UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

JEILSON BATISTA SILVA

O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: POTENCIALIDADES DO *SOFTWARE GEOGEBRA* NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

PATOS - PB
2024

JEILSON BATISTA SILVA

O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: POTENCIALIDADES DO *SOFTWARE GEOGEBRA* NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Coordenação do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Fabíola da Cruz Martins

PATOS - PB
2024

S586u Silva, Jeilson Batista.

O uso das tecnologias digitais no ensino de matemática [manuscrito] : potencialidades do *software* GeoGebra no ensino de função afim / Jeilson Batista Silva. - 2024.

50 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2024.

"Orientação : Prof. Dra. Fabíola da Cruz Martins, Coordenação do Curso de Matemática - CCEA".

1. Tecnologias digitais (TD). 2. Educação matemática. 3. Software GeoGebra. I. Título

21. ed. CDD 510.78

Elaborada por Kaliane Eveny Martins de Oliveira - CRB - 15/986 BSC7

JEILSON BATISTA SILVA

O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: POTENCIALIDADES DO *SOFTWARE GEOGEBRA* NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Coordenação do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 12/11/2024.

Documento assinado eletronicamente por:

- **José Ginaldo de Souza Farias** (***.530.584-**), em **27/11/2024 12:43:52** com chave **6731e06cacd611efb9ba1a7cc27eb1f9**.
- **Jair Dias de Abreu** (***.540.544-**), em **26/11/2024 23:22:39** com chave **792a9310ac6611ef88721a1c3150b54b**.
- **Fabíola da Cruz Martins** (***.958.494-**), em **26/11/2024 22:48:04** com chave **a46caa9aac6111efba2b06adb0a3afce**.

Documento emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QrCode ao lado ou acesse https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.
Tipo de Documento: Termo de Aprovação de Projeto Final
Data da Emissão: 28/11/2024
Código de Autenticação: 8cd671

SUMÁRIO

O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: POTENCIALIDADES DO *SOFTWARE GEOGEBRA* NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Jeilson Batista Silva*
Fabíola da Cruz Martins**

RESUMO

Esse trabalho tem o objetivo de investigar os limites e as possibilidades da utilização das Tecnologias Digitais (TD) para o ensino e aprendizagem do conteúdo de função afim. Ao tratarmos de TD, nos referimos aos *softwares* e aplicativos que facilitam a manipulação de dados e o uso de ferramentas tecnológicas no ensino. Neste trabalho foi realizada uma pesquisa qualitativa, com alunos(as) do curso Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública, localizada na Paraíba-PB. Assim, foram realizadas atividades envolvendo o conteúdo de função afim, buscando a utilização das TD para a resolução e exploração de problemas. Dessa forma, buscou-se utilizar o *software GeoGebra* para atingir os objetivos da pesquisa, evidenciando seus limites, e suas potencialidades para as aulas de Matemática. Os resultados apontam as contribuições da utilização das TD, em especial do *GeoGebra,* para a exploração das representações algébricas e gráficas da função afim, proporcionando um estudo mais aprofundado. Diante disso, concluímos que a inserção da TD, como o *GeoGebra*, na Educação Matemática é importante para a formação de professores, evidenciando seu potencial pedagógico.

Palavras-Chave: Tecnologias Digitais (TD); Educação Matemática; *Software GeoGebra*.

ABSTRACT

The aim of this work is to investigate the limits and possibilities of using Digital Technologies (DT) for teaching and learning the content of the affine function. When we talk about DT, we are referring to *software* and applications that facilitate the manipulation of data and the use of technological tools in teaching. In this work, a qualitative study was carried out with students on the Mathematics degree course at a public university located in Paraíba-PB. Activities were carried out involving the content of the affine function, seeking to use DT to solve and explore problems. In this way, we sought to use the *GeoGebra software* to achieve the research objectives, highlighting its limits and its potential for math classes. The results point to the contributions of using DT, especially *GeoGebra*, to explore the algebraic and graphical representations

*Licenciando do curso de Licenciatura em Matemática no Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas da Universidade Estadual da Paraíba (CCEA/UEPB). E-mail: jeilsonbatista123@gmail.com.
**Professora do curso de Licenciatura em Matemática no Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas da Universidade Estadual da Paraíba (CCEA/UEPB). Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEPB. E-mail: fabiolamartins@servidor.uepb.edu.br.

of the affine function, providing a more in-depth study. Therefore, we conclude that the inclusion of DT, such as *GeoGebra*, in Mathematics Education is important for teacher training, highlighting its pedagogical potential.

Keywords: Digital Technologies (DT); Mathematics Education; *GeoGebra Software*.

1 INTRODUÇÃO

As Tecnologias Digitais (TD) estão presentes em diversos lugares, por sua vez, na educação estão sendo utilizadas como recursos que facilitam tanto o ensino quanto a aprendizagem. Em um mundo permeado por tecnologias, em que facilitam a busca pela informação e comunicação entre as pessoas, é essencial discutir seu uso na educação, especialmente na Educação Matemática.

Neste trabalho, abordamos o papel das TD no ensino de Matemática, com foco na utilização de *softwares* como o *GeoGebra*, um recurso que potencializa a exploração de conteúdos matemáticos. As TD são ferramentas que processam, transmitem e armazenam informações eletrônicas, englobando desde computadores até aplicativos móveis e plataformas de estudo.

Freitas (2024, p. 22) discute que "as três facetas, sociedade, cultura e tecnologia, possuem ligação simultânea à medida que uma exerce influência sobre as outras". Assim, compreende-se que de acordo com a evolução da sociedade, a cultura se diversifica e as tecnologias tendem a melhorar gradativamente (Freitas, 2024). Nesse sentido, a evolução da sociedade e da cultura impulsiona o avanço tecnológico, e a educação deve acompanhar essas transformações.

Embora as tecnologias apresentem desafios, causando, inclusive, dependência em seus usuários, não podemos ignorar que vivemos em um mundo conectado. Assim, sua integração no ambiente educacional se torna necessária para proporcionar uma educação de qualidade. Como destaca Moran (2018), é imprescindível educar sem utilizar as tecnologias em um mundo que está cercado por tecnologias.

Dessa forma, as TD oferecem novas possibilidades de aprendizagem, especialmente no ensino da Matemática, que muitas vezes é visto como mecânico. Ferramentas como o *GeoGebra,* ao permitir a visualização de gráficos e a exploração de problemas matemáticos, auxiliam na construção de significados de forma mais interativa e dinâmica. Autores como Demo (2000), Ponte, Oliveira e Varandas (2003), Martins (2009) e Gonçalves e Lima (2020) enfatizam que, embora as TD sejam importantes, elas não substituem o papel do professor, mas devem ser vistas como complementares ao processo de ensino-aprendizagem.

De acordo com Freitas (2024, p. 20), “podemos inferir que a escola caminha a pequenos passos em direção à instauração da nova cultura digital em sua própria cultura”. Dessa forma, diante do fato de que as escolas têm dificuldades para inserir as TD em suas dependências, buscou-se fazer esse estudo, permitindo compreender os fatores que possibilitam o uso ou não de ferramentas tecnológicas em sala de aula, analisando o *software GeoGebra* nesse contexto.

A pesquisa desenvolvida se configura como uma pesquisa qualitativa e contou com a participação de 23 alunos(as) que estavam matriculados em um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública localizada no estado da Paraíba-PB. Assim, o *software GeoGebra* é aqui analisado como um recurso tecnológico para aprofundar o estudo do conteúdo de função afim. Ele possui características significativas ao ser utilizado como tecnologia educacional.

Este trabalho tem o objetivo de investigar os limites e as possibilidades da utilização das TD, com foco no *GeoGebra* para o ensino e aprendizagem do conteúdo de função afim. A função afim é um conteúdo estudado no Ensino Médio e nos primeiros anos de diversos cursos superiores da área de Ciências Exatas, como em Matemática, Física e nas diversas Engenharias.

Como maneira de diversificar os ensinamentos do conteúdo de função afim, os professores podem utilizar as TD para viabilizar a compreensão e aprendizagem dos conceitos e exemplos que são abordados durante as aulas. Assim, é cabível ressaltar as recomendações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2018, p. 536) ao destacar que é recomendado que os alunos aprendam a “construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais”.

Diante do constante avanço tecnológico existente, da necessidade de inovação metodológica que os professores precisam buscar e das experiências vivenciadas durante a graduação na licenciatura em Matemática, motivaram o desenvolvimento dessa pesquisa. Assim, buscou-se fazer um estudo da utilização de um recurso tecnológico como o *GeoGebra* para o ensino de Matemática.

Nesse estudo faz-se uma análise das quatro fases das tecnologias digitais que são abordadas por Borba, Silva e Gadanidis (2014) e a quinta fase discutida por Borba, Souto e Junior (2022). Essas fases refletem a evolução das atividades matemáticas planejadas com o uso de TD, destacando sua importância na Educação Matemática. Com a evolução das TD, autores como Almeida e Valente (2012) ressaltam que as TD reconfiguram a prática pedagógica, permitindo uma maior coautoria tanto dos professores, como dos alunos, o que resulta em um aprendizado mais participativo.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

2.1 O uso das Tecnologias Digitais no ensino de Matemática

Vivemos em um mundo em que o avanço tecnológico está presente em diversos lugares, seja em casa, na sociedade, no ambiente de trabalho e nas escolas ou universidades. Consequentemente, é possível atrelar o contexto social e cultural em que os alunos estão inseridos com as ferramentas tecnológicas existentes, buscando formas que possam estimular nos alunos a vontade de estudar. Dessa forma, é importante utilizar os diferentes tipos de tecnologias de uma maneira positiva, como uma aliada no ambiente escolar para a construção da aprendizagem.

Diante dos avanços tecnológicos ao longo dos anos, percebemos que a sociedade está cada vez mais utilizando a internet para se conectar com outras pessoas. Com isso, é necessário buscar inserir os tipos de tecnologias nos ambientes educacionais, permitindo dinamizar as metodologias de ensino utilizadas pelos professores, e assim promover aulas mais interativas e estimulantes, contribuindo para a aprendizagem dos alunos.

Assim, corroboramos com o pensamento de Moran (2000) quando diz que é preciso relacionar o ensino com a vida do aluno, que é importante “chegar ao aluno por todos os caminhos possíveis: pela experiência, pela imagem, pelo som, pela representação (dramatizações, simulações), pela multimídia, pela interação on-line e off-line” (Moran, 2000, p. 14).

Existem diversas possibilidades em que se pode utilizar ferramentas tecnológicas para o ensino e aprendizagem da Matemática, desde que sejam utilizados de forma correta em sala de aula. De acordo com Martins (2009), o computador e a internet estão cada vez mais presentes na vida cotidiana, dispondo de uma fonte inesgotável de informações.

Compreendemos que o uso das Tecnologias Digitais (TD) pode ajudar tanto no planejamento das aulas como no processo de realização das atividades feitas pelos alunos. É importante aprender sobre as TD desde a formação profissional do professor de Matemática, pois servirá de alicerce para a utilização no futuro. Nesse contexto, Ponte, Oliveira e Varandas (2003), afirmam que:

> Para além dos conteúdos, pensamos que é fundamental dar também grande atenção aos seus objetivos e modos de trabalho. Assim, partimos do princípio que aprender acerca das TIC e do seu uso na educação matemática deve ajudar os formandos a desenvolver o seu conhecimento profissional em relação a este domínio e também em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, uma vez que ambos os aspectos estão inter-relacionados (Ponte, Oliveira e Varandas, 2003, p. 02).

É fundamental que os alunos aprendam competências que permitam enxergar a Matemática diante da realidade, ou seja, em situações presentes na sociedade, por isso é necessário trabalhar habilidades que estejam além dos cálculos que precisam ser feitos. Com isso, Martins (2009, p. 2728) afirma que “hoje considera-se que não é suficiente desenvolver nos alunos competências de cálculo e de resolução de problemas”. Nesse contexto, é importante desenvolver um pensamento crítico-reflexivo nos alunos, para que percebam a importância da Matemática como uma ciência essencial na sociedade.

Logo, é necessário despertar a curiosidade do aluno de investigar buscando uma compreensão dos conteúdos matemáticos como atuais e úteis para sua formação. Nessa perspectiva, Martins (2009), ressalta que “os alunos devem adquirir competências adicionais que lhes permitam investigar e ganhar confiança na resolução de problemas e no enfrentar de novas situações” (Martins, 2009, p. 2728).

Diante da realidade em que vivemos, é evidente que os alunos têm um amplo conhecimento sobre as TD, mas ainda não possuem competências em Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), que possam utilizá-las de forma correta para o estudo das disciplinas (Martins, 2009). Assim, o professor de Matemática precisa discutir qual é o potencial do uso das TIC para o ensino e aprendizagem e propor atividades que evidenciam essa ideia.

Compreendemos que existem dificuldades para a utilização das TIC tanto pelos professores como pelos alunos, Gonçalves e Lima (2020) discutem sobre alguns desses desafios:

> Contudo, o uso das TIC em sala de aula representa, como qualquer outra metodologia inovadora existente, um desafio para o docente seja pela insuficiência da sua formação inicial, pela precariedade da formação

> continuada, pelo pouco conhecimento sobre as novas tecnologias, pelo pouco recurso ou até mesmo pela falta de recursos disponibilizados pelas instituições de ensino. (Gonçalves e Lima, 2020, p. 1064).

Algumas escolas contam com o Laboratório de Matemática ou Laboratório de Informática. Esses ambientes contam com diversos equipamentos eletrônicos, jogos e recursos tecnológicos, que estão à disposição para os professores utilizarem em suas aulas. Dessa forma, as escolas que contam com ambientes de aprendizagem vinculados a tecnologias educativas "podem mudar a forma pela qual os estudantes se relacionam com a Matemática, pois esses ambientes oferecem novas perspectivas ao uso da linguagem Matemática" (Lorenzato, 2009, p. 99).

Para obter o êxito de um ensino de qualidade são necessárias diversas variáveis, como a de possuir "uma organização inovadora, aberta, dinâmica, com um projeto pedagógico coerente, aberto, participativo; com infra-estrutura adequada, atualizada, confortável; tecnologias acessíveis, rápidas e renovadas" (Moran, 2000, p. 61). Assim, com essas variáveis e com a participação de profissionais qualificados, é possível trabalhar com eficácia na educação.

