UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

RENATA RANIELLY CABRAL DA SILVA

DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO ALGÉBRICO

Campina Grande – Paraíba
Junho/2011

RENATA RANIELLY CABRAL DA SILVA

Desenvolvimento do Raciocínio Algébrico

Orientador: Prof. Dr. Silvanio de Andrade

Campina Grande – Paraíba
Junho/2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S381d Silva, Renata Ranielly Cabral da.

Desenvolvimento do Raciocínio Algébrico [manuscrito] / Renata Ranielly Cabral da Silva. – 2011.

53 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologias, 2011.

“Orientação: Prof. Dr. Silvano de Andrade, Departamento de Matemática, Estatística e Computação”.

1. Ensino de Matemática. 2. Álgebra. 3. Aprendizagem. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

FOLHA DE APROVAÇÃO

Renata Ranielly Cabral da Silva

Desenvolvimento do Raciocínio Algébrico

Monografia apresentada à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, como exigência para obtenção do título de graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba.

Aprovada em: 20/06/2011

BANCA EXAMINADORA

Silvanio de Andrade

Prof. Dr. Silvanio de Andrade – DM/CCT/UEPB
Orientador

Aníbal de Menezes Maciel

Prof. Ms. Aníbal de Menezes Maciel – DM/CCT/UEPB

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Prof. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes – DM/CCT/UEPB

Dedico ao meu Senhor Jesus Cristo, a ele toda honra e toda Glória. Ao meu noivo e a minha família. E, em especial a minha Mãe, Geane Cleide Cabral, que sempre me amará.

AGRADECIMENTOS

Jesus eu te agradeço por tudo que o Senhor me proporcionou durante este sonho que está sendo realizado, pelos momentos de alegria e pelos momentos em que não suportei e que me pus a chorar, mas que nunca me abandonaste. Agradeço-te por ter me dado muita saúde, coragem e força para enfrentar todos os desafios dessa minha caminhada.

Agradeço a minha grande família Cabral e Nascimento que esteve comigo durante todas as fases da minha vida escolar e pessoal, em especial a minha mainha Geane Cleide Cabral da Silva, mulher essa razão da minha vida, que merece todas as bênçãos do Senhor, pois sempre lutou por mim e minha irmã, acreditou que através dos estudos suas filhas poderiam vencer, e fez de tudo para que não fossemos mais uma a margem da sociedade...

Ao meu amado noivo João Paulo Silva Ferreira, que há anos está comigo, lutando e esperando pelo dia em que iremos para honra e glória do Senhor oficializar nossa relação. Obrigada por ter me compreendido e tido paciência em todas as minhas fases, tanto de alegria como de tristeza, pelos momentos em que teve que ficar do meu lado, mesmo sem eu lhe dar atenção, pois precisava estudar, mas sempre me incentivou a ir mais longe do que eu poderia. Te amo...

Aos amigos que construí durante o curso, em que passamos por tantos momentos juntos, que á alegria que tenho a realizar o sonho se mistura com a saudade que sentirei dos dias em que tivemos unidos, sorrindo, brigando, chorando..., mas creiam que serão lembrados, pois seremos sempre amigos...

Ao meu professor e orientador Dr. Silvanio de Andrade, que acreditou nessa pesquisa e me deu subsídios para que eu pudesse realizá-la.

A todos os professores que ao longo do curso estiveram presentes em minha jornada, e especial àqueles que de alguma forma estiveram mais presentes. Aníbal, Conceição, Fernando Luiz, Rômulo e Samuel. Obrigada.

"... Tudo que pediu e esperou receba agora em suas mãos, pode colher que os frutos da Fé agora brotaram...".

(Cassiane)

"(...) a mim me parece que são vãs e cheias de erro aquelas Ciências que não nascem na experiência (...) nenhuma investigação merece o nome de Ciência se não passa pela demonstração Matemática".

(Leonardo Da Vinci)

Resumo

Esta pesquisa foi desenvolvida com o intuito de verificar como está o nível de desenvolvimento do raciocínio algébrico de alunos do 9° ano do ensino fundamental e de alunos do 1° semestre do curso de Lic. Plena em Matemática. Tendo como partida uma investigação através das literaturas, procurando analisar como se originou o estudo da álgebra; quais foram às contribuições dos povos da antiguidade, para que houvesse a evolução da álgebra, como foram os estágios da notação algébrica, para que a álgebra tivesse um grande avanço, podendo assim ser estudada nas escolas. A pesquisa descreve também, como estão relacionados os processos de ensino e aprendizagem, que possam desenvolver o raciocínio algébrico. Entre outros fatores que possam auxiliar na compreensão do ensino da álgebra, está à integração que pode ser feita entre os campos da aritmética, da geometria e da álgebra. Que durante as análises feitas dos questionários, foram observados as dificuldades que os alunos trazem dos conteúdos vistos na aritmética e geometria, refletindo na aprendizagem da álgebra.

PALAVRAS-CHAVE: Álgebra; Raciocínio algébrico; Ensino de álgebra; Notação algébrica.

Abstract

This research was developed in order to check how the level of development of algebraic reasoning of students in 9th grade of elementary schools students and the 1st semester of Lic. Full in Mathematics. Having as starting an investigation through the literature, trying to analyze how it originated the study of algebra, which were the contributions of ancient peoples, so that there was the evolution of algebra, as were the stages of algebraic notation that had an algebra breakthrough, which can then be studied in schools. The research also describes how they are related processes of teaching and learning, which can develop algebraic thinking. Among other factors that can help them understand the teaching of algebra, is the integration that can be made between the fields of arithmetic, geometry and algebra. What made during the analysis of the questionnaires were observed the difficulties that students bring the contents seen in arithmetic and geometry, reflecting on the learning of algebra.

KEYWORDS: algebra, algebraic reasoning, teaching of algebra, algebraic notation.

Sumário

Introdução

Álgebra é um dos ramos da matemática, que está presente em todas as fases escolares, mas que tradicionalmente é iniciado no 7° ano do ensino fundamental, com o estudo de equações, no qual a variável estudada tem função de incógnita, ou seja, valor desconhecido. No entanto, para que o aluno possa avançar nos conceitos da álgebra, ele precisa ter uma estrutura sólida no ensino e aprendizagem desse tópico, como por exemplo, a conexão da aritmética com álgebra.

Com minha pouca experiência como professora, percebo que os alunos ao iniciar o estudo da álgebra, temem ainda mais a matemática, pois o que era para alguns na aritmética, obstáculos com o estudo de expressões numéricas, acaba sendo para muitos em expressões algébricas um grande desmotivador no ensino da matemática, os distanciando cada vez mais dessa ciência.

A álgebra escolar, conforme as pesquisas atuais tem sido um dos tópicos mais difíceis de construir significado. Uma vez que, dependendo das concepções que os professores têm da matemática poderá influenciar nas suas metodologias na sala de aula, não procurando meios que possam diversificar no ensino da álgebra, como temas transversais que possibilita o aluno identificar a Matemática com a vida social, outra alternativa é com matérias manipuláveis que facilitam a visualização das passagens da álgebra. No entanto, precisamos verificar se esses recursos estão contribuindo para a compreensão do ensino da álgebra.

Vários fatores podem levar aos alunos a não compreensão da álgebra, como entender a função da variável em determinadas circunstâncias. Como, ao iniciar o estudo das propriedades da aritmética, a variável é usada para representar uma generalização. Que poucas vezes, é que fica claro para o entendimento do aluno. Porém alguns conseguem ter uma melhor compreensão do que foi observado. Logo depois, a variável surge como incógnita, onde seu papel é de ser um valor desconhecido, sendo introduzido no estudo de equações, que por sua vez, é através desse conteúdo que as letras vão fazendo mais sentido para os alunos ou não. Em seguida a variável é estudada como estrutura da matemática, podendo ser operada como no caso das expressões numéricas, no entanto os alunos, não assimilam este conteúdo, por falta muitas vezes de um bom entendimento no estudo de aritmética. Por fim, a variável assumira seu papel de grandeza, onde ela poderá encarregar-se de ser vários valores num determinado conjunto.

Ao analisar vários trabalhos e livros, sobre o desenvolvimento do raciocínio algébrico, pode-se perceber que na maioria dos fatos em que os alunos não compreendem o ensino da álgebra, esta diretamente ligada à maneira que se foi trabalhado o estudo da mesma, uma vez que, os elementos que compõem o ensino, como: professor, aluno e matérias didáticos, no caso de livros entre outros que ajudem na formação da aprendizagem. Estes elementos precisam estar em sintonia com o conteúdo aplicado, em sala de aula. Obtendo um melhor ensino aprendizagem.

Diante dessas perspectivas, este trabalho busca compreender o nível de desenvolvimento do raciocínio algébrico de alunos do 9° do ensino fundamental e de alunos que ingressaram recentemente no curso de Lic. Plena em Matemática, uma vez que, estes últimos acreditamos que tenham uma afinidade maior com os conteúdos matemáticos.

A pesquisa foi desenvolvida através de um questionário, em que foi aplicado o mesmo, para os dois níveis de escolaridade, verificado se eles tinham um raciocínio algébrico favorável para determinadas questões, observamos também, se os mesmos tinham dificuldades em conteúdos relacionados a geometria, como o estudo de área e perímetro, bem como as operações vistas no ensino da aritmética de grande importância nas expressões algébricas.

