



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

LARISE CARMÉLIA DE FRANÇA SILVA

**ESTUDO DE CASO SOBRE O ENSINO DE ÂNGULOS NO 7º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Campina Grande/PB
Dezembro/2011

LARISE CARMÉLIA DE FRANÇA SILVA

**ESTUDO DE CASO SOBRE O ENSINO DE ÂNGULOS NO 7º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão do Curso de
Licenciatura Plena em Matemática da
Universidade Estadual da Paraíba.
Em cumprimento às exigências para
obtenção do Título de Licenciada em
Matemática.

Orientador: Prof. Dr. JUAREZ DANTAS DE SOUZA

Campina Grande/PB
Dezembro/2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S381e Silva, Larise Carmélia de França.
Estudo de Caso Sobre o Ensino de Ângulos no 7º Ano
do Ensino Fundamental [manuscrito] / Larise Carmélia de França
Silva. – 2011.
37 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Ciências e Tecnologias, 2011.

“Orientação: Prof. Dr. Juarez Dantas de Souza,
Departamento de Matemática e Estatística”.

1. Matemática - Estudo. 2. Matemática - Ângulos. 3.
Matemática - Aprendizagem. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

LARISE CARMÉLIA DE FRANÇA SILVA

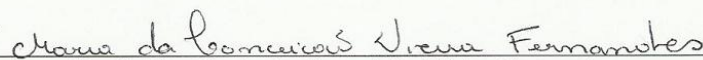
**ESTUDO DE CASO SOBRE O ENSINO DE ÂNGULOS NO 7º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão do Curso de
Licenciatura Plena em Matemática
da Universidade Estadual da
Paraíba. Em cumprimento às
exigências para obtenção do Título
de Licenciada em Matemática.

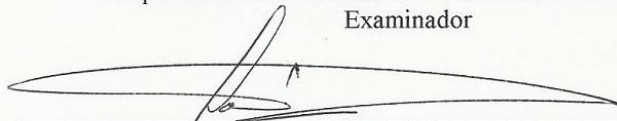
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Juarez Dantas de Souza
Departamento de Matemática e Estatística – CCT/UEPB
Orientador



Prof. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática e Estatística – CCT/UEPB
Examinador



Prof. Ms. Samuel Carvalho Duarte
Departamento de Matemática e Estatística – CCT/UEPB
Examinador

Campina Grande, 09 Dezembro de 2011.

Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo.
Todos nós sabemos alguma coisa. Todos
nós ignoramos alguma coisa. Por isso
aprendemos sempre.

Paulo Freire

Dedico este trabalho as minhas tias Maria Inês de França e Maria José de França.

AGRADECIMENTOS

Á DEUS, que me fortaleceu durante esta jornada não permitindo que eu desistisse.

Á FAMÍLIA, que esteve sempre ao meu lado me dando todo o apoio e confiança que precisei e me incentivando a buscar sempre um pouco mais.

AOS PROFESSORES, que tiveram um papel de fundamental importância para o meu desenvolvimento acadêmico, em especial ao meu orientador pela paciência, compreensão e tempo dedicado para o desenvolvimento deste trabalho.

AOS AMIGOS, pelas palavras de apoio, ousadia e confiança nos momentos necessários.

RESUMO

A aprendizagem de Matemática, ainda apresenta alguns problemas que levarão algum tempo para serem resolvidos. São métodos e procedimentos didático-pedagógicos ultrapassados e inadequados, aplicados em sala de aula. Este trabalho analisa o processo ensino-aprendizagem de Ângulos no município de Alcantil. O estudo envolve uma investigação qualitativa de procedimentos e práticas pedagógicas aplicadas pelos professores que levam os alunos ao insucesso da aprendizagem. Foram realizadas pesquisas com a comunidade escolar envolvendo professores e alunos. Ambos foram consultados mediante questionário previamente elaborado com o objetivo de coletar informações que posteriormente ajudasse a analisar todo o processo ensino-aprendizagem, mais especificamente como se ensina e o que se aprende.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. CARACTERIZAÇÃO DA SITUAÇÃO	10
2.1 AMBIENTE ESCOLAR	10
2.2 PERFIL DOS PROFESSORES	10
2.3 PERFIL DOS ALUNOS	11
2.4 PRÁTICA PEDAGÓGICA USADA NA ESCOLA	11
2.5 APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO	12
3. CONCEITO DE ÂNGULOS	13
3.1 COMO USAR O TRANSFERIDOR PARA MEDIR ÂNGULOS	16
3.2 CLASSIFICAÇÃO DOS ÂNGULOS COM RELAÇÃO À MEDIDA	17
3.3 CLASSIFICAÇÃO DOS ÂNGULOS DE ACORDO COM A POSIÇÃO	20
3.4 ÂNGULOS FORMADOS POR DUAS RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL	22
3.5 OPERAÇÕES COM ÂNGULOS	23
4. IMPORTANCIA E APLICAÇÕES	25
4.1 EXEMPLOS DE APLICAÇÕES	27
5. ANÁLISE DO CASO	29
5.1 ANÁLISE DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM	29
5.2 ANÁLISE DO RESULTADO DA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS	30
6. SUGESTÕES	31
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
8. BIBLIOGRAFIA	34
9. ANEXOS	35

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho enfatiza a importância que deve ser dada ao ensino de ângulos. O qual não é um assunto dos mais fáceis de ser ensinado, nem tão pouco de ser aprendido, mas é de grande importância como muitos outros conteúdos matemáticos e serve como base para estudo de diversos assuntos na parte de geometria plana, espacial, analítica e trigonometria.

O presente estudo tem como objetivo analisar o nível do ensino-aprendizagem das definições e conceitos de Ângulos apresentados no 7º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas no município de Alcântil. Verificar a importância que os professores dão ao ensino, qual o tratamento que estão tendo ao trabalhar com o conteúdo, analisar como os professores estão abordando os conceitos e definições e se conseguem relacionar este assunto com experiências vivenciadas no cotidiano dos alunos.

Através deste trabalho de reflexão, pretende-se incentivar os professores na utilização de materiais de apoio e exemplos práticos do cotidiano, que facilitem a compreensão do conceito, e que os alunos consigam associar o conteúdo a alguma situação do seu dia a dia, melhorando assim o aprendizado e mostrando que a Matemática como Álgebra ou Geometria estão presentes em diversas situações do cotidiano.

