



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA - UEPB
CAMPUS I - CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

ANDRIELY IRIS SILVA DE ARAÚJO

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CURIOSOS COMO POTENCIALIZADORA
DO PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ALUNOS: UMA EXPERIÊNCIA COM
PROBLEMAS DE MALBA TAHAN**

CAMPINA GRANDE-PB
2014

ANDRIELY IRIS SILVA DE ARAÚJO

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CURIOSOS COMO POTENCIALIZADORA
DO PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ALUNOS: UMA EXPERIÊNCIA COM
PROBLEMAS DE MALBA TAHAN**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

CAMPINA GRANDE – PB

2014

A659r Araújo, Andriely Iris Silva de.

A resolução de problemas curiosos como potencializadora do pensamento matemático dos alunos [manuscrito] : uma experiência com problemas de Malba Tahan / Andriely Iris Silva de Araújo. - 2014.

44 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

"Orientação: Prof. Dr. Silvanio de Andrade, Departamento de Matemática".

1. Ensino de Matemática. 2. Resolução de problemas. 3. Didática de ensino. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

ANDRIELY IRIS SILVA DE ARAÚJO

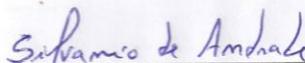
**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CURIOSOS COMO POTENCIALIZADORA
DO PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ALUNOS: UMA EXPERIÊNCIA
COM PROBLEMAS DE MALBA TAHAN**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Licenciatura
Plena em Matemática da Universidade
Estadual da Paraíba, como requisito
parcial para obtenção do título de
Licenciada em Matemática.

Aprovado em 27 de Março de 2014.

Prof. Dr. Silvanio de Andrade
Orientador

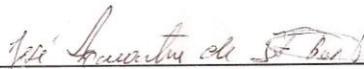
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Silvanio de Andrade
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Orientador



Profa. Msc. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Examinadora



Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ter me dado força e perseverança para conseguir superar todos os obstáculos enfrentados durante todo o curso.

Aos meus pais, que estão sempre me dando apoio nos momentos difíceis, me ajudando a superar os desafios e me dando forças seguir adiante, na realização dos meus sonhos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Silvanio de Andrade, por ter me orientado nesta monografia, por compartilhar seus conhecimentos, pela paciência, dedicação e responsabilidade cumprida durante a realização deste trabalho.

A todos os alunos participantes desta pesquisa, que se empenharam para a realização desta.

Ao corpo docente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba e aos meus colegas de sala que sempre me incentivaram.

Agradeço a todos aqueles que compartilharam ou compartilham da minha caminhada, incentivando-me e apoiando-me, pois suas participações foram decisivas para a concretização desta etapa em minha vida.

“Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o espírito”. (FENELON)

RESUMO

O presente trabalho visa mostrar a importância da resolução de problemas como metodologia didática para o ensino da matemática, pois propicia uma mobilização de saberes no sentido de buscar o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno. O caminho escolhido para o desenvolvimento deste foi inicialmente uma pesquisa sobre a importância da resolução de problemas no ensino de matemática e para a coleta de dados teve como fonte uma oficina de resolução de problemas matemáticos com alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental, realizada na escola municipal de Itatuba-PB, durante o segundo semestre de 2013. Foram trabalhados dez problemas curiosos no intuito de despertar o interesse e o pensamento crítico dos alunos ao resolverem os problemas propostos, problemas estes que foram retirados de livros de Malba Than (1965; 1973). A análise dos dados obtidos referente às resoluções feitas pelos alunos durante a realização dessa oficina foi realizada a fim de identificar até que ponto problemas metamatemáticos pode despertar a curiosidade dos alunos em resolvê-los, procurando investigar as possíveis contribuições da estratégia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Ensino de Matemática. Estratégias didáticas.

ABSTRACT

This work aims to show the importance of problem solving as teaching for teaching mathematical strategy , as it enables the mobilization of knowledge in order to seek the development of mathematical thinking student .Data collection was obtained through a workshop on mathematical problem solving with students of 8th and 9th grade of elementary school, held in the municipal school of Itatuba-PB during the second semester of 2013. Ten curious problems were employed in order to stimulate interest and critical thinking on students to solve the proposed problems which were based on Malba Than books. The analysis of data concerning the resolutions made by students during the completion of this workshop was held in order to identify to what extent metamathematical problems can arouse the students curiosity in solving them, attempting to investigate the possible contributions of the teaching-learning mathematics strategy through problem solving, creating in the student the ability to develop mathematical thinking , not restricted to routine exercises .

Keywords: Problem solving, Teaching strategies, Teaching mathematics.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	UM POUCO SOBRE A HISTÓRIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	10
2.1	O QUE É UM PROBLEMA?	13
2.2	AS CONCEPÇÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	15
2.3	O ENSINO E APRENDIZAGEM VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	16
2.4	AS DIFICULDADES	19
2.5	OS PENSAMENTOS MAIS RECENTES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	20
3	RELATÓRIO E ANÁLISE DE UMA OFICINA DE MATEMÁTICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	22
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma área do conhecimento que surgiu e tem-se desenvolvido a partir dos problemas que o homem encontra ao longo da vida. Dessa forma entendemos que a resolução de problemas é a essência da Matemática. Por isso para ser ensinada não basta só conhecer, é necessário ter criatividade, fazer com que os alunos participem das resoluções.

A resolução de problemas possibilita um trabalho diferenciado na educação matemática quando bem planejada. Pois trabalha além dos conhecimentos matemáticos a interpretação de texto ajudando o aluno na compreensão e análise das diversas formas que o conteúdo matemático pode ser aplicado em seu cotidiano, ou seja, o problema matemático possibilita uma interação entre a teoria e prática, pois pode mostrar diversas formas onde a matemática está aplicada no dia-a-dia fazendo com que os alunos tornem o pensamento matemático mais significativo.

O interesse em trabalhar a resolução de problemas em sala de aula, iniciou nas disciplinas de laboratório e práticas de ensino, onde percebi que uma situação envolvendo um problema matemático pode ser um facilitador na aprendizagem do conceito matemático pelo aluno, quando ele se ver na posição de construtor do seu próprio conhecimento, deixando de ser um mero reprodutor de algoritmos já estabelecidos, e vivenciando os conteúdos matemáticos a partir de problemas contextualizados que despertem seu interesse. Outro fator importante na escolha do tema foi, perceber que apesar de indiscutível a importância da metodologia de resolução de problemas em sala de aula ainda é grande a defasagem desse trabalho em sala de aula, sendo pouco utilizada e as vezes não é nem trabalhada, pois os professores evitam ou não estão preparados para trabalhar essa vertente com seus alunos, acabam se restringindo as aulas tradicionais com exercícios repetitivos.

De acordo com Baur (2009), no contexto escolar, os problemas constituem um caminho rico e interessante para o conhecimento, uma vez que grande parte do conhecimento escolar pode ser incluída em algum tipo de problema envolvendo a situação cotidiana e/ou concreta. No campo da matemática isso também ocorre e, portanto é possível incluir uma parte significativa dos conhecimentos obtidos na escola em algum tipo de problema, fazendo assim uma relação entre a teoria e prática.

É comum encontramos pessoas que manifestam aversão à disciplina e os motivos referem-se à dificuldade para realizar desde as atividades mais simples do cotidiano e até associadas a atividades profissionais. Um dos fatores do insucesso escolar pode estar no ensino e a aprendizagem da Matemática sem a resolução de problemas, pois impossibilita uma relação entre a teoria e a prática .

Nas escolas encontramos alunos desinteressados e desmotivados em relação à Matemática, apresentando dificuldades em conceitos básicos, falta de hábitos de leitura e investigação sem contar com os inadequados métodos de ensino. Um ensino sem a resolução de problemas não possibilita o desenvolvimento de atitudes e capacidades intelectuais, pontos fundamentais para despertar a curiosidade dos alunos e torná-los capazes de lidar com novas situações. (SOUZA, 2013)

A resolução de problemas é uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação, pois os alunos ao resolverem problemas se sentem motivados a encontrar mas de uma maneira para resolver os problemas proposto, quando este desperta a curiosidade e o interesse dos alunos.

No contexto da educação matemática, um problema, mesmo que simples pode despertar o gosto pelo trabalho mental se desafiar à curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. Dessa forma os problemas podem estimular a curiosidade do aluno fazendo com que se interessem pela Matemática, de modo que ao tentar resolver-lós o aluno adquira criatividade e aprimore o seu raciocínio.

Tendo como motivação o meu grande interesse pela metodologia de ensino através da resolução de problemas, o projeto foi desenvolvido na forma de oficina com alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental da escola municipal de Itatuba-PB. Onde foram trabalhados ao longo de cinco encontros dez problemas curiosos, retirados de livros de Malban Than, a fim de despertar a curiosidade e o espírito investigador dos alunos ao resolverem estes problemas.

Durante o planejamento das atividades que seriam propostas para os alunos na oficina, procurei encontrar problemas que despertassem a curiosidade dos alunos, durante a pesquisa percebi os problemas Malban Than seriam uma boa escolha, pois já havia trabalhados alguns durante disciplinas de laboratório e ficaram claro a potencialidades

desses problemas, no desenvolvimento do espírito investigador, instigando que está resolvendo a querer desenvolver estratégias, procurando soluções. São problemas contextualizados, que exigem do aluno um pensamento matemático criativo, que seria o principal objetivo desse trabalho, de forma a perceber até que ponto o problema pode despertar o interesse dos alunos.

A atividade de resolver problemas se destaca por está presente na vida das pessoas, exigindo soluções que muitas vezes requerem estratégias. O aprendizado dessa estratégias auxilia o aluno a enfrentar novas situações que podem encontrar a todo momento em outras áreas do conhecimento, dessa forma, percebemos que é de grande importância que os professores compreendam como trabalhar esta metodologia para que seu desenvolvimento seja feito da melhor forma para que alcance os objetivos esperados, a fim de desenvolver no aluno a capacidade de resolver situações desafiadoras, desenvolver a comunicação, a criatividade e o senso crítico.

2. UM POUCO SOBRE A HISTÓRIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

De acordo com Stanic e Kilpatrick apud HUANCA (2006), A resolução de problemas é considerada uma parte importante da matemática. No século XIX educadores acreditavam que a resolução de problemas deveria ocorrer a partir da aplicação de princípios aprendidos com o objetivo de exercitar aquilo que já foi aprendido e fortalecendo o conceito, ou seja professor ensinava o conteúdo, o aluno praticava com exercícios. De acordo com Ray (autor de livro texto em 1856) “o aluno nunca terá que aplicar nenhuma operação que não tenha sido explicada.” Infelizmente, essa visão de resolução de problemas tem predominado o ensino de matemática há mais de 150 anos, apesar das diversas percepções do que deva ser o papel da resolução de problemas no ensino da matemática.

