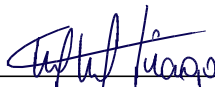
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas, da Universidade Estadual da Paraíba, Campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Aprovada em 15 de dezembro de 2022

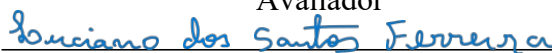
Banca Examinadora



Profa. Ma. Flavia Aparecida Bezerra da Silva – UEPB
Orientadora



Prof. Me. Tiago Marques Madureira – UEPB
Avaliador



Prof. Me. Luciano dos Santos Ferreira – UEPB
Avaliador

Dedico este trabalho a todos que estiveram presentes na minha formação acadêmica, professores, amigos, minha mãe, meu esposo e minhas filhas, pelo apoio incondicional, pela paciência nos momentos de ausência ou falta de atenção, para conseguir concluir mais uma etapa de estudo. Obrigada a todos!

AGRADECIMENTOS

Inúmeros foram os obstáculos que apareceram no decorrer do caminho, ainda mais quando se tem outras atribuições que também necessitam de cuidado e atenção, ser mãe esposa, dona de casa, trabalhar fora e ainda cursar uma faculdade, não foi uma tarefa fácil, porém foram estas mesmas atribuições que me motivaram a persistir até aqui.

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a Deus por me proporcionar mais uma conquista, muitas foram as dificuldades, mas grandes foram as conquistas e aprendizagens obtidas nesta caminhada. Grata sou pelo dom da vida, pelo entendimento e sabedoria que me deste, por sempre estar comigo nos bons e maus momentos.

Agradecer nem sempre é tão fácil como se parece, às vezes não conseguimos agradecer o suficiente por tão grande apoio. Agradeço a minha família, por sempre estar presente em minha vida me dando forças para continuar seguindo meus sonhos e metas.

Agradeço a cada um dos professores que se fizeram presente nesta jornada, muitos foram os ensinamentos, as conversas, os conselhos que edificaram a minha formação, guardarei cada um de vocês em meu coração.

Por fim, não poderia deixar de agradecer a mim mesma pela persistência, pela coragem para enfrentar os desafios, pelas noites mal dormidas, pelo cansaço físico e mental e principalmente por ser quem és, sois capaz de alcançar voos mais altos como sempre sonhaste.

Seguirei agora sentindo já a dor da partida, das amizades construídas e da troca de conhecimento, mas aqui não deixarei um ponto final, apenas uma reticência para os próximos capítulos que irei escrever.

Nunca é o fim, sempre é um novo começo!

Patrícia Aparecida

RESUMO

No objetivo de discorrer acerca da importância de minimizar as dificuldades do aluno diante do conhecimento geométrico, o presente estudo buscou evidenciar a importância da utilização integrada de diferentes tendências em Educação Matemática em aulas de geometria. Considerando a exigência que essa área do saber traz em uma forte necessidade de representações de seus objetos, optamos por buscar teorias em Educação Matemática fundamentação para a promoção de um processo de ensino que favoreça a aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, discorremos sobre a importância do conhecimento geométrico para a formação do indivíduo, revisitamos as diretrizes curriculares para esse ensino, evidenciamos a ineficiência de se utilizar somente o livro didático em aulas de geometria e apresentamos os pressupostos e reflexões para uma abordagem integrada de tendências em Educação Matemática no objetivo de favorecer a apropriação de conceitos geométricos por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Palavras-Chave: Geometria; Tendências em Educação Matemática; Práticas Integradas; Ensino Fundamental Anos Finais.

ABSTRACT

In order to discuss the importance of minimizing the student's difficulties in geometric knowledge, this study sought to highlight the importance of the integrated use of different trends in Mathematics Education in geometry classes. Considering the demand that this area of knowledge brings in a strong need for representations of its objects, we chose to seek theories in Mathematics Education as a basis for the promotion of a teaching process that favors student learning. In this sense, we discuss the importance of geometric knowledge for the formation of the individual, we revisit the curriculum guidelines for this teaching, we highlight the inefficiency of using only the textbook in geometry classes and present the assumptions and reflections for an integrated approach of trends in Mathematics Education in order to promote the appropriation of geometric concepts by students in the final years of elementary school.

Keywords: Geometry; Trends in Mathematics Education; Integrated Practices; Final Years Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- O Ensino Geométrico mediante espaço e forma.....	23
Figura 2- O Ensino Geométrico mediante grandezas e medidas	24
Figura 3- Sistema Semiótico	29
Figura 4- Representação Semiótica	30
Figura 5- Exemplo de Tratamento e conversão	31
Figura 6- Registro de Representação Semiótica	31
Figura 7- Princípio da Continuidade	34
Figura 8- Princípio do Fechamento.....	34
Figura 9- Princípio das Semelhanças	34
Figura 10- Ilusão de Ótica	35
Figura 11- Capa do capítulo do livro didático	39
Figura 12- Igreja Matriz de Zabelê- PB	39
Figura 13- Figuras Geométricas Espaciais	40
Figura 14- Vistas Ortogonais.....	41
Figura 15- Atividade do livro didático.....	42
Figura 16- Atividade do livro didático.....	43
Figura 17- Dominó Geométrico.....	45
Figura 18- Igreja Matriz de Zabelê- PB	46
Figura 19- Caça palavras.....	47
Figura 20- Jogo poliedros e não poliedros	48
Figura 21- Desafio	48
Figura 22- Sólidos Geométricos	49
Figura 23- Matemática Essencial.....	50

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Principais Geômetras.....	15
Quadro 2- Conceitos geométricos.....	20
Quadro 3- Objetos de Conhecimentos das Habilidades	21
Quadro 4- QUIZ- Características dos Sólidos Geométricos.....	47
Quadro 5- Atividade: Nomenclatura e características dos sólidos geométricos	49

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	TECENDO REFLEXÕES ACERCA DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA.....	15
2.1.	Geometria: origem e conceito	15
2.2	Importância do ensino de geometria e possíveis causas de sua ausência ou ineficiência	16
2.3.	Documentos oficiais para a Educação Básica e o ensino de geometria	19
3.	DA TEORIA À PRÁTICA: REFLEXÕES A PARTIR DAS CONTRIBUIÇÕES DE TENDÊNCIAS EDUCACIONAIS PARA A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO	25
3.1	Tendências em Educação Matemática	25
3.2.	Gestalt	33
4.	O LIVRO DIDÁTICO E O ENSINO DE GEOMETRIA: ANÁLISE E REFLEXÕES	37
4.1	A geometria no livro didático utilizado na escola Maria Bezerra da Silva na cidade de Zabelê na Paraíba: como pode servir de base aos processos de ensino e aprendizagem e quais complementações necessárias?	38
5.	POSSIBILIDADES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA ESPACIAL E PLANA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	44
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
7	REFERÊNCIAS.....	54

1 INTRODUÇÃO

Há muito tempo, pesquisadores em Educação Matemática têm se debruçado em investigar e discorrer acerca da importância de um ensino de geometria que favoreça a efetiva apropriação dos conceitos geométricos pelos alunos em salas de aula da Educação Básica. Apesar de significativos avanços, que em muito se devem às propostas de alternativas metodológicas colocadas através de tendências em Educação Matemática discutidas por esses autores, ainda é possível perceber a persistência de dificuldades na construção do conhecimento geométrico nas aulas de matemática.

Tal percepção se deu precisamente no início de 2022, período de estágio na Escola Municipal Maria Bezerra da Silva, cidade de Zabelê - Paraíba, durante o componente curricular Estágio Supervisionado II da Licenciatura em Matemática no Centro de Ciências Humanas e Exatas (CCHE) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). A partir das vivências no estágio, pôde ser constatada a existência de dificuldades na representação de figuras tridimensionais no plano cartesiano, no reconhecimento das figuras por diferentes dimensões e na análise das características e planificação das figuras. Concomitante a isso, foi notado que somente a utilização do livro didático como recurso metodológico, não viabiliza a compreensão do conteúdo de forma significativa, principalmente quando se trata da geometria espacial e plana.

Tendo percebida a ineficiência em se utilizar somente o livro didático em aulas de geometria, nos interessamos em desenvolver o presente estudo, o qual tem como fonte de dados a pesquisa bibliográfica, buscando se referenciar teoricamente nos autores e pesquisadores em Educação Matemática que têm se debruçado em investigar e discorrer acerca da importância de um ensino de geometria que favoreça a efetiva apropriação dos conceitos geométricos.

A ineficiência da exclusividade da utilização do livro didático para tal finalidade, levamos a recorrer à utilização das tendências educacionais propostas por tais autores de modo integrado na prática do professor de matemática em aulas de geometria nas séries finais do Ensino Fundamental, visando minimizar as dificuldades recorrentes nesse processo e favorecendo a apropriação de conceitos geométricos.

Nesse sentido, buscamos apresentar, a partir de Lorenzato (1995), a importância do conhecimento geométrico na formação escolar do discente, como também abordá-lo na

condição social, fator que se torna crucial no desempenho da formação do sujeito, permitindo-o atuar diariamente no meio em que vive e convive, no qual a geometria se encontra intrínseca, desde simples atividades diárias até as mais complexas atividades que necessitam da utilização de seus conceitos.

Considerando que um ensino que vise essa finalidade deve ser pensado em função de tendências em Educação Matemática, refletiremos sobre como ensinar matemática hoje, a partir de D'Ambrosio (1989). Em Pais (2008) nos fundamentamos acerca da Teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud e a Teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval (2012), teorias que se inserem dentro de uma das principais tendências em Educação Matemática hoje, a Didática da matemática. Ainda buscamos nos referenciar em Santos e Nacarato (2021) e a tendência que visa a utilização de fotografia e escrita em sala de aula, e teoria da Gestalt, sobre uma nova perspectiva acerca da organização visual (SABBA, 2003).

Compreendemos que tais teorias são essenciais ao desenvolvimento de uma abordagem de ensino que transpasse a perspectiva do ensino tradicional com a utilização exclusiva do livro didático, possibilitando um modo de construir conhecimento, que não se resume apenas em memorizar formas, fórmulas e definições, mas objetive alcançar uma aprendizagem a partir da apropriação de conceitos geométricos. Buscamos através de uma pesquisa qualitativa do tipo bibliográfica “investigar e interpretar o caso como um todo orgânico, uma unidade em ação com dinâmica própria, mas que guarda forte relação com seu entorno ou contexto socio-cultural” (FORENTINO; LORENZATO, 2006, p. 110).

Desse modo o presente estudo se estrutura em cinco capítulos: Primeiro capítulo: Reflexões acerca do ensino e aprendizagem da geometria; Segundo capítulo: Reflexões a partir das contribuições de tendências educacionais para a construção do conhecimento geométrico; Terceiro capítulo: O livro didático e o ensino de geometria: análise e reflexões; Quarto capítulo: Possibilidades para o ensino e aprendizagem em geometria espacial e plana nas séries finais do Ensino Fundamental; Quinto capítulo: Considerações finais.

