**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA**
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

JANAINA CARDOSO DA SILVA

# OBSTÁCULOS COM OS NÚMEROS INTEIROS E A CALCULADORA

Campina Grande/PB
2011

JANAINA CARDOSO DA SILVA

# OBSTÁCULOS COM OS NÚMEROS INTEIROS E A CALCULADORA

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Profª Drª Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande/PB
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S586o Silva, Janaína Cardoso da.

Obstáculos com os números inteiros e a calculadora [manuscrito] / Janaína Cardoso da Silva. – 2011.

54 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Tecnológicas, 2010.

"Orientação: Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros, Departamento de Matemática e Estatística".

1. Ensino de Matemática. 2. Aprendizagem. 3. Discalculia. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

JANAINA CARDOSO DA SILVA

# OBSTÁCULOS COM OS NÚMEROS INTEIROS E A CALCULADORA

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

MONOGRAFIA APROVADA EM: 17 de Junho de 2011

BANCA EXAMINADORA

Kátia Maria de Medeiros

Profª Drª Kátia Maria de Medeiros
Departamento de Matemática– CCT/UEPB
Orientadora

José Lamartine da C. Barbosa

**Prof º Drn José Lamartine da Costa Barbosa**
Departamento de Matemática– CCT/UEPB
Examinador

Aníbal de Menezes Maciel

**Prof º Msc Aníbal de Menezes Maciel**
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

Dedico este trabalho primeiramente a Deus por me fazer existir, a meus pais, Ana e José, pelo o apoio em todos os momentos de minha vida, a meu namorado Alberto, a meus irmãos, Juliana e Janiel e a todos os meus colegas que de alguma forma contribuíram para o término do mesmo.

# AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me ajudado a vencer os obstáculos e me dado força para conseguir ser um vencedor nesta dura jornada universitária.

A meus pais pela educação e força que deram em todos os momentos que necessitei, por mais difíceis que fosse e em todos os momentos de minha vida.

A meu namorado pelo encorajamento e apoio durante os momentos difíceis, fortalecendo-me para continuar a caminhada.

A professora e orientadora Kátia Maria Medeiros pelo grande auxilio durante o desenvolvimento deste trabalho e pela excelente forma de me orientar para a conclusão do mesmo.

Aos demais professores do CCT e aos meus colegas de classe pela união e determinação em conjunto.

Enfim, a todas as pessoas que contribuíram de várias formas para a conclusão deste trabalho e do curso.

O que a sociedade acrescenta aos meios naturais é o propósito de atuar sobre estes por meio de procedimentos técnicos ou culturais. Em consequência, são imagens de causalidade e uma representação das coisas que os dados imediatos da experiência abordam; e tais imagens, não podendo ter outro suporte atual além de simulacros ou da linguagem, tem, da mesma forma que estes últimos, como condição essencial da existência de um agrupamento estável de indivíduos, uma sociedade organizada. **( Henri Wallon)**

# RESUMO

Compreender os números inteiros e seus obstáculos com a calculadora tornou-se fundamental para a compreensão da Matemática no Ensino fundamental. Sendo que a realidade da escola ainda é um obstáculo quanto ao uso da máquina como auxiliar do ensino da resolução de problemas com números inteiros. Portanto, esta pesquisa teve como objetivo geral compreender as operações de multiplicação e divisão na resolução de problemas com Números Inteiros, utilizando a calculadora como recurso didático, e como objetivos específicos ensinar os alunos a utilizar a calculadora básica para a sua exploração nas aulas de Matemática, identificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas de multiplicação e divisão com Números Inteiros, utilizar a calculadora como mediadora na compreensão da representação dos Números Inteiros. Foi utilizada a metodologia de resolução de problemas para as análises de aulas. A mesma foi feita em uma Escola Estadual, na cidade de Alagoa Nova, na Paraíba e realizada no período de Abril e Maio de 2011. A pesquisa apontou bons resultados quanto ao trabalho do conteúdo dos números inteiros com resolução de problemas e tendo como mediadora a calculadora.

**Palavras Chave:** Números inteiros; Calculadora Básica; Resolução de Problemas; Ensino Fundamental.

## ABSTRACT

Understanding integers and their obstacles with the calculator became fundamental to the understanding of Mathematics in Elementary school. Since the reality of school is still an obstacle to the use of the machine as an aid to teaching problem solving with whole numbers. Therefore, this research aimed to understand the operations of multiplication and division to solve problems with whole numbers, using the calculator as a teaching resource, and as specific objectives to teach students to use the basic calculator for your exploration in mathematics classes Identify students' difficulties in solving problems of multiplication and division with whole numbers, use the calculator as a mediator in understanding the representation of whole numbers. We used the methodology of solving problems for the analysis of lessons. The same was done at a state school in the city of Alagoa Nova, Paraíba and held during April and May 2011. The survey showed good results in the contents of working with whole numbers and problem solving as a mediator with the calculator



**Key Words**: Integers; Calculator Basic; Troubleshooting; Elementary School.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

# INDÍCE

# 1.0 INTRODUÇÃO

Minimizar os obstáculos com uso da calculadora e os números inteiros, trabalhando com a metodologia resolução de problemas é de fundamental importância para o aprendizado da Matemática e sua aplicação no cotidiano. Porém ainda não está sendo bem trabalhada na realidade da escola tradicional.

Com isso, nesta pesquisa foi problematizado o conteúdo dos números inteiros usando a calculadora como mediadora na resolução e estreitando os obstáculos com relação ao mesmo.

Iniciamos o trabalho com uma revisão literária mostrando os aspectos históricos com os números inteiros e a calculadora, bem como os obstáculos epistemológicos referentes a eles e as possibilidades do uso da calculadora em sala de aula.

Em seguida, foram exploradas algumas possibilidades dos números inteiros com a calculadora. No capítulo seguinte, expomos os objetivos, a metodologia e as análises das aulas.

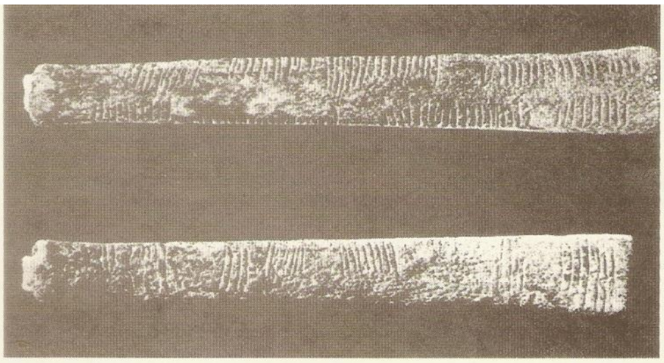
Por fim, foram apresentadas a conclusão e a biografia de Diofanto.

# 2.0 REVISÃO DE LITERATURA

## 2.1 ASPECTOS HISTÓRICOS DOS NÚMEROS INTEIROS E DAS CALCULADORAS

Segundo Eves (2004) O conceito de número e o processo de contar desenvolveram-se, segundo pesquisas arqueológicas, há uns 50 000 anos tendo as suas particularidades na maneira como administravam tal método. O que se sabe ao certo é que as espécies humanas tinham noção ou senso numérico sobre o conhecimento do *mais* e *menos* ao acrescentar ou retirar alguns objetos de representações numéricas com senso de contagem.

A espécie humana, de acordo com o autor, sentiu a necessidade de administrar o sistema de contagem para controlar os seus rebanhos de carneiros. Com isso, é provável que, mesmo de forma precária, a antiga maneira de contar empregava uma correspondência biunívoca. Um dos métodos de contagem eram as ranhuras em barro, pedra ou ossos e mais tarde desenvolveram um arranjo de sons vocais para expressar verbalmente os objetos de um pequeno grupo.



*Duas vistas do osso Isbango, com mais de 8000 anos de idade, encontrado em Isbango, às margens do lago Edward, no Zaire, mostrando números preservados por meio de entalhes no osso* (Dr. de Heinzelin)

Figura 1 - Duas vistas do osso Isbango, mostrando números preservados por meio de entalhes no osso

Ao torna-se necessário efetuar contagens mais extensas, segundo o autor, houve uma sistematização no processo de contar; dispondo de números em pequenos grupos básicos, tendo cada grupo uma ordem de grandeza determinada por cada correspondência empregada.

Em consequência do desenvolvimento do conceito de número e evolução da própria Matemática surgiram os números negativos, aparecendo pela primeira vez na China antiga. Lá os chineses estavam acostumados a calcular com duas coleções de barras - vermelha para os números positivos e preta para os números negativos. No entanto, não aceitavam inicialmente a ideia de um número negativo poder ser solução de uma equação ou outro problema qualquer. Aos poucos os Matemáticos indianos descobriram os números negativos quando tentavam formular um algoritmo para a resolução de equações quadráticas, e como consequência os números negativos começaram, mesmo com seus atropelos, a desenvolver-se pelo mundo (Eves,2004. Boyer,1996).

Além de vários tipos de correspondências foram desenvolvidos modelos de computação, assinala o autor, ainda que primitiva e usada hoje na aritmética elementar servisse de auxiliares na realização de multiplicações e divisões, encontrando algumas dificuldades em encontrar materiais adequados à escrita. Por volta do ano 650 a.c, os egípcios criaram um material de escrita chamado de papiro, este material foi produzido de um junco aquático chamado de papu.

Outro material de escrita primitivo foram os pergaminhos, feitos de peles de carneiros e cordeiros. Estas criações de materiais de escrita, segundo o autor, ainda tornavam precárias e dificultosas os cálculos aritméticos. Tais dificuldades foram reduzidas quando foi descoberto um meio de contorná-las com a invenção do ábaco (o grego abax,"tabuleiro de areia). Este instrumento, por sua vez, pode ser considerado o mais antigo instrumento de computação mecânica usado pelo homem. Com a invenção do ábaco, afirma o autor, as multiplicações e divisões tornaram-se mais interessantes e viáveis aos seus manuseadores.

Figura 2 - Fotos de modelos de calculadoras

Com o avanço das tecnologias computacionais foram desenvolvidas as máquinas eletrônicas de calcular conhecidas como calculadoras, estas por sua vez, sofrem grande resistência com relação ao seu uso nas salas de aula de Matemática por parte dos professores, pais, legisladores e até mesmo pelos alunos. O fato de tais pessoas não aceitarem o seu uso está na hipótese de inibir o raciocínio do aluno tornando-o mais acomodado à pensar matematicamente, em contrapartida não existe nenhuma pesquisa que possa da ênfase a ideia do seu não uso.

Esta enorme resistência quanto ao uso da calculadora é reflexo do conservadorismo de muitas pessoas em meio a uma sociedade tecnológica e uma falta de visão sobre o avanço das tecnologias e sua introdução em vários pontos da vida cotidiana do cidadão. Segundo D'Ambrósio (2003) o progresso tecnológico, científico e social só ocorre se a sociedade se adequar aos meios tecnológicos disponíveis. Portanto, a sua não aceitação se torna injustificável já que os recursos estão tornando-se cada dia mais viáveis.

