



Universidade Estadual da Paraíba
Centro de Ciências e Tecnologia
Departamento de Estatística

Moniclaudia Pereira dos Santos

**Análise de dados com medidas repetidas
utilizada no estudo do desempenho escolar
no ensino fundamental**

Campina Grande
Maio de 2014

Moniclaudia Pereira dos Santos

Análise de dados com medidas repetidas utilizada no estudo do desempenho escolar no ensino fundamental

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Bacharelado em Estatística do Departamento de Estatística do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de Bacharel em Estatística.

Orientador:
João Gil de Luna

Campina Grande
Maio de 2014

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S237a Santos, Moniclaudia Pereira dos.

Análise de dados com medidas repetidas utilizada no estudo do desempenho escolar no Ensino Fundamental [manuscrito] / Moniclaudia Pereira dos Santos. - 2014.

45 p. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Estatística) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

"Orientação: João Gil de Luna, Departamento de Estatística".

1. Desempenho escolar. 2. Medidas repetidas. 3. Análise multivariada. I. Título.

21. ed. CDD 310

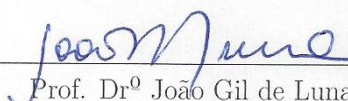
Moniclaudia Pereira dos Santos


Análise de dados com medidas repetidas utilizada no estudo do desempenho escolar no ensino fundamental


Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Bacharelado em Estatística do Departamento de Estatística do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de Bacharel em Estatística.

Aprovado em: 23/05/2014

Banca Examinadora:


Prof. Dr^o João Gil de Luna
UEPB/CCT/DE
Orientador


Prof. Dr^o Ricardo Alves de Olinda
UEPB/CCT/DE
Examinador


Prof^a. Dr^a Ana Patrícia Bastos Peixoto
UEPB/CCT/DE
Examinador

Dedicatória

*A Deus,
porque Dele, por Ele e para Ele são todas as coisas.*

A minha família, alicerce da minha vida.

*A Daniel, pelo amor, paciência e compreensão,
com carinho,
DEDICO.*

Agradecimentos

A Deus, pois sei que as conquistas de hoje são fruto do seu amor e de sua graça e que Ele é fiel para cumprir o que prometeu. Sou grata, pois ao longo desses anos Deus me permitiu compartilhar e demonstrar do seu amor de forma simples e verdadeira.

Aos meus pais, Lourenço e Maria do Socorro, vocês são exemplos de que o amor que os une é verdadeiro e forte o suficiente para resistir as adversidades da vida. Obrigada por me ensinar a correr atrás dos meus sonhos e a nunca desistir. O bom caráter, herdei de vocês.

Aos meus irmãos, Mônica, Monicleide e Márcio e ao meu cunhado Alberto, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse sonho, pois em todo o percurso vocês me incentivaram. Agradeço especialmente ao meu irmão Márcio por sua voluntariedade, foram muitas idas e vindas a universidade.

Ao meu namorado Daniel, que me acompanha desde o início do curso, sou grata pelo amor compartilhado, paciência e incentivo, você tornou os anos mais agradáveis mesmo não estando sempre por perto, e, ainda agradeço por saber esperar.

Aos meus sobrinhos queridos, Arthur e Daniel que algumas vezes tornaram os momentos de estudos uma verdadeira brincadeira, obrigada por alegrar a casa da tia quando precisava descontraír.

Ao meu avô José Teles, sua simplicidade me inspira e o seu zelo me faz te amar ainda mais. As minhas avós Maria (*in memoriam*) e Marina pelo amor de mãe duplicado.

Aos professores da graduação que contribuíram para o meu conhecimento e que me incentivaram a sempre me aprimorar.

Ao meu orientador João Gil, por ser o incentivador para realização desse trabalho, por acreditar na minha capacidade e depositar tamanha confiança, sou grata por todo conhecimento repassado e por sua disponibilidade.

Aos membros da banca examinadora, Ricardo Alves de Olinda e Ana Patrícia Bastos Peixoto por aceitarem o convite e contribuírem para o enriquecimento desse trabalho.

A minha amiga mais chegada que uma irmã Rosa e ao seu esposo Armsgentier, por disponibilizar sua casa e dividir seu tempo comigo, vocês também fazem parte da concretização deste sonho.

Aos meus amigos e irmãos em Cristo da ACEV, gostaria de agradecer a todos na pessoa dos meus líderes, pastor Wostenes e Gleydice, vocês são minha família na fé a quem tenho gratidão, porque sempre pudemos servir uns aos outros em amor.

À todas do ministério Celebração, que sempre me apoiaram e torceram pela realização desse projeto e a quem pude compartilhar e acrescentar conhecimento por meio do meu curso. Agradeço especialmente a Rita e Raiana, pela voluntariedade e disposição e, principalmente por compreenderem as minhas ausências.

Aos meus colegas de curso, aos que chegaram até o fim e aos que construíram novos caminhos, a vocês meus agradecimentos. Em especial a Juliana, Evelyne e Socorro, os anos nos tornaram mais unidas e as aulas foram mais descontraídas com vocês. Também agradeço a Reinaldo e a Bruno, a vida acadêmica não seria tão bem humorada se não fosse por vocês.

Resumo

O ensino fundamental é uma das etapas mais importantes para a formação do indivíduo, que requer em sua conclusão o domínio da escrita, leitura e do cálculo capacitando-o a compreender as diversas formas do ambiente social e natural, assim é importante analisar o desempenho escolar durante essa etapa, analisando-se as diferenças ou não com relação ao tempo (ano escolar) e ao sexo (feminino e masculino). A realização de estudos com medidas repetidas na avaliação do desempenho escolar torna-se relevante, visto que, a compreensão e a perspectiva da qualidade da educação, muitas vezes está relacionada com esse rendimento. Portanto, o objetivo desse trabalho é avaliar o desempenho do aluno através de métodos estatísticos, apresentando como técnica apropriada a análise multivariada com medidas repetidas. Os dados utilizados para o estudo foram coletados de um colégio particular da cidade de Campina Grande, com uma amostra de 40 estudantes, sendo analisadas as médias finais do mesmo indivíduo em cada ano letivo (2^o ao 9^o ano) nas disciplinas de português, matemática, ciências, história e geografia. De acordo com os resultados obtidos pode-se observar que, as medidas ao longo do tempo são correlacionadas entre si, quanto as hipóteses testadas pode-se concluir que o ano é um fator relevante e não constante quanto ao rendimento do aluno, principalmente mais evidenciado na transição do 5^o para o 6^o ano e que para o fator sexo não encontrou-se evidências para a diferença no desempenho escolar entre meninos e meninas. Sendo assim, a análise multivariada no modelo de medidas repetidas ajustou-se bem aos dados, permitindo-se uma efetiva avaliação do desempenho escolar na fase do ensino fundamental.

Palavras-chave: desempenho escolar, medidas repetidas, análise multivariada.

Abstract

The elementary school is one of the most important stages for the formation of the individual, that requires in his conclusion the domain of reading, writing and calculation, enabling him to understand the various forms of social and natural environment, so it is important to analyze the academic performance during this step, analyzing the differences or not with respect to time (grade) and gender (male and female). The studies with repeated measures in the evaluation of school performance becomes relevant, since understanding and perspective of the quality of education is often related with this performance. Therefore, The aim of this study is to evaluate the student's performance through useful statistical methods, showing how proper technique multivariate analysis with repeated measures. The data used for the study were collected from a private school in the city of Campina Grande, with a sample of 40 students, and analyzed the Final average values of the same individual in each year (2nd to 9th grades) in each of the disciplines, portuguese, mathematics, science, history and geography. According to the results obtained, it can be noted that the measures over time are correlated, about the hypotheses tested we can conclude that the year is a relevant factor and not constant about the achievement of the students, more especially evidenced in the transition from 5th to 6th grade and that for the gender factor is not found evidence for a difference in academic achievement between boys and girls. Thus, the multivariate analysis in the model of repeated measures was fitted well to the data, allowing yourself an effective assessment to the school performance during the elementary school stage.

Keywords: school performance, repeated measures, multivariate analysis.

Sumário

Lista de Tabelas

Lista de Figuras p. 11

1 Introdução p. 12

2 Referencial Teórico p. 14

2.1 Aspectos gerais da educação básica p. 14

2.2 Fundamentos estatísticos p. 15

2.3 Teste de esfericidade de Mauchly p. 18

2.4 Análise multivariada de perfis p. 19

3 Material e Métodos p. 24

3.1 Caracterização dos dados p. 24

3.2 Métodos utilizados p. 24

3.3 Hipóteses sobre os parâmetros do modelo p. 26

3.4 Procedimento da análise p. 26

4 Resultados e Discussão p. 27

5 Conclusão p. 39

Referências p. 40

Anexos p. 42

Lista de Tabelas

1	Valores dos coeficientes de variação (C.V), da estatística de Bartlett (αM) para o teste de homogeneidade das variâncias, por ano dentro de cada disciplina e das médias (\bar{x}) do desempenho escolar referente ao sexo (feminino e masculino), em cada ano.	p. 28
2	Distâncias quadradas generalizadas ordenadas (d_j^2) e os correspondentes percentis do qui-quadrado ($\chi_{[p, \frac{j-0,5}{n}]}^2$), com p=8 e n=40.	p. 31
3	Teste de Bartlett para homogeneidade da matriz de variâncias e co-variâncias, por disciplina.	p. 34
4	Teste de esfericidade de Mauchly, para as disciplinas em estudo.	p. 35
5	MANOVA para o efeito dos fatores ano, sexo e interação (ano×sexo) no rendimento escolar dos alunos nas disciplinas em estudo.	p. 35

Lista de Figuras

1	Representação gráfica do teste de qui-quadrado, referente as distâncias ordenadas generalizadas para as disciplinas de português e matemática.	p. 29
2	Representação gráfica do teste de qui-quadrado, referente as distâncias ordenadas generalizadas para as disciplinas de ciências, história e geografia.	p. 30
3	Análise gráfica dos resíduos através dos diagramas de dispersão para as disciplinas de português e matemática, respectivamente.	p. 32
4	Análise gráfica dos resíduos através dos diagramas de dispersão para as disciplinas de ciências e história, respectivamente.	p. 33
5	Análise gráfica dos resíduos através dos diagramas de dispersão para a disciplina de geografia.	p. 34
6	Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de português.	p. 36
7	Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de matemática.	p. 37
8	Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de ciências.	p. 37
9	Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de história.	p. 37
10	Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de geografia.	p. 38

1 Introdução

O ensino fundamental de acordo com a LDB ¹ é uma das etapas mais importantes para a formação do indivíduo, já que em sua conclusão, o estudante deve dominar a leitura, a escrita e o cálculo, contudo, a capacidade de compreender o ambiente natural e social é relevante. Nesse sentido, faz-se necessário analisar o desempenho escolar ao longo do tempo, considerando-se como base as seguintes disciplinas: geografia, história, matemática, português e ciências.

Como o desempenho escolar é observado no mesmo indivíduo ao longo do tempo e, em geral, de modo sistemático, é de se esperar que ocorra correlação não nula entre as medidas no tempo, bem como, exista certa heterogeneidade de variâncias. Neste caso, é possível considerar que notas de anos mais próximos sejam mais correlacionadas que notas de anos mais distantes, tornando-se, quase sempre, características comuns a dados mensurados ao longo do tempo.

Considerando-se que a situação mais comum é aquela em que os indivíduos são sorteados aleatoriamente da população em estudo, e, as medidas são tomadas em diversas ocasiões sobre o mesmo indivíduo, pode-se admitir que, as observações feitas em ocasiões distintas tendem a estar correlacionadas, logo, essas variações ao longo do tempo entre as unidades de observação (indivíduos), indicam as variáveis que contém as medidas repetidas.