2 TECENDO REFLEXÕES ACERCA DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Muito mais que manipular fórmulas e memorizar definições, o ensino da geometria deve proporcionar a apropriação dos conceitos geométricos de modo a favorecer uma aprendizagem significativa, tal aprendizagem contribuirá para a formação completa do indivíduo que poderá contar com ampla e profunda visão de mundo.

2.1. Geometria: origem e conceito

O termo geometria etimologicamente vem do latim, (geo - terra e metria - medir), significando “medição da terra”. O seu surgimento emerge da necessidade que as pessoas, em constante transformação, tinham para desenvolver as suas atividades cotidianas, e se formaliza nas mãos de diversos matemáticos ao longo da história da humanidade, entre os quais Euclides. Segundo Ferreira a geometria é a:

Ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos ou ainda um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com as suas propriedades, ou ainda, ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras (geometria Plana) e dos sólidos (geometria no espaço) (FERREIRA, 1999, p. 983).

Se tratando de uma área vasta de estudos a Geometria foi dividida nos seguintes campos: Geometria analítica: estuda a geometria por intermédio da análise matemática e álgebra; Geometria plana: estuda o espaço e o plano a partir dos estudos de Euclides; Geometria Espacial: estuda o espaço tridimensional. A Geometria foi se efetivando com uma ciência na Grécia antiga, e os estudiosos da época caracterizados como geômetras e tem um papel fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Dentre os principais estudiosos podemos destacar:

Quadro 1- Principais Geômetras

GÊOMETRAS	TEORIA DESENVOLVIDA
Arquimedes	A área sob o arco de uma parábola; A aproximação do valor numérico do número pi; O volume de superfícies de revolução.
Descartes	Sistema de coordenadas; A união da geometria com a álgebra, o que resultou na geometria analítica.
Tales de Mileto	O diâmetro que divide o círculo em duas partes congruentes; Os ângulos opostos pelo vértice são congruentes.
Euclides	Geometria euclidiana.

Fonte: Mundo Educação (2022)

Muitas descobertas, termos e conceitos se efetivaram dando forma aos seus fundamentos, alavancando o estudo científico e a apropriação do saber geométrico indispensável ao desenvolvimento das atividades que moldam a sociedade, configurando formas, medidas e postulados que definem e transformam o espaço.

Ao remetermos o pensamento matemático à geometria, é comum, pensarmos, antes de tudo, em formas e figuras geométricas que podem ser associadas a objetos aos quais estamos em contato diariamente. No entanto ao conceituarmos categoricamente tais formas e figuras, transpassamos este pensamento dedutivo, como exemplo, vejamos o quadrado que embora possa ser representado no plano físico, em seu conceito euclidiano só se encontra perfeito no plano abstrato, disso decorrem muitas dificuldades no ensino e aprendizagem de tais conceitos.

2.2 Importância do ensino de geometria e possíveis causas de sua ausência ou ineficiência

Muitas reflexões e discussões surgiram e se intensificaram há muitos anos, nas quais são apontados fatores referentes ao ensino da geometria, as implicações e as práticas metodológicas adequadas para a construção do conhecimento e conseqüentemente o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Em consonância com este pensamento, Lorenzato (1995, p.7) refletindo sobre o ensino de geometria, refere-se antes a sua ausência em sala de aula, tendo como primeira causa, o fato de “que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas”, uma vez que muitos não tiveram oportunidade de vivenciar tal conhecimento matemático durante seus estudos, em decorrência destes obstáculos a formação em geometria apresenta lacunas que impactam diretamente na Educação Básica.

A geometria desempenha um papel de suma importância para a formação do indivíduo em sua totalidade, mas para que esse papel seja efetivado, além da presença em sala de aula, a geometria deve ser ensinada de modo significativo, sendo a falta de sua ocorrência a causa de grandes prejuízos no desenvolvimento do indivíduo. Lorenzato afirma que:

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem habilidade, dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como o

fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.(LORENZATO, 1995, p. 5).

Outro fato a ser considerado é que por se tratar de um estudo lógico-dedutivo integrado a demonstrações, aprender geometria sem recorrer a leitura interpretativa pode conduzir tanto professor, como estudante a não gostarem do conteúdo, fazendo com que o desenvolvimento geométrico torne-se algo chato e sem sentido. Ainda de acordo com Lorenzato, as dificuldades encontradas no ensino da Geometria estão presentes no cotidiano escolar:

Essas dificuldades se dão em virtude da forte resistência no ensino da Geometria e deve-se também, em grande parte, ao pouco acesso pelo professor aos estudos dos conceitos geométricos na sua formação ou até mesmo pelo fato de não gostarem de Geometria. (LORENZATO, 1995, p.7).

Em consonância com Lorenzato, a falta de conhecimentos em geometria pelo professor é o principal fator que impede o aluno de desenvolver o pensar geométrico e o raciocínio visual.

Considerando que o professor que não conhece Geometria, também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. (LORENZATO, 1995, p. 3).

Lorenzato, ao questionar “Onde colocar o ponto de equilíbrio dinâmico entre o intuitivo e o dedutivo, o concreto e o abstrato, o experimental e o lógico, tendo em vista uma aprendizagem significativa da Geometria?” (Lorenzato, 1995, p.4), leva-nos a refletir sobre a necessidade de repensar currículos de formação de professores, fazendo-nos perceber o quanto torna-se primordial que o docente esteja aberto a novas perspectivas, mantendo-se, inclusive, em formação continuada. Estar aberto a mudanças metodológicas e didáticas é de suma importância para a viabilização de um melhor entendimento e consequentemente maior aceitação e gosto pela geometria.

Outro grande problema encontrado tanto como causa para a omissão geométrica quanto como obstáculo ao desenvolvimento do pensamento geométrico está relacionado ao livro didático, uma vez que ao fazermos uma prevê análise de como o conteúdo se encontra no livro didático constatamos que o mesmo se encontra no último, o que proporciona altas chances de não ser aplicado em sala de aula, inviabilizando assim o desenvolvimento do saber geométrico.

E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo

físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. (LORENZATO, 1995, p.4)

Por si só os livros didáticos já propagam a falta de compreensão e consolidação do saber, uma vez que trazem o conteúdo de forma muito resumida, não abordam os conceitos necessários que favoreçam o rompimento destes obstáculos didáticos, tendo em vista que a principal função do livro didático é auxiliar os processos de ensino e aprendizagem, a falta de uma estrutura adequada inviabiliza o domínio do saber. Conforme Lorenzato, a geometria:

Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula (LORENZATO, 1995, p.4).

O questionamento levantado por Lorenzato (1995) sobre por que devemos aprender a geometria, faz-nos olhar para sua importância perante a sociedade como um todo, afinal é por meio do conhecimento geométrico que o discente desenvolve sua formação global, o que permite a compreensão inter relacionada entre o indivíduo e o ambiente ao qual está inserido, propiciando assim o aperfeiçoamento e consolidação das suas habilidades cognitivas em relação à posição de objetos no espaço, bem como a resolução de problemas relacionados à vida cotidiana. Lorenzato afirma que:

Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5).

A Geometria tem extrema relevância na formação crítica e autônoma do educando, uma vez que, ela está presente e faz parte intrinsecamente do cotidiano das pessoas, com a sua utilização desenvolve-se o raciocínio visual espacial, habilidade importantíssima para a resolução de diversas situações que permitem sua compreensão e aplicação, mediante os conhecimentos básicos para apropriação da matemática interpretativa concreta e intuitiva totalmente associada a realidade.

É necessário que em busca de proporcionar o desenvolvimento das habilidades essenciais para o pensamento geométrico, o desenvolvimento do ensino geométrico permita a experimentação e investigação, a partir de uma diversidade de representações dos objetos geométricos. Logo, é função primordial do professor mediar a construção do conhecimento através de estratégias que permitam superar as dificuldades encontradas no percurso, sendo o acesso a tais objetos uma das maiores dificuldades, o professor deve estar munido do

conhecimento acerca de diversas tendências educacionais para favorecer o caminho da aprendizagem.

O aprendizado da Geometria envolve visualização, investigação, experimentação, exploração, representação de objetos do cotidiano da criança, etc. Assim, à medida que os alunos exploram, também constroem, classificam, descrevem e representam objetos e modelos, apreendendo os conceitos e desenvolvendo habilidades essenciais para o pensamento geométrico. As alternativas disponibilizadas nas ações pedagógicas, capazes de influenciar o desenvolvimento do desejo de aprender, devem respeitar os níveis de dificuldades identificados pelos educandos. De acordo com Lorenzato:

Em termos de prática pedagógica, as crianças devem realizar inúmeras experiências ora com o próprio corpo, ora com objetos e ora com imagens; para favorecer o desenvolvimento do senso espacial das crianças é preciso oferecer situações onde elas visualizem, comparem e desenhem formas: é o momento do dobrar, recortar, moldar, deformar, montar, fazer sombras, decompor, esticar [...] para, em seguida, relatar e desenhar, é uma etapa que pode parecer mero passatempo, porém é de fundamental importância (LORENZATO,1995, p.8)

Assim sendo, é preciso que entendamos a importância que há, inclusive, de desenvolver o gosto pela geometria desde os anos iniciais, para desenvolver os passos pertinentes ao pensamento geométrico nas séries finais do Ensino Fundamental, instigando o interesse e a curiosidade promovendo a abstração de forma prazerosa e significativa, o que acarretará na diminuição significativa das dificuldades que porventura venham a surgir.

2.3. Documentos oficiais para a Educação Básica e o ensino de geometria

As leis e diretrizes para a Educação Básica surgem para nortear a prática docente, favorecendo que o sistema torne o ensino igualitário, a partir da padronização e organização dos conteúdos curriculares educacionais, o que permite que todos sigam a mesma linha de competências e habilidades a serem cumpridas pelo currículo educacional.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um dos documentos oficiais mais recentes, visa estabelecer as competências e habilidades adequadas, para a formação do educando ante as fases do ensino, que estão divididas em: Educação Infantil, Ensino Fundamental Anos Iniciais, Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio.

A BNCC propõe em seu documento o desenvolvimento de dez habilidades gerais que apontam habilidades específicas as particularidades de cada fase de ensino, objetivando as unidades temáticas e os objetos de conhecimento, a fim de agregar valores e atitudes

pertinentes a vida cotidiana dos discentes, de modo a possibilitar o exercício pleno da cidadania.

