



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

LIDIANE TAVARES DE SANTANA

**A INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA
EQUAÇÃO DO 2º GRAU**

**Campina Grande
2013**

LIDIANE TAVARES DE SANTANA

**A INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA
EQUAÇÃO DO 2º GRAU**

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática, do Centro de Ciências e Tecnologias, da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

**Campina Grande
2013**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S232i

Santana, Lidiane Tavares de.

A inserção da História da Matemática no ensino da equação do 2º grau. [manuscrito] / Lidiane Tavares de Santana. – 2013.

42 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2013.

“Orientação: Prof. Dr. Silvanio de Andrade, Departamento de Matemática”.

1. História da matemática. 2. Ensino da matemática. 3. Fórmula de Bhaskara. I. Título.

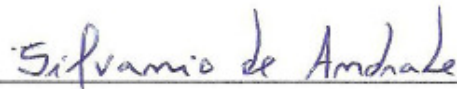
21. ed. CDD 510.981

A INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

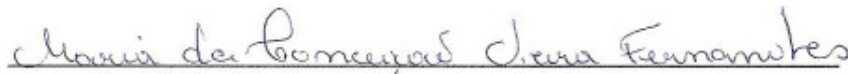
Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática, do Centro de Ciências e Tecnologias, da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

APROVADA EM: 09 de julho de 2013

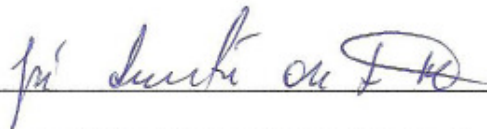
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Silvanio de Andrade
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Orientador



Prof.ª Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática - CCT/UEPB



Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa
Departamento de Matemática - CCT/UEPB

Dedico este trabalho a minha família em especial aos meus pais que sempre estiveram ao meu lado me ajudando no que foi preciso e me incentivando a continuar apesar das muitas dificuldades enfrentadas em nosso dia-a-dia.

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, por tudo que tem proporcionado em minha vida e por ter me permitido realizar este trabalho.

Ao Prof. Dr. Silvanio de Andrade, pela sua orientação e dedicação, que tanto me ajudou para a realização deste trabalho.

A Prof.^a Dr. Conceição e ao Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa por participarem da banca examinadora.

Ao meu noivo, Ronaldo por ter me incentivado e acreditado em todos os momentos em minha capacidade.

A todos os meus amigos que sempre estiveram ao meu lado.

E a todos que colaboraram para a realização deste trabalho.

Um bom ensino da Matemática forma melhores hábitos de pensamento e habilita o indivíduo a usar melhor a sua inteligência.

Irene de Albuquerque

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representação geométrica da expressão	21
Figura 2: Forma geométrica de resolução da equação 2º grau utilizada pelos europeus.....	25
Figura 3: Abertura do capítulo de Equação do 2º grau do livro “A conquista da matemática”	29
Figura 4: Texto de abordagem histórica sobre a origem da equação do 2º grau do livro “A conquista da matemática”	30
Figura 5: Texto de abordagem histórica sobre a fórmula de Bhaskara, apresentado no final da Unidade de Equação do 2º grau.	31
Figura 6: Introdução do conteúdo de equação do 2º grau.....	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Síntese da análise dos livros didáticos analisados.....	34
---	----

RESUMO

O objetivo deste trabalho é propor a inserção da História da Matemática no ensino da Equação do 2º grau e mostrar como este conteúdo se apresenta nos livros didáticos adotados pelas escolas públicas de Ensino Fundamental. Desta forma, apresenta-se a importância da inserção da História da Matemática para o processo de ensino-aprendizagem. Destaca-se alguns tópicos sobre a História da equação do 2º grau, mostrando as contribuições das diversas culturas em diferentes épocas, em virtude de revelar ao aluno a Matemática como uma criação humana, possibilitando um aprendizado mais significativo desses conhecimentos matemáticos e desmistificando a ideia de que a aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Foi também, realizada uma oficina mostrando a evolução histórica do conceito e as contribuições de diferentes povos para o desenvolvimento de um método eficaz de resolução da Equação do 2º grau. Portanto, através deste trabalho revela-se que a inserção da História da Matemática no ensino da equação do 2º grau traz inúmeros benefícios para o ensino da própria matemática. Para alcançar os objetivos desejados realizou-se análise de quatro livros didáticos de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental; aplicação de um questionário e a realização de uma experiência em sala de aula aplicando os diversos métodos de resolução de equação do 2º grau utilizados pelas civilizações antigas e o método atual, utilizando a fórmula geral conhecida no Brasil como fórmula de Bhaskara.

Palavras-Chave: História da Matemática. Equação do 2º grau. Ensino da Matemática.

ABSTRACT

The objective of this work is to propose the use of the history of mathematics as a resource methodology for teaching the equation of 2° degree. This work shows the importance of this valuable pedagogical resource to the process of teaching and learning. It touches on some topics about the history of the equation of 2° degree, showing the contributions of different cultures in different epochs, in order to reveal to the student that mathematics is a human creation, enabling a more significant learning of mathematical knowledge and demystifying the idea that learning mathematics happens because of the accumulation of formulas and algorithms. With the purpose of showing how authors of didactic books talk about the history of the equation of 2° degree, four didactic books for 9th grade of fundamental teaching were analyzed. It was also realized a workshop showing the historical evolution of the concept and the contributions of different people to the development of an effective method for the resolution of the equation of 2° degree. Therefore, through this work, the application of the history of mathematics as a resource to the teaching of the equation of 2° degree and the benefits it can bring to the teaching of mathematics were discussed and analyzed. To obtain the objectives wished, an analysis of four textbooks of mathematics in ninth grade of elementary school was done; a questionnaire was also done and the realization of an experience in the classroom applying different methods of solving the equation of second degree, utilizing ancient civilizations and the actual method, utilizing the general formula known in Brazil like the formula of Bhaskara.

KEY WORDS: History of the math, equation of 2° degree, teaching of the math

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA	14
3 O ENSINO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU	17
4 A HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU	19
4.1 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS EGÍPCIOS ..	19
4.2 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS BABILÔNIOS	20
4.3 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS GREGOS	20
4.4 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS HINDUS	21
4.5 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS ÁRABES	22
4.6 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS CHINESES ..	24
4.7 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS EUROPEUS	25
4.8 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU NO BRASIL	26
4.9 BHASKARA	26
5 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO LIVRO DIDÁTICO	28
5.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS	29
6 EXPERIÊNCIA EM SALA DE AULA	36
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
REFERÊNCIAS	41

1 INTRODUÇÃO

A temática abordada neste trabalho, que é afeto ao ensino da matemática, esteve imersa nas situações observadas pela pesquisadora ao estagiar em uma Escola Pública. Nesse período, observou-se que a maioria dos alunos apresentava dificuldades quanto ao aprendizado do conceito de Equação do 2º grau. Percebeu-se, também, que os óbices citados eram devidos a uma inadequada metodologia didática empregada no ministério desse conteúdo.

O insucesso dos alunos da Educação Básica no processo de aquisição de conhecimento reflete a discordância da metodologia utilizada pelos professores e a realidade cotidiana dos alunos. Com isso, surge a falta de interesse e de motivação para aprender.

Para atenuar tais dificuldades no processo de ensino-aprendizagem, percebe-se que a inserção da História da matemática é de extrema importância no ensino e na aprendizagem dos conteúdos programáticos da matéria. Através dela, temos a possibilidade de tornar as aulas de matemática mais contextualizadas e mais agradáveis. Com isso, possibilita-se, ao aluno, uma visão mais ampla desta ciência ao lhe permitir perceber o significado real que ela assume no cotidiano de todos.

Com a história da equação do 2º grau, os alunos vão perceber a matemática como uma criação humana e conhecer o processo de evolução do método de resolução da equação do 2º grau. Vale salientar, também, que, através da história da equação do 2º grau, as aulas tornaram-se mais agradáveis.

Nesse sentido, o objetivo dessa pesquisa é propor a inserção da História da matemática no ensino do conteúdo de equação do 2º grau e mostrar como este conteúdo se apresenta nos livros didáticos adotados pelas escolas públicas de Ensino Fundamental.

