UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

JAIRO TELLYS JOVEM LEAL

UMA ANÁLISE SOBRE A LINGUAGEM E A LÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO

CAMPINA GRANDE - PB

2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

L473u Leal, Jairo Tellys Jovem.

Uma análise sobre a linguagem e a lógica no ensino de matemática no ensino básico [manuscrito] / Jairo Tellys Jovem Leal. – 2011.

68 f.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Tecnológicas, 2011.

"Orientação: Prof. Me. Samuel Carvalho Duarte, Departamento de Matemática e Estatística".

1. Ensino de Matemática. 2. Matemática - Linguagem. 3. Matemática – Lógica. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

JAIRO TELLYS JOVEM LEAL

UMA ANÁLISE SOBRE A LINGUAGEM E A LÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO

Monografia apresentada à Banca Examinadora como requisito para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática, pelo Departamento de Matemática.

Aprovado em 02 de dezembro de 2011.

Banca Examinadora

Orientador: Prof. Msc. Samuel Carvalho Duarte
UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA

Prof. Esp. José Urânio das Neves
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Prof. Msc. José Lamartine da Costa Barbosa.
UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA

CAMPINA GRANDE-PB

2011

Dedico este trabalho a todos aqueles que contribuíram para sua realização... Mas, em especial aos meus familiares: minha mãe, Lourdes, ao meu pai, Antônio; minha tia, Margarida; minha irmã, Cibelle; a minha querida esposa, Emanuela e a minha sogra, Lúcia.

Agradecimentos

Foram tempos difíceis durante a construção deste trabalho. Pois, além de exercer a docência no período da manhã, também exercia a função de serviços gerais no turno da tarde e não sobrava muito tempo para dedicar-me à pesquisa, à leitura e à escrita. Mas, agora só tenho a agradecer a todos que me apoiaram.

A minha família – ao meu pai e a minha mãe que, muitas vezes não compreendendo minhas escolhas não deixaram de me apoiar e de se orgulharem por minhas conquistas, amo vocês, muito obrigado! Sem eles não saberia o valor de muitas coisas na vida, entre elas o poder e a força do trabalho e da dedicação, cuja integridade pessoal aprendi com meu pai, Antônio José Leal Irineu, e oriundo da minha mãe, Maria de Lourdes Jovem Leal, construí o sentimento de respeito, carinho e atenção para com os outros. A minha irmã Cibelle, que me apoiou na construção deste trabalho e que desde a nossa infância esteve ao meu lado compartilhando momentos, aprendizados, experiências e conquistas. Agradeço também a minha tia, Margarida Maria Jovem, que assumindo muitas vezes o papel de mãe, me dedicou atenção, cuidado, carinho e motivação para enfrentar as intempéries da vida. A meu irmão, Welington Alves, que mesmo não possuindo laços biológicos sempre esteve me apoiando e contribuindo na minha caminhada tanto acadêmica quanto nos desdobramentos que vivi.

A minha esposa que está sendo o peso para meu equilíbrio e pelo cuidado, atenção e paciência, que muitas vezes cobrou minha presença quando esta não era possível por conta das noites e fins de semanas dedicados ao empenho com este trabalho: meu perdão e meu muito obrigado pelo apoio, pela ajuda, pelos aperreios de quando eu necessitava de algo você não se negava a me socorrer. Com quem desejo viver até o último dos meus dias.

Aos meus amigos mais que irmãos, Jamaxcelo e Roberto, que apesar de serem do curso de física dividiram momentos de discussões intelectuais e de muitas risadas, conversas e entretenimentos. Que isso se repita por muitos e muitos anos.

A minha turma de graduação 2005.1 noturno, que reservou boas e intensas amizades. A todos vocês, meus agradecimentos.

A meus professores que acreditaram no meu potencial, em especial a meu orientador, pela sua paciência e sua atenção durante esse período de construção desse trabalho, apoiando e servindo como um suporte intelectual, Samuel Carvalho, um exemplo de orientador. A vocês agradeço meu amadurecimento intelectual.

À Camila Menezes, que com muito carinho aceitou se debruçar sobre as linhas deste trabalho e fazer as devidas correções ortográficas e gramaticais.

Aos professores Paulo Célio e Girlan, que foram peças fundamentais deste trabalho, permitindo que pudesse observar suas aulas e com isso adquirir experiências para meu futuro profissional como docente.

Aos meus alunos/as que apesar de todos os obstáculos que enfrentamos cotidianamente, me suscitaram as devidas inquietudes e inferências acerca da temática discutida e apresentada. Que serviram como meu ponto maior de reflexão, pois todo trabalho realizado está direcionado à melhoria do ensino da Matemática e da presença desta em suas vidas.

Peço perdão a todos/as que não pude lembrar de citar neste instante, mas que estão presentes de alguma forma neste trabalho.

