



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

RODRIGO DE MACÊDO RODRIGUES

**ENSINO DE FORMAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL
UTILIZANDO O GEOESPAÇO**

Campina Grande – PB

Novembro – 2011

RODRIGO DE MACÊDO RODRIGUES

**ENSINO DE FORMAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL
UTILIZANDO O GEOESPAÇO**

Trabalho de Conclusão do Curso Licenciatura
Plena em Matemática da Universidade Estadual
da Paraíba. Em cumprimento às exigências para
obtenção do Título de Licenciado em
Matemática.

Prof. Msc. Aníbal de Menezes Maciel
Orientador - CCT/UEPB

Campina Grande – PB
Novembro – 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

R618e Rodrigues, Rodrigo de Macêdo.
 Ensino de formas geométricas espaciais no ensino
 fundamental utilizando o geoespaço [manuscrito] / Rodrigo de
 Macêdo Rodrigues. – 2011.
 31 f.

 Digitado.
 Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
 Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
 Ciências Tecnológicas, 2011.
 “Orientação: Prof. Me. Aníbal de Menezes Maciel,
 Departamento de Matemática e Estatística”.

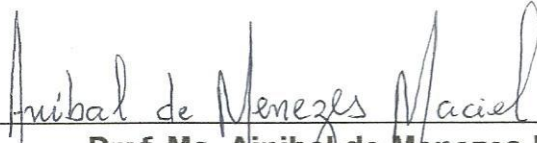
 1. Ensino de Matemática. 2. Geoespaço. 3. Matemática.
 I. Título.

21. ed. CDD 372.7

ENSINO DE FORMAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS NO ENSINO
FUNDAMENTAL UTILIZANDO O GEOESPAÇO

Monografia apresentada no Curso de
Licenciatura Plena em Matemática da
Universidade Estadual da Paraíba, em
cumprimento às exigências para obtenção
do Título de Licenciado em Matemática.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Ms. Ainibal de Menezes Maciel
Departamento de Matemática e Computação – CCT/UEPB (10)
Orientador



Prof. Dr. Juarez Dantas de Souza
Departamento de Matemática e Computação – CCT/UEPB
Examinador



Prof. Esp. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática e Computação – CCT/UEPB
Examinador

Campina Grande, 30 de novembro de 2011

*Aos meus pais Quarez e Maria Francimar
pelo apoio irrestrito em todos os momentos da
minha vida. Aos meus irmãos Ramón e
Rummenigge pela atenção, estímulo e exemplo.
Ao meu filho amado Pedro Cainã.*

Dedico

AGRADECIMENTOS

A Deus pela presença constante em minha vida, bênçãos derramadas e proteção.

A minha família, pelo aconchego, estímulo e todo carinho fornecido.

Ao meu irmão Rummenigge pela ajuda imprescindível, estímulos e pela forte amizade.

Ao meu irmão Ramón, pela companhia e parceria em cada momento.

Ao meu filho amado Pedro Cainã, principal motivo dos meus esforços.

A Renata Rocha, pela companhia, apoio, estímulo e carinho.

Aos meus avós Chico (*in memoriam*), Marieta e Carminha (*in memoriam*) pelos ensinamentos e exemplos dados, fundamentais para a minha formação.

A todos os professores que contribuíram direto ou indiretamente na minha formação e que de uma forma ou outra me ensinaram a ensinar.

Muito obrigado, que Deus abençoe a todos!

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE ANEXOS	ix
RESUMO	x
ABSTRACT	xi
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
2.1. O Surgimento da Geometria	4
2.2. <i>Os Elementos</i> de Euclides	4
2.3. Análise dos livros “Projeto Radix”, “Matemática e Realidade” e “Tudo é Matemática”	5
2.4. Noções Fundamentais da Geometria Euclidiana e Espacial	7
2.4.1. Ponto	7
2.4.2. Reta	8
2.4.3. Plano	8
2.4.4. Formas geométricas planas	8
2.4.5. Polígono	9
2.4.6. Geometria Espacial	9
2.4.6.1. Poliedros	10
2.4.6.2. Poliedros convexos e côncavos	10
2.4.6.3. Prismas	11
2.4.6.4. Paralelepípedo	12
2.4.6.5. Cilindro	13
2.4.6.6. Cone circular	14
2.4.6.7. Pirâmides	15
3. PLANO DE AÇÃO PEDAGÓGICA	17
3.1. Justificativa	17
3.2. Objetivo geral	17
3.3. Objetivos específicos	17
4. MATERIAL E MÉTODOS	18
4.1. Local de execução do trabalho	18
4.2. Caracterização das turmas avaliadas	18

4.3. Aplicação do conteúdo	18
4.4. Obtenção do Geoespaço	18
4.5. Avaliação das Aulas	20
5. PLANO DE AULA	21
6. RESULTADOS	22
7. CONCLUSÃO	24
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	26
9. ANEXO	27
9.1. Imagens das Aulas Ministradas: Aula Convencional (A), Aula com o Geoespaço (B) e Aplicação da Avaliação de Ensino-aprendizagem e do Questionário (C).	28
9.2. Questionário de Verificação da Aprendizagem.	29
9.3. Questionário	30
9.4. Algumas respostas obtidas no questionário de verificação da aprendizagem	31

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.** Geoespaço ilustrando os prismas octaédrico, triangular e retangular nas cores amarela, laranja e azul, respectivamente. 21
- Figura 2.** Materiais utilizados na confecção do Geoespaço 21
- Figura 3.** Percentual de questões certas, erradas e em branco obtidas na aula convencional. 24
- Figura 4.** Percentual de questões certas, erradas e em branco obtidas na aula ministrada com o Geoespaço. 25

LISTA DE ANEXOS

Imagens das aulas ministradas: Aula convencional (A), aula com o geoespaço (B) e aplicação da avaliação de ensino-aprendizagem e do questionário (C).	28
Questionário de Verificação da Aprendizagem	29
Questionário.	30

RODRIGUES, RODRIGO DE MACÊDO. **Ensino de formas geométricas espaciais no ensino fundamental utilizando o geoespaço**. Campina grande, Centro de Ciências e Tecnologia, UEPB, Novembro de 2011. 30f. Monografia. (Licenciatura Plena em Matemática). Orientador: Prof. Msc. Aníbal de Menezes Maciel.

RESUMO

Apesar da geometria estar presente no nosso cotidiano, este ramo da matemática passa por condições adversas no que diz respeito ao seu ensino. As mudanças ocorridas ao longo dos anos privilegiaram determinadas áreas, ao passo que outras, como é o caso da geometria, foram simplesmente aviltadas. Refletindo consideravelmente na formação básica dos docentes, que com pouco interesse sobre o assunto, acabam por lecionar de forma negligente seus conteúdos. No processo de ensino-aprendizagem, para que o professor construa sua prática, é preciso conhecer diferentes possibilidades de trabalho em sala de aula. Então cabe ao mesmo usar recursos que permitam ao aluno conhecer algo abstrato e perceber sua ligação com o real. Nesse sentido o objetivo deste trabalho foi avaliar o uso do Geoespaço no ensino de figuras geométricas espaciais. O trabalho foi conduzido em duas turmas de 6º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Maria Zeca de Souza, Massaranduba – PB. Em ambas as turmas foi feita uma introdução teórica da geometria enfatizando conceitos básicos como ponto, reta, plano, polígonos, etc., conforme plano de aula em anexo. Sendo que para uma das turmas as figuras geométricas planas foram desenhadas no quadro utilizando giz. Enquanto que na outra, foram demonstradas utilizando o Geoespaço. Verificou-se, então, que a utilização do Geoespaço estimula e facilita o aprendizado, motivando o aluno, despertando a sua curiosidade e tornando a aula mais dinâmica, proporcionando um desempenho superior àquela turma submetida à aula convencional.