É importante entendermos que antes de planejar uma aula com algum recurso tecnológico, o professor precisa ensinar os conceitos e os objetivos do conteúdo de Matemática que será trabalhado. Assim, irá nortear os alunos quando for realizar as atividades propostas. Mas, também é possível construir esses conceitos através do recurso digital para promovem a aprendizagem. Diante disso, podemos compreender o uso das TD como uma forma de explorar o que está sendo estudado, realizando uma abordagem de forma diferente.

De acordo com Demo (2000), o professor é a chave principal para o ensino e aprendizagem, é ele quem é capaz de transformar formação em informação. Dessa forma, compreendemos que o professor nunca será substituído por qualquer tipo de tecnologia, pois "a peça central do computador continua sendo o professor" (Demo, 2000, p. 8).

Os documentos oficiais existentes no país recomendam a utilização das TD na sala de aula. Contudo, embora recomendem, existe a problemática de que essa não é uma realidade de todas as escolas públicas, pois algumas não contam com recursos e equipamentos adequados. Nesse contexto das tecnologias no ensino de Matemática, destacamos uma das competências gerais da educação básica que está presente na BNCC em que afirma que é necessário que os alunos consigam:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p. 9).

O acesso à educação e a recursos tecnológicos é um direito de todos os cidadãos, destacamos alguns tipos de programas e políticas governamentais do Governo Federal do Brasil que buscam garantir o acesso a uma educação de qualidade. Dentre eles, estão: Programa Nacional de Tecnologia Educacional (PROINFO); Programa Banda Larga nas Escolas (PBLE); Plano Nacional de Educação (PNE); e o Programa Internet Brasil.

O PROINFO é um Programa Nacional de Tecnologia Educacional que foi criado pelo Ministério da Educação em 1997 e foi reformulado no ano de 2007 mediante o decreto n.° 6.300. Esse programa busca "promover o uso pedagógico das tecnologias de informação e comunicação nas redes públicas de educação básica" (Brasil, 2007).

O PROINFO tem como objetivos:

> I - promover o uso pedagógico das tecnologias de informação e comunicação nas escolas de educação básica das redes públicas de ensino urbanas e rurais; II - fomentar a melhoria do processo de ensino e aprendizagem com o uso das tecnologias de informação e comunicação; III - promover a capacitação dos agentes educacionais envolvidos nas ações do Programa; IV - contribuir com a inclusão digital por meio da ampliação do acesso a computadores, da conexão à rede mundial de computadores e de outras tecnologias digitais, beneficiando a comunidade escolar e a população próxima às escolas; V - contribuir para a preparação dos jovens e adultos para o mercado de trabalho por meio do uso das tecnologias de informação e comunicação; e VI - fomentar a produção nacional de conteúdos digitais educacionais (Brasil, 2007).

O Programa Banda Larga nas Escolas (PBLE) foi lançado em 2008 pelo Governo Federal do Brasil. Dessa forma, sua "principal obrigação é a conexão de todas as escolas públicas urbanas, de forma gratuita, até dezembro de 2025. Cabe ressaltar que o programa não contempla as escolas públicas rurais" (Brasil, 2015).

O Plano Nacional de Educação (PNE) foi lançado em 2014 e tem vigência até o ano 2024. Ele consiste em um documento que "determina diretrizes, metas e estratégias para a política educacional" (Brasil, 2014). Dessa forma, ele funciona como "uma referência para a construção e acompanhamento dos planos de educação estaduais e municipais" (Brasil, 2014).

O último programa do PNE foi lançado em 2014. Nesse período houve a pandemia do coronavírus, conhecida como SARS-CoV-2 ou Covid19. E ocorreu durante o período de 2020 a 2023 causando grandes impactos no Brasil e em vários países. Essa pandemia mostrou a desigualdade social existente no Brasil, sobretudo a falta de acesso a diversos recursos, como informação e comunicação, por exemplo. E não houve nenhuma política pública que pudesse minimizar esse problema.

O Programa Internet Brasil foi desenvolvido pelo Ministério das Comunicações e o Ministério da Educação. Foi criado para levar conexão à internet e inclusão digital aos alunos da educação básica da rede pública de ensino fundamental e médio que fazem parte do Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal (CadÚnico). Esse programa ocorre de forma gradual desde 2022. Na primeira fase contemplou as escolas municipais e estaduais que fazem parte do Projeto Nordeste Conectado (Governo Federal, 2024).

2.2 Fases das Tecnologias Digitais no contexto da Educação Matemática

Os autores Borba, Silva e Gadanidis (2014) destacam como as TD podem ser utilizadas na Educação Matemática. Por meio de seus estudos, relatam como se deu o processo de desenvolvimento das TD através de quatro fases que se estenderam ao longo dos anos (1980-2014). Posteriormente, diante dos avanços tecnológicos surge também a quinta fase, que é discutida pelos autores Borba, Souto e Junior (2022). Assim, trazem uma abordagem sobre o uso dessas tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática.

De acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2014), a primeira fase iniciou-se por volta do ano de 1980. Nessa época, já era discutida a utilização de alguns objetos tecnológicos, como a calculadora simples e científica e do computador como ferramentas que pudessem ser utilizados na Educação Matemática. Durante esse período, as pessoas começavam a utilizar os termos “tecnologias informáticas” (TI) ou “tecnologias computacionais” para se referir ao computador ou *software*.

Além disso, essa fase foi caracterizada pela utilização do *software LOGO*, que se trata de um *software* que relaciona linguagem de programação e pensamento matemático. Através desse *software* é possível construir sequências de comandos que podem determinar um conjunto ordenado de ações que formam uma figura geométrica (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Nessa fase, surgiu o pensamento de que as escolas poderiam ter um laboratório de informática. Dessa forma:

> A informática começou a disseminar-se no sistema educacional brasileiro nos anos 80 e início de 90, do século XX, com uma iniciativa do Ministério da Educação. Inicialmente o MEC patrocinou um projeto, denominado EDUCOM, destinado ao desenvolvimento de pesquisas e metodologias sobre o uso do computador como recurso pedagógico, do qual participavam cinco universidades públicas, 6 nas quais foram implantados centros-piloto para desenvolver investigações voltadas ao uso do computador na aprendizagem (Almeida, 2004, p. 711-712).

Na segunda fase, Borba, Silva e Gadanidis (2014) enfatizam que teve início no ano de 1990, nessa fase as pessoas começaram a tomar conhecimento sobre os computadores pessoais e a utilizá-los. Mas, muitos não tinham acesso, seja por falta de acessibilidade, de conhecimento, de insegurança e oportunidade. Dessa forma, notava-se um receio das pessoas em utilizar o computador, pois ainda não percebiam as transformações tecnológicas que vinham acontecendo.

Assim, nessa fase, começaram a ser produzidos os *softwares* educacionais por empresas e governos. Diante disso, os professores precisaram buscar especialização nessa área por meio de cursos de formação para promover a inserção das TI em sala de aula. Assim, os professores precisavam sair da zona de conforto e buscar métodos para inserir as TI em suas aulas, porque elas estavam se tornando uma realidade nos ambientes educacionais (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Com isso, diante das dificuldades encontradas, os professores de Matemática buscam inserir as tecnologias em suas aulas. Isso exige uma organização e um planejamento maior, pois é preciso levar em consideração, o espaço da escola, os recursos tecnológicos que a escola oferece e o tempo de duração da aula. Além disso, é preciso seguir o modelo de currículo estabelecido pela escola.

De acordo com Moran (2016), as escolas buscam a utilização de modelos conhecidos, e evitam buscar modelos diferenciados para evitar perder a identidade que já está consolidada. Moran (2016) ainda destaca a utilização dos meios tradicionais, em que consistia na transmissão de informações apenas pelos professores, mas reforça a ideia de que com o advento da internet é possível aprender de diferentes formas, lugares e com outras pessoas.

Ainda na segunda fase, Borba, Silva e Gadanidis (2014) ressaltam a utilização de alguns *softwares* que possuíam múltiplas representações para funções como o *Winplot,* o *Fun* e o *Graphmathica*. Já para a geometria dinâmica tinham dois tipos de *softwares*, o *Cabri Géomètre* e o *Geometricks*. Além disso, existe o *Maple* que se caracteriza-se por um sistema de computação algébrica. Esses *softwares* possuem uma interface de fácil visualização e praticamente não exigem conhecimentos em linguagem de programação para utilizá-los.

A terceira fase ocorreu em 1999 e se deu mediante o avanço da internet. Nessa fase, na educação, a internet surge como fonte de informação e como meio de comunicação entre alunos e professores. Assim, a internet se tornava uma aliada na realização de cursos à distância, proporcionando a comunicação através de e-mails e fóruns de discussão. Diante disso, já percebíamos como as TI estavam sendo inseridas na sociedade. Logo, devido aos avanços das informações, surgiram novos termos para a expressão “TI”, como por exemplo, “Tecnologias da Informação” e “Tecnologias da Informação e Comunicação” (TIC) (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Na terceira fase, o *software* mais utilizado era o *Winplot*. Este *software* é útil para a investigação coletiva que se dá mediante a interação proporcionada por um ambiente virtual de aprendizagem. Esse ambiente permitia a realização de videoconferências e durante essa interação os participantes podiam manipular o *software*, um por vez, mediante a orientação do tutor que tinha o controle dos recursos disponibilizados (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

A quarta fase ocorreu a partir do ano de 2004 e se deu com o surgimento da internet mais rápida. Dessa forma, constantemente ela vem sendo aprimorada, seja na conexão, quantidade e tipos de recursos ofertados, assim, proporcionando melhores formas de comunicação online entre as pessoas e de acesso a informações. Além disso, foi nessa fase que surgiu a expressão “Tecnologias Digitais” (TD) e com ela veio o surgimento de novos recursos, aplicativos e *softwares* como: *GeoGebra,* Multimodalidade, Novos designs e interatividade, Tecnologias móveis ou portáteis, Performance e Performance matemática digital (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

De acordo com Borba, Souto e Junior (2022), a quinta fase das Tecnologias Digitais teve início no ano de 2020 e se deu mediante o surgimento da pandemia do coronavírus SARS-CoV-2. Esses autores destacam que no cenário imposto pelo vírus, foi necessário buscar a inserção das TD como ferramentas alternativas para continuar as atividades educacionais. Com isso, as instituições de ensino públicas e privadas da educação básica e superior se viram diante da necessidade de usar recursos tecnológicos para realização das aulas.

De acordo com esses autores, as universidades adotaram as aulas online de forma total e mais rápida. Na educação básica o processo foi mais lento e em alguns casos, de forma parcial ou nem chegou a ter, pois algumas escolas passaram a ter aulas online, outras entregavam atividades para os alunos fazerem em casa e outras não tiveram nada. Dessa forma, aconteceu um distanciamento entre o aluno e a escola, e ficou ainda mais evidente a desigualdade social existente no país (Borba; Souto; Junior, 2022).

Ainda na quinta fase, os autores Borba, Souto e Junior (2022) reforçam que antes da pandemia já existia a educação de forma online, destacando que a educação presencial contava com algum recurso online, bem como a educação online precisava de atividades realizadas presencialmente. Assim, o ensino de forma híbrida já existia na quarta fase e se intensificou durante a pandemia.

Os professores precisaram recorrer às TD e buscar ferramentas que pudessem auxiliar na realização de suas aulas. Dessa forma, começaram a utilizar recursos como as mesas digitalizadoras, ambientes virtuais e as redes sociais, de forma que favorecesse o ensino e a aprendizagem. Alguns professores adotavam o uso das TD para não perder o emprego e outros como forma de especialização e de inovação das metodologias de ensino (Borba; Souto; Junior, 2022).

Os termos utilizados para se referir a *softwares* e computadores foram evoluindo ao longo dos anos. Como destacado nas fases das Tecnologias Digitais apresentadas por Borba, Silva e Gadanidis (2014), em 1989 se utilizava o termo Tecnologias Informáticas (TI), em 1999 vieram os termos Tecnologias da Informação (TI) e Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). A partir de 2004 passou a ser utilizado o termo Tecnologias Digitais (TD) e continua sendo utilizado atualmente.

2.3 Tipos de *softwares* Matemáticos

Os *softwares* podem ser definidos como "programas de computador e documentação associada. Produtos de *software* podem ser desenvolvidos para um cliente específico ou para o mercado em geral" (Sommerville, 2007, p. 4). Dessa forma, Sommerville (2007) ressalta que, para ser considerado de qualidade, um *software* deve ser confiável, de uso intuitivo e atender aos requisitos solicitados pelos usuários.

Quando falamos de *software*, os autores Santos, Loreto e Gonçalves (2010, p. 62), destacam que "o aprender não está restrito ao *software*, mas a interação professor-aluno-*software*". Esses autores concluem que é preciso analisar a escolha de um *software* antes de utilizá-lo em sala de aula, e principalmente se ele favorece diante do processo para construção do conhecimento.

A utilização de *softwares* pode promover contribuições significativas para os alunos e para os professores. De acordo com Santos, Loreto e Gonçalves (2010, p. 48), podem contribuir para os alunos de forma a “instigá-los a desenvolver capacidades intelectuais, estimular e contribuir para a busca de mais informações sobre um determinado assunto, promover a colaboração, bem como a interação entre os mesmos”.

As contribuições para os professores que os *softwares* podem proporcionar estão relacionadas com “a sua interação em maior grau com os alunos em sala de aula, o aumento dos seus conhecimentos a partir das pesquisas realizadas para utilizar na elaboração e execução de suas aulas” (Santos, Loreto e Gonçalves, 2010, p. 48). Assim, percebemos o quão pode-se estabelecer uma relação de troca de conhecimentos entre o professor e o aluno por meio da utilização de *softwares*.