A todos que fizeram partes integrantes da minha construção intelectual e pessoal, meus agradecimentos, minha gratidão.

“Ensinar às pessoas que elas são muito mais livres do que se sentem, que aceitam como verdade, como evidência, alguns temas que foram construídos durante certo momento da história, e que essa pretendida evidência pode ser criticada e destruída. Mudar algo no espírito das pessoas, esse é o papel do intelectual” (Foucault, 1996-d, p.143 *apud* Carneiro, 2000).

“A matemática dá ao aluno condições de interpretar situações cotidianas, permitindo que ele se insira no contexto sociocultural e no mercado de trabalho; desenvolve a capacidade de argumentar, fazer conjecturas, propor mudanças; ao trabalhar com a resolução de problemas, contando que sejam problemas ligados à realidade do aluno, desenvolve nele a criatividade e a crítica, estimulando o espírito de investigação e de pesquisa e tornando-o mais autônomo e ousado; permite que o aluno estabeleça relações com outras áreas do conhecimento; contribui, em todos esses sentidos, para a formação do cidadão ético, que cumpre os deveres e respeita os direitos dos outros indivíduos” (NOVA ESCOLA, N.148, 2001 *apud* Oliveira, 2007, p.9).

RESUMO

Durante a nossa vivência como aluno do Ensino Básico e do Ensino Superior, verificamos certa ausência da linguagem matemática e de uma orientação de parte dos professores de como pensar logicamente esta disciplina. Ao ter contato, no curso superior, com a disciplina “História da Matemática e Lógica”, tomamos consciência da necessidade de, como futuro professor de matemática, trabalhar no sentido de tornar a matemática mais atraente despertando nos alunos o gosto pela matéria procurando pensar logicamente e de usar, pelo menos de modo simples sua linguagem. Nesta pesquisa, procuramos fazer uma análise simples do Ensino de Matemática com o uso da linguagem e da lógica matemática durante o processo de ensino-aprendizagem, procurando estudar a teoria do Argumento a fim de desaguar no pensar lógico das demonstrações matemáticas. Isto, a partir da experiência como professor do Ensino Fundamental e Médio e de observações junto a dois professores do Ensino Fundamental e Médio em diferentes contextos sociais, mais precisamente, um do ensino privado e o outro do ensino público. Com o objetivo de conferir como a linguagem e a lógica matemática estão sendo veiculadas no contexto escolar e se a transposição didática realizada pelos professores nas interações em sala de aula, no surgimento de variações de discursos, desperta o entendimento consciente entre o concreto e o abstrato. Desenvolvendo alunos críticos capazes de formular de forma independente seus próprios julgamentos sobre as práticas sociais. Desta forma, procuramos contextualizar historicamente o surgimento do pensamento lógico, a partir dos clássicos gregos, em especial de Aristóteles até a contemporaneidade. Fizemos um breve comentário sobre a linguagem e a lógica matemática, a fim de dar consistência ao nosso trabalho.

Palavras-chaves: Matemática, Ensino-aprendizagem, Linguagem, Lógica.

ABSTRACT

Throughout our experiences as students in the high school degree and in the college one we verified a certain absence of mathematical language and of guidance from our teachers in relation to how we should think this discipline logically. By being introduced, in the college course, to the discipline "History of Mathematics and Logic", we understood the necessity of, as future mathematics teachers, working for the purpose of making mathematics much more attractive, awakening the students to become involved with the discipline so that they can think logically and use, at least in a simple manner, its language. In this research, we will try to make a simple analysis of the teaching of mathematics that approaches language and mathematical logic throughout the teaching-learning process. This task also includes the study of the theory of Argument in order to make it flow into the logical thinking of the mathematical demonstrations. We based this research upon our experiences as teachers at Primary and Secondary education schools, along with two teachers who we observed. It took place in two different social contexts, precisely, in a private and in a public school. To the purpose of assessing how language and mathematical logic have been taught in the school environment and whether the didactic transposition, performed by the teachers through interaction in classrooms, awakes the conscious understanding between figurative things and abstract ones. Thus, enabling conscious students so that they can formulate, independently, their own judgments on social practices. The purpose of this enterprise was to analyze the dialogue established in the classroom in relation to the mathematical language (written and spoken) and mathematical logic, as well as the different conceptions about this discipline, and how they influence the teaching-learning process of mathematics, yet more importantly, the consequences of this influence in the evaluative tests so that, in the end, the student be able to express his/her mathematical knowledge and to formulate arguments coherently. Thus, we will contextualize historically the appearance of the logic thought from Greek classics, mainly the Aristotelian thought, until the present time. In this paper, we briefly commented about the mathematical language and the mathematical logic in order to support our work.