Como objeto de estudo a presente análise irá discorrer sobre o ensino da geometria nos anos finais do Ensino Fundamental. Assim abordaremos os principais pressupostos para o desenvolvimento do ensino da geometria. De a BNCC (BRASIL, 2018, p. 271), o estudo da Geometria nos anos finais se apresentam os seguintes conceitos:

Quadro 2- Conceitos geométricos

envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento;
estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos;
investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes;
considerar o aspecto funcional, as transformações geométricas, sobretudo as simetrias.
associar a construção, representação e interdependência;
analisar e produzir transformações e ampliações/ reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança.;
reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo.

Fonte: BNCC (2018)

A geometria é uma parte de suma importância para o currículo educacional, pois os conhecimentos geométricos permitem a consolidação e ampliação da aprendizagem já estabelecida, contribuindo assim para o desenvolvimento do pensamento matemático. Por meio dos conceitos atribuídos ao ensino da geometria, reforça-se as conexões relevantes com outros campos matemáticos (Álgebra, Aritmética, Probabilidade e Estatística), ao qual temos os seguintes conceitos a serem consolidados:

Quadro 3- Objetos de Conhecimentos das Habilidades

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
Semelhança de triângulos	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Polígonos regulares	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
Distância entre pontos no plano cartesiano	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: BNCC (2017)

É importante ressaltar que o ensino de geometria não deve ser reduzido a simples “aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras” Brasil (2017, p.272). Desse modo:

[...] A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. [...] Esse pensamento é necessário para investigar

propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2017, p.269).

Assim a BNCC permite apontar caminhos para o desenvolvimento do Ensino Geométrico, desde conceitos básicos até a compreensão e representação de forma palpável no seu cotidiano, ressignificando pressupostos e estabelecendo relações entre teorias e práticas pedagógicas. Em consonância com estes conceitos a BNCC aduz:

[...] o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança (BRASIL, 2017, p.270)

Por conseguinte, o ensino da Geometria em consonância com a BNCC permitirá a ampliação dos conhecimentos já adquiridos e a consolidação de novos conhecimentos a partir da realização de atividades que busquem desenvolver os conceitos pertinentes ao desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo. Desse modo, as atividades a serem desenvolvidas devem viabilizar a articulação e abstração do pensamento geométrico.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) implantados na década de 1990, evidenciam que “a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação” (BRASIL, 1997, p, 26). Nos PCN:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1997, p. 56).

Nesta perspectiva os conhecimentos a serem adquiridos no campo geométrico, se dividem em dois eixos, 1º eixo espaço e forma e 2º eixo grandezas e medidas, de modo que os conteúdos sejam distribuídos equilibradamente permitindo o desenvolvimento do saber geométrico significativo. Abaixo evidenciaremos os respectivos conhecimentos a serem trabalhados:

Figura 1- O Ensino Geométrico mediante espaço e forma

Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado;
Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas;
Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares);
Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas;
Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso; •
Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais;
Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro;
Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer;
Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos;
Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor;
Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície);
Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos;
Identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso;
Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro);
Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales;
Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras.

Fonte: PCN (1997)

Em suma, segundo o PCN o desenvolvimento com espaço e forma deve ser explorado com situações que viabilizem a utilização de régua e compasso para o estudo das propriedades, bem como as relações pertinentes no estudo de unidades de medidas, estimulando o discente a perceber estas singularidades a partir da vivência diária.

Figura 2- O Ensino Geométrico mediante grandezas e medidas

Resolução de situações-problema envolvendo grandezas (capacidade, tempo, massa, temperatura) e as respectivas unidades de medida, fazendo conversões adequadas para efetuar cálculos e expressar resultados.
Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações.
Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência).
Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros).
Cálculo do volume de alguns prismas retos e composições destes.
Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências.
Resolução de situações-problema envolvendo grandezas determinadas pela razão de duas outras (densidade e velocidade) ou pelo produto (energia elétrica: kWh).
Compreensão dos termos algarismo duvidoso, algarismo significativo e erro de medição, na utilização de instrumentos de medida.
Estabelecimento da relação entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado e a relação entre as medidas do perímetro e do diâmetro de um círculo.

Fonte: PCN (1997)

Na perspectiva de Grandezas e medidas os alunos deverão analisar e solucionar situações-problemas, calculando medidas, áreas e diâmetros, bem como relacionar e representar as figuras com gráficos no plano cartesiano, com a utilização dos instrumentos necessários para resolução.

Sendo assim, tais documentos oficiais visam o desenvolvimento geométrico do aluno com a apropriação dos conceitos essenciais ao processo de consolidação dos saberes, tanto na geometria plana como na geometria espacial.

3. DA TEORIA À PRÁTICA: REFLEXÕES A PARTIR DAS CONTRIBUIÇÕES DE TENDÊNCIAS EDUCACIONAIS PARA A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO

Muitos são os autores e pesquisadores em Educação Matemática que têm abordado teorias que servem de apoio à prática na sala de aula na Educação Básica. Em especial, é possível nos fundamentarmos em tais teorias para repensarmos o ensino e aprendizagem de geometria nas séries finais do Ensino Fundamental.

Em especial, tratando-se do ensino de geometria plana e espacial, é imprescindível destacar as tendências educacionais que enfatizem a importância da visualização e diferentes formas de representação dos objetos geométricos.

3.1 Tendências em Educação Matemática

Sabemos que o desenvolvimento da aula tipicamente tradicional não é mais apropriada para o processo de construção do conhecimento, uma vez que esta prática revelou que os estudantes tornavam-se apenas repetidores das técnicas, formas e fórmulas estáticas e incontestáveis.

Em uma situação de ensino puramente tradicional, de acordo com D'Ambrosio (1989), não é dada ao aluno a oportunidade de criar, o aluno passa a acreditar que seu papel na aula se resume a receber passivamente o que lhe é imposto. Não são geradas situações que exijam criatividade por parte do aluno, o aluno não vivencia situações de investigação e exploração. Essa, sem dúvida, não é a melhor forma de ensinar matemática hoje.

Em superação a isso, D'Ambrosio (1989) aponta diversas tendências em Educação Matemática que podem possibilitar um ambiente de aprendizagem propício para o ensino de matemática hoje, entre as quais menciona a resolução de problemas, o uso de tecnologias, história da matemática, uso de jogos matemáticos etc. propostas de trabalho que segundo a autora visam à melhoria do ensino de matemática em uma perspectiva construtivista.

No tocante a resolução de problemas, o ensino investigativo por meio da exploração dos conceitos, despertam a relevância e curiosidade para a criação de hipóteses e conjecturas enfatizadas na solução das questões. É “através de suas experiências com problemas de naturezas diferentes, o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da matemática envolvida” (D'AMBROSIO, 1989, p. 17).

O estudo desenvolvido por meio da aplicação da História da Matemática favorece a solidez do ensino, pois parte da concepção histórica dos conceitos, minimizando conseqüentemente as complexibilidades exteriorizadas do processo de aquisição do saber, “o estudo da construção histórica do conhecimento matemático leva a uma maior compreensão da evolução do conceito, enfatizando as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo trabalhado” (D'AMBROSIO, 1989, p. 18).

Desenvolver o pensamento geométrico é uma tarefa que requer do professor aulas interativas com diversas metodologias de ensino, que utilizem materiais manipuláveis, jogos e tecnologias que possam ser experienciados pelos alunos, despertando o interesse de todos de modo que interajam coletivamente participando ativamente da construção do seu conhecimento.

A possibilidade de criar ambientes de investigação e exploração matemática através do uso de tecnologias, propicia ao aluno levantar hipóteses e conjecturas (D'AMBROSIO, 1989). A utilização de materiais manipuláveis, bem como os jogos pedagógicos, permite maior interação e participação dos alunos, tornando-os autônomos na construção e consolidação do saber. Conforme os PCN:

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46).

Permitir o aluno agir ativamente no processo de consolidação cognitiva torna o indivíduo autônomo, pensante, crítico e capaz de desafiar seus conhecimentos prévios abrindo espaço para a ruptura dos obstáculos que por ventura venham a dificultar o desempenho da aprendizagem, o que torna o ensino e aprendizagem mais eficaz. Conforme Silva e Martins (2000, p. 4), tais materiais caracterizam-se como fundamentais no papel de auxiliar a passagem do concreto ao abstrato pelo estudante, na medida em que eles apelam a vários sentidos.

A Didática da matemática é uma das principais tendências em Educação Matemática, dentro da qual, de acordo com Pais (2008), podemos nos referenciar em teorias que nos conduzem a pensar o ensino em uma perspectiva muito mais assertiva, como estudar as condições que possam favorecer a compreensão das características essenciais dos conceitos

pelos alunos que é um dos objetivos da questão pedagógica que trata da formação de conceitos matemáticos. Nesse sentido a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1996) é um referência importante para a compreensão de como se dá o entendimento do saber geométrico por meio de ações que forneçam significado ao aluno, rompendo os obstáculos epistemológicos e didáticos advindos de um ensino estático.

Segundo Pais (2008, p 52), “essa teoria não foi criada para ser aplicada somente em Educação Matemática, mas ela foi desenvolvida tendo em vista respeitar uma estrutura progressiva de elaboração de conceitos, daí a razão de pertinência com que se aplica a matemática”. Esta teoria destaca os aspectos relevantes no tratamento recebido pelo saber escolar “permitindo uma forma diferenciada de entender os conceitos matemáticos estudados na educação escolar, os quais não são concebidos tal como são formalizados no território do saber científico”.

Para isso, evidencia o elo entre o saber escolar e o saber cotidiano que torna a aprendizagem mais significativa e viabiliza a formulação de conceitos. Para Pais (2008, p. 52) embasado em Vergnaud (1996):

A existência dos chamados espaços de situações-problema, cuja utilização facilita ao aluno a percepção das conexões existentes entre os vários conceitos, destacando a dimensão da operacionalidade entre eles. Na diversidade desse espaço de problemas, são estruturadas as condições ideais para que ocorra uma aprendizagem mais significativa, mostrando, portanto, que essa noção é de fundamental importância para a didática da matemática.

A aprendizagem ideal ocorre quando os conhecimentos prévios se adicionem aos novos conhecimentos incorporados a partir das diversas situações de ensino, permitindo que o desenvolvimento cognitivo consista na utilização de procedimentos que levem o aluno a raciocinar sobre os novos saberes incorporados a seus conhecimentos anteriores, sistematizando o novo saber.

“A teoria dos campos conceituais é profunda por um caráter pragmático, no sentido de que a análise proposta está centralizada em situações próximas da vivência do aluno” (PAIS, 2008, p. 54). Desse modo, o saber é valorizado na formação do aluno a partir de suas experiências que integrem o conceito que se trata de ideias abstratas de conhecimento relacionado a situações da sua vivência no mundo.