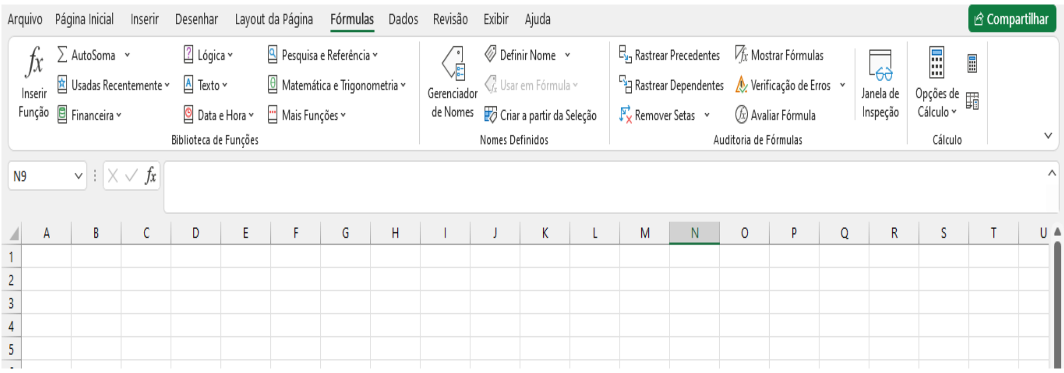
Tratando do ensino de Matemática, os autores Ponte, Branco e Matos (2009) destacam alguns *softwares* como a Folha de Cálculo e o *GeoGebra* como ferramentas para o estudo de Álgebra e Geometria, que veremos detalhadamente a seguir. Esses *softwares* permitem a exploração das informações dadas em gráficos e relacionar com a representação algébrica. O uso dessas ferramentas tecnológicas contribui para a realização de aulas mais dinâmicas, buscando o ensino e aprendizagem de uma forma que permita a participação dos alunos e uma melhor interação com o professor.

Destacamos a seguir alguns *softwares* que podem ser utilizados na Matemática, como: o *Excel*; o *Desmos* e o *GeoGebra*. O *GeoGebra* será apresentado com um destaque maior porque será utilizado como referência para a realização dessa pesquisa.

Existem diversos *softwares* que podem ser utilizados na Educação Matemática. Os autores Ponte, Branco e Matos (2009) citam o uso da folha de cálculo que é acessada através do *software Excel* como ferramenta que auxilia no estudo da álgebra. Ele possui algumas funcionalidades como criar tabelas e gráficos, além disso, permite realizar alguns cálculos matemáticos com determinadas fórmulas.

Estes autores ainda destacam que a forma de visualização oferecida pelo *Excel* é diferente da que se utiliza nas aulas de Matemática, ou seja, não mostra de forma clara as etapas que foram feitas para chegar a certo resultado. Eles enfatizam que “o uso da folha de cálculo ajuda os alunos a interiorizar a noção de variável e a desenvolver a sua capacidade de resolver certos tipos de problemas” (Ponte; Branco; Matos, 2009, p. 16). Na figura a seguir podemos ver a interface desse *software*:

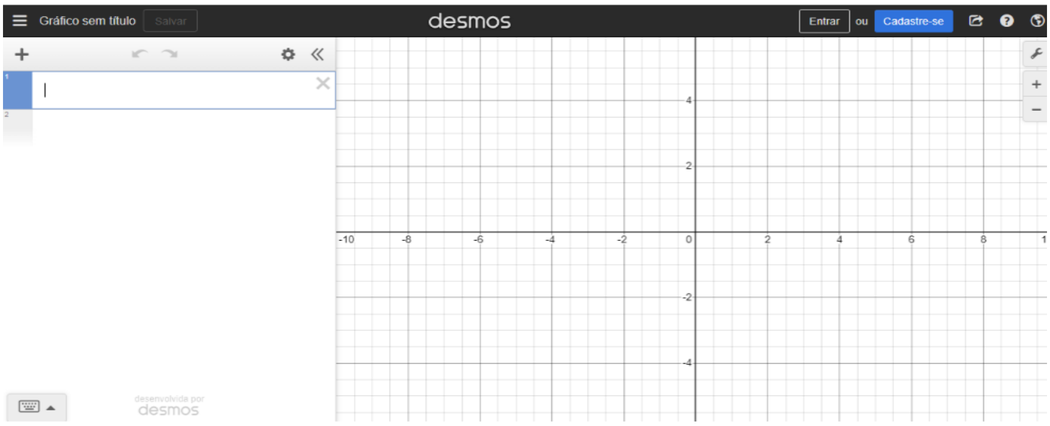
Figura 1 – Interface do *Software Excel*



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Outro *software* que pode ser utilizado para a exploração de diversos conteúdos da Matemática é o *Desmos*. Ele é um tipo de calculadora gráfica que pode ser acessado através de seu endereço disponível na internet, mas também dispõe de uma versão em formato de aplicativo móvel. O *software Desmos* tem diversos tipos de recursos que permitem a representação gráfica de equações e desigualdades, além disso, “também compreende listas, gráficos, regressões, variáveis interativas, restrição de gráficos, gráficos simultâneos, gráficos de função por partes, gráficos de funções polares” (Desmos, 2024). Podemos ver a interface desse *software* na figura a seguir:

Figura 2 – Interface do *Software Desmos*



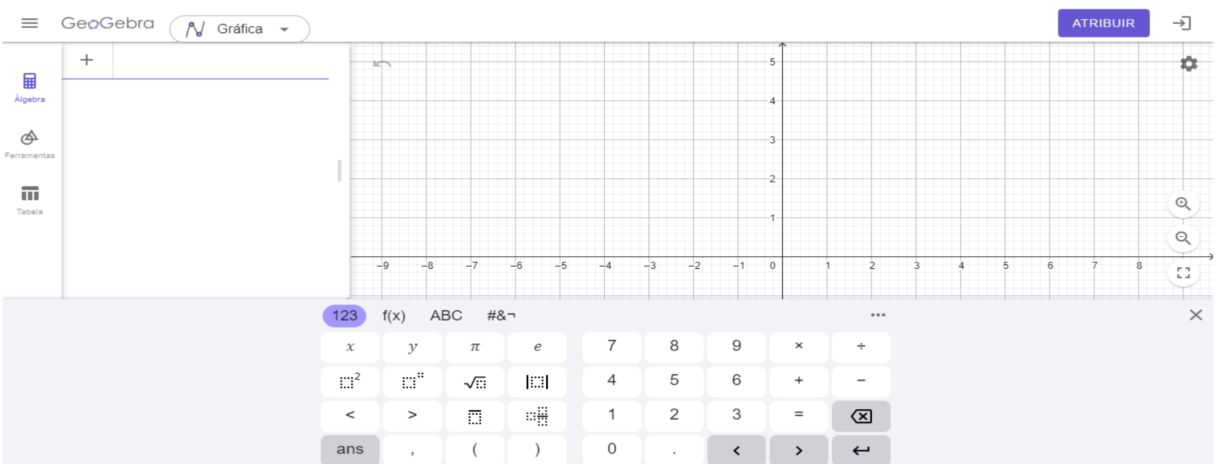
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Dessa forma, o *Desmos* é útil para o estudo de funções porque permite “representações múltiplas de funções, seja ela gráfica, verbal, tabular ou algébrica” (Silva, 2021, p. 27). Assim, a “visualização gráfica gerada pela plataforma *Desmos* tem se mostrado uma ferramenta eficiente para o ensino de função como outros conteúdos da Matemática e a exploração de conceitos muitas vezes abstratos para os alunos” (Silva, 2021, p. 28).

Contudo, também existe o *software GeoGebra*, que “é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único motor” (GeoGebra, 2024). Ele dispõe de diversas possibilidades para o estudo de diversos conteúdos, permitindo uma melhor compreensão do que o aluno está estudando.

Esse *software* pode ser acessado através do site oficial disponível na internet ou pelo aplicativo disponível para *download* no site. Ele é desenvolvido em linguagem *Java*, isso permite que seja utilizado em diversas plataformas. Sobretudo, a palavra *GeoGebra* é formada a partir da junção dos conceitos matemáticos "geometria" e "álgebra” (GeoGebra, 2024). Podemos ver a interface desse *software* na figura apresentada abaixo:

Figura 3 – Interface do *Software GeoGebra*



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Ele é um *software* que permite o estudo de Matemática e possui como diferencial “a possibilidade de representação de objetos, como por exemplo, pontos, retas, segmentos de retas, planos, polígonos e gráficos de funções, possibilitando a fluência entre as representações tanto algébricas quanto geométricas” (Soares, 2012,

p. 71). Assim, pode ser visto como um grande aliado para o ensino e aprendizagem, disponibilizando um amplo espaço para a investigação de dados.

O *GeoGebra* pode ser utilizado como ferramenta metodológica para auxiliar na explicação e exploração do estudo de função afim. Esse *software* é útil por causa da sua dinamicidade, possibilitando diversas maneiras de estudar o comportamento dos gráficos de uma função e na análise do comportamento desses gráficos. Além disso, permite uma exploração das abordagens tanto dos conceitos algébricos como dos geométricos de maneira mais dinâmica (Gonçalves; Lima, 2020).

É preciso compreendermos que a aprendizagem não se resume apenas à utilização do *GeoGebra*, pois a construção do conhecimento é um processo mútuo. Por isso, o docente precisa ter consciência sobre seu uso e fazer um planejamento, estabelecendo objetivos e que sejam possíveis ser trabalhados em sala de aula. Com isso, é importante ter um conhecimento amplo sobre o *software* que pretende se utilizar (Gonçalves; Lima, 2020).

É necessário compreendermos que um *software*, por si só, não proporciona o estímulo à aprendizagem. Dessa forma, “o sucesso dele está em promover a aprendizagem que depende de sua integração com o currículo e com as atividades da sala de aula” (Lorenzato, 2009, p. 100). Se utilizado de forma correta, ele possibilita uma aprendizagem significativo dos conteúdos através dos recursos disponíveis.

3 METODOLOGIA

A pesquisa foi realizada mediante a aplicação de duas atividades contemplando o conteúdo de função afim e contou com a utilização de TD por meio do *software GeoGebra* como ferramenta para auxiliar na resolução dos problemas propostos. Essas atividades foram aplicadas com alunos que estavam matriculados nas disciplinas de Estágio Supervisionado II e em Prática no Ensino de Matemática I, em um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública, localizada no estado da Paraíba-PB.

Assim, a primeira atividade foi aplicada na turma de Estágio Supervisionado II, tendo a participação de 8 alunos(as) e teve a duração de 4 horas. A segunda atividade foi aplicada na turma de Prática no Ensino de Matemática I, teve a participação de 15 alunos(as) e durou 4 horas. Destacamos que os alunos(as) que participaram das atividades não serão identificados, para tanto serão utilizados nomes fictícios para as discussões.

A aplicação das atividades na disciplina de Estágio Supervisionado II e em Prática no Ensino de Matemática I foram fundamentais para buscar atingir os objetivos da pesquisa. Estas disciplinas são cursadas em momentos distintos da Licenciatura em Matemática, em que a primeira é integralizada no 8º período do curso e a segunda no 3º período do curso. Com essa amostra pode-se ter dois cenários diferentes da percepção dos alunos sobre a utilização das TD na no ensino de Matemática.

O tipo de pesquisa utilizado para a análise de dados foi a pesquisa qualitativa. De acordo com Gil (2002):

> A análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório (Gil, 2002, p. 133).

O *software GeoGebra* foi escolhido como objeto de estudo da pesquisa, buscando discutir suas contribuições como ferramenta tecnológica para o ensino, estudo e aprendizagem do conteúdo de função afim. Dessa forma, buscou-se fazer uma exploração de cada atividade por meio desse *software*, permitindo fazer uma reflexão acerca do uso das TD na Educação Matemática.

A primeira atividade da pesquisa foi retirada e adaptada de Ponte, Branco e Matos (2009, p. 123) e a segunda atividade foi elaborada pelo autor. Estas atividades foram escolhidas porque abordam a área temática de álgebra e o conteúdo de função afim. Com isso é possível utilizar as TD, fazendo uma discussão das potencialidades de utilizar o *software GeoGebra* como ferramenta tecnológica para auxiliar na resolução de problemas com função afim.

Assim, buscou-se embasar-se em uma das recomendações da BNCC, ao citar que é recomendado que os alunos consigam “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BNCC, 2018, p. 267).

Diante disso, buscou-se trabalhar com a temática de Álgebra, apresentada na BNCC (2018), em que tem o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico nos alunos. Esse pensamento é importante para “utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (BNCC, 2018, p. 270).

Para a coleta de dados foi utilizado as respostas apresentadas pelos alunos na folha da atividade que foi entregue, a gravação das discussões realizadas durante a aplicação e as observações feitas pelo pesquisador na sala de aula durante as discussões. Nos quadros a seguir apresentamos as atividades utilizadas para o desenvolvimento da pesquisa realizada.

Quadro 1 – Atividade 1

Atividade 1 – Corrida
Rita e Miguel resolveram fazer uma corrida numa pista de atletismo com 2000 metros. Para tornar a corrida mais justa, Miguel disse a Rita que a deixaria partir com 200 metros à sua frente, afirmando que, mesmo assim, conseguiria vencer. Supondo que: • Miguel percorre 4 metros por segundo; • Rita percorre 3 metros por segundo; a) Você acha que Miguel está certo? Quem irá vencer a corrida? b) Qual a distância percorrida por Rita ao final de 100 segundos? c) Em quanto tempo Rita percorre 1400 metros? d) Considerando as informações dadas, como podemos representar algebricamente a corrida de Rita e Miguel? Atividade retirada e adaptada de Ponte, Branco e Matos (2009).

Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 123).

Quadro 2 – Atividade 2

Atividade 2
Gabriela está preparando a comemoração de seu aniversário de 15 anos e sua família está planejando as lembrancinhas para os convidados. Para isso, eles decidiram comprar fita personalizada para dar um toque especial. Na cidade onde Gabriela mora, há uma loja que vende essa fita por R$ 3,50 o metro. No entanto, Gabriela tem uma amiga que mora em Patos-PB, onde o metro da fita custa R$ 2,30, mas o deslocamento até lá (ida e volta) custaria R$ 25,00. Outra opção considerada pela família foi a compra pela internet, em que o metro da fita é vendido por R$ 2,55, mas com um custo adicional de frete de R$ 18,00. a) Fazendo uma análise inicial, qual é o lugar mais vantajoso para a família de Gabriela fazer a compra dessa fita? Explique. b) Ao realizar os cálculos, a família de Gabriela ficou em dúvida sobre comprar a fita apenas para as lembrancinhas ou também para as sacolas. Eles notaram que precisariam de aproximadamente 28 metros de fita somente para as lembrancinhas. No entanto, se decidissem incluir as sacolas, a quantidade necessária dobraria. Nesses dois cenários, qual seria o local mais vantajoso para comprar a fita? c) Sabendo que a família de Gabriela quer investir no máximo R$ 65,00, em qual das opções apresentadas ela pode adquirir uma maior metragem de fita?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As duas atividades foram planejadas contemplando situações reais de problemas envolvendo função afim. Os objetivos das atividades foram de trabalhar os conceitos de função afim, interpretação de gráficos e interseção de retas. Com isso, buscou-se dos alunos a exploração do pensamento algébrico necessário para representar esse tipo de função e consequentemente compreender as características que leva à representação gráfica.