Key words: Mathematics, Teaching-learning, Language, Logic.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho de conclusão do curso é uma exigência da Universidade Estadual da Paraíba como pré-requisito para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

No que se refere ao seu conteúdo, ele vem de encontro à minha aspiração de conhecimento no campo da filosofia, área de meu interesse secundário e ao mesmo tempo em que, procurando unir o desejo de enveredar por um campo que tem muito a ver com a matemática, em especial a Lógica, mais especificamente no que se refere à linguagem, instrumento importante para o professor no exercício de sua profissão e em especial na transmissão dos conhecimentos matemáticos aos educandos do Ensino Básico.

Desta forma, procurei fazer uma caminhada, a partir dos clássicos gregos, em especial de Aristóteles, o grande sistematizador da Lógica Formal.

No decorrer das nossas experiências, nos deparamos com as grandiosas habilidades que a Matemática proporciona e logo nos fascinamos com sua beleza. “A matemática possui não apenas verdade, mas beleza – uma beleza fria e austera, como a da escultura”, assim Bertrand Russell (2001, p. 198) se refere à Matemática. través da Matemática podemos encontrar a Filosofia, e relaciona-las, na tentativa de compreender o mundo exterior (o mundo físico) como também o mundo interior (o pensamento humano). Assim, observamos a lógica como um elo entre a Matemática e a Filosofia.

Foi nos primeiros anos de experiência como docente que:

> *...comecei ai a me perguntar se a obtenção de uma resposta correta de um problema matemático (que pode ser um número, um sim ou um não) sem a capacidade de expressar, de descrever de forma organizada (não estou falando de demonstração) de como se obteve a resposta pode, de fato, significar a compreensão do conteúdo matemático que se pretende aferir com o problema. (Oliveira. 2008, p. 02-03).*

Deparamo-nos, em especial, com um aluno do 1º ano médio de uma escola pública que aparentava ter assimilado o conteúdo dado em sala de aula se expressando pela linguagem oral. No entanto, sua linguagem escrita era incompreensível. O dilema era: Afinal, como avaliá-lo? Se a maneira tradicional de avaliação do conhecimento se dá pela linguagem escrita, de algum modo, já era previsível que, mesmo o aluno tenha aprendido o conteúdo, esse tipo de avaliação, em certo ponto, poderia prejudicá-lo, uma vez que ele não conseguia expressar seu conhecimento pela linguagem escrita. Por outro lado, aplicar uma avaliação especial para esse determinado aluno seria ferir a democracia estabelecida em sala, até mesmo, certa injustiça com os demais alunos,

Diante disto, podemos observar que o modo como os alunos se expressam nem sempre condiz com realidade do nível de conhecimento assimilado no processo ensino-aprendizagem conferidos pela avaliação escrita ou oral. Há uma necessidade de desenvolver a capacidade de leitura e escrita em matemática de forma consciente e consistente, de maneira que os alunos consigam expressar seu próprio raciocínio e, consequentemente, para uma melhor compreensão e utilização dos saberes matemáticos, sem a intervenção direta de um “tradutor”, em contextos sociais diferentes (econômico, cultural, politico, etc.).

Assim, procuramos fazer uma análise do Ensino de Matemática nas salas de aula em diferentes contextos sociais durante o processo ensino-aprendizagem, observando o uso da linguagem (escrita e oral) e da lógica matemática através dos diálogos estabelecidos em sala, assim como as diferentes concepções acerca desta matéria (e como estas influenciam no processo de ensino-aprendizagem da Matemática) e as consequências dessa interferência nas avaliações. Vivenciando e adquirindo experiências durante a atividade docente de outros dois professores de Matemática: um professor, próximo a concluir a graduação, lecionando em escola privada com três anos de experiência no ensino fundamental e o outro, tendo já concluído a graduação, com cinco anos de experiência, docente do ensino médio de uma escola pública. Para que o resultado final se tenha um aluno que possa expressar seu conhecimento matemático e formular argumentos de forma consistente e consciente.

Contudo, ao final, a construção do presente trabalho ficou estruturada em quatro capítulos, mais as considerações finais. Iniciaremos o diálogo fazendo uma contextualização histórica voltada para a origem do pensamento humano, dando ênfase a lógica, no primeiro capítulo.

No segundo capítulo, discutimos os fundamentos lógicos de Aristóteles com o intuito de fornecer um conhecimento prévio e básico, para o entendimento contínuo do procedimento de leitura e do trabalho. No terceiro capítulo, tratamos questões sobre a linguagem matemática, discutindo as diferentes formas de teoremas e, por conseguinte, algumas possíveis demonstrações usando o método da linguagem escrita, obedecendo a simbologia e a exatidão lógica da matemática.

O quarto capítulo, por sua vez, são relatadas e discutidas as observações da atividade docente durante as aulas de outros professores de instituições que abrangem alunados de diferentes contextos sociais (especificamente falando, socioeconômicos). Ao final dessas observações, foi aplicado um questionário, a partir do qual, fizemos uma abordagem analítica.