Palavras chaves: Geoespaço. Processo ensino-aprendizagem. Matemática.

RODRIGUES, RODRIGO DE MACÊDO. **Teaching geometric space in elementary schools using geospatial.** Campina Grande, Center for Science and Technology, UEPB. November 2011. 30f. Monograph. (Degree in Mathematics). Advisor: Prof. MSc. Anibal de Menezes Maciel.

ABSTRACT

Although the geometry is present in our daily lives, this branch of mathematics goes through adverse conditions with respect to their education. The changes over the years have favored certain areas, while others, such as geometry, have simply been dishonored. Reflecting considerably in the basic training of teachers, with limited interest in the subject, eventually teaching negligently their content. In the process of teaching and learning for the teacher to build your practice, you need to know about different job opportunities in the classroom. So it is using the same resources to enable the student to know something abstract and realize their connection with reality. In this sense the objective of this study was to evaluate the use of Geospatial teaching of geometric space. The study was conducted in two groups of 6 th year of the State School for elementary and high school Zeca Maria de Souza, Massaranduba - PB. In both classes was made a theoretical introduction emphasizing basic concepts of geometry such as point, line, plane, polygon, etc.. As lesson plan attached. Since for a class of plane geometric figures in the table are designed using chalk. While in the other, were demonstrated using the Geospatial. It was then that the use of Geospatial encourages and facilitates learning, motivating students, arousing their curiosity and make the classroom more dynamic, providing a performance superior to that class submitted to the conventional classroom.

Key words: Geospace. The teaching-learning. Mathematics.

1. INTRODUÇÃO

A matemática é de fundamental importância para a sociedade, por ser uma ciência que está presente na economia, na música, na dança, na informática, na agricultura, na medicina e em vários outros ramos da ciência, de forma que o desenvolvimento dos povos está intimamente relacionado com o desenvolvimento da mesma.

Apesar da grande relevância, a matemática ainda passa por condições adversas no que diz respeito ao seu ensino, apresentando ainda muitos obstáculos a serem enfrentados. No meu cotidiano me deparo com vários problemas, dentre os quais posso destacar a falta de estrutura física adequada (sala de aulas, data show, computador, etc.) e o interesse do alunado. Nesse sentido os PCNs/Matemática (1997) afirmam que:

Discussões no âmbito da Educação Matemática que acontecem no Brasil e em outros países apontam a necessidade de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença da Matemática em diversos campos da atividade humana. Entre os obstáculos que o Brasil tem enfrentado em relação ao ensino de Matemática, aponta-se a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas. (1997)

Portanto, o ensino de Geometria nas escolas brasileiras reflete ainda a crise gerada pela implantação da Matemática Moderna, ocorrida na década de 70, que privilegiou o ensino da álgebra em relação ao da geometria, levando a uma formação inicial dos docentes de matemática tida como deficiente no que se refere ao domínio de conteúdos de Geometria (PAVANELLO, 1989).

A Geometria, do grego, medir a terra, tem sua origem nos agrimensores egípcios (2000 a.C.), que recorriam a ela para demarcar a área de seus lotes e para delimitar suas terras após as cheias anuais do rio Nilo que apagavam as marcas anteriores.

Assim como os demais ramos da matemática, a geometria também tem sua importância. Estudá-la é descobrir coisas admiráveis e interessantes sobre pontos, retas e planos, incluindo também a determinação de comprimentos, áreas e volumes de figuras geométricas, ou figuras de formas diversas.

A geometria espacial é o estudo de pontos, retas e planos no espaço. As figuras geométricas sólidas possuem três dimensões: comprimento altura e largura. Verificou-se essas dimensões em cones, cubos, cilindros, prismas, paralelepípedos, pirâmides e esferas. Por

outro lado, poliedros são sólidos geométricos limitados por polígonos que possuem, dois a dois, um lado comum, onde seus elementos básicos são face, arestas, vértices e diagonais.

No processo de ensino-aprendizagem tem-se constatado dificuldades de aprendizado em conteúdos onde não é possível presenciar o processo da forma que o mesmo acontece. Nesses casos cabe ao professor usar recursos que permitam ao aluno conhecer algo abstrato e perceber sua ligação com o real.

Uma das causas da dificuldade da aprendizagem apresentada pelos alunos é o fato de que os professores, em geral, lecionam o conteúdo em questão, usando apenas quadro e giz, ou seja, utilizam representações planares para representar objetos tridimensionais. Isto torna o assunto abstrato, uma vez que dificulta a visualização dos objetos tridimensionais, dessa forma, podem tornar esse processo cansativo acabando por desmotivar os alunos, causando falhas no processo de ensino-aprendizagem.

O estudo dos fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo — aluno, professor e saber matemático —, assim como das relações entre elas.

Numa reflexão sobre o ensino da Matemática é de fundamental importância ao professor:

- Identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
- Conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
- Ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções. PCNs/Matemática (1997).

Dessa forma, é imprescindível a utilização de recursos que facilitem o processo de ensino-aprendizagem. De acordo com os PCNs/Matemática (1997), não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. Portanto, para que o professor construa sua prática, é preciso conhecer diferentes possibilidades de trabalho em sala de aula, pois alguns recursos como: a resolução de problemas, a história da matemática, as tecnologias da informação e os jogos são fundamentais nesse processo.

O jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos, e um objeto sociocultural no qual está presente a matemática. Os jogos por possuírem

um sentido funcional que possibilitam a compreensão, geram satisfação, formando hábitos que se estruturam num sistema.

Por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia. Em estágio mais avançado, as crianças aprendem a lidar com situações mais complexas e passam a compreender que as regras podem ser combinações arbitrárias que os jogadores definem.

A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico. Finalmente, um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno gerando interesse e prazer.

O geoespaço é uma ferramenta simples e de fácil manuseio que possibilita a construção e visualização detalhada das formas geométricas espaciais. É uma alternativa plausível que inova a forma de dar aula e facilita a aprendizagem do aluno, pois, ao construir qualquer uma das formas geométricas, ele utiliza conceitos básicos como seguimento de reta, arestas, base e altura, fazendo com que ocorra a síntese dos conhecimentos que são partes para que haja, enfim, o entendimento do todo.

Este trabalho, focado no ensino de geometria no ensino fundamental, especificamente nas formas geométricas espaciais, propõe um meio que facilita a compreensão, interpretação e aplicação dos conhecimentos adquiridos pelos alunos no seu cotidiano. Para tanto, despertamos a curiosidade do aluno de forma a facilitar o entendimento dos conceitos geométricos.

