UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALISSON DA SILVA APOLINÁRIO

EXPLORANDO A GEOMETRIA COM O GEOPLANO: UMA PROPOSTA DE APRENDIZAGEM PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

CAMPINA GRANDE
2023

ALISSON DA SILVA APOLINÁRIO

EXPLORANDO A GEOMETRIA COM O GEOPLANO: UMA PROPOSTA DE APRENDIZAGEM PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática do Centro de ciências e tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª. Ma. Kátia Suzana Medeiros Graciano

CAMPINA GRANDE

2023

A644e Apolinario, Alisson da Silva.
Explorando a Geometria com o geoplano [manuscrito] : uma proposta de aprendizagem para alunos do ensino fundamental / Alisson da Silva Apolinario. - 2023.
42 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.
"Orientação : Profa. Ma. Katia Suzana Medeiros Graciano, Departamento de Matemática - CCT. "

1. Geometria plana. 2. Polígonos. 3. Geoplano. 4. Ensino da Geometria. I. Título

21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Talita M. A. Tavares - CRB - CRB 15/971 BC/UEPB

ALISSON DA SILVA APOLINÁRIO

EXPLORANDO A GEOMETRIA COM O GEOPLANO: UMA PROPOSTA DE APRENDIZAGEM PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 29/06/2023

BANCA EXAMINADORA

Kátia Suzana Medeiros Graciano

Profª. Ma. Kátia Suzana Medeiros Graciano (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Joselma Soares dos Santos

Profª. Ma. Joselma Soares dos Santos
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Luciana P. Freitas

Profª. Dra. Luciana Roze de Freitas
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

A Deus, a minha querida mãe por toda a sua dedicação e empenho para que eu pudesse chegar onde cheguei e ao meu pai em memória.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, que me guiou e mostrou quão forte sou por não ter desistido dos meus sonhos, me guiou durante toda essa minha trajetória e fez com que meus objetivos fossem alcançados.

A mim mesmo pela minha coragem e persistência por não desistir de mim e do meu sonho de ser professor.

Aos meus pais na qual tenho a certeza que sempre torceram por mim mesmo não estando tão presente.

A minha digníssima professora e orientadora Me.Kátia Suzana, por ter aceitado encarar esse desafio comigo, pela paciência e conhecimentos passados por me mostrar uma Matemática tão linda e pura.

Não poderia de forma alguma deixar de agradecer ao meu professor Jair Dias de Abreu, por me apresentar um nova visão da Matemática, em relação a práticas pedagógicas de ensino.

Agradeço também as professoras Ma. Joselma Soares dos Santos e Dra. Luciana Roze de Freitas, por fazer parte desse momento que para mim é único e por terem aceitado o convite de fazer parte da banca, obrigado.

Por fim, quero agradecer aos meus amigos, especialmente aos quais eu convivi intensamente durante esses 4 anos: Albanita Leal, Anielly Sonaly, Samara Frutuoso e Lucas Bessera. Agradeço a todos pelo incentivo de continuar no curso, pelo companheirismo e troca de experiências que me permitiram crescer não só como pessoa, mas também como formando.

"Ensinar é um ato de amor, compromisso e esperança. É iluminar mentes, despertar consciências e guiar os passos dos aprendizes rumo ao conhecimento e à transformação pessoal." - José Carlos Libâneo

RESUMO

Neste trabalho são apresentadas estratégias de ensino diferentes do tradicional sobre a área de polígonos, no qual se apresentam seu contexto histórico e em seguida às fórmulas e suas demonstrações, no decorrer é exposto uma aula prática com o uso de materiais concretos trazendo alguns exemplos. Buscamos trabalhar, além das demonstrações, alguns conceitos básicos da Geometria plana, citando matemáticos que contribuíram significativamente com os avanços da Matemática. Baseados em livros e artigos da história da matemática, buscamos desenvolver uma metodologia que venha contribuir com a aprendizagem, através de algumas atividades dirigidas, esta envolvendo o uso do Geoplano, tendo em vista que o uso de materiais concretos favorece o ensino aprendizagem do aluno, em um tempo consideravelmente reduzido. Destacamos também a importância do professor em levar para sala de aula curiosidades e aplicações, casos especiais de áreas de triângulos estimulando, assim, o interesse dos alunos pela matéria, tornando as aulas mais interessantes.

Palavras-chave: Geometria plana. Polígonos. Ensino. Geoplano.

ABSTRACT

This work different teaching strategies are presented than the traditional one on the area of polygons, in which its historical context is presented and then the formulas and their demonstrations, in the course of which a practical class is exposed with the use of concrete materials, bringing some examples. We seek to work, in addition to demonstrations, on some basic concepts of plane geometry, citing mathematicians who have contributed significantly to the advances in mathematics. Based on books and articles from the history of mathematics, we seek to develop a methodology that will contribute to learning, through some directed activities, involving the use of the Geoplane, considering that the use of concrete materials favors the student's teaching and learning, in a considerably reduced time. We also highlight the importance of the teacher in bringing curiosities and applications to the classroom, special cases of areas of triangles, thus stimulating students' interest in the subject, making classes more interesting.

Keywords: Plane geometry. Polygons. teaching. Geoplane.

Lista de Figuras

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O conceito de medida de área aparece em inúmeros momentos na Educação Básica, como por exemplo no Ensino Fundamental, onde o aluno começa a ter os primeiros contatos com a noção do que é a medida da área quando o professor começa a introduzir as primeiras noções básicas de medidas e grandezas.

Por consequência da pandemia da COVID-19 e o avanço das tecnologias, muitos alunos e professores sofreram bastante em relação ao ensino nos últimos anos. Por conta do crescimento de pessoas infectadas com o vírus da COVID-19, isto fez com que as instituições repensassem seus modelos pedagógicos para se adequar à nova realidade e adotarem à modalidade de Ensino Remoto. O ensino remoto, para os alunos foi um choque muito grande, principalmente para aprender Matemática, pois ela é tida como a disciplina considerada difícil pela maioria dos estudantes. Com o objetivo de trazer uma Matemática simples e clara para os alunos, como podemos ensinar Geometria Plana na tentativa de desenvolver sua capacidade de compreensão.

Ao perceber os obstáculos que os alunos do ensino básico possuíam quando estava no meu período de Estágio Supervisionado I, na ECIT Nenzinha Cunha Lima em relação ao ensino de figuras planas, desenvolvemos uma nova metodologia de ensino com a intenção de identificar as dificuldades que eles tinham em relação ao conteúdo. A partir das analises feitas, vamos mostrar como tornar o ensino dessa disciplina mais atrativa e significativa para os estudantes.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma abordagem diferente do que é, geralmente utilizada pelos professores da Educação Básica para encontrar a medida da área de regiões planas e, a partir desta percepção vamos contribuir de forma significativa para uma aprendizagem que surta efeito de forma eficiente para o entender do aluno a respeito do assunto.

De acordo com as diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), os alunos ao concluírem o ensino básico devem desenvolver as habilidades de "... calcular a área de figuras planas pela decomposição e/ ou composição de figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas". Pensando nisso, este trabalho está sendo proposto justamente com esses objetivos, que o aluno após finalizar o ensino fundamental ele seja capaz de entender o conceito de área e consiga calcular a mesma de qualquer figura plana.

Quando as crianças nascem, a geometria já está presente em sua vida e conforme ela vai se desenvolvendo começa a compreender o que está ao seu redor.

> [...]à medida que a criança vai crescendo, começa a perceber-se em seu ambiente de vivência, deparando-se com vultos, as formas e os tamanhos dos objetos [...] Quando começa a andar amplia-se o círculo de interação com os objetos que a rodeia, aumentando a percepção das formas, das relações de tamanho, semelhanças e diferenças (CASCAVEL, 2008. p. 227).

E é justamente no dia a dia que percebemos o quão presente a matemática está. A sociedade por mais que não queira, por mais que não aceite, está inserida nesse meio observando formas, formatos e etc, e conforme ela vai se desenvolvendo começa a entender um pouco dessas abstrações matemáticas.

> As primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objeto de outro, [...]. Aprendendo a movimentar-se de um lugar para outro, estão a usar ideias espaciais e geométricas para resolver problemas. Esta relação com a geometria prossegue ao longo da vida. (ABRANTES et. all., 1999 p. 71 apud FONSECA, 2001, p.73).

Então, diante dessa citação fica claro que, segundo o autor que desde o começo de suas vidas, as crianças estão em constante contato com conceitos geométricos e espaciais. Elas usam esses conceitos para entender e se orientar no mundo ao seu redor, distinguindo objetos uns dos outros e aprendendo a se mover de um lugar para outro. Conforme elas vão crescendo, à medida que continuam a usar ideias espaciais e geométricas para resolver problemas, o que demonstra que a geometria é uma parte fundamental do desenvolvimento cognitivo e da compreensão do mundo físico.

Como vamos trabalhar com crianças do ensino fundamental e suas primeiras experiências são geométricas e espaciais, nossa metodologia consiste em uma placa retangular que é conhecida como Geoplano, com um conjunto de pinos e elásticos coloridos. Esse material é muito utilizado no ensino de geometria plana, pois permite que os estudantes visualizem e manipulem figuras planas de forma concreta e interativa.