Para a realização deste trabalho foram empreendidas: análises de quatro livros didáticos de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental; aplicação de um questionário e a realização de uma experiência em sala de aula na qual foram aplicados os diversos métodos de resolução de equações do 2º grau usados pelas civilizações antigas e o método atual, que utiliza a fórmula de Bhaskara.

Na sequência, o capítulo 3 trata da importância da História da Matemática na sala de aula. O capítulo 4, por sua vez, aborda o ensino da equação do 2º grau ao fazer uma rápida reflexão acerca do processo de ensino-aprendizagem da

matemática. O capítulo 5 trata da História da equação do 2º grau ao enfatizar os diversos métodos de resolução da equação do 2º grau utilizados pelas civilizações antigas e o método atual. O capítulo 6 aborda como a História da Matemática está sendo apresentada pelos autores de livros didáticos, de modo que apresentaremos uma análise que fora empreendida em quatro dos livros didáticos mais utilizados pelas escolas públicas. O capítulo 7 esmiúça a aplicação de um questionário e a realização de uma experiência em sala de aula (oficina) aplicando os diversos métodos de resolução da equação do 2º grau utilizados pelas civilizações antigas e o método atual. Por fim, no capítulo 8, restaram apresentadas as considerações finais em que são destacadas as conclusões acerca da inserção da História da Matemática no ensino da equação do 2º grau.

2 A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Refletindo a respeito do processo de ensino da matemática, podemos observar que ele está cercado de problemas que, de certo modo, reduzem o interesse do aluno na busca por tal conhecimento; eles, geralmente, são desmotivados com o insucesso na disciplina sob o argumento de que ela detém um conhecimento inacessível à maioria das pessoas. Essa visão é fruto da apresentação inadequada dos conteúdos matemáticos por parte de alguns professores que costumam adotar uma didática limitada segundo a qual o saber matemático é tido, pura e unicamente, sob uma ótica de abstração, esquecendo-se, eles que, na verdade, apesar de trazer noções abstratas de percepção, pode trazer intrincadas, aplicações reais em nosso cotidiano.

Sendo assim, devemos buscar recursos didáticos e metodológicos que possam ser utilizados pelo professor para facilitar o aprendizado dos conhecimentos escolares por parte dos alunos. E a História da Matemática apresenta uma valiosa potencialidade metodológica que vem possibilitar, ao aluno, um aprendizado mais significativo desses conhecimentos.

Esta potencialidade metodológica revela a Matemática como uma criação humana que permite, ao aluno, atribuir sentido e construir significados às ideias matemáticas.

A história da matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino aprendizagem em Matemática (BRASIL, 1997).

A História da Matemática apresenta uma potencialidade metodológica de grande importância para o ensino da matemática. Através dela, os alunos podem percebê-la como criação humana que se originou do convívio social, possibilitando, assim, a interdisciplinaridade e a contextualização histórica de conteúdos da matemática escolar.

Em sala de aula, ela pode oferecer uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem ao promover a compreensão e a significação de conceitos matemáticos.

A História deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento

matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais (MIGUEL E MIORIM, 2004 apud GASPERI e PACHECO, 2012,p.6).

Por meio da História da Matemática, os alunos podem perceber que se trata de uma disciplina em constante desenvolvimento, constituída através de erros e acertos, de sorte que desvinculá-la de outras atividades humanas constitui-se num dos maiores erros da Educação Matemática.

Muitos especialistas veem a História da Matemática como um fator de motivação posto que, se bem utilizada, pode despertar, nos alunos, o interesse por diversos conceitos matemáticos.

A partir da aquisição de conhecimentos históricos e filosóficos dos conceitos matemáticos, o professor tem a possibilidade de diversificar suas técnicas pedagógicas e tornar-se mais criativo na elaboração de suas aulas, as quais podem provocar o interesse dos alunos para o estudo da matemática. (BRITO E MIORIM, 1999 apud PACHECO e VAILATI, 2012, p.3).

Mesmo assim, é importante salientar que o professor deve se apoiar em uma literatura, considerada de curiosidades ou paradidáticas para que possa despertar tal interesse nos alunos sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados.

É importante ressaltar, também, que devido ao fato de a maioria dos professores da Educação Básica abordar os conteúdos matemáticos ressaltando apenas seu lado abstrato e inteiramente fora do contexto cotidiano em que os alunos vivem, há uma clara desmotivação por parte deles já que não têm interesse em estudar algo cuja aplicação real, em seu dia-a-dia, é desconhecida. Isto colabora para que o aluno desenvolva uma visão negativa em relação à matemática e ao seu ensino. Essa visão distorcida do ensino da matemática colabora, também, para que haja um aumento nas atitudes negativas de muitos alunos em relação à própria matemática, de modo que passam a sentir-se incapazes de desenvolver seu pensamento lógico-matemático, caracterizando bloqueios em relação à temática.

Neste contexto, Beatriz D'Ambrósio (1994, apud SILVA e ZERMIANI, 2011, p.1762), afirma que:

Isto pode vir a ter como consequência alunos que passam a acreditar que a aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos, que acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do que não se duvida ou questiona, acreditando e supervalorizando o poder da matemática formal e perdendo qualquer autoconfiança em sua intuição matemática.

Segundo Motta (2005), a História da Matemática possui, ainda, uma grande importância psicológica no processo de ensino e aprendizagem, visto que estimula a liberação dos recursos cognitivos, o envolvimento e a participação ativa dos alunos, e minimiza os bloqueios citados.

Portanto, é incomensurável a importância da História da matemática para o processo de ensino e aprendizagem, pois, por meio da inserção dela, temos a possibilidade de melhorar a compreensão e a significação de conceitos; além do mais, o desenvolvimento cognoscitivo estimula a interação social e diminui (ou elimina) as atitudes negativas referenciadas supra. Para tanto, é fundamental que o professor conheça diversos recursos didáticos e metodológicos que possibilitem a construção de sua prática.

A seguir, no próximo capítulo, discutiremos o ensino da equação do 2º grau fazendo uma rápida reflexão acerca do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

3 O ENSINO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Segundo D'AMBROSIO (2012),

A típica aula de matemática em nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor.

Diante dessa análise, pode-se expandir tal noção quanto ao ensino da equação do 2º grau, que não foge a tais regras. É típico do ensino tradicional o fato de que a maioria dos professores da Educação Básica trabalhem o conteúdo programático a ser ministrado através de aulas expositivas, sem que haja, sequer, a contextualização dos conceitos apresentados. Eles costumam iniciar os estudos desse conteúdo pela resolução da equação do 2º grau incompleta. Em seguida, estudam a resolução da equação do 2º grau completa através da fórmula geral (conhecida como fórmula de Bhaskara). E, de forma mecânica, os alunos são levados a resolver enormes e cansativas listas de exercícios que pouco colaboram para o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Nesta perspectiva, torna-se evidente que os conceitos de equação do 2º grau estão sendo apresentados pelos professores das escolas públicas de modo absolutamente fora do contexto em que os alunos estão inseridos, o que não desperta o interesse ou a motivação deles no aprendizado.

O professor desempenha um papel muito importante para a melhoria do ensino da matemática, pois lhe cabe buscar estratégias que possibilitem, ao aluno, lograr êxito no processo de aquisição do conhecimento.

Tendo em vista que o conteúdo de equações do 2º grau é essencial ao 9º ano do Ensino Fundamental e que constitui pré-requisito para o ingresso no Ensino Médio, é fundamental que o professor busque meios de tornar seu ensino atrativo com uma abordagem clara, objetiva e contextualizada ao proporcionar uma aprendizagem eficaz mediante a plena compreensão dos conceitos apresentados.

Neste processo, os alunos devem estar conscientes de que a matemática está presente em situações reais do nosso dia-a-dia. É importante, também, que o aluno conheça como se deu a construção do conhecimento matemático e sua evolução ao longo dos tempos.

Por isso, sugerimos a inserção da História da Matemática no ensino do conteúdo de equação do 2º grau, embora deva-se advogar que a História da Matemática, por si só, não garante o sucesso do processo de ensino-aprendizagem da matemática, cabendo ao professor buscar estratégias que visem a proporcionar melhorias nesse sentido.