Adotou-se a aula expositiva como metodologia, fez-se a contextualização histórica, através de textos e utilizou-se o geoespaço como ferramenta facilitadora de ensino. Esperou-se assim, que o aluno construísse seu conhecimento sobre as formas geométricas espaciais, trazendo e aplicando este conceito para o seu dia-a-dia.

Esta pesquisa foi realizada em duas turmas de 6º ano do ensino fundamental, da Escola de ensino fundamental e médio, na cidade de Massaranduba – PB, esperando assim, por em prática meios que possibilitem o desenvolvimento dos conhecimentos iniciais de geometria, de uma forma mais proveitosa.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. O Surgimento da Geometria

A Geometria como ramo matemático surgiu enquanto atividade empírica dos povos antigos para atender as suas necessidades da época, sendo suas primeiras sistematizações realizadas pelos gregos que muito contribuíram para esse ramo do saber. Platão, Eudoxo e muitos outros deram à geometria um caráter especial, encarando-a como um ramo de destaque da ciência Matemática. Mas, foi com o matemático grego Euclides que a Geometria recebeu seu grande impulso. Euclides sistematizou em sua clássica obra, os *Elementos*, os principais conhecimentos trabalhados pelos seus antecessores, dando um caráter axiomático-dedutivo ao conhecimento geométrico da época. Depois da contribuição grega, passamos a várias outras, que impulsionaram mais o desenvolvimento da Geometria enquanto ramo matemático. Descartes gerou a Geometria Analítica, enquanto Poncelet e Chasles, introduziram novas concepções, que contribuíram para o surgimento da Geometria Projetiva; Cayley introduziu elementos imaginativos às descobertas de Poncelet e Chasles, que foram posteriormente desenvolvidos e unificados por Felix Klein (PIAGET & GARCIA, 1987).

2.2. Os *Elementos* de Euclides

A morte de Alexandre, o Grande, levou a disputas entre os generais do exército grego. Em 306 a.C. o controle da parte egípcia do império estava firmemente nas mãos de Ptolomeu I e este governante voltou à atenção aos aspectos construtivos.

Entre seus primeiros atos está a criação em Alexandria de uma escola ou instituto conhecido como Museu, para o qual chamou um grupo de sábios para atuarem como professores, que entre eles estava Euclides, o autor da obra matemática *Os Elementos*.

São poucas as informações sobre Euclides. Alguns comentários de Proclus (410-485) um autor que viveu mais de 700 anos depois de Euclides, dizem que ele teria vivido por volta do ano 300 a.C.

Várias foram às obras científicas escritas por Euclides. Embora uma delas, denominada *Os Elementos*, seja a mais conhecida até hoje, pois nela está reunido todo o conhecimento da matemática daquele tempo.

Não se sabe se *Os Elementos* de Euclides foi escrito para fins de ensino ou apenas, com o simples intuito de reunir os conhecimentos matemáticos da época. É sabido que

naquela época não havia as preocupações pedagógicas atuais, embora, Euclides tenha conseguido alcançar ambos os objetivos, sendo esta obra utilizada por dois milênios no aprendizado de matemática. Existiam também, outros livros de geometria, que apresentavam uma didática melhor para o ensino, como é o caso do livro de *Lengendre*, livro este editados em diferentes línguas, entre elas o português, sendo utilizado pelas escolas brasileiras durante quase todo o século XIX.

Embora alguns pensem, *Os Elementos* não é uma obra apenas de geometria, apresenta-se também, muito de Aritmética e Álgebra em vários de seus livros. O que é verdade é que a matemática grega, na época de Euclides era toda ela geometrizada, justificando em parte a origem do equívoco. De fato a crise dos incomensuráveis e a genial solução que lhe deu êxodo, aliada a uma excessiva preocupação com o rigor, encaminhou toda a matemática para o lado da geometria. Isso se tornou tão arraigado que até cerca de 100 anos atrás os matemáticos costumavam ser chamados de “geômetras”.

É interessante destacar que os fatos geométricos de *Os Elementos* não eram expressos numericamente. Para Euclides, a área de um triângulo é metade da área do paralelogramo que se obtém com a junção de dois triângulos iguais ao triângulo dado; a área do paralelogramo é igual à área de um retângulo de mesma base e mesma altura, e assim por diante.

Os Elementos são constituídos por 13 livros além de dois outros que foram publicados muito depois de Euclides (275 A.C). Os primeiros quatro livros tratam de geometria plana. Partindo dos axiomas e postulados Euclides chega, por uma dedução lógica rigorosa, à congruência de triângulos, igualdade de áreas, teorema de Pitágoras, seção de ouro, estudo de polígonos regulares e do círculo. O quinto livro trata de proposições e no sexto livro de semelhança de figuras. Os sétimo, oitavo e nono livro são dedicados à teoria dos números. O décimo aborda os incomensuráveis e nos três últimos trata de geometria sólida e volumes provando que só existem cinco poliedros regulares.

2.3. Análise dos livros “Projeto Radix”, “Matemática e Realidade”, “Tudo é Matemática” e “A Conquista da Matemática”.

A escolha dos livros didáticos para análise seguiu do fato de serem os mais utilizados nos últimos anos na EEEFM Maria Zeca de Souza, onde fora realizada a aula experimental.

- **Projeto Radix - 6º ano - (Jackson Ribeiro, 2009)**

Apresenta de início, um monumento onde se observam várias formas geométricas espaciais, intercalando perguntas que induzem a observação e identificação das características dos sólidos geométricos, com texto objetivo, bastantes figuras coloridas e gravuras. A todo instante compara as construções reais com os sólidos geométricos. Não faz uso de exemplos resolvidos, apresenta também o conceito e a nomenclatura dos principais polígonos.

- **Matemática e Realidade - 6º ano – (Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; Antônio Machado, 2009).**

Traz inicialmente dados históricos relativos aos desenhos e artesanatos dos povos antigos e faz relação das formas geométricas planas e espaciais com os mesmos. Apresenta o conceito prévio de geometria, ponto, reta e plano. Faz relação das formas reais, encontrados em objetos do cotidiano, e as formas geométricas. Dispõe de planificações de algumas formas espaciais para recorte e colagem. Apresenta texto objetivo e sucinto com figuras de variadas cores. Não apresenta os conceitos dos principais polígonos e principais sólidos geométricos que são apresentados de forma “superficial”, apenas comparando-os com objetos reais.

- **A Conquista da matemática (A + Nova) – 6º ano – (Giovanni; Castrucci; Giovanni Jr, 2002).**

Traz conhecimentos prévios de ponto, reta e plano e aborda um breve histórico dos povos antigos. Apresenta o conceito detalhado de polígonos e a nomenclatura dos principais. No tópico de “Volume e Capacidade”, apresenta os principais sólidos geométricos de forma sucinta comparando com objetos reais. Não apresenta os conceitos e características dos sólidos geométricos.

- **Tudo é Matemática – 6º ano – (Luiz Roberto Dante, 2003).**

Apresenta as formas geométricas espaciais e suas planificações comparando-as com objetos reais, representando-as nos diversos tipos de malhas (quadriculada, pontilhada e triangular). Mostra os principais sólidos induzindo à observação e identificação das

características e dos elementos. Texto objetivo com bastantes figuras e ilustrações e usa com ênfase as cores para diferenciar as formas. Insiste na construção das formas utilizando as malhas.

