



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

DEOCLÉCIO PINTO DA COSTA NETO

DANDO CORDA A TRIGONOMETRIA

Campina Grande – PB

Junho/2011

DEOCLÉCIO PINTO DA COSTA NETO

DANDO CORDA NA TRIGONOMETRIA

Monografia apresentada à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, como exigência para obtenção do título de graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba.

ORIENTADOR: Prof. Ms. ANÍBAL DE MENEZES MACIEL

Campina Grande – PB

Junho/2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

C823d Costa Neto, Deoclécio Pinto da.
Dando Corda na Trigonometria [manuscrito] /
Deoclécio Pinto da Costa Neto. – 2011.
60 f. : il. color

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Centro de Ciências Tecnológicas, 2011.

“Orientação: Prof. Me. Aníbal de Menezes Maciel,
Departamento de Matemática e Estatística”.

1. Geometria. 2. Trigonometria. 3. Ensino de Matemática. I. Título.

21. ed. CDD 516

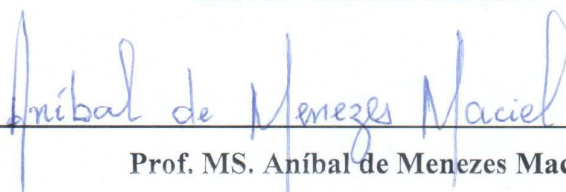
DEOCLÉCIO PINTO DA COSTA NETO

DANDO CORDA NA TRIGONOMETRIA

Monografia apresentada à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, como exigência para obtenção do título de graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba.

APROVADA EM: 21 / 06 / 2011

BANCA EXAMINADORA



Prof. MS. Aníbal de Menezes Maciel

Departamento de Matemática – CCT/UEPB

Orientador



Prof. MS. Maria da Conceição Vieira Fernandes

Departamento de Matemática – CCT/UEPB

Examinador


Prof. MS. Samuel Duarte Carvalho

Departamento de Matemática – CCT/UEPB

Examinador

Campina Grande – PB
Junho/2011

A minha esposa e minha filha, pelo incentivo, compreensão e apoio durante todo o curso, e em especial dedico a meus pais, pois mesmo de longe nunca deixaram de me incentivar.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me oferecer essa oportunidade de adquirir conhecimentos que irão contribuir para minha profissão.

Ao professor Ms. Aníbal de Menezes Maciel, pela orientação e os ensinamentos ministrados no decorrer do curso e especialmente pelo estímulo as minhas atividades profissionais.

Ao professor Ms. Samuel Duarte Carvalho, pelos seus valiosos ensinamentos fornecidos nas disciplinas de Tópicos de Geometria I e II.

A professora Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes, pela dedicação que sempre teve a mim quando era coordenadora adjunta, e principalmente por seus ensinamentos.

A todos os professores que contribuíram para minha formação.

RESUMO

Neste Trabalho de Conclusão de Curso consiste em uma proposta de projeto interdisciplinar no ensino do conteúdo de trigonometria em nível de 9º ano do Ensino Fundamental, abordaremos em conjunto com os professores de Geografia, História, Religião o desenvolvimento histórico, político, cultural, social, físico e econômico do Egito antigo. A necessidade de se trabalhar com projetos no processo ensino-aprendizagem da matemática justifica a realização deste trabalho. O papel do professor neste contexto é de fundamental importância, pois ele tem a competência de criar as estratégias que serão trabalhadas, como também, é ele que disponibiliza os materiais que auxiliam na construção do projeto, fazendo assim, a construção do conhecimento que acontece através da mediação entre professor e aluno; e aluno com aluno, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio matemático. Dessa forma, vemos os conceitos de razão e proporção, Teorema de Tales e aplicações, como também o estudo da trigonometria. Assim, incentivamos a criatividade e a formação dos pensamentos dos alunos para a compreensão de conteúdos matemáticos, fazendo com que os mesmos se envolvam com mais intensidade no processo ensino-aprendizagem e gerando desta forma, a interdisciplinaridade entre as disciplinas de História, Geografia, Religião, Artes e Português.

Palavras chaves: Trigonometria, Interdisciplinaridade, Ensino de Matemática

ABSTRACT

In this work Completion of course consists of a project proposal interdisciplinary teaching the content of trigonometry at the level of 9th grade of elementary school, we will discuss together with teachers of Geography, History, Religion historical development, political, cultural, social, physical and economic development of ancient Egypt. The need to work on projects in the teaching-learning mathematics justifies this work. The teacher's role in this context is of fundamental importance, since it has the power to create strategies that will be worked as well, is that it provides material that aid in the construction of the project, thus, the construction of knowledge happens through mediation between teacher and student, and student to student, encouraging the development of mathematical reasoning. Thus, we see the concepts of ratio and proportion, Thales Theorem and applications, as well as the study of trigonometry. Thus, we encourage creativity and the formation of the thoughts of the students to understand mathematical content, causing them to engage more intensely in the teaching-learning and creating in this way, interdisciplinarity between the disciplines of History, Geography, Religion, Arts and Portuguese.

Keywords: Trigonometry, Interdisciplinary, Mathematics Teaching

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
-----------------	----

CAPITULO 1

1 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA.....	12
1.1 - A SITUAÇÃO DO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO HOJE	12
1.2 - A MATEMÁTICA COMO PEÇA CHAVE.....	13
1.3 - COMO UMA DISCIPLINA TÃO IMPORTANTE É TÃO ODIADA?.....	15
1.4 - COMO ENSINAR MATEMÁTICA HOJE?.....	17

CAPITULO 2

2 - HISTORIA DA TRIGONOMETRIA	21
-------------------------------------	----

CAPITULO 3

3 - DESENVOLVIMENTO DO CONTEUDO	24
3.1- PROPORCIONALIDADES EM GEOMETRIA.....	24
3.1.1- RAZÕES DE SEGMENTOS	25
3.1.3- FEIXE DE RETAS PARALELAS	25
3.1.4- TEOREMA DE TALES.....	26
3.1.5- SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS.....	28
3.1.6- CASOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO.....	28
3.2- RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	30
3.2.1- ELEMENTOS DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO.....	30
3.3- RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	33
3.3.1- DEFINIÇÃO DE SENO, COSSENO E TANGENTE POR MEIO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS	33
3.3.2- RELAÇÕES ENTRE SENO, COSSENO E TANGENTE.....	35

CAPITULO 4

4 - PROPOSTA PEDAGÓGICA	36
4.1- OBJETIVOS	36

4.1.1- OBJETIVOS GERAIS	36
4.1.2- OBJETIVOS ESPECÍFICOS	36
4.2- METODOLOGIA	37
4.2.1- RELATO DA AÇÃO PEDAGÓGICA	37
4.2.2- RELATO DE EXPERIÊNCIA.....	38
4.2.3- PROPOSTA PARA CONTINUIDADE DO PROJETO	42
CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	45
ANEXOS	47

INTRODUÇÃO

É notável que a Matemática está presente em todos os campos do conhecimento, sendo utilizada por todas as outras ciências como base para o desenvolvimento, isto é um fato. Mas, constantemente os professores de Matemática são indagados pelos estudantes com perguntas clássicas do tipo: “Onde vou usar isso? Pra que serve isso? Isso vai ter alguma serventia pra minha vida?”. Essas perguntas tornam-se mais frequentes quando um determinado assunto da disciplina é muito abstrato, sendo difícil relacioná-lo com a vida prática dos estudantes, porém, não significa dizer que eles não merecem ser estudados. Uma forma de amenizar esse quadro seria a utilização por parte dos professores, de exemplos em que possam mostrar que aquele conteúdo vem trazendo soluções para as problemáticas que surgiram no decorrer dos anos, como também, apontar fatos históricos, nos quais possam mostrar onde tal assunto é utilizado.

Sabemos que não podemos ensinar apenas conteúdos que os estudantes vão usar no dia-a-dia, pois o ensino de Matemática perderia a sua essência, e além do mais, ficaríamos atrasados tecnologicamente, já que, muito dos avanços tecnológicos se deu por conta de inúmeras teorias matemáticas. Imagine como são de grande utilidade as informações transmitidas pelo diversos telescópios espalhados na órbita da terra, elas são utilizadas pelos astrônomos para compreender o nosso universo, e como é bom assistir uma partida de futebol em casa sem precisar ir ao estádio, vendo tudo pela TV. Quanto tempo a humanidade ganhou com a telefonia fixa e móvel, podemos nos comunicar em qualquer lugar e em qualquer hora, e o que é mais importante não existem dificuldades para realizar essas tarefas, embora, foram muito anos de estudos pra se chegar a esses patamares, inclusive ainda hoje se estuda para o aperfeiçoamento das tecnologias existentes.

No modelo pedagógico tradicional do ensino de matemática, os professores mostram as utilidades das fórmulas e das regras matemáticas por meio de um treinamento que na maioria das vezes recai na resolução de exercícios repetitivos. Nessa conjuntura, aquelas perguntas clássicas que foram mencionadas acima, revelam a inadequação desse método de ensino, assim, não é permitido ao aluno desenvolver um trabalho intelectual mais intenso em sala de aula.

Visando mudar esse quadro, a proposta desse trabalho consiste em buscar alternativas em que os alunos se sintam atraídos pelos conteúdos ministrados, como também,

fazer da sala de aula um ambiente propício a indagações e discussões, e tendo como meta principal uma interação entre professores e alunos.

Para dar maior ênfase aos conteúdos matemáticos ministrados em sala de aula, foi apresentada uma proposta interdisciplinar, que consistiu num trabalho em conjunto com os professores de outras áreas, para que os mesmos pudessem contribuir de forma indireta na construção do conhecimento matemático, possibilitando assim, uma ligação da matemática com outras disciplinas, tirando assim, aquela visão que muitos de nossos alunos percebem a matemática como uma ciência isolada, ou seja, de que a matemática não está ligada com as outras disciplinas.

O presente trabalho foi dividido em quatro capítulos, onde cada um foi realizado da seguinte maneira: no capítulo 1 realizamos algumas considerações sobre o ensino da Matemática, nele foi destacada a situação do desenvolvimento científico e enfatizando a Matemática como a peça fundamental para tal desenvolvimento. Já no capítulo 2 relatamos alguns fatos históricos da trigonometria.

No capítulo 3 analisamos os conteúdos de 3 livros didáticos do 9º ano relacionados com o tema do trabalho, também trabalhou-se tais conteúdos, e a referência desse conteúdos apresentado nesse trabalho foi retirada de um dos livros analisados, ou seja, do livro “Tudo è Matemática” de Dante. Enquanto que no capítulo 4 apresentamos uma proposta pedagógica que foi realizada em uma turma de 9º ano.

CAPITULO 1

1 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

1.1 - A Situação do Desenvolvimento Científico Hoje

Se parássemos para observar o mundo em que vivemos chegaríamos a uma conclusão óbvia, ele é altamente tecnológico. Vivemos rodeados com as maravilhas das tecnologias, elas estão presente em nosso meio e trazem benefícios e agilidade, os quais podem destacar os meios de comunicações, onde voz e imagem estão disponíveis em qualquer ponto do planeta, hoje podemos nos comunicar de forma rápida e eficaz. Os meios de transportes também são exemplos dessa maravilhas, aviões sofisticados transportam anualmente centenas de milhões de pessoas entre os mais diversos países. É possível viajar de forma rápida e confortável, sem contar que as naves espaciais que vasculham o nosso sistema solar, buscando informações importantes para nos transmitir.

Os computadores estão por toda parte, realizam bilhões de operações por segundo e é uma ferramenta indispensável para a sociedade, com eles até uma compra no supermercado torna-se mais ágil. A tecnologia está presente também nas obras de engenharia, tais como: pontes, grandes edifícios, as usinas hidroelétrica, os túneis e ate mesmo cidades subterrâneas espalham-se pelo mundo promovendo a geração de riquezas e trazendo conforto às pessoas, entre outras maravilhas. Não podemos esquecer os modernos equipamentos de eletrônica médica que fornecem informações, e pelas quais podem ser diagnosticados e sanados diversos problemas de saúde.