Um dos pontos mais importantes a observarmos, é que de acordo com tal teoria, há uma diferença entre o que é definição e o que é conceito. A definição engloba as regras, fórmulas e padrões rigorosos para generalidade do conhecimento. Já o conceito, “esclarece que, para o aluno, o sentido de um conceito está fortemente associado à atividade de resolução

de problemas. É neste contexto que o aluno pode desenvolver sua compreensão do sentido inicial dos conceitos e teoremas matemáticos” (PAIS, 2008, p 52). Entretanto, de acordo com Vergnaud (1996, p. 218):

Um conceito é uma tríade que envolve um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito e um conjunto de significantes que podem representar os conceitos e as situações que permitem aprendê-los.

Como exemplo de complexidade do conceito, ao se referir que “a formação de um conceito é realizada a partir de componentes anteriores, por meio de uma síntese coordenada pelo sujeito”, o autor exemplifica com a “síntese racional do conceito geométrico de cubo” no qual “podemos destacar os seguintes componentes precedentes: quadrado, segmento de reta, ponto, paralelas, perpendiculares, ângulo, diagonais”, dentre esses componentes do cubo, o quadrado, nessa condição “é também um conceito no qual existem outros conceitos, cuja análise regressiva converge para as noções fundamentais, entendidos como conceitos evidentes por si mesmo, como é o caso do ponto, reta e plano” (PAIS, 2008, p.61).

O professor tem um papel fundamental para oferecer caminhos que tornem a abstração do conhecimento possível por meio de situações didáticas que favorecem o processo. A aprendizagem de um conceito representa a compreensão, tanto quanto for possível, da totalidade contida nessa síntese e esta apreensão envolve a relação entre o todo e suas partes. (PAIS, 2008).

Outra teoria da Didática da matemática que nos é bastante útil ao repensarmos o ensino de geometria é a Teoria dos registros de representação semiótica estudada pelo autor Raymond Duval, tal teoria trata da utilização de diferentes formas representativas de um mesmo objeto, no intuito de desenvolver a comunicação entre a fala, o desenho e a escrita, por distintas representações que permite maior compreensão cognitiva.

A teoria da representação semiótica questiona e analisa as dificuldades cognitivas concebidas no processo de aprendizagem do saber matemático, para o autor, “de fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos “reais” ou “físicos”. É preciso, portanto, dar representantes (DUVAL, 2012, p. 268).

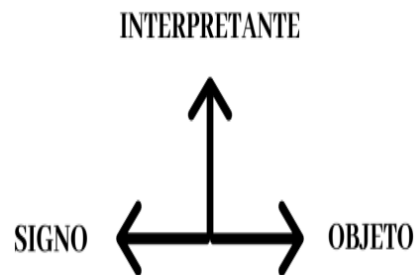
Esta representatividade exterioriza o objeto a seus conceitos a partir das percepções dedutivas dos objetos matemáticos. Para que o sujeito se aproprie do objeto ele deve representá-lo de alguma forma. “As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento” (DUVAL,

2012, p.269). No entanto, esta representatividade pode confundir o entendimento causando perda de compreensão, pois a representação do objeto que não existe fisicamente é representado parcialmente por meio de uma imagem que se assemelha ao objeto, ou seja, “toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa, e que de um registro a outro não estão os mesmos aspectos do conteúdo de uma situação que estão representados” (DUVAL, 2012, p, 270)

A coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. É nestas duas condições que uma representação funciona verdadeiramente como representação, quer dizer, ela dá acesso ao objeto representado. (DUVAL, 2012, p, 270)

A percepção dos registros decorre mediante a representação de objetos a partir do sistema semiótico. O sistema semiótico é um conjunto de signos ordenados para a formação e preservação de imagens de objetos na sua representação. Os registros de representação se configuram nos sistemas de escrita algébrica, numérica e simbólica nos gráficos cartesianos e nas figuras geométricas.

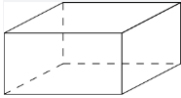



Figura 3- Sistema Semiótico



Fonte: Autoria própria (2022)

O estudo das representações semióticas para a apropriação do conceito geométrico se expressa por meio de signos para representação do objeto. Por si só, a organização visual por meio dos registros de representação semiótica torna de difícil entendimento, pois resume-se a utilização de conceitos já formalizados no intelecto do aluno. Conceitos estes que fornecem as ideias básicas pré-existentes, a partir do ponto de vista de cada indivíduo e se concretizam na teoria. Duval (2011, p. 15) aduz que, “a análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos nos são apresentados”, como o exemplo apresentado abaixo:

Figura 4- Representação Semiótica

NATURAL	REPRESENTATIVA	ASSOCIATIVA
PARALELEPÍPEDO		
PIRÂMIDE		

Fonte: Autoria própria (2022)

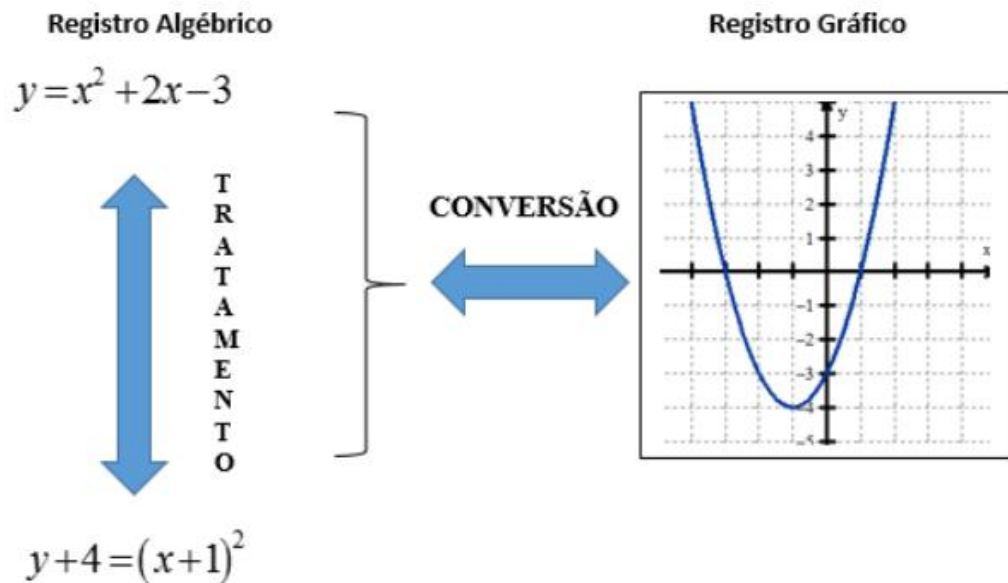
Conseqüentemente, emergem aqui uma das principais dificuldades na formalização de conceitos pois é evidente que os diversos fatores intrinsecamente ligados à capacidade intelectual interferem e ressignifica a conceitualização e compreensão do saber geométrico. Ao consolidar o processo individual dos alunos aumenta-se a variação de entendimento e a representação do objeto a partir da utilização do campo visual causa distorções que divergem da obtenção dos conceitos.

No intuito de romper estas barreiras cognitivas Duval (2003, p. 11-12) afirma que:

É necessária uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. A originalidade de uma abordagem cognitiva não está em partir dos erros para tentar determinar as “concepções” dos alunos e a origem de suas dificuldades em álgebra, em decimais, neste ou naquele conceito geométrico etc.

O sistema semiótico deve ser executado por meio da mobilização de diversos registros de representação do objeto, promovendo a diversidade de representações de um mesmo objeto. A representação semiótica ocorre a partir de diversas formas de interpretação do objeto matemático advinda da mobilização de conceitos por meio do tratamento que se configura mediante realização de transformações de um dado registro a partir da sua representação e com a utilização da conversão que se configura como a capacidade de efetuar simultaneamente às transformações entre dois ou mais registros da representação do objeto, como podemos observar no exemplo abaixo:

Figura 5- Exemplo de Tratamento e conversão



Fonte: Vânia (2017)

Assim, “para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações”, “o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária” (DUVAL, 2012, p, 270).

Figura 6- Registro de Representação Semiótica



Fonte: Autoria própria (2022)

Duval (2009, p. 18) fomenta que o saber matemático se transforma pela mobilização natural dos discentes por meio da observação do objeto matemático em diferentes registros semióticos, ressaltando que:

A passagem de um sistema de representação a um outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer do mesmo percurso, fenômenos tão familiares e tão frequentes na atividade matemática, não tem nada de evidente e de espontâneo para a maior parte dos alunos e estudantes. Estes, frequentemente não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes.

No entanto, como efetivar a mobilização semiótica utilizando atividades representativas se os objetos matemáticos não dispõem de existência física, apenas uma mera associação a sua representação em objetos físicos que se assemelham a sua forma física. Ainda de acordo com Duval (2003, p. 14), “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de, ao menos, dois registros de representação, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, o registro de representação”.

A utilização de diversas estratégias de ensino permite potencializar o desenvolvimento do pensamento geométrico, neste sentido, o professor através da mediação pedagógica estimula a absorção do saber. Em consonância com Pais (2000 p. 2-3):

Os recursos didáticos envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor aluno o conhecimento em um momento preciso de elaboração do saber.

Como o campo visual é de suma importância para consolidação do saber geométrico, utilizar registros, imagens têm papel fundamental para apropriação deste conhecimento, visto que o conceito geométrico é dado pela tomada de conhecimento pela conceitualização no campo abstrato, como também pela visualização da representação no campo concreto.

Nessa perspectiva, uma tendência para o ensino de geometria é a utilização da fotografia e escrita em sala de aula, abordagem defendida por Santos e Nacarato (2021) na obra *Aprendizagem em geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula*.

Segundo Santos e Nacarato (2021, p. 17):

O que propicia aumentar o nível de conhecimento sobre um sólido geométrico e as figuras planas que o compõem e estabelecer algumas propriedades está diretamente relacionado com a diversidade de materiais que o professor pode disponibilizar em sala de aula para o aluno manipular desenhar e visualizar e sobretudo formar uma imagem mental sobre o objeto a ser estudado.

Sendo assim, usar de fotografias faz-se essencial para mobilização dos conceitos científicos pautados na experimentação prática, advindo da formação dos conceitos espontâneos adquiridos pelas vivências cotidianas, desse modo o professor é o mediador que estimula a interação entre o sujeito e o objeto, por intermédio de atividades práticas reflexivas e problematizadora, elevando os níveis de conceitualização e generalização, conforme afirma Santos e Nacarato (2021, p. 25):

Os processos de comunicação de ideias na sala de aula são fundamentais, uma vez que os discursos que circulam é que possibilitarão a apropriação da linguagem geométrica. Essa linguagem associada às atividades experimentais é que possibilitará a formação do pensamento geométrico. Cabe ao professor a criação desse ambiente propício à aprendizagem.