Observou-se na análise feita aos livros didáticos que os sólidos geométricos não são apresentados com suas características e elementos. Apresentou uma comparação com objetos reais para que o aluno identifique no meio as formas espaciais. Há, então, uma redundância, já que alguns livros didáticos do ensino fundamental menor mostram, desta forma e com o mesmo objetivo, as formas espaciais. Seria de grande proveito, nas séries iniciais do ensino fundamental II, apresentar todas as características e elementos dos principais sólidos, o que tornaria mais eficaz a compreensão dos estudos de área e volume nas séries posteriores.

O uso de figuras ou gravuras de objetos reais facilita bastante a compreensão da geometria. É uma tarefa complexa para os alunos das séries iniciais, trazer do abstrato para o concreto, exigindo do professor elaborar artifícios que induzam a isto. Apresentar o conteúdo intercalando perguntas, também induzem a observação e identificação de características que ajudam na formação do conhecimento.

O geoespaço, além de “trazer” as formas espaciais do abstrato para o concreto, também é um meio de atrair a atenção dos alunos, promovendo assim um melhor aproveitamento do conteúdo ministrado.

2.4. Noções Fundamentais da Geometria Euclidiana e Espacial

2.4.1. Ponto

Um **ponto** é uma noção primitiva que determina uma posição no espaço. Na Geometria, pontos não possuem volume, área, comprimento ou qualquer dimensão semelhante. Assim, um ponto é um objeto de dimensão 0 (zero).

● A
Ponto A

● P
Ponto P

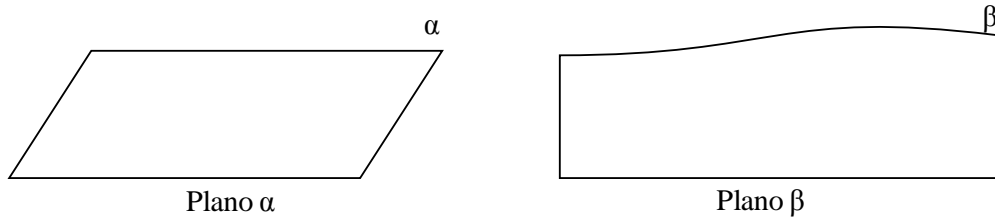
2.4.2. Reta

Em geometria, a **reta** é imaginada sem espessura, não tem começo nem fim e é ilimitada nos dois sentidos. Como é impossível representar uma reta no papel ou na lousa, geralmente representamos “uma parte” da reta. Sua indicação (ou nomeação) costuma ser feita com letras minúsculas do alfabeto.



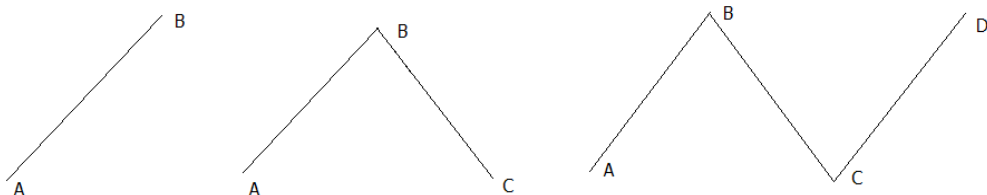
2.4.3. Plano

O **plano** é imaginado sem fronteiras e, como no caso da reta, é impossível representar o plano no papel ou na lousa. Por esse motivo, representamos apenas “uma parte” do plano. Fazemos sua indicação usando letras minúsculas do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama)

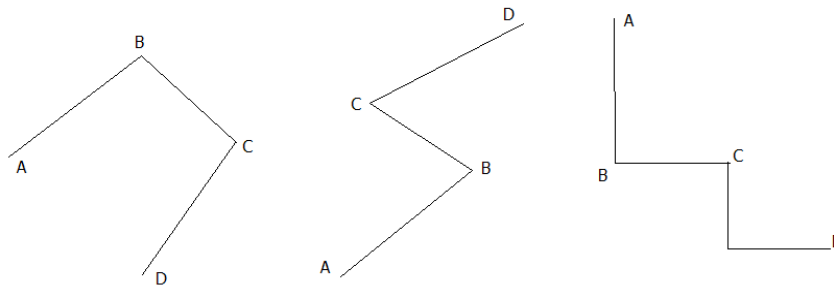


2.4.4. Formas geométricas planas

No que segue, apresentamos um segmento, dois segmentos consecutivos e três segmentos consecutivos. Segmentos consecutivos são aqueles em que a extremidade final do primeiro segmento é a extremidade inicial do segundo e a extremidade final do segundo é a extremidade inicial do terceiro e assim por diante.

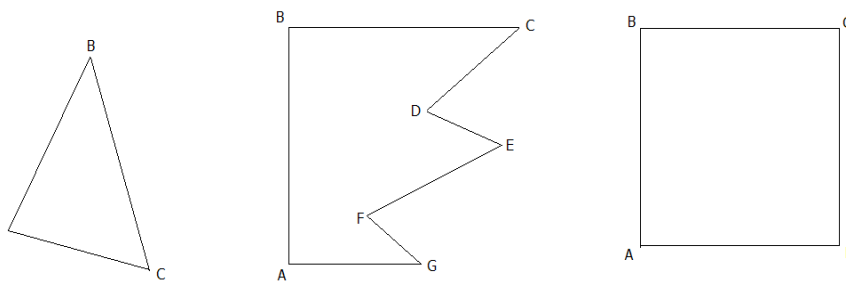


Uma linha poligonal aberta é formada por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ou seja, segmentos de reta que não estão alinhados na mesma reta e que não se fecham.

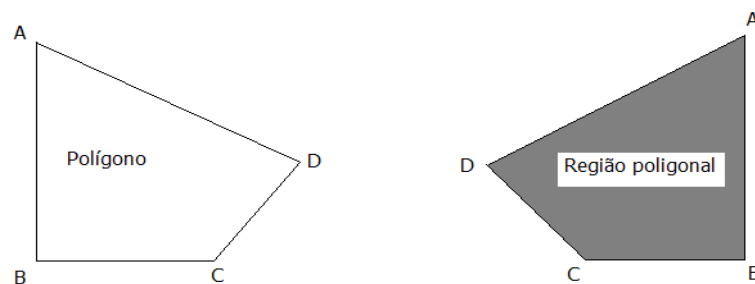


2.4.5. Polígono

Polígono é uma figura geométrica cuja palavra é proveniente do grego que quer dizer: poli(muitos) + gonos(ângulos). Um polígono é uma linha poligonal fechada formada por segmentos consecutivos, não colineares que se fecham.



A região interna a um polígono é a região plana delimitada por um polígono.



2.4.6. Geometria Espacial

Geometria Espacial é o estudo da geometria no espaço, onde estudamos as figuras que possuem mais de duas dimensões, essas figuras recebem o nome de sólidos geométricos ou

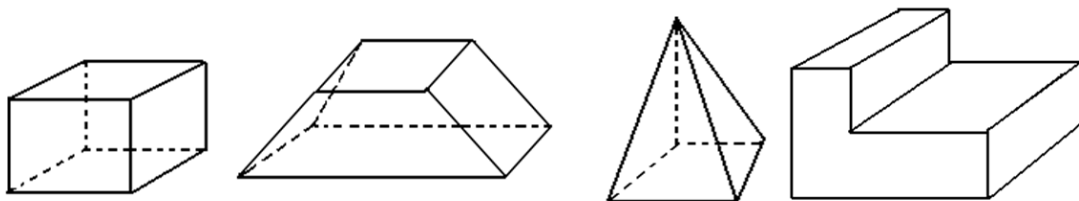
figuras geométricas espaciais, são conhecidas como: prisma (cubo, paralelepípedo), pirâmides, cone, cilindro e esfera.