Segundo Kilpatrick apud (ANDRADE, 1998), historicamente, Problemas de Matemática têm ocupado um lugar central no currículo escolar desde a antiguidade. Temos registro de problemas nos antigos egípcios, chineses e gregos. Entretanto, a importância dada à Resolução de Problemas é recente. Apenas nas últimas décadas os educadores matemáticos aceitaram a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merece atenção especial. Segundo Lester (apud FIORENTINI, 1994, p. 187-8), “o ensino de resolução de problemas (RP), enquanto campo de pesquisa em Educação

Matemática começou a ser investigado, de forma sistemática, sob a influência de Polya, nos anos 60 nos Estados Unidos”. Em nível mundial, as investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares têm início aproximadamente na década de 70. Grande parte da literatura que hoje se conhece sobre resolução de problemas foi desenvolvida a partir dos anos 70. Entretanto, é preciso reconhecer que os trabalhos de George Polya datam de 1944. A primeira vez em que a resolução de problemas é tratada como tema de interesse para professores e estudantes, nos níveis superiores, foi a partir do livro “How to solve it” de Polya, cuja primeira edição data de 1945.

No início do século XX o ensino de Matemática que era feito com a exposição do conteúdo, o aluno memorizava e depois resolvia exercícios repetitivos sobre o conteúdo que lhe foi exposto e treinava em casa. Limitando assim o ensino da matemática em apenas memorização e repetição de regras e exercícios, medindo o conhecimento do educando através de testes, onde alguns educandos até compreendiam o que estavam fazendo, mas em curtos espaços de tempo esqueciam o que era memorizado. Segundo Onuchic (1999, p. 201), “nessa época, o currículo de matemática ainda não estava bem definido, embora houvesse um caminho de trabalho: aritmética, álgebra e geometria.”

Algumas dessas características permanecem no ensino de Matemática até hoje. Em nosso país o ensino de matemática é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão (BRASIL, 1998)

Ao longo dos anos, surge uma nova forma de pensar o ensino de matemática deixando de trabalhar baseando-se na memorização e repetição, passando agora a ter uma nova proposta de ensino onde o aluno deveria aprender matemática com compreensão. Onde os alunos deviam entender o que faziam. Mas o professor falava, o aluno escutava e repetia, não participando da construção do seu conhecimento baseava-se no treino de técnicas e habilidades para a resolução de problemas formais ou para aprender um novo conteúdo. “Essas duas formas de ensino não lograram sucesso quanto à aprendizagem dos alunos. Na verdade, alguns alunos aprendiam, mas a maioria não.” (ONUICHIC; ALLEVATO, 2005, p. 214).

Para chegarmos à concepção de que é possível Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas, um longo caminho foi percorrido no século XX, especialmente nos últimos 40 anos. Particularmente nas décadas de 60 e 70, com o Movimento Mundial da Matemática Moderna, Esse movimento deixava de lado todas as reformas anteriores e

procurava aproximar a matemática que era estudada na escola, com aquela estudada pelos pesquisadores, provocando várias discussões e amplas mudanças no currículo matemático.

As mudanças até o momento acontecidas não tiveram o sucesso esperado . Pois segundo Onuchic (1999) os questionamentos continuavam :” Estariam essas reformas para a formação de um individuo consciente, útil a sociedade em que ele vivia? Buscavam elas ensinarem Matemática de modo a preparar os educandos para um mundo de trabalho que exigia mais conhecimento matemático” ?

A preocupação com as habilidades básicas da matemática ficou ainda mais evidente no inicio da década de 70 , tendo a resolução de problemas como uma alternativa metodológica a ser desenvolvida . A resolução de problemas passou a receber dos educadores matemáticos sua devida importância, destacando -se pelo mundo, no final da década de 70.

A “era da resolução de problemas”, fundamentada a partir de recomendação feita no documento “Uma Agenda para a Ação”, do NCTM, em 1980, diz que Resolução de Problemas deveria ser o foco da matemática escolar nos anos 80. No início da década de 90, a UNESCO, através da sua declaração mundial sobre Educação para todos, também declara claramente que a resolução de problemas deve ser um instrumento essencial da aprendizagem, do mesmo modo que a leitura, a escrita e o cálculo. (HUAMÁN, 2006, p. 20)

Onuchic (1999) lembra que, sem dúvida, ensinar matemática por meio da resolução de problemas é a abordagem mais significativa e fundamentada com as recomendações dos NCTM - National Council of Teachers of Mathematics e dos Parâmetros Curriculares Nacionais, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas.

Para muitos educadores matemáticos, a resolução de problemas consiste em permitir que os alunos utilizem seus conhecimentos e desenvolvam a capacidade de administrar as informações ao seu redor. Dessa forma, os alunos adquirem a oportunidade de ampliar seu conhecimento, desenvolver seu raciocínio lógico, enfrentar novas situações e conhecer as aplicações da matemática. O mesmo sucede para o professor, pois trabalhar com a resolução de problemas permite atingir os objetivos de aprendizagem definidos, além de tornar a aula mais interessante e motivadora. No entanto, ensinar matemática por meio da resolução de problemas é uma forma de ensino que ainda enfrenta muitas dificuldades que precisam ser superadas.

A prática mais frequente na Resolução de Problemas consiste em ensinar um conceito, um procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com números do enunciado ou aplicar algo que aprendam nas aulas. Desse modo o que professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, técnicas e demonstrações. (BRASIL, 1998,p.40).

É preciso que os alunos tenham uma visão mais ampla do que é resolver um problema, pois muitos ainda confundem com exercícios querendo aplicar técnicas e algoritmos padrões para encontrar uma solução, mas de acordo com (ONUCHIC, 1999):

Na realidade, o foco central do ensino da matemática não deveria estar em se encontrar a solução dos problemas propostos. O papel da resolução de problemas no currículo de matemática seria um caminho de aquisição para novos conhecimentos, ou seja, compreender deveria ser o principal objetivo do ensino, para adquirir um novo conhecimento ou um processo no qual pode ser aplicado tudo aquilo que previamente havia sido construído.

Dessa maneira o problema é visto como ponto de partida e os professores, através da resolução do problema, devem fazer conexões com outras ciências e entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos, os alunos tem dessa forma uma participação mais ativa tornando-se um construtor do seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo.

Esse é o ponto central de interesse dos trabalhos que tem se desenvolvido atualmente, isto é, o trabalho com matemática através da resolução de problemas. Pois esse trabalho se apoia na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino-aprendizagem é a de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro das atividades feitas em cada unidade temática (ONUCHIC, 1999) e de que o ensino pode ser feito por meio da resolução de problemas.

2.1 O QUE É UM PROBLEMA?

De uma maneira geral todos temos ideia do que seja um problema, de uma forma breve e sucinta podemos dizer que: “Problema é tudo aquilo que não se sabe fazer mas que se está interessado em resolver”. (ONUCHIC 1999, 215).

Um problema pode ser definido como uma questão em que é necessário dar resposta. Para Carvalho (1994), problema “é uma situação que o aluno se depara, de pouca ou de muita complexidade, e para o qual não tem uma resposta imediata, mas para o qual necessita de meios intelectuais para resolvê-los”.

De acordo com a concepção de Zuffi & Onuchic (2007), o problema é algo que não se sabe fazer, onde o objetivo é justamente conseguir fazer, ou seja é um tipo de situação onde o pensamento é estimulado a ir em busca do que se deseja. Em outras palavras, poderíamos dizer que um problema é uma espécie de desafio para o pensamento, onde não é possível fazer um simples uso da memória, nem de esquemas mecânicos como recursos para resolução.

Segundo Dante (2009), “O que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema em um determinado contexto pode não ser no outro. Por exemplo, se o pneu da bicicleta de beto furou e ele não sabe o que fazer nessa situação – e quer resolvê-la, pois gosta de andar de bicicleta -, então esse é um problema para ele. Mas se ele sabe que nesse caso deve procurar um borracharia e que há uma bem próxima dali, a situação não chega a ser um problema, pois não exigira um processo de reflexão para solucioná-la.”

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p.33), define-se problema como —uma situação que demanda a realização de uma sequencia de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.

A partir das citações acima, entendemos que existe um problema quando há um objetivo a ser alcançado e não sabemos como atingir esse objetivo, cabe ao aluno buscar estratégias que irão direcioná-lo a solucionar o problema que lhe foi proposto.

O problema corresponde ao "alimento" de que se nutre a Matemática, ou seja, o meio pelo qual a matemática se desenvolve. Com isso o problema para o verdadeiro matemático, tem seu grau de importância relacionado à quantidade de ideias novas que ele traz a matemática e o quanto ele é capaz de fertilizar os diversos ramos da Matemática.

2.2 AS CONCEPÇÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas talvez seja umas das tarefas mais executadas no cotidiano do ser humano. Pois nos deparamos constantemente com problemas dos mais diferenciados tipos, que nos leva a buscar sempre uma solução.

Tendo em vista que a Matemática está presente na vida cotidiano de todo cidadão, pois há uma dinâmica social que nos desafia apresentando novos problemas todos os dias, exigindo um posicionamento rápido e adequado, fazendo com que a Matemática seja cada vez mais solicitada para resolver problemas nas diversas áreas da atividade humana.

Segundo Krulik apud Huanca (2006), “A resolução de problemas é a própria razão do ensino de matemática”. Assim sendo, vemos que é de fundamental importância discutir e abordar novas metodologias para que o ensino da matemática se torne cada vez melhor, permitindo que os alunos resolvam problemas, não de forma mecânica, mas com um raciocínio lógico e coerente, coisa que não vem acontecendo nesta prática de ensino.

A importância da resolução está no fato de “possibilitar aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance dentro e fora da sala de aula. Assim, os alunos terão oportunidades de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança” Schoenfeld (apud BRASIL, 1998). Ainda, segundo Dante (1991), “é possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela”.

As Edições Padrões de CURRÍCULO E AVALIAÇÃO para a matemática na escola (NCTM 1989) afirmam que um dos cinco objetivos gerais é de todos os alunos se tornarem pessoas capazes de resolver problemas matemáticos. Recomenda-se que “para desenvolver tais habilidades, os alunos necessitam de trabalhar em torno de problemas que podem levar horas, dias ou mesmo semanas a serem resolvidos”.

Segundo os PCN's de Matemática (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como ampliar a

visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

A resolução de problemas frequentemente é relacionada à matemática, pois quaisquer atividades ou exercícios matemáticos são entendidos como problemas, por muitos estudantes e professores. No entanto, a prática de resolver problemas está relacionada a diversas áreas e vem desde há muito tempo, segundo Stanic e Kilpatrick (1989, p.2- 4).