De acordo com as habilidades da BNCC que precisam ser desenvolvidas por alunos do Ensino Médio, é possível estudar os conceitos de função afim de forma que consigam fazer as representações algébricas através de “representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica (BNCC, 2018, p. 539).

Diante disso, ao compreender as características presentes em um problema com função afim, surge o pensamento de qual maneira podemos representá-lo de forma que fique evidente o que está sendo abordado na situação. Assim, espera-se que quando os alunos tomem esse pensamento para si, que eles possam chegar à conclusão de que existe as TD que podem contribuir com esse processo de representação de funções. Caso não conseguissem ter esse raciocínio de imediato, seria mostrado caminhos que levassem a esse pensamento.

Através da realização das atividades apresentadas a seguir buscou-se atender os objetivos da pesquisa por meio do *software GeoGebra*. Ao utilizar esse recurso tecnológico em sala de aula podemos mostrar as respostas obtidas pelos alunos de uma forma que fique mais visível a situação relatada em cada problema, evidenciar como podem resolver as atividades através do próprio *software* e explorar os recursos que pode facilitar na compreensão e estudo de função afim. Dessa forma, ressaltamos os limites e as possibilidades que ele oferece na tomada de decisões para a resolução das atividades.

A primeira atividade realizada foi contextualizada por uma corrida de atletismo envolvendo dois participantes: Rita e Miguel. E a segunda atividade foi contextualiza pela compra de fita personalizada que seria utilizada em uma festa de aniversário. Assim, será apresentado como foram realizadas cada uma, a seguir.

4.1 Discussão da atividade 1

A aplicação da primeira atividade foi realizada com a turma de Estágio Supervisionado II, contou com a participação de 8 alunos(as) e foi dividida em cinco momentos, em que iremos descrever como se deu cada um. Com isso, utilizaremos os códigos: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 e A8, para identificação e exploração das respostas obtidas pelos alunos(as).

- **Primeiro Momento**: iniciou-se a atividade, que foi retirada e adaptada de Ponte, Branco e Matos (2009). Dessa forma foi apresentado o seguinte problema "Rita e Miguel resolveram fazer uma corrida numa pista de atletismo com 2000 metros. Para tornar a corrida mais justa, Miguel disse a Rita que a deixaria partir com 200 metros à sua frente, afirmando que, mesmo assim, conseguiria vencer".

Esse foi o momento em que a atividade foi entregue aos alunos(as), em seguida foi realizada a leitura, proporcionando um momento de compreensão e interpretação do problema e orientando-os para o que deveria ser feito. Diante disso, foi estipulado o tempo de 20 minutos para a resolução. Dessa forma, os alunos(as) ficaram à vontade para pensar e resolver da maneira que eles achassem melhor.

- **Segundo Momento:** foi o momento de exploração do problema, realizando uma discussão das perguntas e das respostas dadas pelos alunos(as).

a) Você acha que Miguel está certo? Quem irá vencer a corrida?

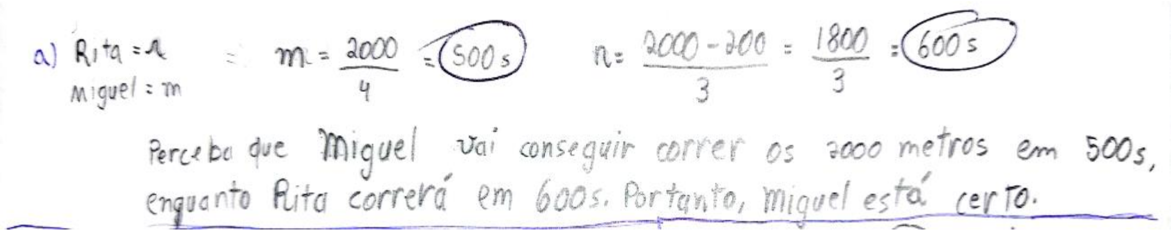
Para chegar à conclusão de quem iria vencer a corrida, A1, A2, A4, A5, A7 e A8 calcularam o tempo que cada um levaria para chegar até o final da corrida primeiro. Para isso, alguns calcularam utilizando a regra de três simples e outros dividindo a distância pela velocidade para encontrar o tempo gasto. Assim, encontraram que Miguel percorreria os 2000 metros em 500 segundos e Rita percorreria em 600 segundos, logo, Miguel iria vencer a corrida. A3 e A6 pensaram na resposta sem realizar os cálculos previstos, ainda assim, responderam de forma incorreta, concluindo que Rita venceria a corrida.

Além disso, A3 traz uma reflexão a respeito do posicionamento de Miguel, dizendo que ele estava sendo preconceituoso ao permitir a vantagem de Rita, dando a entender que ele era superior a ela. Na observação feita por A3, os dois deveriam partir com as mesmas condições, para tornar a corrida mais justa.

Assim, é importante destacar que ao trabalharmos com a Resolução de Problemas podemos alcançar discussões que vão além da própria Matemática. Complementando essa ideia, Andrade (2017, p. 365) afirma que na Resolução de Problemas "o trabalho realizado não se limita apenas à busca da solução da tarefa, podendo ir muito além dela". Diante disso, é possível visualizar um problema em diferentes contextos.

Na figura a seguir podemos ver uma das formas utilizadas pelos alunos para a resolução desta pergunta, através da resposta de A1:

Figura 4 – Resposta de A1



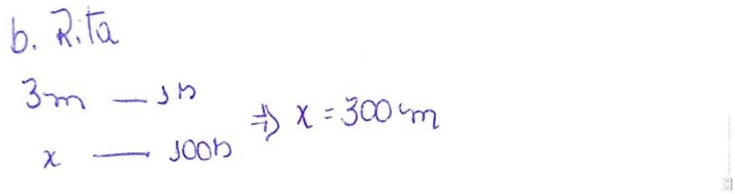
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

b) Qual a distância percorrida por Rita ao final de 100 segundos?

Na segunda pergunta, todos os alunos concordaram que a resposta seria 300 metros por segundo. Alguns calcularam utilizando a regra de três simples e outros calcularam a distância multiplicando a velocidade pelo tempo. Porém, A1 e A6 foram além da resposta esperada e calcularam que essa distância seria de 500 metros, pontuando que levando em consideração que Rita iria iniciar a corrida com 200 metros à frente de Miguel, essa distância seria somada com a distância que ela percorreria após essa vantagem, que seria de 300 metros, o que resultaria em 500 metros. Logo, esta resposta também estaria correta, levando-se em consideração que em qualquer ponto que fosse calculado a distância em metros durante qualquer período de tempo, ela já teria o total de 200 metros.

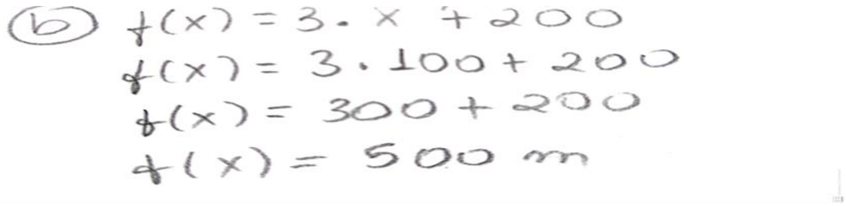
Percebamos as observações feitas por A1 e A6 comparando a resposta de A3 com a resposta de A6 nas figuras a seguir:

Figura 5 – Resposta de A3



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Figura 6 – Resposta de A6



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Diante disso, ambas as respostas foram consideradas corretas, porque o texto da pergunta não especificava que teria que contar com a distância que ela tinha de vantagem. Assim, para novas aplicações poderia ser feito alguns ajustes no texto da pergunta para que o questionamento fique de forma mais clara.

Além disso, para fortalecer a discussão da resposta dessa pergunta foi criado uma tabela na lousa para discutir prováveis valores para a corrida. A tabela possuía duas colunas, uma com o tempo representado em segundos e a outra com a distância representada em metros. Com isso, teve-se o objetivo de identificar e discutir em quanto tempo ou em quantos metros Rita percorreria em determinadas situações, como podemos ver na tabela a seguir, reproduzida conforme foi feita em sala de aula:

Tabela 1: Relação do tempo gasto pela distância percorrida

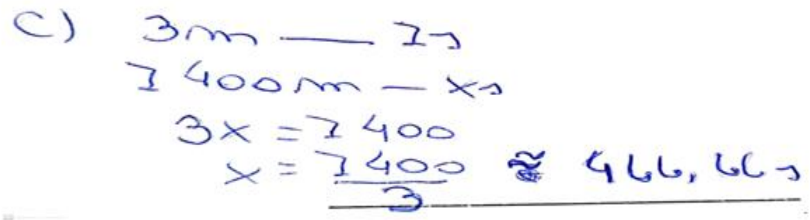
SEGUNDOS	METROS
1	3
10	30
50	150
100	300

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

c) Em quanto tempo Rita percorre 1400 metros?

Na terceira pergunta os alunos não tiveram dificuldades, encontraram que ela percorreria 1400 metros em aproximadamente 466,66 segundos. Alguns responderam utilizando regra de três simples e outros dividindo a distância pela velocidade para encontrar o tempo gasto. Assim, podemos perceber na resposta de A5 apresentada na figura a seguir:

Figura 7 – Resposta de A5

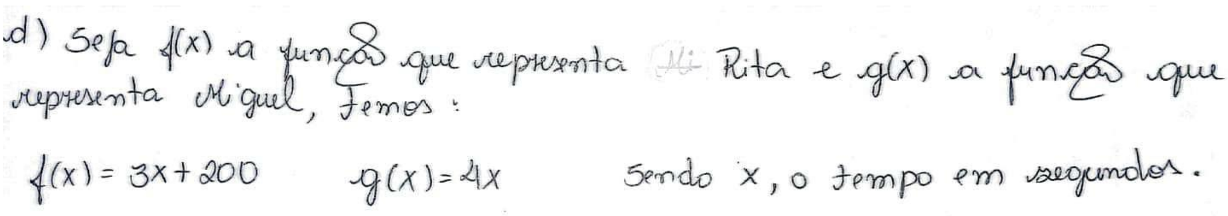

c) 3m — 1s
1400m — xs
$3x = 1400$
$x = \frac{1400}{3} \cong 466,66s$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

d) Considerando as informações dadas, como podemos representar algebricamente a corrida de Rita e Miguel?

Na quarta pergunta, alguns alunos(as) não conseguiram chegar na representação algébrica. A1, A2, A3, A4, A5 e A6 responderam de forma correta, fazendo a representação algébrica, obtendo: $\boldsymbol{y = 4x}$ para Miguel e $\boldsymbol{y = 3x + 200}$ para Rita ou $\boldsymbol{f(x) = 4x}$ e $\boldsymbol{g(x) = 3x + 200}$, respectivamente. Já os alunos A7 e A8 não conseguiram chegar há uma representação algébrica. Assim, podemos ver as representações feitas através da figura a seguir, que mostra a resposta de A2:

Figura 8 – Resposta de A2


d) Seja f(x) a função que representa Rita e g(x) a função que representa Miguel, temos:
$f(x) = 3x + 200$ $g(x) = 4x$ Sendo x, o tempo em segundos.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

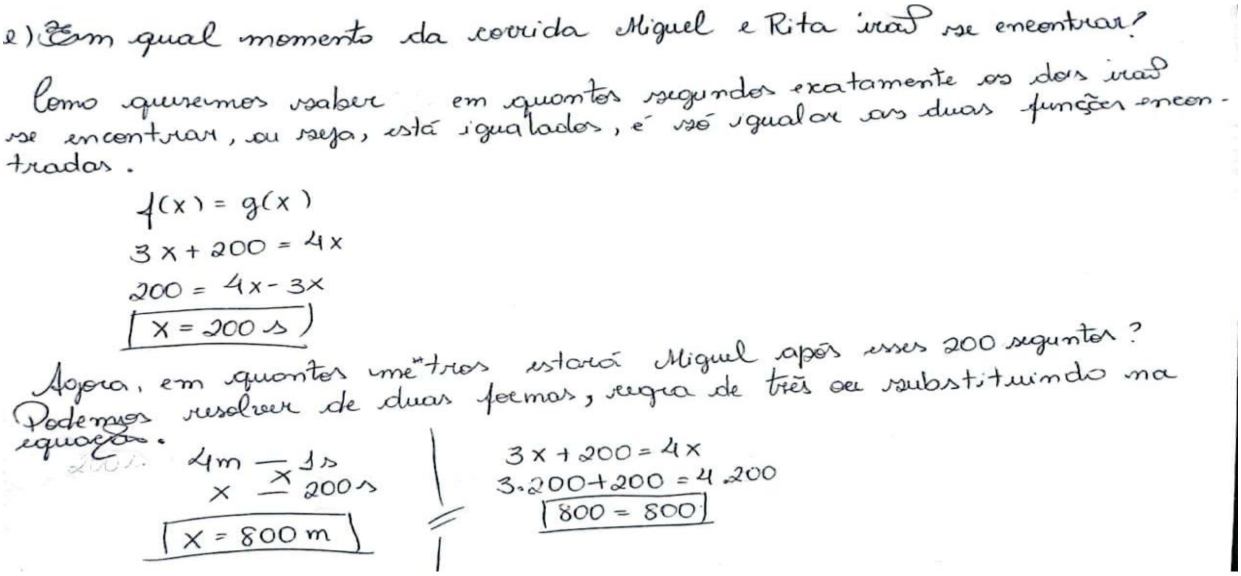
Diante disso, observou-se que ao se tratar de alunos que estão na reta final do curso de Licenciatura em Matemática não tiveram um pensamento de imediato para representar algebricamente uma função afim. Isto é preocupante, por se tratar de uma atividade de nível médio, em que se espera desses alunos(as) um certo grau de conhecimento e domínio sobre o assunto em questão.

- **Terceiro Momento:** foi feito um novo questionamento e estipulado o tempo de 5 minutos para responder.

Pergunta: qual é o ponto da corrida em que Miguel e Rita se encontram?

Nessa pergunta, A3, A6 e A8 não conseguiram ou não tentaram responder essa pergunta. Por outro lado, A2, A4 e A5, conseguiram responder de forma correta. Os alunos utilizaram o método de igualar as duas funções para encontra o valor de X, em que X representava o tempo gasto para o encontro entre os dois. Assim, encontraram o tempo de 200 segundos. Depois disso, substituíram o valor de X em ambos os lados da operação e encontraram o valor de 800. Dessa forma, associaram esse valor a uma distância, em que seria o ponto de encontro.