Outro fator importante é a forte influência que a pobreza tem sobre o ensino com recursos tecnológicos, pois a falta de condições financeiras para a compra do mesmo distancia muitos alunos das tecnologias e, consequentemente, afasta-os de sua inserção na sociedade moderna, transferindo a atenção para um problema bem mais antigo e mais grave que é a pobreza. Dessa forma, a criança será preparada para utilizar tecnologia ultrapassada, não acompanhando os seus avanços em meio a uma sociedade tecnológica.

Por fim, apesar dos vários obstáculos encontrados sobre o uso da calculadora, o seu uso já tem um avanço significativo na educação e na sociedade em geral, uma vez que as exigências impostas pela sociedade são enormes e os níveis de qualificação estão aumentando a cada dia. Portanto, não justificativas para continuar com uma resistência em usar tecnologias como auxiliar no ensino e nas salas de aulas de Matemática.

## 2.2. OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E NÚMEROS INTEIROS

Segundo Brousseau (1983 apud Baldino 1996), os conhecimentos dos alunos podem constituir fontes de dificuldades no processo de aprendizagem de novos conhecimentos. Logo, o obstáculo epistemológico apresenta uma maior dificuldade de ser compreendido pelos alunos, tentando compreender o seu papel diante da aprendizagem e suas consequências.

De acordo com Almouloud (2007), pesquisadores em ciências humanas buscam compreender as possíveis condições em que as crianças possam adquirir conhecimentos e quais os melhores caminhos para a facilitação na construção desses conhecimentos. Tais questões, para o autor, também serviram de focos para os estudos para Piaget. Uma delas tinha como base a noção de desequilíbrio. Essa visão afirmava que o conhecimento saía de um estado equilibrado passando por fases transitórias, onde os conhecimentos anteriores funcionam bem.

Os obstáculos epistemológicos mostram, conforme afirma Almouloud (2007), através de resultados de pesquisas, que, às dificuldades na aprendizagem de alguns conceitos matemáticos se dá de acordo com o tratamento que o professor considera o erro do aluno, dessa forma cria-se as concepções da “cabeça vazia” e da “massa mole”.

Para o autor, as duas concepções, na maioria dos casos, são trabalhados de forma errônea. Na concepção de “cabeça vazia”, considera-se que o conhecimento ainda não está completamente construído e, portanto, ocorre o erro por parte do aluno; enquanto na concepção de “massa mole” convém ao professor buscar corrigir a raiz do erro e não mostrar de forma direta a “maneira certa”. Tais problemáticas são constituídas da complexidade no processo de construção do conhecimento e as diversas concepções que os professores têm sobre o que é aprender. Desse modo, na aprendizagem dos conceitos matemáticos, os alunos utilizam, na tentativa de resolver problemas, as noções básicas já conhecidas ligando à conteúdos dentro e fora da disciplina. Assim, adotam a concepção construtivista encontrada nos trabalhados de Piaget e Bachelard, em que o “direito ao erro” é dado aos alunos e assim buscam situações onde tornam os erros necessários para a aprendizagem e construção do saber.

Pesquisadores da Didática da Matemática consideram erro como sendo uma expressão ou manifestação explícita de um conjunto de concepções espontâneas, tornando-se obstáculos na aquisição e no domínio de novos conceitos, tendo como principais objetivos o estudo das condições a serem consideradas em situações problemas propostas aos alunos, induzindo-os para a aparição ou rejeição de novas concepções.

Segundo Almouloud (2007), observando que os obstáculos se manifestam no insucesso da resolução de problemas, nota-se nos mesmos uma resistência e por vez, um surgimento depois de algum tempo em que o indivíduo tenha rejeitado o modelo de problemática adotado. De acordo com o autor, os obstáculos, surgem de acordo com alguns fatores, tais como uma abusiva generalização, a intensa formalização como é expressa os conteúdos, a não contextualização dos assuntos, dentre outros fatores. Estes obstáculos são reflexos das dificuldades encontradas na concretização da história sobre a compreensão e utilização de novos conceitos, desde séculos atrás. Neste sentido, afirma Baldino (1996):

> as dificuldades de compreensão dos números inteiros são antigas... Suas justificativas articulam-se em torno de significantes como instrução, visualização, explicação, convencimento, automatização, extensão, regras, modelo. (p.5)

Assim, formam-se as concepções epistemológicas onde afirma que o conhecimento se transmite por comunicação, cabendo ao professor a função de induzir o aluno à aquisição do conhecimento, levando em consideração os seus conhecimentos prévios sobre algum conteúdo a ser estudado. Com isso, também deve-se ser trabalhado os erros, pois estes revelam muitos pontos a respeito do saber e os principais obstáculos sobre o conteúdo em questão, neste caso, os números negativos.

Estudiosos como Glaeser (1981) e Schubring (1986) (apud Almouloud, 2007) fizeram em suas pesquisas, análises de alguns conteúdos considerados por professores do Ensino Fundamental como fácil, um dos conteúdos analisados foi o conceito dos números inteiros negativos e a regra de sinais, verificando o aparecimento de grandes obstáculos e em sua maioria não superados.

No início dos estudos sobre os números negativos houve muitas críticas com relação ao seu uso, sua aplicação e até mesmo dúvidas sobre sua existência. Após pesquisas, Glaeser (1981) (apud Almouloud, 2007) encontrou, por meio do histórico do desenvolvimento dos números negativos, vários obstáculos não vencidos por alguns matemáticos e pelo menos, não mencionados em seus trabalhos, no que se refere a regra de sinais entre os números e as mudanças de funções de acordo com a sua posição.

**Lista de obstáculos ou dificuldades identificados sobre a regra de sinais**

1. Inabilidade para manipular quantias negativas isoladas;
2. Dificuldade para dar um sentido a quantias negativas isoladas;
3. A unificação da reta numérica;
4. Ambiguidade dos dois zeros;
5. A estagnação ao estágio das operações concretas (por oposição ao estágio das operações formais) como sendo uma dificuldade de se destacar de um sentido "concreto" dado aos seres numéricos;
6. Busca de um modelo unificador: encontrar um "bom" modelo aditivo, válido para o modelo multiplicativo.

A tabela seguinte mostra as superações e não superações que os matemáticos famosos encontraram ao se depararem com os obstáculos citados, sendo apresentada da seguinte forma: o sinal de + significa que o autor superou os obstáculos e o sinal de – significa a não superação.

| **Obstáculos Autores** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Diophante | - | | | | | |
| Simom Stevin | + | - | - | - | - | - |
| René Descartes | + | ? | - | ? | | |
| Colin MacLaurin | + | + | - | - | + | + |
| Leonardo Euler | + | + | + | ? | - | - |
| Jean D'Alembert | + | - | - | - | - | - |
| Lazart Carnot | + | - | - | - | - | - |
| Pierre de Laplace | + | + | + | ? | - | ? |
| Augustin Cauchy | + | + | - | - | + | ? |
| Herman Hankel | + | + | + | + | + | + |

Figura3 - Matemáticos famosos que superaram obstáculos
FONTE: Glaeser, 1981, p.309, citado em Almouloud (2007)

Por mais que Diophante não tenha citados os números negativos em suas obras, foi ele que deu origem a regra de sinais. Após algum tempo, Simon Stevin (1540 – 1620) faz referência ao números como uma representação quantitativa de cada coisa, podendo ter soluções negativas em uma equação. Euler compara o número negativo ao que hoje pode-se chamar de número oposto à outro.

Os problemas originados pelos obstáculos epistemológicos se fundamentam no fato de que o número positivo era uma representação de um objeto real, enquanto que as quantias negativas seriam ficção, assim com as significações do zero tornavam mais difíceis a aceitação dos números negativos.

Por fim, em meados do século XIX, os números negativos conseguiram alcançar um valor igual ao dos números positivos, evolução que se caracterizou por uma compreensão das propriedades aditivas. Agora o sinal é considerado como um estado que simboliza um adjetivo, podendo ser considerados como sinais operatórios e sinais predicativos, de acordo com sua posição diante do número.

Após o bom conhecimento dos números inteiros, seja ele positivo ou negativo, Hankel propôs um prolongamento na multiplicação indo IR+ a IR, respeitando suas devidas propriedades. Schubring (1986) (apud Almouloud, 2007) elaborou um estatuto matemático dos números negativos, mencionando a passagem da noção de grandeza até chegar a noção de número, que para ele é essencialmente teórica. Em sua obra mostrou a importância da rejeição inicial dos números negativos, pois foi devido a tais represálias que a geometria começou a se distinguir da álgebra e nasceu a geometria sintética, aprofundada por Carnot, Poncelet (1788 – 1867) e Stevin (1796 – 1863).

Segundo Almouloud (2007) mesmo com as barreiras de rejeição vencidas os obstáculos continuavam a aparecer e pôde ser distinguido de três formas: os obstáculos internos à Matemática, os obstáculos epistemológicos e a arquitetura da Matemática.

O primeiro obstáculo consiste em diferenciar o conceito de quantia e grandeza, também esclarecendo o de número. Nos obstáculos epistemológicos consistia em um conjunto de concepções sobre as condições de “existência” de objetos matemáticos, enquanto na arquitetura Matemática foram dadas origens aos obstáculos, misturando e interagindo com as causas internas ao desenvolvimento matemático e suas devidas causas com cunho epistemológico.

Assim, após longos estudos e pesquisas acredita-se que uma boa formação de professores, seja ela continuada ou não, enriqueça os trabalhos envolvendo análise histórica e epistemológica dos objetos matemáticos e, com isso, vencendo as barreiras e obstáculos com mais sucesso que nos tempos antigos.

Baldino (1996) afirma que a semântica do conhecimento sobre os números inteiros e suas propriedades devidas geram muita complexidade pois, criam indagações do tipo: *Será que minha resposta o satisfará? Será que é isso que ele quer* – inibem as crianças a darem respostas, ou expressarem os seus pensamentos criando bloqueios chamados de obstáculos. Para a superação destes obstáculos, salienta o autor, os jogos são utilizados, uma vez que podem servir para romper as barreiras sobre determinados conteúdos, induzindo-os a um processo de aprendizagem eficaz, fazendo com que o aluno possa saber o verdadeiro significado sobre a relação de sinal dos números inteiros e negativos. Três jogos foram citados - o jogo das borboletas, o jogo de perdas e ganhos e o jogo do caracol – sendo trabalhados com o objetivo de desenvolver melhor os números negativos.

O jogo das borboletas induz ao uso dos sinais predicativos e operatórios através de cartas com flechas, assim os números naturais podem designar quantidades brutas e as crianças podem entender o real significado dos números negativos desenvolvendo, segundo Piaget, uma síntese operatória e, portanto, o sujeito passa a operar no novo campo semântico [1]como se sempre tivesse feito.