Em sequência, expomos as nossas considerações finais acerca do que pudemos perceber sobre o uso da linguagem oral e escrita no diálogo professor/aluno em seu desenrolar e as possíveis interferências, e consequências, de como é assimilado o conteúdo de forma consciente ou não por parte dos alunos. Tendo sensibilidade ao que me diz respeito à formação do professor.

No final deste volume, encontram-se as referências bibliográficas e em anexo o questionário utilizado na pesquisa.

Objetivos Gerais

Conferir como a linguagem e a lógica matemática estão sendo veiculadas no contexto escolar e se a transposição didática realizada pelos professores nas interações em sala de aula, no surgimento de variações de discursos, desperta o entendimento consciente entre o concreto e o abstrato. Desenvolvendo alunos críticos capazes de formular de forma independente seus próprios julgamentos sobre as práticas sociais.

Objetivos Específicos

Analisar o diálogo estabelecido na sala de aula em relação à linguagem (escrita e oral) e a lógica matemática em diferentes contextos sociais, assim como as diferentes concepções acerca desta matéria e como estas influenciam no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, e mais, as consequências dessa interferência nas avaliações para que, o resultado final se tenha um aluno que possa expressar seu conhecimento matemático e formular argumentos de forma consistente e consciente.

CAPÍTULO I

1. UMA VISITA A HISTÓRIA DA LÓGICA

Quando o homem em sua jornada evolutiva começou a observar o fluxo natural dos movimentos do universo, da vida e seus aspectos, observou que isso lhe incomodava e preocupava, pois não sabia o significado do que acontecia. Logo começou a fazer perguntas fundamentais a si próprio.

No principio ele atribuía, todos os fenômenos da natureza e o aparecimento dos seres animados e inanimados na face do planeta, aos deuses. É a fase mística que envolveu todos os povos em todas as partes da terra. A Grécia foi promissora na criação dos seus mitos que ficou bem caracterizado no que se conhece hoje como a mitologia grega. Com o passar dos séculos os gregos passaram a questionar certos aspectos de sua mitologia e começaram a fazer questionamentos, dos quais procuraram respondê-los dentro da lógica então existente. O exercício do pensar no levantamento de questões e na tentativa de respondê-las estabeleceu uma nova fase no conhecimento humano.

Esse exercício refere-se ao “pensar-filosófico”, característica fundamental para definir estes homens como filósofos. A filosofia ficou conhecida como a “arte de pensar” que implica questionar conceitos, princípios, e métodos fundamentais da nossa existência e de nossas experiências, para a busca de um entendimento racional, ou seja, sem percorrer à religião, à revelação, à autoridade ou à tradição. Um argumento filosófico carrega consigo suas próprias forças na forma de razões. E, compreender o mundo com uso da razão foi um dos importantes marcos no desenvolvimento do pensamento humano. Indagando acerca da natureza da percepção, da experiência e do entendimento humano sobre o mundo que nos rodeia, chegamos a uma questão fundamental: “Qual a natureza de tudo quanto existe?”. A investigação em torno dessa questão constitui o ramo da filosofia conhecido por ontologia[1].

---

[1] *Ontologia (em grego ontos e logoi, "conhecimento do ser") é a parte da filosofia que trata da natureza do ser, da realidade, da existência dos entes e das questões metafísicas em geral. A ontologia trata do ser enquanto ser, isto é, do ser concebido como tendo uma natureza comum que é inerente a todos e a cada um dos seres. (FONTE: Wikipédia)*

Os filósofos se preocupavam em encontrar uma lei geral do universo que dissolve, cria e transforma todas as realidades existentes a qual chamavam de devir. A partir deste pensamento, surgiram grandes filósofos. Um dele foi Heráclito de Éfeso (536 – 470 a. C.). Para ele, a mudança é a lei da vida e do universo, pois o mundo é um fluxo permanente onde nada permanece idêntico a si mesmo, mas tudo se transforma no seu contrário. Sendo assim, o seu devir (a lei universal) é a mudança, a contradição. Heráclito enxergava o todo como uma reunião dos opostos: o dia se torna noite, a noite se torna dia, o quente esfria, o frio esquenta, o caminho de subida de uma montanha pode ser o mesmo caminho para a descida. A mudança das coisas nos seus contrários era a única verdade.

Enquanto Parmênides (530 - 410 a.C.), discípulo de Xenôfanes (570 – 460 a.C) o fundador da escola eleática[2], afirmava que o devir dos contrários é uma linguagem ilusória, irreal, uma aparência, mera opinião que formamos porque confundimos a realidade com as nossas sensações, percepções e lembranças. Defendendo, deste modo, que o que existe real e verdadeiramente é o que não muda nunca. O que não se torna oposto a si mesmo, mas permanece sempre idêntico a si mesmo (o ser imutável), sem contrariedade internas.