Para elaboração deste trabalho foi desenvolvida uma pesquisa de campo qualitativa e exploratória, cujos métodos utilizados para a coleta de informações foram: análises em livros, revistas, artigos e internet, para verificar como diversos autores e estudiosos matemáticos tratam e abordam o assunto em estudo de acordo com as condições de ensino. Num primeiro momento foi realizada uma visita as escolas com o objetivo de conhecê-las previamente, na sua infra-estrutura e corpo docente para verificar as condições de trabalho e instalações em geral. Em seguida foram elaborados dois questionários um para ser respondido pelos professores com o intuito de analisar a qualificação dos mesmos e a carga horária, em quantas escolas e em quantas turmas lecionam, enfim, verificar sua disponibilidade para o preparo das aulas, pois, são informações de fundamental importância para o desenvolvimento de uma boa metodologia de ensino, que é adquirida na prática docente e aperfeiçoada ao longo do tempo. Neste mesmo questionário foi perguntado sobre sua metodologia de ensino, e as aplicações do conteúdo no cotidiano, se a escola dispõe de algum material de apoio e, se suas metodologias de ensino trazem

resultados satisfatórios. O segundo questionário, elaborado para ser respondido pelos alunos, quis verificar se os professores falaram realmente a verdade então perguntei sobre o conceito de ângulos, com o objetivo de comparar as respostas dadas pelos professores com as respostas dos alunos, verificar como os alunos receberam este conhecimento dos professores e se após o estudo do tema e conclusão do capítulo conseguem lembrar e associar esta definição a alguma situação do seu dia a dia.

2. CARACTERIZAÇÃO DA SITUAÇÃO

2.1 AMBIENTE ESCOLAR

A situação foi analisada em três turmas do 7º ano do ensino fundamental em duas escolas municipais e uma estadual no município de Alcantil, na Paraíba, durante o ano de 2010. São escolas de ensino fundamental e médio (1º e 2º grau), que funcionam os três turnos. Nessas escolas contém: sala de professores, uma secretaria, salas de aulas, uma sala de direção, uma sala de arquivo, cozinha, almoxarifado, banheiros masculino e feminino, sala de vídeo, laboratório de informática, máquinas para xérox e impressões para uso dos professores, biblioteca, pátio e, na escola estadual laboratório de química e física. As salas das turmas em questão são suficientemente espaçosas, possuem quadro branco, dispõe de boa iluminação, boa ventilação com janelas grandes e ventiladores de teto.

2.2 PERFIL DOS PROFESSORES

Os professores são jovens e estão em processo de formação, ainda estão adequando suas metodologias de ensino, tentando sair de uma prática pedagógica tradicional onde a preocupação maior é o ensino, o professor é tido como o dono do saber e o aluno é considerado ser passivo no processo de ensino-aprendizagem e passar a uma prática renovadora, com uma escola ativa onde o objetivo principal deixe de ser o ensino e passe a ser a aprendizagem. Mas este processo de adequação não é tão simples e fácil como se pensa, mesmo tentando mudar, percebeu-se que os professores são escravos do livro

didático que é tido como seu principal instrumento de trabalho e serve como última palavra do conhecimento na área, sendo trabalhado em sala de aula como verdade absoluta e orientador das atividades.

2.3 PERFIL DOS ALUNOS

Cada turma tem em média entre trinta e quarenta alunos que estão distribuídos por faixa etária. O índice de reprovação é de aproximadamente dez por cento e está aliado a diversos fatores, pois, boa parte dos alunos desenvolvem atividades remuneradas no horário oposto ao escolar, na agricultura, na pecuária, no comércio ou na confecção de roupas, e por não ter perspectiva de melhora de vida preferem tentar entrar no mercado de trabalho o mais cedo possível, sendo este o principal motivo da evasão escolar, juntamente claro com a falta incentivo e a ausência da família na escola.

2.4 PRÁTICA PEDAGÓGICA USADA NA ESCOLA

Em todas as instituições os professores utilizam como base os livros do Projeto Araribá, é um livro que traz os conteúdos de forma lógica, simples, detalhada e muitos exemplos e exercícios contextualizados, diversas atividades integradas ao fim de cada capítulo relacionando o conteúdo estudado, na maioria das vezes, com a análise de gráficos, estatísticas e situações problemas do cotidiano, este livro aborda também algumas curiosidades matemáticas, um pouco da história da Matemática e, faz uma relação (interdisciplinar) com outras disciplinas e com experiências vivenciadas pelos alunos.

Os professores não preparam suas aulas de maneira adequada, lecionam sem planos de aulas escritos, e pouco planejam suas atividades. A escolha do conteúdo é baseada nas sugestões de plano de curso contido no livro didático adotado, que é discutido no planejamento bimestral e organizado de acordo com as necessidades sequenciais dos conteúdos.

Os professores adotam como metodologia a aula expositiva, centralizada no uso do livro didático adotado pela escola, com resolução de alguns exemplos e poucas vezes utilizam materiais de apoio como régua, esquadros transferidores, compasso, dobraduras, tangran ou objetos com formas geométricas. E, para melhor fixação do aprendizado, expõem algumas questões para que os alunos possam resolver em sala de aula e em seguida discutem as questões com todos na sala num antigo processo de aprendizagem por repetição de exercícios. As três escolas dispõem de um grande acervo de material de apoio como jogos, material dourado, tangran, sólidos geométricos, figuras planas e espaciais confeccionadas em plástico ou madeira, câmera digital, computadores com acesso a internet e retroprojetores. No entanto, dificilmente esses materiais são usados com fins didáticos nas aulas de matemática, percebe-se que os professores não estão sabendo ou querendo usar recursos tecnológicos para melhorar o desenvolvimento e aproveitamento das aulas com mais participação e interação dos alunos.

2.5 APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO

O ensino de Matemática geralmente é o que os alunos questionam e acham mais difícil, pois, os conhecimentos são desenvolvidos como processo repetitivo e mecânico através de uma infinidade de exercícios que para muitos alunos não tem sentido nenhum. Os professores chegam à sala de aula, explicam o conteúdo e raras vezes usam a régua e o esquadro e mandam os alunos resolverem alguns exercícios, exigindo apenas memorização de termos e fórmulas específicas, preocupando-se apenas em cumprir o currículo proposto. Os processos avaliativos são os mais tradicionais possíveis com provas escritas e individuais e provas de recuperação para aqueles que não tiveram bom êxito nas notas. Em nenhum momento é realizada uma oficina ou seminário mesmo que seja uma apresentação mais informal.

3. CONCEITO DE ÂNGULOS

O conceito de ângulo aparece primeiramente em materiais gregos no estudo de relações envolvendo elementos de um círculo junto com o estudo de arcos e cordas. As propriedades das cordas, como medidas de ângulos centrais ou inscritas em círculos, eram conhecidas desde o tempo de Hipócrates e talvez Eudoxo tenha usado razões e medidas de ângulos na determinação das dimensões do planeta Terra e no cálculo de distâncias relativas entre o Sol e a Terra. Eratóstenes de Cirene (276 a.C.-194 a.C) já tratava de problemas relacionados com métodos sistemáticos de uso de ângulos e cordas.

