UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

KLEBER WASHINGTON CABRAL DE VASCONCELOS

Logaritmos e suas Aplicações

Campina Grande/PB

Dezembro/2011

Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba.
Em cumprimento às exigências para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva

Campina Grande
Dezembro de 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

V441l Vasconcelos, Kleber Washington Cabral de.

Logaritmos e suas aplicações [manuscrito] / Kleber Washington Cabral de Vasconcelos. – 2011.

41 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Tecnológicas, 2011.

“Orientação: Prof. Me. Fernando Luiz Tavares da Silva, Departamento de Matemática e Estatística”.

1. Ensino de Matemática. 2. Aprendizagem. 3. Logaritmo. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

KLEBER WASHINGTON CABRAL DE VASCONCELOS

Logaritmos e suas Aplicações

Trabalho de Conclusão do Curso de
Licenciatura Plena em Matemática
Da Universidade Estadual da Paraíba.
Em cumprimento às exigências para
obtenção do título de Licenciado em
Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Fernando L. T. da Silva

Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Orientador

Onildo dos Reis Freire

Prof. Ms. Onildo dos Reis Freire
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

Francisco de Sá Ribeiro

Prof. Ms. Francisco de Sá Ribeiro
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

Campina Grande
Dezembro de 2011

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus por proporcionar mais esta graça em minha vida, dando-me a certeza de um bom caminho em busca do aprendizado.

A meus pais, tios, tias, primos, colegas e professores que esteve comigo neste processo de busca pelo conhecimento, em especial a minha Avó Laura Cabral de Vasconcelos.

AGRADECIMENTOS

- **A Deus**

  Ao senhor meu Deus por tudo que tenho e sou, pois foi de tua inteira vontade que este momento acontecesse na minha vida, me dando à permissão para os primeiros suspiros, a este filho que tanto te adora propiciando paz, amor, saúde e sabedoria, como prova do teu amor por nós.

- **Aos meus pais:**

  Cleodon Cabral de Vasconcelos e Leide Cleide de Vasconcelos Cabral

  Por ter me dado à graça da vida e ajudado em todos os momentos de dificuldades, visando uma grata vitória do seu amado filho, tanto na esfera profissional quanto na vida como cidadão digno e respeitado.

- **Aos meus Avós:**

  Laura Cabral de Vasconcelos e Severino Cabral de Vasconcelos **(In – Memória)**

  Por ter orientado meus pais e com isso contribuir diretamente em minha educação, dando-me conselhos e transmitindo conhecimento de vida, favorecendo para que eu possa obter êxito e ser leal com o meu próximo.

- **Toda minha família**

  Que com muito esforço deram sua grande contribuição através de conselhos dando-me incentivo para a vida.

- **Ao professor Fernando Luiz Tavares da Silva**

  Pela orientação, conhecimento repassado, paciência e principalmente estimulo à minha atividade profissional.

- Aos verdadeiros colegas que de alguma forma contribuíram para que essa conquista se realizasse em minha vida.

- **A UEPB**

  A universidade por ter me dado conhecimento técnico, político e intelectual em especial nas pessoas dos professores que contribuíram para minha formação diretamente.

RESUMO

Durante anos de estudos observei a dificuldade que os alunos tinham para compreender o estudo dos logaritmos, pois não era feita uma ponte de ligação entre o conteúdo e suas aplicações, desenvolvendo assim uma visão crítica sobre o conteúdo de forma a ter um estudo mais agradável e coeso.

A abordagem do tema logaritmo, neste trabalho acadêmico, tem por objetivo desenvolver uma metodologia diferente da utilizada atualmente, melhorando com essa nova proposta o processo de ensino - aprendizagem.

Pretendemos fazer uma abordagem diferenciada do conteúdo, através da contextualização, evidenciando as aplicações para que o aluno sinta motivação ao estudo logaritmo.

Palavra – chave: Logaritmo; Ensino; Aprendizage

Summary

During years of studies I observed the difficulty that the students had to understand the study of the logarithms, because it was not made a connection bridge between the content and its applications, developing like this a critical vision on the form content to have a more pleasant and united study.
The approach of the theme logarithm, in this academic work, has for objective to develop a different methodology at the used now days, getting better with this new proposal the teaching-learning process.
We intended to do a differentiated approach of the content, through the contextualization, evidencing the applications for the student to feel motivation when studying logarithm.

- Key word: logarithm; Teaching; Learning

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO... 09

CAPÍTULO 1

Historia da matemática e os logaritmos.. 10

Nomes que fizeram história.. 12

Surgimento dos logaritmos 14

CAPÍTULO 2

Introdução.. 16

Definição dos logaritmos.. 16

Antilogaritmo 17

Conseqüências da definição.. 17

Base e 18

Propriedades dos logaritmos de mesma base 18

Cologaritmo.. 20

Mudança de Base 21

Função logarítmicas 23

Equações logarítmicas.. 27

Inequações logarítmicas.. 29

Logaritmos Decimais.. 32

Mantissas e características.. 32

Aplicações dos logaritmos... 35

Conclusão.. 40

Referência Bibliográficas... 41

INTRODUÇÃO

Acreditamos que o estudo dos logaritmos não deve ser um fim em si mesmo, mas sim estar intimamente relacionado a um domínio de suas aplicações e que esses dois aspectos podem caminhar juntos, através de uma análise histórica e aplicativa. É com esse intuito que esse conceito é formado e por situações problemas; O que motivou essa pesquisa: Abranger explicitamente a história da invenção, o processo histórico e atual das propriedades dos logaritmos ou da função logarítmica e suas aplicações em diversas áreas do conhecimento como na acústica, nos elementos radioativos, terremotos, na música, nos fractais e na astronomia, dentre outras.

Esse trabalho está subdividido em três tópicos: O primeiro estuda a história dos logaritmos e os motivos que levaram a sua criação, através de análise e abordagem de diferentes matemáticos na busca das resoluções de problemas da época; O segundo estuda os logaritmos como um conceito formado explicitando suas formulas e propriedades, esclarecendo através das demonstrações de cada propriedade inserida no contexto e o terceiro retrata a aplicação dos logaritmos nas áreas do conhecimento aqui mencionadas.

A proposta central é possibilitar uma interação entre teoria e prática.

CAPÍTULO 1

1.1 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E OS LOGARITMO

As primeiras referências à matemática avançadas e organizadas datam do terceiro milênio a.C, na Babilônia e no Egito. Esta matemática estava dominada pela aritmética.

Os primeiros livros egípcios, escritos no ano 1800 a.C, mostram um sistema de numeração decimal com diferentes símbolos para as sucessivas potências de 10 (1, 10, 100, ...), semelhante ao sistema utilizado pelos romanos. Na geometria, foram obtidas as regras corretas para calcular a área de triângulos, retângulos e trapézios, e o volume de figuras como ortoedros, cilindros e pirâmides.

Os grego usaram elementos da matemática dos babilônios e dos egípcios. A inovação mais importante foi a invenção da matemática abstrata, com base numa estrutura lógica de definições, axiomas e demonstrações. Este avanço começou no século VI a.C, com Tales de Mileto e Pitágoras. Alguns de seus discípulos fizeram importantes descobertas sobre a teoria numérica e a geometria, que são atribuídas ao próprio Pitágoras.

No final do século IV a.C, Euclides escreveu **Elementos** obra que contém a maior parte do conhecimento matemático da época. O século posterior a Euclides esteve marcado por um grande desenvolvimento da matemática, como se pode comprovar nos trabalhos de Arquimedes e Apolônio.

Este escreveu um tratado em oito volumes sobre as cônicas e estabeleceu seus nomes: elipse, parábola e hipérbole.