Além dessa introdução, o presente trabalho conta com mais seis capítulos. No 2º capítulo, apresenta-se a fundamentação teórica, a qual consiste em uma breve contextualização acerca da origem da matemática e da Geometria Plana. No 3º capítulo, são descritos os conteúdos de Áreas de Figuras Planas, apresentando suas definições e demonstrações. Já no 4º capítulo nos debruçamos na elaboração de um plano de aula com algumas situações problemas envolvendo as Áreas de Figuras Planas e possíveis dificuldades previstas. No 5º capítulo, a atividade que desenvolvemos com o Geoplano. E por fim 6º e 7º apresentamos, respectivamente os resultados esperados e a conclusão.

2 O PRINCÍPIO DA GEOMETRIA

Neste capítulo, de três sessões, na primeira exploraremos a história da Geometria, destacando alguns dos seus colaboradores mais notáveis, como Boyer e Eves, que realizaram uma extensa pesquisa sobre a epistemologia da Matemática. Na segunda e terceira sessão debruçamos sobre as contribuição de filósofos pré-socráticos e matemáticos gregos, como Pitágoras e Euclides, que foram importantes figuras daquela época.

É importante lembrar que a matemática tem suas raízes das relações entre o homem e a natureza, tendo surgido no antigo Egito e nos impérios babilônicos por volta de 3500 a.C. Essas civilizações desenvolveram sistemas de contagem e medição para fins de fiscalização, demarcação de terras, construção de edifícios e outras funções diversas.

Assim, surgiu como um conjunto de regras práticas, isoladas, que respondiam às necessidades da vida quotidiana, cuja validade e aceitação assentam na realização de tarefas práticas, tais como: pesos e medidas, comércios, cálculo de impostos, construção de casas, lápides, pesquisas, etc. e foi assim que a matemática surgiu, com a própria humanidade.

Já o nascimento da lógica, da ciência e da filosofia, se deu na Grécia Antiga, então os gregos vão ter uma contribuição significativa para o seu desenvolvimento.

As origens da geometria ainda são amplamente discutidas em vários livros de história e diante disso, Boyer (1996, p.4) conclui que "afirmações sobre a origem da matemática, seja da aritmética, seja da geometria, são necessariamente arriscadas, pois os primórdios do assunto são mais antigos do que a arte de escrever". Posteriormente Boyer (1996) traz o pensamento de Heródoto e Aristóteles, estes não quiseram propor origens mais antigas que a civilização egípcia, mesmo suspeitando que a geometria possuía raízes arcaicas. A origem da geometria era discutida por Heródoto e Aristóteles da seguinte forma:

> Heródoto mantinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio. Aristóteles achava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com lazeres é que tinha conduzido ao estudo da geometria. (BOYER, 1996, p.4).

Nessa perspectiva vemos dois campos de visões onde Heródoto defendia a ideia de que a geometria se origina da necessidade do homem em saber delimitar as terras para calcular as área de inundações do rio Nilo no período de cheias e as utilizavam como uma ferramenta para construção de seus templos e edifícios. Para eles era uma ferramenta necessária para o desenvolvimento da própria sociedade.

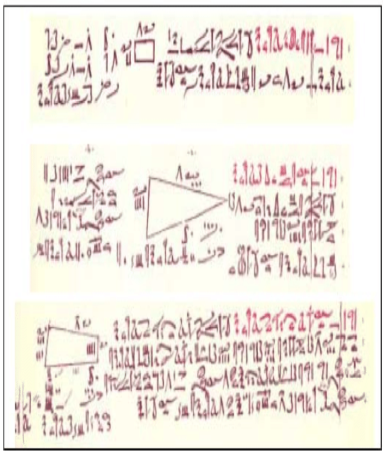
Já para Aristóteles, nasceu a partir das práticas de lazer dos sacerdotes daquela época. Da mesma forma que eles se aventuravam em defender a sua origem, existem primícias que ela vem muito antes de tudo isso, antes mesmo da própria arte de escrever, o que pode ser comprovado através dos potes, tecidos e cestas que mostram exemplos de congruência e simetria. Diante disso podemos considerar o pensamento de Boyer "para o período Préhistórico não há documentos, portanto é impossível acompanhar a evolução da matemática desde um desenho específico até um teorema familiar" (BOYER, 2010, p. 5).

Realmente, os Egípcios por sua vez, deixaram seu legado na História da Matemática com as medidas precisas das pirâmides, os resultados dos problemas matemáticos, dentre vários outros de origem egípcias. Trazendo novamente o pensamento de Boyer é impossível perceber a evolução da matemática a partir de um traço ou um desenho específico. Mas Egípcios e Babilônios deixaram documentos importantes, onde se podia observar diversos problemas geométricos resolvidos envolvendo o cálculo de área.

Levando em consideração que o papiro de Rhind é um documento egípcio importantíssimo de cerca de 1.650 a.C quando se fala da origem da geometria, pois nele consta uma escrita de nome Amósis que descreve detalhadamente a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria e de acordo com Eves (2004) "vinte e seis dos 110 problemas dos papiros Moscou e Rhind são geométricos". Muitos desses problemas para sua resolução decorrem de fórmulas que envolvem necessariamente área e volume.

O Problema 51 do Papiro de Rhind apresenta a maneira como era obtida a área de um triângulo isósceles. Eles consideravam a metade da base desse triângulo e multiplicavam pela sua altura, dessa forma o triângulo era dividido em dois triângulos retângulos e composto novamente a formar um retângulo. E de forma equivalente temos o problema 52.

Figura 2.1 – Problema 51 e 52 do papiro de Rhind



Fonte: Facco (2003, p.20)

Há ainda muitos problemas antigos que podemos perceber suas simetrias e formatos harmônicos que poderiam ser caracterizados de algo que faz parte da geometria. Porém para os babilônios seriam considerados da aritmética, como Boyer (2010) cita que:

> Um problema de herança típico pede a divisão de uma propriedade em forma de triângulo reto entre seis irmãos. A área é dada como 11,22,30 e um dos lados é 6,30; as retas divisórias devem ser equidistantes e paralelas ao outro lado do triângulo. Pede-se para achar a diferença entre as porções. Outro texto dá as bases de um trapézio isósceles como sendo 50 e 40 unidades, e o comprimento dos lados como sendo 30; pede-se a altura e a área. (van der Waerden 1963, pp. 76-77 apud BOYER, 2010, p.28).

Aqui podemos perceber que de fato o que está envolvido nesse dilema é a Geometria, pois temos nesse problema o envolvimento de áreas e comprimentos de figuras planas e sendo assim este tipo de problema é considerado geométrico e não aritmético. Entretanto aqui fica claro que os Egípcios e Babilônicos nessa época eles já conseguiam calcular e determinar a área de varias formas geométricas.

2.1 Euclides

Figura 2.2 – Euclides

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Euclides

Euclides de Alexandria foi um grande escritor grego e um dos principais matemáticos da Grécia clássica e de todos os tempos. Ele é conhecido como o pai da Geometria e escreveu o livro "Elementos de Euclides", como professor de matemática na Escola Real de Alexandria, que se localiza no Egito.

Quando Euclides de Alexandria nasceu por volta de 300 a.C, no Egito, estava acontecendo a centralização dos elementos da cultura helênica grega com a cultura ocidental que foi justamente o ápice do helenismo.

O Egito estava muito interessado em geometria muito antes de Euclides aparecer. Eles usaram o assunto para criar pirâmides e calcular o tamanho de diferentes áreas da terra. Pessoas como Tales de Mileto e Pitágoras viajaram ao Egito para ver quais novos ângulos e linhas estavam sendo usados que nesse processo podemos destacar o famoso teorema de Tales, que este garante a proporcionalidade entre segmentos de retas formados em um feixe de retas paralelas.

Poucos detalhes sobre a vida de Euclides estão disponíveis, mas sabe-se que ele criou a Escola Real de Alexandria durante o governo de Ptolomeu I (306 a 283 a.C). Esta escola tornou-se um local importante para os estudos do compasso e do esquadro graças a Euclides. E por causa dele, Alexandria tornou-se o centro de estudo de vários outros assuntos.

Projetos importantes surgiram da pesquisa que ele fez durante seu tempo na universidade. Estes incluem Os Elementos, Óptica, Divisão de Figuras e Os Fenômenos. No entanto, nenhum desses projetos atingiu o ápice de importância assim como "Os Elementos".

Já De acordo com Eves (1995, p. 167), "nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico". Desde 1482, mais de 1000 edições foram impressas. E lamentavelmente, nenhuma cópia do que poderia ser considerado o original foi encontrada. A maioria das versões modernas que são encontradas hoje deste trabalho são baseadas em revisões e a primeira delas foi preparada quase 700 anos depois por Téon de Alexandria.

Os Livros ou Capítulos de Os Elementos enfocam a Geometria com a maioria de seus conceitos encontrados no ensino fundamental. Também inclui muita Álgebra Elementar, o que motivou a criação da Álgebra Árabe e Hindu. Onde podemos trazer o pensamento de Rocha (2007):

> Na Grécia antiga, por volta do ano 300 a.C., o geômetra grego Euclides produzia sua obra prima intitulada Os Elementos, que reuniu de modo sistematizado os principais conhecimentos de seus precursores. A maior parte do conteúdo da obra se refere à geometria, entretanto também contempla teoria dos números e álgebra elementar ou geométrica. A obra de Euclides tem grande influência na forma como tratamos à geometria nos currículos escolares da Educação Básica. (ROCHA, 2007, p.4).