Desde os tempos mais antigos, os povos vêm olhando para o céu na tentativa de encontrar respostas para a vida na Terra assim como entender os corpos celestes que aparecem à nossa vista. Desse modo, a Astronomia talvez tenha sido a primeira ciência a incorporar o estudo de ângulos como uma aplicação da Matemática.

Na determinação de um calendário ou da hora do dia, havia a necessidade de realizar contagens e medidas de distâncias e estudar pontos. Frequentemente, o Sol servia como referência e a determinação da hora dependia da inclinação do Sol e da sombra relativa projetada sobre certo indicador chamado relógio de Sol.

Para obter a distância que a Lua estava acima do horizonte, dever-se-ia calcular uma distância que nunca poderia ser medida por um ser humano comum. Para resolver este problema, esticava-se o braço e se calculava quantos dedos comportava o espaço entre a Lua e o horizonte ou então, segurava-se um fio entre as mãos afastadas do corpo e se media a distância. Os braços deveriam permanecer bem esticados para que a resposta fosse a mais fiel possível. A medida era diferente de uma medida comum e este modo foi o primeiro passo para medir um ângulo, objeto este que se tornou importantíssimo no contexto científico.

Falar sobre conceitos e aprendizagem de conceitos não é uma tarefa simples, mesmo quando os conceitos são mais “elementares”. Quando tentamos esclarecer o significado de algum termo, várias são as definições dadas e em muitas vezes essas definições não são concordantes.

Na opinião de David Hilbert (1862 a 1943) “ângulo é a figura ou região angular limitada por um par de semi-retas com origem comum. Todas as esquinas do mundo são ângulos”. Conforme Giovanini (2010, p135), “Denominamos ângulo, a região convexa formada por duas semi-retas de mesma origem”. Duas semi-retas com a mesma origem e não contidas na mesma reta separam o plano em duas regiões, uma convexa e outra não convexa como mostra a Figura1, na próxima página.

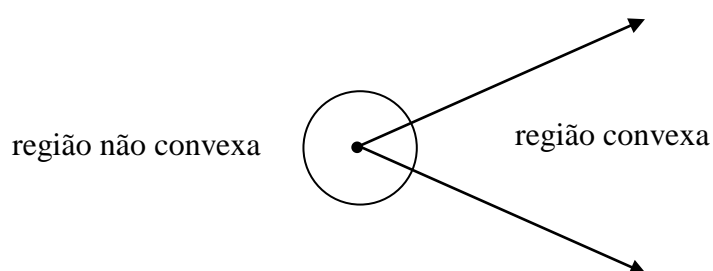


Figura1. Duas semi-retas contidas na mesma origem.

Por fim, chama-se de $\hat{\text{Ângulo}}$ a abertura entre duas semi-retas que partem de um mesmo ponto, como mostra a Figura 2.

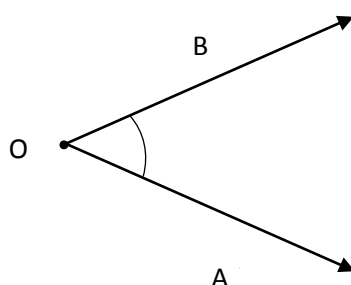


Figura 2. $\hat{\text{Ângulo AÔB}}$.

Na Figura 2, as semi-retas e , são os lados do ângulo e a origem delas O é o vértice do ângulo. Então, deve-se considerar como ângulo o conceito mais próximo das experiências vivenciadas pelos alunos, deve-se fazer com que os alunos compreendam a formação do conceito e sua importância. A notação de um ângulo é feita conforme a sequência lado ângulo lado. Como exemplo o ângulo da Figura 2, representa-se por $\hat{\text{AÔB}}$ e para indicar a medida desse ângulo, usa-se a notação $m(\hat{\text{AÔB}})$.

A unidade usual de medida de ângulo, de acordo com o sistema internacional de medidas, é o grau, que é representado pelo símbolo $^{\circ}$, e seus submúltiplos são o minuto $'$ e o segundo $''$.

Tem-se que 1° (grau) equivale a $60'$ (minutos) e $1'$ equivale a $60''$ (segundos). O objeto usado para medir o valor de um ângulo é chamado de transferidor, podendo ele ser de meia volta (180°) Figura 3, ou volta inteira (360°), como mostra a Figura 4.

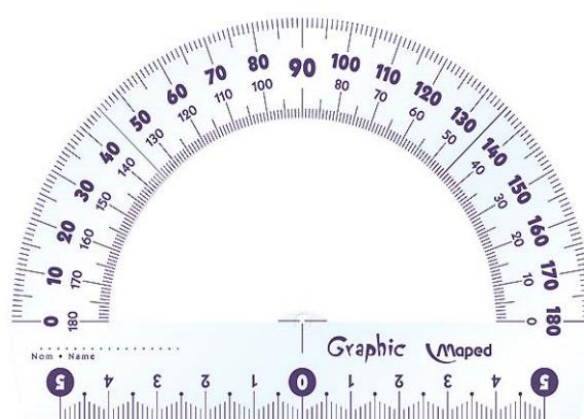


Figura 3. Transferidor de meia volta.

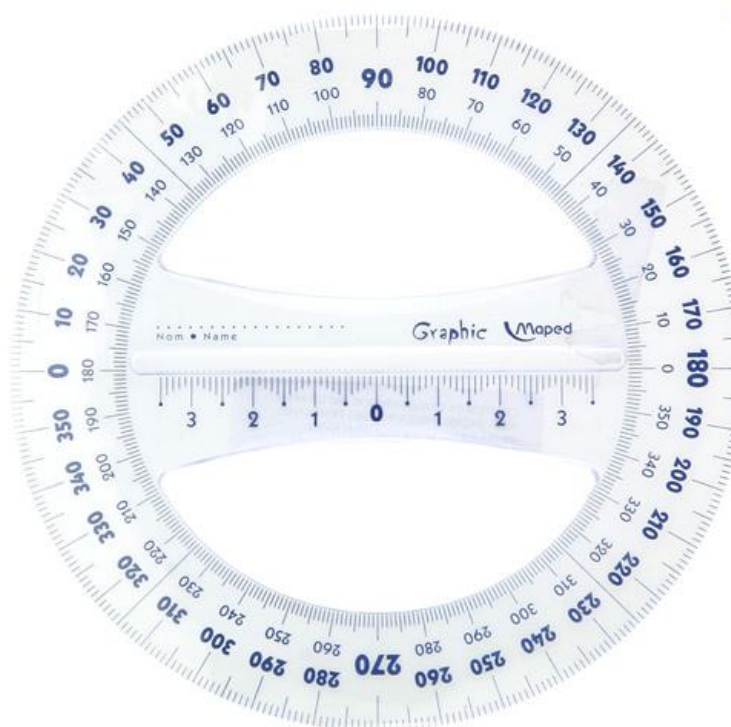


Figura 4. Transferidor de volta inteira (360°).