A problemática que se concentra nos campos semânticos aditivos e multiplicativos ocorrem de formas análogas, cada qual com sua inúmeras dificuldades apresentadas e formas semelhantes a serem trabalhadas. Por sua

---

[1] Para o desenvolvimento do **campo semântico** dos inteiros, é preciso instituir um princípio: convenciona-se que os operadores multiplicativos de uma dada cor, têm a propriedade de trocar de sinal do estado sobre o qual atuam, e os da outra cor, a de mantê-lo. (Baldino, 1996, p.8).

vez, os campos conceituais [2]nada mais é do que um teoria psicológica dos conceitos, com o propósito de identificar as continuidades e descontinuidades no processo de aquisição do conhecimento, podendo-se apresentar como estruturas aditivas, estruturas multiplicativas, lógica de classes e álgebra.

Por fim, observa-se que todos os campos de estudos citados partem de conceitos matemáticos e estruturam o processo de aprendizagem no qual fornecem um leque de opções de referenciais distintos, mas todos com o mesmo objetivo de orientar as estratégias de produção de significado que consiste no conhecimento da criança ao tratar-se dos números inteiros.

### 2.3. POSSIBILIDADES E LIMITES NO USO DA CALCULADORA NA ESCOLA E NA AULA DE MATEMÁTICA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) apresentam, em sua análise, as reformas curriculares, mostrando os movimentos de reorientação curricular ocorridos no Brasil a partir dos anos 20. Décadas depois, já pelos anos de 1960/1970, houve um movimento chamado de Matemática Moderna que, por sua vez, inseria a disciplina em um contexto político- econômico, modernizando o ensino e privilegiando o pensamento científico e tecnológico.

Tais reformas começariam a mudar a rotina do ensino fundamental no que se refere à mecanização e abstração da Matemática, pois estas iriam direcionar os alunos à adquirir competências básicas necessárias ao cidadão, ou seja, expandir a sua área de conhecimento; enfatizando a resolução de problemas vividos em seu cotidiano e a interdisciplinaridade, mostrou a importância de se utilizar as tecnologias e acompanhar a sua evolução para assim ser inserido de forma adequada na sociedade.

As abordagens de novas ideias na problematização do cotidiano mostra caminhos que podem ser seguidos, minimizando os equívocos sobre as concepções matemáticas, pois estas estão sendo alvos de críticas por alguns grupos de professores. Neste sentido, a concepção linear no ensino restringe conteúdos e conhecimentos, ensinando o que vem criteriosamente no currículo

---

[2] Os **Campos conceituais** são uma teoria psicológica dos conceitos que visa identificar e estudar as continuidades e descontinuidades entre diferentes passos da aquisição de conhecimento, a partir do ponto de vista de seus conteúdos Vergnaud (apud Baldino 1996).

escolar e principalmente quando não dispõe de materiais auxiliadores na construção do conhecimento, com isso há uma notória distorção ao interpretar a ideia de contexto, limitando o trabalho apenas a fazer parte do cotidiano.

Os obstáculos observados pelos PCNs aponta como prova para os desempenhos insatisfatórios dos alunos e sua respectiva retenção em Matemática, começando no ensino fundamental, 'o que faz atuar como filtro social' (PCN, 2001,p.23), mostrando a realidade ainda precária com relação a área de educação no Brasil.

No que se refere ao preparo dos docentes, o problema se torna mais abrangente e lamentável, pois boa parte dos integrantes desta classe não tem uma formação continuada, dificultando a renovação dos métodos de ensino e tornando precário o aprendizado, em principal o da Matemática. Neste caso, o uso das tecnologias em sala de aula nada mais é do que uma utopia observando que, nem se quer o uso da calculadora e do computador, já bastante usados no cotidiano e nas escolas da rede privada, é retida por muitos docentes, alegando o não aprendizado por parte dos alunos. Alguns motivos do não uso desses recursos é a falta de conhecimento sobre os mesmos e o medo de uma frustração maior com o seu uso.

As criação do conhecimento matemático é um processo lento e fruto de muitos estudos e pesquisas, de acordo com casos particulares pode-se desvendar conjecturas, formular teorias matemáticas e induzir o indivíduo ao conhecimento sobre a área. Este processo de indução é importante para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, ampliando o conhecimento do indivíduo..

Ao falar sobre formação básica de um cidadão, os PCNs enfatizam o fato de a escola ser a responsável por preparar o indivíduo para ser inserido na sociedade, desenvolver pensamentos críticos e ter um posicionamento crítico diante das questões sociais. Tal posicionamento destes documentos curriculares justificam-se na medida em que atualmente, a sociedade exige do ser humano mais e mais conhecimento, pois vivemos em um ambiente social muito complexo e seletivo. No entanto a falta de informação ou qualificação impede ou dificulta o acesso ao mercado de trabalho e a alguns níveis sociais mais elevados.

Nesse caso, a Matemática se torna fundamental para qualificação no mercado de trabalho, pois é nela que se encontram os conhecimentos com relação ao uso das tecnologias. Desse modo, os meios tecnológicos, além de tornar o indivíduo capaz de resolver problemas em equipe e utilizar diferentes tecnologias e linguagens. Com o avanço nas áreas tecnológicas, o manuseio dos computadores e das calculadoras tornaram-se de fundamental importância para a inserção no mercado de trabalho, onde tem como consequência deste avanço, uma diminuição dos postos de trabalho.

A escola, dentro destas perspectivas, tem o papel de qualificadora, sendo responsável em desenvolver uma educação que interligue a escola com a sociedade e possa dentro do possível colocar os alunos diante de desafios para torná-los responsáveis, críticos e reconhecedores quanto aos seus direitos e deveres. Tal qualificação é necessária, uma vez que as tecnologias estão em constante mudança, exigindo uma formação continuada para o seu domínio e habilidades. Portanto, inserir o uso de alguns recursos tecnológicos como auxiliares no processo de ensino-aprendizagem é cada dia mais um ponto obrigatório na formulação do currículo escolar, objetivando um papel equilibrado na formação das capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na organização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas em situações do cotidiano. Portanto, na inserção das atividades do mundo do trabalho e o seu conhecimento em outras áreas curriculares.

É fato observar que o caminho para um melhor aprendizado não é como receita de bolo e tampouco única, isto para qualquer disciplina, porém os recursos auxiliares no ensino-aprendizado facilitam e se tornam-se fundamentais dentro da sala de aula, dois destes recursos já citados são as calculadoras e os computadores cujo uso em sala ainda causa polêmica no caso da calculadora.

Dentro das perspectivas para o uso das tecnologias de informação e comunicação os PCNs citam:

> A utilização de recursos como o computador e a calculadora pode contribuir para que processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, desde que os alunos sejam encorajados a desenvolver seus processos metacognitivos e sua capacidade crítica e o professor veja reconhecido e valorizado o

> papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e aperfeiçoamento das situações de aprendizagem. (p.45)

Portanto, pode-se chegar a concluir que, atualmente, tirar proveito ao máximo dos recursos tecnológicos é de fundamental importância, tanto pela exigência no mercado de trabalho, quanto pela melhoria da linguagem expressiva e comunicativa dos alunos, podendo significar uma educação tecnológica decente e especializada além de valorizar a forma como estas são incorporadas nas práticas sociais.

A calculadora, ainda hoje, provoca polêmica quanto ao seu uso. Ela causa discussões sobre as suas vantagens e desvantagens, alguns visando-a como uma evolução do processo de desenvolvimento da civilização e outros visando o comodismo e o não-aprendizado com a utilização desta máquina, também envolvendo implicações políticas e sociais no uso dos recursos didáticos.

Estudos feitos por Selva e Borba (2009) e Ponte (1992), por exemplo, mostram que o uso da calculadora não impede os alunos de saberem fazer cálculos básicos. No entanto, cabe ao professor utilizá-las de maneira à instigar os mesmos a resolver atividades associadas com a máquina e propor situações didáticas que os tornem aptos para enfrentar os problemas reais.

O uso de máquinas  para calcular deixa de lado a conhecida “calculeira”, ou seja, os cálculos  repetitivos. Este processo de resolução de problemas com o uso da calculadora se torna satisfatório com a elaboração de problemas do cotidiano dos alunos, diferentes daqueles usuais e assim expandindo a criatividade do aluno.

Notou-se com as experiências das atividades realizadas por Ferreira (2006) que, os erros dos problemas resolvidos com as calculadoras eram menores que os feitos manualmente, tendo em vista que o raciocínio lógico-dedutivo é função do aluno e não da calculadora.

Portanto, a calculadora objetiva um avanço na resolução de problemas matemáticos, tirando o máximo proveito desta máquina, além de adequar os alunos a sociedade vivente independentemente de classe social e níveis de cultura.

Ferreira (2006), em um Trabalho de Conclusão de Curso mostra os modos de compreensão do Sistema de Numeração Decimal (SND), visando os conhecimentos científicos e conhecimentos cotidianos para um melhor aprendizado do mesmo, sendo este processo desenvolvido com o auxilio da calculadora, desmistificando o que dizem respeito à sua funcionalidade.

A pesquisa do autor mostrou que o ser humano contava pequenas quantidades desde milhares de anos a.C, de acordo com a sua necessidade. Ele utilizava instrumentos ou simplesmente os seus próprios dedos das mãos e dos pés para contar o seu rebanho, ao passar dos anos o homem sentiu aa necessidade de usar símbolos no processo de contagem e, com isso, iniciou o desenvolvimento dos sistemas de numeração.

.Segundo Ferreira (2006), todas as crianças têm oportunidades de buscar uma resposta, envolver-se em um trabalho cooperativo e realizar uma aprendizagem. Estes trabalhos envolvem diversos procedimentos, dentre os quais podem ser auxiliados com a utilização da calculadora, já que esta permite que o aluno descubra quando está certo ou errado, enriquecendo o conhecimento e melhorando a sua aprendizagem. Neste sentido, o SND ganha um reforço na sua compreensão com o uso da calculadora, tornando mais visível o valor posicional, uma vez que este muda durante a introdução dos algarismos no visor da calculadora.

É importante, observar as relações entre o uso da calculadora e a compreensão do valor posicional no SNDl, pois com eles pode-se explorar atividades de modo que o aluno possa resolver questões apresentadas. Dessa forma, a calculadora se mostra de maneira significativa na aprendizagem da Matemática.