Se observarmos cada figura citada acima, iremos perceber que cada uma tem a sua forma representada em algum objeto na nossa realidade, como:

- Prisma: caixa de sapato, caixa de fósforos.
- Cone: casquinha de sorvete.
- Cilindro: cano PVC, canudo.
- Esfera: bola de isopor, bola de futebol.

2.4.6.1. Poliedros

Chamamos de **poliedro** o sólido limitado por quatro ou mais polígonos planos, pertencentes a planos diferentes e que têm dois a dois somente uma aresta em comum. Veja alguns exemplos



Os polígonos são as faces do poliedro; os lados e os vértices dos polígonos são as arestas e os vértices do poliedro.

2.4.6.2. Poliedros convexos e côncavos

Observando os poliedros acima, podemos notar que, considerando qualquer uma de suas faces, os poliedros encontram-se inteiramente no mesmo semi-espço que essa face determina. Assim, esses poliedros são denominados *convexos*.

Isso não acontece no último poliedro, pois, em relação a duas de suas faces, ele não está contido apenas em um semi-espço. Portanto, ele é denominado *côncavo*.

Classificação

Os poliedros convexos possuem nomes especiais de acordo com o número de faces, como por exemplo:

- Tetraedro: quatro faces
- Pentaedro: cinco faces
- Hexaedro: seis faces
- Heptaedro: sete faces
- Octaedro: oito faces
- Icosaedro: vinte faces

2.4.6.3. Prismas

Prisma é um sólido geométrico delimitado por faces planas, no qual as bases se situam em planos paralelos. Quanto à *inclinação* das arestas laterais, os prismas podem ser retos ou oblíquos.

Elementos do prisma

Dado um prisma, consideramos os seguintes elementos:

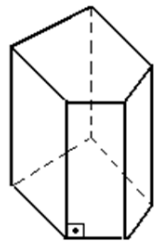
- bases: as regiões poligonais planas e paralelas;
- altura: a distância **h** entre as bases;
- arestas das bases e arestas laterais:
- faces laterais:

Classificação

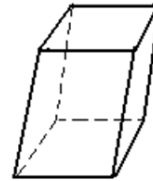
Um prisma pode ser:

- reto: quando as arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases.
- oblíquo: quando as arestas laterais são oblíquas aos planos das bases.

Veja:

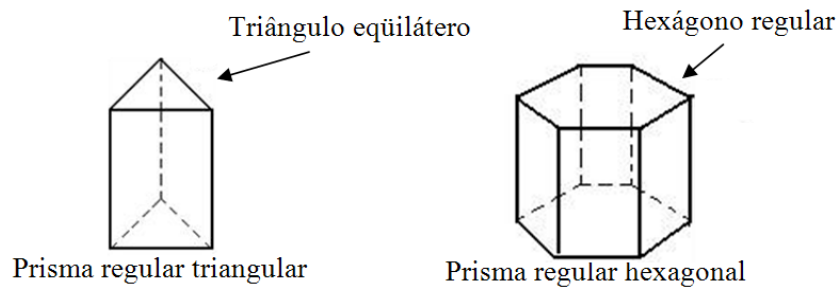


Prisma reto



Prisma oblíquo

Chamamos de prisma regular todo prisma reto cujas bases são polígonos regulares:



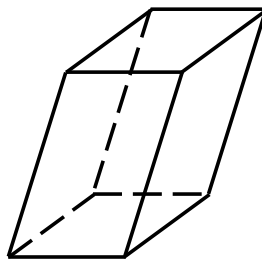
Prisma regular triangular

Prisma regular hexagonal

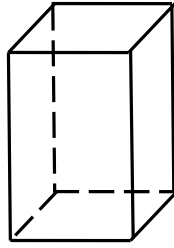
Observação: As faces de um prisma regular são retângulos congruentes.

2.4.6.4. Paralelepípedo

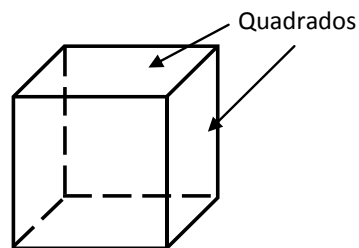
É um prisma que possui em suas bases um paralelogramo. Sendo que o paralelepípedo é configurado pela reunião dos seis paralelogramos que o constituem.



Paralelepípedo reto é aquele onde toda a projeção de sua face superior cai sobre sua face inferior, ou seja, faz um ângulo de 90° entre cada uma das faces.

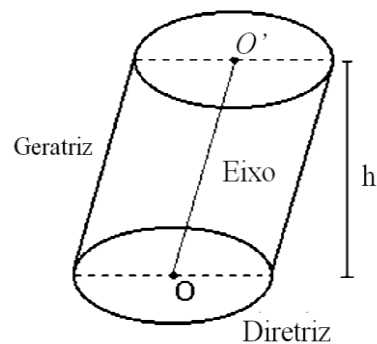


Cubo é o paralelepípedo reto que tem todas as arestas congruentes.



2.4.6.5. Cilindro

Um **cilindro** é o objeto tridimensional gerado pela superfície de revolução de um retângulo em torno de um de seus lados. De maneira mais prática, o cilindro é um corpo alongado e de aspecto roliço, com o mesmo diâmetro ao longo de todo o comprimento.



- **Elementos do cilindro**

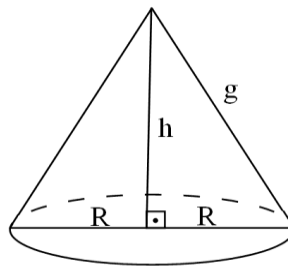
Dado o cilindro, consideramos os seguintes elementos:

- Bases: os círculos paralelos;
- Altura: a distância **h** entre as bases paralelas;

- Geratriz: qualquer segmento de extremidades nos pontos das circunferências das Bases e paralelo à reta r

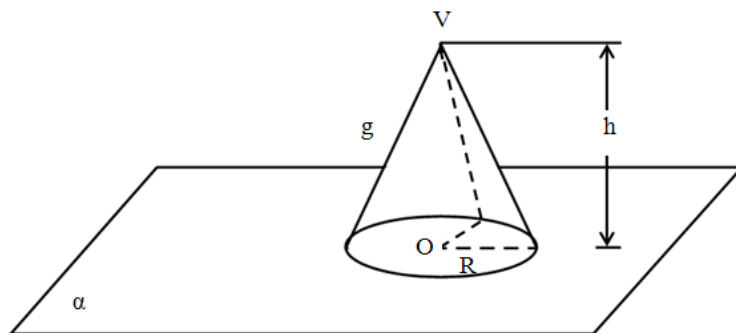
2.4.6.6. Cone circular

Um **cone** é um sólido geométrico formado por todos os segmentos de reta que têm uma extremidade em um ponto V (vértice) em comum e a outra extremidade em um ponto qualquer de uma mesma região plana R delimitada por uma curva suave, a base.