Imaginemos como era viver em algumas décadas atrás, citaremos aqui os anos 1960, uma época não muito distante. Comunicar-se nessa época era de uma dificuldade muito grande, pois naqueles anos não existiam telefones móveis e até os telefones públicos eram de difícil acesso para algumas cidades do interior. Raros também eram os departamentos públicos que usavam computadores, as informações dos funcionários eram arquivadas em fichas de papel, um processo de aposentadoria, por exemplo, podia levar anos. Já hoje tudo é mais rápido e seguro. Diagnosticar uma doença naquele tempo não era uma coisa simples como hoje, muitas vezes o médico usava mais a sua experiência, já que muitos dos equipamentos médicos só vieram surgir anos depois. A primeira copa do mundo que teve transmissão ao vivo na TV foi a copa de 1970 realizada no México. Assistir uma partida de futebol em tempo real sem sair de casa é sem dúvida um privilégio de nossa época. Muitos

jovens desfrutam dessas maravilhas e não se surpreende com essas facilidades, pois desconhecem como era viver nos anos 1960.

Para não ir muito longe vamos citar os computadores da década de 1980. Eles eram máquinas modernas, naquela época! Comparados com os de hoje não passam de peças raras de museu. Um computador doméstico de hoje é capaz de armazenar e processar mais informações do que um super computador utilizado nos anos 1980. Todo esse desenvolvimento tecnológico se deu de forma acelerada, tanto que existiram tecnologias que passaram despercebidas por muitas pessoas, podemos citar como exemplo o disquete, hoje tem jovens que não sabem o que é isso, pois hoje são utilizados componentes mais eficazes para guardar e transportar informações, tais como; CDs, DVDs, USB e etc. possivelmente esses componentes daqui alguns anos estejam também ultrapassados.

1.2 - A Matemática Como Peça Chave

O avanço tecnológico sem dúvida ocorreu e ainda está ocorrendo de forma eficiente, ou seja, a tecnologia vem proporcionando melhorias para a sociedade. Este mundo tecnológico está ao nosso dispor e ele foi construído com o uso de propriedades do mundo físico dentro de objetivos estabelecidos pelo homem, e tais propriedades são desvendáveis e tratáveis por meio da matemática (Garbi, 2007).

A respeito da construção desse mundo tecnológico Garbi (2007 pg. 2) diz

(...) ele foi construído porque o homem por meio da matemática acumulou ao longo dos séculos vastos conhecimentos sobre o mundo físico e, com isso, conseguiu parcialmente, dominá-lo e colocá-lo ao seu serviço.

Vejamos o exemplo em que a matemática foi a peça fundamental para descobrir a existência das ondas eletromagnéticas, até 1865 não se sabia que as ondas eletromagnéticas existiam na Natureza. Porém, naquele ano, ao resolver em sistema de quatro equações diferenciais que exprimem aspectos isolados da eletricidade e do magnetismo, o matemático escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) descobriu que a energia eletromagnética deve propagar-se no espaço livre por meio de ondas, à velocidade da luz, veja o que Garbi (2007, pg. 3) diz a respeito.

Descobrir na ponta do lápis a existência das ondas eletromagnéticas foi um feito espetacular da matemática. Entretanto, um feito ainda maior foi o desenvolvimento das tecnologias que permitem tirar delas todos os benefícios de que hoje desfrutamos.

Pode-se dizer que todos os projetos atualmente realizados com as ondas eletromagnéticas são desenvolvidos teoricamente por meio da matemática, só a partir daí que os engenheiros constroem produtos comercializáveis, tais produtos, como celulares, televisões de alta definição de imagem e som, sistemas de radares, transmissão de dados etc.

O ser humano hoje é capaz de prever eventos naturais, tais como, tornados, furacões, ciclones tropicais, chuvas torrenciais, maremotos, terremoto etc. Essa capacidade de prever o futuro se dá através de estudos sobre o clima terrestre, e com o auxílio de modernos equipamentos, tais fenômenos vem sendo observado por muitos anos e todas as informações são processadas nos modelos de previsões que a meteorologia utiliza.

Os modelos de previsões do tempo analisam diversas variáveis envolvidas, tais como; temperatura, pressão atmosférica, umidade do ar etc., o estudo dessas variáveis é um processo de observação dos padrões do tempo, e é aí onde entra a matemática. Segundo Keith Devlin (1999) “a resposta mais comum entre os matemáticos é que a matemática é a ciência dos Padrões”. Os padrões estudados pelo matemático podem ser reais ou imaginário, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, quantitativos ou qualitativos, utilitários ou recreativos. Eles surgem do mundo á nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo e do funcionamento da mente humana. Com isso podemos dizer que estudar os padrões do tempo é fazer matemática.

A Matemática é a chave principal para montar esses modelos de previsões, com ela, as análises de tempo tornam-se mais eficaz. Essa disciplina não está só ligada a meteorologia, mas a todas ás áreas das ciências exatas, é ela a principal responsável pelo desenvolvimento tecnológico. Imaginemos como seria desenvolver projetos de arquitetura, de engenharia, as linguagens de programação, dentre outros, sem a matemática? Podemos afirmar que todos os projetos das ciências exatas de alguma forma utilizam a matemática, mesmo sendo o seu raciocínio lógico dedutivo.

A matemática também é capaz de prever os resultados de um pleito eleitoral, daí são aplicados técnicas de amostragem que a Estatística utiliza para desenvolver suas pesquisas. Sem dúvida é um feito espetacular tomar uma amostra de certa população, e tirar conclusões sobre a própria população. Essas pesquisas também são aplicadas da mesma forma no

controle de qualidade de muitos produtos industrializáveis, bem como, em inúmeros experimentos realizados na agricultura.

Desenvolver tecnologias sem utilizar a matemática é uma tarefa impossível, pois a matemática tem “a chave para abrir todos os cadeados” desse mundo tecnológico.

1.3 - Como uma Disciplina tão Importante é tão Odiada?

A matemática é vista pela maioria dos alunos como “bicho papão”, e nem é preciso fazer pesquisas para chegar a essa conclusão, basta está em sala de aula e ver como a maioria dos estudantes ficam desconfortáveis em relação a ela, ou seja, tais estudantes reclamam que a matemática é complicada, e que seus conteúdos estão distantes de sua realidade. Muitos desses estudantes chegam a fazer aquela famosa pergunta. “Pra que serve isso?”

Esse desconforto em relação a matemática não é uma coisa recente, vêm de muito tempo. O ensino desta disciplina ainda tem raízes no ensino tradicional, ou seja, tem raízes na pedagogia conservadora. Para Laudares (2005), essa concepção conservadora tem sido desenvolvida partir de conteúdos abstratos e formalizados. As atividades desenvolvidas em sala de aula primam pela busca de saberes descontextualizados, fixo em estado pronto e acabado.

Nessa concepção a matemática é tratada como acúmulo de fórmulas e equações e o saber matemático é voltado pra si mesmo. A matemática é tratada como autosuficiente, dependendo absolutamente só dela. Nesse sentido Laudares destaca (2005, pg. 55)

(...) o professor faz questão de preparar todos os problemas apresentados com antecedência; conseqüentemente, o legítimo ato de pensar matematicamente é escondido do aluno, e o único a conhecer a dinâmica desse processo continua sendo o professor. O professor com isso guarda para si a emoção da descoberta de uma solução fascinante, (...)

O que esse autor diz acima está relacionado com o fato de que a matemática está sendo ensinada de forma equivocada, em que a memorização é a peça principal do processo de ensino-aprendizagem, ou seja, muitas das propriedades matemáticas são ensinadas nas escolas da seguinte forma: “essa é a regra, aplique-a que da certo”. E em muitos casos os livros didáticos tentam justificar tais propriedades com alguns poucos casos, e nem se preocupam em levar o fato histórico que esse resultado significa.

Veja o que Garbi (2009 p. 2) diz a respeito desse tema.

Ao analisar os livros-texto de meu filho, (...). Por exemplo, em certo ponto, após mostrar apenas alguns poucos casos de polinômios que podem ser fatorados como produto de binômios, o autor diz: “Isso nos permite enunciar o seguinte teorema: Todo Polinômio de grau n pode ser fatorado no produto de n binômios do primeiro grau”. Nem se deu ao trabalho de dizer que exemplos como aqueles fizeram com que os matemáticos conjecturassem tal teorema e que, no século XIX, ele foi rigorosamente provado por Gauss no campo complexo.

O que choca mais nesse aspecto, é o fato de que algumas correntes de ensino orientam professores, do ensino fundamental primeira fase, a não exigir de seus alunos que saibam a tabuada de memória, pois tais correntes se fundamentam na ideia de que as crianças devem ser ensinadas a pensar e não a decorar.

Vejam o que Garbi (2009 p. 3) diz a respeito.

Será que perdemos o bom senso? Então, finge-se não saber que adolescentes estão sendo levados a decorar, sem entender, grandes quantidades de fatos da matemática, (...), e impede-se que professores cobrem de suas crianças a memorização da tabuada?

Garbi (2009 p. 3) ainda destaca.

È falso o dilema entre entender ou decorar na matemática. O aprendizado da matemática se faz através da compreensão e da memorização. O ideal é que a compreensão preceda a memorização e uma não exclui a outra. (...) Estão certos os que advogam que as crianças devem entender que a tabuada é construída a partir de soma de parcelas iguais (...). Mas qualquer aluno na faixa dos 9 anos tem condições de entender que, se souber a tabuada de memória, pode fazer mais rapidamente as operações aritméticas.

Diante desses aspectos destacados podemos ver de forma clara que a matemática passa a ser um amontoado de proposições, expressões, modelos desconectados, isolados, fragmentados. A metodologia desse modelo pedagógico é limitada à exposição e recitação do professor, e à conseqüente assistência e audição do aluno (LAUDARES, 2005). A matemática passada dessa forma faz com que os alunos acreditem que, a sua aprendizagem se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Eles acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona (D'AMBROSIO 1994).

Nesse modelo de ensino o professor não leva em conta o conhecimento que o aluno já traz consigo, ou seja, o conhecimento fora da escola é desconsiderado. O que prevalece é o formalismo matemático, com isso, a escola torna-se um ambiente em que os estudantes são

levados a resolver exercícios, em que sua maioria não contribui para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Essa carga pesada de exercícios repetitivos, não leva o aluno a levantar hipótese e nem a justificar seu raciocínio, apenas leva ele a decorar fórmulas e regras, ou seja, um ensino meramente mecânico. Essa forma de ensinar afasta ainda mais os alunos que tem potencial, porém não sabem como explorá-lo.

1.4 - Como Ensinar Matemática hoje?

No atual modelo de ensino, os professores de matemática, em geral, mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido, e para o entendimento de muitos desses professores o aluno aprenderá melhor quanto maior for o número de exercícios por ele resolvido (D'AMBROSIO 1994). Esse modelo de ensino baseado em exercícios repetitivos, onde a memorização é o fator principal, deixa de explorar o grande potencial que a matemática tem. O potencial de ser uma disciplina capaz de instigar a curiosidade e criatividade do aluno.

Numa aula de matemática devem ser geradas situações em que o aluno exerça sua criatividade. Nós professores temos um papel muito importante, o de incentivar os alunos a solucionarem problemas pela curiosidade e não apenas fazer com que os alunos decorem fórmulas e aplique regras. Devemos criar situações de investigação e exploração, também devemos levar o alunado a questionar, interpretar, duvidar e principalmente levá-los a opinar sobre os conteúdos abordados. Para isso, é preciso optar por propostas que colocam o aluno como centro do processo educacional, e o professor passa a ter um papel de orientador e monitor das atividades propostas aos educandos e por eles realizadas (D'AMBROSIO 1994).

Nessa proposta a sala de aula passa a ser um laboratório, onde os estudantes são os cientistas, eles usam o espaço para realizarem as demais tarefas educativas, tais tarefas sempre apoiadas em uma pedagogia que coloca o aluno como sendo o papel principal do processo educativo.