Apesar destas possibilidades referidas cima, as concepções dos professores e dos alunos e até mesmo dos pais dos alunos, podem tornar-se um obstáculo à utilização das calculadoras nas aulas de Matemática. A definição sobre concepções não foi, por muitos anos, esclarecida pelas pessoas que a utilizam. No entanto, foi usada em pesquisas sobre aprendizagem e ensino de Matemática. Segundo Almouloud (2007) a concepção na Didática da Matemática atende a algumas necessidades, dentre elas, a de evidenciar a pluralidade dos pontos de vista num mesmo objeto matemático e também a necessidade de ser um auxiliador para o pesquisador da área, diferenciando o ensino transmitido e o conhecimento adquirido.

Na Didática da Matemática, salienta o autor, aparecem dois tipos de concepções distintas, que são: as concepções Matemáticas a priori e as concepções desenvolvidas pelos alunos. Além destas ainda há uma que tem como princípio as noções desenvolvidas pelos alunos, comprovando a eficácia de sua aprendizagem, a esta chamamos de concepção espontânea e pode ser caracterizada pelos diversos pontos de vista e pontos de partida geradas em situações de determinar conteúdos.

Segundo Almouloud (2007) os pesquisadores constroem modelos para analisar as diversas situações de ensino e os comportamentos cognitivos dos alunos, estes com o objetivo de permitir interpretações, previsões, construção de novos modelos ou concepções, induzindo o aluno a praticar e exercer de forma correta o funcionamento mental do próprio melhoramento a sua aprendizagem.

As pesquisas feitas por Almouloud (2007) mostram os objetos matemáticos como referência para várias formas de como observá-los, notando em suas análises a aparição de várias concepções que vão da pontual, passando pela global e se distinguindo das definições estáticas e dinâmicas. O autor também enfatiza o fato de o objeto matemático ser único, porém poder abrigar concepções variadas associadas a ele e às suas possíveis consequências. Além disso, verifica-se que, devido às formalidades rigorosas das definições encontradas nos exercícios, ocorre o ocultamento da verdadeira riqueza e da complexidade das concepções associadas aos objetos matemáticos estudados, induzindo a um ponto de vista único, estático e pontual.

Ao analisar epistemologicamente as concepções, assinala o autor, é possível identificar que elas estão fundamentadas sobre o desenvolvimento histórico do conceito, permitindo uma expansão desta para uma análise didática mais aprofundada e detalhada sobre as diversas vertentes do objeto em questão.

Ao analisar as pesquisas feitas em Didática da Matemática, verifica-se que estas se fundamentam na concepções Matemáticas a priori e nas concepções desenvolvidas pelos alunos, levando em consideração o seu meio cultural e observando até que ponto o ambiente de vivência influencia no processo de ensino e de aprendizagem, focalizando em um estudo do histórico-epistemológico para referência de cada aluno estudado.

Mesmo a noção de concepção serve como uma ferramenta auxiliar para o pesquisador, sendo bastante útil e eficaz em um resultado final para o estudo dos comportamentos cognitivos; os alunos se tornam quase irredutíveis com relação a este tipo de análise, principalmente no que se refere as representações dos objetos matemáticos e suas formalizações.

As concepções, sobre a Matemática, põem em questão diversos fatores que influenciam o trabalho de muitos docentes, fatores estes que vão desde o individual até o social criando mitos sobre a verdadeira Matemática e suas múltiplas funções. As concepções, segundo Ponte (1992), são indispensáveis, pois estruturam o sentido que damos às coisas, em contra partida, podem bloquear em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as possibilidades de atuação e compreensão.

Perguntas primordiais como: 'Como vêem eles próprios a Matemática e o modo como se aprende Matemática? Qual a relação entre as suas concepções e as dos seus alunos? Que sentido faz falar de concepções, distinguindo-as de outros elementos do conhecimento, como por exemplo, das crenças? Qual a relação entre as concepções e as práticas? Qual a dinâmica das concepções, ou seja, como é que estas se formam e como é que mudam? Qual o papel que nestas mudanças podem ter os processos de formação? '(Ponte, 1992, p.2), evidenciam confrontos entre os próprios docentes da área.

Ponte (1992) afirma que com o estudo das concepções encontram-se diversas metáforas a respeito da construção do saber, suas reais necessidades e eficácias, uma das mais fortes é a do matemático criativo, esta busca reter o elemento ativo e criativo no processo de construção do saber matemático. Este tipo de matemático trabalha muitas horas por dia, buscando elaborar problemas que possam de maneira estratégica dinamizar a disciplina e aumentar o conhecimento dos alunos. Infelizmente, muitas vezes aluno não tem qualquer interesse especial por este assunto, não sendo fácil ao professor levá-lo a assumir uma outra atitude.

Outra metáfora, assinalada pelo autor, a do engenheiro, coloca o indivíduo em uma situação problema deixando de lado métodos e abordagens já conhecidos e adaptando aos conhecimentos estabelecidos, objetivando um resultado satisfatório. Porém, a elite dos professores se sentem ofendidos por tais comparações refletindo nos conflitos entre a Matemática Pura e a Aplicada. No entanto, este tipo de metáfora se torna importante pelo fato de envolver as regularidades matemáticas e as situações exteriores à Matemática valorizando a matematização e a modelação.

As concepções, requerem um estudo mais delicado devido a existência confrontos entre o cohecimento e as práticas. Os elementos sociais no processo de construção do saber reforça a perspectiva de que existe uma relação interativa entre as concepções e as práticas, mas o conhecimento tem sua importância, pois distingue do saber que imposto ao indivíduo e aquele que é desenvolvido e apropriado como seu.

Diversas são as conceções sobre a Matemática, mas quase todas limitam esta ciência como complexa, abstrata, exata e perfeita, além de nomear como puramamente cálculo, pondo em prova o verdadeiro significado de se ensinar Matemática e descartando as inovações do uso de recursos didáticos como a calculadora e o computador, o que pode modificar as crenças sobre esta ciência.

Os professores, cada qual com a sua concepção a respeito da Matemática, transmite para o aluno uma versão desta ciência como sendo muito abstrata, o que resulta em desinteresse pela mesma, muitas das concepções e crenças manifestadas pelos professores acerca do ensino pareceram ter mais a ver com uma adesão a um conjunto de doutrinas abstratas do que com uma teoria pedagógica operatória. Neste sentido, a maioria das concepções feitas pelos professores remete o ensino de Matemática como um aculmulo de fatos, regras, procedimentos e teoremas, enquanto que uma outra parte de professores, separados deste grupo retrogrado, tem uma visão inovadora, dinâmica e utilitária da Matemática, tendo ela como uma ciência em constante evolução e sujeita e erros e revisões. Esta visão fechada dos docentes se dá devido à falta de conhecimento sobre os próprios conteúdos da disciplina e sua insegurança em transmiti-lo, bem como o pouco conhecimento sobre a História e a Filosofia da Matemática.

Os cursos de formação de professores de Matemática é bastante influente sobre esta questão de tornar a disciplina pronta e acabada ou transformá-la em uma disciplina evolutiva. Com isso, apenas grupos mais novos de docentes assumem este papel de matemáticos e desmistificam a abstração através de estratégias para resolução de problemas cotidianos, mudando a visão de ser puramente cálculo, mas sim aplicável.

Outra questão estudada por Ponte (1992) foi, o ensino-aprendizagem, mostrando que os próprios professores se sentem mais estimulados ao trabalhar novos métodos com os alunos de séries elementares, no momento em que os níveis vão aumentando, os mesmos perdem a confiança em naqueles que estão dentro da sala de aula, dificultando o trabalho de evolução desta ciência.

O autor também enfatiza que, com o estudo sobre as concepções, nota-se que elas se relacionam-se com as práticas, formando novas concepções por meio de práticas inovadoras, melhorando o ambiente de trabalho e estudo. Os problemas causados por estes dois fatores levam a sérias iscursões, porém podem ser resolvidos de diversas maneiras. A resolução dos conflitos poderá processar-se por duas formas fundamentais: por acomodação ou por reflexão, podendo ser influencidas por aspectos sociais, políticos e a necessidade de certos conhecimentos operacionais.

A mudança de concepções e de práticas constitui um processo difícil e penoso em relação ao qual as pessoas oferecem uma resistência natural e, de certo modo, saudável (Ponte, 1992). Tais mudanças requerem muito da participação do professor, pois deve partir dele o princípio de transformar as suas práticas melhorando o processo de aprendizagem.

É nos cursos de formação de professores que os pesquisadores estão tentando reverter o quadro de tansformações, acrescentando cadeiras que os possibilitem ter um aprendizado sobre as práticas metodológicas, mesmo sabendo que podem mudar quando se depararem com a realidade de uma sala de aula nos primeiros anos de sua carreira como professor.

Com a formação continuada os professores reagem muito bem às propostas de atividades práticas, trocando experiências e proporcionando uma maior satisfação quanto ao seu papel de professor. Dentro deste mesmo quadro de inovação entram as Novas Tecnologias como ferramenta de ensino.

As Novas Tecnologias permitem introduzir elementos novos no processo de formação. Com a utilização da calculadora e do computador como auxiliador no processo de aprendizagem, o professor tem que se adequar à realidade da escola e dos alunos, viabilizando métodos de introduzir conceitos que sejam coerentes com a sua aula. Tornando a relação dos professores com os conteúdos que ensinam muito mais intensa e frutífera.

Novas concepções exigem um vocabulário estruturador que permita aos professores falar das suas novas ideias e experiências de ensino (Ponte, 1992, p.34). No entanto, a formação não deve ser vista como única para conduzir à mudança das concepções e das práticas, sendo que o seu alcance dependente do contexto geral em que se desenvolve.

Por fim, nota-se que os professores constituem um grupo profissinal em crise, com uma desvalorização tamanha e pouco investimentos na área, o que torna mais difícil o amor pelo que faz e sua valorização profissional.

## 2.4. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E O USO DA CALCULADORA NA SALA DE AULA

Schoenfeld (1996) afirma que a Resolução de Problemas foi um tema muito polêmico entre os educadores e principalmente sobre os matemáticos conservadores, duvidando de sua eficácia na aprendizagem e pondo a prova as vantagens encontradas nela dentro e fora da sala de aula. Para exemplificar e discutir alguns aspectos sobre o tema foram usados problemas, mostrando que a simplicidade de alguns pode chegar a complexidade à medida que seja bem explorado.

Segundo o autor, a temática utilizada para a Matemática até os anos 50 se resumia em memorizar fatos e fazer procedimentos mecânicos sobre as operações básicas de adicionar, subtrair, dividir e multiplicar através de exercícios chatos e desinteressantes sobre a disciplina. Foi no ano de 1957 que os americanos lançaram a Matemática Moderna, tendo repercussão mundial mas inicialmente houve grande resistência por parte dos pais e professores para ensinar este novo método de modernização da Matemática, chegando até a afirmar que esta nova forma de se abstrair matemática tinha sido uma falha sem muito sucesso. Provado o contrário ao pensamento dos progressistas mostrou-se a sua eficácia no aprendizado e a melhora dos alunos no que se referia ao pensar matematicamente, pois estes já estavam não só calculando as operações básicas como também resolviam problemas bem mais complexos daqueles que se diziam conhecedores da Matemática (SCHOENFELD, 1996)

Ainda sem muita credibilidade, de acordo com o autor, a Resolução de Problemas aparecia nos currículos muito raramente e eram utilizados como truques para resolver determinados problemas, não efetivando as suas verdadeiras intenções para o método, daí teste de comparações internacionais mostraram as dificuldades apresentadas pela Matemática Moderna ainda precisava ter sues avanços e se continuasse da forma como estava prosseguindo iria acabar sendo um fracasso.