No geral, utiliza-se o termo medidas repetidas quando observa-se o atributo de interesse no mesmo indivíduo ou na mesma unidade experimental em mais de uma ocasião (DIGGLE, 1988; CROWDER; HAND, 1990).

A realização de estudos com medidas repetidas na avaliação do rendimento escolar torna-se relevante, visto que, a compreensão e perspectiva da qualidade da educação muitas vezes está relacionada com o rendimento do educando. De acordo com Dourado e Oliveira (2009), essa qualidade é um conceito histórico, que se altera no tempo e no espaço, envolvendo dimensões extra e intraescolares, interferindo direta ou indiretamente

¹BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. *LDB - Lei nº 9394/96*, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 2013.

nos resultados educativos.

Quanto ao estudo da educação básica no setor privado, vemos a motivação em analisar esse desenvolvimento, já que o mesmo tem os recursos necessários para realização de propostas pedagógicas de incentivo ao aperfeiçoamento e rendimento do colegiado, justificando assim a utilização da metodologia com medidas repetidas, em que o tempo é um fator relevante no que se refere ao processo ensino aprendizagem.

Também como as medidas ao longo do tempo (ano letivo) tendem a estar seriamente correlacionadas, as suposições de independência em que muitos métodos estatísticos estão fundamentados quase sempre são violadas, logo, um método alternativo para o estudo é a análise multivariada de perfil de médias, ou a análise de variância univariada com medidas repetidas. Assim, justifica-se a metodologia com medidas repetidas, pois não há na literatura muitos recursos técnicos utilizados para analisar o desempenho educacional, procurando relacionar características importantes como o desempenho escolar quanto ao sexo e o ano escolar.

Portanto, o presente trabalho tem como objetivo, utilizar a análise estatística apropriada para o modelo com medidas repetidas na avaliação do desempenho escolar na fase do ensino fundamental. Analisar algumas técnicas através da análise multivariada para o modelo com medidas repetidas, e ainda verificar as pressuposições do modelo multivariado para este caso.

2 Referencial Teórico

Encontram-se nesta seção as principais características da educação no ensino fundamental, no que se refere ao desempenho escolar no setor privado.

2.1 Aspectos gerais da educação básica

A educação básica é um direito de todos e dever do Estado, é o que garante a Constituição Federal de 1988. Tem como dever, não só garantir a igualdade de condições de acesso e a permanência à escola, mas proporcionar ao educando uma escola com qualidade estrutural e de competência educacional, independente a que classe social o alunado esteja classificado (ARELARO, 2005). Contudo, uma educação básica de qualidade segundo Cury (2002) não é meramente exclusiva de suas etapas e ou modalidades, porém requer a realização do direito ao saber, juntamente com o que a escola tende a oferecer no que diz respeito ao padrão de qualidade possível de ser incrementado.

Para Filho (2002) o crescimento no setor de educação tomou grandes proporções, o que transformou a atividade num negócio estratégico, em que a competitividade exegiu das instituições melhoria, de forma que o ensino privado de educação básica pudesse suprir as necessidades do alunado, mantendo-se forte diante da concorrência.

As instituições privadas de ensino, ainda conforme Filho (2002) propuseram se adequar as mudanças exigidas nas práticas de gestão educacional, onde antes rejeitavam o discurso de que uma instituição precisava estar voltada para o compromisso social, passou a reconhecer sua importância e a valorizar para assim ter um empreendimento bem sucedido.

De acordo com as argumentações anteriores, é notório que o desempenho escolar deva está relacionado com o método de ensino, no que diz respeito ao que o professor possa exigir do aluno em suas atividades diárias de forma que a aprendizagem seja prazerosa e rica em conhecimento, tanto quanto ao esforço individual do colegiado em se submeter aos padrões exigidos e tornar-se um formulador de opiniões.

Segundo Silva (2012) pode haver diferenças entre meninos e meninas no que se refere

ao desempenho escolar, sendo evidenciado pelas práticas escolares e familiares de acordo com o tratamento diferenciado entre os gêneros, o que gera efeito no processo de ensino e aprendizagem. Nesse caso, há necessidade de reforçar os estudos sobre a relação existente entre o desempenho escolar e o sexo por meio do tempo, verificando-se a correlação entre ambos.

2.2 Fundamentos estatísticos

Diversas áreas de pesquisa realizam planejamentos com medidas repetidas, por envolver em uma mesma unidade experimental a realização de duas ou mais observações. Esses planejamentos podem ser do tipo “split-plot” (parcelas subdivididas), em que um nível de um fator precisa de uma área relativamente grande para ser aleatorizado a nível de parcela e os demais níveis de um segundo fator são aleatorizados nas subparcelas, conforme o delineamento apropriado (inteiramente casualizado, blocos casualizados, quadrado latino, etc); planejamentos do tipo “cross-over”, em que as unidades recebem sequências de tratamentos e ainda planejamentos longitudinais, que é o mais comumente utilizado por envolver em uma mesma unidade experimental a observação de uma ou mais variáveis respostas em ocasiões distintas, assim, espera-se que haja uma correlação e as variâncias sejam homogêneas por considerar as medidas repetidas nas diversas ocasiões (LIMA, s.d).

Segundo Armas (2004), nos planejamentos longitudinais a variável resposta pode ser tanto contínua quanto discreta, a qual observa-se nas diversas unidades experimentais (indivíduo, vasos, etc), formando assim grupos de tratamentos ou fatores. Cada unidade experimental pode produzir diversas unidades de observação, que em conjunto forma um perfil individual de respostas, por conseguinte cada tratamento (ou grupo) associa-se um perfil médio de respostas que evidencia o efeito e o comportamento do tratamento ao longo do tempo.

Para Lima (s.d) e Armas (2004) se o intervalo entre duas medidas consecutivas quaisquer mantêm-se constante durante o estudo, os dados longitudinais são considerados regulares em relação ao tempo; balanceados se nos mesmos instantes de tempo forem realizadas observações em todas as unidades experimentais e ainda será considerada completa pela ausência de observações perdidas.

Um dos pressupostos ao uso de medidas repetidas é que os dados estejam corretamente arranjados, devendo ter a definição de pelo menos um fator intra-indivíduos indicando as variáveis que têm as medidas repetidas, logo, a análise de medidas repetidas é uma técnica

de análise de variância na qual são analisadas variações no tempo entre e fora das unidades experimentais (NEMEC, 1996 apud VIEIRA, 2006).

De forma geral, Silva (2009) descreve que, a análise de medidas repetidas no tempo pode ser verificada através da análise de perfis por meio de um modelo univariado, seguindo um planejamento do tipo “split plot on time”, a qual impõe forte restrição quanto à matriz de variâncias e covariâncias, bem como por meio de um modelo multivariado que requer uma matriz sem restrições, ou não-estruturada, ou ainda podemos analisar através de curvas de crescimento, por meio de modelos mistos possibilitando o uso de diferentes tipos de estrutura para as matrizes de variâncias-covariâncias.

De acordo com Vieira (2006), umas das vantagens em utilizar o modelo multivariado (MANOVA) ao modelo univariado (ANOVA) é que o mesmo não exige que a variância ou que a correlação entre os pares das medidas repetidas sejam constantes ao decorrer do tempo. Contudo, os dois modelos exigem que a cada instante de tempo as variâncias e correlações sejam homogêneas.

Ainda, Fernandez (apud VIEIRA, 2006) ressalva que em estudos de medidas repetidas no tempo, no esquema de parcelas subdivididas a análise de variância usual pode não ser válida pelo fato da não aleatorização para os intervalos dos níveis do tempo, assim, os erros que correspondem as unidades experimentais podem ter uma matriz de covariâncias com variâncias não homogêneas, podendo resultar na probabilidade de rejeitar a hipótese nula, sendo a mesma verdadeira (erro tipo I).

Portanto, deve-se considerar as seguintes pressuposições para o modelo de análise de parcelas subdivididas: tanto o erro a nível de parcela, quanto o erro da subparcela, onde alocamos o fator tempo e a interação tempo \times tratamentos, devem ter distribuição normal, independentes, indenticamente distribuídos e variâncias constantes, sendo análoga a uma análise usual. Logo, o erro da parcela é conhecido como erro entre indivíduos e o erro da subparcela como intra-indivíduos (XAVIER, 2000).

Silva (2009) afirma, para que o teste F da análise de variância usual, em nível de subparcela, para o fator tempo e a interação tempo \times tratamentos, seja suficientemente válido é necessário que a matriz de covariâncias tenha a forma de simetria composta, o que quer dizer que a variável aleatória seja igualmente correlacionada e variâncias iguais, nas distintas ocasiões.

A matriz de variâncias e covariâncias Σ terá a forma de simetria composta, quando

puder ser expressa, por exemplo, como (RENCHEER; CHRISTENSEN, 2012):

$$\Sigma = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho & \dots & \rho \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ \rho & \rho & \rho & \dots & 1 \end{pmatrix} = \sigma^2[(1 - \rho)\mathbf{I} + \rho\mathbf{J}] \quad (2.1)$$

em que, \mathbf{I} é uma matriz identidade e \mathbf{J} é uma matriz quadrada de un's ambas $p \times p$ e ρ é a correlação entre duas variáveis quaisquer.

Huynh e Feldt (1970) definiram uma condição mais geral da forma de Σ . Tal condição, conhecida por H-F especifica que os elementos da matriz de variâncias e covariâncias sejam expressos, para um $\lambda > 0$, da seguinte maneira:

$$\sigma_{ii} = \sigma_i^2$$

$$\sigma_{ij} = [(\sigma_i^2 + \sigma_j^2)/2] - \lambda$$

sendo, λ a diferença entre a média das variâncias e a média das covariâncias.

A condição de H-F é necessária e suficiente para que o teste F da análise de variância usual, no esquema de parcelas subdivididas no tempo seja válido, ou seja, equivale a especificar que as variâncias da diferença entre pares de erros sejam todas iguais, então a condição é equivalente à de simetria composta.

Um problema com relação à validade dos testes de acordo com Vieira (2006), surge quando a estrutura da matriz de variâncias e covariâncias não é igual à estrutura de simetria composta, erros independentes e da condição de H-F, o que conduz a testes F não exatos. Por esta razão, não sendo satisfeita a condição de H-F para a matriz Σ , a análise multivariada pode ser uma alternativa, já que a mesma adota uma hipótese mais geral sobre a estrutura da matriz de variâncias e covariâncias. Porém, esta hipótese pode apresentar menor poder em seus testes, para minimizar tais riscos, deve-se garantir que os erros assumam distribuição normal multivariada.

Para testar se a matriz atende à condição de H-F, Mauchly (1940) propôs o teste de esfericidade com o objetivo de verificar se uma determinada população normal multivariada apresenta variâncias iguais e correlações nulas. Se uma determinada população satisfaz essa condição será chamada de esférica, caso contrário, recomenda-se o uso da análise multivariada de perfis, ou ainda, uma alternativa univariada que consiste na correção dos graus de liberdade das estatísticas dos testes nas comparações intra-indivíduos, tendo

uma análise univariada aproximada. Geisser e Greenhouse (1958) e Huynh e Feldt (1976) sugerem tais correções, mesmo quando a condição de esfericidade não é satisfeita.

2.3 Teste de esfericidade de Mauchly

O teste proposto por Mauchly (1940), conhecido como teste de esfericidade analisa se uma população normal multivariada têm variâncias iguais e correlações nulas, sendo verdadeira tal condição, considera-se esférica. Esse teste, segundo Xavier (2000) utiliza a condição H-F para a matriz de covariâncias das medidas repetidas dos indivíduos requeridos nos $(p-1)$ contrastes ortogonais normalizados.