No próximo capítulo, apresentaremos a História da equação do 2º grau enfatizando os diversos métodos de resolução utilizados pelas civilizações antigas e o método contemporâneo.

4 A HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Há mais de 4.000 anos, várias civilizações desenvolveram métodos capazes de resolver Equações do 2º grau mediante procedimentos intuitivos, tendo em vista que, nessa época, ainda não se usavam fórmulas nem letras para representar os coeficientes de uma equação. Hoje, tal problema é resolvido através de um procedimento conhecido, no Brasil, como fórmula de Bhaskara.

Com base em alguns fatos históricos, podemos perceber que diversos matemáticos contribuíram para a elaboração de uma forma prática para a resolução de tais equações.

4.1 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS EGÍPCIOS

De acordo com Medeiros e Medeiros (2004), conhecemos a História da Matemática no antigo Egito através dos registros deixados por escribas em alguns documentos preciosos como os papiros Rhind, de Berlim e de Moscou. O papiro Rhind, escrito por Ahmes, por volta de 1650 a.C., traz 85 problemas.

Ainda segundo os autores, por não possuírem uma Álgebra simbólica, utilizavam recursos retóricos para enquadrar a situação e um procedimento de tentativas e erros para determinar a quantidade desconhecida. Esse procedimento é conhecido, hoje, como o método da falsa posição. Tal método se baseava em um levantamento inicial de uma hipótese sobre o valor da quantidade a ser determinada. Esta suposição inicial ou adivinhação, não era, entretanto, totalmente aleatória, mas sim, algo conveniente que obedecia a um propósito bem claro: o de simplificar os cálculos pela iniciativa de evitar as frações presentes na formulação do problema.

Vejamos um exemplo de um problema resolvido utilizando o método da falsa posição para que possamos conhecer melhor este método.

Exemplo: A área de um quadrado é 100 e tal quadrado é igual a soma de dois quadrados menores, em que o lado de um é igual a $\frac{4}{3}$ do lado do outro.

Solução usando a simbologia atual.

Sejam x e y lados de dois quadrados que satisfazem

$$x^2 + y^2 = 100 \quad (1)$$

$$4x = 3y \quad (2)$$

A equação (1) é satisfeita por $x = 3$ e $y = 4$, assim $x^2 + y^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Para obter a soma 100, bastaria multiplicar ambos os membros por 4, isto é, bastaria fazer $x = 4 \times 3$; $y = 4 \times 4$, então resultaria em: $x^2 + y^2 = 36 + 64 = 100$ e $4x = 4 \times 6 = 24$; $3y = 3 \times 8 = 24$. (CARVALHO, 2008, p.9)

4.2 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS BABILÔNIOS

Segundo Baumgart (1992), a álgebra se originou, provavelmente, na Babilônia. Sendo assim, foi em tábuas de argila, cunhadas pela chamada escrita cuneiforme, no estilo retórico, que houve os primeiros registros conhecidos envolvendo problemas que recaem na resolução da equação do 2º grau. Tais registros datam de aproximadamente 1.700 a.C. e revelam a sofisticação da álgebra babilônica.

Esses povos utilizavam métodos intuitivos para resolver equações do 2º grau. Segundo Pedroso (2010), a solução era apresentada como uma “receita matemática”, e determinava apenas raízes positivas, como podemos ver no exemplo abaixo:

Exemplo: Qual é o lado de um quadrado em que a área menos o lado dá 870?(o que hoje se escreve: $x^2 - x = 870$).

Solução:

Tome a metade de 1 (coeficiente de x):

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

Multiplique por ela mesma:

$$(0,5 \times 0,5 = 0,25).$$

Some o resultado a 870 (termo independente):

$$0,25 + 870 = 870,25.$$

Obtém-se um quadrado:

$$870,25 = 29,5^2$$

Cujo lado somado à metade de 1 vai dar (30) o lado do quadrado procurado.

Ou seja, $29,5 + 0,5 = 30$. (FRAGOSO, 2000, p.21)

4.3 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS GREGOS

Segundo Fragoso (2000), a resolução da equação do 2º grau foi desenvolvida pela civilização grega através de um tratamento geométrico, fruto da dificuldade no tratamento com os números racionais e irracionais e devido, também, à falta de praticidade do sistema de numeração grego. Na matemática grega, destacam-se os

matemáticos Euclides e Pitágoras, responsáveis pelo tratamento geométrico de problemas matemáticos desta época.

Vejamos, a seguir, um exemplo de tratamento geométrico utilizado pelos povos gregos para representar termos algébricos.

Exemplo 1: A proposição 4 do livro *Elementos*, livro II, de Euclides.

Se uma linha reta é dividida em duas partes quaisquer, o quadrado sobre a linha toda é igual aos quadrados sobre as duas partes, junto com duas vezes o retângulo que as partes contêm. [Isto é, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.]

O que hoje conhecemos por $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ era representado por Euclides através da figura 1. E o termo conhecido por a^2 , para Euclides era realmente um quadrado como mostra também a figura.

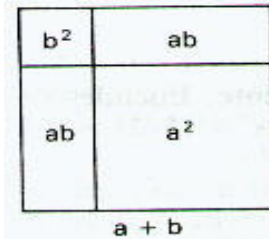


Figura 1: Representação geométrica da expressão $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
Fonte: (BAUMGART, 1992, p.6-7).

4.4 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS HINDUS

Segundo Fragozo (2000), na matemática hindu destacam-se os matemáticos Sridhara (séc. XI d.C.) e Bhaskara (1114-1185). E ambos deixaram sua contribuição para a resolução da equação do 2º grau.

Conforme Garbi (2009, p.25), um fato curioso é que o responsável pela determinação da regra que originou a fórmula atual, conhecida só no Brasil como fórmula de Bhaskara, não foi o matemático Bhaskara, mas sim o matemático hindu Sridhara, pelo menos um século antes da publicação de Bhaskara, fato reconhecido pelo próprio Bhaskara.

Ainda conforme Garbi (2009),

[...] o encontro da fórmula geral para a solução das equações do 2º grau fundamentou-se na ideia de buscar uma forma de reduzir o grau da equação do 2º grau para o 1º, através da extração de raízes quadradas. Este foi o engenhoso instrumento que os hindus utilizaram com sucesso para chegar a Fórmula de Bhaskara.

Segundo Roque (2012), nessa época havia um método geral para a resolução de equações, expresso de modo retórico, mas não podemos dizer que já existia uma fórmula para a resolução de equações uma vez que não havia simbolismo para representar os coeficientes.

Vejamos abaixo um exemplo de um problema que recai na equação do 2º grau que compara como o problema era escrito antigamente pelos povos hindus e como ele é escrito nos dias atuais.

Exemplo: A raiz quadrada do número de abelhas de um enxame voou rumo a um jasmineiro, enquanto $\frac{8}{9}$ do enxame permaneceu atrás; e uma abelha fêmea ficou voando em torno de um macho que se encontrava preso numa flor de lótus para a qual foi atraído à noite por seu doce odor. Diga-me adorável mulher, qual é o número de abelhas. Na tabela que segue, na coluna da esquerda tem-se a solução de Bhaskara e na da direita a tradução atual.