Os avanços dos matemáticos árabes com as traduções dos gregos clássicos foram os principais responsáveis pelo crescimento da matemática durante a idade Média. Entre outros avanços, os matemáticos árabes ampliaram o sistema indiano de posições decimais na aritmética de números inteiros, estendendo-o às frações decimais. Al-Khwarizmi desenvolveu a álgebra dos polinômios. Os geômetras, como Ibrahim ibn Sinan, continuaram as investigações de Arquimedes sobre áreas e volumes.

Em 1545, o italiano Gerolamo Cardano publicou em sua obra Ars magna uma fórmula algébrica para a resolução das equações de terceiro e quarto graus. Esta conquista levou os matemáticos a se interessarem pelos números complexos e estimulou a busca de soluções semelhantes para equações de quinto grau ou mais. Também no século XVI, começaram a ser utilizados os modernos símbolos matemáticos e algébricos.

O século XVII começou com a descoberta dos logaritmos pelo matemático John Napier. Na geometria pura, Descartes publicou em seu discurso do método (1637) sua visão da geometria analítica , que mostrava como utilizar a álgebra para investigar a geometria das curvas. Outro avanço importante na matemática do século XVII foi o surgimento da teoria da probabilidade.

No entanto, o acontecimento mais importante do século na matemática foi o estudo dos cálculos diferencial e integral por Newton, entre 1664 e 1666. Alguns anos mais tarde, o alemão Leibniz também descobriu o calculo e foi o primeiro a divulgá-lo, em 1684 e 1686. O sistema de notação de Leibniz é usado hoje no cálculo. O grande matemático do século XVIII foi o suíço Euler, que contribuiu com idéias fundamentais sobre cálculo e outros ramos da matemática e suas aplicações.

Em 1821, o matemático Francês Cauchy conseguiu um enfoque lógico e apropriado do cálculo, baseado apenas em quantidades finitas e no conceito de limite. Além de fortalecer os fundamentais da análise, nome dado a partir de então às técnicas do cálculo, os matemáticos do século XIX realizaram importantes avanços nesta parte. No início do século, Gauss deu uma explicação adequada sobre o conceito de número complexo.

Outra descoberta do século XIX, que na época foi considerada abstrata e inútil, foi a geometria não- euclidiana. Os fundamentais da matemática foram completamente transformados no século XIX, principalmente pelo inglês George Boole, em seu livro Investigações das leis do pensamento, sobre as quais se baseiam as teorias matemáticas da lógica e das probabilidades (1854) e por Cantor em sua teoria dos conjuntos.

O computador revolucionou a matemática e converteu-se num elemento primordial. Este avanço deu grande impulso a certos ramos da matemática, como a análise numérica e a matemática finita, e gerou novas áreas de investigação, como o estudo dos algoritmos. Tornou-se, portanto, uma poderosa ferramenta em campos tão diversos quanto a teoria numérica, as equações diferencias e a álgebra abstrata.

1.2 NOMES QUE FIZERAM HISTÓRIA

JOHN NAPIER (1550-1617)

John Napier – matemático escocês , que posteriormente recebeu o título de Barão de Merchiston, nasceu em 1550 no castelo de Merchiston, nas proximidades de Edinburgh, Escócia. Filho de Archibald Napier e Janet Bothwell. Seu tio era Adam Bothwell, Bispo de Orkney, que se celebrizou por haver coroado o Rei Jaime VI e feito o casamento da Rainha Maria de Lorena com Jaime V, Rei da Escócia. Seu pai era um homem muito importante do século XVI, tendo sido designado chefe da casa da moeda em 1582. Sua família adquiriu uma grande propriedade em Merchiston, além de já ter outras em Lennox, Menteith e Gartness.

Napier foi educado na Escócia, no St. Andrews University, e em 1563 matriculou-se no Triumphant College of St. Salvator, onde lhe despertou um grande interesse pela Teologia e pela aritmética. Porém, acaba abandonando a universidade para estudar na Europa, onde adquiriu conhecimento em literatura clássica e matemática.

Durante o tempo em que ficou na Europa, estudou os princípios que fundamentam a notação dos números e a história da notação arábica, descobrindo suas raízes na Índia. Foi ele quem fez as primeiras tentativas com respeito ao desenvolvimento da base dois para a contagem. Em 1571, Napier voltou à Escócia para assistir ao segundo matrimônio do seu pai. Neste mesmo ano ele engaja-se com ardor na polêmica em torno da reforma protestante.

Por volta de 1590, Napier já havia conseguido um completo conhecimento da correspondência entre as progressões aritméticas e geométricas, o que acabou servindo de base para que ele desenvolvesse o conceito de logaritmo.

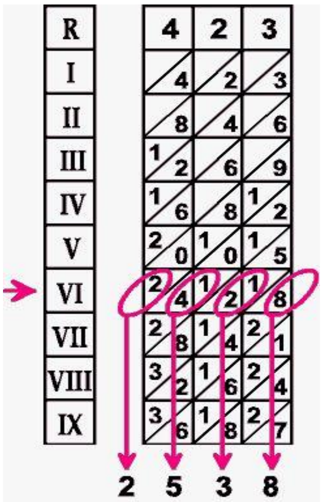
Para Napier, o estudo da matemática era só um passatempo e ele chegou a ganhar fama de inventor, pois imaginou verdadeiros engenhos, alguns de guerra destinados a conter a invasão de Filipe II, porém nunca construídos. Entre as suas imaginações também estavam vários artifícios para o ensino de aritmética, um dos quais, conhecido por “Napier’s bones’’, ou Ossos de Napier, que sobrevivem até hoje e são utilizados para dividir e multiplicar de forma mecânica. Napier também achou expressões exponenciais para funções trigonométricas e introduziu a notação decimal para frações , além de algumas outras contribuições para a matemática, como a trigonometria esférica.

Mas a sua contribuição mais importante foi a criação dos logaritmos, publicada em um tratado de 1614, onde abrange a descrição deste método junto com um conjunto de tabelas e regras. Napier tinha a intenção de que, por meio dos seus logaritmos, desse uma grande ajuda aos astrônomos, livrando-os dos erros de cálculos com grandes números. Escreveu, também, tabelas de logaritmos de funções trigonométricas, incluindo tabelas de senos e seus logaritmos, calculados de minuto a minuto.

Embora estivesse implícito no trabalho de Napier em seu desenvolvimento dos logaritmos, o número ‘’e’’, do logaritmo natural, somente foi estudado de maneira mais profunda cerca de um século depois, com Leonhard Euler , quem, inclusive, utilizou a letra ‘e’ para representá-lo e batizou o logaritmo que tem este número como base, de neperiano em homenagem ao descobridor dos logaritmos.

John Napier faleceu em 4 de abril de 1617.

A palavra ‘’Logaritmo’’ foi inventada por Napier a partir das palavras gregas ‘’Logos’’ (razão) e ‘’Aritmos” (número), o que mais tarde acabou tendo uma interpretação no latim como “números que evoluem”.



1.3 SURGIMENTO DOS LOGARITMOS

Os logaritmos, como instrumento de cálculo, surgiram para realizar simplificações, uma vez que transformam multiplicações e divisões nas operações mais simples de soma e subtração.

Napier foi um dos que impulsionaram fortemente seu desenvolvimento, perto do inicio do século XVII. Ele é considerado o inventor dos logaritmos, muito embora outros matemáticos da época também tenham trabalhado com ele.

Já antes dos logaritmos, a simplificação das operações era realizada através das conhecidas relações trigonométricas, que relacionam produtos com somas ou subtrações.

O método de Napier baseou-se no fato de que associando aos termos de uma progressão geométrica

b , b^2, b^3, b^4,b^5,..., b^n,...

os termos da progressão aritmética

1,2,3,4,5,...,n,...

Então ao produto de dois termos da primeira progressão, b^m.b^p, está associada a soma **m+p** dos termos correspondentes na segunda progressão.