Com Platão (428 – 328 a.C.), que seguiu as lições de Crátilo, discípulo de Heráclito e as de Hermógenes, discípulo de Parmênides, houve uma divisão do mundo em mundo das idéias e mundo sensível. O mundo sensível é o mundo físico ou material e que dava razão aos pensamentos de Heráclito. Para Platão, a matéria é o que está sujeito a mudanças contínuas e a oposições internas. Por outro lado, afirmava que o mundo verdadeiro é o das essências imutáveis (que ele chamou de inteligível ou das ideias), sem contradições nem oposições, sem transformação, na qual nenhum ser passa para o seu contraditório.

No entanto, Aristóteles (384 – 322 a.C.) compreendia que essa divisão de mundo de Platão era desnecessária já que, para ele, há um único mundo no qual existem essências de aparências. Assim, dando razão tanto para Parmênides quanto para Heráclito: o pensamento e a linguagem exigem identidade. Porém, as coisas mudam.

---

[2] *Escola eleática recebe esse nome de Eléia, cidade situada no sul da Itália e local de seu florescimento. Nessa escola encontramos os grandes de Xenófanes,Parmênides, Zenão e Melisso. Nesse grupo famoso de pensadores, as questões filosóficas concentram-se na comparação entre o valor do conhecimento sensível e o do conhecimento racional. De suas reflexões, resulta que o único conhecimento válido é aquele fornecido pela razão. (FONTE: Wikipédia)*

Ao contrário de Platão que defendia a dialética[3] como modo de se obter conhecimento, Aristóteles sugere que esta deve ser substituída por um conjunto de procedimentos de demonstração e prova. Criando, assim, a lógica que ele denominava de analítica. A lógica foi desenvolvida de forma independente e chegou a certo grau de sistematização na China, entre os séculos V e II a.C. e na Índia do século V a. C. até os séculos XVI e XVII da era cristã. Na forma como é conhecida no Ocidente, a Lógica teve sua origem na Grécia.

Relatando sobre o que é a lógica, quanto ao conteúdo que pode ser classificado como lógica, podemos encontrar uma diversidade de definições que exprimem um conteúdo comum; quanto a sua semântica; do grego “logos” que significa: expressão, pensamento, conceito, discurso, razão. Desta forma, para o senso comum, a lógica seria um estudo da correspondência entre o discurso e a realidade.

Enquanto disciplina a lógica teve origem com Aristóteles, que nasceu na cidade de Estagira (hoje Estravo, Macedônia). No entanto, foi Parmênides sobre a teoria do ser, que estabeleceu o primeiro princípio da lógica, a saber: o Princípio da Identidade. Aristóteles foi o primeiro a investigar, cientificamente, as leis do pensamento através de um estudo sistemático das formas de argumentação. Segundo este filósofo, a arte das operações mentais, que a chamava de analítica (apreciavelmente pelo seu contexto), depois dos seus primeiros comentadores passou a se chamar lógica. Portanto, a lógica se apresentava e ainda hoje se apresenta como uma metodologia de análise e construção de raciocínios e argumentos em âmbito formal.

O nascimento da lógica como ciência se dá pelos trabalhos que Aristóteles redigiu sobre suas pesquisas lógicas e que só há mais de um século após sua morte foram reunidos pelos bizantinos gregos em um único livro intitulado de Organon (instrumento), por Diógenes Laércio (404 – 323 a.C.). O organon aristotélico está dividido nas seguintes partes:

- categoria: análise dos elementos do discurso;

---

[3] *Dialética (AO 1945: dialéctica) (do grego διαλεκτική (τέχνη), pelo latim dialectĭca ou dialectĭce) é um método de diálogo cujo foco é a contraposição e contradição de ideias que leva a outras ideias e que tem sido um tema central na filosofia ocidental e oriental desde os tempos antigos. A tradução literal de dialética significa "caminho entre as idéias". (FONTE: Wikipédia)*

- tópicos: análise da argumentação geral;
- refutação dos sofistas;
- Interpretação: com escritos sobre os juízos e sobre quando estes são verdadeiros ou falsos;
- primeiros analíticos com escritos sobre o silogismo em geral;
- segundos analíticos: com escritos sobre a demonstração.

Para Aristóteles, os procedimentos metodológicos devem partir do mais simples e chegar ao mais complexo. Tal ideia é observada nos seus discursos reunidos no Organon, que começa tratando dos objetivos mais simples, isto é, dos elementos. Além disso, para ele o raciocínio dedutivo reduz-se essencialmente ao tipo determinado que se denomina silogismo. Aristóteles juntamente com seus seguidores foi quem introduziu artifícios como uso de letras para denotar os termos, construindo uma sofisticada teoria dos argumentos, cujo núcleo é a caracterização e análise dos silogismos.