Aqui vamos expor os 5 postulados utilizados por Euclides na obra "Os Elementos".

1º Postulado: Pode-se traçar uma única reta ligando quaisquer dois pontos.

2º Postulado: Pode-se continuar (de uma maneira única) qualquer reta finita continuamente em uma reta.

3º Postulado: Pode-se traçar um círculo com qualquer centro e com qualquer raio.

4º Postulado: Todos os ângulos retos são iguais.

5º Postulado: Se uma reta, ao cortar outras duas, formam ângulos internos, no mesmo lado, cuja soma é menor do que dois ângulos retos, então estas duas retas encontrar-se-ão no lado onde estão os ângulos cuja soma é menor do que dois ângulos retos.

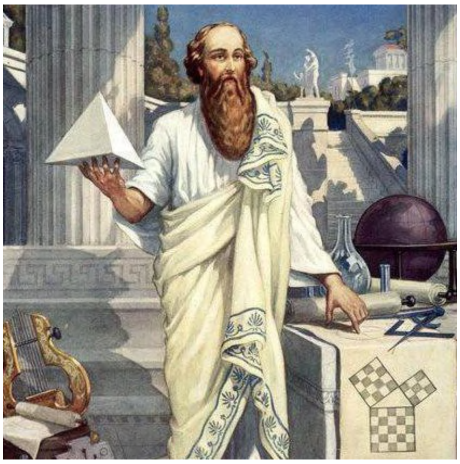
Ainda de acordo com Rocha (2007), a obra de Euclides "Os elementos"a idealização de áreas está correlacionada a noção de igualdades entre figuras.

> Na obra de Euclides a ideia de área está associada ao conceito de igualdade entre figuras (equivalência). Isto pode ser observado quando enuncia que triângulos com bases iguais, situados entre as mesmas paralelas, são figuras iguais (equivalentes), e que paralelogramos com bases iguais situadas entre as mesmas paralelas também são figuras iguais. Ou seja, duas figuras são equivalentes quando têm a mesma grandeza (ou mesma área). (ROCHA, 2007, p.4)

Os gregos usaram sua compreensão dos conhecimentos egípcios e babilônios para criar teorias sistemáticas que incorporavam argumentos e evidências. E os conhecimentos matemáticos produzidos posteriormente estão sempre impregnado dessa forma de fazer matemática.

2.2 Pitágoras

Figura 2.3 – Pitágoras



Fonte: https://www.todamateria.com.br/pitagoras

Pitágoras foi um filósofo e matemático grego que viveu por volta de 570 a.C. a 495 a.C. Ele é famoso por ter fundado a Escola Pitagórica, onde ensinava seus seguidores a importância da matemática e da filosofia na busca pela verdade e sabedoria. Além disso, Pitágoras é conhecido por seu famoso "Teorema de Pitágoras", que relaciona os lados de um triângulo retângulo.

Ele fundou uma escola que treinava novos alunos; no entanto, ninguém podia ensinar ou disseminar os pensamentos pitagóricos publicamente por causa de suas crenças religiosas e místicas e caso alguém tentasse ensiná-lo, seria excomungado.

Pitágoras mudou-se de sua cidade natal de Samos para a cidade de Crotona devido à perseguição política. Crotona era considerada uma cidade extremamente progressista devido à influência de Pitágoras e os moradores que ali viviam acreditavam que ele poderia causar problemas e até se tornar um tirano. Eles tentaram matá-lo incendiando o local de encontro com seus seguidores.

Existem várias interpretações a respeito da morte de Pitágoras. existe uma suposição de que alguns homens, por serem recusados a fazerem parte da Escola fundada por

Pitágoras, resolveram incendiar sua casa com ele dentro, mas essa versão não é tão aceita então muitos preferem acreditar que Pitágoras fugiu desses pretendentes a discípulos, que de fato existiram, alcançou a cidade de Metaponto e lá, acreditando que oitenta anos era suficiente tempo de vida, deixou-se de se alimentar durante 40 dias, vindo a morrer de inanição que é a fraqueza do corpo humano por falta de alimentação.

E com sua morte, as ideias de Pitágoras continuaram a ser estudadas e desenvolvidas. Seus seguidores, conhecidos como pitagóricos, continuaram a trabalhar na Escola Pitagórica e expandiram as ideias de Pitágoras em várias áreas, incluindo matemática, filosofia, música e astronomia. Porém suas ideias perderam força como muitos de seus seguidores e por este motivo é difícil reviver totalmente a filosofia original de quem foi Pitágoras e a autenticidade de suas obras.

Após a morte de Pitágoras, começaram a aparecer muitas obras atribuídas a ele. Porém nenhuma dessas obras é considerada original, e quase tudo indica que os ensinamentos de Pitágoras foram transmitidos apenas oralmente.

Muitos pensadores gregos foram influenciados pelas ideias de Pitágoras. Essas ideias incluem matemática, ciência, filosofia, etc. Alguns desses pensadores foram Aristóteles e Platão. Ambos tomaram suas filosofias emprestadas das ideias pitagóricas. Platão acreditavam na transmigração de almas e afirmavam que as pessoas nascem em famílias específicas para viver vidas específicas. Já Aristóteles procurou Pitágoras em busca de ideias filosóficas como a universalidade matemática para solidificar suas crenças.

Como Pitágoras ensinou os discípulos, torná-los objeto de discussão é falar estritamente sobre Pitágoras como indivíduo e não há dúvida de que ele e seus seguidores deixaram um legado que revolucionou a história da humanidade que é o famoso Teorema de Pitágoras considerado por muitos como sua principal obra que mudou o mundo e ele é representado da seguinte forma supondo que a seja à hipotenusa e b e c catetos temos que: A soma dos quadrados de seus catetos corresponde ao quadrado de sua hipotenusa nesse caso a fórmula tem esse formato $a^2 = b^2 + c^2$.

Por fim, concluo este capítulo abordando as valiosas contribuições de Euclides e Pitágoras para o campo da matemática. Suas ideias e descobertas lançaram as bases para o desenvolvimento de uma ampla gama de conceitos matemáticos que ainda são estudados e aplicados até os dias atuais.

3 EXPLORANDO ALGUNS RESULTADOS ESPECÍFICOS DA GEOMETRIA PLANA

Neste capítulo, vamos nos dedicar aos conceitos e definições necessários para a encontramos fórmulas e propriedades de alguns polígonos.

A Geometria Plana é um ramo da Matemática que estuda as propriedades e relações das figuras planas, ou seja, aquelas que estão contidas em um plano, como triângulos, quadriláteros, pentágonos,hexágonos, círculos, entre outras. Além disso, ela é responsável por estudar as transformações geométricas, como reflexão, translação, rotação e homotetia, que permitem criar novas figuras a partir das já existentes. Nesse sentido, a Geometria Plana é fundamental para diversas áreas do conhecimento, como a Engenharia, a Arquitetura, a Física e a Computação Gráfica, por exemplo.

Quando uma figura é fechada por segmentos de retas, no minio três retas, formando um ângulo, ela é chamada de polígono, então a união dos segmentos de retas fechada forma uma figura plana principal, chamada de polígono.

Figura 3.1 – Nomenclatura dos Polígonos

Nomenclatura dos polígonos

Nomes dos polígonos

Lados	Nome	Lados	Nome	Lados	Nome
1	não existe	11	undecágono	...	...
2	não existe	12	dodecágono		
3	triângulo	13	tridecágono	30	triacontágono
4	quadrilátero	14	tetradecágono	40	tetracontágono
5	pentágono	15	pentadecágono	50	pentacontágono
6	hexágono	16	hexadecágono	60	hexacontágono
7	heptágono	17	heptadecágono	70	heptacontágono
8	octógono	18	octodecágono	80	octacontágono
9	eneágono	19	eneadecágono	90	eneacontágono
10	decágono	20	icoságono	100	hectágono

Fonte: https://http://http://matematicadodag.blogspot.com/p/nomenclatura-dos-poligonos.html

Eles são nomeados de acordo com os ângulos ou números de lados que eles têm, por exemplo, triângulo (três lados e três ângulos), quadrilátero (quatro lados e quatro ângulos), e assim por diante. Os principais cálculos envolvendo polígono é o perímetro, que nada mais é do que a soma de todos os lados da figura, e a área, o conceito de área corresponde ao tamanho da superfície ocupada por uma figura geométrica e pode ser calculada a partir de fórmulas específicas.

A geometria euclidiana é o ramo da matemática que se desenvolve nos espaços euclidianos. Este tipo de geometria é o sustentado por Euclides na sua obra *Os Elementos*, um tratado que data do século IV a.C. É considerado um dos textos mais influentes da história e que reúne desde conceitos básicos de geometria até o famoso teorema de Pitágoras.

A partir da geometria euclidiana, são analisadas as propriedades de vários elementos, tanto unidimensionais (como linhas e pontos) quanto bidimensionais, como polígonos (triângulos, quadrados, pentágonos, etc.). Mas vamos enfatizar apenas os bidimensionais.

3.1 Definições e conceitos geométricos básicos

Daqui em diante, vamos caminhar um pouco pelos conceitos e demonstrações deixados pelos filósofos matemáticos daquela época, visando deixar claro o que é e como são classificados cada polígonos a seguir. Neste trabalho, representaremos o segmento de reta que tem os pontos A e B como extremos por AB e a medida desse segmento por $\overline{AB}$. Os vértices de qualquer figura são representadas pelas letras maiúsculas e os lados oposto a cada vértice pelas mesmas letras só que minusculas, por exemplo, veja a Figura 3.2. No vértice A, o seu lado oposto seria a medida do segmento $\overline{CB} = a$.