O professor tem que está atento em situações problemas que caracterizam a investigação e exploração de novos conceitos, visando à construção desses conceitos pelo próprio aluno através de situações, em que a sua curiosidade matemática seja estimulada. Por isso deve ser dado ao aluno o direito de aprender, porém, não um aprender mecânico, através de exercícios repetitivos que em sua maioria leva o aluno a fazer sem saber o que faz. Mas um aprender significativo, do qual ele próprio participe em conjunto com o professor, pois a vibração de novas descobertas tem que ser compartilhadas por ambos. Os professores têm que

tomar atitudes em que a construção do conhecimento se dá através de um trabalho em conjunto, é falso dizer que o professor é o único que tem o direito de saborear uma grande descoberta.

Destacaremos a seguir algumas propostas metodológicas que enfatiza a construção de conceitos matemáticos realizados pelo próprio aluno, onde eles tornam-se ativos na sua aprendizagem.

Resolução de problemas

Essa proposta visa à construção de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulam a sua curiosidade. Esse processo envolve o aluno no sentido de criar hipótese e conjecturar resultados matemáticos a partir de uma situação problema. Para que essa proposta seja satisfatória, é preciso que o professor busque a maneira correta de aplicá-la em sala de aula, visando problemas que realmente estimulem a curiosidade do aluno.

Modelagem

Os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar os fenômenos do dia a dia, através da modelagem matemática o aluno passa a compreender que a matemática é uma peça importante para resolver e analisar problemas. Essa proposta é de fundamental importância para que os conceitos trabalhados em sala de aula tenham um maior significado para os alunos, inclusive com o poder de torná-los mais críticos em analisar e compreender os fenômenos diários (D'AMBROSIO 1994).

Para Sandovsky (2007) além de contribuir para se ter uma visão mais integrada da atividade matemática, a ideia de modelagem realça o valor educativo que envolve o ensino dessa disciplina, oferecendo a possibilidade de atuar sobre uma porção da realidade por meio de um aparato teórico.

Nessa linha de pensamento, Sandovsky propõe uma sala de aula na qual os alunos desenvolvam atividades matemáticas onde eles sejam levados a formar conjecturas e que procurem formas de validá-las, que sejam capazes de produzir argumentos dedutivos, que arrisquem respostas para as questões que se formulam, que possam criar formas de representação que contribuam para chegar às soluções que se buscam, como também, sejam capazes de organizar os velhos conhecimentos à luz dos novos conhecimentos produzidos.

Etnomatemática

De acordo com D'Ambrosio (1994), o objetivo primordial dessa proposta é valorizar a matemática dos diferentes grupos culturais. Propõe-se uma maior valorização dos conceitos matemáticos informais construídos pelos alunos através de suas experiências, fora do contexto da escola. Essa proposta de trabalho requer uma preparação do professor no sentido de reconhecer e identificar as construções conceituais desenvolvidas pelos educandos.

História da Matemática

A História da Matemática é considerada por muitos educadores de matemática como um tema importante na formação do aluno. Ela proporciona aos educandos a noção exata dessa ciência em construção, com seus erros e seus acertos. Ela também tem o poder de contextualizar o saber, mostrar que seus conceitos são frutos de uma época histórica, dentro de um contexto social e político. Através dessa ferramenta, o aluno reconhecerá a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano.

Para D'Ambrosio (1994), esta linha de trabalho parte do princípio de que o estudo da construção histórica do conhecimento matemático leva uma maior compreensão da evolução do conceito que está sendo trabalhado.

O Uso dos Computadores

Para D'Ambrosio (1994), essa proposta do uso de tecnologias em sala de aula, inclusive os computadores, faz com que a matemática deixe de ser um corpo de conhecimentos prontos e simplesmente transmitido aos alunos e passa a ser algo em que o aluno faz parte integrante no processo de construção de seus conceitos.

Jogos Matemáticos

Os jogos quando convenientemente planejados, torna-se uma ferramenta pedagógica eficaz para a construção do conhecimento Matemático. O trabalho com os jogos proporcionam situações em que o aluno precisa superar a fase de diversão, inicialmente vista na atividade, partindo para uma fase de análise de atitudes, permitindo-lhe a compreensão de seu próprio processo de aprendizagem e desenvolvendo a autonomia necessária para continuar aprendendo. Essa abordagem metodológica está baseada no processo de construção do conhecimento matemático do aluno através de suas experiências com diferentes situações problemas, colocadas aqui em forma de jogo (D'AMBROSIO 1994).

No presente trabalho utilizamos uma proposta pedagógica que possibilitou uma construção com maior significado no processo de ensino-aprendizagem dos alunos, dessa forma, foi trabalhada a Resolução de problemas, Modelagem e História da Matemática.

CAPITULO 2

2 - HISTORIA DA TRIGONOMETRIA

Não podemos afirmar com precisão quando o homem passou a utilizar a geometria, entretanto, as suas origens parecem coincidir com as necessidades do cotidiano. Partilhar terras férteis às margens dos rios, construir moradias, realizar grandes projetos de engenharia, observar e prever os movimentos dos astros, são algumas das muitas atividades que a humanidade realizou e ainda realizam sempre dependendo de operações geométricas. Documentos sobre as antigas civilizações egípcia e babilônica comprovam bons conhecimentos do assunto, geralmente ligados à astrologia. Porém, foi na Grécia que grandes gênios matemáticos aperfeiçoaram o estudo de geometria, como destaca Berlinghoff (2010 pg. 14).

Muitas culturas antigas desenvolveram vários tipos de matemática, mas os matemáticos gregos foram os únicos a inserirem o raciocínio lógico e a demonstração no âmago do tema. Ao fazê-lo, eles mudaram para todo o sempre o que significa fazer matemática.

Para o mesmo autor a forma dominante da matemática grega era a geometria, embora os gregos também tenham estudado as propriedades dos números inteiros, a teoria das razões, astronomia e mecânica.

Neste contexto a trigonometria está muito ligada a Geometria, e o desenvolvimento de ambas se deram principalmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV e V a.C., com os egípcios e babilônios. É possível encontrar problemas envolvendo a cotangente no Papiro Rhind e também uma notável tábua de secantes na tábua cuneiforme babilônica Plimpton 322.

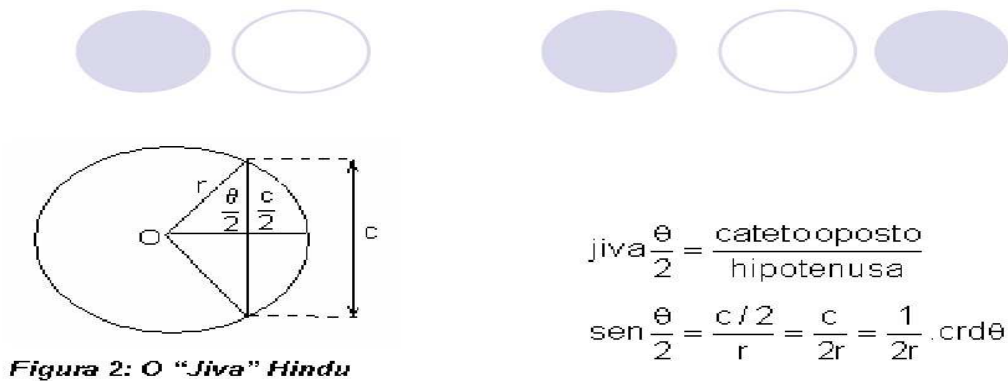
A palavra trigonometria tem origem grega, sua etimologia significa medida das partes de um triângulo. Trata-se, assim, do estudo das relações entre os lados e os ângulos de um triângulo. Não se sabe ao certo se o conceito da medida de ângulo surgiu com os gregos, entretanto, os gregos fizeram um estudo sistemático das relações entre ângulos – ou arcos – numa circunferência e os comprimentos de suas cordas. No século III a.C., Arquimedes de Siracusa no segmento do trabalho que desenvolveu para calcular o perímetro de um círculo dado o respectivo raio, calculou o comprimento de grande numero de cordas e estabeleceu algumas formulas matemáticas.

As medições e os resultados dos cálculos feitos pelos astrônomos eram registrados em tábuas. As tábuas babilônicas revelam algumas semelhanças com as tábuas trigonométricas. Surgiu então, na segunda metade do século II a.C., um marco na história da trigonometria: Hiparco de Nicéia (180-125 a.C.). Foi ele quem estabeleceu uma ponte entre a astronomia e a geometria, a partir daí deu início a trigonometria.

Hiparco construiu o que foi presumivelmente a primeira tabela trigonométrica com os valores das cordadas de ângulos de 0° a 180° . Assim, o seu trabalho representou um grande avanço na astronomia e por isso recebeu o título de “Pai da Trigonometria”. Entretanto, anos mais tarde surgiu Cláudio Ptolomeu autor da mais importante obra trigonometria da antiguidade, a *Síntese matemática*, coleção composta de treze volumes. Ela ficou conhecida como **Almagesto**, que significa em árabe “A maior”.

No **Almagesto** temos uma tabela mais completa que a de Hiparco, com ângulos de meio em meio grau, de 0° a 180° ; o uso da base 60, com a circunferência dividida em 360 graus e o raio em 60 partes de frações sexagesimais, não só para expressar ângulos, mas para qualquer tipo de cálculo, com exceção dos de medida de tempo; o resultado que passou a ser conhecido como o Teorema de Ptolomeu: Se ABCD é um quadrilátero convexo inscrito num círculo, então a soma dos produtos dos lados opostos é igual ao produto das diagonais. A partir desse resultado, operando com as cordas dos arcos, Ptolomeu chegou a um equivalente das fórmulas de seno da soma e da diferença de dois arcos, isto é, $\text{sen}(a+b)$ e $\text{sen}(a-b)$. Especialmente a fórmula para a corda da diferença foi usada por ele para a construção da tabela trigonométrica.

Em aproximadamente 400 a.C. os Hindus nos trazem um conjunto de textos matemáticos com o nome “*Surya Sidhanta*”, que significa “Sistema de Astronomia”. Tais escritos usavam uma trigonometria baseada na relação entre metade da corda e a metade do ângulo central, que foi denominado por *jiva*. Durante anos, os matemáticos oscilaram entre as idéias de Almagesto e do *Siddhanta*, entre a corda grega e a *jiva* hindu.



Podemos observar na figura acima, a corda c e a jiva que representa a metade da corda c . A relação que mostra a figura acima, entre a jiva e o seno, é explicada por uma tradução feita do árabe para o latim no Sec. XII. A partir daí, a jiva ou meia corda hindu passou a ser chamada de *sinus*, em português seno.

No Sec. XV surgiu Regiomontanus que no seu trabalho de título “*De triangulis omnimodis libri quinque*” fez uma introdução completa à Trigonometria e resolveu questões de geometria plana e esférica. Foi a partir daqui que a Trigonometria se torna independente da astronomia. Os avanços que vieram depois são devidos a Copérnico e ao seu aluno Rheticus (séc. XVI), este famoso estudioso estabeleceu o uso das seis funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente, co-tangente, secante e co-secante), e construiu tabelas de valores das mesmas, tendo também estudado a idéia de que essas funções representam razões, num triângulo retângulo.

Já em 1748 o matemático suíço Leonhard Euler, estabeleceu o tratado analítico das funções trigonométricas, de modo que o seno já não era um segmento de reta, passou a ser um número ou a razão ou a ordenada de um ponto no círculo trigonométrico ou um número dado pela soma de termos infinitos.

Já no início do Séc. XIX, o matemático francês Joseph Fourier, desenvolveu as séries formadas de senos e cossenos. Elas permitem aproximar as funções contínuas por meio de séries trigonométricas. Esse trabalho ajudou a compreender e a representar fenômenos periódicos, incluindo os ondulatórios, e desta forma fenômenos envolvendo luz, calor, batimentos cardíacos, vibrações puderam ser estudadas e foram centrais na revolução industrial. Hoje os métodos desenvolvidos por Fourier são estudados em diversas áreas, tais como, radiação atômica, eletricidade, termodinâmica, óptica, transporte de massa, calor, energia, etc.