Figura 9 – Resposta de A2



e) Em qual momento da corrida Miguel e Rita irão se encontrar?

Como queremos saber em quantos segundos exatamente os dois irão se encontrar, ou seja, está igualados, é só igualar as duas funções encontradas.

$f(x) = g(x)$

$3x + 200 = 4x$

$200 = 4x - 3x$

$\boxed{x = 200\,s}$

Agora, em quantos metros estará Miguel após esses 200 segundos?

Podemos resolver de duas formas, regra de três ou substituindo na equação.

$4m — 1s$

$x — 200s$

$\boxed{x = 800\,m}$

$3x + 200 = 4x$

$3 \cdot 200 + 200 = 4 \cdot 200$

$\boxed{800 = 800}$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Nessa pergunta, A7 tentou responder utilizando o método de tentativa e erro, pensando em possíveis valores e substituindo na função. E A1 tentou responder montando um sistema linear com as duas funções, no qual o considerou como um sistema impossível e depois tentou através de tentativa e erro, substituindo o valor de X com prováveis valores.

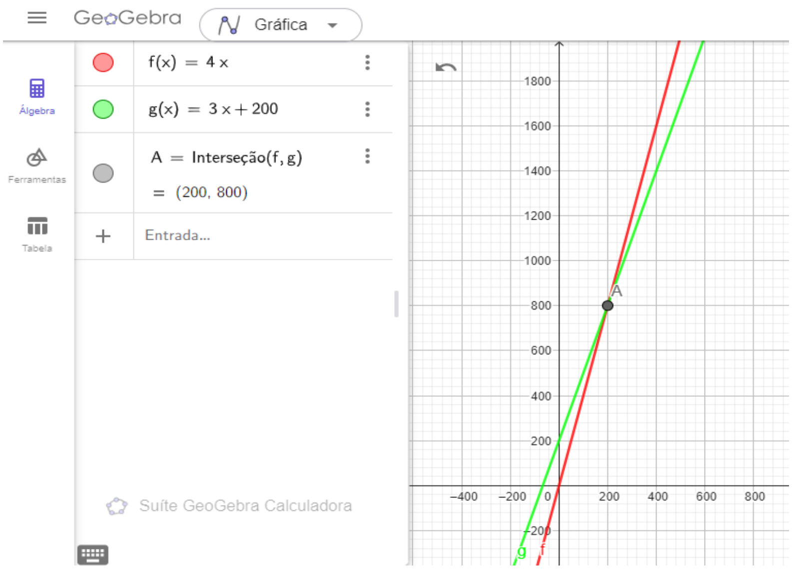
- **Quarto momento:** Utilização do *software GeoGebra*;

Nesse momento foi feito um questionamento de quais outras formas poderiam representar a corrida entre Rita e Miguel. Os alunos(as) responderam que poderia ser representada através do *software GeoGebra*, mas não disseram de qual maneira representariam. Com isso, começou uma discussão sobre como utilizá-lo para representar essa corrida de uma forma mais clara.

Como esse *software* apresenta uma interface de fácil manipulação, possibilita explorar os conceitos trabalhados nesse problema de uma forma mais dinâmica. Assim, concordamos com Soares (2012, p. 71) ao afirmar que “uma característica importante é a possibilidade de interação entre o usuário e os objetos que estão na área de trabalho”. Dessa forma, é possível manipular os dados e pensar em outras possibilidades que podem ser extraídas de um mesmo problema.

Diante disso, foi feito a demonstração através da representação gráfica. Assim, como já tínhamos encontrado através da representação algébrica uma função para cada um, então para inserir o gráfico no plano cartesiano do *GeoGebra*, digitamos no campo de entrada as duas funções uma de cada vez, com isso obtemos duas retas, uma para Rita e outra para Miguel. Ressaltamos que no eixo X (eixo das abscissas) estava representando o tempo em segundos e no eixo Y (eixo das ordenadas) estava representando a distância em metros. Isso fica evidente na figura a seguir:

Figura 10 – Representação gráfica da corrida



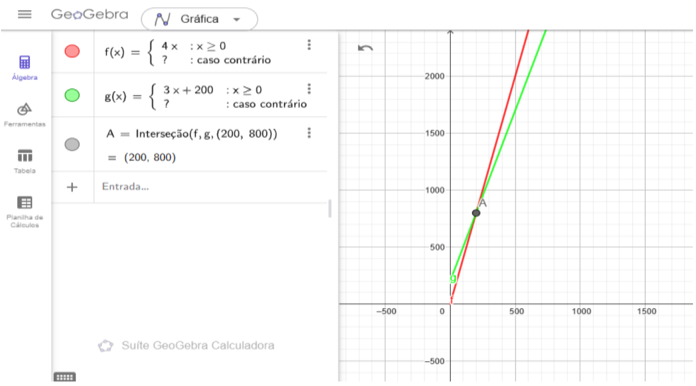
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No gráfico criado no *GeoGebra* demonstrado na figura 10, podemos observar que a função f que está destacada de cor vermelho, representa a reta percorrida por Miguel. A função g que está destacada de cor verde, representa a reta percorrida por Rita. O ponto A, que está destacado de cor cinza, representa o ponto de encontro (intercessão) das duas retas.

Com isso, podemos ter uma visão mais detalhada de diversos aspectos como: o ponto de início de cada um, o ponto de encontro entre os dois e o momento que o vencedor chega aos 2000 metros. Neste momento, ressaltamos uma das ferramentas presentes no *GeoGebra*, que é denominada como Interseção de Dois Objetos, em que ao selecionar essa opção podemos selecionar dois objetos que nos dará o ponto de interseção entre eles, que foi o caso do momento de encontro entre Miguel e Rita. Dessa forma, ao trabalhar a interseção de dois pontos através desse *software* podemos associar com aquela forma escrita que os alunos utilizaram anteriormente, de igualar as duas funções e realizar os cálculos. Assim, com a exploração desses recursos disponíveis no *GeoGebra* percebemos o seu potencial para aprimorar a compreensão dos resultados encontrados.

Ao analisarmos as retas criadas no *GeoGebra* percebemos que a reta que representa a distância percorrida por Miguel começa na origem (0, 0), para $X \geq 0$ e a reta percorrida por Rita começa no ponto (0, 200) no eixo Y, para $X \geq 0$. Isso ocorre na reta de Rita porque a imagem dessa função é os números reais excluindo os valores menores que 200, isso implica que o valor mínimo para Y será 200. Podemos visualizar a restrição de domínio realizada para as funções: $f(x) = 4x$ e $g(x) = 3x + 200$ na figura extraída do *GeoGebra* a seguir:

Figura 11 – Representação da restrição de domínio



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Dessa forma, percebemos o potencial do uso de TD para facilitar a compreensão dessas características apresentadas nessas funções que estão sendo estudadas. Percebemos que o *software GeoGebra* permite uma visualização ampla da representação da corrida, permitindo fazer uma análise ampla de cada situação abordada.

Ao observar o ponto inicial da corrida entramos em uma discussão sobre as características de cada função, questionando para os alunos: Quem é o domínio? Quem é o contra domínio? E, quem é a imagem? Com esses questionamentos pudemos explorar porque a reta que representa a função para Rita não começa na origem e porque a de Miguel começa.

Em sua pesquisa, Soares (2012) destaca que ao utilizar o *GeoGebra* no estudo de função afim é possível compreender melhor como os coeficientes de funções desse tipo se comportam, bem como o seu papel no desenvolvimento do gráfico. Assim, ao trabalharmos esse problema podemos explorar quem são o coeficiente angular e o termo constante de cada umas das funções, bem como discutir os questionamentos feitos anteriormente.

Respondendo às perguntas anteriores, teremos:

Para a função $y = 4x$, temos que:

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4x$$

Isso significa que a função relaciona elementos dos números reais nos números reais e para cada valor de x nos números reais a função entrega $4x$. Assim, o domínio será todos os números reais, sem restrições, porque ele é o conjunto dos valores que a variável independente x pode assumir. O contradomínio será o conjunto dos números reais, porque para cada valor de x teremos um valor correspondente em y, que é a variável dependente. E, a imagem será o conjunto dos números reais porque para cada valor de x a função possui um valor correspondente de y.

Para a função $y = 3x + 200$, temos que:

$$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = 3x + 200$$

Isso significa que a função relaciona elementos dos números reais nos números reais e para cada valor de x nos números reais a função entrega $3x + 200$. E, seguindo o mesmo pensamento anterior, o domínio e o contradomínio serão o conjunto dos números reais, respectivamente. Mas, a imagem será todos os números reais maiores que 200, pois esse valor chamamos de constante, o que assegura que o valor mínimo para y será de 200. Ou seja, $y \geq 200$.

Quinto momento: Discussão realizada sobre o uso das TD.

Nesse momento foi feito uma abordagem quanto a utilização das TD em sala de aula. Como se trata de alunos que estão na reta final do curso de Licenciatura em Matemática, discutimos sobre a utilização das TD durante a graduação e como é possível utilizá-las em sala de aula, enquanto futuros(as) professores(as).

Nesse momento alguns alunos discutiram que durante o curso não tiveram contato com o Laboratório de Ensino de Matemática e nem o Laboratório de Informática, logo não foi possível utilizar esses espaços para as aulas práticas do curso e para o estudo dos tipos de recursos que esses espaços podem oferecer para o planejamento e a realização das aulas de Matemática.

Reforçamos que no curso de Licenciatura em Matemática existem disciplinas que contemplam a utilização do Laboratório de Ensino de Matemática e que permite a prática durante o curso. Mas, como teve o período da pandemia do Covid-19 esses alunos não conseguiram cursar as disciplinas como deveriam, por isso não tiveram aulas práticas realizadas nesses espaços.

Discutimos também que, na maioria das vezes, os professores citam a utilização do *software GeoGebra* para estudar funções, gráficos, tabelas e formas geométricas, mas que na prática não existe uma demonstração de como utilizá-lo para fazer isso. Dessa forma, é necessário pesquisar de forma independente para fazer um aprofundamento e estudar sobre esse *software* e suas funcionalidades.

Concluímos a discussão da primeira atividade ressaltando como é importante utilizar as TD nas aulas de Matemática e o quanto o papel do professor é fundamental para mediar essa relação entre as diferentes metodologias de ensino e o uso de recursos tecnológicos. Percebemos, que muitas vezes não existe essa relação e os alunos não buscam um aprofundamento sozinhos, por isso existe uma falta de informação sobre algumas ferramentas tecnológicas que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem.

Assim, compactuamos com a discussão trazida por Lorenzato (2009) ao destacar que:

> A importância do recurso tecnológico no ensino se relaciona a uma prática integrada e planejada que possibilita o raciocínio e à criação na sala de aula, salientando o quanto a relação professor/estudante/ambiente informatizado assume um papel importante na elaboração e reflexão matemáticas, principalmente quando o próprio estudante se depara com a necessidade de resolver problemas, pensando e buscando alternativas de solução que contam com todos os recursos oferecidos pelas tecnologias. (Lorenzato, 2009, p. 101).

Diante disso, mostramos aos alunos a utilização das TD como uma aliada para o professor em sala de aula. E, que mesmo diante das dificuldades que existem nas escolas é possível trabalhar com metodologias de ensino que contribuam para a aprendizagem dos alunos.

4.2 Discussão da atividade 2

A segunda atividade realizada parte da perspectiva de como o *software GeoGebra* pode contribuir, de fato, na resolução de um problema caracterizado por uma função afim, de forma que possa auxiliar na tomada de decisões para obter as respostas. Essa atividade foi aplicada em uma turma de Prática no Ensino de Matemática I, contou com a participação de 15 alunos e foi dividida em 4 momentos, nos quais iremos descrever a seguir. Para essa atividade será utilizado os códigos B1,

B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11, B12, B13, B14 e B15 como nomes fictícios para identificação e exploração das respostas obtidas para as perguntas.

Ressaltamos que não foram descartadas nenhuma atividade feita pelos alunos(as). Como obteve-se a participação de 15 alunos(as) nessa atividade, foi preciso filtrar algumas respostas para mostrar através das imagens. Ao analisar cada uma, percebeu-se respostas de alunos que tiveram ideias semelhantes em suas resoluções, assim optou-se por dar mais atenção para aquelas que tinham observações que contribuíssem de forma mais significativa para a pesquisa.

Primeiro Momento: Iniciou-se a atividade apresentando o problema:

Quadro 3 – Primeira pergunta

Gabriela está preparando a comemoração de seu aniversário de 15 anos e sua família está planejando as lembrancinhas para os convidados. Para isso, eles decidiram comprar fita personalizada para dar um toque especial. Na cidade onde Gabriela mora, há uma loja que vende essa fita por R$ 3,50 o metro. No entanto, Gabriela tem uma amiga que mora em Patos-PB, onde o metro da fita custa R$ 2,30, mas o deslocamento até lá (ida e volta) custaria R$ 25,00. Outra opção considerada pela família foi a compra pela internet, em que o metro da fita é vendido por R$ 2,55, mas com um custo adicional de frete de R$ 18,00.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Nesse momento foi entregue a atividade para os(as) alunos(as), logo após foi realizado a leitura, esclarecendo e fazendo orientações, dessa forma, possibilitando a compreensão e interpretação do problema. Após a leitura foi definido o tempo de 30 minutos para que eles pudessem resolver o problema utilizando os métodos que escolhessem.

Segundo Momento: Foi realizado a exploração do problema, através de uma discussão das perguntas e das respostas obtidas pelos(as) alunos(as).

a) Fazendo uma análise inicial, qual é o lugar mais vantajoso para a família de Gabriela fazer a compra dessa fita? Explique.

De início, todos fizeram uma investigação, definindo uma quantidade específica ou diferentes quantidades de metros a ser comprado pela família de Gabriela, dessa forma analisaram para cada local quanto seria gasto ao comprar determinadas quantidades. Para quem escolheu apenas uma quantidade de metros, chegou à conclusão que seria mais vantajoso a família fazer a compra na cidade que eles moram apenas de pequenas quantidades, ressaltando que até o valor que seria gasto em frete ou em passagem, seria mais vantajoso na cidade em que moram.