Nos livros didáticos, na maioria das vezes, o problema vem sempre após a apresentação de determinado conteúdo. Em geral os dados necessários para a solução se encontram no enunciado, sendo possível sempre chegar a uma solução conhecida pelo professor, cujo objetivo é verificar se os alunos entenderam o conteúdo exposto.

Os alunos ao resolverem problemas podem descobrir fatos novos sendo motivados a encontrarem várias outras maneiras de resolverem o mesmo problema, despertando a curiosidade e o interesse pelos conhecimentos matemáticos e assim desenvolverem a capacidade de solucionar as situações que lhes são propostas.

2.3 O ENSINO E APRENDIZAGEM VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

“A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar-lós alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos” (LUPINACCI E BOTIN, 2004).

Na aprendizagem da matemática, os problemas são fundamentais, pois permitem ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras.

No entanto, a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda é bastante desconhecida da grande maioria e, quando é incorporada à prática escolar, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagem de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos (PCN, 1998).

A resolução de problemas trata-se de um trabalho em que o problema é o ponto de partida para auxiliar na aprendizagem, esta nova metodologia representa uma nova forma de trabalho em sala de aula em que as atividades são sempre baseadas em problemas.

E de acordo com Sullivan, Mousley & Jorgensen (2009) os problemas e desafios propostos, podem despertar nos estudantes uma motivação para a exploração da situação proposta, fazer com que os mesmos criem estratégias e tomem determinadas decisões para a resolução do problema. Também segundo esses autores, problemas se tornam mais acessíveis aos alunos do que outros tipos de atividades mais abstratas, uma vez que a situação proposta se torna mais próxima da realidade dos estudantes. Problemas bem direcionados pelo professor podem criar a oportunidade de os alunos conseguirem estender os seus conhecimentos matemáticos e explorar formas generalizadas de resolução.

Segundo Saldanha (2012), pensar a resolução de problemas como metodologia de ensino requer um planejamento minucioso, de modo que seja coerente com as necessidades do currículo. Não se trata, portanto, de uma atividade limitada ao engajamento de alunos, para ser desenvolvida em paralelo ou como um teste de aprendizagem, mas um meio de adquirir novos conhecimentos, em que a problematização e a aprendizagem encontram-se associadas a cada novo tópico matemático apresentado.

O conteúdo que o professor pretende trabalhar através da resolução de problemas, não deve ter sido trabalhado ainda em sala de aula. O problema proposto é quem deve conduzir o conteúdo que o professor planejou estabelecer como meta naquela aula.

Concebe-se a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, em que o professor propõe ao aluno situações-problema caracterizado por investigação e exploração de novos conceitos. (...) Através de experiências com problemas de naturezas distintas, o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da Matemática envolvida. O processo de formalização é contínuo e não imediato, surgindo da necessidade do aluno de novas formas de comunicação e explicitação de seu raciocínio. Desse modo, nesse processo, o aluno envolve-se com “fazer Matemática”, isto é, cria hipóteses, conjecturas e investiga-as a partir da situação problema que tem à frente. (MISKULIN, 1994).

No contexto da educação matemática, um problema, mesmo que simples pode despertar o gosto pelo trabalho mental se desafiar à curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. Dessa forma os problemas podem estimular a curiosidade do aluno fazendo com que se interessem pela Matemática, de modo que ao tentar resolver-lós o aluno adquira criatividade e aprimore o seu raciocínio.

Na realidade, o foco central do ensino da matemática não deveria estar em se encontrar a solução dos problemas propostos. O papel da resolução de problemas no currículo de matemática seria um caminho de aquisição para novos conhecimentos, ou seja, compreender deveria ser o principal objetivo do ensino, para adquirir um novo conhecimento ou um processo no qual pode ser aplicado tudo aquilo que previamente havia sido construído. (ONUCHIC, 1999).

A Resolução de Problemas é discutida em uma perspectiva de educação matemática crítica. Nessa proposta a Resolução de Problemas, além de ser assumida como uma metodologia de ensino, é pensada globalmente, não é olhada somente no nível de processos e conceitos matemáticos, mas, também, no nível de questões de natureza sócio-político-cultural, da educação em geral e da educação matemática em particular onde a sala de aula é olhada, observada e trabalhada em todos os seus múltiplos aspectos, isto é, em toda sua multicontextualidade.

De acordo com Polya (1985), antes de solucionar um problema, o aluno deve ter o interesse de resolvê-lo. Este problema deve se apresentar de forma que faça sentido e que tenha um propósito para o estudante. Para que isso ocorra, os aspectos dos problemas devem ser relacionados a significados familiares do aluno. Dessa forma, o aluno encontra uma motivação própria para solucionar o problema Segundo Krulic (1980), “A resolução de problemas é a própria razão do ensino de matemática”. Assim sendo, vemos que é de fundamental importância discutir e abordar novas metodologias para que o ensino da matemática se torne cada vez melhor, permitindo que os alunos resolvam problemas, não de forma mecânica, mas com um raciocínio lógico e coerente, coisa que não vem acontecendo nesta prática de ensino.

Assim percebemos que o principal interesse de se utilizar nas salas de aula a metodologia da resolução de problemas é despertar no aluno o interesse em querer encontrar soluções plausíveis para os problemas propostos a partir da utilização do conhecimentos já existente dos alunos, fazendo com que eles sejam construtores do seu próprio conhecimento.

2.4 AS DIFICULDADES

Despertar no aluno o gosto pela resolução de problemas não é uma tarefa fácil, pois muitos são os momentos de dificuldade, obstáculos e erros. Isto acontece porque professores e alunos não conseguem distinguir um problema matemático de um exercício matemático. Podemos dizer que “Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la” (BRASIL, 1998). Segundo Silveira (2001), “um problema matemático é toda situação que requer a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado”.

Dante (1998), afirma que embora tão valorizada, a resolução de problemas é um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados na sala de aula. É muito comum os alunos saberem efetuar os algoritmos e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos. Isso se deve à maneira com que os problemas matemáticos são trabalhados na sala de aula e apresentados nos livros didáticos, muitas vezes apenas como exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados.

Um problema deve ir além da simples resolução das operações. Deve, sim, possibilitar ao aluno desenvolver estratégias, buscar vários caminhos para solucioná-lo de acordo com sua realidade e raciocínio.

Para Dante (1998), um problema é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la. O autor ressalta que um bom problema deve: ser desafiador para o aluno; ser real; ser interessante; ser o elemento de um problema realmente desconhecido; não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas e ter um nível adequado de dificuldade.

Um bom problema deve ser capaz de instigar o aluno a resolvê-lo. Deve ser interessante, criativo, desenvolver seu pensamento e desafiá-lo constantemente, pois ao contrário ele ficará desmotivado.

Não há dúvida de que ensinar a partir de problemas é difícil. As atividades precisam ser planejadas ou selecionadas a cada dia, considerando a compreensão dos alunos e as necessidades de atender ao conteúdo programático. O professor precisará escolher ou criar problemas adequados à construção de novo conhecimento sobre um determinado tópico do programa, de determinada série; selecionar, entre muitas, as

estratégias mais adequadas à resolução daquele problema; planejar as questões-chave, para conduzir os alunos na análise dos resultados apresentados e na busca de um consenso sobre os resultados obtidos; preparar a melhor formalização dos novos conceitos e novos conteúdos construídos a partir do problema dado. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2006).

2.5 OS PENSAMENTOS MAIS RECENTES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo Andrade (1998), no final da década de 80 a resolução de problemas passa a ser pensada como metodologia de ensino, como um ponto de partida, um meio de ensinar Matemática (p.6). Na Resolução de Problemas, como metodologia de ensino, o aluno aprende Matemática resolvendo problemas e, para resolvê-los, é necessário haver um processo mais amplo, no qual o ensino de Matemática se desenvolve por meio de sua resolução.

Nos anos 90, os estudos de Resolução de Problemas, passam a ser mais voltados para o contexto real da sala de aula, saindo de pesquisas do tipo controle, dando, então, preferência a abordagens que buscam trabalhar com a sala de aula por inteiro. Também, nessa década, a perspectiva de Ensino-Aprendizagem de Matemática, via Resolução de Problemas, passa a dominar tanto nas pesquisas como nas propostas curriculares, como, por exemplo, os PCN. Também, na década de 90, os estudos de Resolução de Problemas passam a sofrer fortes influências de outras tendências em Educação Matemática: da Modelagem, da Etnomatemática, do Construtivismo Social e da Educação Matemática Crítica (como é o caso da pesquisa de Andrade, que aborda a resolução de problemas numa perspectiva sociocultural, com a proposta da Exploração de Problemas). Nessa década, deu-se ênfase à proposição de problemas, à exploração de problemas, à investigação matemática. Entretanto, no final da década de 90 e início dos anos 2000, os estudos da Resolução de Problemas ficam um pouco diluídos em outras propostas, buscando novos significados. Nisso, notamos uma queda nos estudos dessa área nesse período, mas observamos que retornou com bastante vigor a partir de 2007-2010. Embora a resolução de problemas esteja integrada a todo o currículo, na realidade, ela tem sido ensinada como um tópico separado no currículo de Matemática.

De acordo com Silva (2013), na década atual, há uma grande preocupação com o tema “formulação/proposição de problema” e uma necessidade de explicitar melhor os processos envolvidos num ensino de Matemática, desenvolvido por meio da resolução de problemas. Embora ainda não esteja bem claro como pode ser um ensino-aprendizagem de Matemática, realizado por meio da resolução de problemas, tem sido razão de consenso entre os pesquisadores que ensinar Matemática, por essa via, implica sempre começar com um problema orientador e que os estudantes aprendem e entendem aspectos importantes de um conceito, ou ideia matemática, quando exploram situações-problema.

Essa postura de ensinar Matemática através da resolução de problemas é uma alternativa para desenvolver, entre os alunos, habilidades concernentes a essa tarefa, à medida que compreendem os conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos.

A resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem tem intensificado nos alunos o papel ativo na aprendizagem dos conceitos, por meio dela deixam de ser meros expectadores para serem autores em sala de aula. Assim, a aprendizagem dos conceitos e procedimentos matemáticos fica conectada à experiência de resolução de problemas, fazendo sentido e valorizando a Matemática construída pelos próprios alunos em sala de aula.

Em sala de aula, os alunos ainda não estão habituados a exercer um papel ativo no processo de aprendizagem em Matemática e geralmente ficam esperando a resposta do professor que, durante esse processo, fica sendo um mediador, um problematizador facilitando ao aluno a chegada por si mesmo à resolução dos problemas e às ideias matemáticas envolvidas. No entanto, nem sempre o problema proposto por nós conseguiu alcançar e mobilizar o aluno a querer resolver o problema; para isso acontecer, o aluno precisa aceitar o problema, daí este não pode ser fácil nem difícil demais. Com o problema fazendo parte do aluno, inicia-se todo o processo de ataque a ele na tentativa de explorá-lo.