O que preocupava para os pesquisadores era a estreita ideia de resolução de problemas e o não funcionamento por completos dos seus reais objetivos, a verdadeira intenção deste método era não fazer com que os alunos aprendessem a resolver problemas dos outros como também a ter uma visão mais ampla da Matemática, podendo modelar, usar símbolos e o mais importante é saber aplicar as ideias de forma ampla e em situações diversas fora da sala de aula.

O bom rendimento do processo de resolução incide ao bom desempenho dos estudos e pesquisas, melhorando no aprendizado e interesse dos alunos sobre esta disciplina considerada abstrata, tornando-a mais empolgante e criando alunos com potenciais mais elevados e com visões mais amplas e conhecimentos abundantes sobre a Matemática.

Com isso, para Schoenfeld (1996), a Resolução de Problemas caracteriza-se por quatro propriedades: a primeira é tornar o problema acessível, porém não restringi-lo ao trivial; a segunda é trabalhar problemas que possam ser resolvidos por vários caminhos, observando o fato de que o importante não é encontrar uma única resposta, mas fazer as ligações; na terceira, os problemas e as soluções devem estar ligados a ideias matemáticas e não apenas a uma única ideia; por fim, a quarta característica é simbolizada por problemas abertos com o proposito de desencadear grandes explorações matemáticas.

Diniz (1991) acredita e defende que um dos caminhos para a eficácia do ensino é através da Resolução de Problemas, fazendo com que crianças aprendam e possam transmitir conhecimento verdadeiro, contribuindo dessa forma para o bom desenvolvimento do processo de ensino- aprendizado e autonomia do aluno na construção do conhecimento.

Para Medeiros (2003) a resolução de problemas transforma o conhecimento empírico em conhecimento científico, fazendo com que os alunos possam resolver problemas do cotidiano deles e diferentes daqueles tradicionais usados nas escolas de forma mecânica e assim expandindo a criatividade do mesmo, enriquecendo o seu aprendizado não só para a Matemática como para outras áreas de atuação. Neste modo de abordar a resolução de problemas, a calculadora pode contribuir para agilizar os cálculos e liberar o pensamento do aluno para o desenvolvimento de estratégias mais elaboradas.

Em resumo, nota-se as várias vertentes do uso do método de Resolução de Problemas tendo como principal objetivo tornar o aluno um pensador matemático instigando-o para modelar, simbolizar e saber aplicar em qualquer outra situação bem como outra ciência, além de levar conhecimento para a sua vida, obtenho um conhecimento mais amplo sobre diversos pontos.

A metodologia de Resolução de Problemas ganhou credibilidade no ensino de Matemática em curso de Habilitação Específica de Magistério, pela sua eficácia e dinâmica, despertando o interesse dos alunos pela disciplina e vencendo seus obstáculos, assim afirma Diniz (1991).

A postura adotada por este tipo de metodologia busca além de propor e resolver questões propostas, questionar as respostas obtidas e até a própria questão original, pois a Resolução de Problemas não se resume a simples compreensão do que é exigido ou da aplicação de fórmulas adequadas, mais sim valoriza o processo de resolução e suas possíveis vertentes a serem obtidas.

Um fato importante na condução dos questionamentos sobre os problemas está em fazer com que os alunos analisem de forma qualitativa o que estão estudando no problema dado. No entanto, estão sem do formados pessoas com o senso crítico e criativo, características marcantes daqueles que buscam os verdadeiros objetivos do ensino de Matemática.

O processo de resolver problemas, por mais simples que seja, requer de quem o está aplicando, muita paciência pois este é seguido de etapas para a sua eficácia e consequentemente o seu sucesso. Assim, um único problema pode durar mais de uma aula e neste caso está sendo levada em consideração a qualidade do ensino e não a quantidade de aulas usadas para trabalhar um só problema, até pelo fato de que uma mesma situação pode levar a vários outros sub tópicos e assuntos ligados a ele.

Inicialmente, pode ser proposto um problema de aparência simples para instigar o pensamento e a curiosidade dos alunos sobre o mesmo, logo o sucesso de um primeiro desperta o interesse para outros de mesmo nível e posteriormente mais complexo, induzindo ao caminho do pensamento crítico e dedutivo.

De acordo com a dinâmica do professor, um único problema pode gerar vários outros e, portanto, induzem à diversas discussões e questionamentos são levantados podendo até chegar a um nível mais complexo do problema original, mas de acordo com a maturidade e interesse da classe bem como a partição em massa ou de pequena parte da turma. Mas no geral, a Resolução de Problemas é uma forma mais eficaz de se trabalhar o ensino de Matemática pois põe os alunos a criarem estratégias de resolução e formulação de formas genéricas de um problema e de outros gerados por eles mesmos a partir de um original.

Levar problemas com situações reais além de torná-los mais interessantes induz o aluno a pensar sobre a realidade e os obstáculos que a própria sociedade os impõe, com isso nota-se que a sistematização dos conteúdos abordados deve ser feito após o término do processo analisando as suas falhas e vantagens que terá na formação de um futuro professor ou mesmo de um cidadão pronto para ter uma visão crítica de sua realidade, tornando-o mais autônomo diante de situações problemas e capazes de vencer seus próprios obstáculos.

As investigações feitas sobre o uso da calculadora remetem a muitos professores a reflexão das suas vantagens, na resolução de problemas e confrontos em outras atividades, no entanto, mostra que o método do algoritmo escrito não é a única alternativa e tão pouco tem grande eficácia. Segundo Albergaria e Ponte (2008), o desenvolvimento do sentido de número e de estratégias eficazes de cálculo mental são necessárias ao conhecimento de cálculos exatos e, a calculadora, às aproximações.

De acordo com estes autores, ainda no século XX, o uso dos algoritmos escritos eram usados de forma dominante, ou seja, tornavam mais difíceis a utilização de outros métodos de se calcular, no mínimo, as quatro operações fundamentais. Com o avanço no ensino da Matemática, foram criadas a Lógica e a Teoria dos Conjuntos, enriquecendo esta ciência e pondo em reflexão um novo sentido de número. Constatou-se que não era suficiente fazer cálculos prontos, mas sim, entender de forma crítica o que e como se pode resolver fatos do cotidiano, variando de acordo com a necessidade e situação, seja calculando mentalmente ou com a ajuda da calculadora.

O uso da calculadora, neste caso no ensino fundamental, mostra que os alunos são induzidos a calcular mentalmente estratégias para resolver os problemas, assim a máquina tem o propósito de efetuar os processos segundo o aluno, tornando a resolução mais rápida e exata, promovendo o desenvolvimento de conhecimentos, capacidades e atitudes.

Prova das vantagens oferecidas com o uso da calculadora em sala de aula foram testes feitos com alunos do 6º ano do ensino básico, em Portugal, pelos pesquisadores Albergaria e Ponte (2008) objetivando visualizar as estratégias para a resolução de problemas contextualizados e diretos, observando seus rendimentos e a eficácia processo. Buscou também, em sua pesquisa, selecionar alunos com perfis diferentes no propósito de mostrar aos que ainda se opõe ao uso da calculadora em sala de aula, que as crenças sobre a mesma podem e devem ser superadas, pois ela é uma máquina e o aluno é a mente pensadora.

Foram propostas que os alunos resolvessem um conjunto de tarefas com qualquer estratégia, desde que eles explicassem o que haviam feito em cada uma, as questões abrangiam vários aspectos do tema Números bem como suas representações. As tarefas estavam divididas em dois grandes grupos: em tarefas extremamente contextualizadas e tarefas com cálculos puramente matemáticos, objetivando observar os seus avanços e dificuldades com relação a metodologia e ao conteúdo explorado.

Em Selva e Borba (2009) temos uma pesquisa que refere-se a um estudo feito com crianças do Ensino Fundamental objetivando comparar a resolução de problemas utilizando como recursos a calculadora, o lápis e papel e, o material dourado. Com este experimento, as autoras observaram que o uso de diferentes representações no ensino dos conceitos matemáticos tem sido muito recomendado, sendo um deles é o recurso da calculadora. Este recurso, embora acessível, ainda sofre restrição por parte de alguns docentes por conta das concepções que estes possuem a seu respeito, conforme colocamos anteriormente.

Por mais que a calculadora era considerada em seu como recurso prejudicial ao aprendizado de cálculos. Este fato já foi desmitificado por alguns pesquisadores, mostrando que, o uso desta máquina como recurso, facilita na realização de cálculos, não prejudicando o raciocínio, principalmente ao tratar-se das representações de decimais, como é o caso.

Os recursos auxiliares na resolução dos problemas na referida pesquisa, também inclui o uso do cálculo mental e do cálculo escrito, notando-se que, com estes recursos, assim como com o uso da máquina, as crianças tiveram dificuldades na sua resolução, mas, por não compreender o problema. Também é preocupante o fato da interpretação dos resultados forem coletados e entendidos de forma destorcida.

A pesquisa de Selva e Borba (2009) apresentou dois tipos de divisão, o de partição e o de quotição, sendo que na prática da resolução de problemas as dificuldades foram relativamente iguais para quem utilizava recursos ou quem utilizou apenas o cálculo mental, equiparando os problemas sobre divisão e o seu resto.

Dentre os procedimentos realizados, destaca-se a alternância dos problemas de quotição e partição aplicadas aos alunos, induzindo-os a utilizar um recurso por vez para cada problema, os recursos foram a calculadora, o lápis e papel fichas para o desenvolvimento de suas estratégias. Também foram aplicados problemas em um pré-teste e outros semelhantes ao primeiro no pós-teste.

Os resultados desta pesquisa mostraram que a resolução de problemas de divisão com o uso da calculadora, remete a uma reflexão sobre a importância de intervenções que auxiliem as crianças a refletirem sobre o resto da divisão e suas diferentes formas de representação além de sua relação com o problema apresentado.

Pode-se notar na pesquisa que devemos trabalhar um conteúdo mostrando mais de uma representação, pois o aluno ao fazer por si só uma comparação irá observar qual ele se adequa mais enriquecendo o seu conhecimento e dando importância a vários recursos didáticos como auxiliares na resolução de problemas.