A ortogonalidade dos contrastes garante que:

- i. cada contraste está associado a uma única parcela da variabilidade explicada pelo efeito que se está testando;
- ii. testa-se o número máximo de hipóteses, em que cada hipótese é associada a uma única parcela da variabilidade explicada pelo modelo;
- iii. o teste é aproximadamente independente.

Se houver p tempos, mais de um conjunto de $(p-1)$ contrastes ortogonais existirá, em que um contraste ortogonal será normalizado quando for dividido por sua norma euclidiana. Então, a condição estabelecida pelo teste H-F para as covariâncias dos contrastes, se Σ é a matriz de covariâncias das medidas repetidas no tempo é, de acordo com Vieira (2006) e Xavier (2000), dada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{C}_{(p-1) \times p} \Sigma_{p \times p} \mathbf{C}'_{p \times (p-1)} = \lambda \mathbf{I}_{(p-1) \times (p-1)} \quad (2.2)$$

em que, \mathbf{C} é a matriz dos coeficientes dos contrastes ortogonais normalizados que representa o total de hipóteses nulas; Σ é a matriz de covariâncias; λ é um escalar maior do que zero; \mathbf{I} é a matriz identidade. Sendo essa condição satisfeita, a matriz de covariâncias Σ é dita esférica.

O teste de Mauchly (1940) para a validade da condição de esfericidade 2.2 é dada pela estatística

$$\mathbf{W} = \frac{(p-1)^{p-1} |\mathbf{CSC}'|}{(tr(\mathbf{CSC}'))^{p-1}} \quad (2.3)$$

em que, \mathbf{S} é a matriz de covariâncias amostrais, de dimensões $p \times p$ e tr é o operador traço. Sendo, nas p medidas repetidas escolhidos $(p - 1)$ contrastes ortogonais normalizados, e sabendo que as linhas da matriz $\mathbf{C}_{(p-1) \times p}$ seguem esse mesmo padrão, calcula-se, então a matriz $\mathbf{CSC}'_{(p-1) \times (p-1)}$ (KIRK, 1995 apud VIEIRA, 2006).

Defini-se um escalar para uma melhor exatidão da aproximação pelo Qui-quadrado,

$$\gamma = (n - k) - \frac{2p^2 - 3p + 3}{6(p - 1)}.$$

em que n é o número de observações e k é o número de grupos. Logo, a estatística de teste proposta por Mauchly para a hipótese nula $H_0 : \mathbf{C}\Sigma\mathbf{C}' = \lambda\mathbf{I}$, poderá ser verificada pela expressão

$$X^2 = -\gamma \ln(\mathbf{W}), \quad (2.4)$$

tendo distribuição χ^2 com $f = \frac{1}{2}p(p - 1) - 1$ graus de liberdade. Se $-\gamma \ln(\mathbf{W}) > \chi^2_{(f; \alpha)}$, rejeita-se a hipótese nula. O teste é bastante sensível à não normalidade dos dados, pelo fato de envolverem variâncias e covariâncias, embora seja “o mais popular para verificar a condição de circularidade” (CROWDER; HAND, 1990).

De acordo com Toutenburg (2002), uma resposta geral para todo o problema é o seguinte: se existem fortes razões que favorecerá a suposição de esfericidade, o teste F univariado deve ser conduzido. Do contrário, um teste F modificado, ou um teste multivariado ou até mesmo, uma abordagem não paramétrica deve ser aplicada. Contudo, deve-se tomar as decisões com base nos dados.

2.4 Análise multivariada de perfis

O modelo usado para análise multivariada de perfis tem a vantagem de proporcionar uma grande facilidade de interpretação. Esse modelo de acordo com Lima (s.d), pode ser representado matricialmente na forma usual da análise de variância multivariada (MANOVA), ou seja

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.5)$$

em que,

$\mathbf{Y}'_{(N \times p)} = [\mathbf{y}_{11}, \dots, \mathbf{y}_{g_g}]'$ é a matriz de dados;

$\mathbf{y}'_{ij} = [\mathbf{y}_{ij1}, \dots, \mathbf{y}_{ijp}]'$ é o perfil de respostas de cada indivíduo (i,j);

$$\mathbf{X}_{(N \times g)} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_{n_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{1}_{n_g} \end{bmatrix}$$

é a matriz de especificação do modelo, em que $\mathbf{1}_{n_i}$ é um vetor com n_i uns;

$$\boldsymbol{\beta}_{(g \times p)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}'_1 \\ \boldsymbol{\mu}'_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\mu}'_g \end{bmatrix}$$

é a matriz de parâmetros e,

$\boldsymbol{\varepsilon}'_{(N \times p)} = [\boldsymbol{\varepsilon}_{11}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{gn_g}]'$ é a matriz de erros, em que os erros devem ter distribuição normal multivariada com média 0 e matriz de variâncias e covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$.

Por esta razão, inferencialmente supõe-se que os N perfis de respostas $\mathbf{y}_{ij} \sim \mathbf{N}_t(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}; \boldsymbol{\Sigma})$, em que

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1t} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1t} & \sigma_{2t} & \cdots & \sigma_t^2 \end{bmatrix}$$

é uma matriz de variâncias e covariâncias chamada não estruturada e tem $\frac{p(p+1)}{2}$ parâmetros.

Conforme Armas (2004), uma das grandes vantagens do uso da MANOVA está no fato, de não exigir que a matriz de variâncias e covariâncias tenha uma forma estruturada, desconsiderando-se o aspecto de esfericidade e, conseqüentemente todas as considerações a respeito do teste F e correções dos graus de liberdade. Isto porque a MANOVA requer um erro específico para contrastes com 1 grau de liberdade, em que, cada contraste está associado com seu termo de erro específico.

É importante considerar que a aplicação da análise multivariada de perfis apresenta algumas restrições (LIMA, s.d):

- i. Só pode ser usada quando $N > p$ (número de indivíduos maior que o número de ocasiões);
- ii. Necessidade de perfis de dados completos (na perda de uma ou mais observações para um mesmo indivíduo, todo o perfil de respostas deste indivíduo é excluído da análise);
- iii. O pequeno poder dos testes;
- iv. As diferentes estatísticas de testes podem levar a conclusões diferentes.

Utilizando-se a análise multivariada, tem-se o interesse em testar as hipóteses sobre os valores médios da variável resposta nas diferentes condições de observação (tempo), visando responder às perguntas:

- i. Hipótese de perfis paralelos - a interação entre tratamentos e tempo é nula?
- ii. Hipótese de perfis coincidentes - dado que os perfis são paralelos, o efeito de tratamento é nulo?
- iii. Hipótese de perfis horizontais - dado que os perfis são paralelos, o efeito do tempo é nulo?
- iv. Se os perfis não são paralelos (interação significativa), o efeito do tempo é nulo dentro de cada um dos fatores?
- v. Se os perfis não são paralelos (interação significativa), o efeito do fator é nulo dentro de cada um dos tempos?

As hipóteses sobre os parâmetros a serem testadas podem ser expressas na forma linear geral:

$$H : \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}\mathbf{U} = 0,$$

têm-se que, a matriz \mathbf{C} é responsável por comparações entre os tratamentos, referente as linhas da matriz $\boldsymbol{\beta}$ e a matriz \mathbf{U} , por comparações entre os tempos, colunas da matriz $\boldsymbol{\beta}$.

Os testes para a hipótese linear geral, segundo Andrade e Singer (1986) resultam através de inúmeros critérios, no geral, essas estatísticas são funções das raízes características da matriz $\mathbf{H}\mathbf{E}^{-1}$, em que \mathbf{H} é a matriz de somas de quadrados e produtos cruzados devido à hipótese nula e \mathbf{E} é a matriz de somas de quadrados e produtos cruzados devido ao erro,

$$\mathbf{H} = n \sum_{i=1}^k [(\bar{\mathbf{y}}_i - \bar{\mathbf{y}}_{..})(\bar{\mathbf{y}}_i - \bar{\mathbf{y}}_{..})'], \quad (2.6)$$

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n [(\bar{\mathbf{y}}_{ij} - \bar{\mathbf{y}}_{i.})(\bar{\mathbf{y}}_{ij} - \bar{\mathbf{y}}_{i.})']. \quad (2.7)$$

As estatísticas para testar as hipóteses de ausência de efeito do fator, interação e tempo, para o caso multivariado, podem ser verificadas a partir das expressões 2.8, 2.9, 2.10 e 2.11, respectivamente.

Lâmbda de Wilks (baseado na razão de verossimilhança):

$$\Lambda = \prod_{i=1}^p (1 + \lambda_i)^{-1} \quad (2.8)$$

Traço de Pillai:

$$V = \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{(1 + \lambda_i)} \quad (2.9)$$

Traço de Lawley-Hotelling:

$$U = \sum_{i=1}^p \lambda_i \quad (2.10)$$

Maior raiz característica de Roy:

$$\theta = \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i}, \quad (2.11)$$

em que, λ_i são os autovalores obtidos da solução da raiz característica de \mathbf{HE}^{-1} .

A realização desses testes não precisa que as matrizes de covariâncias atendam à condição H-F, já que o caso multivariado baseia-se numa matriz não estruturada. No geral, esses testes podem resultar em diferentes níveis descritivos e a ordem de preferências associa-se ao que apresenta maior poder do teste, na literatura o mais comumente usado é o Lâmbda de Wilks (VIEIRA, 2006).

Rencher e Christensen (2012) concorda que, historicamente a estatística Λ de Wilks tem desempenhado um papel dominante em testes de significância em MANOVA por

ter sido a primeira a ser obtida e tem distribuição aproximada de χ^2 e F bem conhecida. Contudo, as quatro estatísticas de teste MANOVA têm a mesma probabilidade de rejeitar H_0 quando a mesma é verdadeira, porém quando H_0 é falsa, os testes têm diferentes probabilidades de rejeição. Ainda, conforme Rencher e Christensen (2012), o teste de Roy é mais poderoso que os outros se os vetores médios forem colineares, já que ele usa apenas o maior autovalor, mas do contrário os outros três testes têm mais poder que o de Roy. Entretanto o teste Λ de Wilks continuará dominante, por causa de sua flexibilidade e procedência histórica.

3 Material e Métodos

Nas seções subsequentes encontram-se as principais metodologias que serviram de base para este trabalho, no que se refere a utilização do modelo multivariado com medidas repetidas.

3.1 Caracterização dos dados

Os dados utilizados nesse trabalho foram coletados de um colégio particular de porte médio, na cidade de Campina Grande - Paraíba. Foi utilizado para este estudo um fator com dois níveis (masculino e feminino) e 20 repetições, resultando-se numa amostra de 40 estudantes. O histórico escolar do aluno foi utilizado para acesso as notas, e como critério de estudo foi utilizado a média anual de cada aluno no período do ensino fundamental do 2º ao 9º ano, relacionado com as disciplinas geografia, história, matemática, português e ciências.

A princípio, admite-se que as medidas estejam relacionadas de um ano escolar para outro, em cada indivíduo, o que caracteriza uma análise multivariada de medidas repetidas. Para análise dos dados foi utilizado o software (SAS/STAT, 2003).

3.2 Métodos utilizados

Para realizar uma análise multivariada em um conjunto de dados com medidas repetidas devem ser verificadas as pressuposições do modelo. Assim, adota-se o seguinte procedimento de análise:

- i. Checar as suposições de normalidade multivariada do conjunto de dados:

Normalidade multivariada por χ^2 e gráfico gama (γ).