O trabalho está desenvolvido da seguinte forma:

No capítulo1, temos uma breve história da álgebra, onde podemos verificar as transformações que a mesma passou, até chegar à álgebra que conhecemos hoje com tantos símbolos. Uma vez que, ela passou por três estágios: o estágio retórico onde os problemas eram apesentados verbalmente. Temos também o estágio sincopado no qual a álgebra começa a ser representada com palavras simplificadas. Por último com a evolução dos estudos da álgebra temos o estágio simbólico que fez com que a álgebra desse um grande avanço. Podendo ser mais bem compreendida entre os estudiosos e assim deixando de ser uma álgebra para poucos. Tendo em vista que o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos pode ser comparado com as fases do desenvolvimento da notação algébrica, como salienta Bonadiman (2007), onde se pode aparti desse estudo analisar como deve ser o aprimoramento desse estágio retórico ou até mesmo sincopado construído pelo aluno.

No capítulo 2, traz a problemática do processo de ensino e aprendizagem da álgebra, em que vários pesquisadores analisam as dificuldades que alunos e professores têm diante desse conteúdo matemático. Dificuldades estas que podem ser trazidas desde o ensino com a aritmética, conteúdo este de fundamental para a compreensão no estudo de expressões algébricas, e que de acordo com Lorenzato (2006), a aritmética deveria esta integralmente vinculada com a álgebra. Mas que de acordo com o autor precisa ter um respeito com as características de cada campo da matemática, como: regras, vocabulário, simbologia, conceitos e definições.

Conforme Tinoco (2008), as operações feitas na aritmética com o sinal de igualdade têm que ser deixado claro para os alunos à equivalência das expressões numéricas, pois ao se começar o estudo de expressões algébricas tenha ficado entendível ao aluno a relação entre as partes da igualdade.

Portanto neste capítulo traz também a relação do professor com o ensino da álgebra, sendo este um dos papéis fundamentais na aprendizagem da mesma. Podendo ser um dos fatores que determinará a compreensão dos processos de desenvolvimento do raciocínio algébrico. Segundo Souza e Diniz (2003), atividades que possam desenvolver o raciocínio da álgebra, podem ajudar aos alunos a construírem um pensamento algébrico, através muitas vezes de atividades que possam ser observados padrões e assim partir para uma generalização.

No capítulo 3, apresentamos a análise da pesquisa realizada com os alunos do 9° ano do ensino fundamental e com os alunos do 1° semestre do curso de Lic. Plena em Matemática, em que foi aplicado um questionário para avaliar o desenvolvimento do raciocínio algébrico desses alunos. Logo, observamos as diferentes dificuldades, que esses alunos apresentaram principalmente as questões que trabalham as operações vistas na aritmética. Podendo perceber a falta de base nos conteúdos inicias da matemática.

Por fim, no ultimo capítulo, está às considerações finais, na qual se reúne a análise da pesquisa com a fundamentação teórica da mesma.

Capítulo 1

1.Álgebra e suas origens

A Álgebra é um dos ramos da Matemática, que tradicionalmente é introduzido no ensino fundamental e que geralmente inicia-se no final do 7° ano (6 série), com a proposta de se encontrar valores desconhecidos, através de cálculo algébrico e resolução de problemas. Porém pesquisadores estudam que a mesma deveria ser iniciada aos poucos em séries anteriores.

Como afirma Ponte (2005, apud, BELTRAME, 2009) ao indicar que o ensino da álgebra deva ser trabalhado desde a pré-escola envolvendo o estudo de estruturas algébricas, a simbolização, modelação e o estudo da variação.

Podendo ser construído um raciocínio algébrico, mas estruturado, facilitando nas séries seguintes, fazendo com que os alunos e professores possam se sentir mais seguros nessa parte da Matemática. Sendo este de grande importância, pois propicia ao aluno uma melhor compreensão na solução de problemas matemáticos.

De acordo com os PCN "O estudo da álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização" (BRASIL, 1998, apud, BONADIMAN, 2007). Podendo o entendimento da mesma, que o aluno seja capaz de desenvolver diferentes soluções para determinados problemas em diversos contextos.

A álgebra pela sua complexidade, entre outros fatores, tem revelado um alto índice de dificuldades, tanto de professores como de alunos.

A maneira como o ensino da Álgebra está sendo aplicado e assimilado nas escolas, pode-se determinar muitas vezes a estrutura do conhecimento algébrico dos alunos.

A álgebra por ser um tanto formal, exigindo um pouco mais de abstração, faz com que muitos professores não busquem métodos didáticos, que possam melhorar na compreensão da mesma, com isso acaba transpondo para os alunos conceitos e procedimentos algébricos de forma mecanizada. Podendo dessa maneira, dificultar ainda mais a aprendizagem da álgebra.

Outro aspecto que pode está relacionado com a má construção do desenvolvimento algébrico é o uso inadequado do livro didático, sabendo que ele muitas vezes é o único contato que o aluno tem com a matéria.

> O livro didático tem importância na prática pedagógica diária por ser um suporte teórico e prático para o aluno, instrumento de apoio para o professor e por constituir uma organização possível do conteúdo a ser ensinado. Trata-se de uma forma de sistematização dos conteúdos a serem trabalhados na sala de aula. (BARRETO E MONTEIRO, 2008, p.02, apud, BELTRAME, 2009).

Se o mesmo oferece subsídio para o trabalho do professor, esclarecendo as dúvidas e ampliando o conhecimento do aluno. Através desses e outros pontos é que podemos analisar se o ensino da álgebra está voltado para o desenvolvimento do aluno.

Podemos observar a grande carência que tem o ensino da álgebra, no sentido de criar uma estrutura para o entendimento do aluno, uma linguagem mais próxima de sua realidade.

Por falta de preparação muitas vezes por parte do professor no ensino da álgebra, eles acabam transpondo as inseguranças para os alunos, de forma que eles constroem uma barreira na aprendizagem dos assuntos relacionados à álgebra. Segundo Bonadiman (2007), reforça a ideia de que, as concepções que os professores possuem da álgebra influenciam diretamente o ensino e a aprendizagem dos conceitos algébricos.

Seja pelos símbolos, pela interpretação ou com as manipulações. Ou em outros casos, professores mostram a álgebra como uma repetição de fórmulas que podem ser memorizadas, onde os alunos decoram para fazer uma avaliação e depois esquecem, achando que a álgebra se restringe a fórmulas prontas, para serem usadas em um determinado momento.

Mas sabe-se que todas essas fórmulas foram construídas gradativamente ao longo de séculos contando com a contribuição de diferentes povos.

1.2 O Desenvolver da álgebra

Ao longo da história podemos analisar as grandes contribuições que diversos povos, tiveram diante da álgebra. Provocando ao longo dos séculos várias transformações, que vieram de certa forma facilitar no entendimento dessa ciência.

A palavra álgebra pode designar diferentes significados, como estudo de generalizações, o estudo de equações, onde se objetiva muitas vezes apenas encontrar o valor desconhecido.

Conforme observado em Boyer, (1974, apud, BONADIMAN, 2007), a palavra álgebra, não tem um significado específico como à palavra aritmética que deriva do grego (arithmos, “número”). Álgebra é uma variante latina da palavra árabe al-jabr w’al-muqabalah, usada no título de um livro, no ano de 825 d.C. pelo matemático árabe Mohamed ibn-Musa al Khwarizmi.

Tendo por tradução a “ciência da restauração e redução”, pode-se dizer, então a “a ciência das equações”.

Observa-se que á álgebra é uma ciência que estuda uma redução de termos semelhantes.

Mas essa “definição” de álgebra não é mais satisfatória pelo fato de termos uma visão mais ampla sobre o estudo da álgebra atualmente. Vista que, à álgebra está dividida em duas fases:

A álgebra antiga (elementar), onde seu estudo inicia-se no fundamental com a finalidade de desenvolver no aluno as habilidades necessárias, para que possa generalizar padrões aritméticos, resolver equações e operações com expressões algébricas.

E temos também a álgebra Moderna (abstrata) onde requer um pouco mais de raciocínio algébrico. Procurando desenvolver o estudo das estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos, seu estudo se encontra nos cursos de exatas, e que muitas vezes não consegue extrair dos alunos uma compreensão satisfatória.

Para chegarmos a todos esses conhecimentos da álgebra, foi preciso a colaboração de alguns povos, que fizeram da álgebra uma ciência necessária para o estudo de diferentes contextos sociais.

1.3 As fases de transformações da álgebra.

As transformações da álgebra começam no período onde se predomina o estudo da álgebra elementar, com a evolução da notação algébrica, que segundo Tinoco (2008) observa-se três estágios; o retórico, o sincopado e o simbólico.

No <u>estágio retórico</u>, não havia representação através de símbolos, pois tudo que era demonstrado era com o uso de palavras.

Neste mesmo período destaca-se também a geometria, que também era utilizada para representar problemas algébricos.

No <u>estágio sincopado</u>, os matemáticos começaram a fazer abreviações das palavras para descrever os problemas algébricos, que era sendo aperfeiçoado ao longo dos tempos, até chegar ao <u>estágio simbólico</u>, onde a álgebra é representada através de símbolos que ajudariam o manuseio das situações que envolvessem problemas algébricos. Dando um grande salto na evolução da álgebra.