Seja $ya \ v 2$ o número de abelhas do enxame	Seja $2x^2$ o número de abelhas do enxame
A raiz quadrada da metade desse número é $ya \ 1$	$\sqrt{\frac{2x^2}{2}} = x$
Oito nonos de todo o enxame é $ya \ v \frac{16}{9}$	Oito nonos de todo o enxame é $\left(\frac{16}{9}\right)x^2$
A soma da raiz quadrada com a fração e o casal de abelhas é igual à quantidade de abelhas do enxame, isto é, $ya \ v 2$	$x + \left(\frac{16}{9}\right)x^2 + 2 = 2x^2$
Reduzindo-se ao mesmo denominador os dois membros da equação e eliminando o denominador, a equação transforma-se em: $ya \ v \ 18 \ ya \ 0 \ ru \ 0$ $ya \ v \ 16 \ ya \ 9 \ ru \ 18$	$\frac{9x + 16x^2 + 18}{9} = \frac{18x^2}{9}$ $\Leftrightarrow 18x^2 = 16x^2 + 9x + 18$
Após a subtração, a equação torna-se $ya \ v \ 2 \ ya \ 9 \ ru \ 0$ $ya \ v \ 0 \ ya \ ru \ 18$	$18x^2 - 16x^2 - 9x =$ $16x^2 + 9x + 18 - 16x^2 - 9x$ $2x^2 - 9x = 18$
Portanto, ya é 6	Portanto $x = 6$
Donde $ya \ v 2$ é 72	Donde $2x^2 = 2 \times 6^2 = 72$

(PEDROSO, 2010)

4.5 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS ÁRABES

Segundo Fragoso (2000), os árabes, por sua vez, foram os responsáveis por fazer desaparecer grande parte do conhecimento ocidental, quando, em 641 d.C. o califa Omar ordenou que fosse destruída a Biblioteca de Alexandria. E só depois com os califas AL-Mansur, Harum AL-Rachid e AL-Mamum – considerados os grandes patronos da cultura abássida – os escritos gregos foram traduzidos para o árabe. E, no século IX, o califa AL-Mamum fundou, em Bagdá, um centro científico denominado de Casa da Sabedoria, edificação similar à biblioteca destruída por Omar no ano de 641 d.C.

Ainda segundo o autor, com a criação da Casa da Sabedoria, muitos matemáticos dirigiram-se para lá, entre eles o matemático Al-Khowarizmi, que apresentou a resolução da equação do 2º grau e o método de completar quadrados. Nesse método de resolução, a raiz quadrada de um número negativo ainda não era conhecida, pois os números negativos também não eram conhecidos. Portanto, em alguns casos, determinava-se somente uma das raízes.

Vejamos um exemplo de equações do 2º grau e sua resolução utilizando-se o método de completar quadrados.

Exemplo: Resolver a equação $x^2 - 10x = -9$ utilizando-se o método de completar quadrados.

Solução:

1º passo: A equação deverá ser multiplicada pelo quádruplo do coeficiente do termo elevado ao quadrado. Veja que o coeficiente é igual a 1, portanto o seu quádruplo é dado por 4.

$$\begin{aligned} 4 \times x^2 - 4 \times 10x &= -9 \times 4 \\ 4x^2 - 40x &= -36 \end{aligned}$$

2º passo: Somar aos membros da equação o quadrado do número que representa o coeficiente de x na equação original, nesse caso o número -10. Temos que o quadrado do número -10 é 100, então vamos somar o resultado à equação:

$$\begin{aligned} 4x^2 - 40x + 100 &= -36 + 100 \\ 4x^2 - 40x + 100 &= 64 \end{aligned}$$

3º passo: Vamos fatorar a equação. Veja:

$$4x^2 - 40x + 100 \text{ é o mesmo que } (2x - 10)^2. \text{ Então: } (2x - 10)^2 = 64$$

Concluindo a resolução, temos que:

$$\sqrt{(2x - 10)^2} = \sqrt{64}$$

O que implica que:

$$2x - 10 = 8 \text{ e } 2x - 10 = -8$$

$$2x - 10 = 8$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$\begin{aligned}
 2x - 10 &= -8 \\
 2x &= -8 + 10 \\
 2x &= 2 \\
 x &= 1 \\
 &(\text{NOÉ, 2012})
 \end{aligned}$$

De acordo com Pitombeira (2008, p.75), numa álgebra retórica, a resolução da equação do 2º grau aparece no livro *Al-jabr we'l muqabala* (em português, O livro compendioso dos cálculos com al-jabr e al-muqabala) do matemático al-Khwarizmi. Neste livro, AL-khwarizmi ensina como resolver algumas equações do primeiro e do segundo grau.

Al-Khwarizmi a apresenta a equação $x^2 + 10x = 39$ e sua solução como segue:

Exemplo: *Um quadrado e dez raízes do mesmo equivalem a 39 denares; ou seja, qual deve ser o quadrado que, quando aumentado de dez de suas próprias raízes, é equivalente a trinta e nove?*

A solução é: *tome a metade do número de raízes, o que neste exemplo é igual a cinco. Isso você multiplica por ele próprio; o produto é vinte e cinco. Adicione isso a trinta e nove; a soma é sessenta e quatro. Agora, tome a raiz disso, que é oito e subtraia dela a metade do número de raízes, que é quatro. O resultado é três. Isto é a raiz do quadrado que você procurava; o quadrado é nove.*

Isso é equivalente a usar a fórmula conhecida como fórmula de Bhaskara. (PITOMBEIRA, 2008)

4.6 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS CHINESES

De acordo com Fragoso (2000, p.23), no ano de 1303, o matemático chinês Chu Shih-chieh apresentou, em uma de suas obras, uma técnica para resolver equações do 2º grau baseada em aproximações sucessivas e chamada de método de fan-fan. Este método, depois de alguns anos, seria reivindicado pelo matemático inglês Willian George Horner e rebatizado de método de horner.

Veamos um exemplo que mostra em que consistia o método de fan-fan:

Exemplo: A solução da equação hoje escrita como $x^2 + 252x - 5292 = 0$, consistia no seguinte: partia-se de uma solução aproximada, no caso, $x = 19$ (a raiz positiva dessa equação está entre 19 e 20), e usava-se a transformação $y = x - 19$, para obter a equação $y^2 + 290y = 143$ em y , cuja solução está entre 0 e 1. Identificando y^2 com y , obtinha-se uma solução aproximada para essa equação:

$$y = \frac{143}{291},$$

e assim o valor inicial de x era corrigido para:

$$x = 19 + \frac{143}{291} = 19,49.$$

A ideia era repetir o processo a partir desse novo resultado até chegar a um número que não mais se modificasse.

No caso, fazendo $z = x - 19,49$, obtinha-se a equação em z , $z^2 + 290,98z = 0,66$ e, daí:

$$z = \frac{0,66}{291,98} = 0,0022$$

O que já confirmava as 2 casas decimais do valor encontrado no passo anterior (com efeito, os primeiros dígitos dessa raiz são 19, 49226). (FRAGOSO, 2000, p.23).

4.7 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU SEGUNDO OS EUROPEUS

Na Europa, conforme Fragoso (2000, p.23), o processo para resolver problemas que recaem na equação do 2º grau era basicamente o método usado por Bhaskara. Contudo, muitos matemáticos desenvolveram métodos distintos para resolver tais equações, dentre eles destacaram-se François Viète (1540-1603) e René Descartes (1596-1650).

De acordo com a obra Anotações (2011), o matemático francês François Viète (1540-1603) fez importantes progressos na notação. Ele usou letras para representar a “incógnita”, e também para representar os coeficientes ou quantidades conhecidas, ou seja, as consoantes representavam quantidades conhecidas e as vogais representavam as incógnitas.

Vejamos no que consistiam o método utilizado por Viète e Descartes para resolver equações do 2º grau.

Para uma equação geral da forma $ax^2 + bx + c = 0$, o método de Viète seria:

1. Seja $x = u + z$.
2. Então substituindo em $ax^2 + bx + c = 0$, tem-se $a(u + z)^2 + b(u + z) + c = 0$, ou seja, $au^2 + (2az + b)u + (az^2 + bz + c) = 0$.
3. Se $2az + b = 0$, tem-se

$$z = \frac{-b}{2a}$$

4. Substituindo $z = \frac{-b}{2a}$ em $au^2 + (2az + b)u + (az^2 + bz + c) = 0$, tem-se $au^2 + \left(\frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c\right) = 0$, ou seja, $au^2 = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$, ou ainda, $u = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}}$.

5. Finalmente substituindo os valores $z = \frac{-b}{2a}$ e $u = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}}$ em $x = u + z$, tem-se $x = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}}$ e, ou seja, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Já o método usado por Descartes para resolver equações do tipo: $x^2 = bx + c^2$, sempre com b e c , consistia no seguinte método:

Exemplo: Resolver a equação $x^2 = bx + c$.

Traça-se um segmento LM, de comprimento c , e, em L, levanta-se um segmento NL igual a $\frac{b}{2}$ e perpendicular a LM. Com centro em N, constrói-

se um círculo de raio $\frac{b}{2}$ e traça-se a reta por M e N; que corta o círculo em O e P.