- **Elementos do cone circular**

Dado o cone a seguir, consideramos os seguintes elementos:



- Altura: distância h do vértice V ao plano α
- Geratriz (g): segmento com uma extremidade no ponto V e outra num ponto da circunferência.
- Raio da base: raio R do círculo
- Eixo de rotação: reta determinada pelo centro do círculo e pelo vértice do cone

Classificação:

- **Reto**

O **cone** é dito reto quando a sua base é uma circunferência e a reta que liga o vértice superior ao centro da circunferência da sua base é perpendicular ao plano da base. Em um cone circular reto, cuja base é um círculo, a face lateral é formada por geratrizes (g), que são linhas retas que ligam o vértice superior a pontos constituintes da circunferência do círculo. O conjunto desses pontos, ou seja, a totalidade da circunferência, tem o nome de diretriz, porque é a direção que as geratrizes tomam para criar a superfície cônica. Pode-se dizer também que o cone é gerado por um triângulo retângulo que roda sobre um eixo formado por um dos catetos, no caso de ser um cone reto. O eixo é perpendicular á base.

- **Oblíquo**

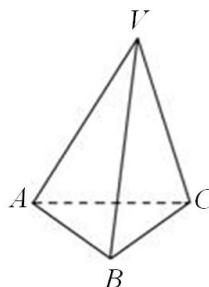
Denomina-se oblíquo quando não é um cone reto, ou seja, quando o eixo é oblíquo ao plano da base.

- **Equilátero**

Um **cone** circular reto é um cone equilátero se a sua seção meridiana é uma região triangular equilátera e neste caso a medida da geratriz é igual à medida do diâmetro da base.

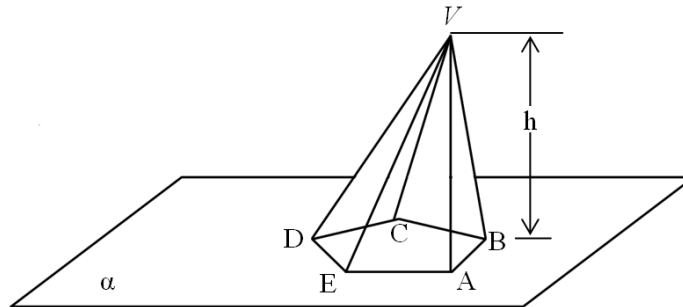
2.4.6.7. Pirâmides

Dada uma região poligonal de n vértices e um ponto V fora da região (outro plano), ao traçarmos segmentos de retas entre os vértices da região poligonal e o ponto V , construímos uma **pirâmide** que será classificada de acordo com o número de lados do polígono da base.



- **Elementos de uma pirâmide**

Dada a pirâmide a seguir, temos os seguintes elementos:



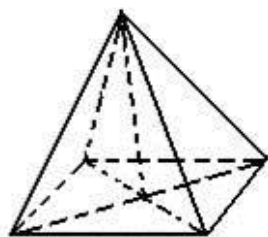
- Base: o polígono convexo **R**
- Arestas da base: os lados $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}$ do polígono
- Arestas laterais: os segmentos $\overline{VA}, \overline{VB}, \overline{VC}, \overline{VD}, \overline{VE}$
- Faces laterais: os triângulos VAB, VBC, VCD, VDE, VEA
- Altura: distância **h** do ponto **V** ao plano

Classificação

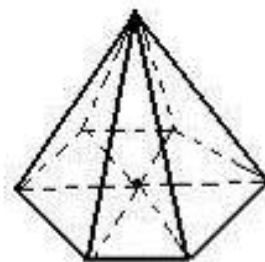
Uma **pirâmide** é reta quando a projeção ortogonal do vértice coincide com o centro do polígono da base.

Toda **pirâmide reta**, cujo polígono da base é regular, recebe o nome de *pirâmide regular*. Ela pode ser triangular, quadrangular, pentagonal etc., conforme sua base seja, respectivamente, um triângulo, um quadrilátero, um pentágono etc.

Veja:



Pirâmide regular quadrangular



Pirâmide regular hexagonal

3. PLANO DE AÇÃO PEDAGÓGICA

3.1. Justificativa

A matemática é uma ciência que surgiu a partir de necessidades cotidianas do ser humano, por isso, deve ser ensinada dentro de uma perspectiva concreta, utilizando-se técnicas ilustrativas, com clareza e objetividade. Neste sentido, os professores, como mediadores do conhecimento, devem buscar processos que venham a despertar o interesse dos alunos pelo assunto para que estes possam entender, assimilar e contextualizar o que se ensina.

A não motivação do aluno é um dos principais obstáculos que o educador pode enfrentar. Trazer para si a atenção e a curiosidade dos estudantes, principalmente aqueles que apresentam certas dificuldades ou mesmo não gostam do assunto, é uma tarefa árdua. Porém, a utilização de jogos didáticos pode ser uma alternativa que venha a amenizar tal problema. Neste sentido, o Geoespaço é uma ótima opção para o ensino de geometria espacial, haja vista que ele pode facilitar o processo de visualização de figuras geométricas espaciais (abstração), melhorando assim a compreensão do conteúdo.

3.2. Objetivo geral

- Desenvolver no aluno das séries iniciais do ensino fundamental II a capacidade de identificar os sólidos geométricos e seus elementos utilizando o Geoespaço.

3.3. Objetivos específicos

- Identificar os elementos constituintes dos sólidos geométricos;
- Viabilizar os alunos conhecerem os prismas (triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal, paralelepípedo reto e oblíquo) e as pirâmides (triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal).
- Possibilitar aos alunos comparações entre as formas geométricas espaciais e as formas encontradas no meio em que vivemos.

4. MATERIAL E MÉTODOS

4.1. Local de execução do trabalho

Este trabalho foi desenvolvido na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Maria Zeca de Souza na cidade de Massaranduba – PB, no mês de agosto de 2011 com objetivo de verificar a eficácia da utilização do Geoespaço na compreensão das formas geométricas planas pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental.

4.2. Caracterização das turmas avaliadas

As turmas eram compostas por 16 alunos cada, com faixa etária entre 10 e 13 anos, apresentando, relativamente, baixo nível de aprendizado e certa dificuldade na interpretação de situações-problemas.

4.3. Aplicação do conteúdo

A pesquisa foi conduzida em duas turmas do 6º ano. Em ambas as turmas foi feita uma introdução teórica da geometria enfatizando conceitos básicos como ponto, reta, plano, polígonos, etc., conforme plano de aula em anexo. Sendo que para uma das turmas as figuras geométricas planas foram desenhadas no quadro utilizando giz, assim denominada de aula convencional, enquanto que na outra turma, foram demonstradas as formas espaciais no Geoespaço.

4.4. Obtenção do Geoespaço

O Geoespaço é um material didático manipulável que possibilita a confecção de figuras tridimensionais (Figura 1). É composto por duas bases (superior e inferior) apoiadas em quatro hastes de sustentação. Nas bases são inseridos ganchos cuja finalidade é definir o formato das figuras. Sua aparência lembra um cubo.