Foi no inicio da era moderna, que os matemáticos realizaram uma mudança na notação algébrica, passando a representar valores desconhecidos com as últimas letras do alfabeto, como *x, y e z* e com as primeiras *a e b* valores supostamente conhecidos.

Esses símbolos tende por sua vez expressar o que é genérico, incógnitas no estudo de equações ou até mesmo grandezas. Através de algumas regularidades. Os alunos muitas vezes aprendem mecanicamente a lidar com essas regularidades, impostas muitas vezes para se determinar valores.

Para obtermos todas essas complexidades no estudo da álgebra foram devido às contribuições de alguns povos, como no caso os babilônios que usavam a notação retórica para expressar seus cálculos algébricos, que eram registrados em tábuas de argila, seus procedimentos eram bem sofisticados em comparação com outros povos, eles tinham uma grande habilidade de resolver equações, de diferentes graus.

> Na matemática da Babilônia os problemas são enunciados de tal maneira que, quando traduzidos para a notação algébrica moderna, surgem expressões extremamente complicadas com parênteses encaixados, e não se ode deixar ficar impressionado com a habilidade dos babilônios, que conseguiam reduzir tais expressões a formas padrões de equações, sem a ajuda de nossas técnicas algébricas. (AABOE, 1984, p38, apud BONADIMAN, 2007)

Outros que deram sua contribuição para o desenvolvimento da álgebra foi à civilização egípcia, eles usavam o estilo retórico assim como os babilônios, mas não tinham a mesma sofisticação.

Já os gregos tinham a geometria como auxilio para resolver seus cálculos algébricos, mas não tinham êxito em todos os problemas, fazendo uso de métodos dos babilônios.

Conforme Bonadiman (2007), a China e a Índia também contribuíram para o desenvolvimento da álgebra, trabalhando em procedimentos de resoluções para equações algébricas, e temos também os hindus que como eram hábeis na aritmética deram sua contribuição no desenvolvimento da álgebra.

Como se ver a evolução da álgebra foi aos poucos sendo construído, até chegar a essas expressões que conhecemos hoje.

Pode-se dizer que o pensamento dos alunos é semelhante a essas transformações, como salienta Bonadiman (2007), onde eles desenvolvem primeiro o pensamento algébrico de forma retórica, utilizando-se de sua linguagem corrente e com o tempo passa-se para linguagem simbólica.

Capítulo 2

2.1 O Ensino e Aprendizagem da Álgebra

Uma das preocupações que se cresce a cada dia no Ensino de Matemática é como à álgebra esta sendo apresentada e interpretada por professores e alunos.

Vários pesquisadores reconhecem a problemática no processo de ensino-aprendizagem da Álgebra, como destacam Imenes e Lelis (1994, p. 2) apud Araújo.

> Professores e alunos sofrem com a álgebra da 7ª série. Uns tentando explicar outros tentando engolir técnica de cálculo com letras que, quase sempre, são desprovidas de significados para uns e outros. Mesmo nas tais escolas de excelência, onde aparentemente os alunos da 7ª série dominam todas as técnicas, esse esforço tem pouco resultado.

A álgebra por ser uma parte da matemática em que podemos usá-la em várias maneiras: como para generalizar a aritmética, no estudo de grandezas, para representar valores desconhecidos em diversos problemas e também como estrutura da matemática.

Com todas essas funções que a álgebra desempenha, ela acaba causando nos alunos certa fobia diante de tantas informações, provocando um alto índice de "analfabetismo funcional" perante a álgebra, que pode ser observada em sala de aula. Podemos também questionar, as metodologias aplicadas em sala de aula pelos professores, que muitas vezes, também não conseguem distinguir as várias funções que a álgebra desempenha.

Por consequência não trazem para sala de aula uma didática ou métodos que desenvolvam o raciocínio algébrico dos alunos, mostrando apenas fórmulas que não se sabe como se fundamentou, fazendo com que os alunos não tenham uma imaginação sobre o assunto exposto, levando-os apenas a aceitar e memorizar as fórmulas para serem avaliados.

Durante o estudo da álgebra podemos observar as várias funções da mesma, que de acordo com Tinoco (2008) duas funções devem ser bem lembradas, como à função de equivalência, na qual deveria ser introduzida no estudo de aritmética e a de variável.

De acordo com o educador matemático Ken Milton (1989) apud Cristóvão et al.(2004), " aquilo que ensinamos em aritmética e a forma como ensinamos têm fortes implicações para o desenvolvimento do pensamento algébrico".

No estudo da aritmética, temos o sinal de igualdade que é visto nas expressões numéricas, onde se tem o objetivo de determinar o resultado. Já nas expressões algébricas pode estar igualando uma expressão à outra, que por sua vez implica uma equivalência, uma vez que para os alunos certa dificuldade em entender essa passagem, pois no estudo de expressões numéricas, é deixada de lado a equivalência entre a expressão e o resultado.

No estudo de expressões, o sinal de igualdade é um dos primeiros passos para o entendimento de equivalências entre expressões algébricas, iniciado no estudo de aritmética, muitas vezes e explicitado como símbolo que é utilizado para se determinar um resultado numérico. Deixando que os alunos não compreendam a igualdade entre duas expressões como uma equivalência. Dificultando que o aluno ao estudar expressões algébricas, identifique que a igualdade, simboliza uma equivalência entre duas expressões.

Exemplo:

$[2 \cdot (3+7-2) -4] =12$

$[2.8 - 4] = 12$

$[16- 4] =12$

$12=12$

Pode-se observar que no primeiro membro da igualdade, temos uma expressão numérica que ao ser resolvido resultará no segundo membro da igualdade, tendo assim uma equivalência.

As grandes dificuldades dos alunos em álgebra podem vir desde o estudo de aritmética, que por consequência não consegue compreender as propriedades das operações vistas na aritmética e que são de fundamental necessidade para o estudo da álgebra.

Segundo Tinoco (2008), há uma grande importância em priorizar, desde as séries iniciais, as equivalências numéricas e as propriedades das operações, em especial a distributiva.

Na propriedade distributiva, o estudo da álgebra passa para os alunos certos embaraços, pelo fato deles não conseguirem entenderem os símbolos matemáticos, que são manipulados, conforme os números naturais visto no início do fundamental, com o uso das propriedades, em especial a distributiva, que quando compreendida numericamente a sua equivalência, fica mais fácil de ser representada simbolicamente.Mas os alunos no geral não conseguem aprender essa propriedade na aritmética, trazendo essa dificuldade para as expressões algébricas.

Ao iniciar o estudo da álgebra muitos professores acabam falhando em utilizar letras que representam nomes de objetos, frutas etc. Tinoco (2008). Para querer dar um sentido a variável, uma vez que nas expressões onde se trabalha com a redução de termos semelhantes, irar levar os alunos ao erro. Pois, sendo C de caju e C de castanha não se pode somá-los.

Outro aspecto no estudo inicial da álgebra é com letras que representam unidades de medida, que salienta Tinoco (2008), que essas letras podem confundir os alunos, onde pensaram que representam números.

No estudo da álgebra, observamos sua complexidade pelas diversas funções que a variável pode representar assumir, de acordo com o que for analisado. Tendo o aluno que compreender seus processos para adequar a função da variável de acordo com o que for trabalhado. Mas eis que o problema, eles apenas conseguem na maioria identificar a variável como incógnita.

Nos PCN (1998), visto em Tinoco (2008, p.3), pode ser averiguada a relação das variáveis no estudo de funções, como um dos principais papeis da álgebra, e no estudo de grandezas, mas também temos que considerar o estudo de proporcionalidade, como parte de uma sólida equação algébrica, como lembra Post, T.R., Beher,M.J. e Lesh, R (1994) *apud* Tinoco(2008, p.3).

Podemos destacar também a grande dificuldade por parte dos alunos em entender as simbologias matemática, pois partir do entendimento delas é que os alunos se sentiram capazes de identificar os processos algébricos. Uma vez que, a linguagem algébrica obteve grandes avanços no desenvolvimento da Matemática, com o surgimento da álgebra.

Com a compreensão dos símbolos, o aluno poderá manipular de acordo com a situação, ou ate mesmo adquirir habilidades para justificar os processos das operações, partindo para um entendimento dos segmentos da variável.

2.2 As Funções da Variável na Álgebra

Diante de vários conceitos que à álgebra desempenha na matemática, podemos analisar cada função, que a variável pode assumir como:

<u>A álgebra como generalizadora da aritmética</u>, que tem por objetivo de tornar comuns as situações, como no auxílio do uso das propriedades, em que ela estabelece uma afirmação, além de contribuir, para passagem do texto escrito corrente para símbolos e números desconhecidos da matemática.

Exemplo: Na propriedade comutativa da adição, temos:

3+4=7 e 4+3=7, logo 3+4=4+3.

5+6=11 e 6+5=11, logo 5+6=6+5.

-2+4=2 e +4-2=2, logo -2+4= +4-2.

Portanto, fica fácil perceber que vale para todo número pertencente aos Reais.

Assim, podemos estabelecer através de símbolos que represente qualquer número. Logo, sendo a e b pertencente aos reais, temos que:

a+b=b+a, sendo a e $b \in IR$.