Figura 2: Forma geométrica de resolução da equação 2º grau utilizada pelos europeus. Fonte: (FRAGOSO, 2010, p.11)

Então a raiz procurada é o segmento OM. Com efeito, no triângulo MLN, se $OM = x$, tem-se:

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c^2 \text{ e daí: } x^2 - bx = c^2$$

Hoje, sabe-se que a segunda raiz é $-OM$, mas Descartes não considerava a raiz negativa. (PEDROSO, 2010, p.10-12)

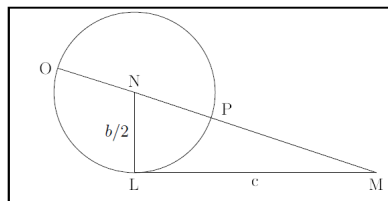
Nesta época, a raiz negativa não era considerada devido ao fato de que as resoluções das equações de 2º grau recebiam um tratamento geométrico. O estudo de raízes negativas só foi feito a partir do século XVIII.

4.8 A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU NO BRASIL

Atualmente, usamos a fórmula conhecida como fórmula de Bhaskara para resolver equações do 2º grau. Conforme Anotações... (2011), um fato curioso é que, no Brasil, a partir de 1960, é que se estabeleceu o hábito de nomear a fórmula atualmente usada para resolver equações do 2º grau, como fórmula de Bhaskara; mas, apesar de essa fórmula ser conhecida por esse nome ela não é a maneira adequada de chamá-la, pois diversos matemáticos contribuíram para a elaboração de uma forma prática para resolução de tais equações até que chegaram à fórmula que conhecemos hoje.

Para sermos mais específicos, segundo Fragoso (2000, p.25), ao estudarmos a equação do 2º grau, usamos a representação herdada dos europeus e a solução herdada dos hindus.

Como já foi dito método de resolução de equações desenvolvido pelos hindus deu que utilizamos hoje, ou seja, a



anteriormente, o do 2º grau origem à fórmula fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Para toda equação $ax^2 + bx + c = 0$ onde a , b e c representam números reais com $a \neq 0$.

4.9 BHASKARA

De acordo com Pedroso (2010), Bhaskara (1114 - 1185) era conhecido como “o sábio” e viveu cinco séculos depois de Brahmagupta. Matemático, professor, astrólogo e astrônomo, Bhaskara deixou muitas contribuições baseando-se em seus antecessores.

Segundo Boyer (1974), Bhaskara foi o matemático mais importante do século XII e deixou muita contribuição para a matemática preenchendo algumas lacunas nas obras de Brahmagupta. Seu livro mais famoso o “Lilavati” traz alguns problemas de Brahmagupta sendo que acrescidos de observações do próprio Bhaskara. Este Livro contém muitos problemas provindos de fontes hindus anteriores e entre eles problemas envolvendo equações do 2º grau. O título deste livro, Lilavati, é o nome da filha de Bhaskara. Segundo a lenda, ele calculou, com base em seus conhecimentos astrológicos, a data e a hora propícia para o casamento de sua filha, mas, no dia marcado, enquanto a moça esperava ansiosa debruçada sobre o relógio de água quando uma pérola caiu de seus cabelos e deteve o fluxo de água e, sem que ela percebesse, a hora propícia passou, e ela perdeu a oportunidade de casar-se. Então, Bhaskara para consolar a moça deu o nome dela ao livro que estava escrevendo.

Portanto, podemos perceber que os conhecimentos matemáticos não podem ser atribuídos a um único matemático, já que diversas civilizações em diferentes épocas contribuíram para o seu desenvolvimento.

No capítulo seguinte, discutiremos como a História da Matemática está sendo apresentada pelos autores de livros didáticos, e apresentaremos uma análise de quatro dos livros didáticos mais utilizados pelas escolas públicas.

5 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO LIVRO DIDÁTICO

O livro didático é um recurso didático valioso para o processo de ensino-aprendizagem. No Brasil, o livro didático não é somente um material de apoio, mas um instrumento em que o professor se orienta em busca de suporte teórico e tem, como objetivo, promover a aprendizagem. Trata-se, sem dúvida, do instrumento mais utilizado em sala de aula. Acrescente-se a isso, que muitas vezes este é o único material didático que professor e aluno possuem a sua disposição.

Segundo Libâneo (2002, p.126), “o livro didático é um companheiro do professor e um valioso recurso didático para o aluno. Nele se encontra organizado e sequenciado um conteúdo científico supostamente correto da matéria. Através dele o professor continua aprendendo, ganhando mais segurança para o trabalho na sala de aula. Para o aluno, é uma fonte de informação imprescindível por conter o saber sistematizado da matéria escolar, além de ser meio para o estudo individual, revisão e consolidação da matéria. Se bem utilizado pelo professor, o livro didático ajudará os alunos a lidar com a informação, a formar conceitos, a desenvolver habilidades intelectuais e estratégias cognitivas, que são os objetivos de um ensino adequado para o nosso tempo”.

É interessante deixar claro que o livro didático tem uma importância pedagógica muito grande. Ainda segundo Libâneo (2002, p.127), “[...] ele sistematiza o conhecimento científico e transforma o saber científico em saber escolar. O livro didático, em certo sentido, operacionaliza objetivos do ensino, define o que deve ser ensinado e o que deve ser aprendido; assume, portanto, um papel pedagógico-didático fundamental como apoio ao professor e instrumento de ajuda ao desempenho escolar dos alunos”.

Devemos ressaltar também, que o professor deve sempre buscar novos e diversificados instrumentos e recursos didáticos que sejam capazes de enriquecer sua prática pedagógica e proporcionar, a seus alunos, as condições cada vez melhores para alcançar o aprendizado necessário.

5.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Com o objetivo de saber se os livros didáticos de matemática aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático em 2009 e disponíveis nas escolas da rede pública utilizam a história da matemática para abordar o conteúdo matemático faremos uma análise em alguns dos livros mais conhecidos e utilizados nas escolas da rede pública de ensino. Os livros de matemática que foram analisados: foram os seguintes: **GIOVANNI JR., J.; CASTRUCCI, B. A Conquista da Matemática. São Paulo: FTD, 2009; IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. Matemática e Realidade. São Paulo: Editora do Brasil, 2009; DANTE, L.R. Tudo é Matemática. São Paulo: Ática, 2009; IRACEMA, M.; DOLCE, O. Matemática: ideia e desafios. São Paulo: Saraiva, 2009.**

Abaixo, fizemos uma análise dos livros, acima citados, em relação à história da matemática quanto ao conteúdo referente ao estudo da Equação do 2º grau, do 9º ano do Ensino Fundamental.

O livro “A conquista da matemática”, inicia o estudo por meio de curiosidades que fazem alusão ao conteúdo de equação do 2º grau. Essas curiosidades são todas de cunho histórico, conforme mostra a figura 3:



Figura 3: Abertura do capítulo de Equação do 2º grau do livro “A conquista da matemática”.
Fonte: (GIOVANNI JR. E CASTRUCCI, 2009, p. 93).

Em seguida, apresenta uma seção chamada de “*Explorando*” onde são propostas atividades que introduzem o tema referente aos estudos da equação do 2º grau. Em outros quadros, temos um texto curto, informativo e de abordagem histórica sobre a origem da equação do 2º grau e sobre as contribuições dos matemáticos, como François Viète e René Descartes para o processo de resolução de tais equações, conforme as figuras abaixo:

A EQUAÇÃO DO 2º GRAU HÁ MUITO, MUITO TEMPO... HISTÓRIA

Textos babilônicos, escritos há cerca de 4 000 anos, já faziam referência a problemas que hoje resolvemos usando equações do 2º grau.

Um dos problemas mais comuns nos escritos babilônicos tratava da determinação de dois números, quando conhecidos a soma e o produto deles. A resolução desses problemas era estritamente geométrica: considerava-se o produto dos dois números como a área e a soma deles como o semiperímetro de um retângulo. As medidas dos lados do retângulo correspondiam aos números dados, que eram sempre naturais.