Considerando, por exemplo,

PA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
PG	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16394

Para efetuar, por exemplo, 256 . 32, basta observar que:

256 na segunda linha corresponde a 8 na primeira;

32 na segunda linha corresponde a 5 na primeira;

13 na primeira linha corresponde a 8192 na segunda-feira.

Assim, 256 . 32 = 8192 resultado esse que foi encontrado através de uma simples operação de adição.

Enquanto Napier trabalhava com uma progressão geométrica , ao que parece, de forma independente, Burgi também lidava com o problema dos logaritmos. Juntos elaboraram tábuas de logaritmos mais úteis de modo que o logaritmo de 1 fosse 0 e o logaritmo de 10 fosse uma potência conveniente de 10, nascendo assim os logaritmos *briggsianos* ou comuns,ou seja, os logaritmos dos dias de hoje.

Durante anos ensinou-se a calcular com logaritmos na escola média ou no início dos cursos superiores de matemática; também por muitos anos a régua de cálculo logarítmica foi o símbolo do estudante de engenharia do campus universitário.

Hoje, porém, com o advento das espantosas e cada vez mais baratas e rápidas calculadoras, ninguém mais usa uma tábua de logaritmos ou uma régua de cálculo para fins computacionais. O ensino dos logaritmos, como um instrumento de cálculo, está desaparecendo das escolas, os famosos construtores de réguas de cálculo de precisão estão desativando sua produção e célebres manuais de tábuas matemáticas estudam a possibilidade de abandonar as tábuas de logaritmos. Os produtos da grande invenção de Napier tornaram-se peças de museu.

A função logarítmica, porém, nunca morrerá. A principal dessas razões é de natureza teórica. Embora eles tenham sido inventados como acessório para facilitar operações aritméticas, o desenvolvimento da matemática e das ciências em geral veio mostrar que diversas leis matemáticas e vários fenômenos naturais e mesmo sociais são estreitamente relacionados com os logaritmos. Assim sendo, os logaritmos, que no princípio eram importantes apenas por causa das tábuas, mostraram ter apreciável valor intrínseco.

CAPÍTULO 2 LOGARITMOS

2.1 Introdução

Neste capítulo, vamos definir os logaritmos, demonstrar suas propriedades. Mostrar a representação gráfica da função logarítmica, comparando-a com a função exponencial.

Vamos estudar as equações e inequações logarítmicas, e mostrar algumas aplicações dos logaritmos.

2.2 Definição

Sendo a e b números reais positivos, com b ≠ 1, chamamos de logaritmos de **a** na base **b** o expoente real x ao qual se eleva b para obter a:

$\log_b a$ = x ⇔ b^x = a, com a >0 , b >0 e b ≠ 1

Onde:

a = logaritmando

b = base

x= logaritmo

Exemplos:

- $\log_2 8$ =3 , pois 2^3 =8
- $\log_{10} 10$ =2, pois 10^2 =100

Observação: Quando a base é 10, por convenção, omitimos a base, ou seja o logaritmo é dito decimal.

$$\log_{10} x = \log x.$$

Para que $\log_b a$ = x tenha significado, para todo x real, precisamos impor b >0 , b≠1 e a >0. A essas restrições chamamos condições de existência dos logaritmos:

1 ≠ b>0 => b^x > 0 => a > 0

Assim , não existem, por exemplo:

- $\log_2(-8)$, pois não existe x tal que 2^x = -8
- $\log_1 3$, pois não existe x tal que 1^x = 3

2.3 Antilogaritmo

Sejam **a** e **b** dois números reais positivos com **a** diferente de 1. Se o logaritmo de **b** na base **a** é igual a **x**, então **b** é o *antilogaritmo* de **x** na base **a**. Em símbolos:

se $a,\ b \in \mathbb{R},\ 0 < a \neq 1$ e $b > 0$ então:

$$\boxed{\log_a b = x \Leftrightarrow b = anti\log_a x}$$

Exemplos:

a) $anti\log_2 3 = 8$ pois $\log_2 8 = 3$

b) $anti\log_{\frac{1}{5}} 2 = \frac{1}{25}$ pois $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25} = 2$

c) $anti\log_{\sqrt{2}} 3 = 2\sqrt{2}$ pois $\log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{2} = 3$

2.4 Consequências da definição

1) O logaritmo da unidade, em qualquer base, é nulo, ou seja:

$$\log_b 1 = 0 \quad \text{pois } b^0 = 1$$

2) O logaritmo de um valor, na mesma base, é sempre igual a 1, ou seja:

$$\log_b b = 1 \quad \text{pois } b^1 = b$$

3) O logaritmo de uma potência, cuja base seja igual à base do logaritmo, será igual ao expoente da potência

$$\log_b b^k = k \quad \text{pois } b^k = b^k$$

4) Se $\log M = \log N$ então podemos concluir que M=N.

Demonstração:

$$\log M = \log N \Leftrightarrow a^{\log K} = M \Leftrightarrow k = M$$

Esta propriedade é muito utilizada na solução de exercícios envolvendo equações onde aparecem logaritmos (equações logarítmicas).

5) b elevado ao logaritmo de M na base b é igual a M

$$b^{\log_b M} = M$$

2.5 Base e:

O número **e**, é conhecido como constante de Euler, é irracional e vale aproximadamente 2,718...

Quando um logaritmo possui base **e**, ele é chamado de logaritmo neperiano, e é representado por ln. Deste modo:

$$\log_e 2 = \ln 2$$

$$\log_e \left(\frac{1}{7}\right) = \ln \frac{1}{7}$$

$$\log_e \sqrt[3]{5} = \ln \sqrt[3]{5}$$

2.6 Propriedades dos Logaritmos

2.6.1 Logaritmo do produto

Sendo a, b e c números reais positivos, $a \neq 1$,então:

$$\log_a (b.c) = \log_a b + \log_b c$$

Demonstração:

Sejam x, y e z números reais tais que:

$\log_a b = x \Rightarrow a^x = b$ (1) $\quad \log_a c = y \Rightarrow a^y = c$ (2) $\quad \log_a (b.c) = z \Rightarrow a^z = bc$ (3)

Substituindo (1) e (2) e (3) , temos:

$a^z = a^x . a^y \Rightarrow a^z = a^{x+y} \Rightarrow z = x+y \Rightarrow \log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$

Exemplos:

- $\log_3 (81.9) = \log_3 81 + \log_3 9 = 4+2 = 6$
- $\log_2 \sqrt{2} + \log_2 \sqrt{8} = \log_2 (\sqrt{2}\ .\sqrt{8}) = \log_2 \sqrt{16} = \log_2 4 = 2$
- $\log_5 \sqrt{5} + \log_5 \sqrt{5} = \log_5 (\sqrt{5}\ .\sqrt{5}) = \log_5 \sqrt{25} = \log_5 5 = 1$

2.6.2 Logaritmo do quociente

Sendo a, b e c números reais positivos, a≠1, obtemos:

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

Demonstrar:

Sejam x, y e z números reais tais que:

$\log_a b = x \Rightarrow a^x = b$ (1) $\quad \log_a c = y \Rightarrow a^y = c$ (2) $\qquad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = z \Rightarrow a^z = \frac{b}{c}$ (3)

Substituindo (1) e (2) em (3), temos:

$a^z = \frac{a^x}{a^y} \Rightarrow a^z = a^x : a^y \Rightarrow a^z = a^{x-y} \Rightarrow z = x - y \Rightarrow \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

Exemplos:

- $\log_3 \frac{27}{81} = \log_3 27 - \log_3 81 = 3 - 4 = -1$
- $\log_3 15 - \log_3 5 = \log_3 \frac{15}{5} = \log_3 3 = 1$

2.6.3 Logaritmo da Potência

Em qualquer base a (0 < a ≠ 1), o logaritmo de uma potência de base real positiva e expoente real é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potência.