A intervenção analisada indicou também que a relação entre o resto obtido por meio da resolução no papel não se conecta facilmente ao decimal mostrado na calculadora, outro que, as crianças, principalmente da 3ª série, consideravam como um resultado errado da máquina ao mostrar a parte decimal. As crianças analisadas, também mostraram uma evolução significativa no antes e depois das intervenções, sendo que as maiores se mostraram mais hábeis e reflexivas com relação a resolução do problema dado, incluindo os resultados decimais apresentados na calculadora como parte de sua resposta final e não excluindo-os.

Toda esta pesquisa feita com crianças das 3ª e 5ª séries do Ensino Fundamental, possibilita observar que a compreensão entre divisão inexata na calculadora ou por qualquer outro tipo de representação não é tarefa fácil para as crianças. Portanto, a familiarização com recursos de manipulação ou máquinas pode contribuir para uma evolução no entendimento, cabendo ao professor usar de forma correta, na hora certa tais recursos.

## 3. OBJETIVOS

### OBJETIVO GERAL

- Compreender as operações de multiplicação e divisão na resolução de problemas com Números Inteiros, utilizando a calculadora como recurso didático.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Ensinar os alunos a utilizar a calculadora básica para a sua exploração nas aulas de Matemática;
- Identificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas de multiplicação e divisão com Números Inteiros;
- Utilizar a calculadora como mediadora na compreensão da representação dos Números Inteir

## 4. METODOLOGIA

Com o propósito de efetivar os objetivos acima descritos, foram trabalhados com uma turma de 44 alunos, do 6º ano do ensino regular, da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Monsenhor José Borges de Carvalho, na cidade de Alagoa Nova, na Paraíba. No período de abril e maio, distribuídos em dez encontros, cada qual com 45 minutos de duração.

Foi utilizado como metodologia a Resolução de Problemas, dividida em dois momentos:

1. Sem o uso da calculadora;
2. Com o uso da calculadora.

No primeiro momento foram resolvidos os problemas sem a utilização da calculadora, com explicações prévias sobre as operações de multiplicação e divisão usando o método tradicional do lápis e papel, para os problemas de 1 à 5, no decorrer de cada questão eram observados os objetivos geral e específicos bem como seus avanços a cada passo dado.

No segundo momento utilizando a calculadora como auxiliar na resolução de problemas, foi mais difícil de conseguir chegar aos objetivos, devido a falta de base dos alunos com os Números Inteiros e a pouca intimidade com o uso da máquina em sala de aula. Portanto, conseguindo efetivar os objetivos trabalhados.

**SEM O USO DA CALCULADORA**

1. Um grupo de colecionadores de selos tem 2 018 selos.13 desses colecionadores têm 86 selos cada um .Os demais têm quantidades iguais. Qual é a quantidade de selos que cada um possui?

2. Marcos vendeu 5 caixas de maças com 160 maçãs em cada uma e 3 caixas de peras com 80 peras em cada uma. Quantas maçãs e quantas peras Marcos vendeu?

3. Descubra os números que faltam nas operações realizadas:
   a) (– 365) x ____ = - 4011
   b) ____ x 16 = - 96
   c) (– 381) : _____ = 127

d) 224 x (- 4) =_____
e) ____ : (-1024) = - 3

4. Carlos fez um depósito em sua conta bancária de R$ 250,00, no outro dia depositou o triplo do que havia colocado no depósito anterior. Qual o novo saldo na conta de Carlos se ele sacou R$ 1250,00 ?

5. -12 075 é o produto de números ímpares consecutivos e negativos. Descubra-os!

**COM O USO DA CALCULADORA**

- Os malefícios do tabaco...

Sabe-se que o tabaco prejudica a saúde e "queima" muito dinheiro.
Que dinheiro terá já gasto em tabaco nos últimos 3 anos um fumante, sabendo que fuma maço e meio de cigarro por dia e que cada maço (20 cigarros) custam R$ 1,50?
(O preço teria se mantido constante nos últimos 3 anos)

- André e Frederico fizeram 28 pacotes contendo 180 bandeirinhas cada pacote. Do total, distribuíram em 20 cordas, cada uma com a mesma quantidade de bandeiras. Quantas bandeirinhas ficaram em cada corda?

- Ao sair de casa pela manhã, Berenice levava em sua carteira 425 reais. Na padaria gastou 12 reais. Depois foi a farmácia e comprou um remédio de 29 reais. No supermercado seu gasto foi de 287 reais. Encontrou com Maria e recebeu dela 130 reais relativos a um empréstimo. Mais tarde tomou um lanche e lá se foram 12 reais. Parou no posto e colocou 30 reais de combustível em seu automóvel. Numa banca de jornais comprou algumas revistas num total de 11 reais. Passou num caixa eletrônico e viu que o seu saldo no banco estava negativo em 254 reais. Depositou em sua conta bancária toda a quantia que lhe sobrara na carteira.

- a. Qual a quantia que Berenice depositou no banco?
b. Qual seu saldo bancário depois de efetuar o depósito?

- Complete o quadro seguinte:

| X | -25 | |
|---|---|---|
| -15 | | 135 |
| 48 | | |
| | 100 | |
| | -225 | |

| | | |
|---|---|---|
| : | -25 | |
| -225 | | 900 |
| | | |
| | 100 | |
| | -375 | |

Figura 4 - Tabelas do produto e do quociente

6. Coloque dentro de cada retângulo o número inteiro correspondente:

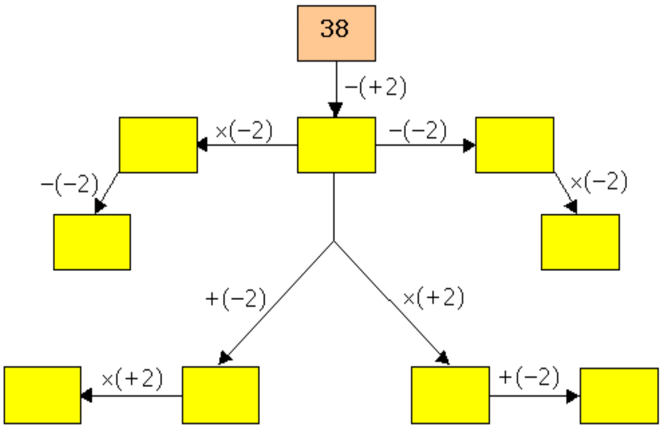



Figura 5 – Árvore dos números inteiros.

## 5. ANÁLISE DAS AULAS

### 5.1. Relatório inicial de análise das aulas

Escolhida uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, com 42 alunos, da escola Estadual Mosenhor José Borges de Carvalho, na cidade de Alagoa Nova, inicialmente foi pedido para que os referidos alunos desta turma trouxessem calculadoras básicas para dar inicio ao processo de análise de algumas questões sobre os números inteiros positivos e negativos, utilizando a máquina.

Na aula seguinte, alguns alunos chegaram sem a calculadora justificando o motivo, seus pais não permitiram que trouxessem a máquina para a escola. Com o propósito de amenizar os prejuízos com relação à aprendizagem formei duplas e iniciei o processo de análise. Ao iniciar a pesquisa foi utilizada a apostila *Atividades com a calculadora para a sala de aula* de Medeiros (mimeo). Inicialmente foi explorada as teclas do M+ e M-, onde gerou-se mais um empecilho pois alguns alunos estavam utilizando a calculadora do celular, e neste não consta as teclas estudadas. Portanto, foram feitas permutas entre máquinas para que todos tivessem o acesso ao conhecimento sobre as teclas. Em seguida fora respondidas algumas perguntas e exercícios de um questionário entregue a cada dupla, com as seguintes questões:

**1. Para fazer usando a calculadora**

a) Em quais situações você faz cálculos por escrito?

b) Quando você usa a calculadora?

c) Quando você quer resolver um problema, a calculadora lhe diz que contas devem ser feitas?

d) Você sabe calcular mentalmente?

e) Qual é o maior número que você escrever na calculadora?

f) Qual é o maior número que você escrever na calculadora usando os algarismos 0 e 1? Escreva também como se lê.

g) Ao tentar representar o número 29678 na calculadora, digitei o 8 no lugar do 9 e o nove no lugar do 8. Qual a diferença que existe entre esses dois números?

Esta primeira parte tiveram respostas positivas quanto à efetivação dos objetivos do trabalho, pois no item 'a' 93% das duplas afirmaram fazer cálculos por escritos quando pedido pelo professor em atividades, enquanto os 7% restante responderam, em todos os casos pois tem dificuldades de usar a calculadora.

No item 'b' 61% das duplas responderam usar a máquina nos cálculos extensos para agilizar o seu término, enquanto 39% responderam nunca usar, pois seus pais proíbem e na escola não era permitido. O item 'c' teve um resultado de 100% na sua resposta, pois todos disseram Não e no item seguinte também com 100% todos confirmaram saber calcular mentalmente, o mesmo ocorreu com o item 'e', ou seja, 100 % de acertos.

O item 'f' as duplas utilizaram o método de tentativas e erros para obter o número correto e, com isso, 78% acertaram e 22% erraram e a maior dificuldades dos alunos foi exatamente na escrita do número encontrado. O último item, da primeira parte deste questionário. foi o único em que o número de acertos foi menor que o de erros, totalizando 43% de acertos e 57 % de erros.

Em seguida, foram aplicadas alguns exercícios de fixação com adição, multiplicação, subtração, divisão, potência e extração de raízes para números quadrados perfeitos, objetivando a exploração da calculadora nas aulas de Matemática e identificando previamente algumas dificuldades dos alunos sobre as operações com os números inteiros.

Por fim, foi notória a grande participação da turma e a aceitação da mesma quanto ao uso da calculadora nas aulas de Matemática, obtendo ótimos resultados nesta primeira parte da análise das aulas sobre os números inteiros.

## 5.2. ANÁLISE DAS AULAS

### 1ª Aula: Descobrindo a quantidade de selos

Ao iniciar a aula, expliquei aos alunos passo a passo as operações com multiplicações e divisões usando apenas lápis e o papel, mostrando suas propriedades e tentando observar as dificuldades encontradas pelos alunos e tirando as dúvidas que apareciam durante a explicação prévia à entrega do problema. Depois de sanadas as dúvidas, formaram duplas e entreguei o primeiro problema para descobrirem a quantidade de selos, estabeleci um tempo suficiente para que todos pudessem pensar e resolver o problema. Quando todos concluíram a resolução observei que 77,3% da turma obteve êxito nas suas respostas, tendo em vista que tinha uma boa base nas operações utilizadas e um raciocínio rápido para entendimento do problema; outros 18,2% não conseguiram responder de forma correta e, ao perguntar o motivo responderam ser difícil de entender e nunca terem trabalhado com problemas nas séries anteriores, notando que a resolução de problema ainda é uma tarefa que os alunos têm de utilizar mais para aprender Matemática com significado. E apenas uma dupla, simbolizando 4,5% da pesquisa não respondeu ao problema, eles justificaram não ter entendido o problema e não conseguiram visualizar nenhuma forma de o responder.