Esse tratamento geométrico era longo e cansativo, o que levou os gregos — e posteriormente os árabes — a buscar um procedimento mais simples para resolver tais problemas.

No século IX, al-Khwarizmi, matemático árabe, desenvolveu um processo para a resolução desses problemas. Esse processo deu início à chamada Álgebra Geométrica.

No século XII, baseado nos estudos feitos por al-Khwarizmi, o matemático hindu Bhaskara (1114-1185) apresentou um processo puramente algébrico que permitia resolver qualquer equação do 2º grau. Partindo desse processo e com o uso da Álgebra Simbólica, os matemáticos puderam chegar a uma fórmula, usada até hoje, que ficou conhecida como **fórmula resolutiva** para equações do 2º grau.

Localização de algumas civilizações que contribuíram para o desenvolvimento da Matemática

Fonte de pesquisa: *Atlas histórico escolar*. Rio de Janeiro: MEC/Fename, 1991.

Figura 4: Texto de abordagem histórica sobre a origem da equação do 2º grau do livro “A conquista da matemática” de Giovanni Jr. e Castrucci (2009, p. 94).
Fonte: (GIOVANNI JR. E CASTRUCCI, 2009, p. 94)

Em seguida, apresenta problemas geométricos que recaem em equação do 2º grau, seguidos de definições, exposições dos tipos de equação do 2º grau e introdução da resolução das equações incompletas do 2º grau. Introduce a equação do 2º grau completa e sua resolução através de complementação de quadrados. Depois, trabalha a resolução da equação do 2º através da fórmula geral, conhecida como fórmula de Bhaskara e algumas aplicações quanto aos coeficientes de uma

equação e suas raízes; e finaliza com equações redutíveis de uma equação quadrática.

No livro “Matemática e realidade”, o estudo de Equação do 2º grau é iniciado através de um problema matemático, cuja solução é alcançada através por meio daquela. Em seguida, são apresentadas a definição da equação do 2º grau e as formas de resolução de equação do 2º grau sem utilizar fórmulas, recorrendo ao conceito de raiz quadrada e ao método de fatoraçoão. Em seguida, é apresentada uma resolução através da complementação de Quadrados e da fórmula geral para resolução da equação do 2º grau (conhecida como fórmula de Bhaskara). São apresentados, também, problemas que envolvem áreas de figuras planas, as quais recaem em equações. Adiante, temos uma breve abordagem das equações literais, de raízes e da fatoraçoão de trinômios do 2º grau. E, só no final da unidade, é que se apresenta um texto de cunho histórico sobre a Fórmula de Bhaskara, conforme a abaixo:

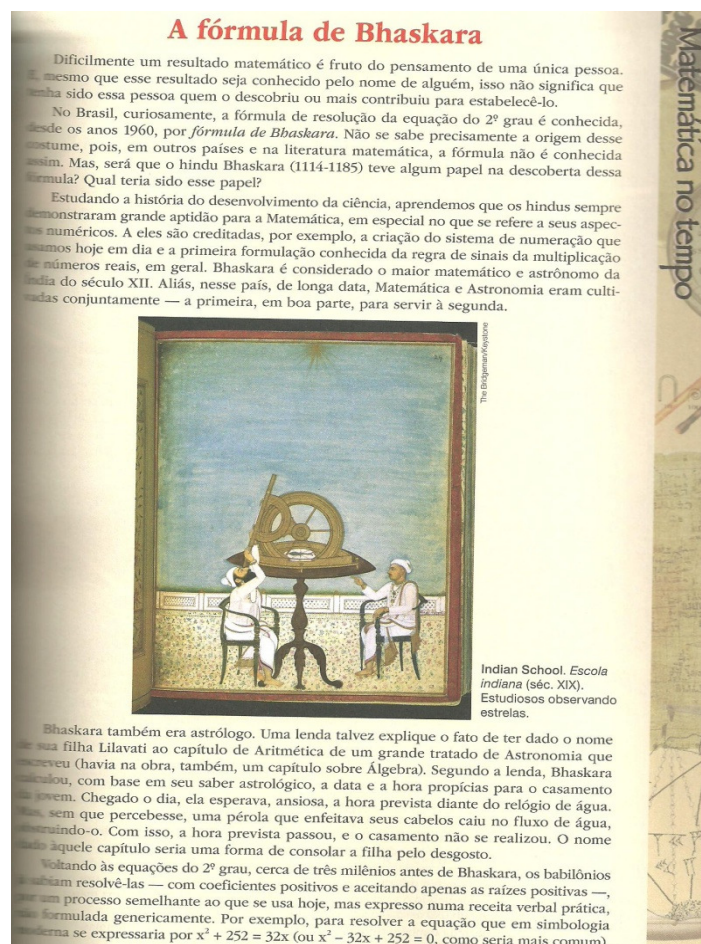


Figura 5: Texto de abordagem histórica sobre a fórmula de Bhaskara, apresentado no final da Unidade de Equação do 2º grau.

Fonte: Dolce e Machado (2009.p.91).

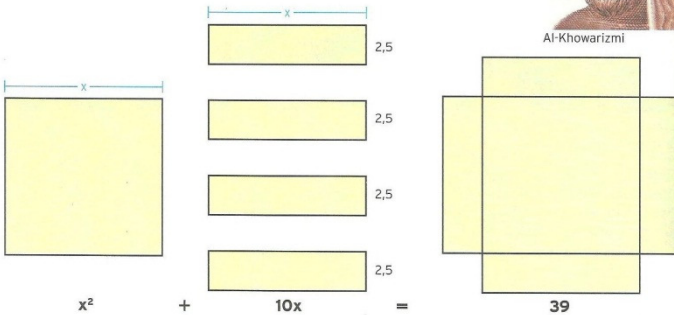
Quanto ao livro “Tudo é Matemática” observa-se que abre o estudo de equações do 2º grau utilizando geometria e a fórmula para o cálculo do número de diagonais de figuras planas. É apresentado, de maneira breve, um estudo que leva o aluno a identificar o grau de uma equação. A seguir, são apresentados a definição de equações do 2º grau e os métodos de resolução de equações do 2º grau incompletas; em seguida, a resolução de tais equações através da fatoração de trinômios, da Complementação dos Quadrados e da Fórmula de Bhaskara. É apresentado, ainda, um estudo sobre o discriminante de uma equação quadrática e a relação entre os coeficientes de uma equação e suas raízes. Por fim, temos um estudo de algumas aplicações para as equações do 2º grau. Em síntese, podemos dizer que em nenhum momento foram apresentados usos ou fatos da História da Matemática.

E, finalmente, “Matemática: ideias e desafios”. A abertura do estudo de Equação do 2º grau se dá utilizando, de maneira leve, alguns fatos históricos da física sobre a fórmula para o cálculo do número de diagonais de figuras planas e sobre a fórmula da Lei da queda livre, que recaem numa equação do 2º grau. Em seguida, a Equação do 2º grau é apresentada por meio de uma rápida abordagem histórica, como podemos observar da figura 6, e do método de completar quadrados, seguido da definição.

1 **Equações do 2º grau com uma incógnita**
 Certifique-se de que os alunos conseguem reconhecer uma equação do 2º grau com uma incógnita e identificar seus termos e coeficientes.

Al-Khwarizmi, aquele que deu origem ao termo algarismos, apresentou e resolveu, no século IX, equações do 2º grau com uma incógnita usando áreas de quadrados e retângulos. Atualmente, esse procedimento é conhecido como **método de completar quadrados**.

Veja como ele representava, por exemplo, a equação:

$$x^2 + 10x = 39$$


$x^2 + 10x = 39$ ou $x^2 + 10x - 39 = 0$ é uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a = 1$ e, portanto, $a \neq 0$. Nessa equação, também temos $b = 10$ e $c = -39$.

$x^2 + 10x - 39 = 0$ é uma **equação do 2º grau** com uma incógnita representada por x , porque o maior expoente de x , com coeficiente diferente de zero, é **2**.

Equação do 2º grau com uma incógnita x é toda equação que pode ser escrita na forma:
 $ax^2 + bx + c = 0$

As letras a , b e c representam números reais e $a \neq 0$.

$ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, é a **forma reduzida** de uma equação do 2º grau, e ax^2 , bx e c são os **termos** da equação.

a é coeficiente do termo em x^2 ,
 b é o coeficiente do termo em x e
 c é o termo independente de x .

66 UNIDADE 3

Figura 6: Introdução do conteúdo de equação do 2º grau.
 Fonte: (IRACEMA E DOLCE, 2009, p. 66).

Temos, também, a apresentação da equação do 2º grau incompleta e sua resolução. Introduz a resolução da Equação do 2º grau através de fatoração, de Complementação de Quadrados e, em seguida, trabalha com a resolução através da fórmula de Bhaskara. Depois, temos um estudo sobre o discriminante e o número de raízes. Seguido de uma abordagem sobre as equações literais, algumas aplicações de resoluções de problemas e as relações existentes entre raízes e coeficientes. Em seguida, são apresentadas formas fatoradas de trinômios do 2º grau, equações redutíveis de uma equação quadrática e os sistemas de equações.

A tabela abaixo mostra uma síntese sobre a abordagem histórica da equação do 2º grau nos livros didáticos analisados.

Tabela 1: Síntese da análise dos livros didáticos.

LIVRO	O LIVRO APRESENTA ALGUMA ABORDAGEM HISTÓRICA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU?	COMO SE DÁ A ABORDAGEM HISTÓRICA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU?
A Conquista da Matemática	Sim. Em vários momentos ao longo do capítulo podemos observar a presença de textos de cunho histórico da matemática.	A maioria dos textos aparece em pequenos quadros e são apresentados como curiosidades.
Matemática e Realidade	Sim. A História da Matemática é abordada apenas uma única vez através de um texto curto.	Abordada como curiosidade no final do capítulo.
Tudo é Matemática	Não. Em nenhum momento, durante todo o capítulo, foram apresentados usos ou fatos da História da Matemática.	
Matemática: ideia e desafios	Sim. A abordagem histórica da equação do 2º grau se dá em dois momentos, de maneira muitíssimo breve.	A história da matemática aparece como introdução de alguns conceitos ao longo do capítulo.

Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

Por meio desta análise, verificamos que a maioria dos livros analisados apresenta a História da Matemática através de textos curtos em forma de curiosidades. Podemos observar ainda que o livro “A conquista da Matemática” traz vários textos de cunho histórico que possibilitam, ao aluno, conhecer a matemática como criação humana; como se deu o processo de construção do conhecimento matemático e, principalmente, meios para conhecer o processo evolutivo do conceito e resolução da equação do 2º grau.

Quanto aos livros “Matemática e realidade” e “Matemática: ideias e desafios” eles trazem um ou dois textos que relatam a história da matemática, configurando-se, portanto, como um paupérrimo material didático no que tange à história da matemática, o que dificulta, ao aluno, lograr conhecimentos acerca da evolução do conceito de equação do 2º grau. Em alguns desses livros, inclusive, os textos não constam no sumário.

No livro “Tudo é Matemática” observou-se que, em nenhum momento, durante todo o capítulo de Equação do 2º grau, foram apresentados fatos da História

da Matemática. Neste livro, a falta de relação existente entre a matemática do passado e a do presente complica a contextualização e a construção do conhecimento matemático. E isso não é interessante para o aluno se se considerar que a história da matemática possibilitar-lhe-á enxergar a matemática com outros olhos, sob um prisma de alguém que conhece a evolução dos conteúdos estudados e a importância deles para o nosso cotidiano, estratégia didática esta que conferiria sentido ao estudo de tal conteúdo.

No próximo capítulo, discutiremos a aplicação de um questionário e a realização de uma experiência em sala de aula (oficina) aplicando o método atual, e os diversos métodos de resolução da equação do 2º grau que foram utilizados pelas civilizações antigas.

6 EXPERIÊNCIA EM SALA DE AULA

A oficina de história da equação do 2º grau foi realizada na Escola Municipal Papa João Paulo II, situada na cidade de Ferreiros, Pernambuco. Contou com a participação de 20 alunos da turma do 9º ano do ensino fundamental.

O propósito da oficina foi o de levar, ao conhecimento dos alunos, os diversos métodos de resolução da equação do 2º grau e que foram usados pelas civilizações antigas além de mostrar, para os alunos, que a matemática está em constante evolução.

Iniciamos a oficina com o estudo de alguns fatos da história da matemática, mais especificamente aos afetos ao estudo dos métodos de resolução da equação do 2º grau que foram utilizados pelas civilizações antigas, como a civilização babilônica, a arábica e a hindu. Através de um diálogo com os alunos, pôde-se perceber a satisfação que eles sentiram quando lhes foram apresentados a métodos de resolução das equações do 2º grau utilizados pelos povos antigos. Muitos disseram que tais métodos facilitavam a resolução de equações do 2º grau.

Em seguida, foram propostos, aos alunos, que resolvessem os exercícios seguintes:

- 1) Resolva a equação $10x^2 + 3x - 1 = 0$ utilizando a receita matemática dos babilônios.
- 2) Resolver a equação $2x^2 - 7x = 4$ utilizando-se o método de completar quadrados.
- 3) Resolver a equação $x^2 - 10x + 9 = 0$ utilizando-se a fórmula de Bhaskara.
- 4) Resolver a equação $x^2 - 10x = -9$ utilizando-se o método de completar quadrados.
- 5) Resolva a equação $x^2 - x = 870$ utilizando a receita matemática dos babilônios.

Analisando as soluções encontradas pelos alunos, observamos que, através do método de complementação de quadrados, a maioria da turma apresentou dificuldades. É importante destacar que essas dificuldades não decorrem do método em si, mas da falta de domínio em outros conceitos como, por exemplo, fatoração, operações com números negativos, multiplicação de um número decimal por um polinômio etc.

Depois que resolveram os exercícios, todos os alunos responderam um pequeno questionário contendo as seguintes questões:

- 1) Você gosta de estudar matemática? Justifique sua resposta.

- 2) Em algum momento você já sentiu dificuldades para aprender algum conteúdo matemático? Quais?
- 3) Você conhecia algum fato da História da Matemática antes desta oficina?
- 4) Em sua opinião, a História da Matemática lhe ajudou a entender o processo de resolução da equação do 2º grau? Justifique sua resposta.
- 5) Você gostaria que o professor de Matemática trabalhasse fatos da história da matemática em sala de aula? Justifique sua resposta.

Através da análise do questionário pode-se perceber que uma pequena parte dos alunos afirmaram não gostar de matemática ou que a disciplina é de difícil entendimento, o que pode ser notado na resposta de um aluno à primeira pergunta do questionário: “Eu não gosto de matemática porque ela tem muito cálculo e muito número pra entrar na minha cabeça. E isso me faz perder a paciência. Eu não entendo nada e não consigo me dar bem com ela”. O raciocínio desses alunos caracteriza a forma tradicional de ensino, segundo o qual há falta de contextualização dos conteúdos. Com isso, é possível perceber, também, que esses alunos mantêm certo afastamento dos conhecimentos matemáticos, não lhes sendo possível desenvolver habilidades cognitivas lógico-matemáticas, redundando em dificuldades ao relacionar tais conteúdos com as atividades cotidianas.

Os alunos que disseram gostar de matemática afirmaram que ela possibilita o desenvolvimento do raciocínio, mas que também é muito complicada e que já apresentaram dificuldades em alguns conteúdos. Isso pode ser percebido na resposta apresentada por um aluno às duas primeiras perguntas do questionário: “Gosto de matemática por que ela desenvolve o raciocínio, mas ela também é muito complicada. Já tive dificuldade em conteúdos de matemática do 8º ano”.

Quando questionados sobre o conhecimento de fatos da história da matemática antes da oficina, a maioria dos alunos revelou não conhecer nenhum fato da história da matemática, dado que permite concluir ela ainda não está incorporada ao contexto escolar como determina os PCNs.

Com a História da Matemática, os alunos puderam conhecer melhor o processo de resolução da equação do 2º grau. Segundo um deles, “Com a história da equação do 2º grau pudemos conhecer outros métodos de resolver equações do 2º grau. E isso ajudou a gente a compreender melhor o conteúdo”.