3.1 COMO USAR O TRANSFERIDOR PARA MEDIR ÂNGULOS

Uma forma de medir ângulos em graus é através do uso de um transferidor, realizando o procedimento seguinte:

Primeiro passo é fazer com que o centro do transferidor (geralmente destacado) deva coincidir com o vértice do ângulo. A linha que indica o zero grau do transferidor deve ficar alinhada com um dos lados do ângulo. A medida do ângulo pode ser lida no transferidor. Ela está alinhada com o outro lado do ângulo, como pode-se observar na Figura 5.

Os ângulos ilustrados na Figura 5, medem respectivamente:

$$m(\widehat{A\hat{O}B}) = 28^\circ, \quad m(\widehat{A\hat{O}C}) = 70^\circ, \quad m(\widehat{A\hat{O}D}) = 120^\circ, \quad m(\widehat{A\hat{O}E}) = 180^\circ.$$

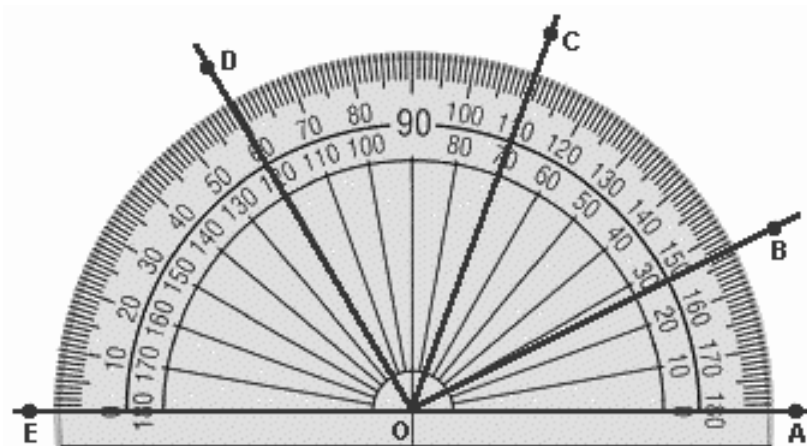


Figura 5. Utilização do transferidor para medir ângulos.

A **Bissetriz** de um ângulo é definida como a semi-reta que tem origem no vértice do ângulo principal, dividindo-o em dois ângulos com medidas iguais. Na Figura 6, é a bissetriz do ângulo \widehat{BAC} , determinando os ângulos \widehat{BAM} e \widehat{MAC} .

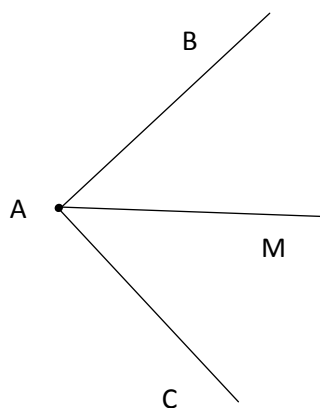


Figura 6. Bissetriz de um ângulo.

3.2 CLASSIFICAÇÃO DOS ÂNGULOS COM RELAÇÃO À MEDIDA

A medida de um ângulo é um número real positivo associado ao mesmo. O fato de um ângulo ser maior ou menor é determinado pela maior ou menor rotação de uma das semi-retas que o formam, ou seja, abertura ou inclinação entre as semi-retas que o formam. Os ângulos com relação à medida classificam-se em:

Ângulo agudo: Quando a medida do ângulo é maior que 0° e menor que 90° , como mostra a Figura 7.

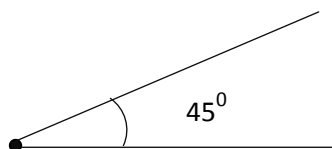


Figura 7. Ângulo agudo de 45° .

Ângulo reto: Corresponde a um ângulo de medida igual a 90° , como mostra a Figura 8.

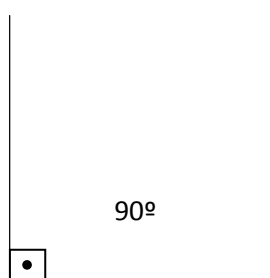


Figura 8. Ângulo reto.

Ângulo obtuso: Sua medida é maior que 90° e menor que 180° , observa-se na Figura 9, um ângulo obtuso de 135° .

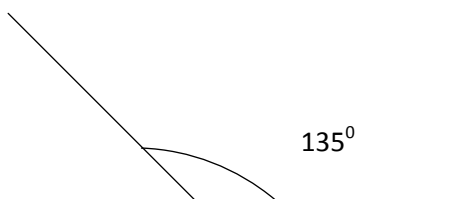


Figura 9. Ângulo obtuso de 135° .

Ângulo raso: Corresponde a um ângulo de medida igual a 180° , seus lados são semi-retas opostas e estão localizados sobre uma mesma reta, Figura 10.

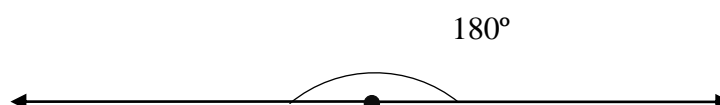


Figura 10. Ângulo raso.

Ângulos complementares: Dois ângulos são denominados complementares se a soma de suas medidas é igual a 90° , como mostra na figura 11, os ângulos $90^\circ - x$ e o ângulo x .

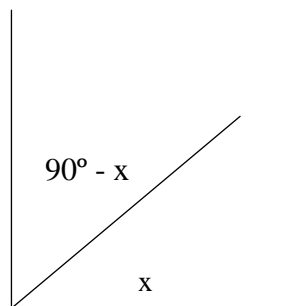


Figura 11. Ângulos complementares.

Ângulos suplementares: Dois ângulos são chamados de suplementares se a soma de suas medidas é igual a 180° , observa-se na Figura 12, os ângulos $180^\circ - x$ e x .

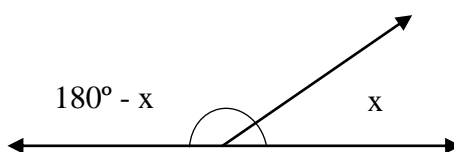


Figura 12. Ângulos suplementares.

Ângulos replementares: São ângulos cuja soma de suas medidas é igual a 360° , portanto, um ângulo é o replemento do outro, como mostra a Figura 13.

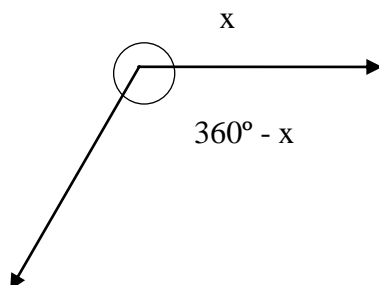


Figura 13. Ângulos replementares.