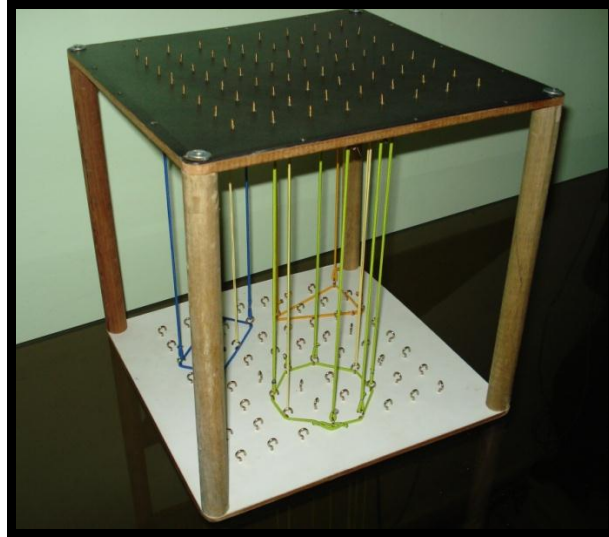


Figura 1. Geoespaço ilustrando os prismas octaédrico, triangular e retangular nas cores amarela, laranja e azul, respectivamente.

Materiais utilizados e dimensões (ver figura 2)

- Base superior (30 x 30 cm) – acrílico;
- Base inferior (30 x 30 cm) – papel cartão coberto com papel triplex;
- Hastes (quatro hastes de 30 cm) – cabo de vassoura;
- Ganchos de metal (128 und);
- Parafusos com arruelas (8 und);
- Pregos (8 und), estilete, serra, régua;
- Ligas de látex.



Figura 2. Materiais utilizados na confecção do Geoespaço.

4.5. Avaliação das Aulas

A avaliação do processo ensino-aprendizagem tem como dimensão analisar o desempenho do aluno, do professor e de toda a situação de ensino que se realiza no contexto escolar fornecendo informações que possibilitam tomar decisões sobre quais recursos educacionais devem ser organizados quando se quer tomar o ensino mais efetivo. É, portanto, uma prática valiosa reconhecidamente educativa, quando utilizada com o propósito de compreender o processo de aprendizagem que o aluno está percorrendo em um dado curso, no qual o desempenho do professor e outros recursos devem ser modificados para favorecer o cumprimento dos objetivos previstos e assumidos coletivamente na Escola.

Para a avaliação das turmas foi aplicado um questionário buscando explorar os conhecimentos básicos de geometria espacial e um questionário de perguntas a fim de identificar possíveis entraves no ensino da matemática e da utilização do Geoespaço em sala de aula. Os dados obtidos pelos erros e acertos foram transformados em valores percentuais.

5. PLANO DE AULA

GOVERNO DA PARAÍBA
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
E.E.E.F.M MARIA ZECA DE SOUZA
MASSARANDUBA, PB

PLANO DE AULA

➤ TEMA: Geometria espacial	DURAÇÃO: duas aulas de 45 min
-----------------------------------	--------------------------------------

➤ DISCIPLINA: Matemática	PROFESSOR: Rodrigo de Macêdo Rodrigues
---------------------------------	---

OBJETIVO

➤ GERAL: Introduzir o ensino de figuras geométricas espaciais para alunos do 6º ano do ensino fundamental utilizando o Geoespaço.
--

CONTEÚDO

➤ Prismas triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal, paralelepípedo reto e oblíquo;
➤ Pirâmides triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal.

METODOLOGIA

➤ TIPO: Aula expositiva.

RECURSOS

➤ Geoespaço, Lápis marcador de quadro branco.
--

BIBLIOGRAFIA

DANTE, L. R. Tudo é Matemática: 5ª série. São Paulo: Ática, 2003a.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; JUNIOR, J. R. G. A conquista da matemática: a + nova. 1 ed. 5º série. FTD, São Paulo, 2002. 303p

GIOVANNI, J. R.; JUNIOR, J. R. G. Matemática pensar e descobrir: o + novo. FTD, São Paulo, 2002, 303p.

6. RESULTADOS

Na aula convencional, tratamos do conteúdo usando o método tradicional, munidos apenas de giz e quadro-negro. Observou-se que a atenção e a concentração não eram as desejadas, pois os alunos comportavam-se com inquietação e certo “desprezo” para com a aula. Durante a aula muitos tentavam conversar e chamar a atenção dos outros colegas de sala, procurando outras formas de distração, deixando de lado o interesse ao que se apresentava. Mas logo ao apresentar os desenhos das figuras espaciais, tivemos grau razoável de atenção pelos alunos e algumas perguntas surgiram. A geometria, por si só, já atrai a atenção por utilizar desenhos e figuras, mas não foi o suficiente para prendê-la por muito tempo. Após alguns minutos, observou-se que já surgia certa inquietação, fato este, comentado posteriormente pelos próprios alunos que alegavam ter aulas de matemática pouco atrativas. Esse comportamento refletiu nos resultados obtidos na avaliação de verificação da aprendizagem, onde se verificou apenas 18,75% de acerto, 51,25% de erros e 37,50% de questões não respondidas, em branco (Figura 3).

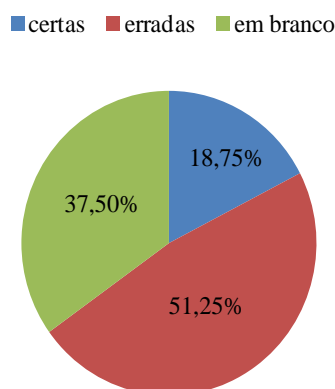


Figura 3. Percentual de questões certas, erradas e em branco obtidas na aula convencional.

De acordo com o questionário aplicado, os alunos relataram que gostam de matemática, porém, sentem dificuldades em aprender e que, de fato, não se agradavam do baixo desempenho representado por suas notas, ou seja, por não assimilarem os conteúdos passados durante a aula, eles julgaram a disciplina como sendo a mais complexa dentre as demais.

Na aula com o Geoespaço, fizemos inicialmente uma introdução verbal e, posteriormente, utilizamos o quadro-negro e giz onde foram apresentados os desenhos das figuras geométricas espaciais, bem como foi feito na primeira turma.

Desde o início da aula, os geoespaços estavam à mostra em sala, o que despertou de imediato, a curiosidade dos alunos. Alguns questionavam sobre sua utilidade enquanto outros queriam manuseá-lo. A partir desse momento observou-se que a curiosidade atraiu a atenção dos interessados, seja para saber utilizá-lo matematicamente ou como um mero objeto de manuseio ou brinquedo. Nesta turma, a aula aconteceu de forma mais rica no que diz respeito às dúvidas expostas pelos alunos. Este fato pode ser comprovado pelos resultados apresentados na Figura 4, na qual se observa que a utilização do geoespaço resultou em 69,33% de acertos, 24,44 de erros e 26,66 de questões em branco. Relacionando os dados, verifica-se que os acertos obtidos com a utilização superam os valores alcançados na aula convencional em 269,76%.