Na quinta pergunta do questionário, todos os alunos revelaram-se favoráveis à inserção de uma contextualização histórica relativamente ao ensino da matéria,

como podemos perceber na seguinte resposta: “Eu gostaria que o professor trabalhasse a história da matemática por que melhoraria o entendimento da disciplina de matemática e a gente ia aprender mais”.

Portanto, mesmo já há algum tempo sendo discutida e analisada a importância da história, é visível que ela não está intrínseca ao ensino da matemática. E a maior resistência para a utilização da História da Matemática é justamente o professor que, mesmo diante de um leque de opções de recursos didáticos e metodológicos prefere lançar mão da cansativa e velha aula expositiva. Não se advoga, aqui, a abolição da aula expositiva, mas que ela não seja a única forma de transmissão de conhecimentos para o aluno.

No capítulo seguinte, apresentam-se as considerações finais em que são destacadas as conclusões a que se chegou acerca da inserção da História da Matemática no ensino da equação do 2º grau.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos através da análise dos livros didáticos apontam que a história da matemática é apresentada, pela maioria dos livros, como curiosidades geralmente em pequenos quadros ou no final do capítulo. Foi possível perceber, também, que muitos professores ainda não incorporaram, na sua prática, a história da matemática como recurso metodológico, preferindo, na maioria das vezes, tomarmos como base o ensino tradicional.

Tendo em vista que poucos alunos sabem que a fórmula de resolução da equação do 2º grau, conhecida no Brasil como fórmula de Bhaskara, não foi realmente determinada por Bhaskara, mas que muitos matemáticos contribuíram para a elaboração de uma forma prática de resolução dela, nos leva a perceber que este esclarecimento não é enfatizado, nem pelos professores nem pelos autores dos livros didáticos o que confunde o aluno, pois o leva a pensar que a matemática é uma disciplina pronta e acabada.

É necessário, contudo, que o ensino da Matemática permita, aos alunos, a liberdade para pensar. E a história da matemática, se bem utilizada, pode proporcionar a construção de noções básicas dos conceitos matemáticos e a descoberta de uma disciplina dinâmica e presente em nosso cotidiano.

A oficina foi desenvolvida com o intuito de auxiliar o ensino da equação do 2º grau mediante contextualizações históricas das diversas maneiras encontradas por diversas culturas para solucionar as equações do 2º grau. O incremento das técnicas didático-pedagógicas sugeridas vêm facilitar a compreensão dos conceitos, posto que complementam a teoria ministrada na sala de aula.

Analisando o desenvolvimento da oficina de história da equação do 2º grau, foi possível verificar que o uso da história da matemática instigou a curiosidade entre a maioria dos alunos participantes da oficina.

De acordo com as análises realizadas nas resoluções dos exercícios matemáticos sobre a equação do 2º grau, verificamos que a maior dificuldade dos alunos não é exclusivamente pertinente à resolução, em si, da equação, mas é afeta a carências precedentes quanto a outros conceitos de álgebra como, por exemplo, fatoração, operações com números negativos, multiplicação de um número decimal por um polinômio. A formação de base constitui, portanto, pré-requisito essencial,

posto que constituída pelos conceitos necessários para que se possam desenvolver os métodos de resolução de tais equações.

Ficou claro, também, que o aprendizado logrado pelos alunos participantes da oficina ocorreu com plenitude de compreensão dos arcabouços teóricos, de modo que se estabeleceram relações entre os métodos de resolução do passado e os do presente.

Com base no questionário, pode-se perceber que a História da Matemática não se encontra intrínseca ao ensino da matéria; para que isso acontecesse os professores precisariam se conscientizar acerca da importância da inserção desses conhecimentos no currículo escolar.

Levando-se em consideração o depoimento dos alunos, pode-se perceber que a maior parte deles aprova a inserção da História da Matemática como potencialidade metodológica, se se considerar que tal incremento didático fomentou o estimulou, o interesse e instigou a curiosidade de todos.

A História da Matemática, ao ser trabalhada dessa maneira, proporciona uma mudança efetiva no ensino da matemática.

Ainda nesta perspectiva, torna-se importante ressaltar que a História da Matemática é apenas uma alternativa para tornar as aulas dessa disciplina mais favoráveis ao sucesso do processo de ensino-aprendizagem, embora caiba, ao professor, buscar incrementar os recursos metodológicos e didáticos para diversificar sua prática para, assim, dinamizar as aulas ao deixa-las, também, mais agradáveis e estimulantes.

REFERÊNCIAS

ANOTAÇÕES sobre história da matemática. Disponível em: <http://cattai.mat.br/site/files/ensino/uneb/pfreire/docs/HistoriaDaMatematica/ERON_ANOTACOES_HISTORIA_MATEMATICA_UNEB_01.pdf>. Acesso em: 27 nov. 2012.

BAUMGART, J. K. **História da álgebra. In: Tópicos de história da matemática: para uso em sala de aula.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo. Atual, 1992.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática.** Trad. Elza F. Gimide. São Paulo. Ed. Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

CARVALHO, Silvia B. F. **Resolução de Equação de 2º Grau: Uma abordagem metodológica.** 2008. 30f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Curso de Matemática, Centro Universitário Franciscano. Santa Maria, RS, 2008. Disponível em: <<http://www.unifra.br/cursos/matematica/downloads/Silvia%20Beatriz%20Fagundes%20de%20Carvalho.pdf>> Acesso em: 10 jun. 2013.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Disponível em: <http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf>. Acesso em: 24 nov. 2012.

DANTE, L.R. **Tudo é Matemática.** São Paulo: Ática, 2009.
FRAGOSO, Wagner de Cunha. **Uma Abordagem Histórica da Equação do 2º Grau.** In. Revista do professor de matemática, nº 43, 2000, p. 20-25.

GARBI, Gilberto G. **O Romance das Equações Algébricas.** 3ª ed. ver. e ampl. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

GASPERI, Wlasta N. H.; PACHECO, Edilson Roberto. **A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica**. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>>. Acesso em: 30 mar. 2012.

GIOVANNI JR., J.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 2009.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade**. São Paulo: Editora do Brasil, 2009.

IRACEMA, M.; DOLCE, O. **Matemática: ideia e desafios**. São Paulo: Saraiva, 2009.

LIBANEO, José Carlos. **Didática: Velhos e novos temas**. Edição do autor, 2002. Disponível em: <<http://pt.scribd.com/doc/52239522/Didatica-Velhos-e-Novos-Temas-Jose-Carlos-Libaneo>>. Acesso em: 15 jul. 2012.

MEDEIROS, Cleide Farias de; MEDEIROS, Alexandre. **O método da falsa posição na história e na educação matemática**. Ciênc. educ. (Bauru), Bauru, v. 10, n. 3, dic. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132004000300016&lng=es&nrm=iso>. Acesso em 14 jun. 2013.

MOTTA, Cristina Dalva Van Berghem. Resumo: o papel psicológico da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem. In: SIMPOSIO INTERNACIONAL DO ADOLESCENTE, 2, 2005, São Paulo. **Proceedings online...** Available from: <http://www.proceedings.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=MSC0000000082005000200056&lng=en&nrm=abn>. Acesso em: 08 abr. 2012.

NOÉ, Marcos. **Completando Quadrados**. Disponível em: <<http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/completando-quadrados.htm>> Acesso em: 10 dez. 2012.

PACHECO, Edilson Roberto; VAILATI, Janete De Souza. **Usando a história da matemática no ensino da álgebra**. Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2012.

PEDROSO, Hermes Antônio. **Uma breve história da equação do 2º grau**. In: Revista Eletrônica de matemática, nº 2, 2010. Disponível em: <<http://revistas.jatai.ufg.br/index.php/matematica/article/view/1044/576>>. Acesso em: 27 set. 2012.

PITOMBEIRA, João Bosco. **Três excursões pela história da matemática**. 1 ed. Rio de Janeiro: Intermat, 2008.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** 1ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVA, Viviane Clotilde; ZERMIANI, Vilmar José. **Equação do 2o grau, uma análise sobre seu ensino e uma nova proposta.** Disponível em: <<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/.../com/TCCI152.pdf>>. Acesso em: 02 dez. 2011.