- ii. Conduzir um teste para verificar a homogeneidade da matriz de variâncias e covariâncias pelo teste de Bartlett da hipótese:

$$H_0: \Sigma_1 = \Sigma_2 = \dots = \Sigma_g = \Sigma.$$

iii. Testar a condição de circularidade da matriz de covariância conjugada pelo teste de Mauchly da hipótese:

$$H_0: \boldsymbol{\Sigma} = \sigma^2[(1-\rho)\mathbf{I} + \rho\mathbf{J}] \text{ ou } H_0 = \mathbf{C}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{C}' = \mathbf{I}\sigma^2.$$

iv. Testar as hipóteses sobre os parâmetros do modelo via MANOVA ou ANOVA, $H_0^{(1)}$, $H_0^{(2)}$, $H_0^{(3)}$, citadas na seção 3.3.

De acordo com Johnson e Wichern (2007) um método formal para avaliar a normalidade multivariada é baseado na distância quadrada generalizada, em que, $d_j^2 = (\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}}) < \chi_{[p;0,50]}^2$, com $j=1, 2, \dots, n$, assim, espera-se que mais ou menos 50% das observações amostrais estejam fora da elipse, do contrário desconfia-se da normalidade dos dados. Cada uma das d_j^2 deve se comportar como uma variável aleatória qui-quadrado, provenientes de uma população normal multivariada, quando n e $n-p$ são maiores que 30. O gráfico gama é formado a partir dos pares das distâncias generalizadas e os percentis do qui-quadrado, ambos ordenados, em que o qui-quadrado $(\chi_{[p, \frac{j-0,5}{n}]}^2)$ é o percentil $100(\frac{j-0,5}{n})$ da distribuição qui-quadrado com p graus de liberdade.

Segundo Toutenburg (2002), uma das exigências da análise multivariada (MANOVA) é que a homogeneidade da matriz de variâncias e covariâncias sejam satisfeitas. Portanto, para testar tal condição usa-se o teste de Bartlett generalizado por Box (1949) para verificar a adequação do modelo para igualdade de variâncias, isto é, $H_0 : \boldsymbol{\Sigma}_1 = \boldsymbol{\Sigma}_2 = \dots = \boldsymbol{\Sigma}_g = \boldsymbol{\Sigma}$ em que a estatística M de Box é αM , dada pela expressão

$$M = (n - g) \ln |\mathbf{S}| - \sum_{k=1}^g v_k \ln |\mathbf{S}_k|,$$

$$\alpha = 1 - \left[\frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(g-1)} \left(\sum_{k=1}^g \frac{1}{v_k} - \frac{1}{n-g} \right) \right]$$

em que, $v_k = n_k - 1$ os graus de liberdade associados a cada grupo com amostra de tamanho n , \mathbf{S}_k matriz de variâncias e covariâncias do grupo k , $k = 1, 2, \dots, g$, e \mathbf{S} é a matriz de covariância amostral combinada S_p , tal que

$$S_p = \frac{\sum_{k=1}^g (n_k - 1) \boldsymbol{\Sigma}_k}{\sum_{k=1}^g n_k - g} \quad (3.1)$$

Então, sob a hipótese H_0 , temos a seguinte distribuição aproximada

$$\alpha M \sim \chi^2_{[\frac{1}{2}p(p+1)(g-1)]}.$$

Rejeita-se H_0 , ao nível de significância α se, e somente se, $\alpha M > \chi^2_{[\frac{1}{2}p(p+1)(g-1);\alpha]}$. Assim, se a hipótese H_0 não for rejeitada, há evidências de que as matrizes de variâncias e covariâncias são homogêneas e a MANOVA poderá ser realizada.

Por conseguinte, verifica se a matriz de covariâncias atende à condição H-F esfericidade (não-significativa) pelo teste de esfericidade de Mauchly, concluindo-se que a matriz é esférica e o experimento pode ser analisado univariadamente como se fosse um experimento em parcela subdividida. Caso o teste resulte em significativo com $p - valor < 0,05$ para as unidades observadas, o procedimento pode ser conduzido com a análise multivariada de perfis, através da MANOVA, segundo o modelo matricial expresso em 2.5.

3.3 Hipóteses sobre os parâmetros do modelo

Utilizando-se a análise multivariada para esse caso, as hipóteses de interesse a serem testadas são as seguintes:

- i. $H_0^{(1)}$: não existência do efeito da interação ano \times sexo (perfis paralelos);
- ii. $H_0^{(2)}$: não existência do efeito do fator ano (perfis horizontais);
- iii. $H_0^{(3)}$: não existência do efeito do fator sexo (perfis coincidentes).

3.4 Procedimento da análise

As análises para esse experimento foram realizadas utilizando-se o PROC GLM do SAS com declaração MANOVA, REPEATED e POLYNOMIAL e opção SUMMARY e PRINTE para verificar se a matriz atende a condição H-F, juntamente com o resultado da MANOVA E ANOVA, relativas aos parâmetros do modelo.

4 Resultados e Discussão

Os resultados apresentados seguem a formulação proposta nos objetivos do trabalho. Assim, o conceito de medidas repetidas aplica-se a esta temática devido as medições serem feitas no mesmo indivíduo (aluno) ao longo do tempo, relacionadas com o rendimento escolar nas 5 principais disciplinas (português, matemática, ciências, geografia e história), ou seja, para o mesmo aluno usou-se a média anual do 2^o ao 9^o ano do ensino fundamental.

As análises foram realizadas pelo *software* SAS (2003), o mesmo usado por Xavier (2000), Malheiros (2001) e Silva (2011), em versões diferentes, utilizando-se os procedimentos PROC GLM o qual disponibiliza as correções dos graus de liberdade, mesmo a condição de esfericidade sendo satisfeita ou não. Ambos utilizaram os testes multivariados produzidos por: *Lambda de Wilks*, *Traço de Pillai*, *Traço de Hotelling-Lawley* e *Roy*, sendo a interação entre os fatores entre e intra-indivíduos automaticamente incluídas no modelo, tanto para análise univariada como para a análise multivariada.

Analisando-se o rendimento escolar (variável resposta) em cada ensaio, onde cada ensaio foi constituído de um fator (sexo) em 2 níveis e cada nível foi repetido 20 vezes, para cada uma das 5 disciplinas em cada ano escolar, constatou-se que os coeficientes de variação foram relativamente baixos (7,01% a 19,91%) indicando que a pesquisa foi bem conduzida em nível de campo (coluna 3 da Tabela 1). O teste de homogeneidade de variâncias dentro de cada disciplina e ano também foi bastante corroborativo com a hipótese de nulidade para uma análise estatística global, a menos que se tenha evidência científica/pedagógica de que o rendimento escolar na disciplina de português dos alunos do 5^o ano é mais estável em um sexo do que no outro.

Para verificar a normalidade multivariada foram considerados para cada disciplina, os resíduos de cada ensaio (oito variáveis comensuráveis) e foram empregadas técnicas de análise gráfica dos resíduos, observando-se a forma elíptica dos pontos nos diagramas de dispersão dos resíduos plotados dois a dois (de um ano com o outro) e observando-se a qualidade da aproximação a uma reta dos pontos plotados das distâncias quadradas generalizadas ordenadas contra os quantis da distribuição qui-quadrado com oito graus de liberdade. Este gráfico é popularmente conhecido por q-q plot ou gráfico gama.

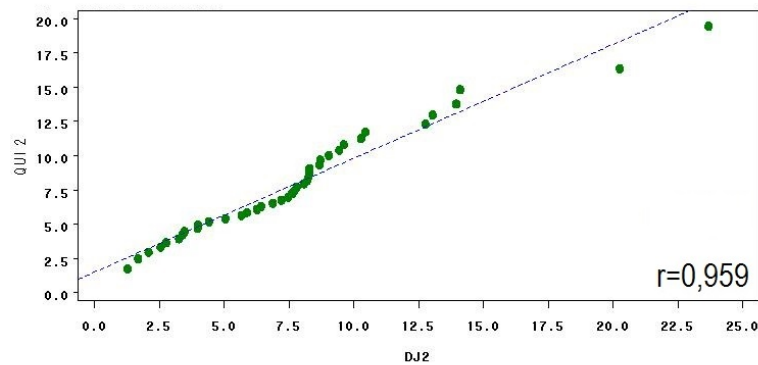
Tabela 1: Valores dos coeficientes de variação (C.V), da estatística de Bartlett (αM) para o teste de homogeneidade das variâncias, por ano dentro de cada disciplina e das médias (\bar{x}) do desempenho escolar referente ao sexo (feminino e masculino), em cada ano.

Ano escolar	Disciplina	C.V (%)	αM	\bar{x}	
				F	M
2 ^o ano	Português	11,83	0,2586	8,51	8,50
3 ^o ano		12,93	0,4710	8,24	8,36
4 ^o ano		9,98	1,3913	8,33	8,44
5 ^o ano		10,58	5,7792*	8,27	8,48
6 ^o ano		14,67	0,8417	7,34	7,32
7 ^o ano		13,28	0,2483	7,15	7,25
8 ^o ano		11,98	0,0173	7,36	7,20
9 ^o ano		10,62	0,7884	7,76	7,49
2 ^o ano		Matemática	9,50	0,0004	8,75
3 ^o ano	10,34		0,1934	8,18	8,25
4 ^o ano	12,66		2,1095	8,15	8,46
5 ^o ano	11,13		0,2423	7,97	8,43
6 ^o ano	17,28		0,5935	6,79	7,31
7 ^o ano	19,28		0,2816	6,28	7,21
8 ^o ano	16,55		0,0079	6,98	7,10
9 ^o ano	14,81		1,2017	7,40	7,48
2 ^o ano	Ciências		9,73	0,1544	8,70
3 ^o ano		10,60	0,2130	8,53	8,54
4 ^o ano		7,01	1,2300	8,53	8,66
5 ^o ano		10,00	1,6683	8,51	8,65
6 ^o ano		14,73	0,0635	7,86	7,50
7 ^o ano		17,59	0,2008	7,4	7,77
8 ^o ano		14,30	1,2530	8,51	8,36
9 ^o ano		12,51	0,1265	8,33	8,11
2 ^o ano		História	9,15	0,0420	8,58
3 ^o ano	10,67		3,2995	8,49	8,45
4 ^o ano	7,91		0,2791	8,52	8,66
5 ^o ano	11,11		3,3706	8,46	8,56
6 ^o ano	19,91		0,1167	7,05	7,26
7 ^o ano	17,69		0,0011	7,29	7,62
8 ^o ano	14,36		0,0041	7,72	7,53
9 ^o ano	12,92		3,7772	7,41	7,37
2 ^o ano	Geografia		9,73	0,0297	8,67
3 ^o ano		11,04	2,4875	8,56	8,44
4 ^o ano		7,21	0,6280	8,80	8,68
5 ^o ano		9,76	0,6911	8,61	8,71
6 ^o ano		13,04	0,0122	7,57	7,80
7 ^o ano		12,39	0,0379	7,78	7,84
8 ^o ano		11,03	0,8901	8,14	7,66
9 ^o ano		10,38	4,0052	8,49	8,22

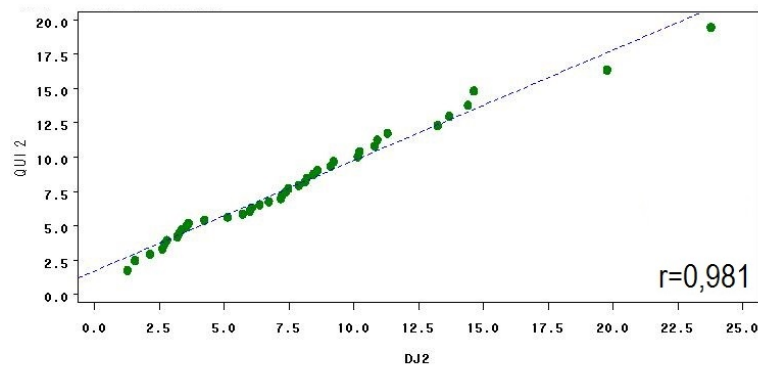
(*) Hipótese nula rejeitada ao nível de 5% de significância.