3.3 CLASSIFICAÇÃO DOS ÂNGULOS DE ACORDO COM A POSIÇÃO

Ângulos consecutivos: Dois ângulos são consecutivos quando possuem um lado comum. Na figura 14, os ângulos $\widehat{A\hat{O}C}$ e $\widehat{A\hat{O}B}$ são consecutivos, onde \overline{OA} é comum aos dois ângulos.

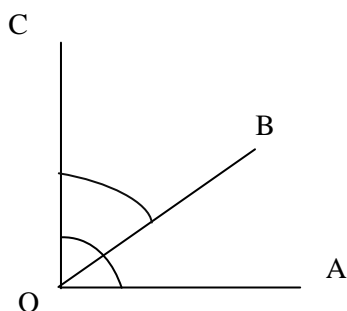


Figura 14. Ângulos consecutivos $\widehat{A\hat{O}B}$ e $\widehat{B\hat{O}C}$.

Ângulos adjacentes: São ângulos que possuem um lado comum, mas as regiões definidas pelos mesmos não possuem ponto em comum. Na Figura 15, os ângulos α e β , são adjacentes.

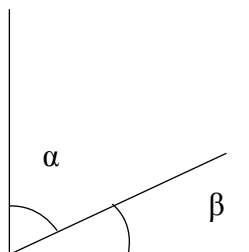


Figura 15. Ângulos adjacentes α e β .

Ângulos congruentes: Dois ângulos são congruentes se, superpostos um sobre o outro, todos os seus elementos (lado, ângulo, lado) coincidem respectivamente, como observa-se na Figura 16 os ângulos $\widehat{A\hat{O}C}$ e $\widehat{D\hat{O}F}$.



Figura 16. Ângulos congruentes $m(\widehat{A\hat{O}C}) \equiv m(\widehat{D\hat{O}F})$.

Na Figura 16, tem-se que $\hat{A}\hat{O}C$ e $\hat{D}\hat{O}F$ são ângulos congruentes, e escreve-se $\hat{A}\hat{O}C \equiv \hat{D}\hat{O}F$.

Ângulos opostos pelo vértice: São ângulos cujos lados de um são prolongamentos dos lados do outro, na Figura 17, os ângulos **a** e **c**, **b** e **d**, são opostos pelo vértice.

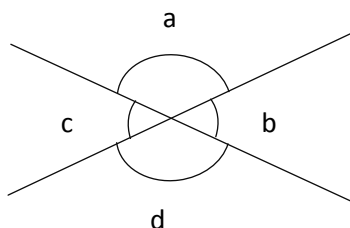


Figura 17. Ângulos opostos pelo vértice.

TEOREMA I: Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

Demonstração: Os ângulos a e c formam um ângulo de 180° , esses, são chamados de ângulos suplementares, da mesma forma, b e d são ângulos suplementares, logo:

$$m(\hat{a}) + m(\hat{c}) = 180^\circ \text{ (I)}$$

$$m(\hat{b}) + m(\hat{d}) = 180^\circ \text{ (II)}$$

Então, igualando I e II temos que:

$$m(\hat{a}) + m(\hat{c}) = m(\hat{b}) + m(\hat{d})$$

Subtraindo $m(\hat{c})$, dos dois membros, obtemos:

$$m(\hat{a}) = m(\hat{b})$$

Logo, $\hat{a} \equiv \hat{b}$, como queríamos demonstrar.

Do mesmo modo prova-se que $\hat{b} \equiv \hat{d}$.

3.4 ÂNGULOS FORMADOS POR DUAS RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA RETA TRANSVERSAL

Duas retas **r** e **s** cortadas por uma reta transversal **t**, determinam oito ângulos conforme mostra a Figura 18.

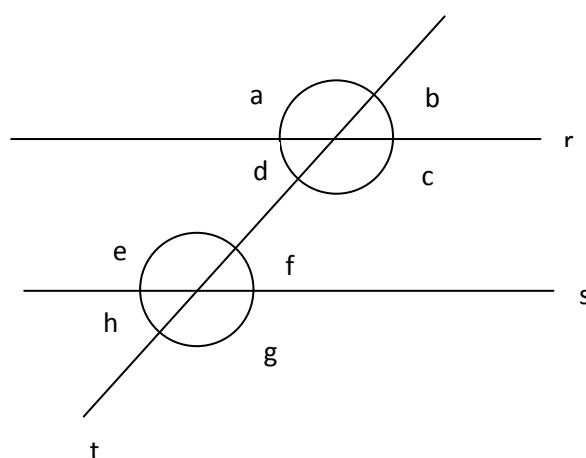


Figura 18. Ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

Na Figura 18, os ângulos classificam-se em:

- Ângulos correspondentes: **a e e**, **b e f**, **c e g**, **d e h**.
- Ângulos colaterais internos: **c e f**, **d e e**.
- Ângulos colaterais externos: **a e h**, **b e g**.
- Ângulos alternos internos: **c e e**, **d e f**.
- Ângulos alternos externos: **a e g**, **b e h**.

Analisando-se a Figura 18, observa-se que são congruentes: os ângulos correspondentes, os ângulos alternos internos e os ângulos alternos externos.

TEOREMA II: Duas retas paralelas e uma transversal determinam ângulos alternos internos congruentes.

Demonstração: Dadas duas retas paralelas r e s e uma reta transversal t , como mostra a Figura 18, os ângulos c e e são alternos internos.

Pelo teorema (I), tem-se que: $c = a$, pois são opostos pelo vértice.

Por definição, temos que a e e são correspondentes e congruentes, logo $a = e$.

Portanto, pode-se concluir que $c = e$, como queríamos demonstrar.

Da mesma maneira prova-se que $d = f$.

TEOREMA III: Duas retas paralelas e uma transversal determinam ângulos alternos externos congruentes.

Demonstração: Dadas duas retas paralelas r e s e uma reta transversal t , como observa-se na Figura 18, os ângulos a e g são alternos externos.

Pelo Teorema (I), tem-se que: $a = c$, pois são opostos pelo vértice.

Por definição, temos que c e g são correspondentes e congruentes, logo $c = g$.

Portanto, como $a = c$ e $c = g$, pode-se concluir que $a = g$, como queríamos demonstrar.

De maneira análoga prova-se que $b = h$.