Neste problema dos selos, os alunos que não chegaram à resposta correta encontraram dificuldades no raciocínio e na divisão, mostrando que esta operação requer um pouco mais de atenção do que um processo aditivo, como mostra dois exemplos:

Com o término das análises das respostas das duplas, mostrei algumas respostas erradas que obtive com a aplicação do problema e induzi os alunos a procurarem onde estava o erro. Desse modo, todos observavam o problema e me davam dicas de como consertá-la e dessa forma as duplas que não obtiveram êxito poderiam observar quais os seus erros. Ao longo das dicas um aluno falou:

-"Professora, agora eu sei resolver!”, tendo vencido o obstáculo da resolução deste problema para a maioria dos alunos e conseguido sucesso na realização do mesmo.

**2ª Aula: O problema das maças e das peras**

Na segunda aula, iniciei mostrando para os alunos o método de multiplicar utilizando os dedos das mãos, em seguida fui indicando alunos e lhes um pequeno cálculo de multiplicação para fazer com seus dedos, objetivando minimizar as dificuldades com a tabuada e desmistificar a “decoreba” com a mesma. Após várias indicações de alunos, entreguei o segundo problema, neste os alunos deveriam utilizar o processo multiplicativo para chegar à resposta final.

No segundo momento, cada dupla articulava entre si a melhor forma de resolver o problema.  Passado alguns minutos, todas as duplas tinham concluindo-o e, ao analisá-lo, observei que 90,9% obtiveram bons resultados e afirmaram que haviam utilizado a maneira de multiplicar com os dedos, enquanto os 9,1% não conseguiram sucesso na resolução por se atrapalharem na contagem das unidades e dezenas feitas no produto de dois números com as mãos.

Ao final mostrei, mais uma vez, o processo de multiplicar com os dedos das mãos, objetivando diminuir as dúvidas que ficaram e as que surgiram durante a resolução do problema. Porém, observei que a aprendizagem se deu de forma mais rápida e eficaz com esta dinâmica dos dedos. Além disso, de mostrei-lhes a importância de se saber fazer cálculos básicos na resolução de problemas escolares e também em seu cotidiano.

**3ª Aula – Descubra os números que faltam**

Para começar a aula coloquei várias operações com multiplicações e divisão de números inteiros no quadro branco. Em seguida, fiz um sorteio de alguns alunos para que pudessem resolver cada operação que lhe foi destinada, após os alunos terem resolvidos as questões perguntei à turma se as mesmas estavam corretas e como eu poderia verificá-las. Observei que ao perguntar como fazer a verificação dos cálculos básicos das multiplicações e divisões, muitos alunos aparentaram dúvidas. Diante disso, mostrei como poderia provar se estava correta ou não, explicando passo a passo o seu procedimento.

Depois de amenizadas as dúvidas entreguei a cada dupla uma única operação de divisão ou multiplicação para que, um aluno da dupla calculasse e o outro verificasse a veracidade da resposta, objetivando a compreensão das operações citadas no desenvolvimento com os números inteiros. Após todos fazerem o seu cálculo, entreguei a terceira questão da análise, contendo cinco pequenos cálculos incompletos e pedi para que as duplas encontrassem os números inteiros que faltavam.

Ao iniciar a resolução dos itens, alguns alunos disseram: - Ah professora, agora tá difícil, é mais fácil encontrar só o resultado final! Observei no decorrer das questões que algumas duplas estavam rascunhando tentativas para encontrar o número que faltava no produto ou no quociente, enquanto outros alunos tentavam calcular e encontrar o número pelo método que foi explicado antes da entrega dos problemas, ou seja, pelo método que chamei de “fazer a volta da operação”.

Os alunos que faziam por tentativas e erros foram orientados a usar o método da “volta da operação” com o propósito de minimizar as dificuldades dos mesmos com relação aos números inteiros e suas operações e propriedades, incentivando o cálculo mental e mostrando a sua importância para o aluno na resolução dos problemas.

Por fim, as análises feitas obtiveram sucesso, pois a maioria das duplas conseguiu acertar todos os cálculos, que totalizaram 77,3%. Outros 18,2% não conseguiram acertar todos os itens, mas, acertaram mais da metade e 4,5% das duplas não conseguiram acertar nenhum dos 5 itens dados na questão. Com isso, observa-se que os obstáculos com as operações de divisão e multiplicação com úmeros inteiros ainda dispõe de maior dificuldade entre os alunos e necessita um pouco mais de cautela para sua resolução, principalmente, ao trabalhar com números positivos e negativos e suas devidas relações de sinais.

**4ª Aula – Problema do saldo**

Para introduzir a aula fui contando uma história envolvendo valores em reais para que os alunos pudessem calcular mentalmente e falar a resposta em voz alta. Comecei dizendo que tinha uma dívida com um amigo de R$ 350,00, iria trabalhar e, no final da semana, teria ganho R$ 60,00 e passaria o valor por completo para o meu amigo que estou devendo, Perguntei quanto ainda fiquei devendo? Responderam R$ 290,00 reais. Continuei dizendo que comprei uma rifa com dois reais que tinha guardado e, no dia seguinte, acabei sendo sorteada e ganhei R$ 75,00 reais. Ficaria com quinze e pagaria o restante a meu amigo e, agora, quanto restava a pagar, perguntei aos alunos. Após pensarem um pouco, alguns responderam errado e outros foram logo respondendo que faltava pagar R$ 230,00 reais. Assim, continuei criando situações até chegar em um saldo negativo e induzir os alunos de que o ficar devendo se refere exatamente a um número acompanhado do sinal de – (menos) ou simplesmente um número negativo.

Após este período introdutório, entreguei a cada dupla o quarto problema e pedi que descobrissem qual o novo saldo existente na conta de Carlos (o personagem do problema), além de observar se o saldo seria positivo ou negativo.

Este problema tinha o objetivo de trabalhar os números negativos de maneira prática e eficaz, de modo que os alunos entendessem o propósito do uso dos negativos até mesmo no nosso cotidiano. Depois de terminado o problema, o resolvi pausadamente, como correção no quadro branco e constatei que 59,1% obtiveram êxito na resolução do problema do saldo, enquanto 40,9% não conseguiram obter a resposta correta, podendo observar que os números negativos são obstáculos epistemológicos para os alunos.

**5ª Aula – O produto dos números**

Inicialmente, pedi para um aluno me falar um número inteiro entre 5 e 10. O número escolhido foi o 7. Em seguida, pedi para me falar o antecessor e o sucessor do mesmo, aproveitei para mostrar o significado de números consecutivos bem como algumas operações com consecutivos de mesmo sinais – seja ele positivo ou negativo – e com sinais contrários, tal exercício, tinha o propósito de reforçar o estudo das relações de sinais, antes já trabalhadas e, ao mesmo tempo, forçá-los a praticar as operações básicas com números inteiros.

Entreguei o quinto problema pedindo para descobrir quais seriam os números ímpares consecutivos e negativos cujo produto resultaria em 12 099, sem o uso da calculadora. Os alunos utilizaram o método de tentativas e erros para descobrir os números, alguns alunos reclamaram por se tratar de um “resultado grande”, pedi para escreverem, em sua folha, os números ímpares e, logo após, fossem multiplicando par por par. Após várias tentativas, uma primeira dupla disse que havia encontrado os números. Pouco tempo depois, várias outras duplas afirmaram o mesmo. Neste quinto problema e usando o metódo das tentativas e erros houve 100% de acertos, inclusive na verificação da relação de sinal por se tratar de dois números negativos. Pude perceber que, como os alunos já estavam acostumados a trabalhar com os antecessores e sucessores dos números naturais em suas séries anteriores, tiveram um ótimo desempenho neste problema, mesmo com o acréscimo do sinal de – (menos) observando a importância do conhecimento prévio em qualquer conteúdo.

**6ª Aula – Problema dos malefícios do tabaco**

Comecei a aula entregando uma folha onde constava a história do tabaco e dos fumantes ativos e passivos, bem como, os malefícios que o mesmo provoca nas pessoas, nos bebês e até na natureza. Após uma breve leitura, foi feito uma discussão sobre o tema, com propósito de ampliar o conhecimento e, em seguida, anunciei o tão esperado uso da calculadora como auxiliar na resolução do problema entregue a eles. Dessa forma, o problema dos malefícios do tabaco foi divido em três etapas, a primeira se resumia à leitura e entendimento do problema, a segunda seria buscar estratégias para a resolução do problema dado e, a terceira e última, a resolução do problema com a calculadora como mediadora.

Na primeira etapa surgiram dúvidas por se tratar de um problema com enunciado longo e que requeria mais interpretação. Fiz uma leitura em conjunto com a turma, esclarecendo algumas indagações e, logo após, as duplas articulavam entre si o que poderiam fazer para resolver o problema.

Passando para a terceira etapa, os alunos começaram a notar que só a calculadora não resolveria o problema, mas todo um conjunto, até encontrar a operação necessária e, por fim, a máquina servir apenas para fazer os cálculos dos números digitados por eles, bem como a operação desejada. Mesmo com os alunos sendo forçados a pensar e com o uso da calculadora, houve 63,6 % de acertos e 36,4 % de erros na questão, mostrando que o uso da máquina apenas ajuda a ganhar tempo com cálculos e não pensa pelo aluno, como afirmam muitos conservadores.

**7ª Aula – Quantidade de bandeirinhas**

Comecei a enunciar uma história de festa junina em uma pequena comunidade. Desta vez, os alunos não mais faziam cálculos mentalmente e sim calculavam com a ajuda da calculadora, nesta historinha criada com o propósito de os alunos saberem interpretar e descobrir o que deveria ser feito, eram lançadas operações de divisões, multiplicações e até algumas adições de forma indireta e cautelosa. No decorrer da história, falava a quantidade de habitantes desta comunidade e quantos participavam de quadrilhas, sabendo que as quadrilhas juninas são formadas por 16 pares de dançarinos, cada uma. Ao final, a pergunta foi quantas quadrilhas irão se apresentar neste bairro.

Após o término da história brinquei com eles dizendo: - Já que organizamos as quadrilhas, vamos agora ornamentar as ruas com bandeirinhas e, com isso, lancei o sétimo problema referente à quantidade de bandeirinhas. Empolgados com a continuação da situação hipotética, responderam o problema proposto e, no geral, obtiveram bons êxitos, pois 86,4 % da turma respondeu corretamente e, apenas 13,6 %, errou a resposta. Das duplas que não conseguiram acertar, fui perguntando qual havia sido o procedimento para responder o que foi pedido. Quando me mostraram o passo a passo na calculadora, detectei a falta de observação em pequenos detalhes do problema como, por exemplo, o esquecimento de alguma multiplicação ou divisão.