No entanto, usar a imagem para representação geométrica espacial é um processo desafiante, pois requer do aluno a manipulação dos objetos e sua representação através do desenho, como aduz Santos e Nacarato (2021, p. 17):

O desenho é um recurso didático importante; no entanto, no ensino da geometria espacial, o desafio é maior, pois muitos alunos possuem dificuldade para desenhar em perspectiva. Daí a importância de um trabalho simultâneo com a manipulação de objetos tridimensionais e a sua representação por desenhos no plano bidimensional.

O aluno externaliza através da formulação do conceito de forma espontânea com a representação do objeto por meio do desenho e internaliza a definição com a escrita para linguagem e nomenclatura, desse modo acontece a transformação da representação de um registro, em uma representação de em outro registro.

3.2. Gestalt

Em qualquer área de conhecimento o campo visual é de suma importância para a construção do conhecimento, o que não pode ser desenvolvido com qualidade apenas com a utilização do livro didático, uma vez que as imagens ilustrativas sem apoio de outras representações podem induzir o aluno ao erro. Neste sentido, faz-se necessário adentrarmos no campo da psicologia que explica como a visão é primordial no desenvolvimento do ensino geométrico.

Segundo Sabba, (2003, p. 12)

É importante mostrar ao aprendiz que o ensino de geometria não é uma via de mão única, que vai das partes ao todo. Mas sim uma via de mão dupla, do todo para suas partes e das partes para o todo [...]. Deste modo, o que se pretende não é uma revolução no ensino, mas uma melhora na compreensão do contexto geométrico que nos cerca.

O ensino da geometria analisado pela teoria de Gestalt desperta um novo olhar para a construção do conhecimento matemático a partir do campo visual. A teoria da Gestalt aponta que “a melhor interpretação aproxima-se de uma ideia que envolve a relação entre o todo e suas partes; não como a soma delas, mas sim como a interação das partes do todo” (SABBA, 2003, p. 6).

A utilização da teoria de Gestalt postula os princípios necessários à organização e estruturação das forças internas e externas que possibilita a utilização do campo visual no ensino da geometria. Para o estudo aqui proposto destacamos os três princípios relevantes ao

desenvolvimento do pensamento geométrico apresentados pela autora: princípio da continuidade; princípio do fechamento; princípio da semelhança.

O princípio da continuidade explica que “ainda que as figuras abaixo não apresentem linhas cheias nos seus contornos, identificamos as figuras formadas” (SABBA, 2003, p. 9), por meio da continuidade de seus traços.

Figura 7- Princípio da Continuidade



Fonte: Sabba (2003)

O princípio do fechamento, “faz com que se complete, mesmo que sem esta intenção, as partes que faltam da figura, ou que se formem figuras a partir de uma associação” (SABBA, 2003, p. 9).

Figura 8- Princípio do Fechamento



Fonte: Sabba (2003)

O princípio das semelhanças, por sua vez, “favorece o agrupamento dos iguais”. (SABBA, 2003, p. 10), no qual a visualização da imagem permite associá-la a figuras conhecidas.

Figura 9- Princípio das Semelhanças



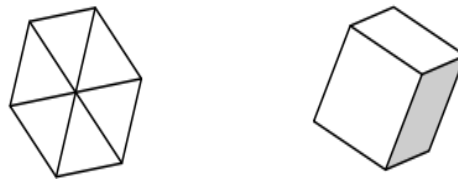
Fonte: Sabba (2003)

Neste sentido, os princípios apresentados articulam os diversos fundamentos matemáticos que conectam às partes e o todo, fomentando assim a relevância da interação entre suas partes a partir da visualização do objeto, o qual permitirá que o processo de aprendizagem seja desenvolvido em sua totalidade.

Desse modo, a utilização apenas do livro didático no ensino geométrico torna-se negligente, pois, não permite que se possa analisar com maior precisão as características e impressões obtidas a partir do campo visual, inviabilizando a interpretação de forma concisa e com clareza.

Esse desequilíbrio de percepção devido aos diferentes modos de visualização causa uma ilusão de ótica, tornando o julgamento impreciso. Neste sentido vamos observar as imagens:

Figura 10- Ilusão de Ótica



Fonte: Sabba (2003).

A organização visual é muito importante para que os estímulos visuais nos forneçam as percepções necessárias ao cérebro, influenciando-o a enxergar o objeto que torna mais fácil a sua percepção visual. Ao utilizarmos a percepção através do estímulo visual na primeira figura torna-se mais visível um hexágono e não uma caixa devido à falta de regularidade da figura no espaço bidimensional.

Quando nos deparamos com as estruturas dos conteúdos geométricos nos livros, percebemos que a forma como elas se apresentam não permite uma visualização com clareza e precisão, inviabilizando que o aluno possa analisar de forma correta as figuras ali apresentadas, causando distorção visual e conseqüentemente induzindo-o ao erro.

Em síntese, entende-se que os desenhos ou figuras apresentadas devem mostrar equilíbrio, clareza e legibilidade. “Desse modo, quanto maior o grau de pregnância, menor seria a complexidade do desenho” (SABBA, 2003, p. 8), o que torna o entendimento mais propício a consolidação do saber geométrico, evidenciando quão importante a visualização do

objeto de forma precisa, viabilizando assim o melhoramento da absorção dos conceitos abstratos pautados na consolidação visual.

4. O LIVRO DIDÁTICO E O ENSINO DE GEOMETRIA: ANÁLISE E REFLEXÕES

Por muitos anos o livro didático foi considerado, e em muitas escolas continua sendo, o único instrumento de apoio para o desenvolvimento das aulas diárias na Educação Básica. No entanto, a utilização do livro como suporte educacional não é suficiente para que aconteça a construção do saber, desse modo o Brasil (2007, p.12) afirma que:

É preciso observar, no entanto, que as possíveis funções que um livro didático pode exercer não se tornam realidade, caso não se leve em conta o contexto em que ele é utilizado. Noutras palavras, as funções acima referidas são histórica e socialmente situadas e, assim, sujeitas a limitações e contradições. Por isso, tanto na escolha quanto no uso do livro, o professor tem o papel indispensável de observar a adequação desse instrumento didático à sua prática pedagógica e ao seu aluno.

O ensino de modo tradicional, direcionado apenas a memorização de definições, no qual geralmente o que os livros abordam são definições resumidas, e resoluções de atividades elaborados pelas editoras, que fogem completamente das habilidades que visam a contextualização a partir do meio social dos alunos, torna o ensino mecânico e opressor que viola as diretrizes presentes nas leis educacionais. Segundo o documento Brasil/PCN (1998, p. 67):

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento.

Aqui não pretendemos excluir a utilização do livro didático como ferramenta de ensino, apenas demonstramos que utilizá-lo sozinho não contribui para a aprendizagem mais significativa, uma vez que carecem de melhores abordagens teóricas, as formulações são resumidas, e as atividades não se contextualizam as experiências cotidianas, rompendo a aplicabilidade do conteúdo na sua realidade social. “É preciso levar em consideração as especificidades sociais e culturais da comunidade em que o livro é utilizado, para que o seu papel na formação integral do aluno seja mais efetivo” (BRASIL, 2007, p. 12).

Utilizar o livro didático como apoio metodológico sem dúvida permite uma vivência prática dos conteúdos abordados, no entanto somente a sua utilização no ensino da geometria não permite o desenvolvimento do saber matemático com aprofundamento, pois a representação dos objetos geométricas que se encontram parcialmente representadas, não possibilita que o discente desenvolva as transformações e convenções necessárias ao processo cognitivo, onde possa se utilizar da representação semióticas dos registros, a fim de que possa formular os conceitos de modo mais preciso. Assim sendo, a falta desta apropriação

desfavorece a representação e interpretação do objeto que consiste na utilização de procedimentos visuais incorporados a experiências cotidianas.

Por vezes, os livros didáticos escolhidos não contemplam as habilidades necessárias de cada fase de ensino. Assim somente sua utilização torna a aprendizagem mecânica, relativamente distante das experiências que busquem contextualizar os conteúdos com a realidade social dos alunos. Logo, sua escolha e utilização é apenas uma parte burocrática das políticas públicas que devem ser atendidas para enfatizar o direito a uma educação igualitária a todos os cidadãos.

A utilização do livro didático integrado a outras metodologias de ensino fomenta o processo de aprendizagem, dando as condições necessárias ao desenvolvimento do saber, pois cada aluno tem aspectos e características de aprendizagem de diferentes formas e diferentes níveis, sendo assim, quanto maior a variedade de metodologias maior probabilidade de todos os envolvidos consolidarem suas habilidades cognitivas.

4.1 A geometria no livro didático utilizado na escola Maria Bezerra da Silva na cidade de Zabelê na Paraíba: como pode servir de base aos processos de ensino e aprendizagem e quais complementações necessárias?

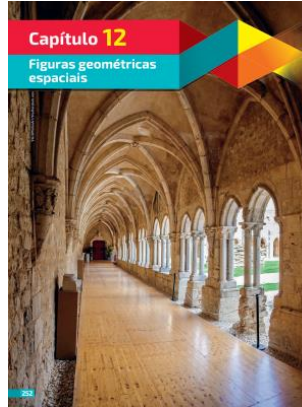
Para entendermos com mais profundidade esses fenômenos que ocorrem no desenvolvimento do pensamento geométrico, analisamos como são apresentadas representações de objetos geométricos no livro didático, principal suporte pedagógico utilizado em sala de aula, já que “estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos” (BRASIL, 2017, p. 272).

O livro em questão é “Matemática Essencial” com autoria de Patrícia Moreno Pataro e Rodrigo Balestri que faz parte de uma coleção desenvolvida para o Ensino Fundamental nos anos finais, no qual especificamente analisamos o livro referente ao 9º ano. O livro é utilizado pela Escola Municipal Maria Bezerra da Silva na cidade de Zabelê- Paraíba.

O conteúdo Figuras Geométricas Espaciais vem no capítulo doze, último capítulo deste referido livro. Assim, já evidenciamos que o conteúdo tem grande chance de não ser ministrado aos alunos, sendo assim, de acordo com Lorenzato que discorreu sobre o tema há mais de duas décadas, “a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro,

aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo”, como aduz (LORENZATO, 1995, p.4).

Figura 11- Capa do capítulo do livro didático



Fonte: E-docente (2022)

O capítulo doze Figuras Geométricas Espaciais encontrado na página 252 introduz o assunto a partir de uma imagem, que apesar de muito interessante e bem apresentada, não contextualiza com a realidade local. Nesta perspectiva, seria ainda mais interessante que para iniciar a abordagem ao tema fosse realizada a utilização de imagens correspondentes a realidade social dos alunos, partindo de suas próprias vivências e conhecimentos prévios, oportunizando uma aprendizagem significativa. Neste caso, ao invés de iniciar pela imagem trazida pelo livro didático, seria interessante a utilização da imagem da igreja da cidade.