A representação gráfica dos q-q plot's nas Figuras 1 e 2 corrobora com os resultados obtidos na Tabela 2, em que os pares ordenados aproximam-se de uma reta, evidenciando assim a normalidade multivariada. Ainda, a linearidade dos q-q plot's podem ser compreendidos pelo coeficiente de correlação r dos pontos no gráfico, sendo esta correlação significativa para todas as disciplinas.

Portanto, sendo $\chi^2_{[8;0,50]} = 7,34$, espera-se que aproximadamente 50% das distâncias quadradas generalizadas observadas estejam dentro da elipse de densidade constante de conteúdo de 50%. Sendo assim, de acordo com a Tabela 2 constatou-se que 18, 20, 23, 23 e 23 pontos observados encontram-se dentro do contorno da elipse para as disciplinas português, matemática, ciências, geografia e história, respectivamente. Assim, como estes valores são próximos do valor esperado 20 é razoável admitir que os conjuntos de dados são provenientes de populações normais multivariadas de dimensão oito, como mostra as Figuras 3, 4 e 5.

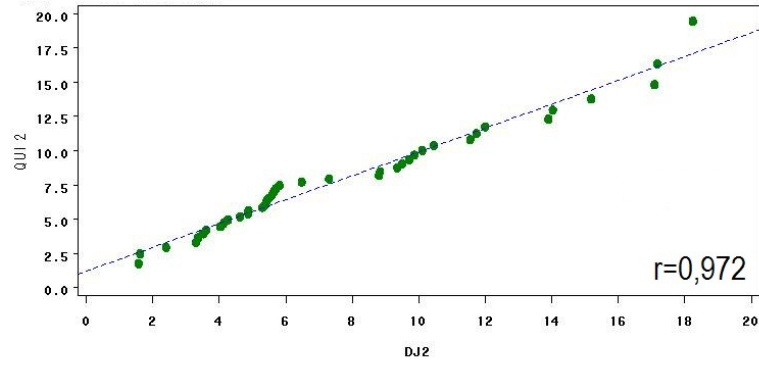


(a) q-q plot para a disciplina de português

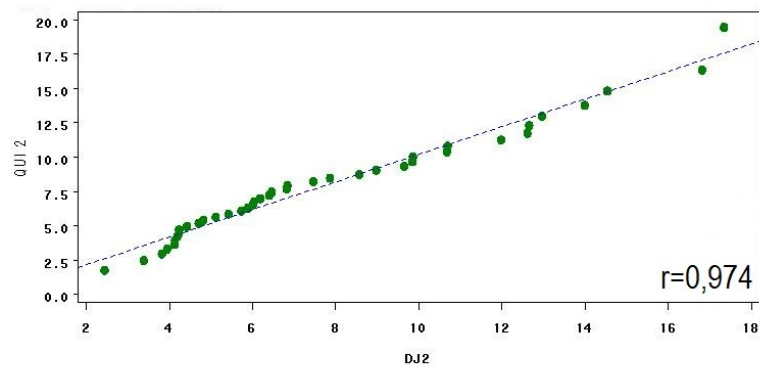


(b) q-q plot para a disciplina de matemática

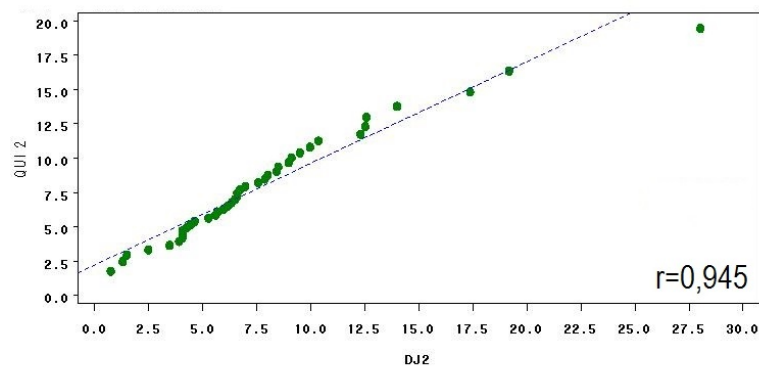
Figura 1: Representação gráfica do teste de qui-quadrado, referente as distâncias ordenadas generalizadas para as disciplinas de português e matemática.



(a) q-q plot para a disciplina de ciências



(b) q-q plot para a disciplina de história



(c) q-q plot para a disciplina de geografia

Figura 2: Representação gráfica do teste de qui-quadrado, referente as distâncias ordenadas generalizadas para as disciplinas de ciências, história e geografia.

Tabela 2: Distâncias quadradas generalizadas ordenadas (d_j^2) e os correspondentes percentis do qui-quadrado ($\chi_{[p; \frac{i-0,5}{n}]}^2$), com $p=8$ e $n=40$.

Obs. j	Português		Matemática		Ciências		Geografia		História	
	d_j^2	χ^2	d_j^2	χ^2	d_j^2	χ^2	d_j^2	χ^2	d_j^2	χ^2
1	1,28	1,76	1,27	1,76	1,58	1,76	0,76	1,76	2,45	1,76
2	1,69	2,48	1,57	2,48	1,63	2,48	1,31	2,48	3,39	2,48
3	2,09	2,95	2,14	2,95	2,40	2,95	1,51	2,95	3,82	2,95
4	2,56	3,32	2,62	3,32	3,31	3,32	2,50	3,32	3,95	3,32
5	2,76	3,65	2,68	3,65	3,37	3,65	3,49	3,65	4,13	3,65
6	3,26	3,94	2,80	3,94	3,52	3,94	3,92	3,94	4,14	3,94
7	3,39	4,21	3,19	4,21	3,61	4,21	4,07	4,21	4,19	4,21
8	3,47	4,47	3,27	4,47	4,04	4,47	4,07	4,47	4,24	4,47
9	3,98	4,72	3,36	4,72	4,14	4,72	4,07	4,72	4,24	4,72
10	3,99	4,95	3,55	4,95	4,27	4,95	4,28	4,95	4,43	4,95
11	4,41	5,19	3,63	5,19	4,63	5,19	4,46	5,19	4,71	5,19
12	5,05	5,41	4,24	5,41	4,88	5,41	4,64	5,41	4,82	5,41
13	5,67	5,64	5,13	5,64	4,88	5,64	5,28	5,64	5,12	5,64
14	5,88	5,86	5,71	5,86	5,30	5,86	5,61	5,86	5,43	5,86
15	6,27	6,09	5,99	6,09	5,40	6,09	5,70	6,09	5,74	6,09
16	6,43	6,31	6,06	6,31	5,42	6,31	5,97	6,31	5,89	6,31
17	6,88	6,54	6,37	6,54	5,49	6,54	6,19	6,54	6,01	6,54
18	7,21	6,76	6,73	6,76	5,59	6,76	6,34	6,76	6,04	6,76
19	7,48	6,99	7,19	6,99	5,65	6,99	6,50	6,99	6,19	6,99
20	7,62	7,23	7,23	7,23	5,71	7,23	6,61	7,23	6,41	7,23
21	7,71	7,46	7,38	7,46	5,82	7,46	6,61	7,46	6,47	7,46
22	7,79	7,71	7,47	7,71	6,48	7,71	6,73	7,71	6,82	7,71
23	8,08	7,96	7,88	7,96	7,31	7,96	6,98	7,96	6,84	7,96
24	8,21	8,22	8,12	8,22	8,81	8,22	7,58	8,22	7,47	8,22
25	8,26	8,49	8,19	8,49	8,84	8,49	7,89	8,49	7,87	8,49
26	8,30	8,77	8,44	8,77	9,36	8,77	8,02	8,77	8,57	8,77
27	8,30	9,06	8,60	9,06	9,50	9,06	8,43	9,06	8,98	9,06
28	8,68	9,36	9,11	9,36	9,72	9,36	8,50	9,36	9,65	9,36
29	8,71	9,69	9,22	9,69	9,87	9,69	8,99	9,69	9,85	9,69
30	9,04	10,04	10,16	10,04	10,11	10,04	9,12	10,04	9,86	10,04
31	9,44	10,41	10,23	10,41	10,46	10,41	9,51	10,41	10,68	10,41
32	9,61	10,81	10,80	10,81	11,55	10,81	9,97	10,81	10,70	10,81
33	10,28	11,26	10,90	11,26	11,74	11,26	10,36	11,26	11,98	11,26
34	10,45	11,75	11,30	11,75	12,00	11,75	12,32	11,75	12,62	11,75
35	12,77	12,32	13,23	12,32	13,90	12,32	12,53	12,32	12,66	12,32
36	13,04	12,98	13,68	12,98	14,03	12,98	12,59	12,98	12,97	12,98
37	13,96	13,79	14,40	13,79	15,19	13,79	14,00	13,79	14,00	13,79
38	14,09	14,83	14,63	14,83	17,10	14,83	17,38	14,83	14,54	14,83
39	20,26	16,36	19,76	16,36	17,18	16,36	19,18	16,36	16,82	16,36
40	23,68	19,48	23,77	19,48	18,24	19,48	28,04	19,48	17,35	19,48