Vamos deixar claro a definição de axiomas pois posteriormente iremos utilizar alguns axiomas matemáticos para realizarmos as demonstrações de algumas fórmulas válidas para as figuras planas.

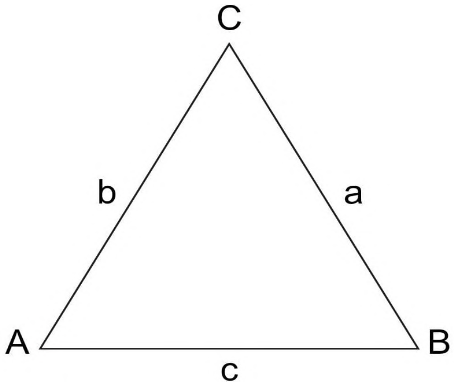
Definição 1.0 *(Axiomas)*: São afirmações universalmente válidas que não podem ser questionadas, frequentemente usadas como princípios fundamentais na construção de uma teoria ou como base para uma argumentação.

A palavra axioma deriva da grega axios, cujo significado é digno ou válido. Em muitos contextos, axioma é sinónimo de postulado, lei ou princípio.

Definição 1.1: Polígonos são linhas fechadas, constituídas por três ou mais segmentos de retas que somente se encontram em suas extremidades e não são colineares, que formam figuras geométricas planas.

Observe o exemplo da Figura 3.2: Temos um triângulo equilátero, onde seus lados possuem a mesma medidas e todos os seus três ângulos internos são iguais.. Os pontos A, B e C são os vértices do polígono; os segmentos AB, BC e CA são os lados do polígono e as medidas dos comprimentos dos lados representaremos por $\overline{AB}$,$\overline{BC}$ e $\overline{CA}$.

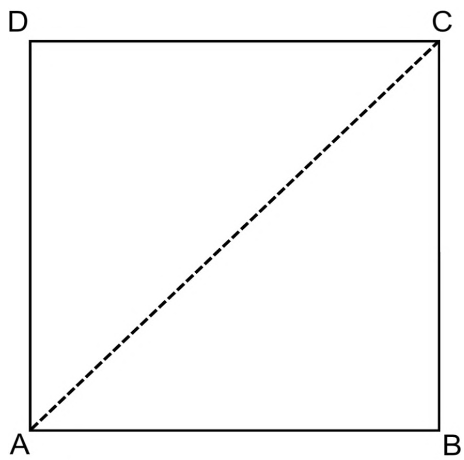
Figura 3.2 – Triângulo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Agora observe a figura 3.3, temos um quadrado onde os segmentos AB, BC, CD, DA são os lados e o segmento AC é uma das diagonais desse quadrado onde o mesmo divide essa figura em dois triângulos retângulos.

Figura 3.3 – Quadrado



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Axioma de Área 1: A toda região poligonal corresponde um único número maior do que zero.

Axioma de Área 2: Se uma região poligonal é a união de duas ou mais regiões poligonais, de modo que duas a duas não possuam pontos interiores em comum, então sua área é a soma das áreas daquelas regiões.

Axioma de Área 3: Regiões triangulares limitadas por triângulos congruentes têm áreas iguais.

Axioma de Área 4: Se ABCD é um retângulo então sua área é dada pelo produto

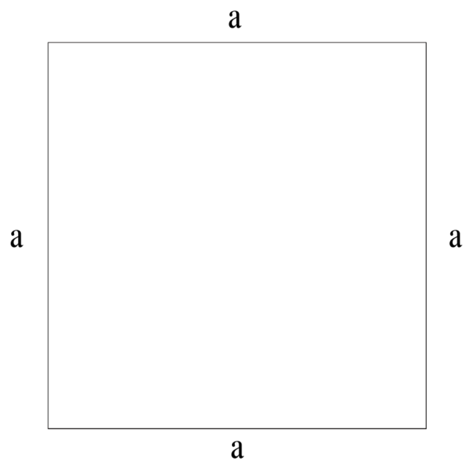
$\overline{AB}$. $\overline{BC}$.

Daqui em diante, vamos iniciar o processo de encontrar a área de algumas figuras planas.

3.1.1 Demonstração da área do quadrado:

Sabemos que o quadrado é uma quadrilátero regular formado por quatro lados iguais e que o mesmo possui quatros ângulos internos congruentes, medindo 90°, que chamamos também de ângulo reto.

Figura 3.4 – Quadrado de lado a



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

A área do quadrado de lado a é dada pelo produto da medida de dois de seus lados, isto quer dizer que:

$$Area = a.a = a^2$$

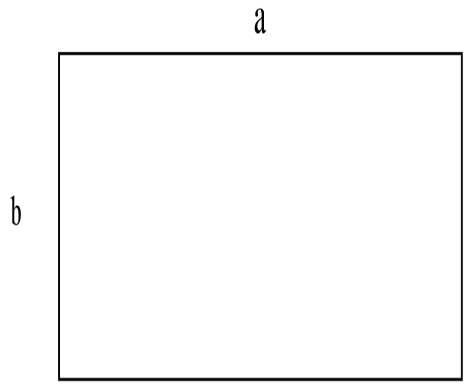
3.1.2 Demonstração da área do retângulo

Teorema 1: Do axioma de área 4, tome o seguinte teorema. Seja um retângulo da lados medindo a e b, (a,b ∈ ℝ+), então sua área será a·b.

Demonstração: Para calcular a área do retângulo não precisamos fazer tudo de novo como foi feito na do quadrado, pois já sabemos que a área de um quadrado de lado a é a^2. Então vamos prosseguir da seguinte forma:

Ao desenhar um retângulo cujos lados medem a e b, e definindo R como sua área, podemos prolongar seu lado de medida a por um tamanho b e seu lado de medida b por um tamanho a, isso nos dará uma quadrado de lado $(a + b)$. Veja na figura a seguir:

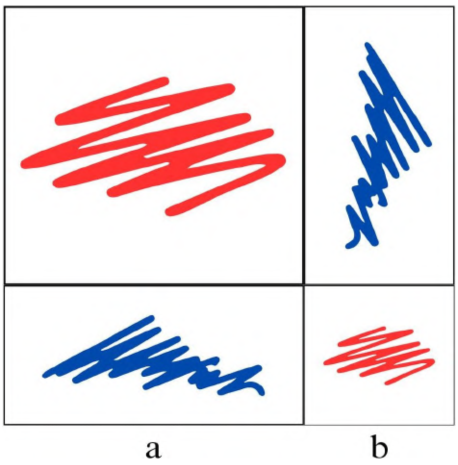
Figura 3.5 – Retângulo de lado a e b



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Fazendo os prolongamentos dos lados como descrito acima, obtemos o seguinte quadrado.

Figura 3.6 – Quadrado de lado $a + b$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Disto, concluímos que a área desse quadrado será dada por:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + b^2 + R + R$$

ou seja,

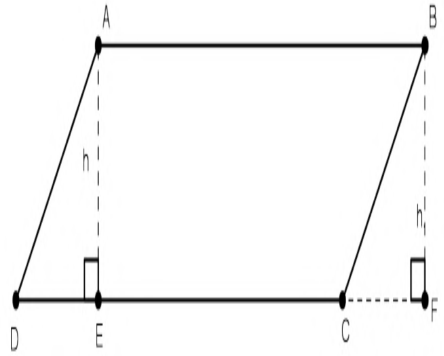
$$2ab = 2R \Rightarrow R = ab, \forall a, b \in \mathbb{R}+$$

.

3.1.3 Demonstração da área do paralelogramo

Proposição 1: Seja ABCD um paralelogramo com altura h com respeito ao lado DC. Então sua área é $h \cdot \overline{DC}$.

Figura 3.7 – Paralelogramo



Fonte:Elaborado pelo autor, 2023

Demonstração: Trace, a partir dos pontos A e B, dois segmentos, AE e BF, perpendiculares à reta que contém CD. O quadrilátero ABFE é um retângulo cuja área é $\overline{AB} \cdot \overline{BF}$, a qual em termos de nossa notação, é exatamente $h \cdot \overline{DC}$, já que $EF = AB = CD$. Observe que pelo caso LAL de congruência de triângulo, temos que $ADE = BCF$. Portanto,

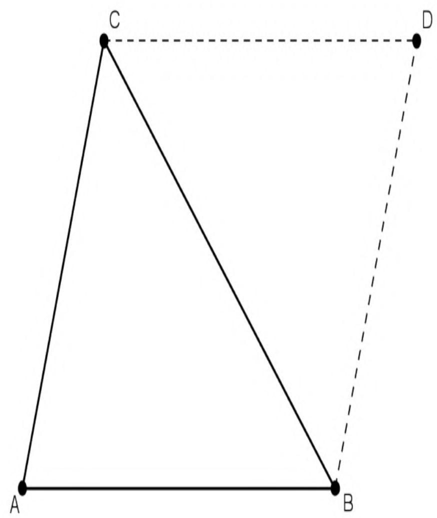
$$\begin{aligned} \text{Área(ABCD)} &= \text{Área(ABCE)} + \text{Área(ADE)} \\ &= \text{Área(ABCE)} + \text{Área(CBF)} \\ &= \text{Área(ABFE)}. \end{aligned}$$

Ou seja, Área$(ABCD) = \overline{AE} \times \overline{AB} = h \times \overline{DC}$

3.1.4 Demonstração da área do triângulo

Proposição 2: Seja ABC um triângulo com altura h com respeito ao lado BC. Então, sua área é $\frac{BC.h}{2}$.