CAPITULO 3

3 - DESENVOLVIMENTO DO CONTEUDO

Neste capítulo apresentaremos uma análise dos conteúdos de três livros didáticos do 9º ano (8º série). Evidentemente, foram analisados os conteúdos relacionados ao tema deste trabalho.

Os livros analisados Foram: A conquista da Matemática de José Ruy Giovanni Jr. e Benedict Castrucci; Tudo é Matemática de Luiz Roberto Dante e Matemática e realidade de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado.

3.1- Proporcionalidades em Geometria

O livro “A conquista da Matemática” traz a proporção na história, mostrando a descoberta de Tales quando ele foi desafiado a medir a altura da grande pirâmide de Quéops, contudo o livro apenas relatou esse fato histórico, logo em seguida abordou o conteúdo de razão e proporção.

Pelo que observamos, podemos notar que o livro “A conquista da Matemática” teve uma preocupação em mencionar a história da matemática, com isso, pode ser trabalhado uma aula introdutória sobre a importância da proporção em geometria, destacando seus pontos através da história e até mesmo realizando experimentos, tais como, calcular a altura dos alunos usando a sombra, como também a altura de monumentos.

Ao analisar o livro “Matemática e realidade” chegamos a uma conclusão. A linguagem que ele utiliza para abordar esse conteúdo é muito abstrata para ser trabalhada, nem sequer teve o trabalho de destacar algum fato histórico, como também, não introduziu o conteúdo com uma situação problema.

O livro “Tudo é Matemática” traz uma introdução de razão abordando grandezas diretamente proporcionais, em seguida retoma a idéia de razão e proporção através de uma situação problema e em seguida são trabalhados exercícios e problemas, só depois ele destaca, como também permite ser trabalhado em sala de aula o fato histórico de Tales e a altura de uma pirâmide. Contudo, chegamos a uma conclusão de que esse livro tem uma proposta melhor do que os demais.

3.1.1- Razões de Segmentos

Chamamos de **razão entre dois segmentos de reta**, a razão entre os números que expressa as medidas desses segmentos, sempre tomados na mesma unidade.

Dados dois segmentos, \overline{AB} e \overline{CD} , a razão entre eles é indicada por: $\frac{AB}{CD}$

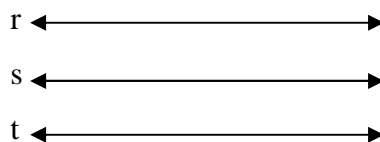
3.1.2- Segmentos Proporcionais

Quatros segmentos, \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{MN} e \overline{PQ} , nessa ordem, são proporcionais, quando a razão entre os dois primeiros for igual a razão entre os dois últimos, ou seja:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}$$

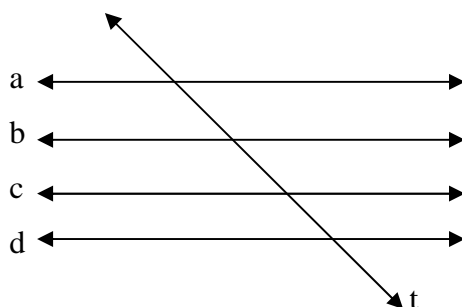
3.1.3- Feixe de Retas Paralelas

Duas ou mais retas de um mesmo plano formam um feixe de retas paralelas quando, tomadas duas a duas, são sempre paralelas. Na figura a seguir, as retas **r**, **s** e **t** formam um feixe de retas paralelas ($r//s$, $r//t$ e $s//t$). Indicamos assim: $r//s//t$.



Se uma reta corta uma das retas de um feixe de paralelas, então ela corta também as demais. Dizemos que essa reta é transversal ao feixe de paralelas.

Na figura abaixo, as retas, **a**, **b**, **c** e **d** formam um feixe de paralelas e a reta **t** é transversal.



3.1.4- Teorema de Tales

Verificamos a abordagem dos três livros em relação ao Teorema de Tales. Os livros “A conquista da Matemática” e “Matemática e realidade” abordam de imediato a demonstração do teorema. Já o livro “Tudo é Matemática”, antes da demonstração do teorema, ele aborda situações problemas, só depois ele demonstra tal teorema.

Através dessa análise, optamos pela proposta do livro Tudo è Matemática, pois ele não sobrecarrega de imediato os alunos com a demonstração do teorema, antes ele busca mostrar situações problemas em que tal teorema é aplicado. Isso faz com que os alunos compreendam o teorema antes de entrar em uma linguagem puramente abstrata. Além do mais, os teoremas em matemática, em sua maioria não foram demonstrados tão facilmente, primeiramente os matemáticos conjecturaram tais resultados através de casos particulares, e só a partir de muitas pesquisas eles demonstraram esses resultados.

Generalização do Teorema de Tales

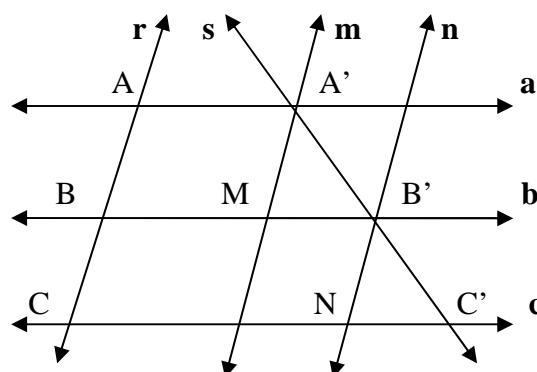
Se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, os segmentos de reta determinados sobre uma são proporcionais aos segmentos correspondentes determinados sobre a outra.

Demonstração

Vamos demonstrar o Teorema de Tales quando os segmentos determinados nas duas transversais têm números racionais como medidas.

1º caso: Os segmentos determinados em uma transversal são congruentes

Observe a figura abaixo:



a , b e c formam um feixe de paralelas, r e s são duas transversais e $\overline{AB} \cong \overline{BC}$, ou seja, a razão $\frac{AB}{BC} = 1$. (I)

Vamos provar que a razão $\frac{A'B'}{B'C'}$ também vale 1 e, assim, que $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

Para isso traçamos mais duas retas transversais, ambas paralelas a r : m passando por A' e n passando por B' . Formamos assim dois paralelogramos: $ABMA'$ e $BCNB'$. Como todo paralelogramo tem os lados opostos congruentes, $\overline{A'M} \cong \overline{AB}$ e $\overline{B'N} \cong \overline{BC}$ e sendo $\overline{AB} \cong \overline{BC}$, podemos afirmar que $\overline{A'M} \cong \overline{B'N}$.

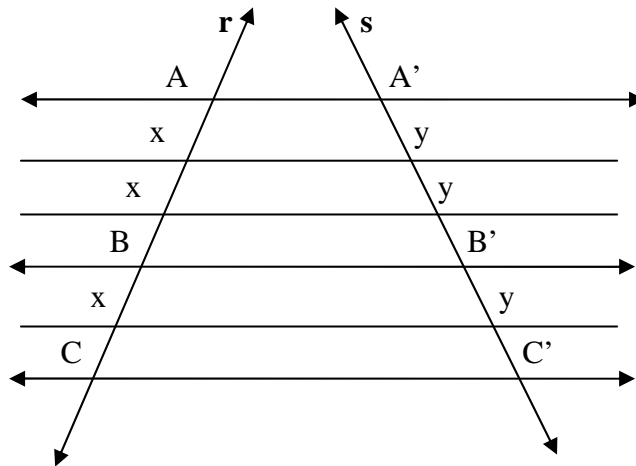
Consideremos agora $\triangle A'MB'$ e $\triangle B'NC'$. Usando o caso ALA, podemos garantir que eles são congruentes, pois $\overline{A'M} \cong \overline{B'N}$, $\widehat{MAB'} \cong \widehat{NBC'}$ (ângulos correspondentes com m/n e s transversal) e $\widehat{A'MB'} \cong \widehat{B'NC'}$ (ângulos correspondentes formados por: m/n e b/c).

Se $\triangle A'MB' \cong \triangle B'NC'$, então $\overline{A'B'} \cong \overline{B'C'}$, ou seja, a razão $\frac{A'B'}{B'C'} = 1$. (II)

De (I) e (II) chegamos ao que queríamos provar: $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

2º caso: Os segmentos determinados em uma transversal não são congruentes (mas têm como medidas números racionais)

Veja a figura abaixo:



Como \overline{AB} e \overline{BC} têm medidas diferentes, mas racionais, podemos dividir \overline{AB} e \overline{BC} em um número inteiro de partes iguais, de mesmo tamanho.

No caso acima, \overline{AB} em p partes ($p = 3$) e \overline{BC} em q partes ($q = 2$), todas de medida x .

Pelo que foi visto no **1º caso**, traçando as paralelas indicadas em verde, cada segmento de medida x em r corresponde a um segmento de medida y em s , e podemos escrever:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{p \cdot x}{q \cdot x} = \frac{p}{q} \text{ e } \frac{A'B'}{B'C'} = \frac{p \cdot y}{q \cdot y} = \frac{p}{q}$$

Comparando as igualdades, chegamos ao que queríamos Provar:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

Observações:

- A demonstração feita pode ser estendida para feixes com mais de três retas paralelas.
- Os matemáticos já provaram que a proporção $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ vale também para quando as medidas **AB**, **BC**, **A'B'**, **B'C'** são dadas por números irracionais.

3.1.5- Semelhança de Triângulos

Os três livros abordam esse tema da mesma forma, ou seja, limitam o conteúdo de maneira tradicional, expõe teoremas e propriedades, depois sugere alguns exercícios. Poderiam apresentar situações do cotidiano onde encontramos semelhanças de triângulos.

Assim, dois triângulos são semelhantes quando têm os ângulos correspondentes congruentes e os lados correspondentes proporcionais.

Em dois triângulos semelhantes;

- Os ângulos congruentes são chamados **ângulos correspondentes**
- Os lados opostos ao ângulo correspondentes são chamados lados

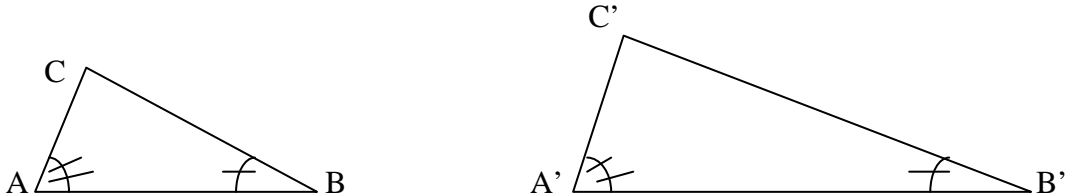
3.1.6- Casos de Semelhança de Triângulo

Os livros “Tudo é Matemática” e “Matemática e Realidade” apresentam os casos de semelhanças de triângulos e suas respectivas demonstrações, em seguida são aplicados inúmeros exercícios. Já o livro “A Conquista da Matemática” não aborda os casos de semelhanças de triângulos.

Apresentamos aqui os três casos, porém não serão demonstrados, já que, não é objetivo deste trabalho.