3.5 OPERAÇÕES COM ÂNGULOS

Com os ângulos é possível realizar as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão. A operação de soma e subtração é realizada entre ângulos, entretanto as operações de multiplicação e divisão são feitas entre ângulos e números reais. Nessas operações se faz necessário a seguinte transformação:

$$1^\circ = 60' \text{ e } 1' = 60''$$

Exemplos: Dados os ângulos $a = 22^\circ 40' 50''$ e $b = 9^\circ 39' 20''$, encontre:

a) $a + b$

Solução:

$$a + b = (22^\circ 40' 50'') + (9^\circ 39' 20'')$$

$$a + b = (22 + 9)^\circ (40 + 39)' (50 + 20)''$$

$$a + b = 31^\circ 79' 70''$$

Fazendo as transformações de grau para minutos e de minuto para segundos, onde:

$$79' = 60' 19' = 1^\circ 19'$$

$$70'' = 60'' 10'' = 1' 10''$$

Tem-se:

$$a + b = 31^\circ (1^\circ 19') (1' 10'')$$

$$a + b = 32^\circ 20' 10''$$

b) $a - b$

Solução:

$$a - b = (22^\circ 40' 50'') - (9^\circ 39' 20'')$$

$$a - b = (22 - 9)^\circ (40 - 39)' (50 - 20)''$$

$$a - b = 13^\circ 1' 30''$$

Quando necessário para evitar os valores negativos na operação de subtração, deve-se realizar as mesmas conversões feitas na operação de soma.

c) $5 \times a$

Solução:

$$5 \times a = 5 \times (22^\circ 40' 50'')$$

$$5 \times a = 5 \times 22^\circ 5 \times 40' 5 \times 50''$$

$$5 \times a = 110^\circ 200' 250''$$

$$\text{Como } 200' = 3^\circ 20' \text{ e } 250'' = 4' 10''$$

$$5 \times a = 110^\circ (3^\circ 20') (4' 10'')$$

$$5 \times a = 113^\circ 24' 10''$$

d) –

Como a divisão é por 2, para obter valores mais precisos é necessário transformar o número de graus em minutos e o número de minutos para segundos para poder realizar a operação.

$$- = \text{—————}$$

Fazendo: $9^\circ = 8^\circ 60'$ e $39' = 38' 60''$, temos:

$$- = \text{—————}$$

$$- = \text{—————}$$

$$- = 4^\circ 49' 40''$$

4 - IMPORTÂNCIA E APLICAÇÕES

O estudo sobre ângulos é importante, pois, está presente em diversas situações e em diversas séries do ensino fundamental, médio, profissionalizante, técnico e superior. É um assunto que vem sendo abordado desde a antiguidade e como alguns conceito está sempre sendo estudado e aperfeiçoado. Desde a antiguidade já se usava da trigonometria para obter distâncias impossíveis de serem calculadas por métodos comuns. Povos da Antiguidade fizeram várias medições importantes com o uso de ângulos, o grego Erastótenes, por exemplo, conseguiu estimar o diâmetro da Terra apenas medindo diferenças de ângulo de sombras em diferentes pontos. Com o uso das funções trigonométricas, a medição de ângulos auxilia principalmente na medida de distâncias e de alturas.

Encontramos os ângulos nas mais diversas situações da atividade humana. Vejamos algumas aplicações desse conceito no cotidiano:

- O relógio de sol, a sombra projetada é relativa ao ângulo de elevação do sol.
- Nos relógios analógicos, horas e minutos são relativos aos ângulos que os respectivos ponteiros fazem em relação a vertical.
- Na construção civil: construção de imóveis: casas, prédios e edifícios, principalmente na estrutura das paredes com o teto.
- Um engenheiro que precisa medir grandes terrenos usa um equipamento especial para medição de ângulos, chamado teodolito. Com o resultado e com o uso de funções da trigonometria, como seno, cosseno e tangente ele consegue estimar grandes distâncias;
- Um construtor de molduras precisa cortar cada lado do quadro em 45 graus para que as quatro hastes se encaixem sem folga;
- No lançamento de projéteis o alcance é em função do ângulo do lançamento.
- Um mecânico fará o alinhamento das rodas de um carro com base no ângulo que elas devem fazer com o eixo do automóvel;
- Na Física nos fenômenos de refração e reflexão da luz.

4.1 EXEMPLOS DE APLICAÇÕES

1ª APLICAÇÃO

O ângulo mais conhecido é o reto, justamente por ser mais comum sua utilização no dia a dia. Esse, formado por retas perpendiculares é encontrado nos esquadros, que é uma ferramenta indispensável na construção civil. Na construção de uma casa, o esquadro da parede, do piso e esquadrias em geral são estabelecidos utilizando-se os ângulos retos. Observe na Figura 21, que existem 14 ângulos retos, dois ângulos de 30° e um ângulo de 120° .

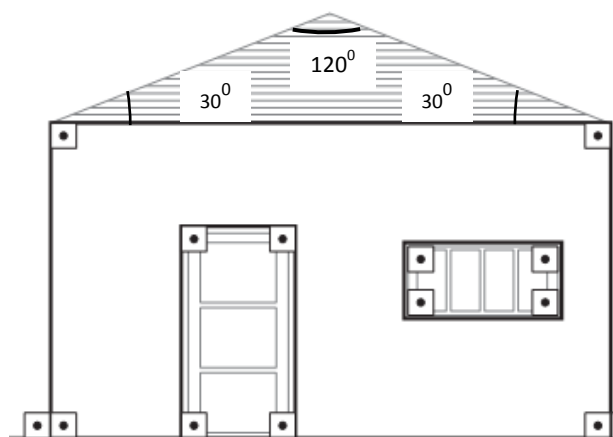


Figura 21. Frente de uma residência.

2ª APLICAÇÃO

Outra importante aplicação dos ângulos é no tráfego aéreo. A orientação de um vôo tem como base o ângulo em relação linha do equador. Observa-se na Figura 22, parte do litoral brasileiro. Deseja-se saber qual a direção da reta referente ao deslocamento do Rio de Janeiro a João Pessoa.

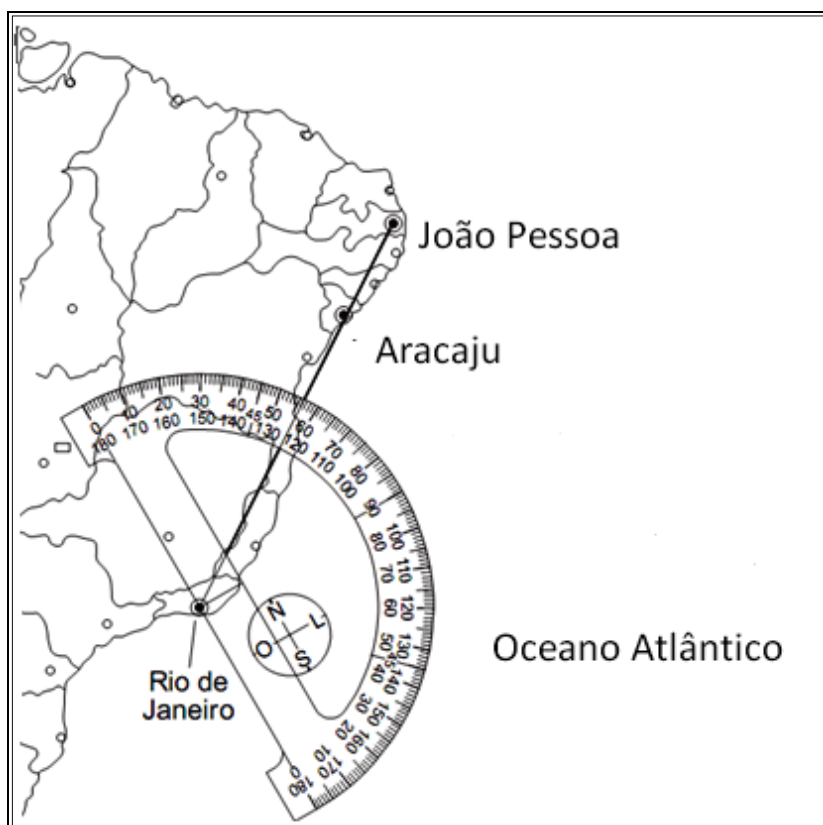


Figura 22. Parte do mapa do Brasil.