Em símbolos

Se 0 < a ≠ 1, b > 0 e α Є IR, então

$$\log_a b^\alpha = \alpha . \log_a b$$

Demonstração:

Fazendo $\log_a b = x$ e $\log_a b^\alpha = y$, provemos que $y = \alpha . x$

De fato:

$\log_a b = x \Rightarrow a^x = b$

$\log_a b^\alpha = y \Rightarrow a^y = b^\alpha$

⇨ $a^y = (a^x) \Rightarrow a^y = a^{\alpha . y} \Rightarrow y = \alpha . X$

Observações:

1ª) Como corolário desta propriedade , decorre:
''Em qualquer base a ($0 < a \neq 1$), o lagaritmo da raíz enésima de um número real positivo é igual ao produto do inverso do índice da raiz pelo logaritmo do radicando''.

Em símbolos:

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $n \in IN^*$, então

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \log_a b^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a b$$

2ª) Se b > 0, então $b^{\alpha} > 0$ para todo α real e vale a identidade

$$\log_a b^{\alpha} = \alpha.\log_a b$$

mas, se soubermos apenas que $b^{\alpha} > 0$, então temos:

$$\log_a b^{\alpha} = \alpha.\log_a |\, b \,|.$$

Exemplos:

- $\log_3 2^5 = 5.\log_3 2$
- $\log_2 \sqrt[3]{2} = \log_5 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log_5 2$
- $\log(x-4)^4 = 4.\log(x-4)$ se, e somente se, x-1 > 0 , isto é, x > 1
- Se $x \neq 0$, então $\log x^2 = 2.\log |\, x \,|$.

2.7 Cologaritmo

Chama-se cologaritmo de um número b ($b \in IR$ e $b > 0$), numa base a ($a \in IR$ e $0 < a \neq 1$), ao logaritmo do inverso de b na base a.

Em símbolos:

$$\text{colog}_a b = \log_a \left(\frac{1}{b}\right) \text{, se } 0 < a \neq 1 \text{ e } b > 0.$$

Como $\log_a \left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$, então $\text{colog}_a b = -\log_a b$

Exemplos:

1) $\operatorname{colog}_{\frac{1}{3}} 81 = -\log_{\frac{1}{3}} 81 = -\log_{3^{-1}} 81 = \log_3 81 = 4$

2) $\log_{10}\left(\frac{2}{3}\right) = \log 2 - \log 3 = \log 2 + \operatorname{colog} 3$

3) $\log_3 x - \log_3(x-1) = \log_3 x + \operatorname{colog}_3(x-1)$ onde $x > 1$.

2.8 Mudança de base

Há ocasiões em que logaritmos em bases diferentes precisam ser convertidos para uma única base conveniente.

Na aplicação das propriedades operatórias, os logaritmos devem estar todos numa mesma base.

Propriedade:

Se a, b e c são números reais positivos e a e c diferentes de 1, então tem-se:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Demonstração:

Consideremos $\log_a b = x$, $\log_c b = y$ e $\log_c a = z$ e notemos que $z \neq 0$, pois $a \neq 1$.

Provemos que $x = \frac{y}{z}$.

De fato:

$$\left.\begin{array}{l} \log_a b = x \Rightarrow a^x = b \\ \log_c b = y \Rightarrow c^y = b \\ \log_c a = z \Rightarrow c^z = a \end{array}\right\} \Rightarrow \left(c^z\right)^x = a^x = b = c^y$$

$$\Rightarrow c^{zx} = c^y \Rightarrow zx = y \Rightarrow x = \frac{y}{z}$$

Exemplos:

1º) $\log_3 5$ convertido para a base 2 fica:

$$\log_3 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 3}$$

2º) $\log_2 7$ convertido para a base 10 fica:

$$\log_2 7 = \frac{\log_{10} 7}{\log_{10} 2}$$

3º) $\log_{100} 3$ convertido para a base 10 fica:

$$\log_{100} 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 100} = \frac{\log_{10} 3}{2} = \frac{1}{2}\log_{10} 3$$

Observação

A propriedade da mudança de base pode também ser assim apresentada:

Se a, b e c são números reais e positivos e a e c diferentes de 1, então tem-se:

$$\log_a b = \log_c b \,.\, \log_a c$$

Demonstração:

A demonstração é bastante simples, basta que passemos o $\log_c b$ para a base a:

$$\log_c b \,.\, \log_a c = \frac{\log_a b}{\log_a c} \,.\, \log_a c = \log_a b$$

Conseqüências

1º) Se a e b são reais positivos e diferentes de 1, então tem-se:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Demonstração

Convertendo $\log_a b$ para a base b, temos: $\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$.

2º) Se a e b são reais positivos com a diferente de 1 e β é um real não nulo, então tem-se:

$$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta}\log_a b$$

Demonstração:

Devemos considerar dois casos:

1º caso:

Se b = 1, temos:

$\log_a 1 = 0$

$$\Rightarrow \log_{a^\beta} 1 = \frac{1}{\beta}\log_a 1$$

$\log_{a^\beta} 1 = 0$

2º caso:

Se b ≠ 1, temos:

$$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\log_b a^\beta} = \frac{1}{\beta}\frac{1}{\log_b a} = \frac{1}{\beta}\,.\,\log_a b$$

Exemplos

1º) $\log_8 3 = \log_{2^3} 3 = \frac{1}{3}\log_2 3$

2º) $\log_{\frac{1}{5}} 6 = \log_{5^{-1}} 6 = -\log_5 6$

3º) $\log_{\frac{1}{9}} 5 = \log_{3^{-2}} 5 = -\frac{1}{2}\log_3 5$

2.9 A FUNÇÃO LOGARÍTIMICA

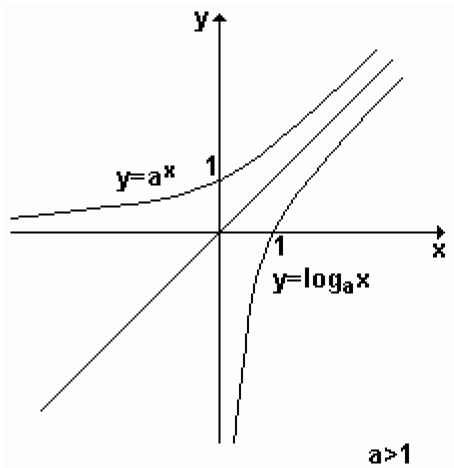
Considere a função $y = a^x$, denominada função exponencial, onde a base a é um número positivo com $a \neq 1$, definida para todo x real.

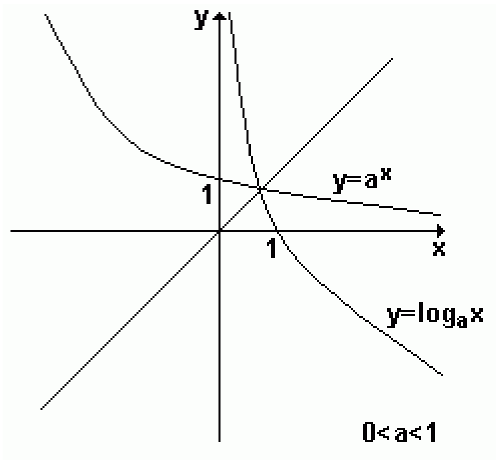
Observe que nestas condições, a^x é um número positivo, para todo x Î **R**, onde **R** é o conjunto dos números reais.Denotando o conjunto dos números reais positivos por $\mathbf{R}_+^*$, poderemos escrever a função exponencial como segue:
f: **R** ® $\mathbf{R}_+^*$; $y = a^x$, $0 < a \neq 1$

Esta função é bijetora, pois:
a) é injetora, ou seja: elementos distintos possuem imagens distintas.
b) É sobrejetora, pois o conjunto imagem coincide com o seu contradomínio.