3 RELATÓRIO E ANÁLISE DE UMA OFICINA DE MATEMÁTICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nessa seção, apresentamos a análise dos dados coletados, a partir da oficina de resolução de problemas realizada com alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental na escola municipal de Itatuba-PB, nesta foram realizados um total de seis encontros onde foram trabalhados dez problemas curiosos retirados de livros de Malba Than.

Encontro 1 (equivalente a 4 aulas de 40 minutos)

Problemas realizados no primeiro encontro:

Problema 1 - A idade fantasiosa extraído do livro As Maravilhas da Matemática, de Malba Tahan, p:80.

Rui disse a Alice: "Tenho duas vezes a idade que tu tinhas, quando eu tinha a idade que tu tens. Quando tu tiveres a idade que eu tenho a soma das nossas idades será de 63 anos." Pergunta-se: Qual a idade de Rui? Qual a idade de Alice?

Problema 2 - O problema dos abacaxis extraído do livro Matemática divertida e curiosa, de Malba Tahan, p:5.

Dois camponeses, A e B, encarregaram um feirante de vender duas partidas de abacaxis.

O camponês A entregou 30 abacaxis, que deviam ser vendidos à razão de 3 por 1 real; B entregou, também, 30 abacaxis para os quais estipulou preço um pouco mais caro, isto é, à razão de 2 por 1 real.

Era claro que, efetuada a venda, o camponês A devia receber 10 reais e o camponês B, 15 reais. O total da venda seria, portanto, de 25 reais.

Ao chegar, porém, à feira, o encarregado sentiu-se em dúvida.

—Se eu começar a venda pelos abacaxis mais caros, penso, perco a freguesia; se inicio o negócio pelos mais baratos, encontrarei, depois, dificuldade para vender os outros. O melhor que tenho a fazer é vender as duas partidas ao mesmo tempo.

Chegado a essa conclusão, o esperto feirante reuniu os 60 abacaxis e começou a vendê-los aos grupos de 5 por 2 reais. O negócio era justificado por um raciocínio muito simples:

—Se eu devia vender 3 por 1 real e depois 2 também, por 1 real, será mais simples vender, logo, 5 por 2 reais, istoé, à razão de 40 centavos cada um.

Vendidos os 60 abacaxis, o feirante apurou 24 reais.

Como pagar os dois camponeses se o primeiro devia receber 10 reais e o segundo 15 reais ?

Havia uma diferença de 1 real que o homenzinho não sabia como explicar, pois tinha feito o negócio com o máximo cuidado.

E, intrigadíssimo com o caso, repetia dezenas de vezes o raciocínio feito sem descobrir a razão da diferença:

—Vender 3 por 1 real e, depois, vender 2 por 1 real é a mesma coisa que vender logo 5 por reais!

E o raio da diferença de dez tostões a surgir na quantia total! E o feirante ameaçava a Matemática com pragas terríveis.

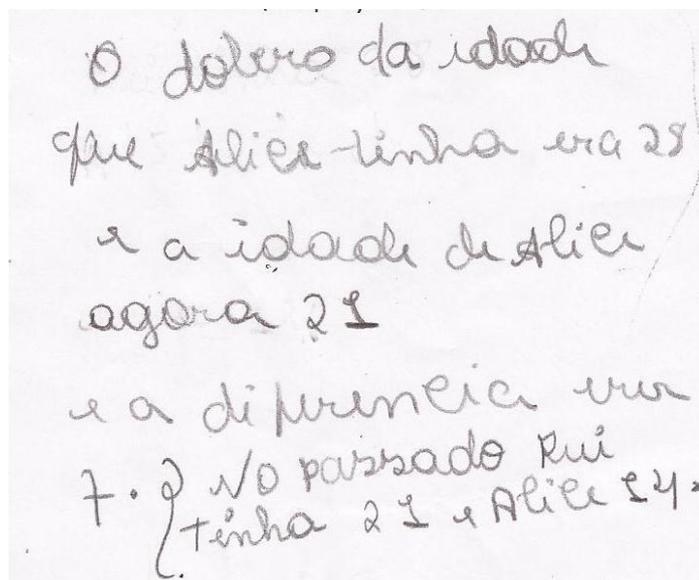
Iniciamos às 8h : 20m com , o problema da idade *fantasiosa* , estavam presentes ao todo 17 alunos. Durante o começo da atividade fiz questão de deixar claro que o principal objetivo da oficina era estimular o pensamento e criatividade dos alunos, instigando a pensar sobre o que estavam fazendo.

No começo os alunos estavam trabalhando individualmente , senti muita dificuldade pois os alunos não conseguiam compreender o problema, a princípio ficaram muito confusos pois ainda não tinham trabalhado com problemas desse tipo embora os problemas que propostos envolvesse apenas conhecimentos matemáticos, já vistos por eles como equação, sistemas, e as operações aritméticas como um todo.

O tempo foi passando e os alunos não conseguiam fundamentar uma linha de pensamento, para resolver o problema, então pedi que se juntassem em grupos, para montarem uma estratégia afim de resolver o problema proposto. Depois de muito dialogo continuavam sem prosperar, até que eu resolvi interferir de uma maneira mais clara, pedindo ao aluno que tentassem montar as equações que formariam um sistema, e junto com eles, montamos o sistema passo a passo, a todo momento com a minha intervenção.

Depois de montado o sistema percebi uma grande dificuldade dos alunos do 9º ano em resolve-lo, pois afirmavam não saber resolver o sistema dizendo não ter visto tão conteúdo matemático e se tivessem visto não lembravam ou não aprenderam , já os alunos do 8ºano não tiveram tanta dificuldade em resolver o sistema pois é conteúdo que esta

sendo trabalhado com eles .Por fim depois de muitas dificuldades , conseguiram chegar a suas conclusões, solucionando o problema , terminamos as 9h: 50m.



O dobro da idade
que Alice tinha era 28
e a idade de Alice
agora é 21
e a diferença em
7.2 no passado Rui
tinha 21 e Alice 24.

Ao final desse primeiro momento fiquei um pouco frustrada, pois não consegui alcançar os resultados esperados, pois os alunos tiveram uma enorme dificuldade em pensarem sozinhos sobre o problema, mas acho que esses problemas que me deparei se devem ao fato dos alunos nunca terem trabalhado com problemas de tipo.

Aconteceu um intervalo de dez minutos, para que os alunos merendassem.

Às dez horas iniciamos o 2º problema, o problema dos abacaxis, a principio os alunos se assustaram com a extensão do problema, então comecei a ler junto com eles, fazem um interpretação bem superficial, depois deixei que eles pensassem cada um individualmente, e então começaram algumas especulações entre os alunos do tipo “Professora o problema tá errado” e respondia escreva qual é o erro, mas eles não conseguiam identificar. Procurei sempre estimula-los a escrever tudo o que iam pensando.

Depois de decorrido algum tempo deixei novamente que começassem a socializar em grupos. Percebi que alguns alunos chegavam bem próximo a entender o resultado do problema mas não conseguiam fecha sua linha de pensamento, chegando assim a uma conclusão

algum tempo, preenchi toda a tabela no quadro, e estabeleci um dialogo com os alunos, para tentar estimula-los a pensar sobre o que estava acontecendo, fui dando algumas dicas, explicando até que os alunos começaram a entender o que estava acontecendo naquele problema, e começaram a tirar suas próprias conclusões, encerramos o segundo problema as 11h.

Nesse primeiro dia conclui que não foi tão produtivo como eu esperava, mas entendo as limitações dos alunos, pois nunca trabalharam com problemas desse tipo, entretanto os alunos se mantiveram o tempo inteiro concentrados, procurando estratégias para resolver os problemas, embora muitas vezes sem fundamentos, mas fiquei satisfeita pois todos estavam focados realmente , mostrando interesse em solucionar os problemas.

Encontro 2(equivalente a 4 aulas de 40 minutos)

Problemas trabalhados nesse encontro:

Problema 3 - Problema da perola mas leve extraído do livro O homem que calculava, de Malba Tahan, p:157)

“Um mercador de Benares, na índia, dispunha de oito pérolas iguais - na forma, no tamanho e na cor. Dessas oito pérolas, sete tinham o mesmo peso; a oitava, entretanto, era um pouquinho mais leve que as outras. Como poderia o mercador descobrir a pérola mais leve e indicá-la, com toda a segurança, usando a balança apenas duas vezes, isto é, efetuando apenas duas pesagens?”

Problema 4 – Problema dos 21 vasos extraído do livro O homem que calculava de Malba Tahan, p: 36

- Aqui estão, ó calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora os problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte: Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo:

7 cheios;

7 meio cheios;

7 vazios.

Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade a meu ver está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é,

conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó calculista, obter uma solução para este problema?

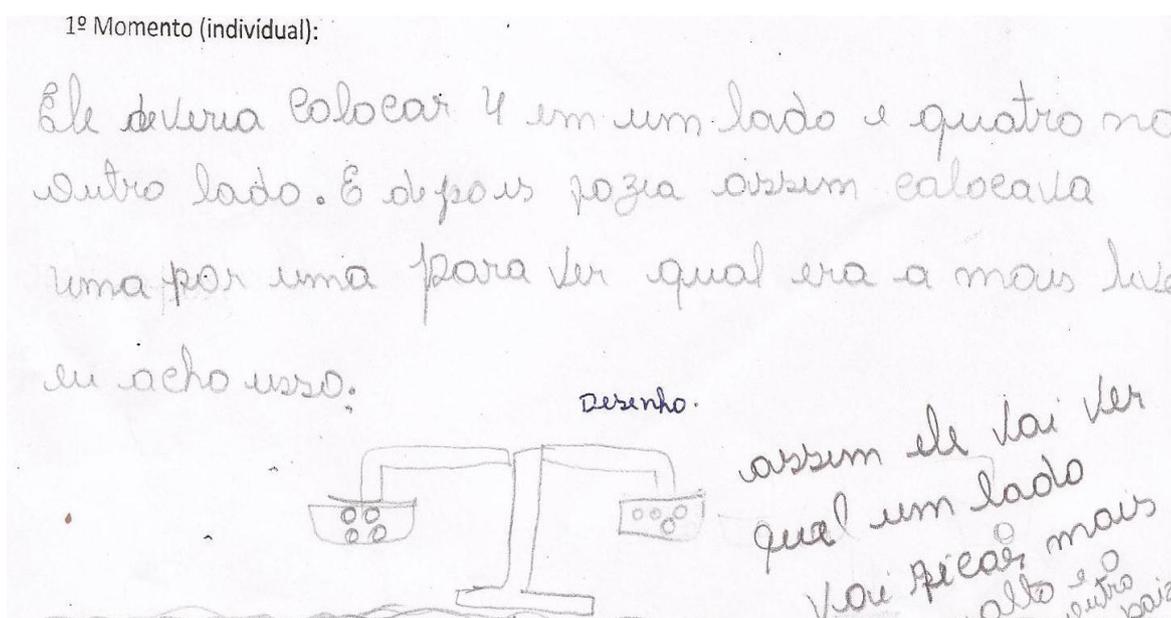
Problema 5 – O problema da besta extraído do livro As maravilhas da matemática, de Malba Tahan, p:193

Um macho e uma burra, carregados de trigo, dirigiam-se ao mercado. A burra gemia sob o grande peso.