Figura 3.8 – Triângulo pontilhado



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Demonstração: Trace pelo vértice C uma reta paralela ao lado AB, e pelo vértice B uma reta paralela ao lado AC. Estas duas retas se interceptam em um ponto D. O polígono $ABCD$ é um paralelogramo, e os dois triângulos ABC e CDB são congruentes, pelo caso LAL de congruência de triângulos. Como

$$\text{Área}(ABDC) = \text{Área}(ABC) + \text{Área}(BCD)$$

e

$$\text{Área}(ABC) = \text{Área}BCD,$$

então

$$\text{Área}(ABC) = \tfrac{1}{2}\ \text{Área}(ABDC)$$

Veja que, a altura do vértice C do triângulo ABC é exatamente igual a altura do paralelogramo $ABDC$ relativamente ao lado AB. Logo, Área$(ABC) = \frac{1}{2}h \times BC = \frac{BC \times h}{2}$

3.1.5 Demonstração da área do trapézio

Definição 1.1: Um trapézio é um quadrilátero com dois lados opostos paralelos. Os lados paralelos são chamados de bases.

Existem três tipos de trapézios e a expressão para determinar a sua área é a mesma para todos. Observe a **figura 3.9**, veja que a Área$(ABCD) = \dfrac{B+b}{2}.h$, onde: B é o comprimento da base maior, b é o comprimento da base menor e h é a altura do trapézio (distância entre as bases).

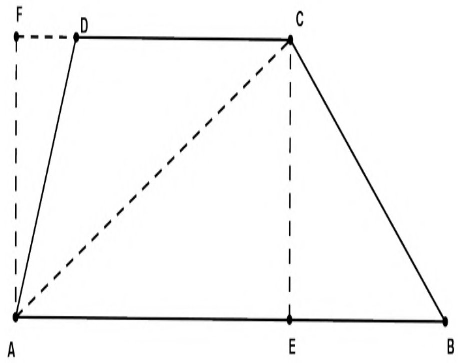
Trapézio Isósceles: Nesse tipo de trapézio, as bases têm comprimento diferentes, mas os lados não paralelos possuem o mesmo comprimento. Os ângulos internos de suas bases podem variar.

Trapézio Escaleno: Nesse tipo de trapézio, as bases também possuem comprimentos diferentes, o que significa que os lados não paralelos também têm comprimentos diferentes.

Trapézio Retângulo: Nesse tipo de trapézio, um dos ângulos internos entre as bases é um ângulo reto (90^{o} graus).

Proposição 3: Seja ABCD um trapézio, sua área é metade do produto do comprimento de sua altura pela soma dos comprimentos de suas bases.

Figura 3.9 – Trapézio



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Demonstração: Seja $ABCD$ um trapézio cujas bases são os lados AB e CD. Trace a diagonal AC para dividir o trapézio em dois triângulos. Trace as alturas CE, do triângulo ACB, e AF, do triângulo ACD. Então teremos que $AF = CE$, já que os lados AB e CD são paralelos. Como consequência

$$
\begin{aligned}
\text{Área}(ABCD) &= \text{Área}(ACB) + \text{Área}(ACD) \\
&= \tfrac{1}{2}\mathrm{AB} \cdot \mathrm{CE} + \tfrac{1}{2}\, CD \cdot AF \\
&= \tfrac{1}{2}\, (\mathrm{AB} + \mathrm{CD}) \cdot \mathrm{CE}.
\end{aligned}
$$

Recapitulando, as figuras planas são formas geométricas que possuem apenas duas dimensões: comprimento e largura. Algumas das figuras planas mais comuns são o triângulo, o quadrado, o retângulo e o trapézio. Cada figura possui características específicas, como lados, ângulos e áreas, que podem ser calculadas por meio de fórmulas matemáticas.

4 PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL I

Neste capitulo vamos discutir sobre uma metodologia interessante para o ensino de geometria que é o uso do Geoplano como recurso. O Geoplano é um material didático que consiste em uma placa com pinos onde é possível trabalhar com figuras geométricas planas. Sua utilização permite aos alunos visualizar e manipular as figuras, tornando o aprendizado mais concreto e significativo. Além disso, a metodologia pode ser adaptada para diferentes níveis de ensino e objetivos de aprendizagem.

O primeiro contato com o conceito de áreas de figuras planas e suas fórmulas no ensino fundamental se dá no quinto ou sexto ano. Onde normalmente os alunos aprendem a calcular áreas através das fórmulas que geralmente os professores já trazem prontas, com poucas representações algébricas e geométricas, não fazem uma discussão com eles mostrando o porquê de ser calculado com aquela fórmula e etc.

Acreditamos que ensinar o assunto de áreas com o uso do Geoplano pode ser muito eficaz porque permite que os alunos visualizem e manipulem figuras planas de diferentes formas e tamanhos. Com o Geoplano, é possível construir figuras com precisão e calcular suas áreas de forma prática e intuitiva, o que facilita a compreensão do conceito de área.

Além disso, o Geoplano permite que os alunos façam experimentações com diferentes figuras e descubram, por exemplo, que duas figuras com a mesma área podem ter formatos diferentes. Isso ajuda a desenvolver a capacidade de raciocínio lógico e a compreensão de conceitos abstratos.

Acreditamos também que o ensino de áreas no fundamental I é uma das bases mais importantes para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados e ou abstratos. Além disso, a compreensão de áreas é fundamental em muitas áreas da vida cotidiana, como a construção de casas, a jardinagem, a pintura de paredes, entre outras atividades práticas e sem mencionar que os alunos conseguem desenvolver habilidades de raciocínio abstrato e lógico, e a compreender conceitos como divisão, frações e proporções. Por essas razões, o estudo de áreas é uma parte importante do currículo de matemática do ensino fundamental.

Diante disto, vamos mostrar uma estratégia para o cálculo de áreas, onde serão utilizados materiais concretos e representações algébricas e geométricas.

4.1 Elaboração e Aplicação da atividade avaliativa

Realizamos uma atividade de avaliação inicial, disponível no Apêndice A, composta por perguntas relacionadas à área de figuras planas. O objetivo é determinar o nível de conhecimento da turma, visando aprimorar as atividades a serem trabalhadas. A atividade inclui quatro perguntas que abordam conceitos de geometria plana e são subjetivas, permitindo compreender o raciocínio dos alunos ao realizar cálculos e fornecer soluções para as questões. Essa Atividade, pode ser aplicada em turmas de 6º e 7º anos do ensino fundamental, podendo ser modificada para aplicação em turmas de até 9º ano se for o caso.

A aplicação dessa atividade de avaliação tem como objetivo principal identificar as dificuldades enfrentadas pelos alunos da turma, levando em consideração as habilidades fundamentais propostas no campo geométrico

4.2 Característica da atividade

Justificativa

Para que a aprendizagem dos alunos seja mais significativa, é necessário que eles participem ativamente das atividades propostas e as concluam de forma a perceber que aprenderam algo novo que pode ser útil em seus estudos futuros. Por isso, sugerimos uma atividade que pode ser facilmente adaptada para as turmas de 6º e 7º anos do ensino fundamental, a fim de auxiliá-los no aprendizado de áreas de figuras planas, utilizando o material concreto Geoplano.

Nessa proposta de aula, os alunos serão desafiados a construir algumas figuras geométricas no plano para identificar suas características e aplicar os conceitos matemáticos para analisar e encontrar a área de cada figura formada.

Tema sugestão da aula: Ensino de áreas de figuras planas utilizando materiais concretos

Público alvo: Alunos do ensino fundamental I, 6º e 7º ano;

Materiais necessários: Geoplano de madeira, E.V.A, elásticos e tesouras;

Objetivos

- Desenvolver as noções de áreas das principais figuras planas, quadrado, retângulo, triângulo e paralelogramo.

Objetivos específicos:

- Promover abordagens para o cálculo de áreas;
- Utilizar ás formulas algébricas e fazer o uso dos materiais manipuláveis;
- Comparar as áreas entre as figuras geométricas.

4.3 Metodologia

Recomenda-se que, para aplicar esta atividade os alunos tenham os conhecimentos prévios sobre áreas de figuras planas e unidades de medida. Como dito anteriormente, o

Geoplano é uma ferramenta pedagógica para o ensino de geometria, composta por uma placa quadrada com furos, onde os alunos podem inserir pinos ou elásticos para criar figuras geométricas. Ele é usado para explorar conceitos como simetria, área, perímetro, frações, entre outros. Ele é um material bem versátil e interativo que permite aos alunos experimentar visualmente e manipular formas geométricas, facilitando a compreensão desses conceitos. Ele é frequentemente usado em salas de aula de matemática do ensino fundamental e médio.