Na concepção da álgebra como estudo de grandezas, onde a variável, pode assumir realmente seu papel, ela ira sofrer variações num determinado conjunto, tendo possibilidade de ser uma variável dependente ou uma variável independente.

Exemplo: De acordo com a função f(x) = x+7, sendo $\{x \in IN / 2 \leq x < 6\}$.

A variável dependente f(x)=y sofrerá modificações de acordo com o valor da variável independente x.

Ou seja,

Para x = 2, temos $y = 2+7 \Rightarrow y=9$

Para x=3, temos $y= 3+7 \Rightarrow y=10$

Para x = 4, temos $y=4+7 \Rightarrow y=11$

Para x=5, temos $y=5+7 \Rightarrow y=12$

Na parte em que à álgebra tem como função a de se estudar valores desconhecidos ela assume a posição de incógnita, geralmente iniciado no 7° ano, onde se procura encontrar o valor desconhecido através de técnicas aprendidas, esquecendo o professor nesta fase de lembrar-se do uso da igualdade com uma equivalência entre duas expressões.

Exemplo: Dada a equação 7x+3=4x+8, temos que encontrar o valor de x, para que a equivalência seja verdadeira.

Logo, 7x – 4 = 4x + 8

7x - 4x = 8 + 4

3x=12

$$x = \frac{12}{3}$$

$$x = 4,$$

Assim, sendo x=4 ao substituir na expressão, torna a equivalência verdadeira.

$7(4) - 4= 4(4) + 8$

$28 - 4=16 + 8$

$24=24.$

Nesse processo o aluno observa a variável como algo que deve ser encontrado, sendo apresentados muitas vezes como um sistema que é memorizado os procedimentos. Mas que é preciso que os alunos tenham noção de como interpretar os problemas matemáticos, com o uso de símbolos.

Na concepção de álgebra como estrutura da matemática, pode ser vista como uma aritmética representada por letras que poderá ser manipulada de acordo com as propriedades estudadas, mas que não tem por finalidade de se encontrar valores desconhecidos e sim de demonstrar muitas vezes alguns axiomas e de se simplificar expressões, para serem analisadas.

Exemplo: na expressão, $4x^5+x^5-2ax^3+5ax^3-3x^5$. Temos que simplificar a expressão de acordo com a operação apresentada.

Ou seja, somando os termos iguais.

$4x^5 + x^5 - 2ax^3 + 5ax^3 - 3x^5=$

$=2x^5 + 3ax^3$

Conforme todas essas funções que à álgebra pode assumir, é preciso ter uma organização no desenvolvimento no estudo da álgebra, para ficar facilmente entendido todos os papeis que a variável pode assumir.

2.3 Processos de Ensino da Álgebra.

Técnicas de ensino podem ajudar nesses processos de raciocínio da álgebra. Através de atividades que possam desenvolver o pensamento algébrico, facilitando para que o aluno possa observar como é estruturada a álgebra.

Conforme Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), apud Cristóvão (2004), existem três concepções de educação algébrica que influenciam no ensino da álgebra da matemática elementar.

A primeira é a linguístico–pragmática, onde o papel da álgebra era apenas fornecer instrumentos técnicos para soluções de equações ou problemas equacionáveis. Precisando apenas que os alunos dominassem as técnicas de forma mecânica para solucionar os exercícios.

Já na segunda concepção, temos uma preocupação de se justificar o que estava sendo realizado. Os processos de solução precisavam ter uma lógica a cada passagem de transformação da álgebra. Dessa forma ficou conhecida com fundamentalista estrutural.

No entanto e terceira concepção mostra que não se podem deixar de lado as técnicas de ensino da primeira concepção e nem as fundamentações da segunda, uma vez que as duas seriam de fundamental importância para o ensino da álgebra. Procurando vinculá-las, e fazer uso de matérias, como o uso de figuras geometrias, que justificassem tais passagens. Sendo então conhecida como fundamentalista analógica. No entanto todas essas concepções não priorizam o desenvolvimento algébrico. Pois conforme a evolução da álgebra o pensamento algébrico pode ser desenvolvido, antes mesmo de ter domínio de uma linguagem algébrica simbólica. Cristóvão e Fiorentine (2004).

A utilização da história de evolução da linguagem algébrica pode auxiliar no ensino da álgebra tornando-os mais compreensível entre os alunos.

Relatar e analisar fatos da história, junto com os alunos, poderá de certa forma construir uma ligação com a evolução da linguagem matemática. Começando, com a origem da sua palavra até as fases do seu desenvolvimento.

Os alunos irão observar que a evolução da álgebra não se deu rapidamente e sem fundamentos, podendo eles construir seu raciocínio algébrico de forma retórica, como aconteceu com os povos na antiguidade e de acordo com as intervenções dos professores partirem para a notação simbólica.

Na fase em que ocorre a mudança da linguagem corrente para a linguagem simbólica, é que muitos alunos sentem dificuldades, pois não conseguem visualizar as leis e regularidades da álgebra. Eles não aceitam que os símbolos podem representar números.

Muitos alunos até conseguem resolver expressões algébricas, mas não compreendem sua verdadeira função, resolvendo apenas mecanicamente. É importante que o professor mostre a necessidade dos símbolos.

O professor tem um papel importante na construção do conhecimento algébrico, ele deve ensinar e estimular os alunos para que eles possam construir os conceitos de variável e suas regularidades, como descreve Tinoco (2008).

Atividades que possam extrair dos alunos o seu conhecimento, são de grande valia no desenvolvimento do raciocínio algébrico.

O estudo da álgebra de acordo com Miorim, Miguel e Fiorentini (1992) até a década de 60 era predominantemente de caráter mecânico, apresentado um ensino que era solucionado através de processos.

O professor como parte do ensino deve buscar métodos de ensino que ajude na compreensão de alguns conteúdos como no caso da álgebra, onde as atividades que eles apresentarem seja de caráter a desenvolver nos alunos um raciocínio algébrico.

Como o auxílio de temas transversais na de matemática, pode-se ser introduzido o conceito de variável no estudo de funções, com temas que despertem a curiosidade dos alunos, mas que não deixe de ser entendido o principal objetivo que é a compreensão do conceito de variável.

Ao se estudar funções, o professor pode levar para sala de aula, pesquisas em que a uma relação entre grandezas, que podem sofrer variações de acordo com o contexto a ser analisado.

No estudo de grandezas, a variável surge como letras que representam situações, ou fenômenos que podem sofrer variações e mudanças. No entanto, os problemas matemáticos precisam ser resolvidos com o uso de equações, onde se deu origem à álgebra, como salienta Tinoco (2008).

Conforme as funções que à álgebra assume, vista a parti do fundamental representa para os alunos grandes dificuldades de compreensão uma vez que, só conseguem utilizar a função de resolver equações, e que as variáveis são representadas geralmente por x e y e os parâmetros por a e b, sem sequer ser mudado, ou questionado pelos alunos por que o uso apenas dessas letras. No entanto om o auxílio dos temas transversais as variáveis deixam de ser apenas representadas por x e y e passam a ser encontradas no contexto real.

Segundo Tinoco (2008, p.5), as equações podem surgir quando se tem uma função e quer saber o valor da variável independente x, que tem como imagem certo valor fixado para a variável dependente.

No método em que resolve as equações, pode ajudar aos alunos a identificar procedimentos diferentes que possibilite a compreensão desta sendo realizado.

Podendo fazer uso de balanças interativas, no intuito que o aluno perceba a relação entre os dois “pratos”, que representa os lados da equação.

Portanto as noções de função e de variável são fundamentais para uma iniciação à álgebra, devendo ser abordado no início do Ensino fundamental.

Uma vez que, irar ajudar os alunos a terem contato com procedimentos diferentes de se resolver um dado problema, pois em grande maioria é apenas exposto, a resolução de problemas através de equações, sendo elas muitas vezes o único contato que os alunos têm com a álgebra, tendo a variável um único papel a de incógnita. Não conhecendo outras concepções da álgebra, levando os alunos a resolverem mecanicamente as expressões.

Resolver determinados problemas requer que os professores ajudem aos alunos analisarem e compreenderem o que está sendo determinado, com sentido e significado do valor encontrado para a incógnita.

Capítulo 3

3.1 Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma turma do 1° semestre do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado da Paraíba, que no dia da pesquisa estavam presentes 19 alunos.

Foi também aplicada em uma escola particular, a alunos do 9° ano, no total de 8 alunos. Por sua vez eram jovens entre 13 e 16 anos.

Uma das características dos alunos do 1° semestre de licenciatura é que a primeira vista supõe-se que todos gostam e tem afinidades com esta ciência.

Porem no caso dos alunos 9° ano recai-se o fato de serem adolescentes que se encontram na fase de não se importarem muito com os estudos, em especial com a matemática, isso não quer dizer que não tem alunos interessados, mas é que eles vêm o futuro de forma mais distante, logo não conseguem se disponibiliza por inteiro aos estudos. Como no caso de alunos que ingressam a universidade, onde em sua maioria entendem que não podem perder tempo diante várias informações.

3.2 Justificativa

Este trabalho se deu pela motivação e preocupação no ensino e aprendizagem da Matemática, em especial a parte da álgebra.