Assim sendo, a função exponencial é BIJETORA e, portanto, é uma função inversível, OU SEJA, admite uma função inversa.

Vamos determinar a <u>função inversa</u> da função $y = a^x$, onde $0 < a < 1$. Permutando x por y, vem:
$x = a^y$ \ $y = \log_a x$. Portanto, a função logarítmica é então:
f: $\mathbf{R}_+^*$ ® $\mathbf{R}$; $y = \log_a x$, $0 < a \neq 1$. Mostramos a seguir, os gráficos das funções exponencial ($y = a^x$) e logarítmica ($y = \log_a x$), para os casos $a > 1$ e $0 < a < 1$. Observe que, sendo as funções, inversas, os seus gráficos são curvas simétricas em relação à bissetriz do primeiro e terceiro quadrantes, ou seja, simétricos em relação à reta $y = x$.





Da simples observação dos gráficos acima, podemos concluir que:

1 - para $a > 1$, as funções exponencial e logarítmica são CRESCENTES.
2 - para $0 < a < 1$, elas são DECRESCENTES.
3 - o domínio da função $y = \log_a x$ é o conjunto $\mathbf{R}_+^*$.
4 - o conjunto imagem da função $y = \log_a x$ é o conjunto **R** dos números reais.
5 - o domínio da função $y = a^x$ é o conjunto **R** dos números reais.
6 - o conjunto imagem da função $y = a^x$ é o conjunto $\mathbf{R}_+^*$.
7 - observe que o domínio da função exponencial é igual ao conjunto imagem da função

logarítmica e que o domínio da função logarítmica é igual ao conjunto imagem da função exponencial. Isto ocorre porque as funções são inversas entre si.

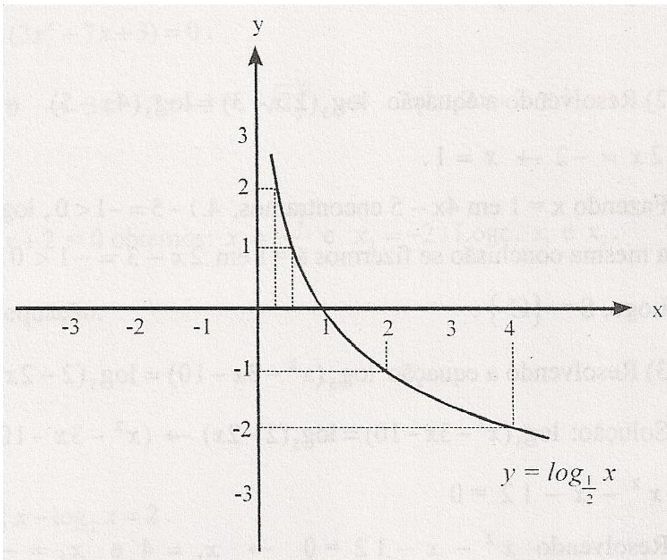
Exemplos:

1) Construir o gráfico cartesiano da função f(x) = $\log_{\frac{1}{2}} x$ (x > 0) .

Solução:

Vamos construir a tabela dando valores inicialmente a y e depois calculamos x.

y	y = $\log_{\frac{1}{2}} x$	x
-2	$\log_{\frac{1}{2}} x$ = -2	4
-1	$\log_{\frac{1}{2}} x$ = -1	2
0	$\log_{\frac{1}{2}} x$ =0	1
1	$\log_{\frac{1}{2}} x$ =1	$\frac{1}{2}$
2	$\log_{\frac{1}{2}} x$ =2	$\frac{1}{4}$

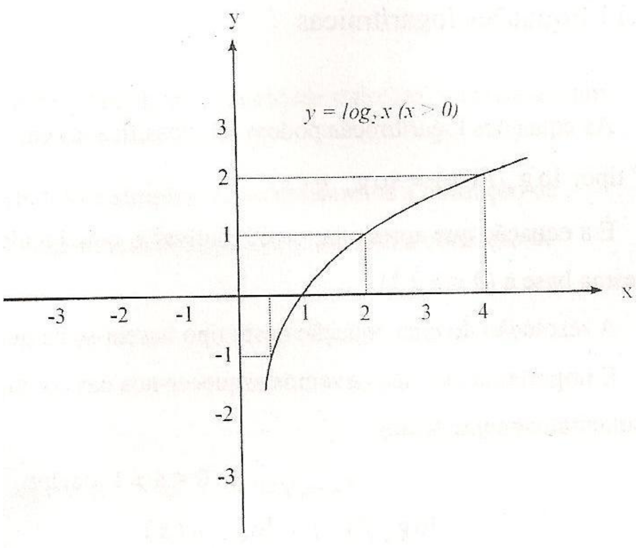


2) Construir o gráfico cartesiano da função f(x) = $\log_2 x$ (x > 0)

Solução:

Vamos construir a tabela dando valores dando valores inicialmente a y e depois calculamos x.

y	y = $\log_2 x$	x
-2	$\log_2 x$ = -2	$\frac{1}{4}$
-1	$\log_2 x$ = -1	$\frac{1}{2}$
0	$\log_2 x$ =0	1
1	$\log_2 x$ =1	2
2	$\log_2 x$ =2	4



3.0 Equações Logarítmicas

As equações logarítmicas podem ser classificados em três tipos:

1º tipo: $\log_a f(x) = \log_a g(x)$

É a equação que apresenta, ou é redutível a, uma igualmente entre dois logaritmo de mesma base a (0 < a ≠ 1).

A resolução de uma equação deste tipo baseia-se na quarta conseqüência da definição.

É importante que não devemos esquecer-nos das condições de existência dos logaritmos.

temos:

Se 0 < a ≠ 1, então:

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \rightarrow f(x) = g(x) > 0$

Exemplos:

1) Resolva a equação $\log_2(3x-5) = \log_2 7$.

Solução: $\log_2(3x-5) = \log_2 7 \rightarrow (3x-5) = 7$

Resolvendo $3x - 5 = 7 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$

É solução da equação

Logo, S = {4}

2) Resolva a equação $\log_3(2x-3) = \log_3(4x-5) \rightarrow (2x-3) = (4x-5) > 0$

$2x = -2 \rightarrow x = -1$.

Fazendo $x = 1$ em $4x - 5$ encontramos, 4.1-5 = -1 < 0, logo $x = 1$ não é solução. Chegamos a mesma conclusão se fizermos $x = 1$ em $2x - 3 = -1 < 0$.

Logo, S = Ø.

3) Resolva a equação $\log_5(x^2 - 3x - 10) = \log_5(2 - 2x)$.

Solução: $\log_5(x^2 - 3x - 10) = \log_5(2 - 2x) \rightarrow (x^2 - 3x - 10) = (2 - 2x) \rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$

Resolvendo $x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow x_1 = 4$ ou $x_2 = -3$.

Para $x_1 = 4$ temos que $2 - 2x = -6 < 0$, logo $x_1 = 4$ não é solução .

Para $x_2 = -3$ temos que $2 - 2x = 8 > 0$, logo $x_2 = -3$ satisfaz a equação.

Portanto, S = { -3}

2° tipo: $\log_a f(x) = \alpha$.

É a equação que apresenta, ou é redutível à, uma igualdade entre um logaritmo e um número real.

A solução de uma equação deste tipo é simples: basta aplicarmos a definição de logaritmo. Em equação deste tipo não é necessário preocupar-se com a condição de existência.

Se $0 < a \neq 1$ e $\alpha \in$ IR, então

$\log_a f(x) = \alpha \Rightarrow f(x) = a^\alpha$.