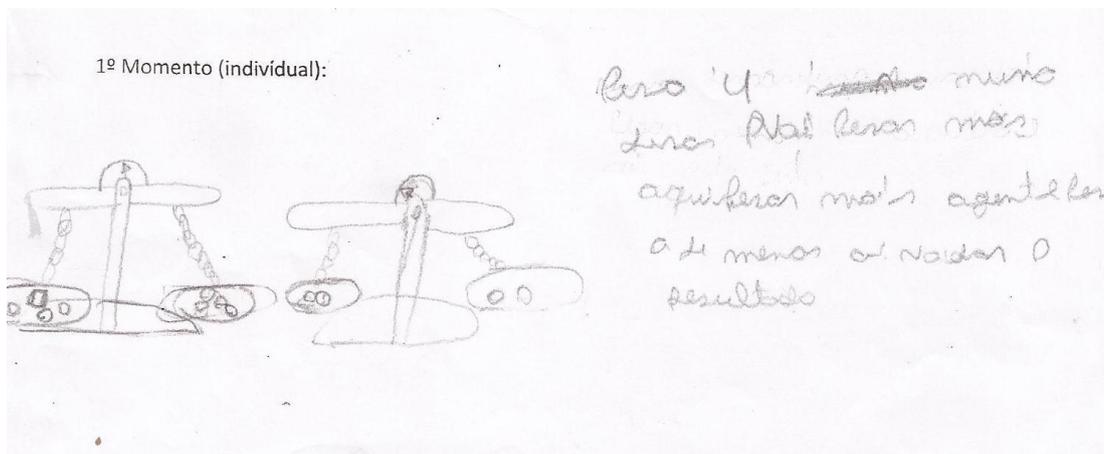
—De que te queixas?—disse o macho, - Se me desses uma de tuas medidas, eu ficaria com o dobro das tuas; e se eu te desse uma, das minhas, as nossas cargas ficariam iguais.

Iniciamos as atividades às 8h: 10min do dia 25/ 11/ 2013 estavam presentes doze alunos. Entreguei a eles e li pausadamente o problema da perola, mas leve, em seguida deixe que ele pensassem individualmente na forma de resolver o problema.

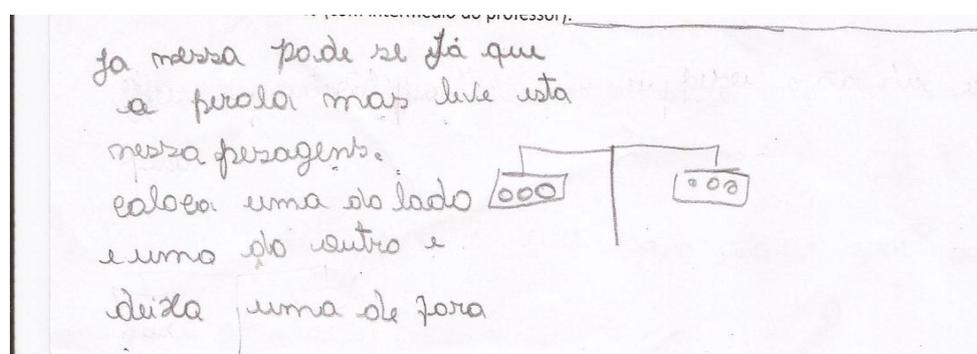
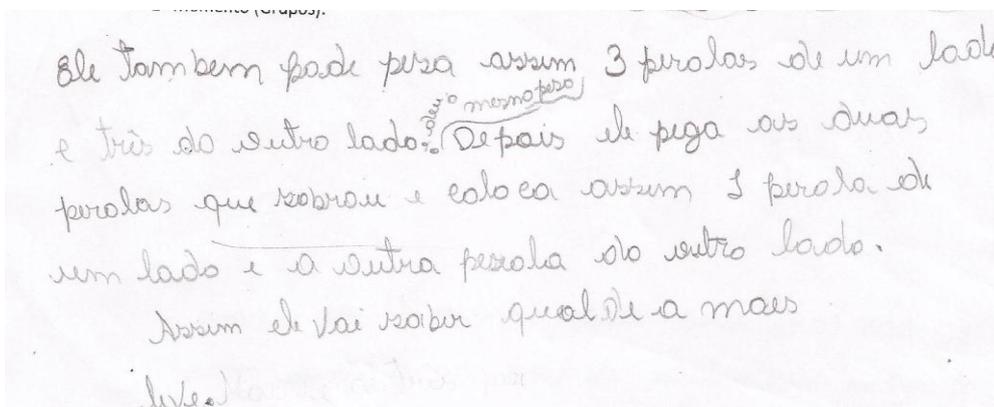
A principio todo seguiram pensamentos parecidos, insistiam em dividir as perolas para pesagem de forma igual, colocando quatro em cada prato da balança, ma percebia que dessa forma eles iriam precisar de, mas de duas pesagens, mas o problema pedia que fosse encontrada a perola, mas leve com apenas duas pesagem. Os alunos começaram a reclamar que não seria possível, que havia condições de achar a pérola, mas leve com apenas duas pesagem na balança.



Os alunos se limitavam a colocar na primeira pesagem sempre 4 perolas em um dos pratos da balança e 4 perolas no outro.



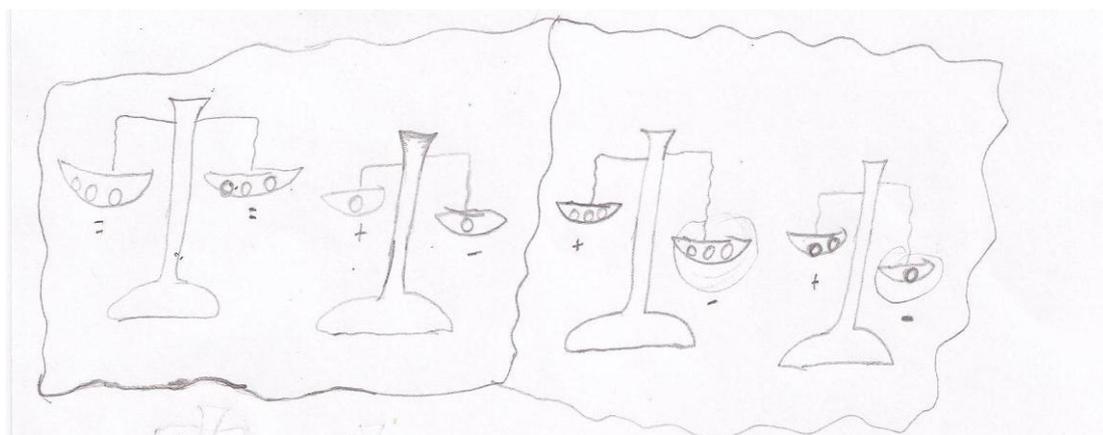
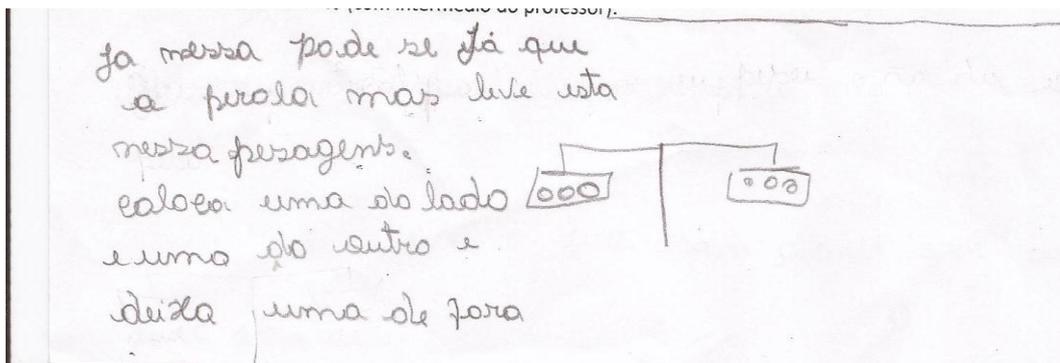
Então vendo que os alunos estavam tendo um bloqueio pra prosseguir na resolução dos problemas, resolvi dar uma singela sugestão pra turma dizendo - Vocês estão se prendendo em dividir as perolas em dois grupos de quatro para pesagem, por que não tentam outras quantidades, se esta não esta dando certo, tentem de um outra forma.



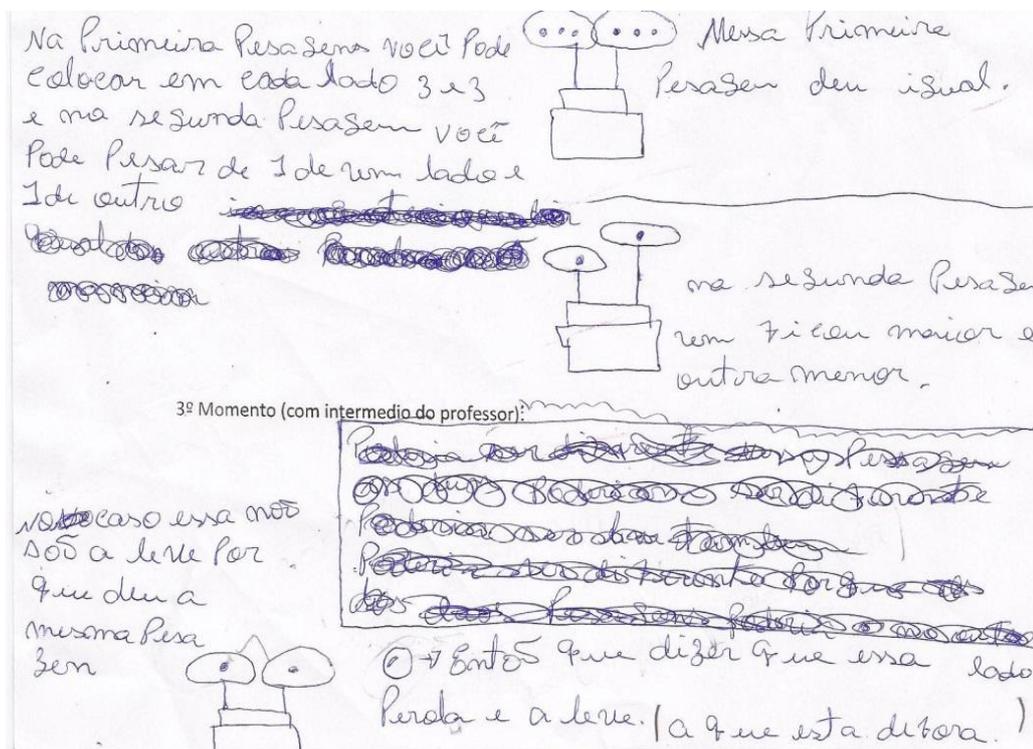
No início disseram que não seria possível, depois pensaram melhor e resolveram dividir as perolas em grupos de duas, mas à medida que foram fazendo perceberam que para descobrir que era a pérola, mas leve seriam necessários, mas de duas pesagens, continuaram a pensar que não seria possível, sugeri novamente tentem novas formas, existe sim uma solução.