4.4 Dificuldades previstas

Esperamos que os alunos desenvolvam bem a atividade proposta, mas podem surgir dificuldades no desenvolvimento delas. Em relação a atividade proposta com o uso do Geoplano, se o aluno seguir os comandos que estão no roteiro ou seja o passo a passo da atividade proposta, chegarão ao resultado esperado, porém uma das dificuldades que podem surgir é a falta de Geoplano para todos os grupos, o que pode causar formação de um grupo maior para aplicação da atividade dificultando assim o desempenho da atividade.

Introduzir um novo material, como o Geoplano, pode exigir mais tempo para explicação e prática. Levando em consideração que as turmas de Ensino Fundamental são bem volumosas. Quando é levado materiais lúdicos para a sala, os alunos consequentemente ficam entusiasmados e engajados, o que pode levar a agitação na sala. Então o professor pode precisar compensar a quantidade de tempo gasto na introdução do material e na aplicação prática e ainda deve estar preparado para gerenciar o comportamento dos alunos para que eles consigam explorar e entender os conceitos.

4.5 Da aplicação da atividade avaliativa

Tentamos aplicar essa atividade com alunos do 6º ano, mas não conseguimos resultados positivos com a aplicação da atividade avaliativa pois os alunos ainda não tinham visto o conteúdo de áreas. A professora da escola só tinha introduzido uma noção básica do que é o perímetro. Com isso, aplicamos a **atividade com o Geoplano**, que se encontra no **capítulo 5**, do zero a fim de obtermos resultados positivos.

Na aula em questão, como os alunos não sabiam ainda o que seria a Área de uma figura, formamos um grupo com cinco alunos e entregamos o Geoplano, começamos explicando o funcionamento básico da ferramenta. Mostramos como eles poderiam fixar os elásticos nos pinos para criar diferentes formas, como triângulos, quadrados, retângulos e várias outras figuras. Ressaltamos também a importância de contar os números de pinos utilizados em cada figura e como isso estava relacionado à contagem de lados e vértices.

Após a explicação inicial, propomos uma série de desafios para os alunos. Eles tinham que criar figuras específicas utilizando o geoplano e escrever as características de cada uma delas, como o número de lados, a quantidade de vértices e se eram figuras regulares.

Além disso, eles tinham que identificar e nomear as formas geométricas presentes em cada figura.

Os alunos se envolveram bastante na atividade e começaram a explorar diferentes combinações de elásticos no Geoplano. Eles perceberam que podiam criar formas semelhantes usando diferentes quantidades de pinos, o que gerou discussões interessantes sobre proporcionalidade e escalas. Além disso, eles experimentaram a rotação e a reflexão das figuras no geoplano, o que ajudou a solidificar os conceitos de simetria e transformações geométricas e facilitou bastante a compreensão acerca das áreas das figuras formadas.

A aplicação do geoplano como proposta de aula teve resultados muito positivos. Os alunos tiveram a oportunidade de explorar e manipular formas geométricas de maneira tangível, o que contribuiu significativamente para compreensão dos atributos e propriedades dessas formas. Além disso, a atividade promoveu a colaboração entre os alunos, que compartilharam descobertas e estratégias uns com os outros. Isso fortaleceu o ambiente de aprendizagem e estimulou o desenvolvimento social e cognitivo dos estudantes.

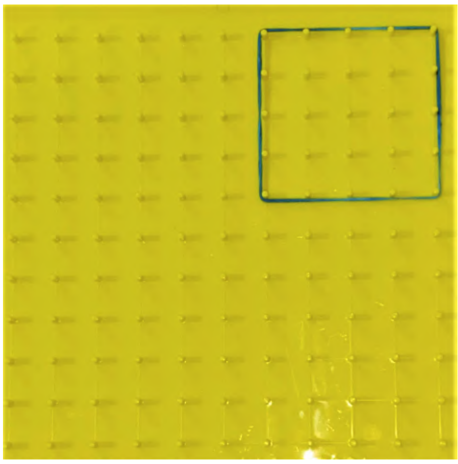
Ao término da aula, pôde-se observar claramente que os alunos estavam mais familiarizados e seguros com os conceitos de geometria abordados. Eles demonstraram maior facilidade em reconhecer e nomear formas geométricas em seu ambiente diário. O emprego do Geoplano propiciou uma experiência prática e divertida, tornando o aprendizado da matemática mais significativo e envolvente para os estudantes. Essa abordagem concreta permitiu uma compreensão mais profunda dos princípios geométricos, impactando positivamente o progresso dos alunos nesta área do conhecimento.

5 ATIVIDADE COM O GEOPLANO

Neste capítulo, exploraremos uma maneira divertida e prática de aprender sobre as áreas das principais figuras planas. Da qual iremos trabalhar em cima da Proposta que já foi mencionada utilizando um recurso didático que chama Geoplano.

Com o Geoplano e o uso de elásticos peça aos alunos para construírem figuras planas, (isso pode ser feito dividindo eles em grupos de quatro ou cinco alunos, podendo promover um bom momento de interação e discussão de ideias). O professor antes de iniciar as discussões deve deixar claro para os alunos que para um melhor entendimento do conteúdo, cada quadradinho de E.V.A será equivalente a $1m^2$. Em seguida deve explicar que aquela região interna da figura que eles construíram dentro do Geoplano é o que chamamos área e a partir daqui o professor pode promover discussões do tipo:

Figura 5.1 – Geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

- Vamos tomar como exemplo o quadrado que foi construído na Figura 5.1. Quando se diz que uma região possui 1 metro quadrado, quer dizer que ela tem esse tamanho, mas não necessariamente esse formato;

- Quantos metros quadrados tem nossa sala? É possível saber qual a área da sala de aula? Nesta parte o professor pode pedir para os grupos utilizarem o Geoplano e fazer com o uso dos elásticos a figura correspondente ao formato da sala de aula e aqui pode ser utilizados dados arbitrários. Pedir para que eles coloquem as peças de E.V.A que tem o formato de quadrado sobreposto no plano e ver quantos quadradinhos cabem na figura que tem o formato da sala ou até mesmo o professor, pode alertar sobre a ideia de colocar tantos quadrados no comprimento e outros tantos na largura e em seguida multiplicar as quantidades, isso se tratando de uma sala retangular e o ideal é que se faça essa atividade em uma região retangular;

- Quantas pessoas cabem em dois metro quadrado? Possa ser que nesse momento eles queiram colocar o máximo de pessoas, mas também é importante alertar sobre a pergunta de quantas pessoas caberia de maneira confortável em um metro quadrado. Em seguida pode-se fazer outras perguntas parecidas, do tipo: um espaço reservado a um show, tem $200m^2$ quantas pessoas esse espaço comportaria? Sabendo o valor do ingresso, quanto seria arrecadado? E se souber quantos seguranças necessitam para determinado número de pessoas, quantos seguranças precisariam? Enfim, aqui o professor pode usar sua criatividade e abordar muitas outras situações;

- Também pode-se discutir qual a maneira mais prática de calcular a área de um quadrado com tamanho qualquer sem precisar sair contando quantos quadrados de $1m^2$ se formam. Para isso peça para os grupos formarem quadrados de vários tamanhos no Geoplano. Com os quadrados já formados e anotando a medida do lado do quadrado e sua respectiva área, espera se que eles cheguem a conclusão de que para determinar a área do quadrado basta multiplicar a medida dos dois lados. Chegando a essa conclusão o professor pode intervir mostrando que multiplicar essas medidas é o mesmo que elevar a medida do lado ao quadrado;

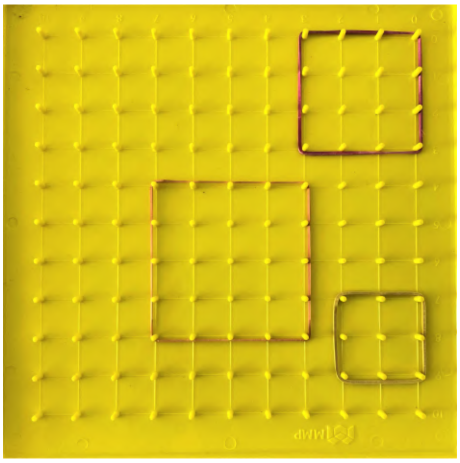
- Como a área é usada em atividades práticas, como construção, jardinagem e pintura? Espera- se que os alunos discutam entre si;

- Como a área pode ser usada para entender conceitos matemáticos mais avançados, como volume, proporção e frações? O professor aqui pode falar um pouco dos conteúdos que os alunos irão ver nas próximas series e explicar como o conceito de áreas está presente.

5.1 Área do quadrado

Suponha que cada quadradinho de E.V.A corresponde a $1m^2$, peça para que os alunos com o uso do Geoplano, construam vários quadrados utilizando também os elásticos coloridos. Após a construção peça para que eles preencham os quadrados com os quadradinhos de E.V.A e para observar quantos cabem na figura, em seguida faça os contar. Depois disso sugerimos que o professor explique para a turma que a quantidade de quadradinhos que coube na figura é equivalente a área da mesma. É interessante que o professor instigue os alunos a perceber o padrão que está sendo criado para que os alunos deduzam a fórmula de área do quadrado.