1° caso AA (ângulo – ângulo)

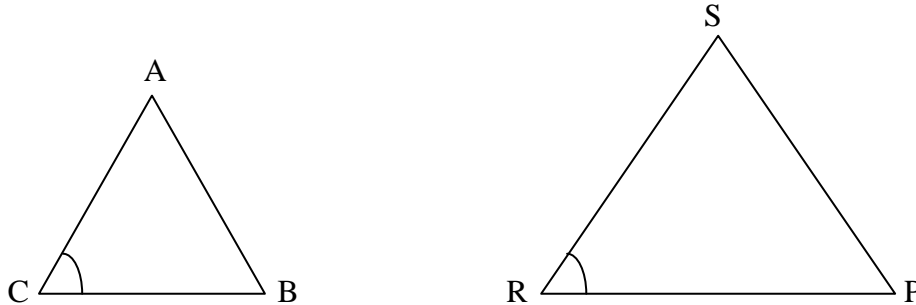
Se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes respectivamente congruentes, eles são semelhantes



Temos; $m(\widehat{A}) = m(\widehat{A'})$ e $m(\widehat{B}) = m(\widehat{B'})$

2° caso LAL (Lado – Ângulo – Lado)

Se dois triângulos têm dois lados correspondentes com medidas proporcionais e o ângulo por eles compreendido tem a mesma medida, eles são semelhantes.

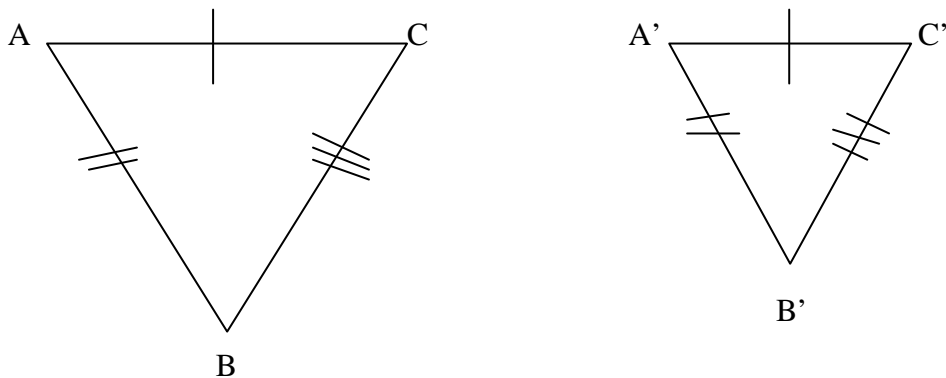


Dessa forma, temos:

$$\frac{SR}{AC} = \frac{PR}{BC}, m(\widehat{C}) = m(\widehat{R})$$

3° caso LLL (Lado – Lado – Lado)

Se dois Triângulos têm os três lados correspondentes com medidas proporcionais, eles são semelhantes.



Dessa forma, temos:

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

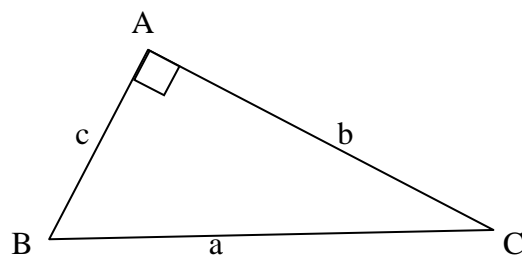
3.2- Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Os livros “A conquista da Matemática” e “Tudo é Matemática”, antes de abordarem o conteúdo, apresentam fatos históricos sobre os triângulos retângulos. Já o livro “Matemática e Realidade” não abordam o contexto histórico, ele vai direto destacando os elementos do triângulo retângulo e depois sobrecarrega o aluno com muitos exercícios repetitivos.

Os livros “Tudo é Matemática” e “A Conquista da Matemática” abordam o conteúdo com situações problemas e exemplos variados, dessa forma torna a linguagem do conteúdo mais clara para o aluno, facilitando o processo ensino-aprendizagem.

3.2.1- Elementos de um Triângulo Retângulo

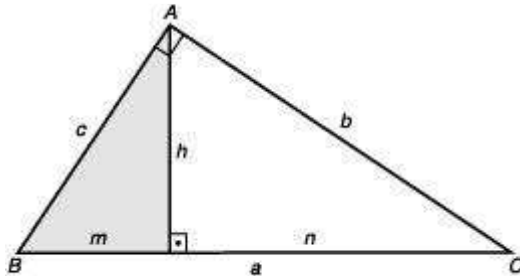
O triângulo ABC da figura abaixo representa um triângulo retângulo em A (\hat{A} é reto), no geral:



- O lado \overline{BC} , oposto ao ângulo \hat{A} , é a hipotenusa (representamos sua medida por **a**)

- Os lados \overline{AC} e \overline{AB} , opostos respectivamente aos ângulos \widehat{B} e \widehat{C} , são os catetos (representamos suas respectivas medidas por **b** e **c**).

Ao traçarmos a altura \overline{AH} relativa a hipotenusa, indicamos:

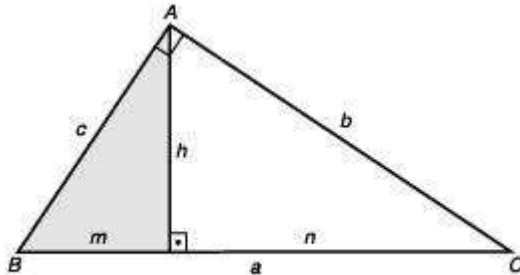


- h: medida da altura relativa à hipotenusa,
- m: medida da projeção do cateto \overline{AB} sobre a hipotenusa,
- n: medida da projeção do cateto \overline{AC} sobre a hipotenusa.

Demonstração do Teorema de Pitágoras

A demonstração apresentada a seguir, baseia-se na semelhança de triângulos.

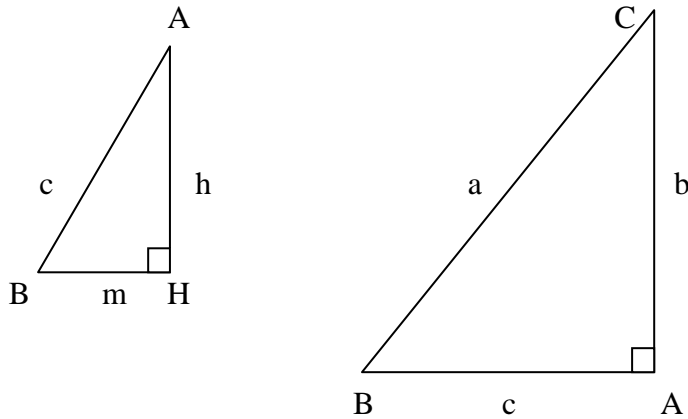
Consideremos o triângulo ABC, retângulo em A, com altura \overline{AH} relativa à hipotenusa.



Temos que: $a = m + n$ (I)

Vamos considerar os triângulos retângulos HBA e ABC.

Colocando esses dois triângulos na mesma posição podemos perceber melhor os ângulos e os lados correspondentes (lados homólogos).



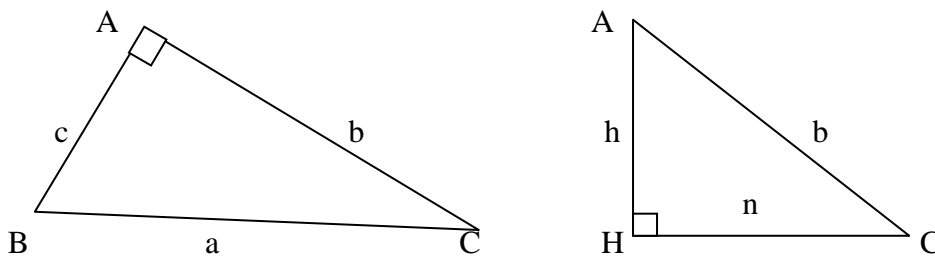
Os dois Triângulos têm um ângulo reto (são triângulos retângulo) e têm o ângulo \widehat{B} comum: logo, pelo caso **AA** de semelhança de triângulo temos, $\Delta ABC \sim \Delta HBA$.

Se os triângulos são semelhantes, os lados homólogos têm medidas proporcionais, o que nos permite escrever:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{m}$$

Dessas proporções tiramos as relações: $c^2 = am$ (II) $ah = bc$ (III) $ch = bm$ (IV)

Vamos, agora, considerar os Triângulos ABC e HAC da figura inicial:



Esses dois triângulos têm um ângulo reto, e o ângulo \widehat{C} é comum; portanto, são semelhantes: $\Delta ABC \sim \Delta HAC$.

Como os lados homólogos são proporcionais, escrevemos as proporções e delas obtemos as relações:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{n} = \frac{c}{h}$$

$$b^2 = an \quad (V) \quad bh = nc \quad (VI) \quad ah = bc \quad (III)$$

Adicionando-se os dois membros de duas das igualdades demonstradas, (V) e (II), temos:

$$\left. \begin{array}{l} b^2 = an \\ c^2 = am \end{array} \right\} b^2 + c^2 = an + am \rightarrow b^2 + c^2 = a(n + m)$$

Como $a = m + n$ (I), temos:

$$b^2 + c^2 = a \cdot a \rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

Portanto, em qualquer triângulo retângulo o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos (Teorema de Pitágoras).

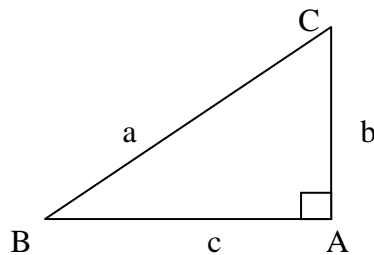
3.3- Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo

O livro “A Conquista da Matemática”, aborda o conteúdo em uma linguagem totalmente abstrata, ou seja, não apresenta nenhuma situação prática.

Os livros “Tudo é Matemática” e “Matemática e Realidade” abordam o conteúdo com uma situação problema. Eles trabalham todo desenvolvimento das razões trigonométricas com a tal situação, fazendo assim, uma abordagem em que o aluno compreenda o conteúdo com situações práticas. Desta forma, apoiamos tal procedimento.

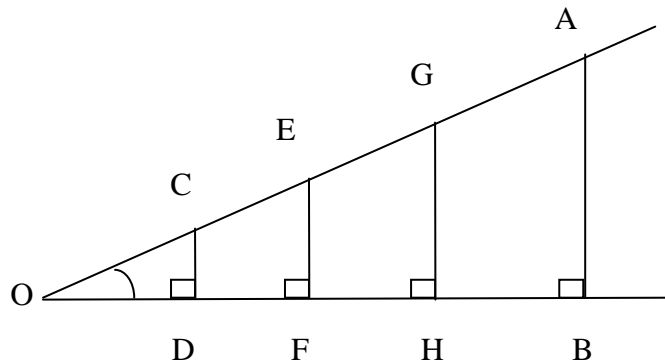
3.3.1- Definição de Seno, Cosseno e Tangente por meio de Semelhança de Triângulos

Observe o ΔABC , retângulo em A , na qual:



- a é a medida da hipotenusa (lado oposto ao ângulo reto);
- b e c são as medidas dos catetos (lados que formam o ângulo reto);
- \overline{AC} é o cateto oposto ao ângulo \widehat{B} ;
- \overline{AB} é o cateto adjacente ao ângulo \widehat{B} .

Consideremos agora um ângulo \widehat{AOB} , de medida θ , $0^\circ < \theta < 90^\circ$ e, a partir dos pontos C, E, G , etc. da semi-reta AO , tracemos as perpendiculares $\overline{CD}, \overline{EF}, \overline{GH}$, etc. à semi-reta OB .



Os triângulos OCD , OEF , OGH , etc. têm os mesmos ângulos, logo, são semelhantes.