Motivada por estudar e pesquisar nas literaturas algo mais do que conheço e compreendo dessa ciência tão abstrata, e que pode favorecer a entender porque a álgebra é vista de forma tão intrigante entre professores e alunos.

No entanto, essa pesquisa também está vinculada a preocupação o quanto professora do ensino Fundamental II, em verificar o alto índice de rejeição da Matemática, em especial quando se inicia o estudo da álgebra. Observa-se que os alunos em quanto estuda aritmética, se sentem mais motivados, porem ao começar as propriedades da aritmética, onde se inicia uma generalização com símbolos algébricos, os alunos tendem a ficar receosos diante de letras que representam números.

Algumas literaturas mostram que à álgebra vem sendo um dos instrumentos para o declínio da aprendizagem Matemática. Mas algumas, no entanto, mostram que o raciocínio algébrico, precisa ser desenvolvido com a participação ativa do professor, através de metodologias didáticas, que possam auxiliar no desenvolvimento do raciocínio algébrico, dos alunos.

3.3 Objetivos

Este trabalho tem por finalidade averiguar através das literaturas como se concede o desenvolvimento do raciocínio algébrico, e verificar através de um questionário de forma a analisar se os alunos respondem conforme um raciocínio algébrico desenvolvido ao longo das séries anteriores e também verificar de maneira quantitativa se conseguem resolver o máximo de perguntas possíveis. Dessa maneira possamos avaliar o nível de abstração de alunos do 1° semestre, do 1º ano do curso de licenciatura e Matemática e relacionar com o raciocínio de alunos do 9° ano do fundamental II.

3.4. Descrição e Análise dos Dados obtidos na Pesquisa.

Por percebemos que a falta de um bom raciocínio algébrico atravessa todos os níveis de escolaridade, desde o ensino fundamental até a universidade. Então, resolvemos verificar isso na universidade, considerando que os alunos desse nível têm toda uma experiência acumulada com álgebra por longos anos. Assim, nos questionamos:

1) Que experiências de raciocínio algébrico esses alunos construíram ao longo do ensino Fundamental e Médio?
2) Tais experiências são suficientes para que eles possam frequentar com sucesso o ensino superior?

Teve também a participação de uma turma do 9° ano do fundamental II, procurando perceber se os mesmos já tinham um desenvolvimento algébrico, uma vez que, passaram pelas construções da álgebra, nas séries anteriores. Logo podemos contestar:

1) Que experiências de raciocínio algébrico esses alunos construíram no decorrer das séries anteriores?
2) Tais experiências são suficientes para que eles possam frequentar o 9° Ano com sucesso, uma vez que a álgebra estará presente ao longo da série?

Diante de tais preocupações, foi que então aplicamos um questionário a alunos do 1° semestre de um curso de Licenciatura plena em Matemática, que na verdade são alunos recentes do ensino Médio. E, a alunos do 9° ano do fundamental.

O questionário continha 12 perguntas, todas retiradas do livro didático* (ver anexo1). Que requeria dos alunos, conhecimentos de calculo algébrico, generalizações com símbolos algébricos, conhecimento sobre perímetro de polígonos e raciocínio. Uma vez que, por serem oriundos do fundamental e médio, acreditamos serem capazes de responder ao questionário referido.

---

*Livro didático Sistema de Ensino luz do saber: Matemática: 8° ano/ Silveira e Marques, (2007).

3.4.1 Descrição.

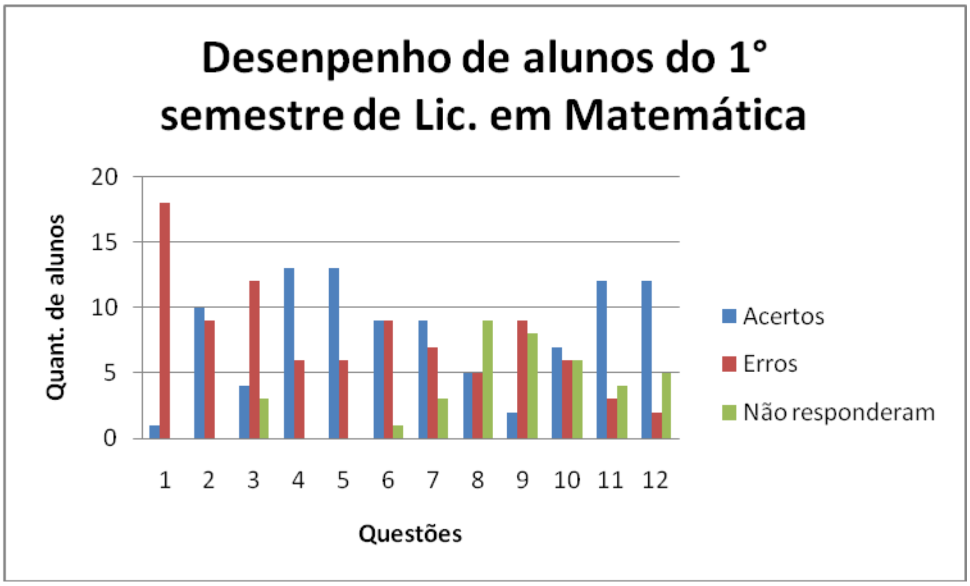
O questionário aplicado foi o mesmo, a alunos de nível de escolaridade diferentes, sendo que alguns eram alunos do 1° semestre do curso de licenciatura plena, onde responderam 19 alunos e outros eram 8 alunos do 9° ano do fundamental II.

Na análise, qualitativamente, as questões foram observadas se os alunos responderam usando um raciocínio algébrico, conforme o que se pretendia cada questão ou se os mesmos se aproximaram vinculando à álgebra com a aritmética. E, de maneira quantitativa, verificar se os alunos conseguiram responder as questões corretamente, independentes do raciocínio usado, algebricamente ou aritmeticamente.

Com o auxilio dos gráficos (Fig. 1) e (Fig. 2) e das tabelas 1 e 2, pode-se observar, a análise quantitativa, em relação ao desempenho dos alunos em cada questão.

Questões	Acertos	Erros	Não responderam
1	1	18	---
2	10	9	---
3	4	12	3
4	13	6	---
5	13	6	---
6	9	9	1
7	9	7	3
8	5	5	9
9	2	9	8
10	7	6	6
11	12	3	4
12	12	2	5

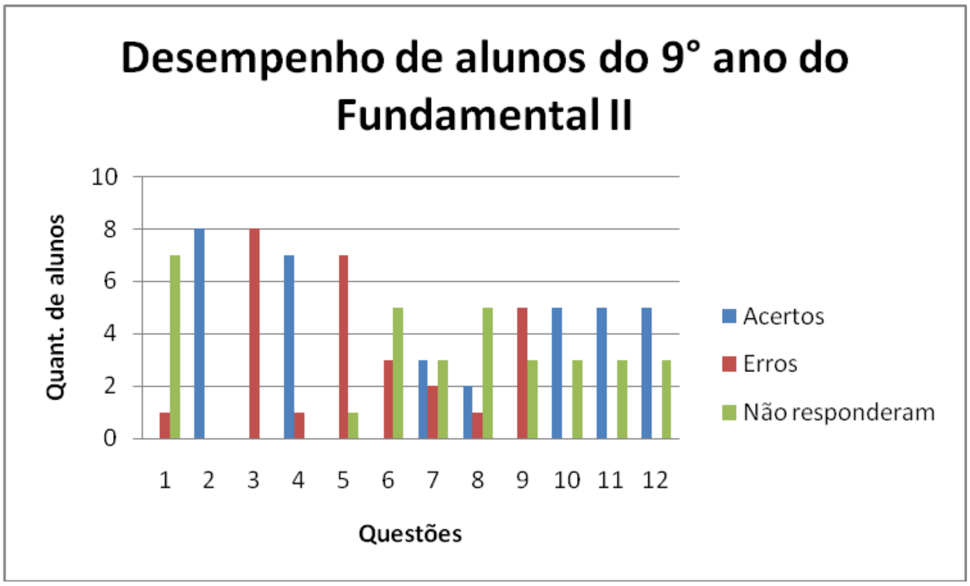
Tabela 1. Alunos do Curso de Lic. Em Matemática



(Fig.1)

Questões	Acertos	Erros	Não responderam
1	---	1	7
2	8	---	---
3	---	8	---
4	7	1	---
5	---	7	1
6	---	3	5
7	3	2	3
8	2	1	5
9	---	5	3
10	5	---	3
11	5	---	3
12	5	---	3

Tabela 2. Alunos do 9° ano do fundamental II.



(Fig.2)

Os gráficos nos mostram de forma quantitativa as diferenças de desempenho entre alunos do fundamental e da graduação. Uma vez que os alunos do 9° ano estão mais acessíveis aos conhecimentos do fundamental, em relação aos alunos da graduação, onde se percebe que a maioria concluiu o fundamental há alguns anos. No entanto, eles da graduação possuem uma álgebra teoricamente mais sólida. Já passaram por vários estágios da álgebra.

Embora a quantidade de alunos não fosse igual nas duas turmas, à análise mostra em algumas questões o desenvolvimento dos alunos do 9° ano em relação aos da graduação mais aprimorado, uma vez que os alunos do curso de licenciatura deveriam ter um raciocínio mais elaborado que os alunos do 9° ano, além do que estão em um curso de Lic. Plena Matemática, onde se se espera que tenham um maior domínio nos conteúdos de álgebra.