Ao analisar comprando 30 metros, chegaram à conclusão que seria mais vantajoso comprar pela internet, ao analisar a compra de 1, 5 e 10 metros, seria mais vantajoso comprar na cidade em que a família de Gabriela mora, e que se passasse de 19 metros seria mais vantajoso comprar pela internet. Mas, destacaram que quando chegaram na segunda pergunta, que será discutida a seguir, essa afirmação não valeria mais, pois concluíram que ao comprar 56 metros seria mais vantajoso comprar na cidade de Patos-PB e para 28 metros daria o mesmo valor se ela comprasse em Patos-PB ou pela internet. A seguir temos um diálogo entre o pesquisador e B1:

Quadro 4: Diálogo entre pesquisador e B1

Pesquisador: Fazendo uma análise inicial, qual é o lugar mais vantajoso para a família de Gabriela fazer a compra dessa fita? B1: Depende, eu analisei para 28 metros e percebi que seria mais vantajoso comprar na cidade local, na internet e em Patos-PB seria o mesmo valor, nesse caso analisei também a urgência para a compra fita, pois na cidade dela e em Patos-PB ela receberia o produto na hora da compra.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Assim, B1 levanta uma hipótese interessante, ao questionar sobre a urgência na compra da fita, ao adicionar essa variável, seria preciso levar em consideração se Gabriela queria receber o produto na mesma hora, nesse caso, não seria avaliado apenas o valor gasto, mas também o tempo para receber o produto.

Dessa forma, foram registradas as informações no quadro para analisarmos algumas possibilidades. Foi criado uma tabela com 4 colunas, em que na primeira coluna inserimos a quantidade de metros que poderia ser comprado, na segunda coluna chamamos de primeiro cenário, em que seria inserido os valores que gastaria ao comprar na cidade onde a família de Gabriela mora, na terceira coluna chamamos de segundo cenário, em que seria inserido os valores da compra na cidade de Patos-PB e na quarta coluna chamamos de terceiro cenário, em que seria inserido os valores da compra pela internet. Essas informações podemos analisar na tabela abaixo que foi reproduzida de acordo com a criada no quadro em sala de aula:

Tabela 2 – Reprodução da tabela da primeira pergunta

METROS	1° CENÁRIO	2° CENÁRIO	3° CENÁRIO
1	R$ 3,50	R$ 27,30	R$ 20,55
10	R$ 35,00	R$ 48,00	R$ 43,50
18	R$ 63,00	R$ 66,40	R$ 63,90
19	R$ 66,50	R$ 68,70	R$ 66,45
27	R$ 94,50	R$ 87,10	R$ 86,85
28	R$ 98,00	R$ 89,40	R$ 89,40
29	R$ 101,50	R$ 91,70	R$ 91,95
56	R$ 196,00	R$ 153,80	R$ 160,80

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Dessa forma, durante essa investigação, B2 respondeu pensando de forma lógica, sem definir valores e sem realizar cálculos, como descreve o diálogo a seguir:

Quadro 5: Diálogo entre pesquisador e B2

Pesquisador: Fazendo uma análise inicial, qual é o lugar mais vantajoso para a família de Gabriela fazer a compra dessa fita? B2: Ao analisar, percebi que quanto menor a quantidade de metros é mais vantajoso comprar na cidade que ela mora, porque não pagaria o valor de frete ou de passagem para o deslocamento.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Ao fazer a construção da tabela 2 junto com os alunos(as), conseguimos analisar e perceber que comprar até 18 metros é mais vantajoso na cidade em que a família de Gabriela mora. Ao comprar a partir de 19 metros e até 27 metros é mais vantajoso comprar pela internet. Na compra de 28 metros, Gabriela poderia comprar pela internet ou em Patos-PB que teria o mesmo custo, assim poderia ser analisado a questão da urgência em receber o produto, levantada por B1 anteriormente. Por fim, de 29 a 56 metros seria mais vantajoso comprar em Patos-PB. Assim, foi sublinhado de vermelho os valores que seria gasto, para que percebamos os intervalos que seria mais vantajoso comprar em determinado local.

Quadro 6 – Segunda pergunta

a) Ao realizar os cálculos, a família de Gabriela ficou em dúvida sobre comprar a fita apenas para as lembrancinhas ou também para as sacolas. Eles notaram que precisariam de aproximadamente 28 metros de fita somente para as lembrancinhas. No entanto, se decidissem incluir as sacolas, a quantidade necessária dobraria. Nesses dois cenários, qual seria o local mais vantajoso para comprar a fita?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Utilizamos a tabela criada na pergunta anterior para fazer a discussão da segunda pergunta, como já tínhamos realizado os cálculos para 28 metros, fizemos com o dobro, que é 56 metros. Dessa forma, como teria que ser calculado o dobro, foi questionado para os alunos se poderia dobrar os valores encontrados para 28 metros para obter a resposta.

Diante dessa reflexão perceberam que para fazer a compra na cidade que ela mora, poderia ser dobrado, mas para comprar na cidade de Patos-PB e pela internet não poderia dobrar, pois tem o valor da passagem e o valor do frete, que precisa ser levado em consideração. Assim, ao dobrar os valores estaria pagando a passagem e o frete duas vezes, logo estaria incorreto.

Com isso, destacamos a importância da resolução de problemas para dar sentido aos cálculos matemáticos, assim podemos compreender através de uma contextualização, porque não podemos dobrar essa representação. Nesse caso, quem dobra é a quantidade de metros de fita e não os valores gastos pela compra.

Assim, concluímos que no primeiro cenário, para 28 metros, a família de Gabriela poderia comprar em Patos-PB ou pela internet que teria o mesmo custo, que seria de R$89,40. E, no segundo cenário, para 56 metros, seria mais vantajoso realizar a compra na cidade de Patos-PB, pois gataria R$153,80.

Quadro 7 – Terceira pergunta

b) Sabendo que a família de Gabriela quer investir no máximo R$ 65,00, em qual das opções apresentadas ela pode adquirir uma maior metragem de fita?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Ao realizar os cálculos, os alunos(as) chegaram à diferentes conclusões. Obteve-se respostas diferentes para o local onde a família de Gabriela poderia adquirir uma maior metragem de fita. Alguns acharam que seria na cidade onde eles moram, outros acharam que seria na cidade de Patos-PB e outros acharam que seria comprando pela internet.

Com isso, para a discussão dessa pergunta elaboramos uma tabela, na primeira coluna inserimos o valor máximo que a família de Gabriela quer gastar na compra da fita. Na segunda coluna chamamos de primeiro cenário, em que representa a compra na cidade onde a família de Gabriela mora. Na terceira coluna chamamos de segundo cenário, em que indica a compra realizada na cidade de Patos-PB e na quarta coluna chamamos de terceiro cenário, em que indica a compra realizada pela internet. A tabela a seguir mostra a reprodução da tabela feita no quadro em sala de aula:

Tabela 3 – Reprodução da tabela da terceira pergunta

VALOR	1° CENÁRIO	2° CENÁRIO	3° CENÁRIO
R$ 65,00	18,57 m	17,39 m	18,43 m

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Nesse momento, B3 coloca uma observação importante sobre o questionamento, como podemos ver no diálogo a seguir:

Quadro 8: Diálogo entre pesquisador e B3

Pesquisador: Sabendo que a família de Gabriela quer investir no máximo R$ 65,00, em qual das opções apresentadas ela pode adquirir uma maior metragem de fita? B3: O enunciado diz que a família de Gabriela quer investir no máximo R$ 65,00, mas não diz se esse valor é o investimento apenas na quantidade de metros ou se está incluso o valor da passagem para o deslocamento ou o valor do frete para a entrega do produto. Então realizei os cálculos sem incluir os valores adicionais de frete ou passagem.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Assim, surge o questionamento, será que na pergunta isso ficou claro? Diante disso, é importante destacarmos essa observação feita por B3, pois chama a atenção dos professores para ter cuidado na elaboração de um problema. Logo, percebemos que é possível adicionar outras variáveis que podem enriquecer o problema. Dessa forma, quando trabalhamos com Resolução e Proposição de Problemas é necessário ter atenção nesses detalhes, pois é importante deixar claro aquilo que se quer.

Com isso, ressaltamos o que se destacada na pergunta, ou seja, que o investimento seria no máximo de R$65,00, então compreende-se que nesse valor incluiria todas as despesas, seja a passagem de descolamento ou o frete do produto. Assim, voltando a tabela 3, após a realização dos cálculos, concluímos que a família de Gabriela poderia adquirir uma quantidade maior de metros de fita se eles fizessem a compra na cidade em que eles moram.

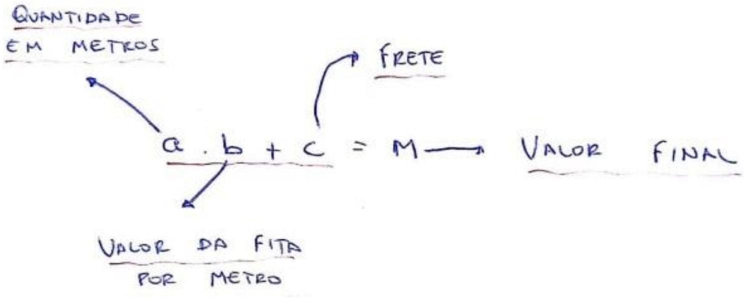
Dessa forma, podemos perceber a importância do sentido e do significado na resolução de problemas. Recordamos que naquele primeiro caso, seria analisado quem é o menor valor a pagar por certa quantidade de metros de fita. Mas, nesse caso precisamos analisar a maior quantidade de metros que seria possível comprar com um valor fixo estabelecido. Então, a resolução de problemas é importante nesse processo de dar sentido e saber retirar as conclusões a partir dos cálculos que realizamos.

Terceiro Momento: foi realizado dois questionamentos para continuar com a discussão.

Primeira Pergunta: como podemos representar algebricamente os três casos para a compra de fita?

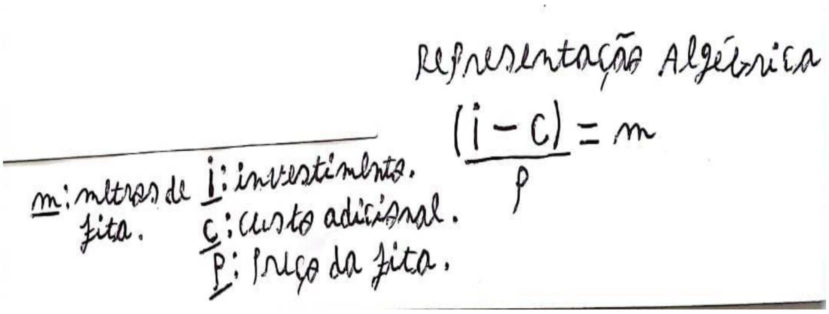
Nesse momento entramos na discussão da representação algébrica, mais especificamente de uma função afim. Com isso, é interessante destacar a representação que alguns alunos usaram para responder as perguntas discutidas anteriormente. Podemos ver a representação algébrica feita por B4 e B5 nas figuras a seguir:

Figura 12 - Representação algébrica de B4



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Figura 13 - Representação algébrica de B5



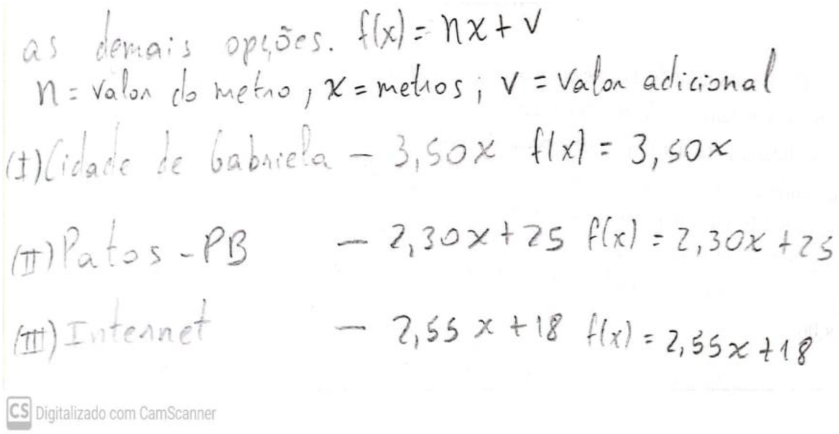
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

É interessante essa maneira que os alunos buscam para conseguir chegar ao pensamento algébrico e para utilizá-lo como forma para chegar na resposta esperada. E mesmo não recordando a representação algébrica de uma função afim, buscaram um meio para resolver o problema.

Assim, ao serem questionados sobre a representação algébrica para os casos de compra da fita em três lugares diferentes, alguns alunos não conseguiram ou não tentaram fazer a representação. Dessa forma, percebemos que os alunos responderam às perguntas anteriormente por meio de tentativa e erro e de forma aritmética. Outros pensaram em chamar de X o valor que queriam encontrar e multiplicá-lo pelo valor do metro da fita e assim encontrar o valor a ser gasto, para o primeiro caso, e nos outros dois casos representava da mesma forma e somaria o valor da passagem ou do frete, para cada caso.

Com isso, notamos que a maioria dos alunos não entenderam que estavam trabalhando com o conteúdo de função afim e não conseguiram fazer a representação de forma correta desse tipo de função. Apenas B6 conseguiu chegar na representação, fazendo da seguinte forma: $\boldsymbol{f(x) = nx + v}$, em que $\boldsymbol{n}$ representa o valor do metro, $\boldsymbol{x}$ representa a quantidade de metros de fita, $\boldsymbol{v}$ representa o valor adicional. Percebe-se que mesmo não utilizando a representação algébrica correta do tipo $f(x) = ax + b$, B6 conseguiu pensar em uma representação para a função, pois mudou apenas as letras, mas isso não interferiu na compreensão e nem no resultado. Podemos ver essa representação na imagem a seguir:

Figura 14 - Representação algébrica de B6


as demais opções. $f(x) = nx + v$

n = valor do metro, x = metros ; v = valor adicional

(I) Cidade de Gabriela — $3{,}50x$ $f(x) = 3{,}50x$

(II) Patos - PB — $2{,}30x + 25$ $f(x) = 2{,}30x + 25$

(III) Internet — $2{,}55x + 18$ $f(x) = 2{,}55x + 18$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Nesse momento entramos na discussão sobre a representação algébrica que eles utilizaram, será que podemos chamar de uma equação ou de uma função? Foi um momento de reflexão para pensar e analisar. Com isso, ressaltamos que na equação o papel da letra é de uma incógnita que satisfaça a equação. No caso da função, a letra é uma variável, porque ela pode variar. É importante reforçar esses conceitos com os alunos(as) desde a educação básica, para que eles aprendam os diferentes sentidos das letras que estão presentes em diversos campos da Matemática, seja na álgebra, na geometria e entre outras.