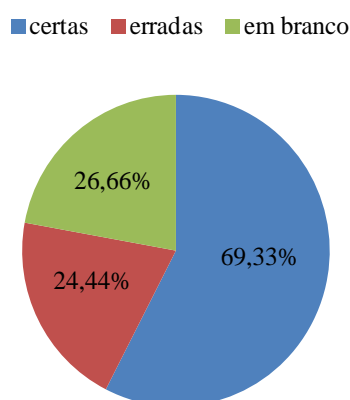


Figura 4. Percentual de questões certas, erradas e em branco obtidas na aula ministrada com o Geoespaço.

7. CONCLUSÃO

O ensino da matemática pode potencializar capacidades tais como raciocínio lógico e interpretação de situações-problemas, ampliando as possibilidades dos alunos compreenderem e transformarem a realidade. A matemática faz-se presente em diversas atividades realizadas pelas crianças, oferece aos homens em geral, varias situações que possibilitam o desenvolvimento da criatividade e a capacidade de resolver problemas. No entanto, é importante ter uma atenção maior sobre os meios utilizados no ensino para que não ocorra um processo inverso, ou seja, que o meio de ensino seja adequado para que este não aumente as dificuldades dos alunos.

A expectativa em saber sobre a verdadeira utilidade do geoespaço foi responsável por boa parte das perguntas formuladas pelos mesmos, o que gerou uma atenção melhor à aula. Os questionamentos verbais dirigidos aos alunos foram respondidos com mais segurança e as dúvidas geradas foram mais específicas em relação à aula convencional.

A atividade com o material didático geoespaço torna possível uma melhor concretização das formas em questão, aperfeiçoando a capacidade do aluno de entender os fatos e conceitos matemáticos. Uma das causas da dificuldade apresentada pelos alunos é o fato de que os professores, em geral, lecionam o conteúdo em questão, usando apenas quadro e giz, ou seja, utilizam representações planares para representar formas que têm semelhança com objetos concretos. Isto torna o assunto abstrato uma vez que dificulta a visualização das formas espaciais.

O teste, comum para as duas turmas, foi aplicado de forma individual com o objetivo de avaliar o aprendizado. Durante a aplicação na aula convencional, notou-se a resistência de alguns alunos para executá-lo, alegando não saber responder, pois não prestara atenção durante a aula, fato este que pode estar relacionado a uma baixa autoestima dos mesmos.

Sabemos que a capacidade de aprender está presente em todos os indivíduos, mas alguns apresentam uma maior facilidade para tal, outros têm dificuldades que podem ter as mais diversas origens. Devido a isso, não podemos deixar de vincular a aprendizagem à autoestima, pois as dificuldades do aprender provocam a baixa da mesma e os problemas de baixa valorização pessoal culminam em desajustes na aprendizagem. Nesse contexto, ajudar a cada aprendiz a sentir-se capaz, a descobrir-se, a aceitar-se, mesmo com defeitos, com limitações, e instigá-los a se sentirem confiantes, são caminhos que os levarão a enfrentar as complexidades da aprendizagem, pois é a partir de uma boa autoestima que o aluno vai começar a notar que a participação dele é essencial e como ele é importante para os colegas,

para o professor, sentindo-se então motivado a não desistir do aprendizado, mesmo que aconteça algum desafio, ele pode demorar a resolvê-lo, mas acabará por fazê-lo acreditar que ele pode atingir o seu objetivo.

A capacidade oferecida pelo geoespaço de trazer para o concreto as figuras espaciais ajuda os alunos a interagirem com as formas, onde é possível fazer comparações entre o que é construído no material didático com as formas existentes no meio em que vivemos. Desta forma, estimula-se a criar figuras na mente, possibilitando a construção no geoespaço, ou seja, concretizando sua ideia e então podendo distingui-las entre regulares ou irregulares. Este processo permite uma melhor fixação do conteúdo tendo em vista que o aluno traz para realidade seu pensamento e assim pode compreender melhor os conceitos que regem as formas geométricas espaciais.

Podemos ressaltar ainda, a importância da aplicação de atividades inovadoras nas aulas de matemática, com o intuito de permitir uma maior aproximação entre o conteúdo estudado e o cotidiano dos alunos. Tais atividades podem contribuir significativamente para a desmistificação da Matemática. Durante a realização da atividade descrita no presente trabalho observou-se que os alunos compreenderam com facilidade os conteúdos estudados através do geoespaço, posto que este material didático os ajudou a desenvolver ideias sobre as situações propostas. Além disso, a manipulação desse material ampliou a percepção espacial dos alunos, uma vez que os mesmos estavam em contato direto com os objetos propostos e ainda aprenderam a fazer construções inerentes as questões propostas no exercício, permitindo assim identificar bem as características dos sólidos. Isso nos mostra que, de fato, o material didático estimula e torna a aula mais atrativa, proporcionando assim, um desenvolvimento cognitivo mais satisfatório.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, MEC/INEP. **Parâmetros curriculares do Ensino fundamental de Matemática**. Brasília: MEC/INEP, 1997.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**: 5ª série. São Paulo: Ática, 2003a.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; JUNIOR, J. R. G. **A conquista da matemática: a + nova**. 1 ed. 5º série. FTD, São Paulo, 2002. 303p.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade**: 6º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antônio Machado. – 6. Ed. – São Paulo: Atual, 2009.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix**: matemática, 6º ano/Jackson da Silva Ribeiro. – São Paulo: Scipione, 2009 – (Coleção projeto radix)

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica**. 1989, 122f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1989.

PIAGET, J. & GARCIA, R. **Psicogêneses e História das Ciências**, Ciência Nova, Nº 6, Lisboa: Dom Quixote, 1987.

9. ANEXOS

9.1. Imagens das aulas ministradas: Aula convencional (A), aula com o geoespaço (B) e aplicação da avaliação de ensino-aprendizagem e do questionário (C).



9.2. Questionário de Verificação da Aprendizagem

1. Quantas bases tem um prisma? E uma pirâmide?

2. O que é um prisma triangular? E um prisma quadrangular?

3. O que são as faces de um sólido geométrico?

4. O que é vértice?

5. O que são arestas?

9.3. Questionário

1. Você gosta da disciplina de matemática?

2. Por que é importante aprender matemática?

3. Por que é importante aprender geometria?

4. Como se dá sua participação em sala de aula, você participa?

sempre quase sempre nunca

Porque?

4. Que você acha da utilização do material didático manipulável nas aulas?

5. Quanto à utilização do Geoespaço na sala de aula, o que você acha?

6. Qual a diferença entre a aula ministrada com o Geoespaço daquela sem o Geoespaço?

9.4. Algumas respostas obtidas no questionário de verificação da aprendizagem

7. Qual a diferença entre a aula ministrada com o Geoespaço daquela sem o Geoespaço?

por que o geoespaço ficar mais interessante.

7. Qual a diferença entre a aula ministrada com o Geoespaço daquela sem o Geoespaço?

e porque no geoespaço não tem como diferenciar

7. Qual a diferença entre a aula ministrada com o Geoespaço daquela sem o Geoespaço?

Eu acho sem o geoespaço e muito chato porque a gente não rir, não faz exercícios e desenhar.

7. Qual a diferença entre a aula ministrada com o Geoespaço daquela sem o Geoespaço?

E que com o Geoespaço da para entender as figuras. E sem o Geoespaço fica aquela dúvida.