A lógica aristotélica tinha um objetivo eminentemente metodológico caracterizado pelo rigor e exatidão que também tentava estabelecer nas demonstrações matemáticas. Pois para ele, se os princípios gerais fossem adequadamente formulados e as conseqüências corretamente deduzidas, as explicações só poderiam ser verdadeiras evitando, assim, as ambiguidades e as incertezas. Porém, apesar de produzir enormes avanços, a lógica aristotélica apresenta limitações.

Ainda na Antiguidade Grega temos a lógica das escolas dos estóicos e megáricos, esta última é uma escola de pensamento filosófico fundada por Euclides de Megara (435 – 365 a.C.) e que possui relações estreitas com o eleatismo. Segundo a concepção megárica, o verdadeiro princípio são as ideias imóveis, não geradas, inteligíveis e incorpóreas, concluindo que nossas sensações não servem para fundamentar nosso conhecimento, pois as sensações podem se enganar. Para os megáricos, se o que há é somente identidade, não pode haver distinção entre o ser e o bem, recebendo este as denominações: Deus, Princípio, Pensamento.

A escola de Megara[4] desenvolveu também a dialéticas e a disputa de argumentos em debates filosóficos conhecida como erística[5], na qual o objetivo é vencer a discussão e não essencialmente descobrir a verdade dos argumentos, técnica igualmente desenvolvida pelos sofistas. Assim como os megáricos, a concepção dos estóicos é de que não pode haver nenhuma autoridade superior à da razão.

A escola Estóica[6] foi fundada por Zenão de Cítio[7] (334 – 262 a.C.), que costumava ensinar em um pórtico[8], que em grego significa *stoa*, e por isso essa escola foi batizada de estóica. A lógica dos estóicos e megáricos que se refere ao cálculo proposional – em que a única coisa que existe é o indivíduo, sendo o universal uma mera construção mental – se apresenta de modo diferente da lógica aristotélica, na qual as coisas individuais dizem respeito a termos universais, sendo o cálculo dos predicados (o silogismo fundamental).

Embora Zenão de Cítio tenham fundado o estoicismo, Crisipo de Solis[9] (280 – 208 a.C.) foi o responsável pela sistematização e divulgação das doutrinas da escola estóica. Provavelmente, a partir dele os estóicos dividiram a lógica em duas partes: retórica[10] e dialética. A lógica dos estóicos visava ao exame não

---

[4] *Escola Megárica foi uma escola filosófica fundada por Euclides de Mégara cuja denominação provém do nome desta cidade grega. [...] Segundo a concepção megárica, o verdadeiro princípio da realidade são as ideias imóveis, não geradas, inteligíveis e incorpóreas. (FONTE: Wikipédia).*

[5] *A erística é a arte ou técnica da disputa argumentativa no debate filosófico, empregada com o objetivo de vencer uma discussão e não necessariamente de descobrir a verdade de uma questão. Esta técnica foi desenvolvida principalmente pelos sofistas. (FONTE: Wikipédia)*

[6] *A escola estoica foi fundada no século III a.C. por Zenão de Cítio (de Cittium), e que preconizava a indiferença à dor de ânimo oposta aos males e agruras da vida, em que reunia seus discípulos sob pórticos ("stoa", em grego) situados em templos, mercados e ginásios. Foi bastante influenciada pelas doutrinas cínica e epicurista, além da clara influência de Sócrates. Preconizava a indiferença à dor de ânimo oposta aos males e a agruras da vida. (FONTE: Wikipédia)*

[7] *Zenão de Cítio (em grego: Ζήνων ὁ Κιτιεύς, transl. Zēnōn ho Kitieŭs; Cítio, 334 a.C. – Atenas, 262 a.C.) foi um filósofo grego, nascido na ilha de Chipre, fundador da escola filosófica estóica, que lecionou em Atenas por volta de 300 a.C. (FONTE: Wikipédia)*

[8] *Em arquitetura, um pórtico é o local coberto à entrada de um edifício, de um templo ou de um palácio. Pode se estender ao longo de uma colunata, com uma estrutura cobrindo uma passarela elevada por colunas ou fechada por paredes. A ideia apareceu na Grécia antiga e influenciou diversas culturas, incluindo a maioria das ocidentais. O pórtico tem, geralmente, dimensões menores que um portal. (FONTE: Wikipédia)*

[9] *Crisipo de Solis foi um filósofo grego (Solis, c. 280 a.C. a.C. - Atenas, c. 208 a.C.). Foi um dos maiores expoentes do estoicismo e discípulo de Cleanto de Assos. Teve fama de sutil e apurado dialético. [...] Assumiu a direção da Stoa em 232 a.C., com a morte de Cleanto. Sua atividade como escolarca logo o fez alcançar uma reputação comparável com a de Zenão de Cítio, fundador do estoicismo. (FONTE: Wikipédia)*

[10] *Retórica (do latim rhetorica, originado no grego ῥητορικὴ τέχνη [rhêtorikê], literalmente a «arte/técnica de bem falar», do substantivo rhêtôr, «orador») é a arte de usar a linguagem para comunicar de forma eficaz e persuasiva. (FONTE: Wikipédia)*

somente da validade das várias maneiras de raciocínio, mas também da relação entre as palavras e, ainda, da estrutura da linguagem.