Solução:

Nos mapas usados na aviação, encontra-se pequenas bússolas desenhadas sobre algumas cidades. Para calcular o ângulo de uma rota, o piloto coloca um transferidor sobre um mapa e faz a leitura do ângulo. O diâmetro do transferidor deve ter a mesma direção que a direção Norte-Sul da bússola, e o 0° deve corresponder ao norte magnético. Nesta ilustração pode-se conferir a rota de um vôo do Rio de Janeiro a Aracaju que é de 56° . Observe que a rota é a menor distância entre o Rio de Janeiro e Aracaju e, seguindo pelo mesmo trajeto é possível chegar a João Pessoa na Paraíba.

5. ANÁLISE DO CASO

Neste trabalho, verificou-se a aprendizagem de 115 alunos e as metodologias de ensino desenvolvidas por três professores de Matemática em diferentes fases de formação. Quanto à qualificação dos mesmos, todos são licenciados em Matemática destacando-se um que tem pós-graduação no nível de especialização em Educação e mais de dez anos de experiência no ensino fundamental. Os demais possuem um pouco de experiência profissional no nível fundamental em instituições públicas, no ensino regular e Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Para o desenvolvimento deste trabalho foi feita uma consulta a professores e alunos, através de dois questionários para avaliar os procedimentos didáticos dos professores e outro para avaliar a aprendizagem dos alunos. Esses questionários são apresentados nos Anexos I e II, cujas respostas são analisadas a seguir.

5.1 ANÁLISE DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM

No questionário dos professores pretendia-se identificar qual a definição preferida pelos mesmos, se expõem o conteúdo de maneira formal com todo o rigor Matemático ou informal, numa linguagem mais próxima da realidade dos alunos aproximando o conteúdo ao contexto social, e se eles disponibilizam e/ou utilizaram algum outro recurso além do livro didático para trabalhar com o conteúdo ou se ficam presos aos métodos tradicionais onde utilizam apenas o quadro para expor os conteúdos e o desenvolvimento da aula centralizada no livro. Neste estudo considerou-se como a resposta ideal “Um ângulo é a abertura entre duas semi-retas que possuem a mesma origem”. As respostas dadas foram satisfatórias, mas existem inúmeras situações no cotidiano que podem ser relacionadas com o conteúdo em estudo como já foi comentado. Se observarmos ao nosso redor encontraremos uma infinidade de exemplos nas coisas mais simples como no formato de uma mesa ou cadeira, na televisão, num jogo de futebol e em muitas outras situações que talvez nem tenham sido mencionados nesse estudo. Claro que deve-se sempre utilizar o livro didático, mas com cautela para não centralizar o

desenvolvimento da aula apenas em um único livro, que foi o adotado pela escola, deve-se ler, conhecer e aproveitar o melhor de vários livros. Percebeu-se que ambos utilizam apenas os conceitos e definições apresentados no livro adotado e nem sempre este apresenta uma definição mais clara.

5.2 ANÁLISE DO RESULTADO DA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS

Com o intuito de confrontar as respostas dadas pelos professores dessas escolas e verificar a veracidade destas informações fez-se aos alunos, alguns questionamentos a respeito do conteúdo em estudo e das aulas. Na primeira pergunta, com o objetivo de identificar se os estudantes após alguns meses da conclusão do estudo, ainda lembravam do conteúdo ou associavam a alguma situação, foi pedido que marcassem a resposta certa. Diante das informações conclui-se que o ensino não está adequado, pois, a maioria dos participantes não desenvolveram o aprendizado como deveriam, entretanto o ensino deixou muito a desejar, e não supriu as necessidades e deficiências necessárias para uma boa fixação do aprendizado. Na segunda pergunta o objetivo principal era analisar se a prática docente do professor estava facilitando ou dificultando o aprendizado e o resultado não foi satisfatório, pois 66 alunos que reprovaram a metodologia de ensino de seu educador, sendo 60% dos alunos entrevistados que não conseguem entender nem aprender o que o professor de Matemática ensina. Na terceira pergunta a resposta foi deixada em aberto e o principal objetivo era verificar se os professores realmente utilizaram algum recurso além do livro didático para definir este conceito, pois, as escolas em questão dispõem de um vasto material e a utilização dos materiais concretos disponibilizados é de fundamental importância para um melhor desenvolvimento individual e concretização do conteúdo. As respostas obtidas foram régua, esquadro, transferidor e compasso isso poucas vezes, raramente, a aula ficou sempre presa e centralizada no livro didático. Percebemos que na maior parte das aulas o livro é tido como único instrumento de trabalho servindo como última palavra do conhecimento na área, sendo trabalhado em sala de aula como verdade absoluta e orientador de atividades. Os professores estão escravos do livro, sem autonomia e senso crítico que deve ser próprio e um dos principais problemas de centrar a metodologia de trabalho apenas no livro didático é que os vários saberes que fazem parte

da cultura dos alunos são ignorados. É importante compreender que o mundo vivido proposto pelas editoras é o mesmo para todos, sendo um mundo padronizado, e que muitas vezes se distânciam do mundo real dos educandos, que possuem um espaço e tempo singular. A quarta pergunta relacionada com a anterior e com a resposta também foi deixada em aberto, para que os alunos pudessem expressar como entenderam o conceito e qual a relação do mesmo com o dia a dia. As respostas dadas a esta questão foram repetitivas, quem respondeu lembrou somente dos ponteiros do relógio e dos cantos de parede, mais uma vez, a maior parte dos entrevistados responderam que não lembram, sendo mais de 90%, ou não conseguem associar a nada.