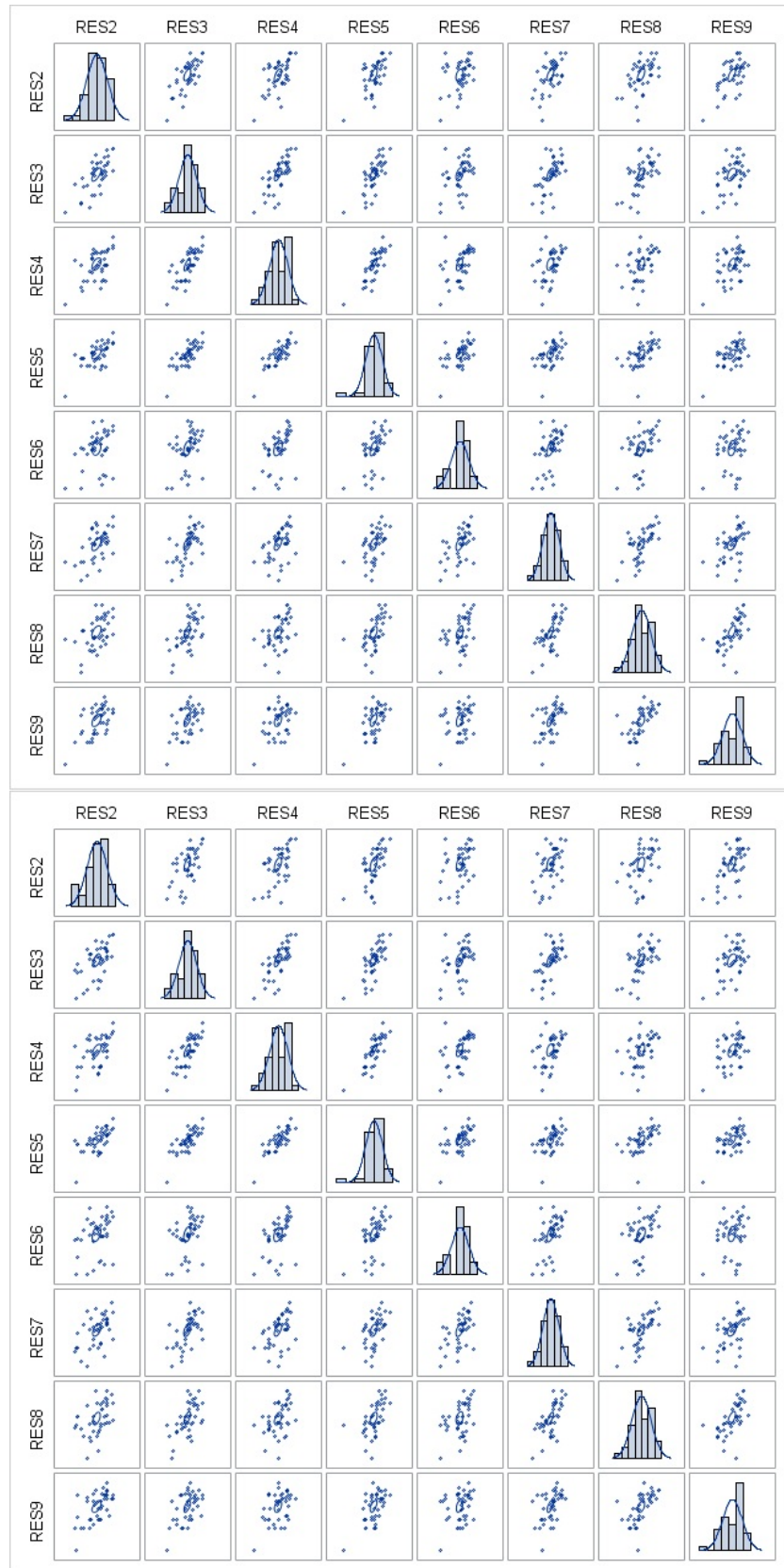


Figura 3: Análise gráfica dos resíduos através dos diagramas de dispersão para as disciplinas de português e matemática, respectivamente.

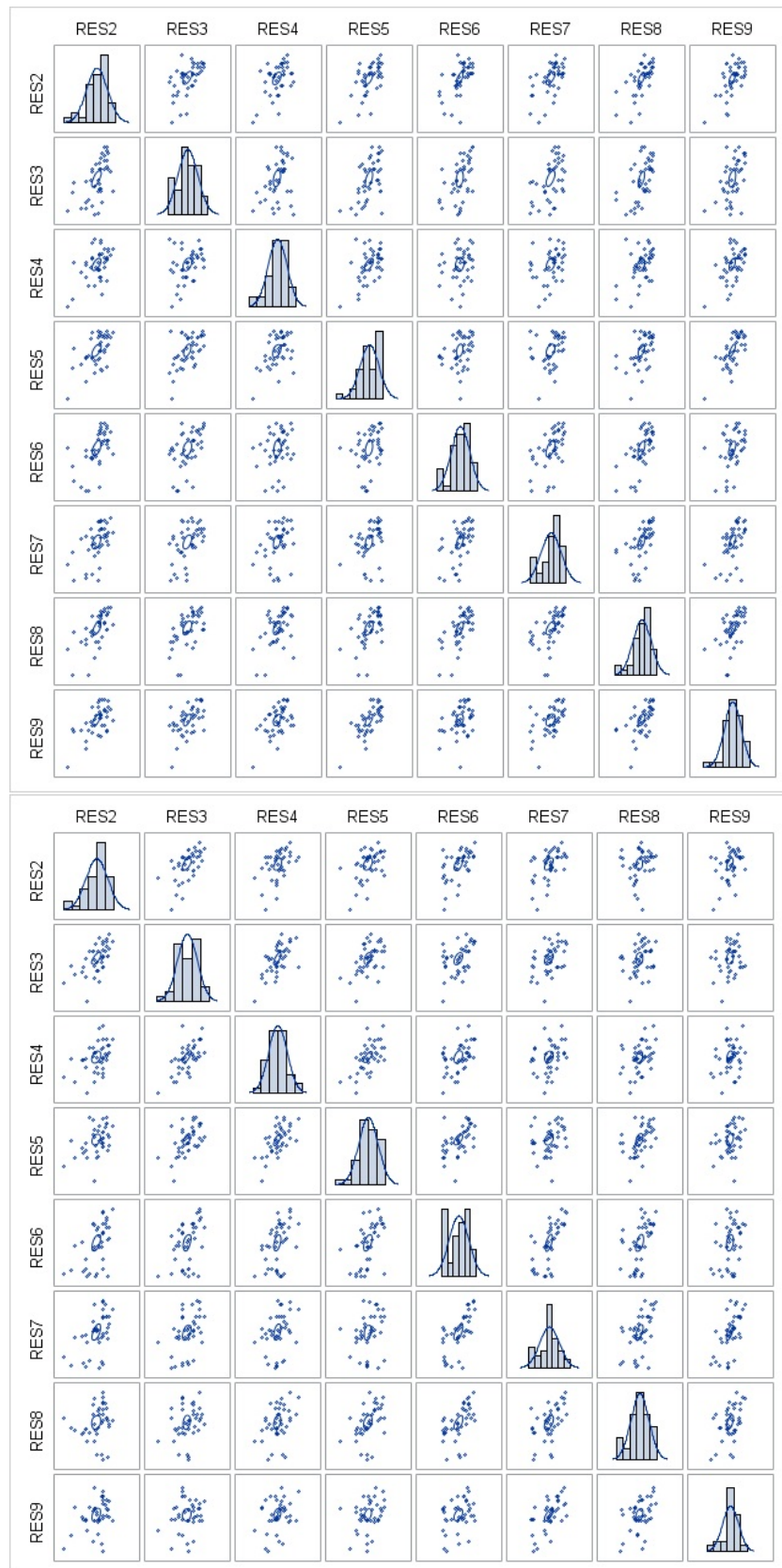


Figura 4: Análise gráfica dos resíduos através dos diagramas de dispersão para as disciplinas de ciências e história, respectivamente.

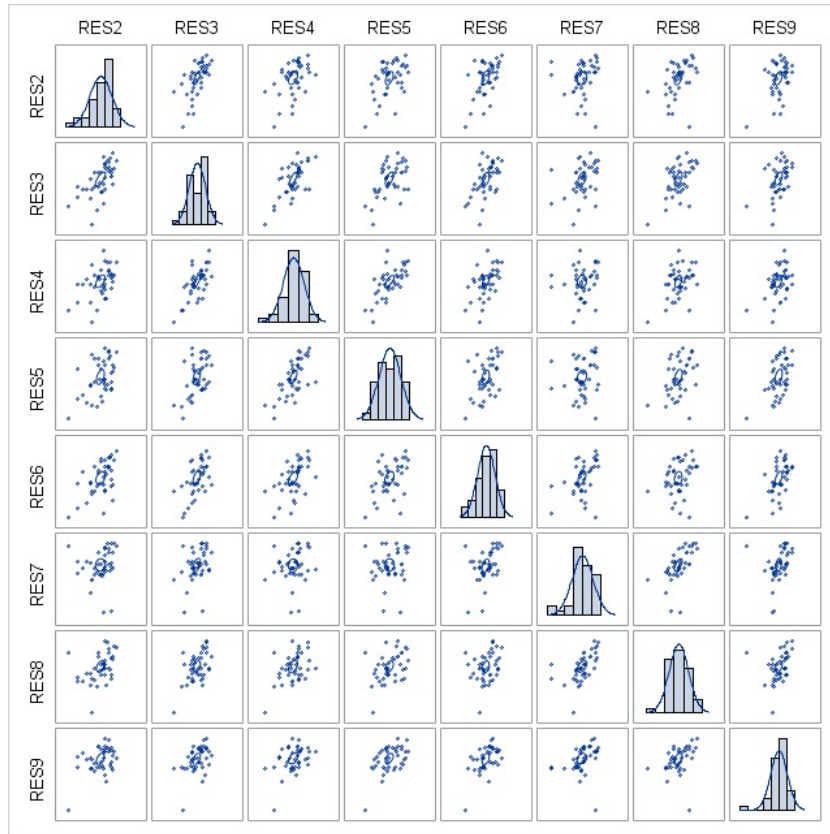


Figura 5: Análise gráfica dos resíduos através dos diagramas de dispersão para a disciplina de geografia.

Sendo um dos pressupostos da análise multivariada que as matrizes de covariâncias sejam homogêneas, o teste de Bartlett por grupo (sexo) foi conduzido utilizando o PROC IML do SAS. Então, a partir da Tabela 3 pode-se verificar a significância do teste em todas as disciplinas, já que a hipótese H_0 não foi rejeitada $\chi^2_{(calculado)} < \chi^2_{(tabelado)}$, ao nível de 5% de significância, sendo assim, há evidências de que a análise multivariada é adequada para este estudo.

Tabela 3: Teste de Bartlett para homogeneidade da matriz de variâncias e covariâncias, por disciplina.

Disciplinas	G.L.	$\alpha M \sim \chi^2$	$\chi^2_{(tabelado)}$
Português	36	14,704	50,998
Matemática	36	16,174	50,998
Ciências	36	16,001	50,998
História	36	27,140	50,998
Geografia	36	13,082	50,998

G.L.: Graus de Liberdade

Ao testar a propriedade de simetria composta pelo teste de esfericidade de Mauchly, com relação as cinco disciplinas que serviram de base para este estudo, o teste indicou que a condição de esfericidade foi violada com um nível de significância $\alpha = 0,05$, conforme Tabela 4, ou seja, a matriz de variâncias e covariâncias não atende a condição H-F (simetria composta), reafirmando que a análise estatística deverá ser multivariada com medidas repetidas.

Tabela 4: Teste de esfericidade de Mauchly, para as disciplinas em estudo.

Disciplinas	G.L.	W	X^2	$Pr > \chi^2$
Português	27	0,2166	54,2335	0,0014
Matemática	27	0,1481	67,7067	0,0001
Ciências	27	0,2518	48,8967	0,0061
História	27	0,1301	72,2962	0,0001
Geografia	27	0,2479	49,4412	0,0053

G.L.: Graus de liberdade

Tabela 5: MANOVA para o efeito dos fatores ano, sexo e interação (ano \times sexo) no rendimento escolar dos alunos nas disciplinas em estudo.