Foram realizações da escola estóica o reconhecimento e a nomeação das partes do discurso, os casos dos nomes e os tempos verbais. Nessa perspectiva, não há a separação entre a análise gramatical da análise do significado. Implicando, assim, na distinção como parte separadas do discurso os nomes próprios e comuns, o que consiste numa distinção de significado, não gramatical.

A escola estóica, por Zenão de Cicio, dividia a filosofia em lógica, física e ética. Essa divisão ficou conhecida como tripartite.

Porém, foi a lógica aristotélica que apresentou notáveis progressos durante a Idade Média, tornando-se mais sistemática e progressiva com o projeto de mecanização da lógica dedutiva, por Raimundo Lúlio[11]. Com as traduções de alguns tratados da obra de Aristóteles, do grego para o latim por Boécio[12], que com, Pedro Abelardo[13] (1079 – 1142) e Guilherme de Ockham[14] (1285 – 1347) sistematizaram as obras de Aristóteles, procurando assim, utilizar-se da lógica para a solução de problemas filo-teológicos.

Guilherme de Ockham acreditava que o conhecimento abstrativo prescinde da existência e da presença do objeto conhecido, de tal forma que o

---

[11] *Raimundo Lúlio, em catalão Ramon Llull (Palma de Maiorca, 1232/1233 — 29 de Junho de 1315/1316: também conhecido como Raimundo Lulio em espanhol, como Raimundus ou Raymundus Lullus por autores estrangeiros e como Raymond Lully pelos anglo-saxões) foi o mais importante escritor, filósofo, poeta, missionário e teólogo da língua catalã. Foi um prolífico autor também em árabe e latim, bem como em Langue d'Oc (occitano). É beato da Igreja Católica. (FONTE: Wikipédia)*

[12] *Anício Mânlio Torquato Severino Boécio (em latim Anicius Manlius Torquatus Severinus Boethius, Roma, c. 480 — Pavia, 524 ou 525), mais conhecido simplesmente por Boécio, foi um filósofo, estadista e teólogo romano que se notabilizou pela sua tradução e comentário do Isagoge dePorfírio, obra que se transformou num dos textos mais influentes da Filosofia medieval europeia. Traduziu, comentou ou resumiu, entre outras obras dos clássicos gregos, para além do Isagoge de Porfírio e do Organon de Aristóteles, vários tratados sobre matemática, lógica e teologia. (FONTE: Wikipédia)*

[13] *Pedro Abelardo, Petrus Abælardus (Le Pallet próximo de Nantes, Bretanha, 1079 – Chalons-sur-Saône, 21 de abril 1142) foi um filósofo escolástico francês, um teólogo e grande lógico. É considerado um dos maiores e mais ousados pensadores do século XII. [...] Abelardo identificava o real ao particular e considerava o universal como sentido das palavras, rejeitando o nominalismo. (FONTE: Wikipédia)*

[14] *Guilherme de Ockham, em inglês William of Ockam (existem várias grafias para o nome deste franciscano: Ockham, Ockam, Occam, Auquam, Hotham e inclusive, Olram)[1].(1285 em Ockham, Inglaterra — 9 de abril de 1347, Munique), criador da teoria da Navalha de Occam, foi um frade franciscano, filósofo, lógico e teólogo escolástico inglês, considerado como o representante mais eminente da escola nominalista, principal corrente oriunda do pensamento de Roscelino de Compiègne (1050-1120). (FONTE: Wikipédia)*

conhecimento intelectual está baseado no singular. Para ele, os conceitos universais seriam simples intelecções das coisas individuais.

Entretanto, os pensadores medievais preocupavam-se em encontrar explicações para todos os fenômenos particulares, partindo de um conjunto de princípios universais admitidos como verdadeiros. O saber científico tinha que obedecer a lógica formal. Nesse mesmo período histórico, deu-se enorme importância à dedução, desvalorizando-se a indução na descoberta científica.

Nessa mesma época em que a lógica medieval era entendida como a “ciência de todas as ciências”, temos a lógica escolástica, conhecida como Lógica Velha ou Lógica Menor. Teve início com Boécio e estendeu até Pedro Abelardo, baseando-se fundamentalmente nos escritos aristotélicos. Sua principal característica é a análise dos tempos que conformam uma linguagem e não pela análise silogística das proposições, procurando determinar a validade ou invalidade da forma dos argumentos.