Figura 12- Igreja Matriz de Zabelê- PB



Fonte: PBNews (2020)

Ao analisar a página 254 observamos que apesar da escolha pelas imagens referidas na figura abaixo serem interessantes para expor a representação dos objetos, evidenciamos que alguns dos objetos descritos podem não ter sido experienciados pelos alunos de modo aprofundado, além de apenas permitir visualizar o objeto de forma parcial, mostrando apenas uma de suas partes, tornando sua compreensão distorcida, como mencionado em nosso

referencial, “uma boa pregnância implicaria uma boa organização visual da forma que conduziria a uma leitura ágil do objeto em questão (SABBA, 2003, p. 8).

Figura 13- Figuras Geométricas Espaciais



Fonte: E-docente (2022)

Sendo assim, “as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias” (DUVAL, 2012, p. 268), é primordial, nesse sentido, o uso das tecnologias digitais para representação destes objetos em mais dimensões, que permitam visualizar o objeto em sua totalidade, seus lados em diferentes ângulos e sua rotacionalidade, como também procurar objetos que possam ser expostos concretamente em sala de aula (bola de futebol, lata de óleo, caixa de pasta de dente, chapéu de aniversário) para que possam ser manipulados e observado em sua totalidade.

A página 257 faz referências ao estudo das vistas ortogonais trazendo a imagem de uma casa em suas diferentes dimensões, novamente, uma imagem distante e sem contextualização não faz sentido para os alunos, seria interessante, como na perspectiva de Santos e Nacarato (2021), partir de fotografias reais e além de visualizar a imagem do objeto, o aluno ser incentivado a desenhá-lo, percebendo seus traços principais que serão escritos pelos alunos em seu próprio caderno. O objeto exposto deve fazer parte da sua vivência social e formativa (seja garrafa de água, copo, cadeira ou casas), aprimorando deste modo na prática os conceitos adquiridos, dado que “a originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino” (DUVAL, 2003, p. 11-12).

Figura 14- Vistas Ortogonais




Fonte: E-docente (2022)

A atividade proposta na página 258 na perspectiva de exercitar o que foi aprendido, utiliza pontilhados para representar o objeto geométrico espacial, o que não é o mais viável ao entendimento, dado que essa imagem requer que o aluno já tenha desenvolvido e formalizado sua percepção de geometria espacial, o que pode não ter ocorrido e desse modo induzir o aluno ao erro ou compreensão distorcida dos conceitos. No exemplo mencionado em nosso referencial, Sabba (2003) aponta uma possível má interpretação em representações que poderia induzir o conflito entre um objeto espacial e um plano, para a autora, a organização visual é muito importante para que os estímulos visuais nos forneçam as percepções necessárias ao cérebro, influenciando-o a enxergar o objeto que torna mais fácil a sua percepção visual.


Assim, na atividade 9 exposta na figura abaixo requer que o aluno interprete, a partir das vistas (planas). No entanto, A noção de profundidade não poderia estar evidente aqui, pois é esperado que o aluno tenha desenvolvido esta percepção, o que poderia ser feito nesse caso com o apoio das tecnologias digitais que deixariam evidente a noção de profundidade na quarta imagem da atividade 9, por exemplo.


Figura 15- Atividade do livro didático


7. Luciano fotografou um carro a partir de diferentes vistas. Considerando a vista frontal ao lado, escreva a que vista corresponde cada uma das fotografias abaixo.




■ Vista frontal.

a)  vista lateral esquerda

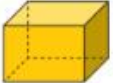
b)  vista superior

c)  vista lateral direita


8. Qual das figuras geométricas espaciais a seguir tem a mesma representação, qualquer que seja a vista? esfera




■ Cilindro.



■ Paralelepípedo retângulo.







■ Esfera.



■ Pirâmide de base quadrada.

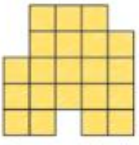
9. Qual é o nome da figura geométrica espacial representada abaixo por suas diferentes vistas? pirâmide de base quadrangular

■ Vista frontal. ■ Vista lateral direita. ■ Vista lateral esquerda. ■ Vista superior.

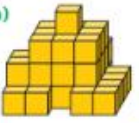
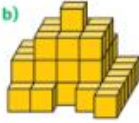
Agora, em uma malha pontilhada, represente essa figura geométrica espacial.
Resposta nas orientações ao professor.


10. O desenho a seguir, feito por Natália, representa a vista superior de uma pilha de cubos.



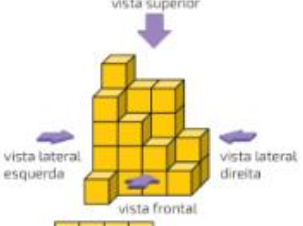
■ Desenho de Natália.

Entre as opções abaixo, qual delas Natália observou para fazer o desenho?

a)  b) 

c) 

11. Veja uma pilha composta por 26 cubos e o desenho de sua vista superior:

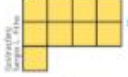


vista superior

vista lateral esquerda

vista lateral direita

vista frontal



■ Vista superior.

Agora, desenhe em seu caderno cada uma das outras vistas indicadas.
Resposta nas orientações ao professor.

Fonte: E-docente (2022)

Na página 259 a atividade traz a imagem de um objeto em duas dimensões, apesar de ser colorida para chamar a atenção do aluno e passar a ideia de profundidade, não é suficiente para o desenvolvimento do pensamento geométrico, visto que, o objeto em questão (cubo) não pode ser visualizado mediante todos os seus lados, causando distorções visuais e ilusão de ótica, induzindo o aluno ao erro. Também, neste caso, o apoio da tecnologia seria fundamental ou até mesmo uma exploração do objeto em representação concreta no momento anterior a essa atividade, o que nos mostra a ineficiência do uso exclusivo do livro didático para a construção do conhecimento geométrico.

Figura 16- Atividade do livro didático

Em qual das pinturas acima foi utilizado o recurso da perspectiva?
 Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam a primeira imagem, da pintura *A Escola de Atenas*, pois ela dá a ideia de profundidade.
 Observe, a seguir, duas diferentes representações de um mesmo cubo.

I



II



Perceba que a representação II dá a ideia de profundidade e de tridimensionalidade. Isso ocorre porque foi utilizada a técnica de desenho em perspectiva para sua composição.

259

Fonte: E-docente (2022)

Utilizar o objeto concreto auxiliaria o entendimento do recurso da perspectiva e contemplaria a apropriação do conceito de geometria espacial com mais solidez, levar a representação por meio de dados ou caixas proporciona melhor desenvolvimento da representação semiótica, no qual “as crianças devem realizar inúmeras experiências ora com o próprio corpo, ora com objetos e ora com imagens” (LORENZATO 1995, p.8). Assim, “o desafio didático consiste em estudar estratégias que possam contribuir na formação desse saber cotidiano para o saber escolar, preparando o caminho para a passagem ao plano da ciência” (PAIS, 2008, p. 59).

Em síntese, podemos compreender que a utilização única do livro didático como apoio metodológico em sala de aula de geometria não se apresenta como eficiente se o que se busca é alcançar as orientações dos documentos oficiais que regem a Educação Básica.

5. POSSIBILIDADES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA ESPACIAL E PLANA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, “as ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência” (BRASIL, 2017, p. 271). Partindo desse pressuposto optamos por pensar possibilidades, além das que já foram refletidas no capítulo anterior, para o ensino de geometria que se utilizando de tendências em Educação Matemática de modo integrado alcance a finalidade da apropriação de conceitos de geometria plana e espacial por parte do aluno e conseqüentemente o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Considerando a importância de promover uma aprendizagem significativa, defendemos que a abordagem de ensino deve sempre partir do concreto para o abstrato, uma vez que o plano concreto permeia o cotidiano e experiências diversas dos alunos. Nesse sentido, para o estudo de geometria plana e espacial, defendemos a importância de partir da geometria espacial para a plana. Em objetos tridimensionais, poderão ser abordados conceitos de poliedros, desde classificação (poliedros e não poliedros) às características desses sólidos (faces, arestas e vértices) englobando seus conceitos e nomenclaturas.

Em primeiro momento, cabe a experimentação por parte dos alunos de sólidos sob diversas representações, o que pode ser feito desde a apresentação do objeto concreto escolhido em sala de aula, como sua projeção via tecnologias digitais, ou ainda, observação do espaço físico e fotografias desses espaços (tal como discutido por Santos e Nacarato (2021)). Em segundo momento, faz-se necessário a representação dos objetos no plano bidimensional, o que pode ser realizado através de desenhos criados pelos alunos, planificação de figuras etc., visando a análise da figura no plano bidimensional com todas as suas faces visíveis, explorando as diferentes formas de representação.

A partir da análise das figuras é interessante explorar o aspecto das medidas, evidenciando os conceitos e características de sólidos geométricos (comprimento, largura e altura), podendo calcular o volume de determinados sólidos e a área das formas geométricas que os compõem, tornando evidente a diferença, por exemplo, entre a figura plana quadrado e o sólido espacial hexaedro, fomentando o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Em relação ao aspecto obtido a partir do campo visual, destacamos a importância do aluno se apropriar dos conceitos das vistas ortogonais, explorando as suas classificações (vista frontal, vista lateral esquerda e vista lateral direita) mediante análise visual da projeção da

figura sobre o plano. Para isso, é fundamental o apoio de tecnologias digitais, fotografias, desenhos e outras formas de representação de objetos.

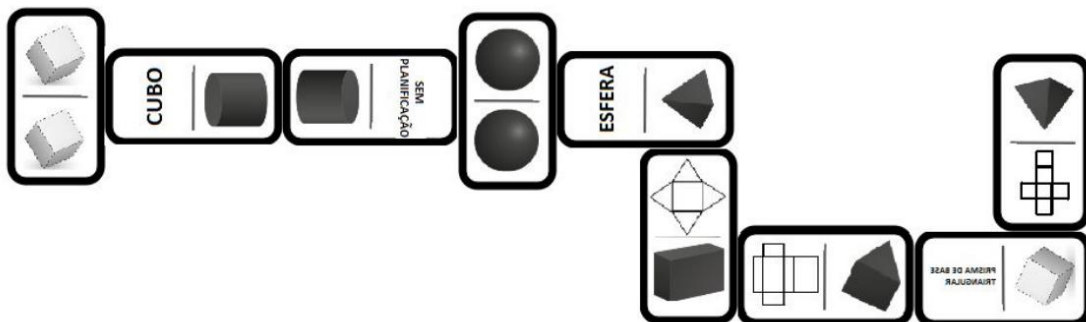
Para o desenvolvimento das aulas pode-se pensar em expor uma problemática, utilizar-se de diferentes representações de objetos geométricos (fotografias, desenhos, obras de arte, objetos do cotidiano, objetos da natureza, projeção via tecnologia), para analisar a composição de cada uma das formas geométricas que compõem os objetos espaciais e estudar do ponto de vista histórico suas nomenclaturas.