Assim, destacamos que uma função afim é uma função linear da forma $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$ ou $\boldsymbol{y = ax + b}$ em que $\boldsymbol{a}$ é diferente de zero e $\boldsymbol{b}$ é o coeficiente linear. Com isso, percebemos que a situação apresentada no problema se trata de uma função afim, em que o X que definimos na representação algébrica é uma variável, pois ela varia conforme os valores que forem definidos. Além disso, o gráfico de uma função afim é uma reta que pode ser crescente ou decrescente.

Ao trabalharmos com o pensamento algébrico, Van de Walle (2009, p. 287) destaca que “envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função”. Assim, os alunos podem pensar em diferentes possibilidades até chegar na resposta correta.

Diante disso, percebemos a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, pois é necessária para conseguir “identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações” (BNCC, 2018, p. 527).

Dessa forma, podemos representar cada situação de compra da seguinte forma:

(I) Loja local: $f(x) = 3{,}5x$ ou $y = 3{,}5x$;

(II) Loja em Patos-PB: $f(x) = 2{,}3x + 25$ ou $y = 2{,}3x + 25$;

(III) Loja da Internet: $f(x) = 2{,}55x$+18 ou $y = 2{,}55x + 18$.

Segunda pergunta: Como representar os três casos da compra de fita de modo que fique visível até que ponto em cada lugar é mais ou menos vantajoso fazer essa aquisição?

Os alunos conseguiram perceber que seria possível fazer essa representação através de um gráfico, pois se trata de funções afim, mas não sabiam de que forma fazer essa representação. Ao longo da discussão B7 e B8 explicam como fazer essa representação, como podemos ver no diálogo a seguir:

Quadro 9: Diálogo entre pesquisador, B4 e B5

Pesquisador: Como podemos construir o gráfico dessa função? B7: Pode ser representado através de uma reta, pois é uma função linear. Logo, seria feito no plano cartesiano. B8: Podemos atribuir valores para dois pontos, um valor para X e outro para Y, que seriam encontrados através da resolução de cada função. Assim, como uma reta passa por, pelo menos, dois pontos, podemos construir a reta.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Mas, além de construir o gráfico, queremos saber exatamente a partir de qual momento é mais vantajoso fazer a compra da fita em cada local, então foi questionado aos alunos como seria possível fazer isso. Após um momento para pensar, não conseguiram chegar em uma resposta. Nesse momento, entramos na discussão de interseção entre dois pontos e foi realizado a explicação na lousa.

Assim, como definimos uma função para cada local de compra, podemos igualar a função de um local com a função de outro local para obtermos uma equação e ao realizarmos os cálculos, encontraremos o valor de X, nesse caso o X representa a quantidade metros de fita. Para encontra o valor de Y, que é o valor gasto em reais, substituímos o valor do X na equação e iremos encontrar o valor de Y. Podemos ver esses cálculos na figura a seguir:

Figura 15 - Resolução das equações

$$3,5x = 2,3x + 25$$
$$3,5x - 2,3x = 25$$
$$1,2x = 25$$
$$x = 20,83$$

$$3,5x = 2,55x + 18$$
$$0,95x = 18$$
$$x = 18,94$$

$$2,3x + 25 = 2,55x + 18$$
$$0,25x = 7$$
$$x = 28$$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Com isso, ao realizarmos esses cálculos encontrarmos um par ordenado, que representa a interseção de dois pontos, que nesse caso nos mostra exatamente a partir de qual quantidade de metros de fita é mais vantajoso comprar em determinado local. Nesse momento, foi mencionado para os alunos o *software GeoGebra*, como um tipo de recurso tecnológico, que é uma ferramenta que pode ser utilizada para a compreensão desses conceitos abordados nessa atividade.

- **Quarto Momento:** Discussão do problema utilizando o *software GeoGebra* e evidenciando suas contribuições para a interpretação das respostas.

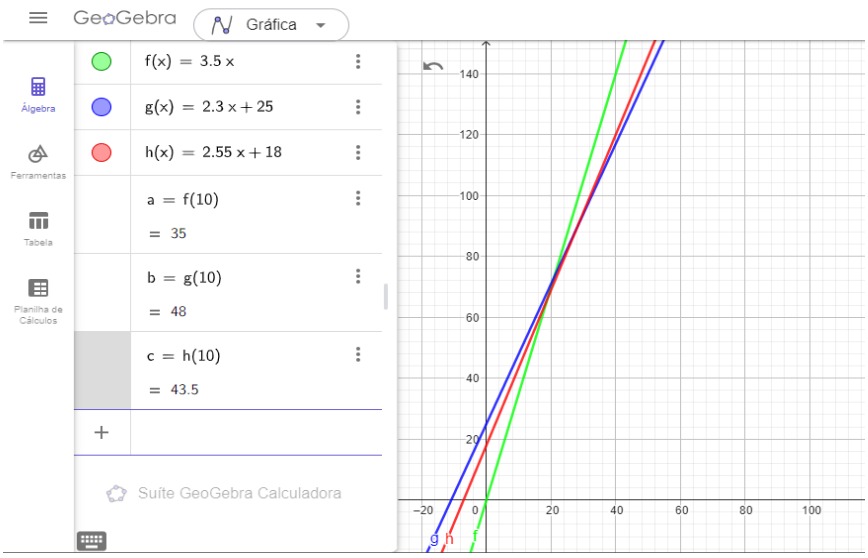
Nesse momento foi realizado uma discussão sobre a utilização das TD na Educação Matemática. Com isso, investigamos as potencialidades do *software GeogGebra* como recurso didático para o estudo e compreensão do conteúdo de função afim. Assim, destacamos como esse *software* pode contribuir e deixar mais claro as respostas obtidas pelos alunos nessa atividade. Dessa forma, destacamos as ferramentas mais utilizadas e os recursos para fazer a representação gráfica de uma função afim, de como utilizar esse *software* na função de calculadora e de como encontrar a interseção de dois pontos.

Com isso, foi feito a apresentação de como os alunos podem acessar o *software GeoGebra*. Fazendo a apresentação da interface inicial desse *software* destacamos como podemos interpretar o plano cartesiano, em que o eixo das abscissas X representa os valores de metros de fita, já o eixo das ordenadas Y representa o valor gasto para a compra da fita.

Os alunos já tinham algum conhecimento sobre o *GeoGebra*, pois foi tema de um seminário apresentado em outro período do curso. Dessa forma, como não haviam praticado nenhuma atividade através dele, foi um momento significativo para mostrar as potencialidades do *GeoGebra* para o estudo e compreensão do problema apresentado. Assim, pudemos fazer a discussão da atividade através desse *software*, buscando atingir o objetivo da pesquisa, ou seja, de analisar os limites e as contribuições do *GeoGebra* no ensino e estudo de função afim.

Retomando a representação algébrica de uma função afim que encontramos anteriormente, podemos inserir cada função no campo de entrada da tela inicial do *GeoGebra* para obter o gráfico dessas funções. De uma forma mais clara, conseguimos visualizar as retas criadas pelo *software* e percebemos a representação de cada possibilidade para a compra da fita. Podemos perceber o que foi realizado na figura a seguir:

Figura 16 - Representação algébrica das funções no *GeoGebra*



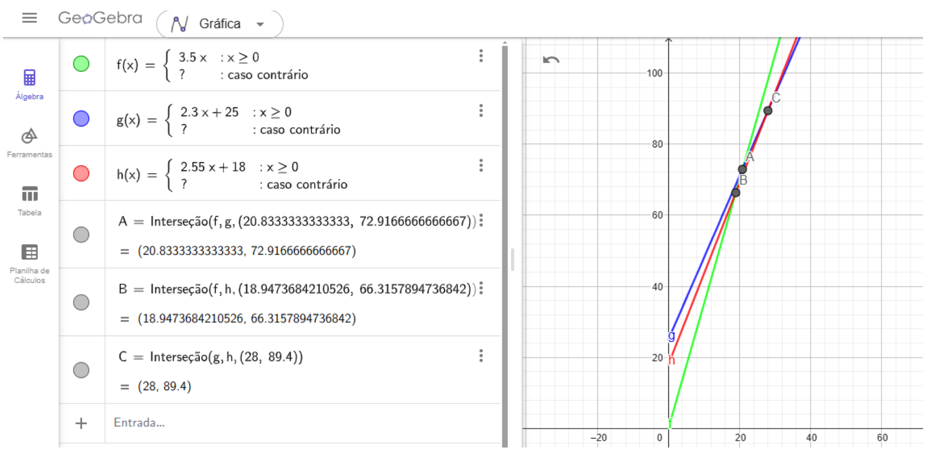
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Dessa forma, na figura 16 temos que a primeira reta que destacada de cor verde representa a situação de compra na cidade em que a família de Grabriela mora, a segunda reta destacada de cor azul representa a compra na cidade de Patos-PB e a terceira reta destacada de cor vermelho representa a compra pela internet.

Ainda na figura 16, perceba que ao inserimos as funções no campo de entrada podemos utilizar o *GeoGebra* na função de calculadora. Assim, ao escolher algum valor para X, fazemos a substituição do valor de X nas funções inseridas e o *software* vai calcular de forma automática os valores gastos para comprar diferentes quantidades de metros de fita. Esse recurso, possibilita os cálculos de forma mais rápida, concreta e prática comparando com o método de tentativa e erro que os alunos utilizaram para responder.

Seguindo a discussão, analisamos as retas criadas na tela do *GeoGebra* e percebemos qual local é mais vantajoso em diferentes cenários. Com isso, retomamos a discussão sobre a importância desse *software* para identificação da interseção de dois pontos. Mostramos como podemos identificar qual é o momento em que duas retas se interceptam, e nesse caso, em qual seria o momento que tanto faz comprar a fita em um lugar ou em outro que dará o mesmo resultado.

Figura 17 – Representação da restrição do domínio e da interseção



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A partir da figura 17, entramos na discussão de domínio, contra domínio e imagem das funções que estão sendo trabalhadas. Assim, percebemos que a primeira reta, de cor verde, se inicia na origem, ou seja, no ponto (0, 0), a segunda reta, de cor azul, se inicia no ponto 25 no eixo Y, ou seja (0, 25) e a terceira reta, de cor verde, se inicia no ponto 18 no eixo Y, ou seja, (0, 18). Isso acontece porque a função conta com um incremento, ou seja, para a realização da compra nesses dois casos, já existe um valor de custo, ou seja, uma despesa, por isso não se iniciam na origem, igual na primeira reta. Reforçamos que as retas se estendem para o $+\infty$ (infinito positivo).

Com isso, percebemos que a reta que está mais próximo do eixo X, que representa os valores em metros, é a reta em que está sendo mais vantajosa para a compra da fita. No início o local mais vantajoso é o local representado pela reta de cor verde. Em outro momento a mais vantajosa para a compra é a reta azul e em outro momento é a reta de cor vermelho.

Ao realizarmos a comparação dos cálculos das equações ao escolher uma função e igualar com a outra, que foi o que fizemos anteriormente, para encontrar a interseção, percebemos que, de fato, o *GeoGebra* permite a confirmação desses cálculos. Ainda na figura 17, perceba que no *GeoGebra* a interseção de dois pontos é dada quando selecionamos duas retas que se cruzam, nesse caso surgem os pontos A, B e C para representar a interseção. Esta é uma potencialidade desse *software* para visualizarmos e compreendermos o porquê dos cálculos que foram feitos e que eles realmente fazem sentido para a interpretação da solução do problema.

Com isso, percebemos como a representação gráfica articulada com a representação algébrica dar sentido ao contexto do problema. Então podemos transitar entre essas diferentes representações, a algébrica, a numérica, a gráfica e a verbal. Assim, conseguimos ter uma visão abrangente do conceito que estamos trabalhando, nesse caso, de função afim.

Percebamos no diálogo a seguir o pensamento de B6 e B7 sobre o papel do *GeoGebra* para a compreensão da atividade:

Quadro 10: Diálogo entre pesquisador, B9 e B10

Pesquisador: Qual é o papel do *GeoGebra* para a compreensão dessa atividade? B9: Foi importante para a criação das retas de cada função, pois mostra com mais clareza cada situação da compra de fita; B10: Facilitou na compreensão do problema, permitindo uma visualização do ponto que as retas se encontram, de qual local é mais vantajoso em determinada situações.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

De um modo geral os(as) alunos(as) destacaram que melhorou a visualização do problema, facilitou o processo de representação e facilitou a compreensão dos cálculos que foram realizados.

Recordando algumas definições temos que o domínio é o conjunto de todos os valores de entrada (ou X) para os quais a função está definida. O contradomínio é o conjunto de todos os valores possíveis que a função pode assumir, ou seja, é o conjunto de todos os valores possíveis de saída, que é especificado no problema ou é o conjunto dos números reais. E a imagem é o conjunto de todos os valores que são assumidos pela função para um determinado domínio, ou seja, é o conjunto das saídas reais quando a função é aplicada ao seu domínio.

Para a função que representa a compra da fita na cidade que a família de Gabriela mora temos $f(x) = 3{,}50x$, dessa forma teremos:

- Domínio: é o conjunto de todos os valores X (metros de fita) para os quais o custo é definido. Na prática, isso significa que $X \geq 0$ porque não podemos comprar uma quantidade negativa de fita. Portanto, o domínio é $[0, +\infty)$.
- Contradomínio: é o conjunto dos números reais não negativos, pois o custo não pode ser negativo. Portanto, o contradomínio é $[0, +\infty)$.
- Imagem: é também $[0, +\infty)$ porque, para qualquer valor de $X \geq 0$, a função $3{,}50x$ retorna um valor não negativo.

Para a função que representa a compra realizada na cidade de Patos-PB temos $g(x) = 2{,}30x + 25$, assim teremos:

- Domínio: é o conjunto de todos os valores X (metros de fita) para os quais o custo é definido. Assim, $X \geq 0$. Portanto, o domínio é $[0, +\infty)$.
- Contradomínio: é o conjunto dos números reais não negativos. Como o custo inclui uma parte fixa (R$ 25,00) além do custo por metro, a função pode assumir valores a partir de R$ 25,00 em diante. Portanto, o contradomínio é $[25, +\infty)$.
- Imagem: A imagem é $[25, +\infty)$ porque, para qualquer valor de $X \geq 0$, a função $2{,}30x + 25$ retorna um valor a partir de R$ 25,00 e vai até $+\infty$.