Depois em um momento em grupo onde os alunos compartilhavam as ideias entre si. Alguns dos alunos tentavam dividir em grupos dois grupos de três perolas e um grupo de duas, utilizaram na primeira pesagem colocar nos dois pratos da balança três pérola, supondo que a balança ficou em equilíbrio, o que significava que as a perola, mas leve seria uma das duas do terceiro grupo que ainda não havia sido pesado, logo quando fossem pesada uma em cada prato da balança, iriam descobrir facilmente qual seria a perola mas leve, e dessa forma pensaram que tinham concluído o problema.

Eu ao acompanhar o pensamento desses alunos fui fazendo algumas indagações, e disse lhes: - é se na primeira pesagem onde vocês colocaram três perolas de cada lado houve um desequilíbrio na balança, pois haveria essa possibilidade não acham? Essa pergunta fez com que os alunos pesassem mais um pouco, pois, trabalhando em cima dessa possibilidade viram que só seriam necessários pesar novamente as três perolas que tiveram peso inferior, a principio disseram colocam duas perolas em um dos pratos da bandeja e a outra perola restante no segundo prato, mas depois pensaram melhor e viram que dessa forma não seria possível descobrir qual era a perola mas leve, continuaram atentar, até que chegaram a conclusão que iriam colocar um perola em cada prato da balança, deixando um perola de fora, e suporão que a balança ficasse em equilíbrio ou seja a perola que ficou de fora seria a mas leve, nesse momento intervi novamente, falando ainda assim existiria outra possibilidade, a da balança ficar em desequilíbrio, e então os alunos logo completaram as suas respostas dizendo que se a balança ficassem em desequilíbrio a perola que ficou de fora da pesagem ficaria ignorada e a perola que estivesse no prato da balança menos pesada seria a perola mas leve que estávamos procurando.



Os alunos pra facilitar a visualização sempre estavam fazendo desenhos para representar o que estavam fazendo.



Entretanto pedi que sempre que em paralelo aos desenhos eles escrevessem sempre o que estavam pensando e o que representava cada desenho feito, de forma que quando alguém lê-se pudesse entender o raciocínio deles. Talvez por falta de costume com esse tipo de trabalho percebi nas atividades realizadas uma grande desorganização dos alunos ao fazer os relatos.

Depois do desenrolar do problema os alunos conseguiram entender em resolvê-lo da forma que era pedida, pra encerrar o problema, fiz uma rápida explanação da resolução do problema no quadro para que todos pudessem entender o raciocínio que foi feito.

Em seguida dei um intervalo de 10 minutos, onde os alunos retornaram às 9h: 10m.

Entreguei então a ele o problema dos 21 vasos, e fiz uma breve leitura, e deixei-os a vontade para refletirem sobre o problema, e assim fizeram, e não chegaram a conclusão nenhuma, só me diziam que não seria possível, pois sete não é divisor de três, ou seja seria impossível dividir sete vasos cheios, sete vasos meio cheios e sete vasos vazios para três pessoas de forma que cada um ficassem com a mesma quantia de vinho e de vasos.

Previendo essa dificuldade dos alunos nesse problema, levei 21 copos descartáveis, pra representar os vasos, fiz uma simulação do problema com o material manipulável pra facilitar a visualização e a manipulação dos alunos.

Então tínhamos sete copos cheios de água representando os sete vasos de vinho, sete copos meio cheios de água representando os sete vasos meios cheios de vinho e por ultimo sete copos vazios rerepresentando os sete vasos vazios. Coloquei na frente três mesinhas para representar a divisão das três pessoas, e assim pedi que alguns dos alunos fossem tentar fazer a partilha, uma aluna foi tentar, mas tinha duvidas se podia juntar dois copos meios cheios para encher um único copo tornando assim um um copo cheio, mas eu intervi e disse que não poderia mexer no liquido do que estava dentro do copo, logo pesaram em que dois copos meios cheios de água poderiam representar a quantidade de um copo cheio, dessa maneira ela conseguiu concluir a divisão em três com sucesso.

Mas continuei a indagar os alunos, depois que acharam uma possível solução para os problemas, será que seria possível encontrar uma nova forma de realizar essa divisão, então os alunos foram mexendo nos copos e fazendo novas divisões, e assim descobriram que a maior dificuldade que encontraram no inicio foi de repartir igualmente o vinho, mas depois que começaram a fazer teste perceberam que a quantidade de vinho que cada um iria receber equivalia a três vasos cheios e um meio, depois que chegaram a essa conclusão

acharam bem mas prático realizar as divisões dos vasos e das quantidades de vinhos de forma igual por três pessoas .

Eram 10h, então resolvemos partir para um terceiro problema o problema da besta, como era um problema bem descontraído e casual, os alunos ao lerem o problema riram bastante, mas pedi que mantivessem concentrados. No início como estávamos trabalhado com valores desconhecidos que era o peso que a burra carregava e o peso que o burro carregava, alguns alunos tentavam transcrever o problema na forma de um sistema , mas sem sucesso . Sugeri que fizessem por tentativa.

A principal dificuldade desse problema foi a interpretação, que alguns alunos não tinham entendido de forma clara, mas depois de algumas releituras que fizeram , entenderam em fim o que dizia o problema , em seguida foram fazendo uma investigação afim de achar os valores ideais. Depois de fazerem algumas investigações os alunos encontraram os valores que solucionavam o problema sem grandes dificuldades, uns mas rápidos , outros demoraram mas um pouco mas todos tiveram sucesso.

Ao finalizar esse segundo encontro foi, mas produtivo, pois os alunos já tiveram um raciocínio, mas amplo, senti que o entendimento dos alunos em relação os problemas foi bem melhor em relação ao primeiro encontro, a participação e desempenho dos alunos.

Encontro 3 (equivalente 2 aulas de 40 minutos)

Problemas trabalhados nesse encontro.

Problema 6- AS NOVENTA MAÇÃS extraído do livro **Matemática e divertida e curiosa, de Malba Tahan, p. 58 e 59.**

Um camponês tinha três filhas, e como quisesse, certa vez, pôr à prova a inteligência das jovens, chamou-as e disse-lhes:

—Aqui estão 90 maçãs que vocês deverão vender no mercado. Maria, que é a mais velha, levará 50; Clara receberá 30, e Lúcia ficará com as 10 restantes. Se Maria vender 7 maçãs por um tostão, as outras deverão vender também pelo mesmo preço, isto é , 7 maçãs por um tostão; se Maria resolver vender a 300 réis cada uma, será esse o preço pelo qual Clara e Lúcia deverão vender as maçãs que possuírem. O negócio deve ser feito de modo que todas as três apurem, com a venda das maçãs, a mesma quantia.

—E eu não posso dar de presente algumas das maçãs que levo ? —perguntou Maria.

—De modo algum—replicou o velho camponês. — A condição por mim imposta é essa: Maria deve vender 50, Clara deve vender 30 ,e Lúcia só poderá vender 10. E pelo preço que Maria vender, as outras devem também vender. Façam a venda de modo que apurem, no final, quantias iguais.

E como as moças se sentissem atrapalhadas, resolveram consultar, sobre o complicado problema, um mestre-escola que morava nas vizinhanças.

O mestre-escola, depois de meditar durante alguns minutos, disse:

—Esse problema é muito simples. Vendam as maçãs conforme o velho determinou e chegarão ao resultado que ele pediu.

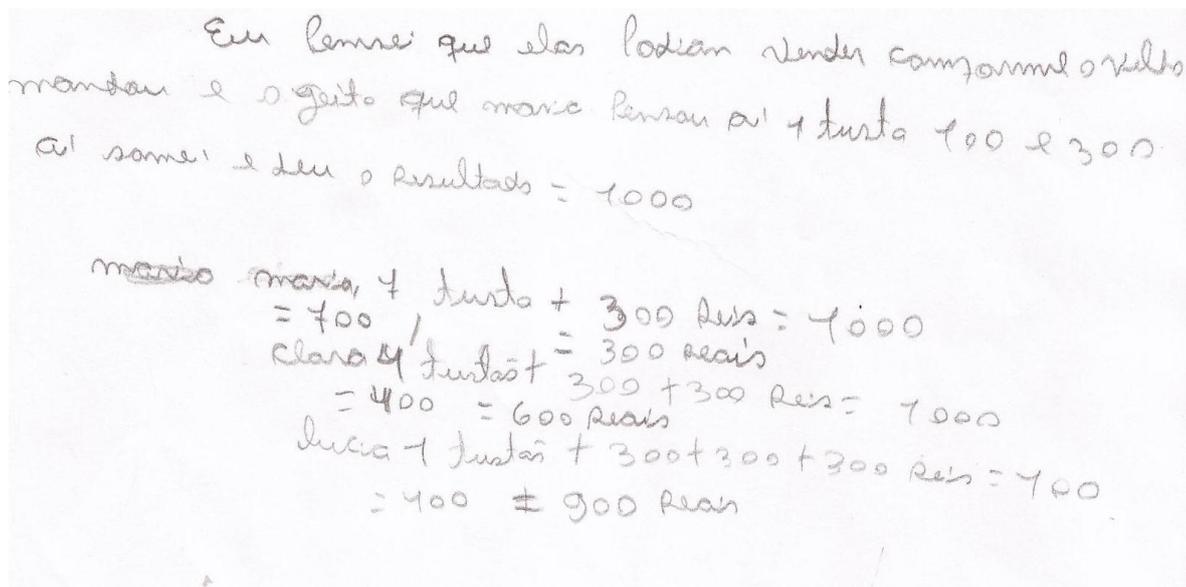
As jovens foram ao mercado e venderam as maçãs; Maria vendeu 50; Clara vendeu 30 e Lúcia 10 .O preço foi o mesmo para todas, e cada uma apurou a mesma quantia.

Diga-nos agora o leitor como as moças resolveram a questão?

Problema 7 – O problema do “X” da vida extraído do livro O homem que calculava, de Malba Tahan, p:112.