3.4.2 Análise Qualitativa dos dados.

Na análise qualitativa observou os procedimentos distintos que os alunos tiveram, diante dos problemas. Procurando verificar se através das soluções apresentadas os alunos usaram métodos da álgebra que implicam em um raciocínio algébrico.

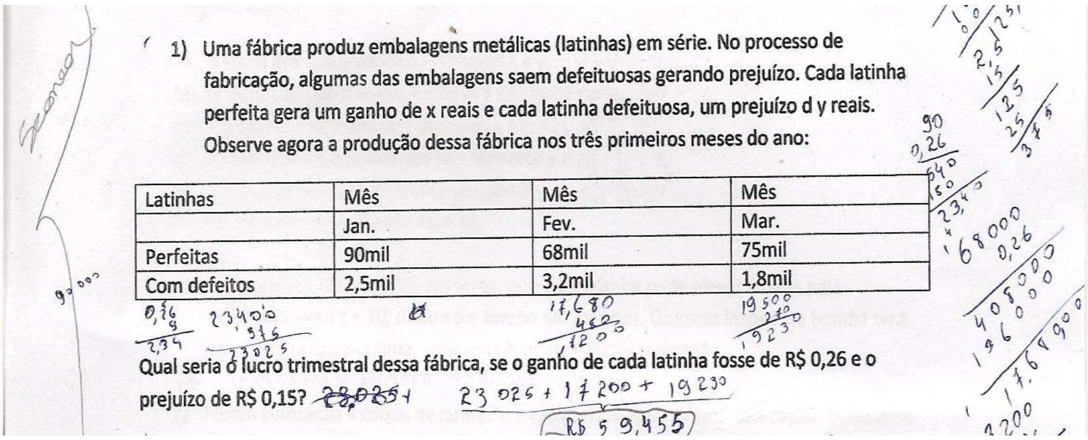
Responderam 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano. Podemos atentar, pela verificação das tabelas correspondente a cada questão.

- Questão 1, (ver anexo 1). Responderam 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	---	---
Métodos aritméticos	1	---
Outros métodos	---	---

Tabela 3

Foi observado que os alunos da graduação na grande maioria não conseguiram solucionar o problema. No entanto um aluno resolveu, usando apenas a aritmética, sem que houvesse um raciocínio algébrico.


1) Uma fábrica produz embalagens metálicas (latinhas) em série. No processo de fabricação, algumas das embalagens saem defeituosas gerando prejuízo. Cada latinha perfeita gera um ganho de x reais e cada latinha defeituosa, um prejuízo d y reais. Observe agora a produção dessa fábrica nos três primeiros meses do ano:

Latinhas	Mês	Mês	Mês
	Jan.	Fev.	Mar.
Perfeitas	90mil	68mil	75mil
Com defeitos	2,5mil	3,2mil	1,8mil

Qual seria o lucro trimestral dessa fábrica, se o ganho de cada latinha fosse de R$ 0,26 e o prejuízo de R$ 0,15? 23 025 + 17 200 + 19 230

R$ 59.455

Registro1 de aluno.

Já os alunos do 9° ano, apenas um tentou responder, mas também pelo raciocínio aritmético, mas não obtendo êxito.

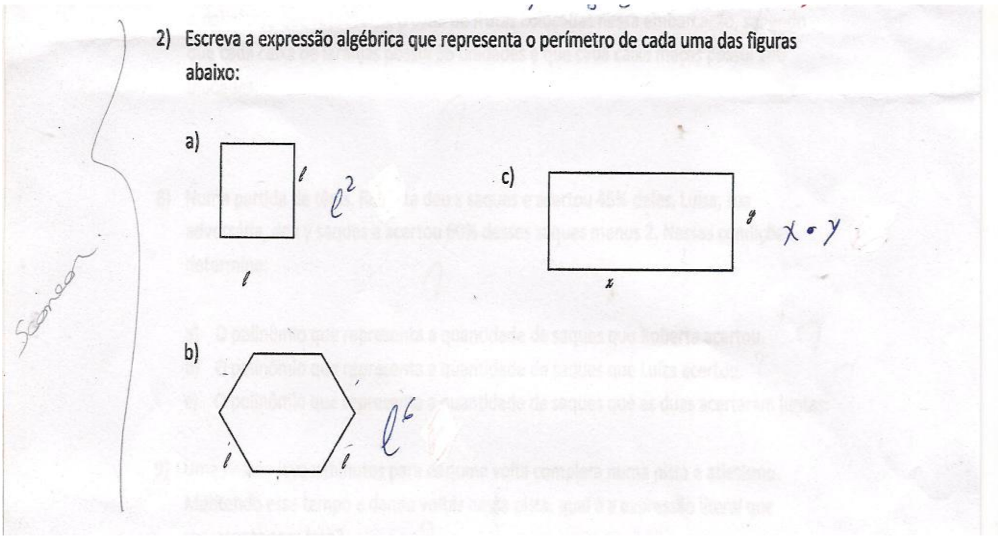
- Questão 2,(ver anexo 1). Responderam ao questionário19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	10	8
Métodos aritméticos	---	---
Outros métodos	---	---

Tabela 4

Os alunos precisavam expressar o perímetro dos polígonos, com uma expressão algébrica.

Porém em relação aos alunos da graduação, observou-se em alguns casos que os alunos não diferenciaram perímetro de área de um polígono. Mas, mesmo assim responderam usando um raciocínio algébrico.



Registro2 de aluno.

Por sua vez, os meninos do 9° ano, todos responderam a questão, com se pretendia, expressando o raciocínio algébrico, através do perímetro da figura.

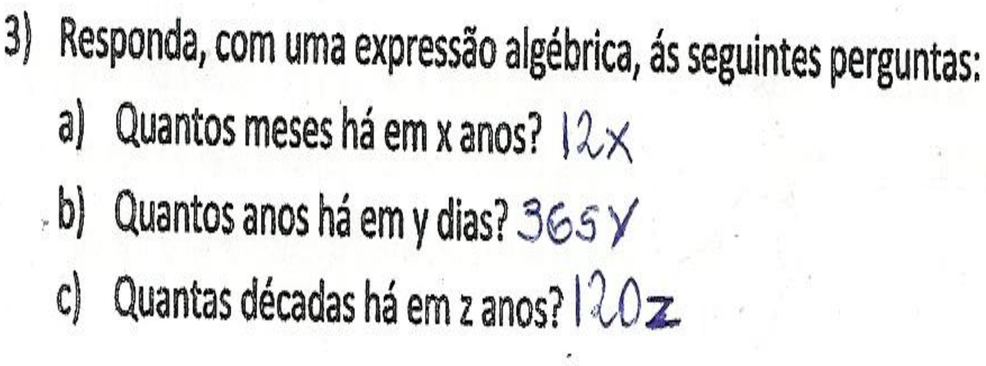
- Questão 3, (ver anexo 1). Responderam o questionário 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	4	---
Métodos aritméticos	---	---
Outros métodos	---	---

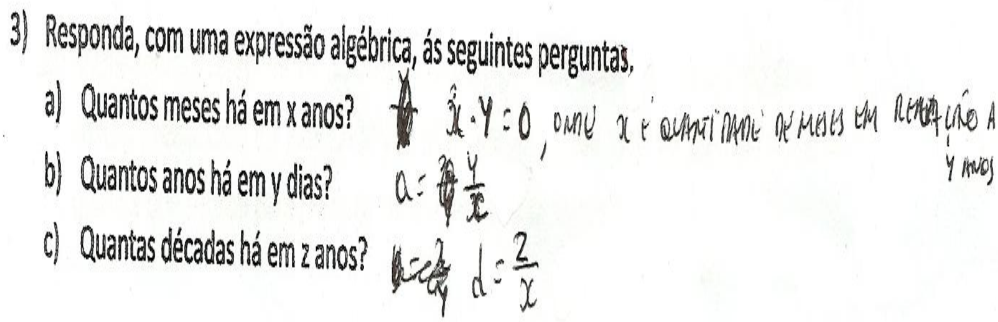
Tabela 5

Essa questão esperava-se que os alunos respondessem através de símbolos algébricos, as generalizações, porém apenas 4 alunos da graduação conseguiu de maneira algébrica solucionar a questão.

No entanto, pode-se averiguar que os outros alunos, não compreenderam na interpretação de representar medidas de tempo.


3) Responda, com uma expressão algébrica, ás seguintes perguntas:
a) Quantos meses há em x anos? 12x
b) Quantos anos há em y dias? 365y
c) Quantas décadas há em z anos? 120z

Registro 3 de aluno.


3) Responda, com uma expressão algébrica, ás seguintes perguntas.
a) Quantos meses há em x anos? $x \cdot y = 0$, onde x é quantidade de meses em relação a y anos
b) Quantos anos há em y dias? $a = \frac{y}{x}$
c) Quantas décadas há em z anos? $d = \frac{2}{x}$

Registro 4 de aluno.