**8ª Aula – O percurso de Dona Berenice**

Este oitavo problema comecei de forma semelhante ao quarto, contando uma história hipotética de um percurso de uma senhora, onde havia gastos e ganho e dinheiro. O diferencial foi em, desta vez os alunos utilizaram a calculadora para realizar os cálculos e ajudar na redução do tempo para a realização dos mesmos.

Por se tratar de um problema extenso, resolvi enunciar o próprio problema como história, objetivando romper os obstáculos sobre o uso da calculadora e bom desempenho com os números inteiros. Iniciei pedindo para que ficassem atentos aos números descritos durante a história, quais operações deveriam fazer e ao final iríamos verificar quais respostas haviam surgido.

Enunciei: Ao sair de casa pela manhã, Berenice levava em sua carteira 425 reais. Foi à padaria, comprou pão, alguns biscoitos e refrigerante. Quando foi pagar sua compra totalizou 12 reais. Daí comuniquei que guardassem todos os resultados a partir deste cálculo e continuei dizendo, depois ela foi à farmácia e comprou um remédio por 29 reais, continuou o seu passeio e foi ao supermercado fazer as compras do mês, comprou o que estava faltando em casa, suas compras totalizaram 287 reais. Ao sair do supermercado, encontrou com sua amiga Maria e recebeu dela 130 reais referentes a um empréstimo.

Perguntei aos alunos com quantos reais Berenice restou em sua carteira´. Quando voltou para casa, descansou um pouco e, à tarde, resolveu tomar um lanche na lanchonete ao lado de sua casa. Neste lanche gastou 12 reais. Quando saiu no carro percebeu que o nível de combustível estava baixo e resolveu colocar 30 reais de combustível, uma vez que iria ao banco mais tarde. No momento em que passou por uma banca de jornal, comprou algumas revistas que totalizaram 11 reais e, por fim, chegou ao banco, para observar o seu saldo e viu que estava com um saldo negativo de 254 reais.

Em fim, lancei duas perguntas: qual a quantia que Berenice depositou no banco? E qual o seu saldo bancário depois de efetuar o depósito? Os alunos tiveram um tempo para responder e, ao final, foi observado 86,4 % de acertos na mesma e apenas 13,6 % de erros. Vencendo, mais uma vez, a barreira com relação ao uso da calculadora em sala de aula, transformando-a em uma amiga para a resolução de qualquer problema matemático.

**9ª Aula – Tabela do produto e quociente**

Como já havia trabalhado detalhadamente em aulas anteriores o conteúdo de multiplicação e divisão, iniciei a aula relembrando como multiplicar com os dedos e explicando divisões com números com várias casas decimais, quociente inteiro e resto zero, tendo como mediadora a calculadora, em seguida, coloquei no quadro branco várias operações incompletas e sorteei alguns alunos para vir completar os cálculos. Após várias tentativas, observei algumas dificuldades, tais como encontrar o dividendo em uma operação incompleta e encontrar um dos fatores de um produto quando se mostram primeiro o outro fator multiplicativo e o resultado do produto. Mostrei de forma detalhada as possibilidades para se encontrar o número que falta, depois apliquei o nono problema e, durante a sua resolução surgiram ainda muitas indagações quanto à descoberta do número que faltava, mesmo com o uso da calculadora.

Por fim, a análise feita mostrou que os alunos estão acostumados apenas com cálculos completos e prontos apenas para encontrar o resultado. Como resultado foi obtido 54,5 % de acertos e 45,5% de erros, assim é possível observar que as dificuldades com as operações de produto e quociente com números inteiros ainda é um obstáculo, principalmente ao tratar-se de um cálculo aparentemente fácil, porém, na prática, exige um pouco mais de conhecimento para a sua resolução.

**10ª Aula – A árvore dos números inteiros**

Como já havíamos trabalhado durante nove aulas os princípios do uso de multiplicações, divisões, uso de números negativos e suas propriedades, resolvi deixar os alunos trabalharem apenas com suas duplas e, com todo o conhecimento adquirido no decorrer das aulas anteriores. Desse modo, objetivava verificar o desenvolvimento dos alunos sem uma prévia orientação. Lancei esta proposta a eles comunicando que os mesmos teriam como auxiliar nos cálculos a sua calculadora. Os alunos concordaram e, com isso, entreguei-lhes o décimo problema. Observei que as duplas estavam argumentando entre si o que era certo ou errado, principalmente por utilizar sinais de + e – nas operações. No final da aula, recolhi as atividades e obtive um ótimo resultado, pois 86,4 % das duplas conseguiram acertar todos os números para preencher a árvore dada, enquanto os outros 13,6 % das duplas que não conseguiram acertar todas, obtiveram êxito em pelo menos metade do problema. Com isso, pude perceber que os alunos conseguiram vencer uma parte de seus obstáculos quanto às operações trabalhadas e o uso da calculadora, guardando para si o conhecimento e podendo aplicá-lo mais tarde até mesmo no seu cotidiano.

# 6. CONCLUSÃO

As análises das aulas feitas em sala com a utilização do método de resolução de problemas além de ter como mediadora a calculadora podem ser comparadas em seus dois momentos, no primeiro onde não foi utilizado máquina e, no segundo tendo a calculadora como auxiliar nas resoluções. Tivemos ter um avanço na resolução de alguns problemas, porém algumas dificuldades básicas, como por exemplo, interpretação das questões e pouco conhecimento prévio quanto aos números negativos. Ao observarmos o objetivo geral, citado como compreender as operações de multiplicação e divisão na resolução de problemas com Números Inteiros, utilizando a calculadora como recurso didático, pode-se notar um avanço durante todas as aulas, podendo concluir que o mesmo foi alcançado pela maioria dos alunos.

Quanto aos objetivos específicos houve uma variação, pois o que se refere a ensinar os alunos a utilizar a calculadora básica para a sua exploração de matemática houve um grande avanço levando em consideração que a maioria dos alunos nunca antes tinham trabalhado com a máquina nas aulas de matemática. No objetivo de identificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas de multiplicação e divisão com Números Inteiros pode constatar um pouco mais de complexidade, pois os alunos não eram acostumados a trabalhar com problemas,

Com a utilização da calculadora como mediadora na compreensão da representação dos Números Inteiros, que as maiores dificuldades dos alunos eram a falta de conhecimento prévio sobre o conteúdo, em principal nos problemas 7 e 9, onde os índices de acertos foram os mais baixos mesmo depois de dúvidas esclarecidas e uma explicação prévia.

O mais importante durante a pesquisa foi conseguir desmontar a ideia dos alunos de que a calculadora é quem resolve os problemas e que todas as questões com o seu uso tem que dar certo.

Portanto, podemos afirmar que a calculadora não serve de mente pensante na resolução de problemas, e sim ,apenas como mediadora para a resolução do mesmo

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ALBERGARIA,I.S.,& PONTE, J.P. (2008). Cálculo mental e calculadora. In A. P. Carnavarro, D. Moreira & M.I. Rocha (Eds), *Tecnologias e educação matemática* (pp. 98-109). Lisboa: SEM-SPCE.

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BALDINO, R. R. Sobre a epistemologia dos números inteiros.Educação Matemática em Revista (p.4-11). SBEM – Ano 3 – nº 5, novembro de 1996.

BOYER, C. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática, v III. 2001.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática / Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. Campinas,SP: Editora da Unicamp, 2004.

FERREIRA,L.S. Utilizando a calculadora na compreensão do Sistema de Numeração Decimal. Universidade Estadual da Paraíba, 2006.

Matemática em Revista (p.4-11). SBEM – Ano 3 – nº 5, novembro de 1996.
MEDEIROS, K.M, Atividades com a calculadora para a sala de aula. Apostila (mimeo).

_______________, *A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos* Educação Matemática em Revista. SBEM – Ano 10 – nº14, agosto de 2003, p. 19-28.

PONTE, J. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. Ponte (Coords.), *Educação Matemática* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

SCHOENFELD, A. (1996). Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In P. Abrantes, L. C.Leal, & J. P. Ponte (Eds.), *Investigar para aprender matemática* (pp. 61-72). Lisboa: APM e Projecto MPT. (Artigo originalmente publicado em 1991 na revista ZDM)

SELVA, A.C.V & BORBA, R.E.S.R.(2009) O uso de diferentes representações na resolução de problemas de divisão inexata: analisando a contribuição da calculadora. **Educação Matemática.** Pernambuco. FACEP – MCT/CNPq. n.19.

**Sites ~Consultados:**

<http>://fazendomatematica.com/

<http>://museu.boselli.com.b

# ANEXOS

# A Biografia de Difanto de Alexandria

Considerado o maior matemático algebrista grego, Diofanto não deixou muitas marcas sobre sua história. Após vários debates a respeito do período em que viveu , os detalhes que existem sobre sua vida podem ser fictícios, sendo situados no século III d.c.

Sabe-se que Diofanto viveu oitenta e quatro anos, casou-se aos vinte e seis anos e teve um filho que morreu com quarenta e dois anos. Tais informações foram encontradas em uma coleção denominada “ Antalogia Grega”, escrita por volta do século V.

A obra de Diofanto não é considerada semelhante à álgebra geométrica de Euclides tampouco forma uma base para álgebra elementar moderna. Seu conteúdo está mais relacionado com a teoria dos números e não com a álgebra elementar, o que pode-se dizer que o título de pai da álgebra não se adeque muito bem a pessoa.

Porém, ele operou facilmente com os números negativos. Eles apareciam constantemente em cálculos intermédios em muitos problemas do seu "Arithmetica", no entanto havia certos problemas para o qual as soluções eram valores inteiros negativos como por exemplo:

$4 = 4x +20$

$3x -18 = 5x^2$

Nestas situações Diofanto limitava-se a classificar o problema de absurdo. Nos séculos XVI e XVII, muitos matemáticos europeus sentiam dificuldades em trabalhar com os números negativos e, se esses números aparecessem nos seus cálculos, eles consideravam-nos falsos ou impossíveis.

Sua principal obra é a *Arithmetica,* escrito em treze livros dos quais só foram preservados os seis primeiros. Essa obra não é uma exposição sobre as operações algébricas ou as funções algébricas, mas uma coleção de 130 problemas, dos quais não se sabe os que eram originais e os originais e os que eram emprestados de outras coleções.

Diofanto foi o pioneiro na resolução das equações chamadas em sua homenagem de equações diofantinas, que ao ser serem aplicada pelos matemáticos modernos à análise dos números inteiros, produziu um grande desenvolvimento da teoria dos números. Em particular, Fermat foi levado ao seu "grande" ou "último" teorema quando procurou generalizar um problema que tinha lido na *Arithmetica* de Diofanto: dividir um quadrado dado em dois outros quadrados.

Mesmo com as incertezas sobre a vida de Diofanto notou-se em suas obras grande contribuíram para a evolução da Matemática, em principal da Teoria dos Números.