No momento de exposição da problemática, a finalidade é, inicialmente, explorar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do conteúdo que será abordado, levando-os a reflexão e análise, para que de forma significativa, explana-se o conteúdo de modo interativo a partir do diálogo e utilização de exemplos contextualizados.

Uma das possibilidades para o estudo do conteúdo de “Planificação e nomenclatura dos sólidos geométricos”, é organizar a turma em uma roda de diálogo sobre onde eles veem formas geométricas no cotidiano e quais eles conhecem, bem como os objetos que se assemelham às formas citadas. Pode-se utilizar embalagens encontradas no dia a dia (casas, telhados, caixa de produtos, etc), ou uma observação sobre o próprio espaço escolar (cubo mágico, um dado, sala de aula, por exemplo). Deve-se selecionar objetos nos quais serão analisadas as características, nomenclatura e quais as planificações podem ser obtidas após recortá-las, as informações descobertas devem ser escritas no caderno pelos alunos.

Em seguida, pode-se dividir a turma em grupos e iniciar o jogo Dominó das figuras geométricas não planas, no qual os jogadores deverão encaixar nas extremidades da mesma forma geométrica, o seu nome, planificação ou características, o jogo completo com as regras e arquivo para impressão se encontra no site Nova Escola.

Figura 17- Dominó Geométrico



Fonte: Nova-escola (2022)

Os conceitos geométricos poderão ser apropriados pelos alunos durante esses momentos de exploração, brincadeira e discussão. Dúvidas serão sanadas por meio do diálogo e interação entre todos os envolvidos em sala de aula. Para aprofundamento do conhecimento, pode-se abordar um problema na forma de desafio.

“Sou um poliedro, tenho minhas faces todas com a mesma medida, quando estou na planificação posso ter a forma de paralelogramo ou a imagem da minha forma em maior proporção, quatro faces e vértices tenho e seis arestas para completar.”.

Fonte: Autoria própria (2022)

No estudo acerca do conteúdo de “Vistas ortogonais (frontal, lateral esquerda e direita)”, a aula também pode ser iniciada com uma roda de diálogo, no qual será exposto, através de apoio das tecnologias, imagens que são referência da comunidade local a qual os alunos pertencem. Neste ponto, referente a cidade Zabelê - PB já mencionada, propomos a utilização da imagem da igreja matriz da cidade, de modo que os alunos sejam instigados a observar suas características classificando-a segundo as vistas ortogonais. É importante destacar que para abordagens iniciais, é interessante o uso de imagens contextualizadas de acordo com a realidade local dos alunos ao invés de iniciar a exploração por imagens como mostrado na análise do livro didático de realidades distantes, estas últimas poderão ser visitadas em sequência ou para aprofundamento do conhecimento.

Figura 18- Igreja Matriz de Zabelê- PB



Fonte: Flickr (2022)

Em seguida, deverão ser abordados os conceitos de vistas ortogonais, suas características e classificação, logo após as discussões a turma dividida em grupos, para que após observação possam projetar a vista ortogonal frontal através de um desenho, tanto da igreja observada quanto de objetos presentes em seu cotidiano a serem escolhidos pelo próprio aluno (pode ser utilizado lápis, borracha, lapiseira, garrafa dentre outros). Para aprofundar o conteúdo, é interessante que o professor solicite em aula anterior tais objetos, e ocorra uma análise, a partir da qual os alunos poderão desenhar utilizando à vista ortogonal superior e lateral de cada objeto.

Para abordar o conteúdo de “Poliedros e não poliedros”. O professor poderá expor no quadro algumas pistas sobre o sólido geométrico que deve ser encontrado no caça palavras, cada aluno receberá o caça palavras e tentará achar o nome a partir das pistas. A atividade poderá ser desenvolvida de forma dialogada, com a participação de todos.

Quadro 4- QUIZ- Características dos Sólidos Geométricos

SÓLIDO GEOMÉTRICO	RESPOSTA
Sólido geométrico que possui base poligonal e faces laterais triangulares que se encontram em um ponto conhecido como vértice.	Pirâmide
Sólido geométrico que possui faces formadas por paralelogramos. É composto por 8 vértices, 12 arestas e 6 faces.	Paralelepípedo
Sólido geométrico que possui duas bases circulares paralelas e uma área lateral que conecta essas bases.	Cilindro
Sólido geométrico que possui duas bases paralelas e formadas por polígonos, e as suas faces laterais são sempre paralelogramos.	Prisma
Sólido geométrico estudado na geometria espacial, sendo classificado como um corpo redondo.	Esfera
Sólido geométrico que possui todas as suas faces formadas por quadrados, logo seus ângulos são congruentes, e por isso ele é um poliedro regular.	Cubo

Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 19- Caça palavras

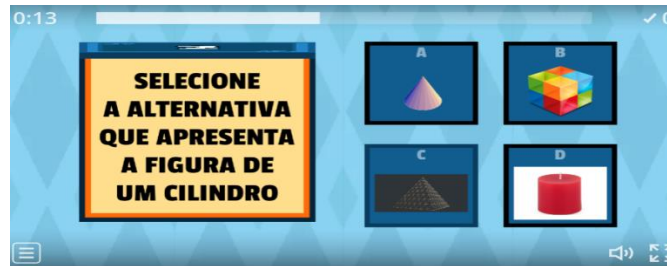
X	Ã	I	C	P	B	T	I	C	E	O	H	G	A	Z	R	T	V
B	P	A	R	A	L	E	L	E	P	Í	P	E	D	O	V	E	P
I	O	E	R	O	B	S	G	I	R	C	X	C	E	F	C	O	I
R	S	H	E	N	P	Ã	C	O	N	E	D	S	U	A	U	C	R
J	E	F	S	C	D	C	U	T	O	N	S	P	B	P	B	I	Ã
Ã	L	C	F	S	P	R	I	S	M	A	D	R	C	G	O	L	M
R	A	I	E	H	U	M	O	L	Q	M	H	I	N	Z	X	I	I
M	B	L	R	O	B	Z	C	I	L	I	N	D	R	O	H	H	D
I	T	I	A	E	A	B	X	Ã	C	V	I	L	M	T	L	O	E
Ê	Ç	O	Q	J	H	N	T	V	Q	I	S	H	C	N	S	U	Z
G	D	M	Í	F	U	P	L	A	F	B	R	M	D	E	Ã	H	X

Fonte: Atividades pedagógicas (2022)

Cabe a utilização do jogo dos poliedros disponível no site Wordwall, no qual aparecerá algumas figuras geométricas e perguntas referentes as mesmas virtualmente, classificando-as em Poliedros e corpos redondos, a partir de seus conhecimentos. Para o desenvolvimento desta atividade, o professor poderá levar os alunos até a sala de informática ou utilizar o

celular se todos estiverem com o aparelho em sala de aula. Em seguida os alunos deverão, após o término do jogo, contabilizar a pontuação obtida, fazendo a contagem dos erros e acertos, a correção será efetuada através de projeção via Datashow, onde todos irão dialogar sobre as respostas escolhidas pelos mesmos.

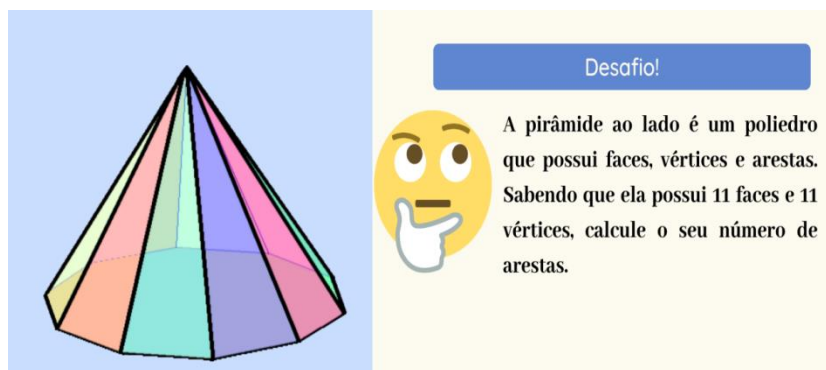
Figura 20- Jogo poliedros e não poliedros



Fonte: Wordwall (2022)

Para aprofundamento do conteúdo, o professor poderá se utilizar da resolução de um problema, no qual em primeiro momento irão utilizar a imagem abaixo para responder o problema proposto, após o término da atividade dos questionamentos e levantamento de hipóteses, consolidar o conhecimento, mediante análise da imagem, e posteriormente responder no quadro a partir da relação de Euler pela fórmula: $V + F = A + 2$.

Figura 21- Desafio



Fonte: Autoria própria (2022)

Por fim, para abordar o conteúdo “Poliedros, suas características e nomenclaturas”. Nesse momento, o professor poderá tecer alguns questionamentos a partir dos quais as características e nomenclatura poderão ser estudadas.

*Quais sólidos geométricos vocês conhecem?
O que diferencia as figuras planas dos sólidos geométricos?
O que são os vértices, arestas e faces?*

Solicitar que os alunos desenvolvam uma competição, de modo que os mesmos devem observar a sala e preencher a tabela que lhes será entregue com alguns questionamentos, identificando os objetos que tem a forma dos sólidos geométricos presentes em sala ou no

ambiente escolar.

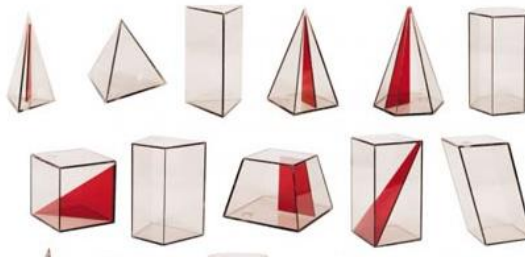
Quadro 5- Atividade: Nomenclatura e características dos sólidos geométricos

Objeto	Sólido geométrico	Faces	Vértices	Arestas	Total de pontos

Fonte: Aatoria própria (2022)

Neste momento, poderá organizar a turma em grupos de 4 alunos e distribuir palitos (de dente ou de churrasco), massa de modelar e uma das figuras abaixo, para que cada grupo construa a estrutura solicitada.

Figura 22- Sólidos Geométricos



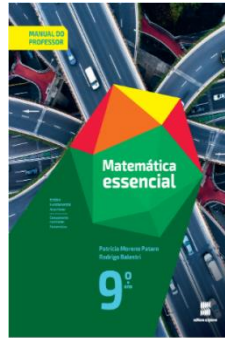
Fonte: Allbrink (2022)

Cada grupo poderá construir a estrutura do poliedro com base na figura recebida, no qual os palitos representarão as arestas e a massa de modelar que será utilizada para unir os palitos serão os vértices. Posteriormente utilizaram novamente a tabela acima para preencher com as informações referentes ao sólido construído. A pontuação será a partir dos critérios de montagem da estrutura e preenchimento correto da tabela, vence quem obtiver a maior quantidade de pontos. Para aprofundar o conteúdo, poderá ser desenvolvido o preenchimento da tabela a partir das figuras construídas.