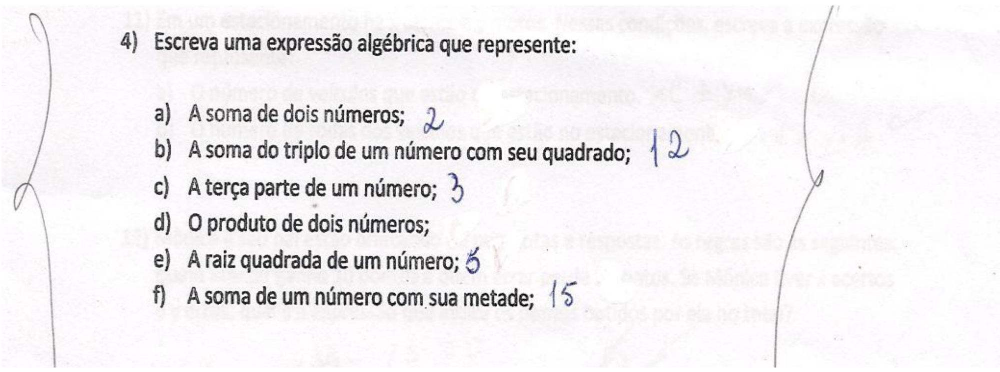
- (Questão 4,(ver anexo 1). Responderam 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	13	7
Métodos aritméticos	---	---
Outros métodos	---	---

Tabela 6

Nessa questão, esperava-se que os alunos respondessem através de símbolos da álgebra, as expressões que se apesentavam de forma retorica.

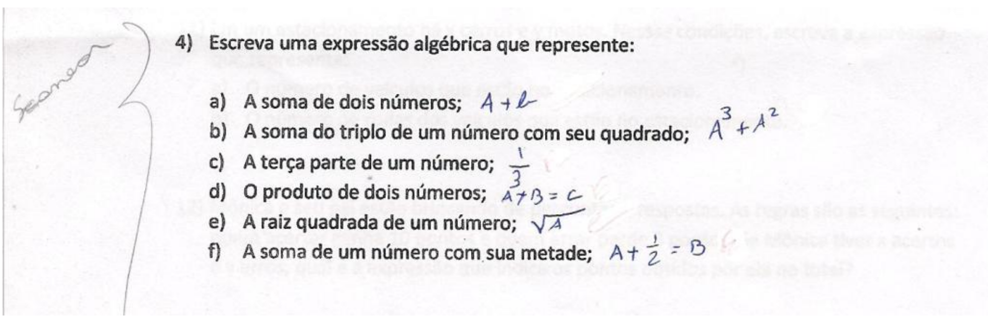
Na análise verifica-se que alguns alunos da graduação e os alunos do 9° ano, tiveram as mesmas dificuldades. Em vez de representar algebricamente, expressaram com números já conhecidos, uma vez que eram para se representar valores desconhecidos (Registro 5) e outros apresentam dificuldades em diferenciar múltiplos de potências (Registro 6).



4) Escreva uma expressão algébrica que represente:

a) A soma de dois números; 2
b) A soma do triplo de um número com seu quadrado; 12
c) A terça parte de um número; 3
d) O produto de dois números;
e) A raiz quadrada de um número; 5
f) A soma de um número com sua metade; 15

Registro 5, de aluno.



4) Escreva uma expressão algébrica que represente:

a) A soma de dois números; $A+2$
b) A soma do triplo de um número com seu quadrado; A^3+A^2
c) A terça parte de um número; $\frac{1}{3}$
d) O produto de dois números; $A+B=C$
e) A raiz quadrada de um número; $\sqrt{A}$
f) A soma de um número com sua metade; $A+\frac{1}{2}=B$

Registro 6, de aluno.

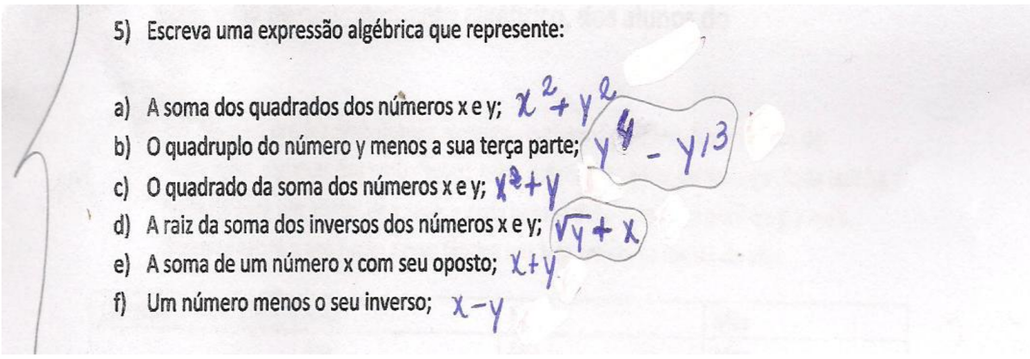
- Questão 5, (ver anexo 1). Responderam ao questionário 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	13	---
Métodos aritméticos	---	---
Outros métodos	---	---

Tabela 7

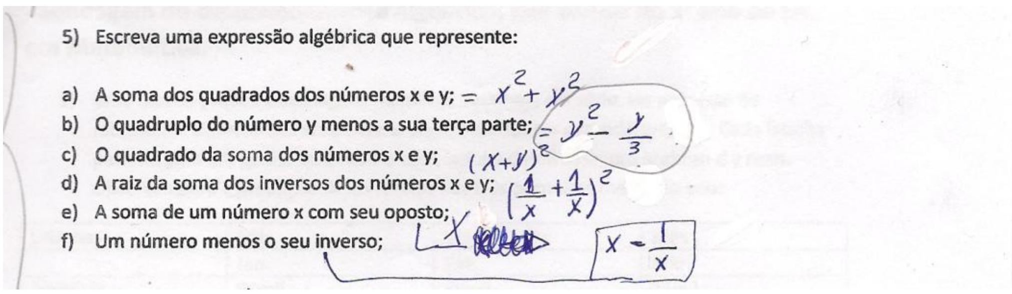
Identifica-se também uma falta de compreensão dos alunos, tanto da graduação como do 9° ano, nas operações aritméticas, como no caso de diferenciar múltiplos de potência, inverso de oposto, Registro 5 e 6, dos alunos.

Uma vez que, as operações em álgebra são as mesmas, só com a diferença de se trabalhar com variáveis.


5) Escreva uma expressão algébrica que represente:

a) A soma dos quadrados dos números x e y; x^2+y^2
b) O quadruplo do número y menos a sua terça parte; $y^4 - y/3$
c) O quadrado da soma dos números x e y; x^2+y
d) A raiz da soma dos inversos dos números x e y; $\sqrt{y}+x$
e) A soma de um número x com seu oposto; $x+y$
f) Um número menos o seu inverso; $x-y$

Registro 7, de aluno.


5) Escreva uma expressão algébrica que represente:

a) A soma dos quadrados dos números x e y; $= x^2+y^2$
b) O quadruplo do número y menos a sua terça parte; $= y^2 - \frac{y}{3}$
c) O quadrado da soma dos números x e y; $(x+y)^2$
d) A raiz da soma dos inversos dos números x e y; $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\right)^2$
e) A soma de um número x com seu oposto;
f) Um número menos o seu inverso; $\boxed{x - \frac{1}{x}}$

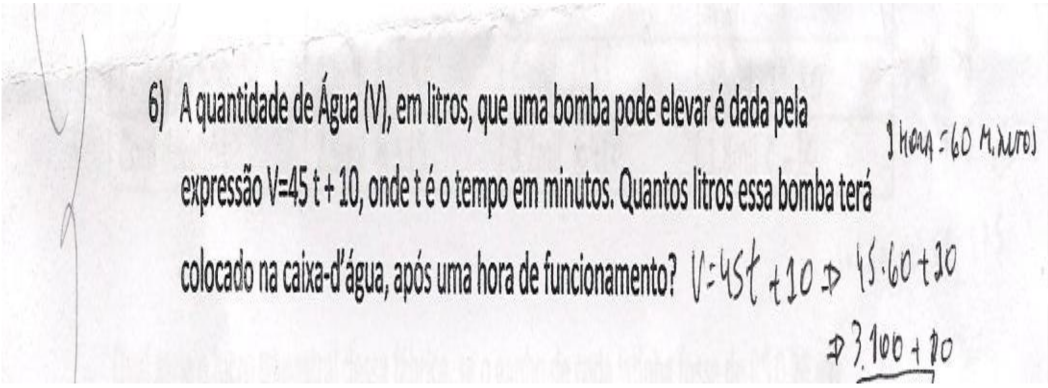
Registro 8, de aluno.

- Questão 6, (ver anexo 1). Responderam ao questionário 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	9	---
Métodos aritméticos	---	---
Outros métodos	---	---

Tabela 8

Essa questão requeria-se o entendimento de proporcionalidade, para se transformar o valor inicial da variável. Porém muitos alunos não responderam de maneira correta, por não transformarem a variável, e outros por errarem os cálculos aritméticos.