Podemos, portanto escrever:

$$\frac{CD}{OC} = \frac{EF}{OE} = \frac{GH}{OG} = \dots (\text{constante})$$

Esta relação depende apenas do ângulo de medida θ (e não do tamanho do triângulo retângulo do qual é um dos ângulos agudos) é chamada de seno de θ ; assim, escrevemos:

$$\text{sen } \theta = \frac{CD}{OC} = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \theta}{\text{medida da hipotenusa}} \quad (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

De modo análogo, da semelhança dos triângulos obtemos as relações:

$$\frac{OD}{OC} = \frac{OF}{OE} = \frac{OH}{OG} = \dots (\text{constante})$$

$$\frac{CD}{OD} = \frac{EF}{OF} = \frac{GH}{OH} = \dots (\text{constante})$$

que também dependem apenas do ângulo de medida θ e que definimos com cosseno do ângulo θ e tangente do ângulo θ :

$$\text{cos } \theta = \frac{OD}{OC} = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \theta}{\text{medida da hipotenusa}} \quad (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

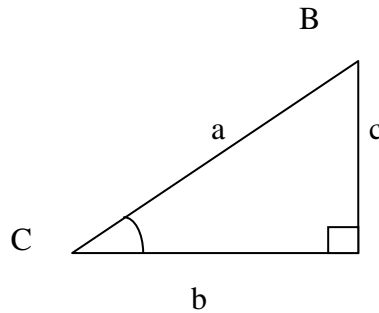
$$\text{tg } \theta = \frac{CD}{OD} = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \theta}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \theta} \quad (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

Assim as razões $\text{sen } \theta = \frac{CD}{OC}$, $\text{cos } \theta = \frac{OD}{OC}$ e $\text{tg } \theta = \frac{CD}{OD}$ são chamadas de razões trigonométricas em relação ao ângulo de medida θ .

3.3.2- Relações entre Seno, Cosseno e Tangente

As razões trigonométricas seno, cosseno e tangente se relacionam de várias formas, como veremos a seguir.

1º) Relação fundamental entre seno e cosseno $\mathit{sen}^2\theta + \mathit{cos}^2\theta = 1$



$$m(\widehat{C}) = \theta$$

Demonstração:

Consideremos um ângulo de medida θ , de vértice C em um triângulo CAB, retângulo em A, como mostra a figura.

Lembrando o Teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$, podemos usá-lo em:

$$\mathit{sen}^2\theta + \mathit{cos}^2\theta = \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{c^2 + b^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

Portanto, $\mathit{sen}^2\theta + \mathit{cos}^2\theta = 1$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)

$$2^\circ) \mathit{tg}\theta = \frac{\mathit{sen}\theta}{\mathit{cos}\theta} \quad (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

Demonstração:

$$\frac{\mathit{sen}\theta}{\mathit{cos}\theta} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b}{a} \div \frac{c}{a} = \frac{b}{a} \times \frac{a}{c} = \mathit{tg}\theta$$

Ou

$$\mathit{tg}\theta = \frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{\mathit{sen}\theta}{\mathit{cos}\theta} \quad (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

CAPITULO 4

4 - PROPOSTA PEDAGÓGICA

Através desta proposta pedagógica pretendemos trabalhar o conteúdo de Geometria de uma turma de 9º ano por meio da interdisciplinaridade, pois foram abordados nas aulas de Matemáticas, conteúdos que envolvem temas como a proporção na historia daí, tem-se a necessidade de ser trabalhados conhecimentos sobre o Egito, tais como; suas crenças, a engenharia, a agricultura, a parte histórica e religiosa, etc., portanto foram sugeridos planos de ação pedagógica cuja realização foi em conjunto com os professores de Artes, Geografia, História, Religião e Português. A contribuição de Artes foi realizada com a confecção de pirâmides e a contribuição de Português foi de forma indireta, ou seja, no final do projeto os alunos da turma produziram um texto sobre o Egito e os experimentos realizados.

DESCRIÇÃO DO MATERIAL

Para realização dos planos de ação pedagógica, foram necessárias folhas de cartolinas, tesoura, régua, cola e atividades xerocadas.

4.1- Objetivos

4.1.1- Objetivos Gerais

Verificar os resultados da aplicação metodológica da pedagogia de projetos referente ao tema Egito em alunos do 9º ano, abordando na matemática o conteúdo de trigonometria.

4.1.2- Objetivos Específicos

- Trabalhar de maneira interdisciplinar o conteúdo de trigonometria através da história;
- Incentivar os professores a trabalhar em conjunto com as outras disciplinas;
- Envolver os alunos com mais intensidade no processo ensino-aprendizagem;
- Desenvolver o processo ensino-aprendizagem numa abordagem dos conteúdos por meio da interdisciplinaridade;
- Ajudar o aluno na compreensão de conceitos básicos de razão e proporção;

- Promover a criatividade do aluno através de experimentos que comprovem alguns fatos históricos.

4.2- Metodologia

Considerações físicas da sala de aula

A sala de aula não apresenta um bom espaço físico para a quantidade de alunos que nela estuda, as filas ficam bem próximas umas das outras, com isso dificulta o professor na hora de transitar. Porém a sala é arejada com boa iluminação, possui um ventilador de parede, não possui mesa para o professor, para ele só uma cadeira.

Perfil da turma

A turma escolhida para realização desse trabalho interdisciplinar foi uma turma do 9º ano “B” da **EEEIFM ALMIRANTE ANTONIO HERÁCLITO DO RÊGO**, que fica localizada no município de Barra de Santana PB. Ela é composta de 36 alunos sendo 18 meninas e 18 meninos, o horário das aulas de matemática estão distribuídos da seguinte forma:

Segunda-feira 4ª aula

Quinta-feira 3ª e 4ª aulas

Sexta-feira 1ª e 2ª aulas

Entre os alunos dessa turma existem seis que foram reprovados, dos quais três foram reprovados em matemática. A maioria dos alunos do sexo masculino trabalha na parte da manhã junto com os pais, eles realizam tarefas diárias tais como; colocar ração pro gado, tirar o leite das vacas e etc, e a tarde vêm pra escola.

4.2.1- Relato da Ação Pedagógica

O projeto interdisciplinar deveria ter iniciado com a aula de artes na construção de caixas para presente no formato de pirâmides, seriam colocados dentro das caixas lembrancinhas onde os alunos presenteariam suas mães, porém aconteceram imprevistos, ou seja, na semana que antecedeu o dia das mães as aulas foram suspensas por motivo de fortes chuvas na cidade de Barra de Santana. No entanto, o início do projeto se deu com as aulas de Geografia, o professor da disciplina, trabalhou as questões políticas do Egito destacando a

atual crise política, trabalhou também a situação geográfica do país e tudo foi registrado através de apresentações dos alunos, como também através de cartazes como mostra a foto 1.



A continuidade do projeto seguiu com a participação das aulas de História e Religião, o professor dessas disciplinas é o mesmo. Na parte histórica, foi trabalhada a importância das pirâmides em função de sua altura, o misticismo delas, a ressurreição dos faraós, os tesouros enterrados e a arqueologia. Já em Religião o professor abordou a história de José do Egito e a relação dos doze irmãos com as doze tribos de Israel.

As aulas de Matemática ocorreram em paralelo com as aulas mencionadas acima, só depois, aconteceu a construção das pirâmides realizada pelos alunos na aula de Artes, entretanto, sem o intuito mais de presentear as mães.

4.2.2- Relato de Experiência

A atividade que foi exposta a seguir foi desenvolvida em uma turma de 9º ano composta de 36 alunos, o experimento realizado está exposto em duas etapas.

1ª Etapa

Antes de iniciar o conteúdo de geometria, foi feita uma revisão do conteúdo de razão e proporção, já que, na sequência seriam apresentados para eles o Teorema de Tales. Num dia de sexta-feira as aulas de razão e proporção foram duas e realizadas através de exposição de

exemplos e problemas relacionados ao tema, foi trabalhado também atividade em grupo para que eles debatessem entre si, porém o professor estava sempre atento orientando-os.

Antes de entrar na abordagem histórica foi realizada pelos alunos da turma uma atividade de casa, na qual consistiu a produção de cartazes que permaneceram durante todo tempo nas paredes como mostra a foto 2.



Na segunda-feira, foi feita uma abordagem histórica sobre proporção, nessa aula foi destacado o fato histórico de Tales e suas viagens ao Egito, como também, a sua façanha de calcular a altura da pirâmide usando apenas a sombra da mesma. Essa aula foi bastante proveitosa, pois os alunos interagiram com o professor, fazendo perguntas e observações, tais como: “Como foi possível calcular a altura da pirâmide usando a sombra dela?” “De onde Tales tirou esse conhecimento?” “Como foi o processo que ele utilizou?” Todas essas perguntas foram debatidas e respondidas baseadas nos fatos históricos. Em determinado momento da aula o professor comentou que o trabalho de que Tales realizou há muito tempo atrás seria realizado novamente com a turma, daí foi uma surpresa para eles. Surpresa para alguns e desconfiança para outros, pois existiam na sala alunos que ainda não acreditavam ser possível calcular a altura de um monumento usando o processo de Tales.

No dia seguinte foi reunida a turma, e todos os alunos se dirigiram junto com o professor para uma área aberta de frente a cantina. Nesse momento com o auxílio de uma fita métrica e um bastão de 100 centímetros de comprimento o experimento foi realizado. A participação dos alunos do sexo masculino foi mais presente, inclusive alunos que não demonstravam interesse algum em aulas teóricas. Dois garotos, o Robson e Leonilson se

propuseram serem os modelos para o experimento. Foram tiradas as medidas dos comprimentos das sombras do bastão e também o comprimento das sombras dos garotos. Cinco alunos da turma fizeram as anotações dos dados em seus cadernos, terminada a coleta das informações a turma dirigiu-se à sala. Na sala de aula os dados foram colocados no quadro, e foram calculadas as alturas dos garotos usando proporção, o momento mais esperado pela turma foi o da comparação dos resultados obtidos no cálculo usando a sombra com a verdadeira altura dos garotos, para a surpresa de todos, o erro na altura de Robson foi de 6 cm para menos e 2 cm para mais na altura de Leonilson.

A turma ficou admirada pela aproximação do resultado, principalmente o resultado da altura de Leonilson. Com isso surgiu algumas dúvidas, tais como: “Porque o resultado do Leonilson foi mais aproximado do que o resultado de Robson?” Daí o professor debateu junto com eles, enfatizando que os garotos poderiam estar se movendo durante o processo de coleta de dados, bem como a demora em tirar a medida do comprimento da sombra do Robson em relação a sombra do bastão, pois essa demora influencia no resultado, uma vez que, a terra está se movendo constantemente em relação ao seu próprio eixo (movimento de rotação).

Houve a pausa pro intervalo e voltamos na aula seguinte, nesse dia em que foi realizado o experimento era uma terça-feira e entre as duas aulas havia o intervalo. Depois do intervalo foi trabalhado o conteúdo de segmentos proporcionais de maneira tradicional, com exposição de exemplos e problemas. O fato mais importante, é que houve uma participação maior da turma nessa aula, já que, sempre na quarta aula da terça-feira a turma sempre voltava do intervalo um pouco desanimado pra assistir aula. Acredito que só foi diferente pelo fato de que na terceira aula foi realizado o experimento das alturas dos garotos. Um fato ainda mais curioso que pudemos observar foi o fato de alunos que sempre deram muito trabalho nas aulas, desta feita tiveram uma boa participação tanto no experimento, como na aula seguinte onde foi realizada a exposição de exemplos e exercícios do tema. O que demonstra claramente a diferença e os efeitos de um curso licenciado de forma tradicional, para outro de uma forma dinâmica, participativa e com significados para os alunos.

2ª Etapa

Na sexta-feira dia 27 de maio de 2011 foi realizado o segundo momento da aula de campo, dessa vez foi calculada a altura da parte traseira da igreja católica de Barra de Santana, já que, não foi possível calcular a altura da frente usando a sombra, pois o sol projeta a sombra sobre o telhado da igreja.

Usando o mesmo bastão de 100 cm de comprimento que foi utilizado no experimento anterior, um grupo de alunos ficou com a responsabilidade de medir o comprimento da sombra do bastão, enquanto que outro grupo tirou o comprimento da sombra da parte traseira da igreja, como mostra a foto 3.



O curioso nesse experimento foi ter que esperar o sol aparecer (como mostra as fotos nos anexos), pois era uma tarde nublada, e muitos dos alunos, principalmente as meninas queriam desistir, já os meninos estavam mais otimistas. Depois que o sol deu o ar da graça, os dados foram colhidos.