Disciplinas	Estatísticas	Fator Ano		Fator Sexo		Fator Ano \times Sexo	
		F	Pr>F	F	Pr>F	F	Pr>F
Português	W	16,47	< 0,0001	0,63	0,7458	0,70	0,6680
	P	16,47	< 0,0001	0,63	0,7458	0,70	0,6680
	H	16,47	< 0,0001	0,63	0,7458	0,70	0,6680
	R	16,47	< 0,0001	0,63	0,7458	0,70	0,6680
Matemática	W	21,21	< 0,0001	1,65	0,1523	1,79	0,1227
	P	21,21	< 0,0001	1,65	0,1523	1,79	0,1227
	H	21,21	< 0,0001	1,65	0,1523	1,79	0,1227
	R	21,21	< 0,0001	1,65	0,1523	1,79	0,1227
Ciências	W	11,07	< 0,0001	1,09	0,3946	1,22	0,3189
	P	11,07	< 0,0001	1,09	0,3946	1,22	0,3189
	H	11,07	< 0,0001	1,09	0,3946	1,22	0,3189
	R	11,07	< 0,0001	1,09	0,3946	1,22	0,3189
História	W	18,47	< 0,0001	0,58	0,7860	0,67	0,6964
	P	18,47	< 0,0001	0,58	0,7860	0,67	0,6964
	H	18,47	< 0,0001	0,58	0,7860	0,67	0,6964
	R	18,47	< 0,0001	0,58	0,7860	0,67	0,6964
Geografia	W	17,57	< 0,0001	1,31	0,2761	1,53	0,1916
	P	17,57	< 0,0001	1,31	0,2761	1,53	0,1916
	H	17,57	< 0,0001	1,31	0,2761	1,53	0,1916
	R	17,57	< 0,0001	1,31	0,2761	1,53	0,1916

W: Lâmbda de Wilks; P: Traço de Pillai; H: Traço de Lawley-Hotelling; R: Teste de Roy. Em que, os graus de liberdade do numerador e do denominador é igual a 7 e 32, respectivamente, para o efeito do fator ano e interação e os graus de liberdade do numerador e denominador para o efeito do fator sexo é igual a 8 e 31 respectivamente, para todas as disciplinas.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 5, verifica-se que a hipótese $H_0^{(1)}$ da não existência de interação ano \times sexo (perfis paralelos) não foi rejeitada, ao nível de 5% de significância para nenhuma das disciplinas consideradas na pesquisa. Isto indica que o comportamento do rendimento escolar dos alunos ao longo dos anos é o mesmo tanto para o sexo feminino como para o sexo masculino e/ou o comportamento do rendimento dos alunos dos sexo masculino e feminino é o mesmo dentro de cada ano escolar. Ou seja, os fatores ano e sexo agem independentemente um do outro.

Ainda, conforme a tabela 5, pode-se verificar a rejeição da hipótese $H_0^{(2)}$ para não existência de efeito do fator ano (perfis horizontais), indicando-se que o rendimento escolar dos alunos depende do ano escolar. Isto é, o rendimento varia de um ano para outro independentemente do sexo.

A hipótese $H_0^{(3)}$ da não existência de efeito do fator sexo (perfis coincidentes) sobre o rendimento, não foi rejeitada para nenhuma disciplina considerada. Daí, pode-se concluir que o rendimento médio dos alunos do sexo masculino não é diferente dos alunos do sexo feminino, ao nível de 5% de significância, independentemente do ano (Figuras 6, 7, 8, 9 e 10).

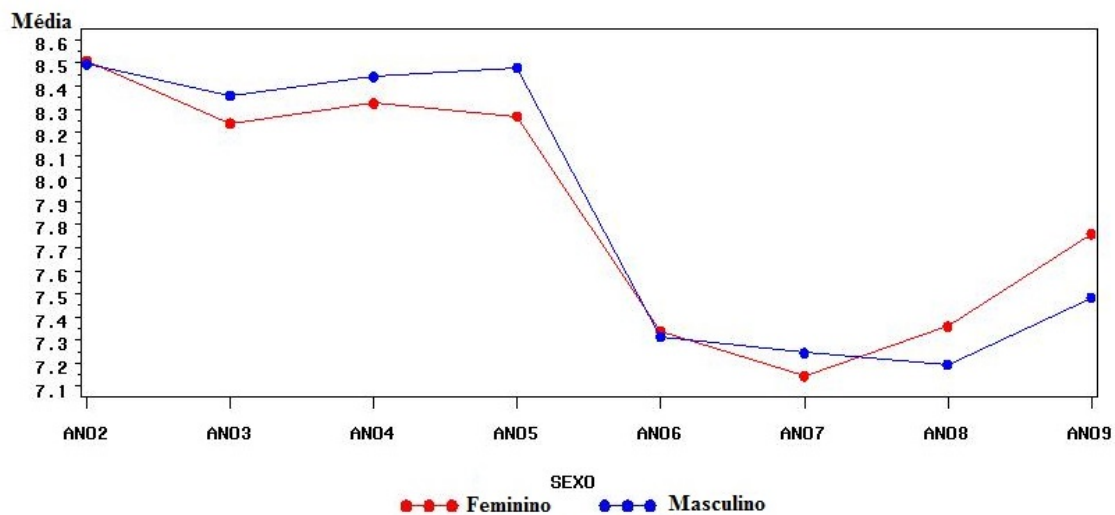


Figura 6: Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de português.

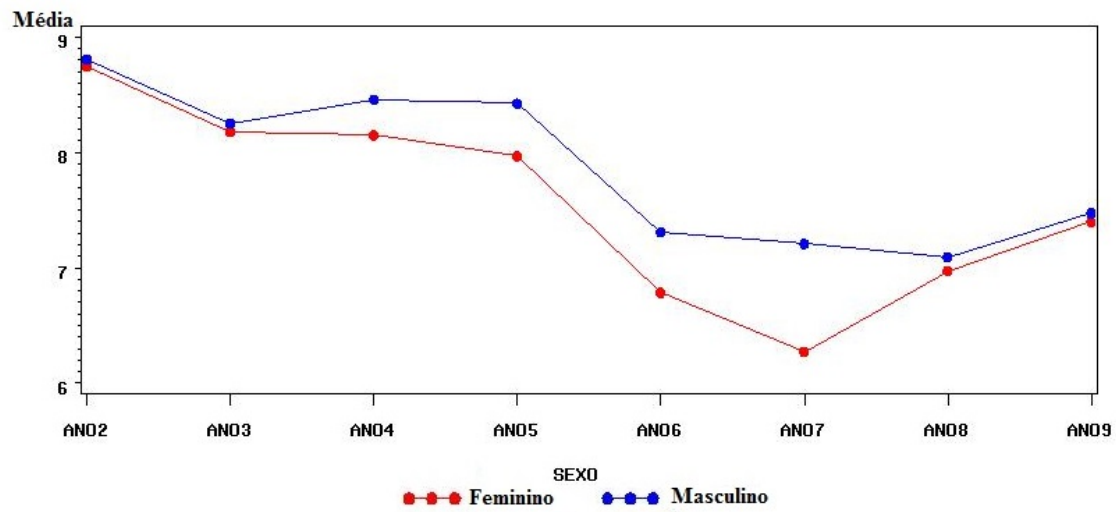


Figura 7: Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de matemática.

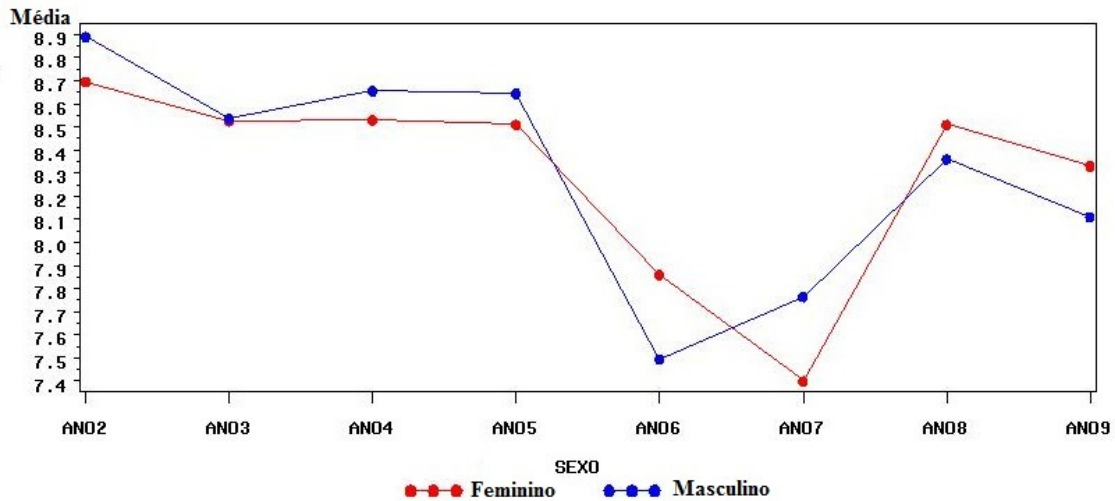


Figura 8: Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de ciências.

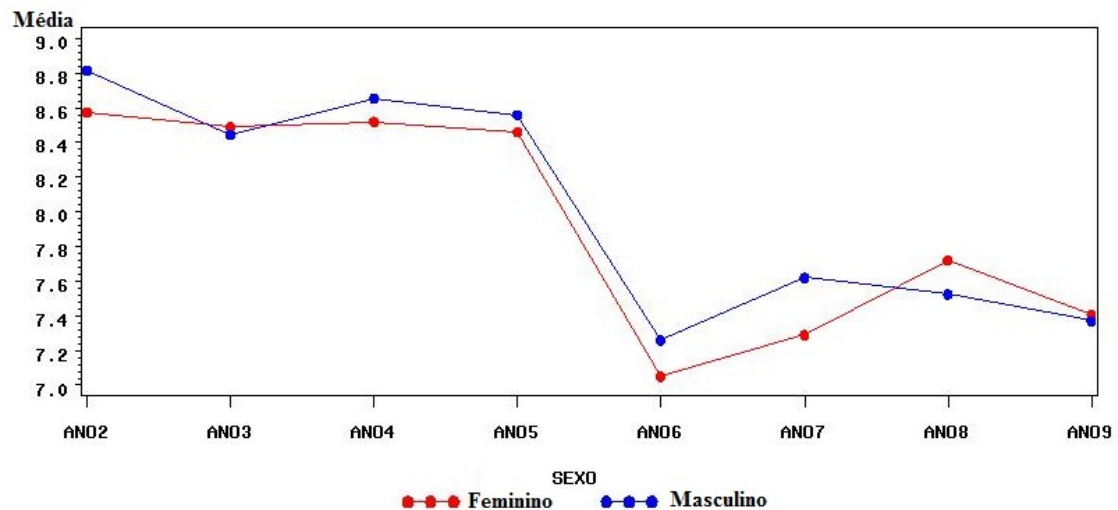


Figura 9: Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de história.

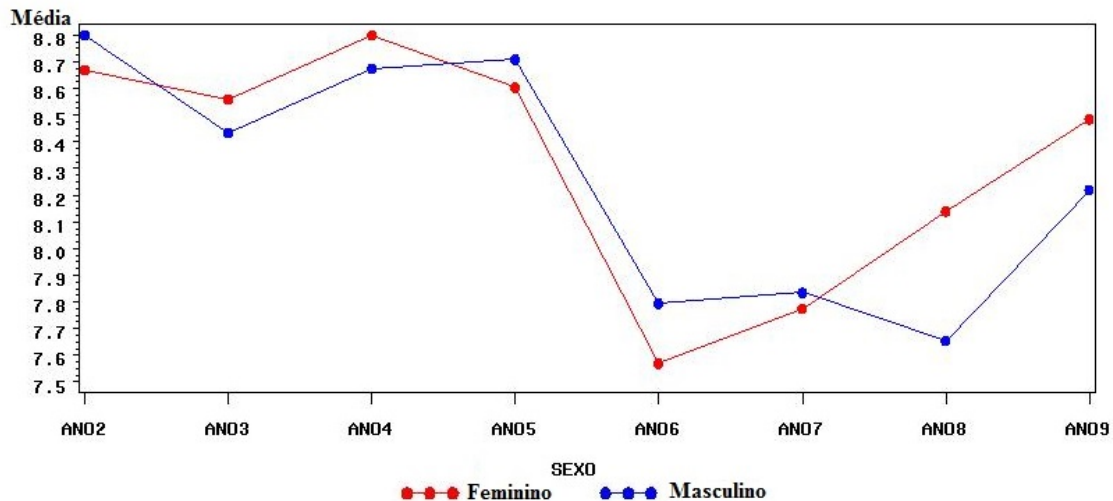


Figura 10: Perfis médios do desempenho educacional de meninos e meninas por ano na disciplina de geografia.