O estudo de geometria nessa perspectiva colabora para o alcance de objetivos prescritos nos documentos oficiais, tais como formalização de conceitos; relação de figuras planas e espaciais; transformações geométricas; associação do objeto a sua representação; construção e desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo.

Essa proposta para o estudo do conteúdo de geometria espacial e plana foi desenvolvida a partir da utilização do livro didático Matemática Essencial para o 9º ano, para exploração de conceitos, formulações de ideias e construção de atividades pedagógicas de um ponto de vista integrado que promove maior grau de entendimento cognitivo.

Figura 23- Matemática Essencial



Fonte: E-docente (2022)

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

É possível considerarmos que, ora o comodismo, a acumulação de atribuições por parte dos professores, torna o livro didático a única ferramenta de suporte para o desenvolvimento de suas aulas, especialmente pelo fato de que utilizar outras metodologias requer maior planejamento e estudo, configurando mais atribuições ao docente, por vezes, sobrecarregado. Segundo Beatriz D'Ambrosio (1989, p. 15), a típica aula de matemática se resume a “uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante”, o aluno cabe copiar em seu caderno, para em seguida fazer exercícios de aplicação e como consequência desta prática os alunos aceitam o que lhe é oferecido sem indagações ou reflexões, considerando o docente único detentor do saber, o que possibilita ser um mero memorizador de fórmulas.

Como discutido, este caminho leva a dificuldades na aprendizagem do aluno, e não é o caminho mais adequado quando o objetivo é favorecer a formação de um indivíduo reflexivo, tal como preestabelecido nos documentos oficiais que regem a Educação Básica. Para esta finalidade, é evidente a importância de um professor que utilize de diversas tendências educacionais para o ensino nos dias atuais, o que pode ser alcançado a partir da formação inicial para os licenciandos e da formação continuada para os professores que já estão atuando em sala de aula. Para Libâneo (2004, p. 227), “a formação continuada é o prolongamento da formação inicial, visando o aperfeiçoamento profissional teórico e prático no próprio contexto de trabalho”.

O livro didático é um bom recurso para a aula de matemática, no entanto no que se refere ao ensino e aprendizagem de geometria cabe ao professor elaborar situações que contenham representações diversas, as quais favoreçam a aprendizagem se utilizando das diversas tendências em Educação Matemática. Para isso, faz-se fundamental o conhecimento acerca das diversas tendências em Educação Matemática, em especial as que tratam da apropriação de conceitos e que exploram perspectivas diversas de representar os objetos de estudo de matemática, e em particular de geometria.

As mudanças são constantes ao nosso redor, no ensino das ciências não é diferente, a cada dia novos estudos são produzidos, tendências formuladas, a fim de enriquecer as práticas pedagógicas do educador matemático. Transpassar as barreiras que tornam o saber matemático mecânico e extremamente tradicional é essencial para modificar em primeiro plano a mentalidade de alguns docentes que resumem o seu ensino apenas a reprodução de

técnicas e fórmulas, quebrando assim o pensamento que muito amedronta a maioria dos discentes que detêm pavor a matemática.

Superar estes sentimentos que permite que a matemática seja vista como bicho papão, é o primeiro passo para efetivação de um ensino libertador, que forma cidadãos conscientes, preparados não só para o ambiente profissional, mas também para a convivência em sociedade. Nada está pronto e acabado, tudo está em constante construção, e cabe a nós educadores aprofundarmos cada vez mais nossos estudos e adquirir mais conhecimentos e principalmente reconhecer que devemos utilizar de novas técnicas metodológicas que beneficiarão os alunos lhes proporcionando melhor compreensão matemática.

No campo educacional existe uma diversidade de metodologias de ensino, que surgiram para que a construção do conhecimento seja efetivado de diferentes formas, desse modo, integrar diferentes metodologias permite alcançar um número maior de alunos. Neste sentido, integrar não é só sobre utilizar um método de cada vez, mas uma auxiliando a outra no processo de aprendizagem. Assim, a partir do estudo em questão, podemos afirmar que a utilização de diferentes metodologias de ensino enriquece o processo de ensino aprendizagem, tornando o seu desenvolvimento prazeroso e significativo.

No entanto, a utilização destas práticas não pode ser resumida apenas a uma aula expositiva e diferenciada que acontece esporadicamente, mas sim deve se tornar práticas habituais em salas de aula não só no ensino da geometria, mas também em qualquer área de conhecimento, assegurando ao educando as possibilidades necessárias ao seu desenvolvimento cognitivo.

Sendo assim, cabe ao professor estar aberto a novos desafios mesmo que isso lhe tire de sua zona de conforto, exigindo-lhe mais trabalho. Utilizar de diferentes estratégias de ensino possibilita maior compreensão da geometria, explorar o campo visual para a análise de figuras no espaço com a utilização de softwares, jogos e a manipulação de material concreto, permite que o processo do saber meramente abstrato passe a ser palpável, construindo assim o pensamento geométrico.

Portanto, evidenciamos aqui, quão importante são as reflexões e discussões a partir de pressupostos apresentados em tendências em Educação Matemática, que permeiam o âmbito educacional no tocante a ruptura dos obstáculos que inviabilizam superar as dificuldades existentes no ensino da geometria espacial e plana. Discutir sobre a integração de estratégias é de suma importância para que assim se possa mudar esta realidade presente no ensino

geométrico, de modo que se possa permitir uma evolução na apropriação do conhecimento de forma clara e contextualizada.

7 REFERÊNCIAS

- ALLBRINK. **Sólidos-Geométricos-em-Acrílico**. Brink Mobil Tecnologia. Disponível em: <https://www.allbrink.com.br/loja/item/Solidos-Geometricos-em-Acrylic-20-pecas-.html>. Acesso em: 22 de outubro de 2022.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017. BRASIL.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC/SEF, 2018.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria da Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2008: Matemática**. Brasília: MEC, 2007.
- CAPELESSO, Poliana A. M. **Aprendendo Brincando: Dominó das Figuras Geométricas não Planas**. Disponível em: <https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/4TZdZK6cWfcS3HSPca5nytejujs3FbjXkuQCPnhUxKrr4Y5F6ATsAtZffYap/ativaula-mat3-16geo08.pdf>. Acesso em: 23 de outubro de 2022.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.
- DENARDI, Vânia Bolzan. **Teoria de Representação Semiótica: contribuições para a formação de professores de matemática**. XXI EBRAPEM. Pelotas, 2017.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- _____. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D. A. (org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33.
- _____. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. CAMPOS, T. M. M. (org.). 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011.
- _____. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. In: *Reumat: R. Eletr. de Edu. Matem.* Tradução Méricles Thadeu Moretti. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012
- E-DOCENTE. **Matemática Essencial-9º ano**. Disponível em: <https://www.edocente.com.br/pnld/2020/obra/matematica-essencial-9-ano-scipione/>. Acesso em: 22 de outubro de 2022.
- EDUARDO, Celso. **Enfim! Se liga na Matemática**. Disponível em: https://www.youtube.com/channel/UCkQS8ZBb-YI-_A7R_dfif6g/about. Acesso em 15 de novembro de 2022.

FALCETTI, Sergio. **Zabelê- Igreja Nossa Senhora das Dores**. Vila Velha - ES Brasil, 2006. Disponível em: <https://www.flickr.com/photos/145397692@N06/31658378841/in/photostream/>. Acesso em: 25 de outubro de 2022.

FERREIRA, Aurélio B. de H. **Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 2.ed. Curitiba: Nova Fronteira, 1999.

FERRY, Camila. **Poliedros - Questionário de Programa de Televisão**. Disponível em <https://wordwall.net/pt/resource/34995626/poliedros>. Acesso em: 22 de outubro de 2022.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LIBÂNEO, J. C. **Organização e Gestão Escolar Teoria e Prática**. 5. ed. Goiânia: Alternativa, 2004.

LORENZATO, S. **Por que ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista – Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. Rio de Janeiro, p. 5, 1995.

LORENZATO, Sérgio. **Como aprendemos e ensinamos geometria**. In: **LORENZATO, S. Aprender e ensinar geometria**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2015. Série Educação Matemática.

MACHADO, N.J. **Matemática e língua materna (análise de uma impregnação mútua)**. São Paulo: Cortez, 1990.

MUNDO EDUCAÇÃO: **Tudo que você precisa saber sobre Geometria**. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/geometria-1.htm#:~:text=A%20Geometria%2C%20%C3%A1rea%20de%20estudo,Geometria%20Plana%2C%20Espacial%20e%20Anal%C3%ADtica>. Acesso em 02 de julho de 2022.

PAIS, Luiz Carlos. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. São Paulo, 2000.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. -2 ed.2. reimp.- Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCNs). **Matemática. Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

PATARO, Patrícia M.; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática Essencial**. Editora Scipione, 2018.

PEDAGÓGICAS, Atividades. **Atividades com Poliedros e corpos redondos**. Disponível em: <https://atividadespedagogicas.net/2019/03/atividades-com-poliedros-e-corpos-redondos.html>. Acesso em: 24 de outubro de 2022.

RINALDI, Felipe. **Vamos falar de Semiótica !** Disponível em:

https://www.youtube.com/results?search_query=representa%C3%A7%C3%A3o+semi%C3%B3tica+de+objetos. Acesso em 15 de novembro de 2022.

SABBA, Claudia Georgia. **A Gestalt e o ensino de Geometria**. In: Linguagem, conhecimento, ação: ensaios de epistemologia e didática / org. Nilson José Machado, Marisa O. Cunha. – São Paulo: Escrituras editora, 2003. (Coleção ensaios transversais, 23).

SANTOS; Cleane Aparecida da; NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em geometria na educação básica: A fotografia e a escrita na sala de aula**. –2ed– Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

SILVA, Américo Júnior Nunes da. **A ludicidade no laboratório: considerações sobre a formação do futuro professor de matemática**. Curitiba: Crv, 2014. p.183.

SILVA, A.; MARTINS, S. **Falar de Matemática hoje é ...** Millenium – Revista do ISPV: Instituto Superior Politécnico de Viseu, sem, n. 20, out de 2000. Disponível em: http://www.ipv.pt/millenium/20_ect5.htm. Acesso em: 13 de julho de 2022.

UFF, Alunos. **O estudo dos Sólidos Geométricos utilizando os recursos da Web 2.0**. Caixa Mágica, 15 de maio de 2012. Disponível em: <http://caixamagicauff.blogspot.com/2012/05/4-etapa-os-alunos-farao-uma-pesquisa.html>. Acesso em: 22 de outubro de 2022.