Como no experimento anterior os meninos tiveram mais iniciativa em colher os dados, ou seja, os garotos se empenharam mais nas aulas de campo. Depois de colher as informações a turma dirigiu-se a escola e foram todos para a sala, daí o professor utilizou os dados e calculou a altura da igreja, enquanto isso a turma observava atentamente a espera do resultado. Com tudo, foi registrada a altura de 6,08 m.

No que pudemos observar, uma aula dessa forma envolve muitos dos alunos que não participam das famosas aulas tradicionais, a participação desses alunos foi o fato que mais chamou atenção nos dois experimentos realizados.

4.2.3- Proposta para Continuidade do Projeto

Em virtude do tempo as atividades que serão expostas a seguir ficaram como proposta pedagógica.

Construção de um teodolito

Material:

- Pote redondo com tampa (o pote deve possuir movimento circular fixando a tampa)
- Canudo oco em formato cilíndrico reto (o buraco interno deve ter o diâmetro de forma que seja possível visualizar o outro lado)
- Xérox de um transferidor com os ângulos dispostos num círculo de diâmetro maior que o pote.
- Madeira ou papelão que caiba a imagem do transferidor
- Tabela da tg
- Cola
- Arame de comprimento maior que o diâmetro do transferidor

Montando o teodolito:

- Recorte o transferidor e fixe-o na madeira ou papelão;
- Fure a parte superior do pote com arame e deixe aparecendo igualmente dos dois lados;
- Cole o pote de cabeça para baixo no meio do transferidor;
- Fixe o canudo paralelamente ao arame em cima do pote.

Como se usa:

Posiciona o teodolito caseiro de modo que sua base fique perpendicular ao objeto que vamos medir a altura. Medimos a distância do objeto até o teodolito. Através do canudo, miramos o ponto mais alto do objeto, com isso o arame marcará um ângulo no transferidor.

Com esse ângulo usamos a seguinte relação; a tangente do ângulo é igual ao cateto oposto (altura do objeto) dividido pelo cateto adjacente (distância do objeto ao teodolito).

Experimento:

Colocar diversas crianças a 1 metro de distância do monumento a ser medido (o monumento a ser medido nessa ocasião será novamente a igreja católica do município de Barra de Santana, porém dessa vez será medida a altura da frente da igreja). Fazê-las observarem através do teodolito o ângulo dado para enxergar o ponto mais alto da igreja, anotar as medidas de cada criança e em seguida voltar pra sala de aula para realização dos cálculos. O professor deverá tomar um exemplo e fazer o cálculo da altura da igreja, depois fazer cada um deles calcular a altura da igreja. Os cálculos resultaram em alturas distintas, pois os ângulos não serão os mesmos devido à diferença entre as alturas dos alunos. Então o professor questionará porque isso ocorre. O objetivo é fazer com que os alunos pensem uma maneira única para calcular a altura da igreja.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Agora, ao final deste percurso, uma proposta de uma aula diferente surge como um auxílio capaz de prender a atenção dos alunos. Ensinar conteúdos matemáticos da maneira tradicional tem suas desvantagens, já que, uma grande parte dos alunos fica desconfortável em relação a esse método, ou seja, tais alunos não ficam atraídos pela aula. Usar quadro e giz para expor o conteúdo é necessário, porém, sempre que for possível realizar um experimento como os relatados nesse trabalho, torna os conteúdos matemáticos mais significativos, e além do mais, faz com que muitos dos alunos que não questionavam, não opinavam e nem mesmo prestavam atenção nas aulas expositivas, terem uma reação positiva, ou seja, tais alunos que apresentavam essas características tiveram uma maior participação nos experimentos e até mesmo nas aulas expositivas após o experimento.

Podemos afirmar que esses alunos gostam de coisas novas e ativas, daí cabe ao professor criar estratégias em que os conteúdos matemáticos sejam explorados com o uso de recursos nos quais sejam capazes de se trabalhar a sua prática através de contextualização e problematização. Além do mais, os conteúdos matemáticos trabalhados dessa forma proporcionam uma interação mais participativa entre professor e aluno, fazendo assim, uma aula dinâmica e recheada de criatividade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERLINGHOFF, William P.; Gouvêa, Fernando Q. **A matemática através dos tempos**; Tradução Elza F. Gomide e Helena Castro. 2 ed. São Paulo. Blucher, 2010.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. 2ª edição. Nº 1 e 2. Brasília. 1994. P. 57-63.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. Ática: 8ª série. São Paulo 2008.

GARBI, Gilberto G. **Para que serve isso?** Revista do Professor de Matemática. SBM. São Paulo, V 63, P. 1-5 2º quadrimestre 2007.

_____. **Decora é preciso Demonstrar também é**. Revista do Professor de Matemática. SBM. São Paulo, V 68, P. 1-6 1º quadrimestre 2009.

GIOVANNI JR., José Ruy. **A conquista da matemática**, 9º, Ed renovada, São Paulo. FTD 2009.

IEZZI, Gelson; Dolce, Osvaldo; Machado, Antonio. **Matemática e realidade** 6 ed.: 9º ano. Atual 2009.

DEVLIN, Keith. **O gene da matemática**. tradução de Sergio Morais do Rego. – 2ª ed- - Rio de Janeiro: Record, 2005.

LAUDARES, João Bosco. **Uma nova abordagem para a educação em matemática e ciências**. Presença Pedagógica. Belo Horizonte, V 36 P. 55-58, 2005

PORTANOVA, Ruth. **História da Matemática: um recurso metodológico?**. Departamento de Matemática, PUCRS, Porto Alegre. Disponível em: http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/cd_xxvii_cnmac/cd_cnmac/files_pdf/10494a.pdf acesso em 21 maio 2011.

SANDOVSKY, Patrícia. **O ensino de matemática hoje: Enfoques, sentidos e desafios;** tradução Antonio de Paula Donesi. São Paulo: Ática 2010.

Sites consultados

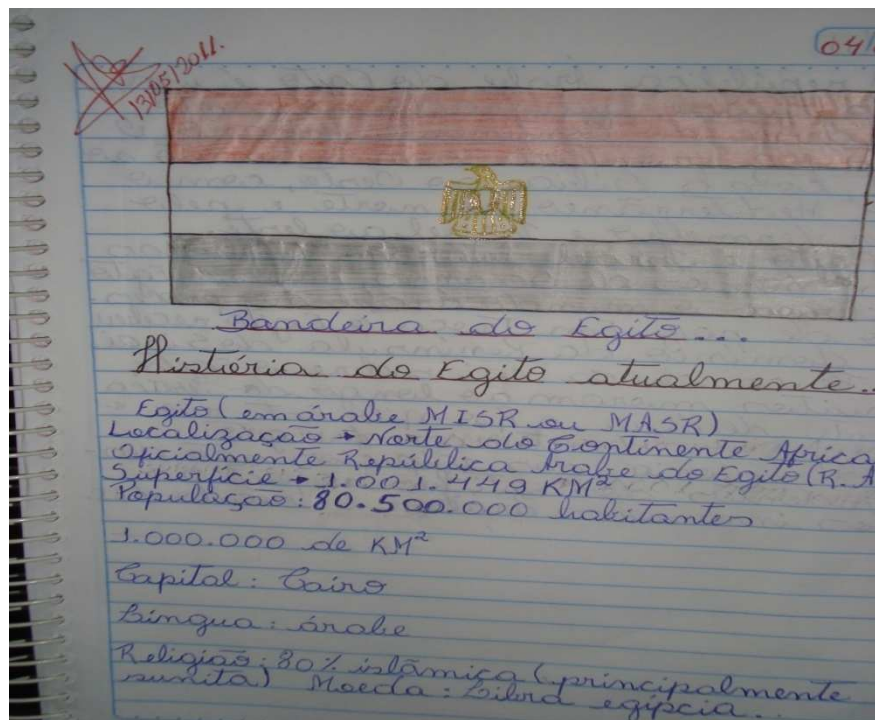
<http://pt.scribd.com/doc/19942994/A-Historia-da-Trigonometria>

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm33/historia.htm>

[http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01039032/webfolios/grupo4/teodolito
.htm](http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01039032/webfolios/grupo4/teodolito.htm)

ANEXOS

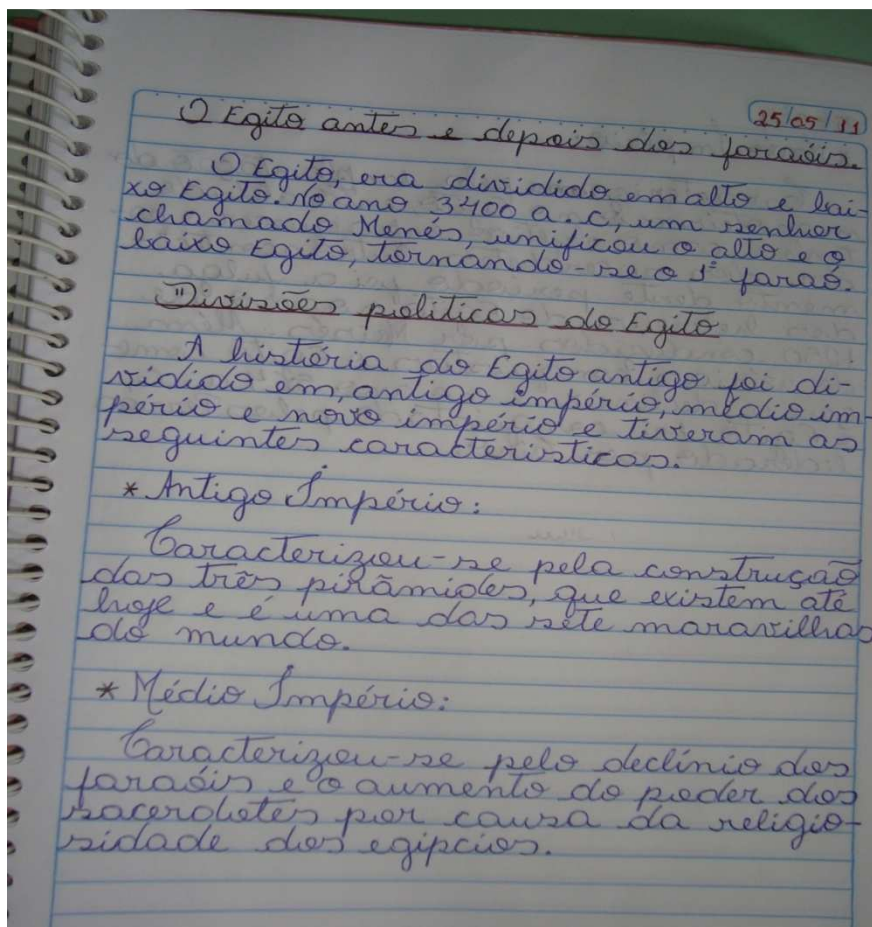
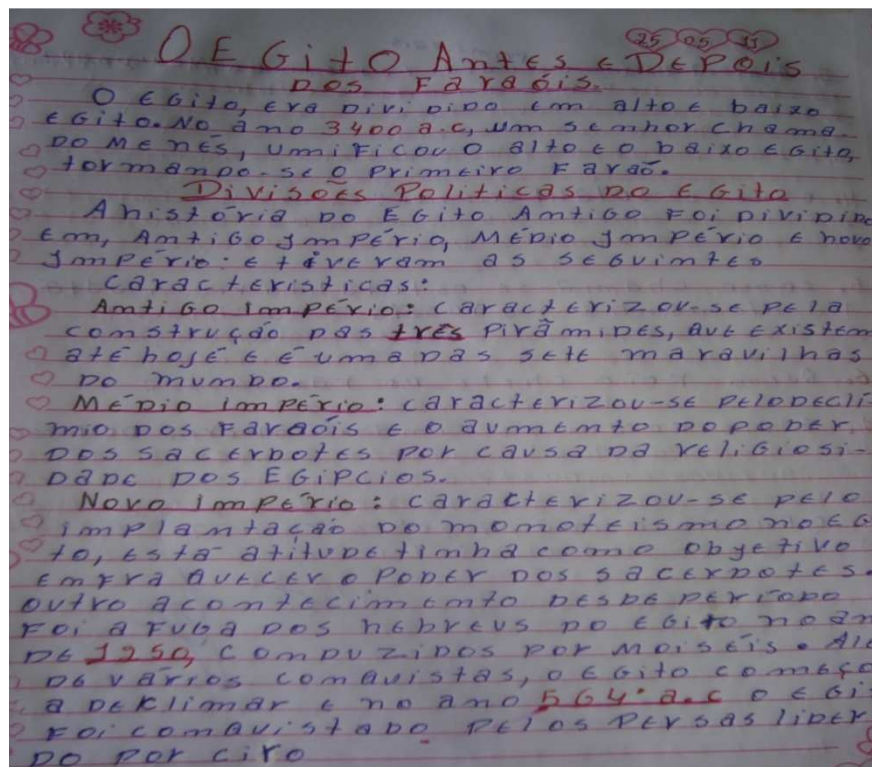
ANEXO 1- Fotos: (atividades de geografia)