6. SUGESTÕES

O conceito de ângulo é um dos conceitos matemáticos mais utilizados no cotidiano das pessoas. Encontramos ângulos em várias situações, como já foi citado anteriormente. Então, pode se começar a aula ou a discussão do assunto com um pouco de história da Matemática, assim os alunos vão poder conhecer como surgiu, de qual necessidade partiu o estudo e como se desenvolveu. Inicialmente para trabalhar o conceito de ângulo é importante que o professor apresente uma definição informal, se possível mostre alguns exemplos com imagens que se aproxime/relacione seu cotidiano, e que desperte o interesse do aluno, tais como: casas, carros, pizzas, bobraduras e o tangran que é uma ferramenta simples, que pode ser construído na própria sala de aula e que enriquecerá muito o aprendizado para num segundo momento passar para o conceito formal na linguagem Matemática de acordo com suas regras e teoremas. Depois de trabalhar o conteúdo, é interessante perguntar aos alunos sobre aplicações dos ângulos, a que situações eles conseguem associar o conteúdo, é importante perguntar também o que ocorreria com cada situação caso o ângulo fosse aumentado ou diminuído. Por exemplo, como partir uma pizza ou um bolo redondo, se aumentar o ângulo para 90° , serão possíveis no máximo quatro pedaços, pois a circunferência tem 360° . Podem-se apresentar imagens de objetos como automóveis e perguntar aos alunos quais as funções dos ângulos identificados por eles.

A seguir pode-se aprofundar o conhecimento sobre os ângulos indicados, trabalhando a classificação e as unidades de medida como mostra a figura ressaltando para o uso do transferidor.



Figura 33. Automóvel Ferrari com ângulos em destaque.

A maneira mais simples de medir ângulos é usando o transferidor. E essa a melhor oportunidade de trabalhar com os alunos o uso dessa ferramenta. Uma sugestão é medir coisas simples na sala de aula como mesas, cadeiras paredes, etc. Isso prepara os alunos pra trabalhar melhor com as unidades de medida que foram apresentadas.

Num laboratório de informática os alunos podem explorar melhor os ângulos e suas unidades de medidas usando programas de livre acesso que são desenvolvidos por instituições públicas, são objetos de aprendizagem interativos e geralmente estão disponíveis gratuitamente em sites voltados para a educação como o geometria da tartaruga, o geogebra entre outros.

O professor deve buscar não só o conhecimento científico, mas também a aplicação desse conhecimento. Deve planejar sua aula levando em conta o que o aluno conhece, na realidade tentar sempre expor o conteúdo através de exemplos do seu contexto social não só o do livro, elaborar uma aula criativa, interessante e com clareza da maneira mais simples possível sem perder seu foco, numa linguagem fácil, mas ao mesmo tempo sem fugir ao rigor matemático, suficiente para que o aluno compreenda os conceitos a serem transmitidos e quando possível usar o máximo de material concreto que é muito importante para entender o teórico, pois muitos alunos têm muitas dificuldades em entender o que é construir e medir ângulos por achar que é abstrato demais e só existe nos livros, não tendo a oportunidade de vivenciar o conteúdo.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das informações apresentadas conclui-se que as metodologias de ensino apresentadas pelos professores não estão tendo êxito, e esse fracasso pode ser facilmente detectado, pois o processo de ensino não está conduzindo os alunos a um processo de aprendizagem. Os alunos não desenvolveram o aprendizado satisfatoriamente, mas através de uma reflexão sobre as deficiências dos mesmos e das práticas desenvolvidas, pode-se obter melhores resultados. Uma sugestão é o uso de materiais concretos para dar vida ao conteúdo e reduzir o nível de abstração do conceito abordado. Não se deve fugir as regras nem as formalidades dos conceitos, entretanto devemos usá-los como mais um dos possíveis caminhos para a construção e evolução do conhecimento dos educandos.

O estudo de ângulos pode ser feito de forma contextualizada, envolvendo situações cotidianas, mostrando a importância das aplicações desse conceito em nosso dia a dia. Desse modo é interessante que os professores que abordam esse conceito em sala de aula reflitam sobre seus procedimentos didáticos pedagógicos.

8. BIBLIOGRAFIA

BARROSO, Juliane Matsubara. **Projeto Araribá: Matemática**. 6ª Série – Ensino Fundamental. 1ª Edição. São Paulo. Moderna. 2008.

BONGIOVANNI, Vincenzo; LEITE, Olímpio Rudinin Vissoto; LAUREANO, José Luiz Tavares. **Matemática e Vida: números, medidas, geometria**. 7º Ano – Ensino Fundamental. São Paulo. Ática 2002.

BONJORNO, José Roberto; Bonjorno, Regina Azenha; Olivares, Ayrton. **Matemática: Fazendo a Diferença**. 7º ano - Ensino Fundamental. São Paulo. FTD. 2006.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**; Tradução de Elza F. Gomide. 2ª ed. – São Paulo. Edgard Blucher, 1996.

GIOVANNI, José Ruy; Castrucci, Benedito; Jr, José Ruy Giovanni. **A conquista da Matemática**. 6ª Série – Ensino Fundamental. São Paulo. FTD. 1998.

GIOVANNI, José Ruy; Perente, Eduardo. **Coleção Aprendendo Matemática**. 7º ano – Ensino Fundamental. Edição Renovada. São Paulo. FTD. 2007.

JABUCO, José Jakubovic; Lellis, Marcelo. **Matemática na Medida Certa**. 7º Série. São Paulo. Scipione. 1990.

LIMA, E. L; CARVALHO, P. C. P; WAGNER, E; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares**. Coleção do Professor de Matemática. 2º Edição. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática. 2005.

SILVEIRA, Ênio; Marques, Cláudio. **Matemática: Compreensão e Prática**. 7º ano - Ensino Fundamental. 1ª Edição. Moderna. São Paulo. 2008.

9. ANEXOS

ANEXO I – QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES

Por favor, responda as questões abaixo sobre sua formação profissional e prática docente.

- 1- Você possui curso superior? Qual?
- 2- Você fez alguma pós graduação? Em que área?
- 3- Quantos turnos você trabalha? Em quantas turmas leciona?
- 4- Em qual serie do ensino fundamental você inicia o conceito de ângulos?
- 5- Como você define Ângulos para seus alunos?
- 6- Você consegue apresentar esta definição relacionando-a com alguma situação do cotidiano de seus alunos? Quais?
- 7- Quais metodologias você utilizou para lecionar este conteúdo? O resultado foi satisfatório? Explique?

ANEXO II - QUESTIONÁRIO PARA ALUNOS

Questionário Para Alunos (Não é preciso se identificar)

Turno: () Manhã () Tarde

1. O que você entende por ângulo?

- a) () Ângulo é a medida do espaço entre duas retas paralelas.
- b) () Ângulo é a medida do espaço entre duas semi-retas que possuem a mesma origem.
- c) () Não sei, ou não estudei esse assunto.

2. A metodologia utilizada pelo professor facilitou para que você aprendesse o conteúdo?

- a) () SIM
- b) () NÃO

3. O professor utilizou algum material concreto no desenvolvimento das aulas?

4. Você consegue associar o conceito de ângulo a alguma situação do seu dia-a-dia? Quais?