6) A quantidade de Água (V), em litros, que uma bomba pode elevar é dada pela expressão V=45 t + 10, onde t é o tempo em minutos. Quantos litros essa bomba terá colocado na caixa-d'água, após uma hora de funcionamento? $V=45t+10 \Rightarrow 45 \cdot 60+10$

1 hora = 60 minutos

$\Rightarrow 3.100+10$

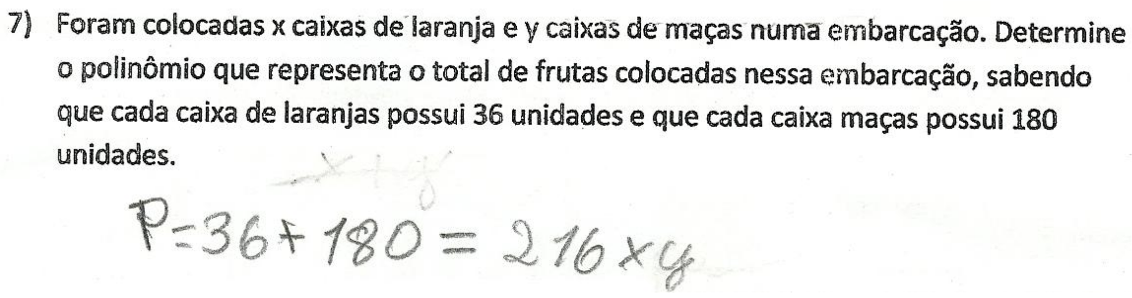
Registro 9, de aluno.

- Questão 7, (ver anexo 1). Responderam 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	9	3
Métodos aritméticos	---	---
Outros métodos	---	---

Tabela 9

Percebemos que partir dessa questão, os alunos recorreram a utilização do fechamento, visto nas propriedades da aritmética, observando que eles são presos ao raciocínio dos cálculos numéricos, tentando sempre encontrar um valor numérico para a expressão.

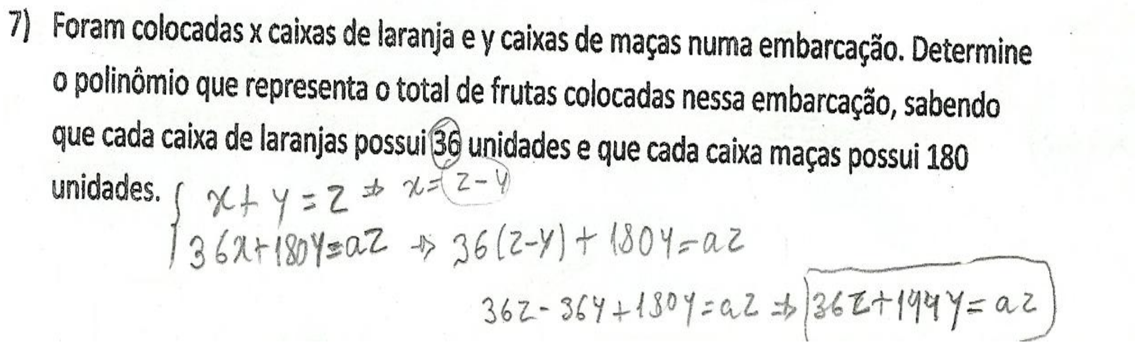


7) Foram colocadas x caixas de laranja e y caixas de maças numa embarcação. Determine o polinômio que representa o total de frutas colocadas nessa embarcação, sabendo que cada caixa de laranjas possui 36 unidades e que cada caixa maças possui 180 unidades.

$x + y$

$P = 36 + 180 = 216xy$

Registro 10, de aluno.



7) Foram colocadas x caixas de laranja e y caixas de maças numa embarcação. Determine o polinômio que representa o total de frutas colocadas nessa embarcação, sabendo que cada caixa de laranjas possui 36 unidades e que cada caixa maças possui 180 unidades.

$$\begin{cases} x + y = z \Rightarrow x = z - y \\ 36x + 180y = az \Rightarrow 36(z-y) + 180y = az \end{cases}$$

$$36z - 36y + 180y = az \Rightarrow \boxed{36z + 144y = az}$$

Registro 11, de aluno.

- Questão 8, (ver anexo). Responderam ao questionário 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	5	2
Métodos aritméticos	---	---
Outros métodos	---	---

Tabela 10

Os métodos de resolução foram em sua maioria o algébrico, mais se verificou como nos casos anteriores que os alunos sentem dificuldades em relação aos assuntos estudados no ensino da aritmética, como no caso de porcentagem de um valor. Nota-se que não está fixado, este conteúdo que é de grande importância tanto na vida escolar, como para vida pessoal. Os registros dos alunos abaixo mostram bem a falta de compreensão nos conteúdos de aritmética.

8) Numa partida de tênis, Roberta deu x saques e acertou 45% deles. Luísa, sua adversária, deu y saques e acertou 60% desses saques menos 2. Nessas condições, determine:

a) O polinômio que representa a quantidade de saques que Roberta acertou. 2
b) O polinômio que representa a quantidade de saques que Luíza acertou. 7
c) O polinômio que representa a quantidade de saques que as duas acertaram juntas: 8

Registro 12, de aluno.

8) Numa partida de tênis, Roberta deu x saques e acertou 45% deles. Luísa, sua adversária, deu y saques e acertou 60% desses saques menos 2. Nessas condições, determine:

a) O polinômio que representa a quantidade de saques que Roberta acertou. $\Rightarrow \frac{9x}{20}$
b) O polinômio que representa a quantidade de saques que Luíza acertou. $\longrightarrow \frac{3y}{5} - 2$
c) O polinômio que representa a quantidade de saques que as duas acertaram juntas:
$\frac{9x}{20} + \frac{3y}{5} - 2 \Rightarrow \frac{9x+12y-20}{20} \Rightarrow 9x+12y-20$

Registro 13, de aluno.

8) Numa partida de tênis, Roberta deu x saques e acertou 45% deles. Luísa, sua adversária, deu y saques e acertou 60% desses saques menos 2. Nessas condições, determine:

a) O polinômio que representa a quantidade de saques que Roberta acertou. $x = 45$
b) O polinômio que representa a quantidade de saques que Luíza acertou. $y = 60 - 2$
c) O polinômio que representa a quantidade de saques que as duas acertaram juntas: $x + y = 45 + 60 - 2$

Registro 14, de aluno.

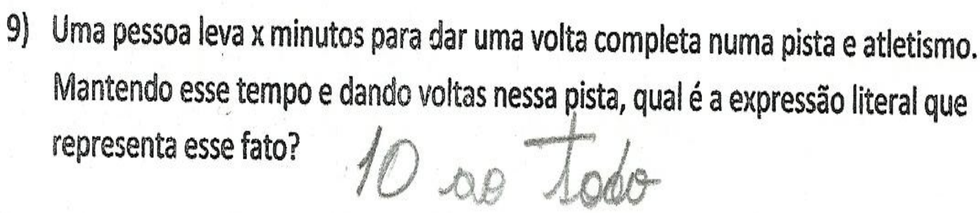
- Questão 9, (ver anexo). Responderam ao questionário 19 alunos da graduação e 8 alunos do 9° ano.

	Alunos da graduação	Alunos do 9° ano
	Respostas corretas	Respostas corretas
Métodos algébricos	2	---
Métodos aritméticos	---	---
Outros métodos	---	---

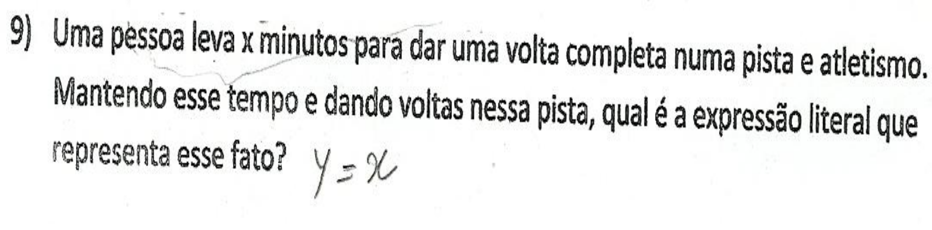
Tabela 11

Pode-se observar que a questão não foi bem compreendida pelos alunos, uma vez que ela não trazia nenhum dado numérico. Podendo ser esse o fator de tantos erros.

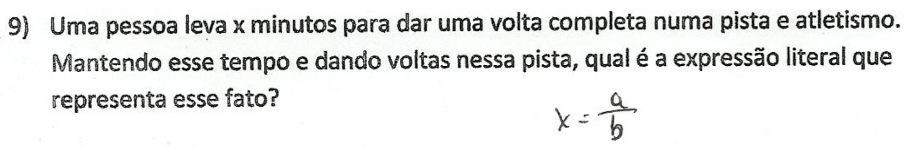
Analisado assim, que eles não conseguem obter um pensamento totalmente algébrico. Como pode ser visto no registro 13.


9) Uma pessoa leva x minutos para dar uma volta completa numa pista e atletismo. Mantendo esse tempo e dando voltas nessa pista, qual é a expressão literal que representa esse fato? 10 ao todo

Registro 15, de aluno.


9) Uma pessoa leva x minutos para dar uma volta completa numa pista e atletismo. Mantendo esse tempo e dando voltas nessa pista, qual é a expressão literal que representa esse fato? $y = x$

Registro 16, de aluno.


9) Uma pessoa leva x minutos para dar uma volta completa numa pista e atletismo. Mantendo esse tempo e dando voltas nessa pista, qual é a expressão literal que representa esse fato? $x = \frac{a}{b}$

Registro 17, de aluno.