ANEXO 1- CONTINUAÇÃO



ANEXO 2- Fotos: (atividades de história)



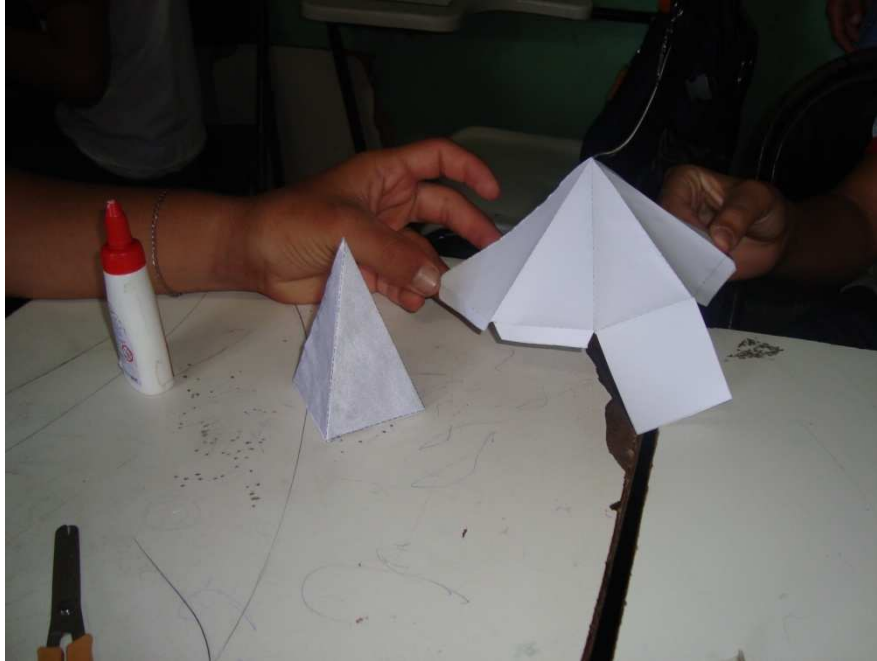
ANEXO 3- Fotos: (atividade de artes, construção da pirâmide)



ANEXO 3- CONTINUAÇÃO

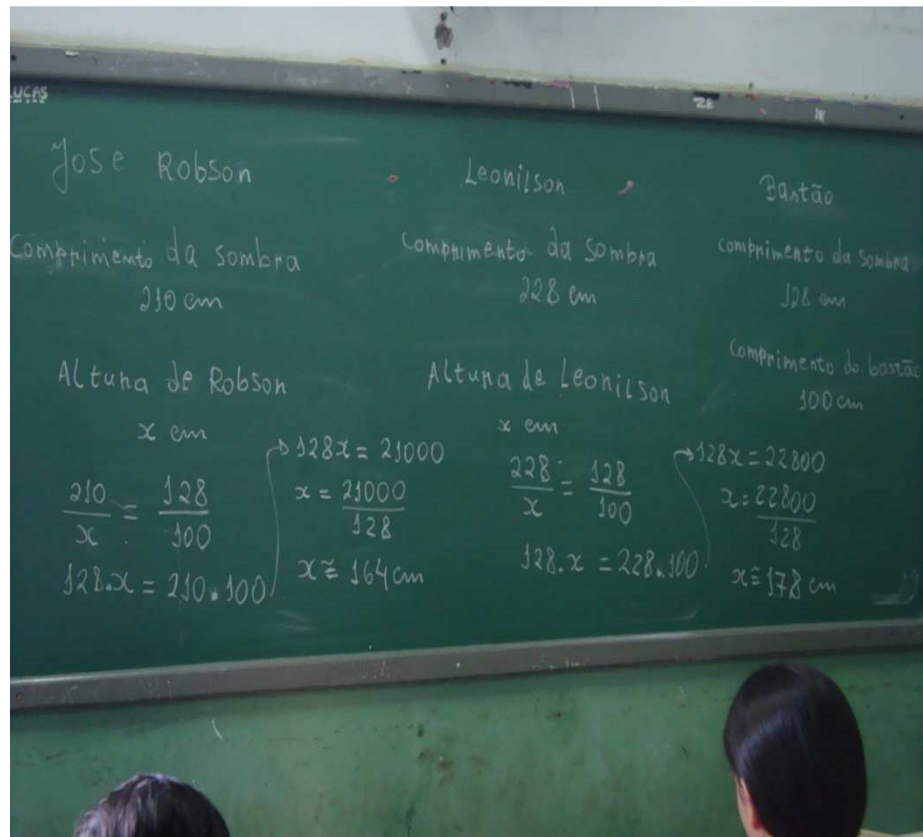


ANEXO 3- CONTINUAÇÃO



ANEXO 4- Fotos: (experimentos realizados nas aulas de Matemática 1ª etapa)



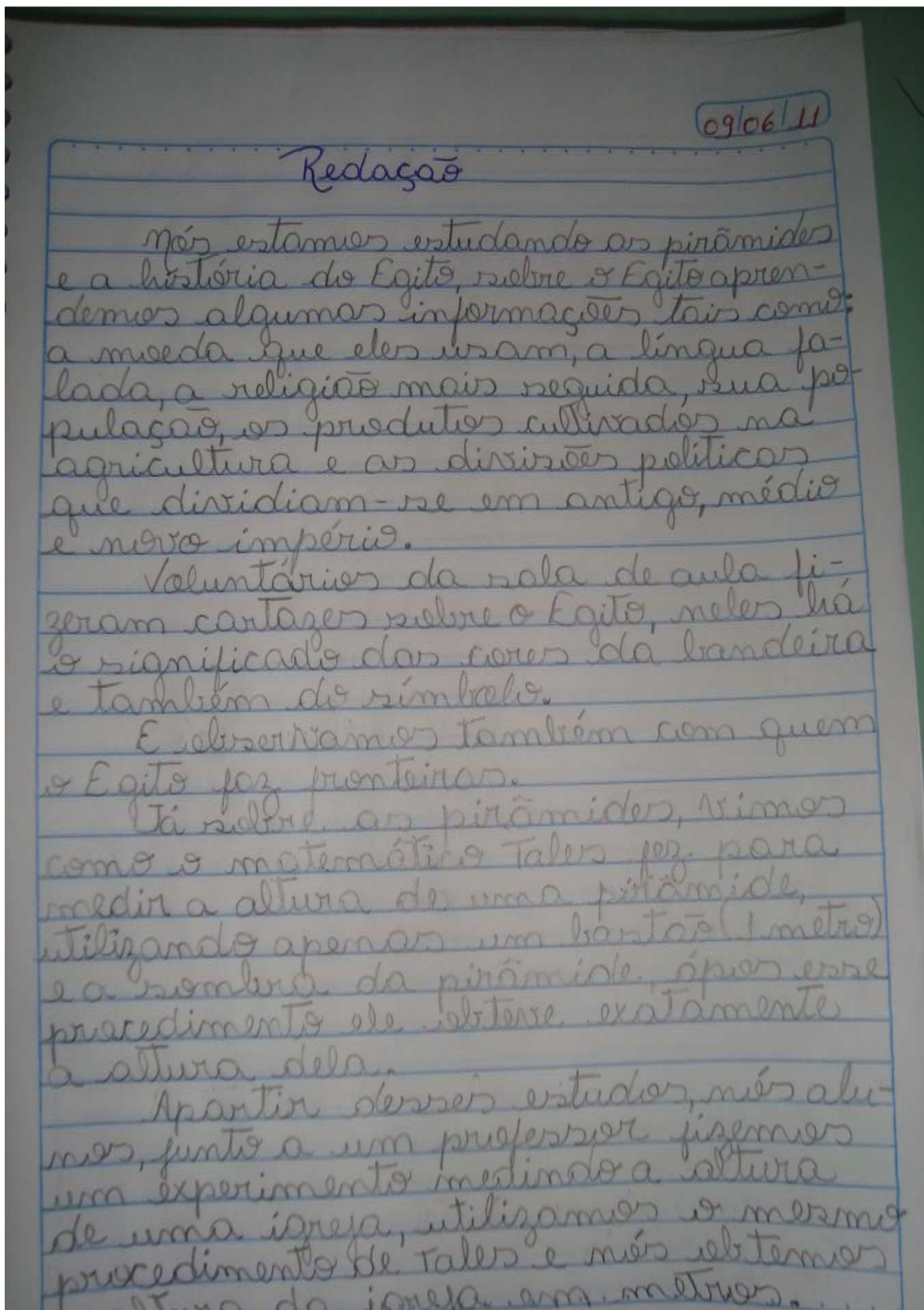
ANEXO 5- Fotos: (resultado do experimento da 1ª etapa exposto no quadro)

ANEXO 6- Fotos: (experimentos realizados nas aulas de Matemática 2ª etapa)

ANEXO 6- CONTINUAÇÃO



ANEXO 7- Fotos: (redação produzida pelos alunos na aula de português)



ANEXO 8- Depoimento do professor de Geografia

Com o objetivo de trabalhar com a interdisciplinaridade entre as matérias de Geografia e Matemática, na Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Almirante Antonio Heráclito do Rêgo, que fica localizada no município de Barra de Santana-PB, as aulas de Geografia ministrada pelo professor João Elias de Souza, nos dias 06 e 09 do mês de maio do corrente ano letivo, cujo conteúdo selecionado foi o perfil Estatístico, físico e socioeconômico da república Árabe do Egito. Tal ação objetiva contribuiu com o trabalho de conclusão do curso de licenciatura plena em matemática da Universidade Estadual da Paraíba, do conluente Deoclécio Pinto da Costa Neto.

Pode-se dizer que a realização dessa parceria foi bastante proveitosa para o crescimento intelectual de todas as partes envolvidas. Observou-se que durante as aulas que esse trabalho interdisciplinar foi realizado teve um papel fundamental e relevante no que diz respeito ao ensino-aprendizagem dos educandos, pois eles perceberam a relação entre os conteúdos das disciplinas envolvidas.

ANEXO 9- Depoimento do professor de História e Religião

Com o intuito de trabalhar com a interdisciplinaridade entre as disciplinas de História, Ensino Religioso e Matemática na Escola Almirante Antonio Heráclito do Rêgo, de Barra de Santana-PB. As aulas de História que teve como objetivo mostrar as características políticas, sociais, econômicas e culturais do Egito antigo.

Já em Ensino Religioso, tentamos mostrar as características religiosas do Egito antigo, que foi uma das fortes civilizações orientais.

Pode-se dizer que a realização desta parceria foi bastante produtiva para ambas disciplinas, Já que os alunos conseguiram observar que a História e a Matemática foram importante no Egito antigo, não esquecendo que as construções das pirâmides foi uma obra que envolveu grandes estudos matemáticos. No campo religioso as pirâmides eram locais onde os Faraós eram sepultados com seus tesouros, pois eles acreditavam na reencarnação, por isso tudo era preparado para seu possível retorno.

Silvio Gonçalves de Assis (professor de História e Ensino Religioso)