Beneficiados pela lei, existe um contrabandista de Bácsora, chamado Sanadique, preso há quatro anos, condenado à prisão perpétua. A pena desse homem deve ser reduzida à metade. Ora, como ele foi condenado à prisão por toda a vida, segue-se que deverá agora, em virtude da lei, ser perdoado da metade da pena, ou melhor, da metade do tempo que ainda lhe resta viver. Viverá ele, ainda, certo tempo “x”, desconhecido! Como dividir por dois um período de tempo que ignoramos? Como calcular a metade do “x” da vida?

Iniciamos as atividades as 8h: 10m do dia 26/ 11/2013 , na sala estavam presentes dez alunos, quando entreguei aos alunos o problema das noventa maçãs , li juntamente com ele , depois começaram a refletir sobre o problema individualmente, logo disseram que não seria possível de maneira nenhum , sugeriram que as maçãs fossem divididas , ou dadas algumas. Mas insistir sempre liam atentamente o que diz o problemas. Expliquei a questão do das moedas que eram colocadas no texto , como tostão , reis . Mas permaneceram com dificuldades , estas provocadas por causa da dificuldade de leitura e interpretação do texto , pois sempre se perdiam em coisas que estavam explicadas no enunciado da questão , como - se eu for vender 7 por um tostão as que sobram vou vender a como.



Procurei nesse problema sempre insistir para que voltassem e a ler o que dizia o problema, e verificar se estavam fazendo de acordo com o que era pedido, e aos poucos foram entendendo e desenvolvendo a questão, cada um no seu tempo foram concluindo o que pedia a questão e ao chegarem a uma opinião formada, percebia que o problema não era tão trabalhoso como pensavam era só uma questão de interpretação.

Partimos então para o segundo problema o do “x” da vida, entreguei a todos os alunos o problema e fiz uma breve leitura, a principio os alunos tentaram fazer equações com duas incógnitas, onde x era o tempo de vida do presidiário e y o tempo que o presidiário deveria ficar solto ou seja a metade do seu tempo de vida segundo o problema, mas começaram a ficar confusos pois não existiria nem um valor para que eles baseassem e montassem a equação.

Dai comecei a fazer alguns questionamentos sobre como poderíamos pensar sobre esse problema, pedi que cada um se colocassem na situação de um juiz que determinou uma sentença de prisão perpetua e depois voltou atrás e resolveu diminuir a pena pela metade, perguntei o que eles fariam, e surgiu então uma discussão coletiva, onde um dava uma resposta e o outro respondia com outra pergunta, até que chegaram a conclusão que não iriam chegar a nenhum valor, pois não seria possível prever quanto tempo o presidiário ainda tinha de vida. Resolvi então perguntar se não é possível estipular um numero exato o que vocês fariam no lugar desse juiz? Foi interessante que alguns alunos sugeriram que ele pagasse sua pena com serviços comunitários, outro sugeriu a prisão domiciliar, onde o condenado passaria o dia em liberdade e depois iria dormir na prisão por achar que essa seria a melhor forma de cumprir o julgamento.

Encontro 4 (equivalente a 3 aulas de 40 minutos)

Problemas trabalhados neste encontro:

Problema 8 – O problema dos 60 melões extraído do livro O homem que calculava, de Malba Tahan p.58

- Os dois irmãos Harim e Hamed encarregaram-se de vender no mercado duas partidas de melões. Harim entregou-me 30 melões, que deviam ser vendidos à razão de 3 por 1 dinar; Hamed entregou-me, também, 30 melões para os quais estipulou preço mais caro, isto é, à razão de 2 por 1 dinar. Era claro que, efetuada a venda, Harim devia receber 10 e seu irmão 15 dinares. O total de venda seria, portanto de 25 dinares.

Ao chegar, porém, à feira, uma dúvida surgiu-me no espírito. Se eu começar a venda pelos melões mais caros, pensei, perderei a freguesia; se iniciar o negócio pelos melões mais baratos, encontrarei, depois, dificuldade em vender os outros trinta. O melhor que tenho a fazer (a única solução para o caso) é vender as duas partidas ao mesmo tempo.

Tendo chegado a essa conclusão reuni os 60 melões e comecei a vendê-los aos grupos de 5 por 2 dinares. O negócio era justificado por um raciocínio muito simples:

- Se eu devia vender 3 por 1 e depois 2 também por 1 dinar, seria mais simples vender logo 5 por 2 dinares. Vendidos os 60 melões em 12 lotes de cinco cada um, apurei 24 dinares.

Como pagar aos dois irmãos, se o primeiro devia receber 10 e o segundo 15 dinares?

Havia uma diferença de 1 dinar, não sei como explicar, pois, o negócio foi feito, como disse, com o máximo cuidado. Vender 3 por 1 dinar, e, depois, vender 2 por 1 dinar não é a mesma coisa que vender logo 5 por 2 dinares?

Problema 9 – O problema dos soldados extraído do livro O homem que calculava, de Malba Tahan, p: 113

Colocar 10 soldados em 5 filas, tendo cada fila 4 soldados.

Iniciamos os problemas às 8h: 10m do dia 26/11/2012, com o problema dos 60 melões, entreguei o problema aos alunos e lemos junto, a princípio acharam complicado talvez pelo tamanho, mas os deixei a vontade para que pudessem pensar sobre ele.

Sentiram dificuldade em entender as unidades de dinheiro que era diferente da atual como o tostão , mas expliquei a eles a equivalência , e assim continuaram a tentar , sem muito êxito , passado algum tempo alguns alunos perceberam que esse problema se assemelhava a um que eu já havia passado para eles, o problema dos abacaxis , os alunos que perceberam a semelhança buscaram resolver da mesma forma e viram que seria possível , conseguindo assim resolver o problema proposto , o restante da turma que não conseguiu perceber a diferença , tiveram dificuldades em solucionar o problema pois levaram mais tempo e necessitaram de um maior auxílio.

Quando permiti que se reunissem em grupo para trocarem ideias entre si sobre o problema, os alunos que já haviam entendido o problema ajudaram os colegas que tiveram dificuldade, quando todos já tinham terminado eu expliquei brevemente uma possível solução para o problema.

No segundo problema, o problema dos soldados, os alunos a princípio acharam estranho, pois se resumia a uma única frase , já imaginavam que não seria algo muito fácil, quando leram ficaram um pouco confusos , pois não entendiam bem que o problema propunha , então eu li e expliquei melhor , os alunos começaram a tentar colocar os 10 soldados em 5 filas de 4 soldados cada uma , logo disseram que era impossível , que não havia maneira de fazer isso , perguntavam se podiam colocar só dois soldados por fila , eu sempre pedia para fazer exatamente como pedia o problema , os alunos começaram a desenhar os soldados em fila , mas se detinham a colocar as filas lado a lado. Ao verem que os desenhos não estavam ajudando muito dois alunos pegaram 10 pedrinhas para representar os soldados e foram colocando em diferentes posições afim de encontrar uma que atendesse o enunciado do problema.

Como os alunos por mais que tentassem de diversas formas não conseguiram resolver então revelei a solução, montando no chão com as 10 pedrinhas uma estrela, ficando nessa posição os soldados estariam em 5 filas de 4 soldados cada uma.

Ao revelar a eles a solução acharam muito interessante pois não iam imaginar de forma alguma que iriam formar uma estrela , mas acharam muito legal e criativo o problema que lhes foi colocado .

Encontro 6 (equivalente a 3 aulas de 40 minutos)

Problema trabalhado nesse encontro:

Problema 10 – O problema dos 35 camelos extraído do livro O homem que calculava, de Malba Tahan, p: 11.

Por entre pragas e impropérios gritavam possessos, furiosos:

- Não pode ser!
- Isto é um roubo!
- Não aceito!

O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.

- Somos irmãos – esclareceu o mais velho – e recebemos como herança esses 35 camelos. Segundo a vontade expressa de meu pai, devo receber a metade, o meu irmão Hamed Namir uma terça parte, e, ao Harim, o mais moço, deve tocar apenas a nona parte. Não sabemos, porém, como dividir dessa forma 35 camelos, e, a cada partilha proposta segue-se a recusa dos outros dois, pois a metade de 35 é 17 e meio. Como fazer a partilha se a terça e a nona parte de 35 também não são exatas?

- É muito simples – atalhou o Homem que Calculava. – Encarrego-me de fazer com justiça essa divisão, se permitirem que eu junte aos 35 camelos da herança este belo animal que em boa hora aqui nos trouxe!

Neste ponto, procurei intervir na questão:

- Não posso consentir em semelhante loucura! Como poderíamos concluir a viagem se ficássemos sem o camelo?
- Não te preocupes com o resultado, ó Bagdali! – replicou-me em voz baixa Beremiz – Sei muito bem o que estou fazendo. Cede-me o teu camelo e verás no fim a que conclusão quero chegar.

Tal foi o tom de segurança com que ele falou que não tive dúvida em entregar-lhe o meu belo jamal, que imediatamente foi reunido aos 35 ali presentes, para serem repartidos pelos três herdeiros.

- Vou, meus amigos – disse ele, dirigindo-se aos três irmãos -, fazer a divisão justa e exata dos camelos que são agora, como vêem em número de 36.

E, voltando-se para o mais velho dos irmãos, assim falou:

- Deverias receber meu amigo, a metade de 35, isto é, 17 e meio. Receberás a metade de 36, portanto, 18. Nada tens a reclamar, pois é claro que saíste lucrando com esta divisão.

E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou:

- E tu, Hamed Namir, deverias receber um terço de 35, isto é 11 e pouco. Vais receber um terço de 36, isto é 12. Não poderás protestar, pois tu também saíste com visível lucro na transação.

E disse por fim ao mais moço:

E tu jovem Harim Namir, segundo a vontade de teu pai, deverias receber uma nona parte de 35, isto é 3 e tanto. Vais receber uma nona parte de 36, isto é, 1 Refúgio construído pelo governo ou por pessoas piedosas à beira do caminho, para servir de abrigo aos peregrinos. Espécie de rancho de grandes dimensões em que se acolhiam as caravanas. Uma das muitas denominações que os árabes dão ao camelo.

O teu lucro foi igualmente notável. Só tens a agradecer-me pelo resultado!

E concluiu com a maior segurança e serenidade:

- Pela vantajosa divisão feita entre os irmãos Namir – partilha em que todos três saíram lucrando – couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo e 4 ao terceiro, o que dá um resultado (18+12+4) de 34 camelos. Dos 36 camelos, sobram, portanto, dois.

Um pertence como sabem ao bagdáli, meu amigo e companheiro, outro toca por direito a mim, por ter resolvido a contento de todos o complicado problema da herança!

- Sois inteligente, ó Estrangeiro! – exclamou o mais velho dos três irmãos. – Aceitamos a vossa partilha na certeza deque foi feita com justiça e equidade!