Exemplos:

4) Resolvendo a equação $\log_5(4x - 1) = 0$

Solução: $\log_5(4x - 1) = 0 \rightarrow 4x - 1 = 5^0 \rightarrow 4x - 1 = 1 \rightarrow 4x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Então S = $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

5) Resolva a equação $\log_{\sqrt{2}}(x^2 + 7x + 3) = 0$.

Solução: $\log_{\sqrt{2}}(3x^2 + 7x + 3) = 0 \rightarrow 3x^2 + 7x + 3 = (\sqrt{2})^0 \rightarrow 3x^2 + 7x + 3 = 1 \rightarrow 3x^2 + 7x + 3 = 0$.

Resolvendo a equação $3x^2 + 7x + 3 = 0$ obtemos: $x_1 = -\frac{1}{3}$ e $x_2 = -2$. Logo, x_1 e x_2

São soluções da equação.

Então, S = $\left\{-2, -\frac{1}{3}\right\}$.

3º Tipo: Incógnita auxiliar

São as equações que resolvemos fazendo inicialmente uma mudança de incógnita.

Resolvendo a equação $(\log_2 x)^2$ - $\log_2 x$ = 2.

Solução: A equação proposta é equivalente à equação

$(\log_2 x)^2$ - $\log_2 x$ - 2 = 0

Fazendo $\log_2 x$ = y , temos: y^2 -y -2 = 0 ⇒ y= 2 ou y = -1.

Mas y = $\log_2 x$, então :

$\log_2 x = 2 \Rightarrow x = 2^2 = 4$

$\log_2 x = -1 \Rightarrow x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

Então, S = { 4, $\frac{1}{2}$ }

3.1 Inequações logarítmicas

Da forma que classificamos as equações logarítmicas, também vamos classificar as inequações logarítmicas.

1° Tipo: $\log_a f(x) > \log_a g(x)$.

É a inequação redutível a uma desigualdade entre dois logarítmicos de mesma base a (0< a ≠ 1) .

1º Caso

Se a base é maior que 1, a relação de desigualdade que existe entre os logaritmandos é de mesmo sentido que a dos logaritmos.

Se a > 1, f(x) e g(x) > 0 então:

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \leftrightarrow$ f(x) > g(x).

Exemplo: Resolvendo a inequação, $\log_3(5x-2) < \log_3 4$

Solução: como a base é maior que 1, logo a desigualdade entre os logaritmandos tem o mesmo sentido que a dos logaritmos.

$\log_3(5x-2) < \log_3 4 \Rightarrow 0 < 5x - 2 < 4 \Rightarrow 2 < 5x < 6 \Rightarrow \frac{2}{5} < x < \frac{6}{5}$.

S = {x Є IR / $\frac{2}{5} < x < \frac{6}{5}$}

2° Caso

Se a base é positivas e menores que 1, a relação de desigualdade existente entre os logaritmos é de sentido contrario à dos logaritmos.

Se $0 < a < 1$, f(x) e g(x) > 0 , então:

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$.

Exemplo: Resolva a inequação , $\log_{0,3}(4x-3) < \log_{0,3} 5$.

Solução: como a base é maior que zero e menor que 1, logo a desigualdade entre os logaritmos tem sentido contrário à dos logaritmos. Então, temos:

$\log_{0,3}(4x-3) < \log_{0,3} 5 \Rightarrow 4x - 3 > 5 \Rightarrow 4x > 8 \Rightarrow x > 2$.

S = { x Є IR / x > 2}

2° Tipo: $\log_a f(x) < \log_a g(x)$.

A inequação logaritmo redutível a uma desigualdade entre um logaritmo e um número real.

Temos dois casos a considerar:

1º Caso

Têm-se $f(x) > K$, e usando $\log_a$ em ambos os membros resulta, $\log_a f(x) > \log_a K$, onde $f(x)$ e $K > 0$, $0 < a \neq 1$.

$$\text{Se } \log_a f(x) > k \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} f(x) > a^k, se\ a > 1 \\ 0 < f(x) < a^k, se\ 0 < a < 1 \end{cases}$$

Exemplos:

1) Resolva a inequação $\log_2(3x+5) > 3$.

Solução : Como a > 1, então $f(x)$ > K.

$\log_2(3x+5) > 3 \Rightarrow (3x+5) > 2^3 \Rightarrow 3x+5 > 8 \Rightarrow 3x > 3 \Rightarrow x > 1.$

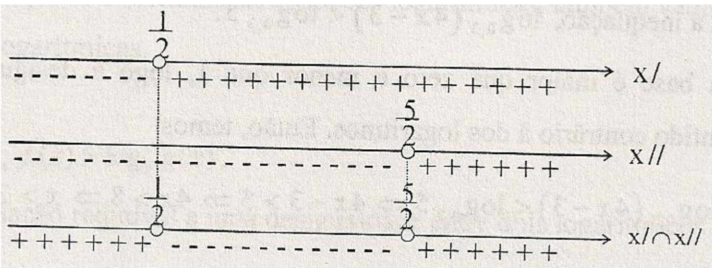
S = { x ЄIR/ x > 1}

2) Resolva a inequação $\log_{\frac{1}{2}}(2x^2 - 6x + 3) < 1$.

Solução: Temos que 0 < a < 1, logo 0 < f(x) < a^k.

$\log_{\frac{1}{2}}(2x^2 - 6x + 3) < 1 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 3 > \frac{1}{2} \Rightarrow 4x^2 - 12x + 6 > 1 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 6 > 0$. Onde

$\Delta = 64$, $x_1 = \frac{1}{2}$ e $x_2 = \frac{5}{2}$



S = { x Є IR / $\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$}

2° Caso:

Se $f(x) < K$, e usando $\log_a$ em ambos os membros obtemos, $\log_a f(x) < \log_a k$, onde $f(x)$ e K > 0 , 0 < a ≠ 1.

Se $\log_a f(x) < k \Rightarrow \begin{cases} 0 < f(x) < a^k, se\ a > 1 \\ f(x) > a^k, se\ 0 < a < 1 \end{cases}$

Exemplo: Resolva a inequação $\log_a(2x - 3) > 0$, para 0 < a < 1.

Solução: Temos que 0 < a < 1, logo 0 < $f(x)$ < k.

$\log_a(2x-3) > 0 \Rightarrow (2x-3) < a^0 \Rightarrow 2x - 3 < 1$. Então,

$0 < 2x - 3 < 1 \Rightarrow \frac{3}{2} < x < 2$.

S= { x Є IR / $\frac{3}{2} < x < 2$}

3° Tipo: “Incógnita auxiliar”.

São as inequações que resolvemos fazendo inicialmente uma mudança de incógnita.

Exemplo:

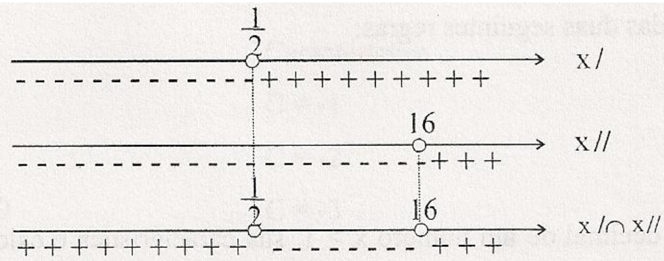
Resolvendo a seguinte inequação, $(\log_2 x)^2$ - 3 $\log_2 x$ – 4 > 0.

Solução: Fazendo $\log_2 x$ = y obtemos: $y^2 - 3y - 4$ > 0. Resolvendo temos:

Δ = 25 , y_1 = 4 e y_2 = -1 com x > 0.