Figura 5.2 – Área do quadrado

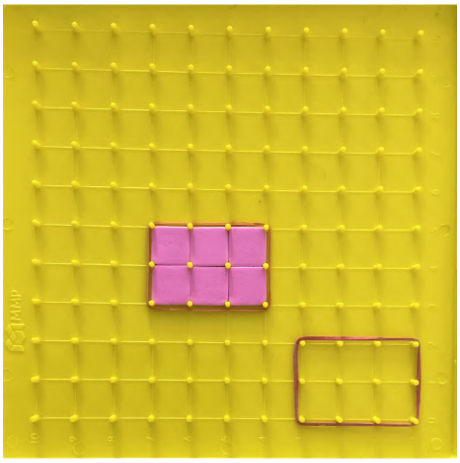


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

5.2 Área do retângulo

Levando em consideração que os alunos já compreenderam que cada quadradinho de E.V.A equivale a $1m^2$, peça para eles construírem no Geoplano um retângulo. Aqui o professor pode sugerir que eles construam um de base $3m$ e altura $2m$. Para determinar a sua área, basta ver quantos quadradinhos de E.V.A cabem no retângulo que ele construiu. Aqui o aluno irá perceber que cabem exatamente 6. Por fim, espera-se que o aluno compreenda que a área do retângulo que ele formou é $6m^2$ e o professor pode ainda enfatizar que para calcular essa área basta multiplicar a base pela altura.

Figura 5.3 – Área do retângulo

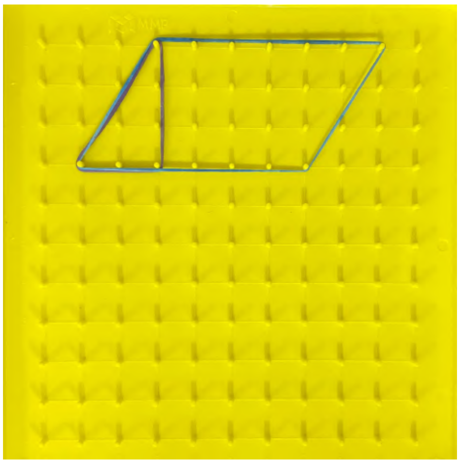


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

5.3 Área do paralelogramo

Para calcular a área do paralelogramo o professor deve relembrar aos alunos que diferente do retângulo que a altura é justamente um dos seus lado, no paralelogramo não. A altura é a medida do segmento de um dos vértice até sua base.

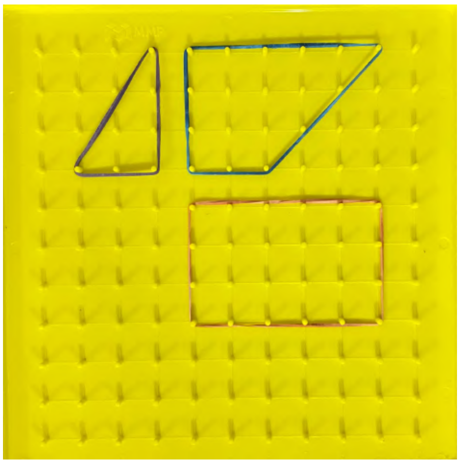
Figura 5.4 – Altura do paralelogramo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Agora o aluno deve transformar esse paralelogramo em um retângulo, destacando o triângulo que forma do lado que é medido a altura e colocando do outro lado do "paralelogramo". Desta forma o paralelogramo que tínhamos inicialmente agora é um polígono que os alunos já sabem calcular sua área. Então neste momento eles irão seguir o mesmo procedimento que foi realizado para calcular a área do retângulo.

Figura 5.5 – Área do paralelogramo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

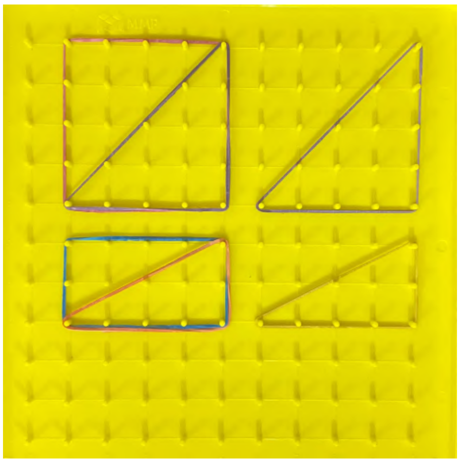
Como dito antes, os alunos devem colocar os quadradinhos de E.V.A e assim descobrir a área do polígono. Os alunos irão perceber que calcular a área do paralelogramo é exatamente igual a calcular a área do retângulo. Basta realizar a multiplicação do comprimento pela largura do polígono.

5.4 Área do triângulo

Para calcular a área do triângulo, vamos partir da ideia da área quadrado e ou do retângulo. Aqui o professor deve explicar um pouco que para calcular a área de um triângulo basta traçar a diagonal do quadrado ou do retângulo. O polígono a ser escolhido nesse momento pode ficar a critério dos alunos, quando eles traçarem a diagonal do polígono escolhido, devem subentender que precisa dividir essa área por dois, pois queremos apenas nesse caso a área de um triângulo.

Pronto, feito todas as marcações no Geoplano com as ligas, eles devem colocar os quadradinhos de E.V.A no quadrado e no retângulo e ver quantos cabem, em seguida pegar essa quantidade e dividir por dois, obtendo assim a área do triângulo, como queríamos. Mas para os alunos não pensarem que só funciona com os triângulo retângulos. Vamos mostrar como calcular a área de um triângulo qualquer.

Figura 5.6 – Quadrado e retângulo demarcados

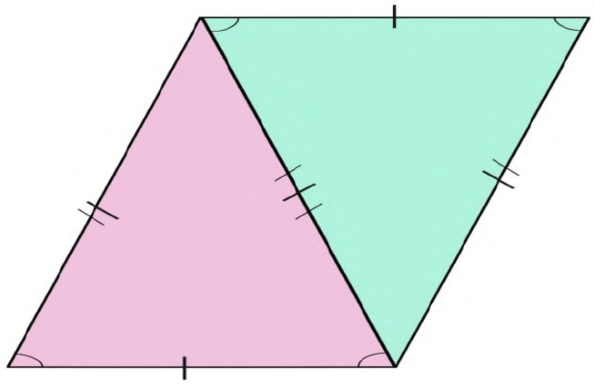


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

O professor pode pedir para os alunos formarem um triângulo com o quadradinho de $1m^2$. E perguntar qual a área do triângulo, o que se espera é que os alunos respondam que a área é meio metro quadrado. O professor pode questionar os alunos sobre a medida da base e da altura do triângulo e ver qual a relação entre essas medidas e sua área. Talvez a constatação de que a área é a medida da base multiplicada pela medida da altura e dividida por dois não seja tão rápida como foi a do retângulo, o que possivelmente obrigue que o professor fale a fórmula para que eles percebam a relação. Independente do resultado, é importante que a discussão seja feita com mais de um tipo de triângulo e tomando como base qualquer lado dele, o que enriquece a discussão, já que obriga o aluno a pensar em como medir a altura relativa a base.

Peça para que o aluno pegue por exemplo dois triângulos quaisquer exatamente iguais de E.V.A e coloque um do lado do outro da seguinte forma:

Figura 5.7 – Triângulos semelhantes



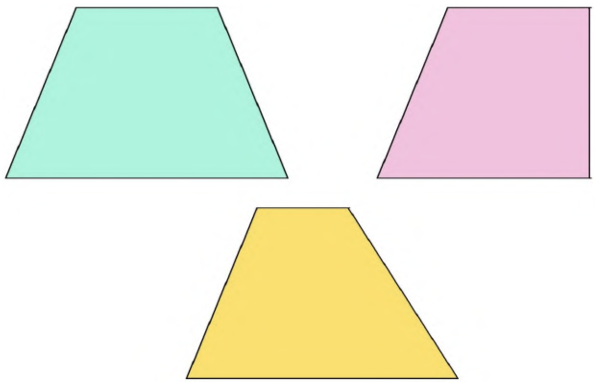
Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

O aluno aqui deve perceber que a figura formada foi um paralelogramo e a partir daí espera-se que ele calcule á área do paralelogramo formado, transformando o mesmo em um retângulo. Neste momento o professor deve intervir e explicar novamente do porque dividir a área do triângulo por 2.

5.5 Área do trapézio

Peça para os alunos pegarem de E.V.A os três tipos de triângulos de E.V.A, o retângulo, isósceles e escaleno. Aqui o professor dever pedir para que eles cortem os topos dessas figuras formando assim três tipos de trapézios, conforme a figura abaixo.

Figura 5.8 – Tipos de trapézios



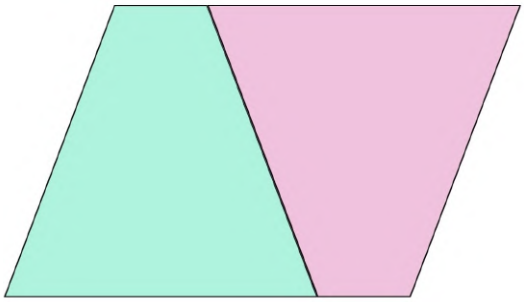
Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Agora para calcular a área dos trapézios formados, peça para que eles dupliquem essas figuras, com o E.V.A tendo assim duas figuras de cada, como mostra a imagem.

Peça para ele pegar o **Trapézio Isósceles** como exemplo e faça com que ele sobreponha uma figura na outra e em seguida junte uma figura do lado da outra formando assim um paralelogramo. Como já foi visto o passo a passo para calcular a área do paralelogramo, o aluno dever seguir o mesmo modelo.