Algo que se torna discutível em relação ao desempenho desses alunos durante o ensino fundamental é o decréscimo acentuado do rendimento, em todas as disciplinas, na mudança eletiva do 5º para o 6º ano (representado nas Figuras 6, 7, 8, 9 e 10, como ANO5 e ANO6), para ambos os sexos, o que requer uma maior investigação para verificar uma ou mais causas específicas para esta situação. Porém, uma das grandes dificuldades está no fato, de não haver na literatura trabalhos associados ao tema estudado.

Cafiero (2010) argumenta que a mudança entre um segmento de ensino e outro, por exemplo, do fundamental I (1º a 5º ano) para o fundamental II (6º a 9º ano) e este para o ensino médio, é semelhante a mudança de escola, fazendo com que o aluno fique perdido, havendo a necessidade de um planejamento pedagógico que integre continuidade, sem confronto e repetições desnecessárias.

No entanto, Andrade (2011) discute que a grande dificuldade de aprendizagem enfrentada pelos estudantes no 6º ano do ensino fundamental é o aumento no número de professores, juntamente com a ampliação dos conteúdos e a forma diferenciada da relação professor e aluno, o que muitas vezes pode acarretar baixo rendimento e até a reprovação do educando.

5 Conclusão

De acordo com os objetivos e a metodologia empregada nesse estudo e, segundo os resultados alcançados, pode-se concluir que:

O modelo de medidas repetidas no tempo ajustou-se adequadamente aos dados, em que as medidas tomadas ao longo do tempo no mesmo indivíduo se correlacionam entre si, justificando-se uma análise multivariada. As pressuposições do modelo foram validadas, o que tornou possível a realização das análises estatísticas considerando-se um experimento com um fator (sexo) com medidas repetidas no tempo, cujas variáveis respostas foram os rendimentos dos alunos do ensino fundamental nas disciplinas de português, matemática, ciências, geografia e história. Para as hipóteses testadas, pode-se concluir, que o tempo (ano) é um fator predominante no desempenho escolar e que o sexo (feminino e masculino) não tem nenhuma influência quanto ao desempenho dos mesmos nas disciplinas aqui estudadas. Portanto, a técnica abordada com medidas repetidas permite um efetivo acompanhamento do desempenho escolar ao longo do tempo. Além disso, com base nos achados dessa pesquisa, recomenda-se que os pedagogos conduzam estudos no sentido de identificar e dirimir as causas que provocam a diminuição brusca do rendimento escolar dos alunos de uma etapa para outra.

Referências

- ANDRADE, D. F.; SINGER, J. M. Análise de dados longitudinais. In: **VII Simposio nacional de Probabilidade e Estatística - SINAPE**. Campinas, São Paulo: [s.n.], 1986. p. 106.
- ANDRADE, M. **Investigação sobre a transição dos alunos do ensino fundamental I para o ensino fundamental II**. 40 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Pedagogia) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, 2011.
- ARELARO, L. R. G. O ensino fundamental no brasil: Avanços, perplexidades e tendências. **Educ. Soc**, v. 26, n. 92, p. 1039–1066, Outubro 2005.
- ARMAS, E. D. **Análise de medidas repetidas**. Piracicaba, 2004. Seminário apresentado na Disciplina LCE-5860 Análise Multivariada. Disponível em: <<http://www.lce.esalq.usp.br/tadeu/eduardo.pdf>>. Acesso em: Outubro de 2013.
- BOX, G. E. P. A general distribution theory for a class of likelihood criteria. **Biometrika**, v. 36, n. 3-4, p. 317–346, 1949.
- CAFIERO, D. Letramento e leitura: formando leitores críticos. **Língua Portuguesa: Ensino Fundamental**, p. 85–106, 2010.
- CROWDER, M. J.; HAND, J. **Analysis of repeated measures**. London: Chapman & Hall, 1990. 257 p.
- CURY, C. R. J. A educação básica no brasil. **Educ. Soc**, v. 23, n. 80, p. 168–200, Setembro 2002.
- DIGGLE, P. J. An approach to the analysis of repeated measurements. **Biometrics**, v. 44, n. 4, p. 959–971, 1988.
- DOURADO, L. F.; OLIVEIRA, J. F. A qualidade da educação: perspectivas e desafios. **Cadernos Cedes, Campinas**, SciELO Brasil, v. 29, n. 78, p. 201–215, 2009.
- FERNANDEZ, G. C. J. Repeated measure analysis of line-source sprinkler experiments. **HortScience**, v. 26, n. 4, p. 339–342, 1991.
- FILHO, A. F. D. **Processo competitivo no setor privado de educação básica em Salvador, Bahia: O caso do Colégio Sartre**. 148 p. Dissertação (Mestrado em Administração Estratégica) — Universidade Salvador, Salvador, Bahia, 2002.
- GEISSER, S.; GREENHOUSE, S. W. An extension of box's results on the use of the f distribution in multivariate analysis. **The Annals of Mathematical Statistics**, JSTOR, v. 29, p. 885–891, 1958.

- HUYNH, H.; FELDT, L. S. Conditions under which mean square ratios in repeated measurements designs have exact f-distributions. **Journal of the American Statistical Association**, v. 65, n. 322, p. 1582–1589, 1970.
- HUYNH, H.; FELDT, L. S. Estimation of the box correction for degrees of freedom from sample data in randomized block and split-plot designs. **Journal of Educational and Behavioral Statistics**, Sage Publications, v. 1, n. 1, p. 69–82, 1976.
- JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied Multivariate Statistical Analysis**. 6. ed. London: Pearson, 2007. 800 p.
- KIRK, R. **Experimental Design: Procedures for the Behavioral Sciences**. 3. ed. Pacific Grove, C. A: Brooks/Cole, 1995. 577 p.
- LIMA, G. C. Análise de dados com medidas repetidas. FZEA/USP. Apostila. s.d.
- MALHEIROS, E. B. Precisão da análise de experimentos com medidas repetidas no tempo usando procedimentos do sas. **Rev. Mat. Estat**, v. 19, p. 253–272, 2001.
- MAUCHLY, J. W. Significant test for sphericity of a normal n-variate distribution. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 11, n. 2, p. 204–209, June 1940.
- NEMEC, A. F. L. **Analysis of repeated measures and time series: an introduction with forestry examples**. Victoria: Biometric Information Handbook, 1996. 83 p.
- RENCHEER, A. C.; CHRISTENSEN, W. F. **Methods of Multivariate Analysis**. 3. ed. Canada: John Wiley & Sons Inc, 2012. 800 p.
- SAS, I. 9.4. **Cary: SAS Interprise Guide**, 2003.
- SILVA, E. N. **Análise de medidas repetidas em ensaios varietais da cana-de-açúcar**. 96 p. Dissertação (Mestrado em Agronomia) — Universidade Federal de Goiás, Escola de Agronomia e Engenharia de Alimentos, Goiânia, GO, 2011.
- SILVA, F. F. Desempenho escolar diferenciado de meninas e meninos. **Congresso internacional interdisciplinar em sociais e humanidades**, n. 2316-266X, p. 17, 03 a 06 de Setembro, Niterói, RJ 2012.
- SILVA, S. A. A. **Análise de experimento com medidas repetidas: Uma aplicação no efeito da ingestão do café no controle de peso**. 51 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Modelagem Matemática e Estatística Aplicada) — Universidade Vale do Rio Verde, Três Corações, Fevereiro, 2009.
- TOUTENBURG, H. **Statistical analysis of designed experiments**. 2. ed. New York: Springer, 2002. 500 p. (ISSN 1431-875X).
- VIEIRA, F. T. P. A. **Uma abordagem multivariada em experimento silvipastoril com *Leucaena leucocephala* (Lam.) de Wit. no agreste de Pernambuco**. 70 p. Dissertação (Mestrado em Biometria) — Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2006.

XAVIER, L. H. **Modelos univariado e multivariado para análise de medidas repetidas e verificação da acurácia do modelo univariado por meio de simulação.** 91 p. Dissertação (Mestrado em Agronomia) — Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2000.

ANEXO A -Rotinas do SAS para análise multivariada das hipóteses de interesse, homogeneidade das variâncias e o teste de esfericidade para a disciplina de português.

```

data Portugues;
input SEXO $ ANO1 ANO2 ANO3 ANO4 ANO5 ANO6 ANO7 ANO8;
cards;
F 8.5 9.0 8.3 9.3 7.7 7.5 8.2 8.0
F 7.0 6.4 7.1 7.4 7.4 6.1 5.6 7.1
F 8.2 8.7 9.2 8.3 8.9 6.0 7.1 7.1
.....
M 9.2 9.5 8.8 8.8 7.2 7.6 7.9 7.9
M 8.4 9.7 9.2 9.0 7.8 8.6 8.7 8.4
M 8.2 8.3 8.3 8.0 7.4 7.2 7.0 7.6;
ods graphics on;
proc glm data=Portugues;
class SEXO;
model ANO1 ANO2 ANO3 ANO4 ANO5 ANO6 ANO7 ANO8 = SEXO / nouni ss3;
manova h=SEXO / printe;
repeated ANO 8 (1 2 3 4 5 6 7 8) polynomial / summary printe;
lsmeans SEXO/ out=means;
MEANS SEXO / TUKEY HOVTEST=BARTLETT
run;quit;
proc print data=means;run;
proc gplot data=means;
plot LSMEAN*_NAME_=SEXO; /* / overlay legend haxis=1 to 12 by 2; */
symbol1 color=red interpol=join value=dot height=.8;
symbol2 color=blue interpol=join value=dot height=.8;
axis1 order=(5 to 35 by 5) label=(a=90 'Means');run;quit;
ods graphics off;

```

Obs.: Usa-se a mesma rotina para as demais disciplinas , trocando, por exemplo, `data Portugues` por `data Matematica` e o conjunto de dados correspondente.

ANEXO B - Rotinas do SAS para verificar a normalidade multivariada dos resíduos a partir das distâncias generalizadas e qui-quadrado.

```
/* TESTE DE NORMALIDADE*/  
DATA NORM;  
INPUT J DJ2 @@;  
V=(J-0.5)/40; QUI2=CINV(V,8);  
OUTPUT;  
DATALINES;  
1      1.2777  
2      1.6865  
3      2.0861  
.....  
38     14.0947  
39     20.2552  
40     23.6775;  
RUN;  
PROC PRINT DATA=NORM;  
PROC CORR DATA=NORM;  
VAR DJ2 QUI2;  
RUN;  
SYMBOL V=DOT H=1 C=GREEN;  
PROC REG DATA=NORM;  
MODEL QUI2=DJ2;  
PLOT QUI2*DJ2 /LLINE=2 CLINE=BLUE;  
RUN;
```

ANEXO C -Procedimento do SAS para construção dos gráficos de dispersão dos resíduos dois a dois para cada disciplina.

```

OPTIONS NODATE PS=500;
DATA PORTUGUES;
INPUT RES2-RES9 @@;
OUTPUT;
DATALINES;
-0.010 0.76 -0.025 1.03 0.360 0.355 0.840 0.240
-1.510 -1.84 -1.225 -0.87 0.060 -1.045 -1.760 -0.660
.....
-0.310 0.46 0.875 0.03 1.560 -1.145 -0.260 -0.660
-0.510 0.06 0.575 0.13 -0.040 0.055 -1.060 -1.160
;
RUN;
PROC PRINT DATA=PORTUGUES;
RUN;
PROC SGSCATTER DATA=PORTUGUES;
MATRIX RES2-RES9 /ELLIPSE=(TYTE=MEAN) DIAGONAL=(HISTOGRAM NORMAL);
RUN;

```