$\log_2 x = 4 \Rightarrow x = 2^4 \Rightarrow x = 16$

$\log_2 x = -1 \Rightarrow x = 2^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$



S = { x Є IR / $x < \frac{1}{2}$ ou x > 16}

3.2 Logaritmos Decimais

Com a propriedade operatória dos logaritmos, podemos transformar uma multiplicação em uma soma, uma divisão em subtração e uma potência em uma multiplicação, isto é,com o emprego da teoria dos logaritmos podemos transformar uma operação em outra mais simples de ser realizada.

3.3 Característica da Mantissa

Para algum número real positivo x que consideremos, este número terá que estar necessariamente compreendido entre duas potências de 10 com expoente inteiro consecutivos.

Exemplos:

1) x = 0,04 $\Rightarrow$ $10^{-2} < 0{,}04 < 10^{-1}$

2) x = 0,351 $\Rightarrow$ $10^{-1} < 0{,}351 < 10^{0}$

3) x = 53,2 $\Rightarrow$ $10^1 < 53{,}2 < 10^2$

4) x = 810 $\Rightarrow$ $10^2 < 810 < 10^3$

sendo assim, para x > 0 , existe C Є Z tal que;

$10^c \leq x < 10^{c+1}$ $\Rightarrow$ agora usando log em ambos os membros obtemos;

$\log 10^c \leq \log x < \log 10^{c+1} \Rightarrow C \leq \log x < C + 1$

Então podemos afirmar que:

log x = C + m em , que C Є Z e o $0 \leq m < 1$ isto é o logaritmo decimal de x é a soma de um número inteiro C com um número decimal m ($0 \leq m < 1$).

O número inteiro C é por definição a característica do logaritmo de x e o número decimal m é por definição a mantissa do logaritmo decimal de x.

Podemos afirmar que:

Para determinar a característica do logaritmo decimal de um número x positivo será ela calculadora por uma das duas seguintes regras:

Regra I (x > 1).

Para o logaritmo decimal de um número x > 1, sua característica é calculada da seguinte forma: A característica é igual ao número de algarismo da parte inteira, menos 1, do logaritmo decimal de x.

Justificação:

Como o número real x tem que está compreendido entre duas potências de 10 com expoentes inteiros e consecutivos então;

Seja x > 1 e x tem (n +1) algarismos na sua parte inteira, então temos:

$10^n \leq x < 10^{n+1} \Rightarrow \log 10^n \leq \log x < \log 10^{n+1} \Rightarrow n \leq \log x < n+1$, isto é, a característica de log x é n.

Exemplos:

Logaritmo	Característica
$\log 2{,}3$	C = 0

$\log 321{,}01$ C = 2

$\log 6432$ C = 3

Regra II ($0 \leq x < 1)$

A característica do logaritmo decimal de um número $0 \leq a < 1$, é o oposto da quantidade de zeros que precedem ao primeiro algarismo significativo.

Justificação:

Seja 0 $< x < 1$ e x tem n algarismos zeros precedendo o primeiro algarismo significativo, não – nulo, temos então:

$10^{-n} \leq x < 10^{-n+1} \Rightarrow \log 10^{-n} \leq \log x < \log 10^{-n+1} \Rightarrow$ -n$\leq$ $\log x < -n+1$, isto é a característica de $\log x$ é n.

Exemplos:

Logaritmo	Característica
$\log 0{,}3$	C = -1
$\log 0{,}0431$	C = -2
$\log 0{,}00250$	C = -3

A mantissa é obtida nas tábuas (tabelas), em anexo, de logaritmos.

Em geral, a mantissa é um número irracional e por esse motivo as tábuas de logaritmos são tabelas que fornecem os valores aproximados dos logaritmos dos números inteiros, geralmente de 1 a 10.000.

Ao procurarmos a mantissa do logaritmo decimal de x, devemos lembrar a seguinte propriedade: A mantissa do logaritmo decimal de x, não se altera se multiplicarmos x por uma potência de 10 com expoente inteiro.

Uma conseqüência importante é:

‘’ Os logaritmos de dois números cujas representações decimais diferem apenas pela vírgula têm mantissas iguais’’.

Por exemplo, os logaritmos decimais dos números 2, 200 , 0,2 , 0,002, têm todos a mesma mantissa 0,3010.

3.4 APLICAÇÕES DOS LOGARITMOS

3.4.1 Acústica

A ciência nas suas varias ramificações, foi beneficiada pelo advento do logaritmo. Ao estudar ondas sonoras, percebe-se que o som apresenta características: altura, intensidade e timbre. No caso da intensidade (I) , que representa a potência de uma onda sonora por unidade de área(W/m^2), encontram-se interessantes detalhes. Para perceber a onda sonora, o tímpano humano necessita que ela tenha, no mínimo uma intensidade

$$I_0 = 10 - 12(W/m^2)$$

Chamada de limiar de audibilidade e no máximo, de $1(W/m^2$), chamada de limiar da dor. O nível sonoro(N) representa a comparação entre a intensidade sonora (I) e o limiar da audibilidade (I_0). A sua unidade mais prática é o decibel (dB).

A grandeza nível sonoro (N) obedece a uma escala logarítmica, sendo definida por

$$N = 10.\log \frac{1}{I0}$$

Pode relacionar esses conceitos com algumas situações do cotidiano. O ouvido humano apresenta lesões irrecuperáveis sempre que é exposto, por um determinado tempo, a níveis sonoros(N) superiores a 80(dB). As unidades bol(B) e decibel(dB) representam desse modo tabela de Briggs que pode ser reescrito como na tabela 4.1

Tabela 4.1: Tabela de Briggs

x	Log x
...	...
101	2,004321
102	2,008600
103	2,012837
104	2,017033
105	2,041189
...	...

3.4.2 Terremotos

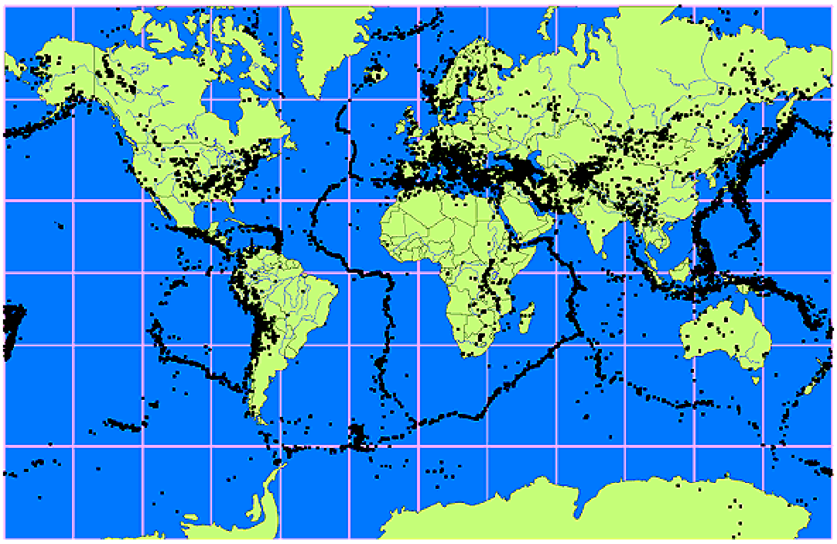


Figura 1:Mapa-Mundi com as divisões das placas tectônicas.

Com o lento movimento das placas litosféricas, da ordem de alguns centímetros por ano,tensões vão se acumulando em vários pontos, principalmente perto de suas bordas. As tensões acumuladas podem ser compressivas ou distensivas, dependendo da direção de movimentação relativa entre as placas. Quando essas tensões atingem o limite de resistência das rochas, ocorre uma ruptura, como podemos ver na figura 2, o movimento repentino entre os blocos de cada lado da ruptura geram vibrações que se propagam em todas as direções.

O plano de ruptura forma o que se chama de falha geológica. Os terremotos podem ocorrer no contato entre duas placas litosféricas (caso mais freqüente) ou no interior de uma delas, como indicado no exemplo da figura 2, sem que a ruptura atinja a superfície. O ponto onde se inicia a ruptura e a liberação das tensões acumuladas é chamado de hipocentro ou foco.