Eles irão determinar a área do paralelogramo formado. Observando a figura o aluno deverá ser capaz de enxergar que a área do paralelogramo é base × altura e que pela figura formada terá que a base seria agora a base menor de um dos trapézio + base maior do outro trapézio, agora basta multiplicar pela altura.

Figura 5.9 – Trapézio iguais



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Então, aqui os alunos irão determinar a área do paralelogramo formado. Observando a figura o aluno deverá ser capaz de enxergar que a área do paralelogramo é base × altura e que pela figura formada terá que a base seria agora a base menor de um dos trapézio + base maior do outro trapézio, agora basta multiplicar pela altura e dividir por dois.

Para o **Trapézio Retângulo** peça para que o aluno coloque uma figura uma do lado da outra de mesmo modo que foi feito para o trapézio isósceles, formando assim um retângulo. Como já sabemos calcular a área do retângulo. Peça para eles calcularem utilizando as ferramentas disponíveis.

Para encontrar a área do **Trapézio Escaleno** o aluno dever ser capaz de encontrar sozinho de forma análoga.

O professor pode propor uma discussão do tipo:

- A área que foi mensurada foi realmente a do trapézio ?;
- Por que dividir por dois ?;
- Pode propor um debate entre os grupos formados pra defender suas opiniões;
- Como a área do trapézio está relacionada à área de um paralelogramo com a mesma base e altura;
- Como a área do trapézio é afetada quando uma das bases ou a altura é alterada, e como isso pode ser visualizado usando o Geoplano ou outro material manipulável?;

Por fim, o professor deve explicar que a área encontrada foi a do paralelogramo e que para determinar a área do trapézio ele dever dividir por dois, pois o paralelogramo formado foi a junção de dois trapézio para facilitação do cálculo e como queremos apenas a área de um trapézio deve-se dividir por dois, concluindo que para medir à área do trapézio chegamos na seguinte formula (Base menor + Base maior) × altura, tudo isso dividido por dois.

6 RESULTADOS ESPERADOS

Os casos de ensino que utilizam materiais concretos e/ou manipuláveis como recurso para ensinar matemática desde a básica até a mais complexa, cumprem bem o seu papel de criar necessidades e motivos para que os alunos possam compreender a matemática, destacando o planejamento intencional como a chave para que esse papel seja bem exercido na atividade prática pedagógica do professor. Uma metodologia que utiliza materiais concretos em sala de aula tem o objetivo de tornar o aprendizado mais efetivo e envolvente para os alunos.

Esperamos que os alunos consigam compreender os porquês das fórmulas matemáticas para o cálculo de áreas das figuras planas, que consigam fazer o comparativo com outras metodologias de resoluções de problemas e que sejam capazes de elaborar várias outras situações problemas explorando outros conceitos matemáticos. Vamos enfatizar a seguir alguns resultados esperados dessa abordagem prática pedagógica.

Aplicamos a atividade com o Geoplano para alunos de 6º anos do ensino fundamental. Onde iniciamos um dialogo com a turma sobre o perímetro de diferentes figuras planas para chegarmos na definição de Áreas. Alguns alunos trouxeram exemplos e comparações em suas falas e uma delas foi sobre o Poliedro de Platão, o tetraedro e, nos questionaram se aquele sólido era uma figura plana. Outro trouxe em sua fala os diversos formatos de figuras planas que sua casa possuí.

Ao trabalharmos com os alunos, notamos que eles assimilaram muito rápido o conceito de Área. O Geoplano facilitou a compreensão dos mesmo de forma muito positiva. Notamos que os alunos conseguiram deduzir a maioria das fórmulas das figuras planas sem mesmo terem visto. Quando definimos para os alunos que cada quadradinho de E.V.A é equivalente a $1m^2$, na construção dos triângulos e paralelogramos todos perceberam que metade daquele quadradinho de E.V.A seria $\frac{1}{2}m^2$ pois essa informação era bastante necessária para sabermos a área exata das figuras.

Já sabendo calcular a área do retângulo e paralelogramo, observamos que, duas aluna foram muito espertas ao perceber que sobrepondo dois trapézios exatamente iguais em seguida colocando um ao lado outro, como mostra a **figura 5.9** elas perceberam que a base do paralelogramo formado ficou composta por duas bases de trapézio, uma menor e outra maior. Outra finalizou perguntando, então a área do trapézio seria igual a do paralelogramo sendo necessário dividir por dois?.

.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término deste trabalho, percebemos que obtemos resultados positivos após a aplicação do material concreto e a partir do que foi descrito e analisado durante todo o trabalho notamos que os alunos ainda possuem certas deficientes que só com a aplicação dessa metodologia não é suficiente para suprir essa lacuna de deficiências.

Aperfeiçoar a prática pedagógica é um dos fatores fundamentais para melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Pensando nisso, buscamos com este trabalho contribuir para esse desafio, desenvolvendo uma metodologia da qual utilizamos além das aulas expositivas, o uso de recurso,que foi a utilização do Geoplano.

Primeiramente, caminhamos um pouco da história da Geometria, como ela se desenvolveu desde os tempos antigos até os dias atuais. Em seguida, apresentamos um conjunto de definições e proposições para que os alunos tenham noção do que irão aprender no ensino fundamental I e II, servindo assim de uma base sólida para que depois fosse apresentada uma nova abordagem do tema Área de Figuras Planas, em que alguns dos resultados já são conhecidos e outros acreditamos que sejam novidades, principalmente os que envolvem os tipos de triângulos e trapézios.

Aproveitando o estudo sobre áreas, trabalhamos como calcular a área de polígonos regulares, completando assim um estudo sobre áreas, finalizando com uma atividade prática para a fixação do conteúdo contextualizados de forma que os alunos consigam se preparar para aplicar esses conhecimentos no cotidiano, pois a Geometria está presente em toda parte.

É importante destacar que o uso do Geoplano como recurso didático é extremamente útil para promover uma experiência concreta e auxiliar na aprendizagem de conceitos matemáticos, possibilitando a análise de propriedades e até mesmo a generalização de alguns conceitos matemáticos. Nosso objetivo foi demonstrar, por meio de exemplos práticos, como a geometria está presente no cotidiano, assim esse trabalho pode contribuir como fonte de pesquisa para as novas gerações.

Por fim, este trabalho pode ser utilizado por professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, mediante as devidas adaptações e ajustes para atender às necessidades e características do público alvo.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Doherty; ROCHA, Tania Marli. **Áreas**: das noções intuitivas ao Teorema de Pick. PDE, 2007. P. 1 - 27

BATISTA, Fernando da Silva. **Um estudo sobre área de triângulos e polígonos convexos e não-convexos**. PROFMAT, 2014

BOYER, C. B. **História da matemática.** 3.ed. Revista por Uta C. Merzbach. Tradução Elza F. GOMIDE. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / Secretaria de educação Fundamental. Brasília: MEC, (2001), 148p.

CAVALCANTI, Philip. Pitágoras de Samos. **Filosofia do inicio**, 03 de set. de 2018. Disponível em: https://filosofiadoinicio.com/es/2021/09/pitagoras.html. Acesso em: 30 de set. de 2022.

EVES, H. W. **Introdução à História da Matemática.** Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Campinas: Editora da Unicamp, 1995

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de Área:** Uma proposta de Ensino-Aprendizagem. PUC/SP, 2003, p.20.

FONSECA, Maria da Conceição F.R., LOPES, Maria da Penha, BARBOSA, Maria das Graças Gomes, GOMES, Maria Laura Magalhães, DAYRELL, Mônica Maria Machado S. S. **O ensino da geometria na escola fundamental:** Três questões para formação do professor de matemática dos ciclos iniciais. Belo Horizonte:Autêntica, 2001.

GUEDES, Aurílio da Silva; NETO, Carlos Bocker; CORREIA, Gilmar Otávio. **Evolução no Cálculo de Áreas de Figuras planas:** de Arquimedes e Newton. UFPB, Mestrado-CAPES, 2013.

LOUREIRO, Zampieri Daniel e LIMA, Josieli Alves. **Um olhar sobre o ensino da geometria na etapa pré- escolar: um estudo de caso nos CMEIs de Cascavel**. Encontro paraense de Educação Matemática, 2017;

Matemática do DAG. Nomenclatura dos polígonos. Disponível em: http://matematicadodag.blogspot.com/p/nomenclatura-dos-poligonos.html. Acesso em: 8 de junho de 2023.

ROCHA, T. M. **Áreas:** das noções intuitivas ao Teorema de Pick. Paraná, 2007, p.4.

SANTOS, Almir Rogério Silva e VIGLIONI, Humberto Henrique de Barros. **Geometria Euclidiana Plana**.

APÊNDICE A – ALUNOS EM AÇÃO

Figura A.1 – Alunos em ação

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

Figura A.2 – Alunos com o Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023

APÊNDICE B – ATIVIDADE AVALIATIVA

Figura B.1 – Atividade avaliativa

APÊNDICE B – ATIVIDADE AVALIATIVA

UEPB

UEPB - UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CCT - CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DOCENTE: ALISSON DA SILVA APOLINÁRIO

ALUNO(A): ______________________________

Atividade de sondagem

01- O que significa área de figuras plana para você ?

02- Determine a área de um quadrado cujo lado mede 5 metros

03- Sabendo que a altura de um triângulo equilátero é de 6 metros e a do lado 3 metros. Qual a área do triângulos?

04- Como determinar a área de um retângulo ?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023