E o astucioso Beremiz – o Homem que Calculava – tomou logo posse de um dos mais belos “jamales” do grupo e disse-me, entregando-me pela rédea o animal que me pertencia:

- Poderás agora, meu amigo, continuar a viagem no teu camelo manso e seguro! Tenho outro, especialmente para mim!

Iniciamos a atividade as 8h: 25m do dia 29/11/2014, aos alunos foram entregue o texto com o problema dos 35 camelos , eu li juntamente como ele explicando algumas parte e deixo que colocasse em prática seus raciocínios para que chegasse as suas próprias conclusões.

A principio ficaram bem confusos por causa do tamanho do problema, creio que isso se deve ao fato de não serem estimulados a ler e interpretar , por isso muitas vezes não entendiam algumas passagens do problemas.

Quando começaram a refletir sobre o problema , não ficou claro para eles o por que da diferença na divisão inicial da herança feita pelos herdeiros e pela divisão feita pelo

homem que calculava , acabam reproduzindo exatamente o que havia sido dito no problema , não produzindo pensamentos próprios nesse momento individual .

No momento em grupo alguns alunos começaram a discutir sobre a questão tentando assim produzir um pensamento próprio sobre o problema, mas ao fazê-lo percebi certa dificuldade dos alunos em fazer operações com divisões não exatas, esse alunos que seguiram essa linha de pensamento, conseguiram entender o porquê de sobrar dois camelos quando o homem que Calculava realizou a divisão.

Mas uma grande parte da turma não conseguiu perceber o que levou o Homem que Calculava resolver a questão de tal maneira, esperei mas um pouco e vi que eles estava entendendo a questão porem não conseguiu desenvolver o pensamento .

O tempo foi passando e resolvi concluir o problema dizendo algumas versões de como poderia ter sido resolvido o problema dos 35 camelos, utilizei a ideia de fração, somando as frações das heranças que os irmãos haviam recebido e mostrei que iria a quantidade de camelos colocados na divisão não correspondia a toda herança do pai. Mostrei a eles também pela divisão dos bens. E por ultimo através de desenhos que representava os camelos fazendo a divisão sugerida pelo pai e depois a divisão feita com exímio habilidade pelo Homem que Calculava pra que o alunos pudessem perceber da melhor forma como havia sido feita a partilha.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os alunos apresentaram uma motivação maior quando se sentem desafiados e instigados com a situação proposta levando-os a ir em busca de uma solução, muitas vezes ao tentar encontrar a solução eles mesmo percebiam seus erros e tentavam novas formas de pensamento.

Querer solucionar um problema é muito mais instigante e estimulante, do que simplesmente executar operações matemáticas mecanicamente, pois é muito mais fácil para o aluno trabalhar com coisas concretas e familiares, do que com o abstrato.

Ao realizar essa oficina de resolução de problemas, percebi a existência de muitas dificuldades por parte dos alunos na leitura e interpretação dos problemas, muitas vezes não conseguiam entender um problema de uma maneira geral, mas levei em consideração o fato dos alunos ainda terem trabalhado em tipo de metodologia, ou seja era algo novo para eles que os deixavam pensativos e intrigados no intuito de chegarem a uma solução. Pois para resolver um problema é fundamental que compreendam a situação proposta pelo problema em questão e para que isso aconteça é importante que o aluno seja capaz de identificar a incógnita do problema, os dados e as condições impostas.

Mas no decorrer da oficina os alunos foram percebendo que o principal não era a solução final, conseguiram construir alguns conceitos, pois no desenvolvimento dos problemas observavam que o principal era as estratégias utilizadas por eles os meios que eles encontravam para resolver determinada situação.

Ao final de cada problema fazíamos uns breves comentários sobre os resultados obtidos, e os alunos acabavam percebendo que para um mesmo problema poderiam ser desenvolvidas diversas estratégias, os pensamentos dos alunos sobre um mesmo problema eram diferentes, pois o problema não exigia um algoritmo pré-estabelecido para ser solucionado, era de fato necessário a curiosidade dos alunos em querer montar estratégias para solucioná-los.

A oficina foi bastante produtiva, pois os alunos mostraram bastante interesse, alegaram ter gostado, pois mexia realmente com o pensamento lógico deles, fazendo tentativas, pequenas investigações algumas suposições, afirmando ser uma forma diferente de trabalhar com a matemática que exigia, mas eles e os colocavam com autores do seu próprio conhecimento uma vez que era exposto todo processo que levavam para chegar

alguma conclusão, onde todos faziam seus caminhos de maneira individual colocando todo o seu raciocínio no problema.

Este trabalho tem como objetivo discutir e analisar o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas de desafios de lógica, analisando as abordagens dos alunos e as suas dificuldades ao realizar esse trabalho, na perspectiva de aprimorar a aprendizagem de matemática. Despertando o interesse dos alunos quem quer fazer matemática

Foi uma experiência extremamente valida que fez com que eu enalteça ainda mais essa metodologia por vivenciar os seus benefícios e promovendo uma motivação maior para desenvolver futuros trabalhos com outras vertentes relacionadas a resolução de problemas que vem ganhando novos espaços no trabalho em sala de aula como a exploração de problemas e codificação e decodificação de problemas.

Na busca de despertar no aluno o espírito de investigador fazendo com que ele seja construtor do seu conhecimento, nos preocupamos em desenvolver alternativas fazendo uso da resolução e exploração de problemas matemáticos para que os alunos se interessem e envolvam-se no estudo da disciplina de maneira atraente, investigativa, possibilitando o desenvolvimento da autonomia e a construção do próprio conhecimento.

Considerando que a resolução de problemas expressa mais do que o simples fato de encontrar uma resposta acrescentando a proposta da resolução de problemas e exploração de problemas numa vertente que vai ainda mais além, em que o objetivo é explorar todas as vertentes dos problemas, potencializando a resolução de problemas, ou seja, segundo Silva (2013),“o aluno aprende matemática resolvendo problema e, para resolver problemas é necessário haver uma ação que não se limita a sua solução”.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução de problemas , exploração , codificação e decodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.** Rio Claro: Unesp, 1998.

BAUR, A.P. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** 2009. 44 f. trabalho de conclusão de curso (Matemática pura e aplicada) – Instituto de matemática, Universidade federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre 2009.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília, D. F : MEC/SEF, 1998.

D'AMBROSIO B.S **A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático.** Miami University Ohio. EUA

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

DANTE, L.R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** São Paulo: Ática, 2010.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

GIL, A.C . **Como Elaborar Projetos de Pesquisa .** 5.ed. São Paulo : Atlas, 2010.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula .** 2006. Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista.

HUANCA, R. R. H. **A Resolução de Problemas no Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática na e além da Sala de Aula;** Boletim de Educação Matemática, vol. 20, núm. 27, 2007. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Brasil. <http://estudiosterritoriales.org/articulo.oa?id=291221869016>. Acesso em : 05 de outubro de 2013.

ONUCHIC, Lurdes de la Rosa. **Ensino- aprendendizagem de Matemática atraves da resolução de problemas.** In BICUDO, Maria Aparecida Viggiane. Pesquisa em educação matemática: Cincepções e pespectivas. São Paulo .Editora UNESP,1999,p. 199-218.

PEREIRA, Antônio Luiz. **Motivação para a disciplina MAT450 –Seminários de Resolução de Problemas.** São Paulo, IME-USP , agosto de 2001, 17p.

MOREIRA, F. S. **A resolução de problemas na eduçaoa matemática .** Disponível em < www.somatematica.com.br/artigos.php>. Acesso em : 14 de outubro de 2012.

JUNIOR, R. J. M. **Resolução de problemas e ação didática em matemática não ensino fundamental.** 2007. Dissertação (Pós-graduação em educação matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007. Disponível em <http://www.ppge.ufpr.br/teses/M07_medeirosjr.pdf>. Acesso: 01 de dezembro de 2012.

JUNIOR, R. J. M. **Resolução de problemas e ação didática em matemática não ensino fundamental.** 2007. Dissertação (Pós-graduação em educação matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007. Disponível em <http://www.ppge.ufpr.br/teses/M07_medeirosjr.pdf>. Acesso :01 de dezembro de 2012.

MIKUSA M.; **A solução de problemas é mais do que resolver problemas.** Disponível em http://library.unesco-iiicba.org/Portuguese/Math_Serie/Math_pages/Artigos/a_solu%E7%E3o_de_problemas.htm. Acesso em: 20 de outubro de 2012.

RAMOS, A.P.et al. **Problemas matemáticos : caracterização , importância e estratégias de resolução.** São Paulo IME-USP. 2001. 21p. Seminários de Resolução de Problemas, MAT 450.

RODRIGUES, A. e Cristina Magalhães, S. C. **A resolução de problemas nas aulas de matemática: diagnosticando a prática pedagógica.** Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_rodrigues_magalhaes.pdf> Acesso em: 05 de outubro de 2013.

SALDANHA, M. d. A. **Resolução de problemas: uma metodologia alternativa para o ensino e a aprendizagem de matemática nas escolas do case** Universidade Federal de Santa Maria – RS.

SOUSA A. B. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática.** Disponível em <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/ArianaBezerradeSousa.pdf>> no dia 01 de dezembro de 2012.

SOUZA, C. P. **Resolução de problemas: uma alternativa metodológica para o ensino da matemática no colégio estadual Ary Silva.** 2006. Trabalho de conclusão de curso (Departamento de Educação) – Universidade do estado da Bahia, Senhor do Bonfim. 2006.

SULLIVAN, Peter; MOUSLEY, Judith; JORGENSEN, Robin. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** 2009. 44 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática pura e aplicada) - Instituto de matemática, Universidade federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2009.

TAHN, Malba. **As Maravilhas da Matemática-** Edições Bloch , 2ª ed. Rio de Janeiro, 1973.

TAHN, Malba. **O Homem que Calculava.** Edição Integral. São Paulo, 1965.

GEORGE, M. A. S. e. KILPATRICK, J **Perspectiva Históricas Da Resolução De Problemas Matemáticos.** Universidade da Georgia, EUA Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/stanic-kilpatrick.pdf>> .Acesso em : 05 de outubro de 2013.

SOUSA, A. B. D. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática.** Universidade Católica de Brasília. Disponível em < <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/ArianaBezerradeSousa.pdf>> . Acesso em : 05 de outubro de 2013.

SOARES, M.T. C. (UFPR) e Pinto, N. B. **Metodologia De Resolução De Problemas.** Disponível em <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf> . Acesso em : 05 de outubro de 2013.

RIBEIRO, R.A. **O ensino- aprendizagem de matemática através da metodologia de resolução de problemas.** .2010. 79 f. Monografia (Departamento de Educação) Universidade do estado da Bahia-UNIEB . Senhor do Bonfim .Disponível em: <<http://www.slideshare.net/bibliotecauneb7/roberto-mono2009>>, Acesso em : 05 de outubro de 2013.