Para a função que representa a compra realizada pela internet temos $h(x) = 2{,}55x + 18$, assim teremos:

- Domínio: é o conjunto de todos os valores X (metros de fita) para os quais o custo é definido. Portanto, $X \geq 0$. Assim, o domínio é $[0, +\infty)$.
- Contradomínio: é o conjunto dos números reais não negativos. Como o custo inclui uma parte fixa (R$ 18,00) além do custo por metro, a função pode assumir valores a partir de R$ 18,00 em diante. Portanto, o contradomínio é $[18, +\infty)$.
- Imagem: A imagem é $[18, +\infty)$ porque, para qualquer valor de $X \geq 0$, a função $2{,}55x + 18$ retorna um valor a partir de R$ 18,00 e vai até $+\infty$.

Com a realização dessas duas atividades destacamos como a Exploração e Resolução de Problemas e a utilização de Recursos Tecnológicos, podem contribuir para a aprendizagem de diversos conteúdos de Matemática. Assim, buscou-se evidenciar, que mesmo existindo alguns limites, as TD auxiliam na compreensão e estudo de problemas envolvendo o conteúdo de função afim. Destacamos o porquê de escolher o *software GeoGebra* e mostramos como essa ferramenta pode auxiliar os professores e os alunos no ensino e aprendizagem.

Enfatiza-se que as tecnologias não podem ser usadas de qualquer forma, apenas por usar, é preciso existir um proposito, utilizá-las de forma que possa facilitar o ensino de Matemática. Evidenciou-se que ao utilizar as TD nesse trabalho mostrou-se que existe um proposito para utilizar o *software GeoGebra*. Que ele não é apenas uma forma de dinamizar o ensino, mas também uma forma de aumentar a compreensão dos conceitos de função afim, como uma forma dos alunos aprofundarem e refletir sobre esses conceitos que estão sendo trabalhados. Assim, independente da metodologia utilizada, seja qual for o tipo de *software*, ele deve ser utilizado com o objetivo de desenvolver os conceitos para promover a aprendizagem ou de aprofundar o conceito que está sendo estudado.

Foi importante realizar a pesquisa com duas turmas distintas, porque foi possível ter uma percepção acerca da utilização das TD como ferramentas didáticas em dois cenários diferentes: o primeiro com uma turma em que a maioria das disciplinas foram cursadas ao longo da pandemia do Covid-19, contemplando uma parte presencial e outra parte de forma remota, através das tecnologias existentes, e o segundo com uma turma pós pandemia, que se deu apenas de forma presencial. Dessa forma podemos perceber como esses alunos(as) se comportam ao serem questionados sobre as TD para o ensino de Matemática.

5 CONCLUSÃO

Com o desenvolvimento das atividades realizadas na pesquisa, foi possível resgatar dos alunos os conceitos básicos estudados sobre função afim. Mediante esses conhecimentos prévios, seriam capazes de buscar métodos para resolução de cada problema e ao longo desse processo, pensar no *software GeoGebra* como uma ferramenta tecnológica para explorar algumas possibilidades e auxiliar na validação das respostas obtidas. Com isso, pudemos discutir as contribuições que esse *software* proporciona para o estudo dos conteúdos de Matemática.

No estudo e aprendizagem de função afim possibilita diversas formas para explorar os conceitos abordados. Com a utilização do *GeoGebra* é possível associar representações algébricas e gráficas, fazendo essa conexão da teoria com a prática, que são essenciais nas aulas de Matemática. Dessa forma, possibilita uma visualização dinâmica do que os alunos estão estudando.

De acordo com Moran (2018), quando combinamos metodologias ativas com TD móveis resulta-se em uma inovação pedagógica. Assim, as inovações tecnológicas impactam na metodologia utilizada pelos professores de Matemática para o ensino de vários conteúdos. Dessa forma, apresentamos a utilização do *GeoGebra* como uma potencialidade para as inovações metodológicas.

Diante disso, como apresentado na BNCC (2018) compreendemos que a utilização de TD é importante para desenvolver nos alunos as "alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações" (BNCC, 2018, p. 536). Com isso, ressaltamos que as TD têm um papel importante para esclarecer dúvidas que surgem durante as aulas, pois ao utilizar um recurso tecnológico é possível ter uma visualização mais clara do objeto que está sendo estudado.

Contudo, existem limites a serem considerados para trabalhar com as TD, por exemplo, o professor de Matemática precisa ter habilidades, no sentido de preparar a aula utilizando alguma tecnologia. Não é que com as atividades desenvolvidas iremos prepará-los para trabalhar com as TD, mas irá despertar neles o interesse de conhecer um pouco mais e de pesquisar sobre o tema, pois eles têm a oportunidade de perceber sobre as potencialidades da utilização dessas tecnologias.

Assim, o futuro professor de Matemática precisa estar preparado para as demandas atuais, pois os alunos estão cada vez mais conectados com as tecnologias. Dessa forma, o professor precisa seguir os avanços tecnológicos, utilizar os recursos ofertados pelas TD de forma que favoreça a educação, realizando melhorias em suas aulas e propondo um ensino adequado à realidade.

Porém, uma limitação ao utilizar as TD é que além do professor, o aluno precisa estar alfabetizado digitalmente. Essa alfabetização digital significa que os alunos precisam conhecer e saber utilizar as tecnologias, não basta eles saberem acessar jogos, redes sociais e assistir vídeos. É preciso ter conhecimento sobre as tecnologias voltadas para a educação, sobre como manusear e compreender a interface de *softwares* e recursos tecnológicos. Diante disso, a utilização das TD tem as suas limitações, por isso é preciso ter mais atenção, para que os alunos não sejam prejudicados de alguma forma.

Além disso, é preciso levar em consideração a questão da desigualdade social com relação ao acesso às tecnologias, se os alunos têm condições de utilizar algum recurso tecnológico em casa ou de levar um aparelho celular ou notebook para a escola e se as escolas tem estrutura adequada e se oferecem ambientes informatizados, com equipamentos adequados. Assim, o professor precisa desenvolver atividades que utilize algum tipo de TD fornecida pela escola, de forma que permita a participação de todos os alunos.

Diante da ampla abordagem sobre as TD, podemos perceber que essa pesquisa contribui para a formação de professores de Matemática, tendo em vista a relevância das TD para a Educação Matemática. Com isso, busca-se inferir nesses profissionais a reflexão sobre adotar algum tipo de recurso tecnológico como o *GeoGebra* em suas aulas, visando uma inovação das metodologias de ensino.

Por fim, é importante ressaltar o quão significante pode ser para as escolas dispor de recursos tecnológicos para que os professores possam trabalhar com as TD, pois pode se tornar um diferencial na vida acadêmica dos alunos. Diante disso, é importante pesquisar sobre os impactos do *software GeoGebra* como forma de avaliação de aprendizagem, qual seu papel desde a formação profissional e a gamificação através de projetos interdisciplinares utilizando o *GeoGebra*.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio (orgs.). **Perspectivas para resolução de problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-395.

ALMEIDA, M. E. B. **Tecnologia de informação e comunicação na escola: novos horizontes na produção escrita**. Avaliação e Políticas Públicas em Educação, v. 12, n. 43, p. 711–725, 2004.

ALMEIDA, E.; VALENTE, J. **Integração currículo e tecnologias e a produção de narrativas digitais**. Currículo sem Fronteiras, v. 12, n. 3, p. 57-82, set./dez. 2012.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: Sala de Aula e Internet em Movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SOUTO, Daise Lago Pereira; CANEDO JUNIOR, Neil da Rocha. **Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022. (Tendências em Educação Matemática).

BRASIL. Ministério da Educação. **PROINFO 2007: relatório de atividades**. Brasília: Ministério da Educação, 2007. Disponível em: https://catalogo.ipea.gov.br/politica/196/programa-nacional-de-tecnologia-educacional-proinfo. Acesso em: 10 jul. 2024.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), 2007. **Programa Proinfo**. 2007. Disponível em: https://www.gov.br/fnde/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/proinfo. Acesso em: 11 jul. 2024.

BRASIL. **Plano Banda Larga nas Escolas**, 2015. Disponível em: https://www.gov.br/anatel/pt-br/regulado/universalizacao/plano-banda-larga-nas-escolas. Acesso em: 15 jul. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação**. 2014. Disponível em: https://pne.mec.gov.br/. Acesso em: 16 jul. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 22 jun. 2024.

DEMO, P. **Conhecimento, Tecnologia e formação dos professores das séries iniciais**. UnB, 2000.

DESMOS (*SOFTWARE*). In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2024. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Desmos_(*software*)&oldid=67533176>. Acesso em: 21 jan. 2024.

FREITAS, F. M. **A integração de tecnologias digitais na formação docente: uma perspectiva pedagógica com recursos digitais**. São Paulo: Mentes Abertas, 2024. 160 p.

GEOGEBRA. *Software Geogebra*. Disponível em: http://www.*geogebra*.org. Acesso em: 21 nov. 2023.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GONÇALVES, B. M. V.; LIMA, F. J. DE. **Aprendizagem Docente e Desenvolvimento de Estratégias Metodológicas no Contexto do PIBID: reflexões sobre o *GeoGebra* como recurso para o ensino de funções**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 34, n. 68, p. 1056–1076, set. 2020.

GOVERNO FEDERAL. **Programa Internet Brasil**. Ministério das Comunicações. Disponível em: https://www.gov.br/mcom/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programas-projetos-acoes-obras-e-atividades/internet-brasil. Acesso em: 12 ago. 2024.

LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção formação de professores).

MARTINS, Z. **As TIC no ensino-aprendizagem da Matemática**. In: Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia, 10, 2009, Braga. Atas... Braga: Universidade do Minho, 2009. v. 1, p. 2727-2742.

MORAN, J. M. Ensino e Aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas, SP: Papirus, 2000. 173p.

MORAN, J. **A Educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá. Campinas**: Papirus, 2016.

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BA CICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Editora Penso, 2018.

MOTA, J. F.; LAUDARES, J. B.. **Um estudo de planos, cilindros e quádricas, na perspectiva da habilidade de visualização, com o *software* Winplot**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 27, n. 46, p. 497–512, ago. 2013.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In: FIORENTINI, D. (org.). **Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2003.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. [S.l.]: [s.n.], [2009]. Disponível em: http://aveordemsantiago.pt/pdfs/novos_programas/matematica/ensino_basico/algebra.pdf. Acesso em: 15 abr. 2024.

SANTOS, R.; LORETO, A. B.; GONÇALVES, J. L. **Avaliação de *softwares* matemáticos quanto a sua funcionalidade e tipo de licença para uso em sala de aula**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 47-65, 2010.

SILVA, C. F. **Ensino aprendizagem de função afim via exploração, resolução e proposição de problemas com o uso do aplicativo Desmos em contexto remoto**. 2021. 149f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande - PB, 2022.

SOARES, L. H. **Tecnologia computacional no ensino de Matemática: o uso do *Geogebra* no estudo de funções**. 1ª Conferência Latino Americana de *GeoGebra*, São Paulo, v. 1, n. 1, p.66-80, 2012. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/8923/6598. Acesso em: 18 ago. 2024.

SOMMERVILLE, I., **Engenharia de *Software***, 9ª. ed., São Paulo: Pearson Addison-Wesley, 2007.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental [recurso eletrônico]: formação de professores em sala de aula**. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por toda a força e coragem que me deu ao longo dessa caminhada, que diante de todas as dificuldades encontradas, nunca me deixou desistir.

Agradeço à minha Mãe, a Sr.ª Espedita Maria. Uma mulher guerreira e batalhadora, fonte de inspiração para minha vida, que com muitas dificuldades, nos criou, a mim e a meus três irmãos. Nos ensinou a ser pessoas boas e correr atrás dos nossos objetivos. Esteve sempre presente em minha vida, me colocando em suas orações, apoiando e incentivando. Saiba que suas noites mal dormidas, cheias de preocupação e cuidado valeram a pena, pois se hoje estou aqui é graças à senhora.

Agradeço ao meu pai, Sr. José Luiz, por ter me ajudado e por estar comigo nos momentos em que precisei. Aos meus irmãos, Claudeilson, Caudenice e Maria José pelo apoio e por sempre estarem ao meu lado.

À minha família, de um modo geral, meus tios(as) e primos(as), que sempre me ajudaram quando precisei. Em especial à minha avó, a Sr.ª Inácia, uma mulher guerreira e de muita fé por sempre me colocar em suas orações, pedindo bênçãos para minha vida e por sempre me ajudar quando precisei.

À Mayslam Gomes, meu companheiro e amigo. A pessoa que mais esteve ao meu lado durante essa caminhada. Me ajudou nos momentos em que mais precisei, sempre esteve ao meu lado, incentivando e apoiando, que diante dos problemas, nunca soltou a minha mão. Dividir alguns momentos com você fez essa caminhada ser mais fácil. Saiba que tem um papel importante em minha vida, obrigado!

À minha amiga Jackeline Lucena, uma mulher forte e corajosa, que sempre busca seus objetivos. Foi quem sempre esteve comigo durante a graduação, dividindo momentos, boas risadas, nos momentos mais difíceis, me incentivou a não desistir.

Você é luz em minha vida, dividir essa caminhada com você tornou o processo mais prazeroso, agradeço por sua amizade.

À Dona Socorro (*in memoriam*), Inácia (Naná) e Talita, pessoas que admiro muito e que também fizeram parte da minha caminhada, me incentivando, dando apoio e me ajudando nos momentos em que precisei.

À minha orientadora, a profa. Dra. Fabíola Martins, que com excelência desempenha o seu papel. Agradeço por tudo e por ter me ajudado no processo de construção desse trabalho, sendo paciente, prestativa e companheira.

Agradeço ao Prof. Me. Guilherme Augusto, professor do IFPB *campus* Patos-PB, que foi meu orientador durante alguns meses em um Estágio Supervisionado, que de forma direta me influenciou na escolha do tema desse trabalho, pois foram durante suas aulas que despertou o meu interesse em pesquisar sobre as TD e o *software GeoGebra*.

Por fim, agradeço aos(as) professores(as), os(as) amigos(as) e todos que fizeram parte da minha graduação de forma direta ou indiretamente. E aos alunos que fizeram parte da minha pesquisa, que contribuíram de forma significativa para a realização desse trabalho. Todos vocês têm um lugar guardado em meu coração.