Sua projeção na superfície é o epicentro, e a distância do foco à superfície é a profundidade focal.

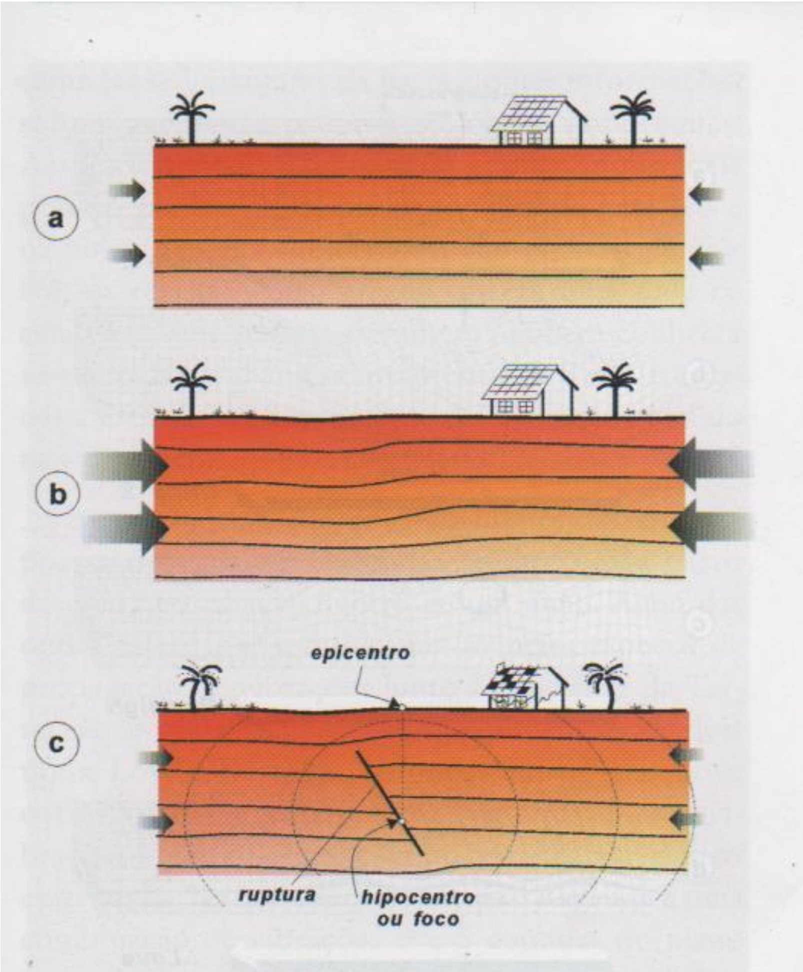


Figura 2: o ponto inicial da ruptura é chamado hipocentro ou foco do tremor, e sua projeção na superfície é o epicentro.

Embora a palavra terremoto seja utilizada mais para os grandes eventos destrutivos, enquanto os menores geralmente são chamados de abalos ou tremores de terra, todos são resultado do mesmo processo geológico de acúmulo lento e liberação rápida de tensões.

A diferença principal entre os grandes terremotos e os pequenos tremores é o tamanho da área de ruptura, o que determina a intensidade das vibrações emitidas.

Há três causas diferentes pelas quais podem ocorrer os terremotos: vulcanismo, acomodações geológicas das camadas internas da crosta e as causas tectônicas.

Essas movimentações das placas tectônicas dão origem a vários fenômenos, como a formação de cadeias de montanhas, erupção de vulcões, terremotos e maremotos.

É natural coincidir os abalos sísmicos com os locais que apresentam atividade vulcânica e grandes altitudes.
As erupções vulcânicas servem de previsões de terremotos, antecedendo-os.

3.4.3 Ondas Sísmicas

Uma onda sísmica é uma onda que se propaga através da terra, geralmente como conseqüência de um sismo, ou devido a uma explosão. Estas ondas são estudadas pelos sismólogos e medidas por sismógrafos.

3.4.3 Tsunamis

São ondas de grande energia geradas por abalos sísmicos que se propagam no oceano.

Foi no oceano Pacífico que ocorreram à maioria das Tsunamis, por ser uma área cercada por atividades vulcânicas e freqüentes abalos sísmicos.

As tsunamis ao se propagarem no oceano, possuem comprimento de ordem de 150 a 200 Km de extensão e raramente superior a 1 metro de altura. Portanto, em alto mar eles são quase imperceptíveis. Entretanto, ao se aproximar das zonas costeiras mais rasas, há uma redução da velocidade, devido ao atrito com o fundo do mar, porém a energia continua a mesma. Consequentemente, a altura da onda aumenta bastante em pouco tempo. Neste ponto, ela pode atingir 10, 20 e até 30 metros de altura, em função de sua energia e da distância do epicentro da tsunami.

Como se forma a onda mortal:

Vejamos a figura:

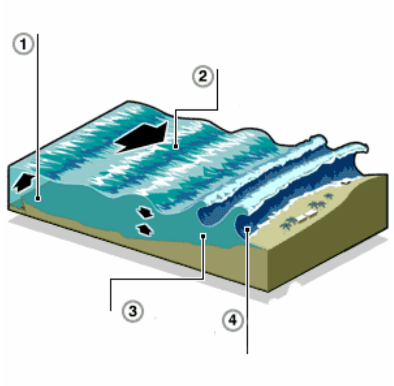


Figura 3: Formação de um Tsunami. Fonte: http://www.cientic.com/tema_geologicos.html

1. A ruptura causada pelo tremor no leito do mar empurra a água para cima, dando início á onda.

2. A onda gigante se move nas profundezas do oceano em velocidade altíssima.
3. Ao se aproximar da terra, a onda perde velocidade, mas fica mais alta.
4. Ela então avança por terra, destruindo tudo em seu caminho.

CONCLUSÃO

A invenção dos logaritmos foi de grande importância para o avanço da tecnologia, dando mais rapidez aos cálculos utilizados a partir do século XVI. Suas aplicações tomaram rumos diversos, expandindo dessa forma suas áreas de atuação.

Com o avanço da tecnologia, alguns recursos como: a tábua de logaritmos ou mesmo a régua de cálculo, foram sendo desativados por falta de uso, logicamente com o advento dos computadores não seria viável continuar utilizando os recursos do século XVI.

Os logaritmos podem ser explorados de uma melhor maneira por parte dos professores do ensino médio, bastando para isso, se adaptar aos novos métodos de ensino.

BIBLIOGRAFIA

AREF, Antar Neto. **Progressões e logaritmos**: 2° grau, noções de matemática; V.2- São Paulo- Editora Moderna- 1979.

ÁVILA, Geraldo Severo de SOUZA. Cálculo 1: **Funções de uma variável**/Geraldo Ávila. -4. Ed.- Rio de Janeiro: LTC – livros técnicos e científicos Editora S.A.,1982.

BAUGART, John K. **História da Álgebra**, tradução hygino h. Domingues São Paulo: Atual, 1992.

Boyer, Carl B. **História da Matemática**, tradução Elza F. Gomide – 2ª edição –São Paulo; Editora Edgard Biucher,1996.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática do ensino Médio**, volume único: livro do professor/ Luiz Roberto Dante.- - 1 Ed.- - São Paulo: Ática,2005.

EVES, Gelson. **Fundamentos de matemática Elementar**, 2: logaritmos: exercícios resolvidos, exercícios propostos com resposta, testes de vestibulares com resposta. Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Carlos Murakami- 8ª edição. São Paulo- Atual, 1993.

http://www.exatas.mat.br/historia.htm

http://www.perdiamateria.eng.br/nomes/Napier.htm