Ainda, podemos citar a lógica bizantina que conservou a tradição dos textos gregos clássicos. Também foi influenciada pelas inovações da lógica ocidental. E, a lógica árabe que no início do século IX já contava com traduções de alguns tratados do Organon, mantendo vivo o interesse pela lógica aristotélica num período em que era pouco divulgada no Ocidente.

Entre os lógicos dessa época, também podemos citar as contribuições dadas por Duns Escoto[15], Guilherme de Sherwood[16] e seu discípulo Pedro Hispano (posteriormente Papa João XXI), Jean Buridan[17] e seu aluno Alberto da Saxônia. No

---

[15] *O Beato John Duns Scot, ou Scotus ou Escoto (escocês) OFM, nasceu em Maxton, condado de Roxburgh na Escócia (ou Ulster) em 1265, viveu muitos anos em Paris, em cuja universidade lecionou, e morreu em Colônia no ano de 1308. Membro da Ordem Franciscana, filósofo e teólogo da tradição escolástica, chamado o Doutor Sutil, foi mentor de outro grande nome da filosofia medieval: William de Ockham. Foi beatificado em 20 de Março de 1993, durante o pontificado de João Paulo II. (FONTE: Wikipédia)*

[16] *Guilherme de Sherwood (ou Shyreswood, Shireswood) (1190-1249) foi um medieval Inglês Scholastic filósofo, lógico e professor. Ele foi o autor de dois livros que foram uma influência importante no desenvolvimento da lógica escolástica: Introductiones em Logicam (Introdução à Lógica), e Syncategoremata. Estas são as primeiras obras conhecidas de lidar de forma sistemática com o que agora é chamado de teoria da suposição, conhecido no tempo de William como a Moderna logica. (FONTE: http://translate.google.com.br/translate?hl=pt-BR&langpair=en%7Cpt&u=http://en.wikipedia.org/wiki/William_of_Sherwood)*

[17] *Jean Buridan ou Joannes Buridanus, em latim, (1300 – 1358) foi um filósofo e religioso francês. (FONTE: Wikipédia)*

século XV, Paulo Vêneto[18], teólogo agostiniano, produziu uma extensa obra intitulada Lógica Magna.

Entretanto, ainda que persista a tradição da lógica medieval, o clima intelectual que se estabeleceu no Ocidente com o advento do Renascimento e do Humanismo não estimulava o estudo da lógica. O interesse pela experimentação também contribuiu para o abandono da lógica dedutiva e cedeu lugar à lógica indutiva.

Com Petrus Ramus[19] (Pierre de La Ramée), lógico antiaristotélico e reformador educacional no século XVI, surgiu uma nova atitude em relação à lógica. De acordo com ele, a lógica como a "arte de discutir" e distinta da gramática e da retórica deveria tratar de conceitos, juízos, inferências (silogismos categóricos e hipotéticos) e provas nessa ordem de prioridade.

A lógica, como Ramus sugeriu, foi adotada pelos jansenistas Antonie Artand e Pierre Nicole, autores de *La Logique; ou L'Art de Penser* (1662), traduzido e publicado em inglês em 1851 sob o título The Port-Royala Logic (A lógica de Port-Royal). Apesar de competir com uma concepção inteiramente nova da lógica apresentada por Leibniz[20] (1646 – 1716), racionalista alemão, as ideias expostas pela lógica de Port-Royal mantiveram sua reputação durante o século XIX.

O particular interesse pela metodologia no início dos tempos modernos foi incentivado por René Descartes (1596 – 1650), considerado o pai da filosofia moderna ao publicar uma obra intitulada *Discurso do Método* (1637), com um contexto racionalista, advertindo para a importância do método. A metodologia do raciocínio indutivo do empirista inglês Francis Bacon (1561 – 1625), que entre suas

---

[18] Paulo Vêneto *(Udine, 1368 – Pádua, 1429) da ordem agostiniana, escreveu numerosos comentários sobre os textos de Aristóteles. Paulo Vêneto é uma figura importante na história da lógica medieval, não só para a apresentação de soluções para problemas de lógica, mas acima de tudo porque, através de seu onipresente tratada, ajudou a difundir o pensamento lógico. (FONTE: http://www.cassiciaco.it/navigazione/monachesimo/monaci/teologi/veneto.html)*

[19] *Pierre de la Ramée (ou Petrus Ramus) (aportuguesado como Pedro de la Ramée) (1515 - 26 de agosto de 1572) foi um lógico, humanista e reformador educacional francês nascido na localidade deCuts na Picardia, membro de uma família nobre, mas empobrecida: seu pai era um fazendeiro e o pai de seu avô de um carvoeiro. Ele foi morto durante o massacre da noite de São Bartolomeu. (FONTE: Wikipédia)*

[20] *Gottfried Wilhelm von Leibniz (Leipzig, 1 de julho de 1646 — Hanôver, 14 de novembro de 1716) (1646 – 1716) foi um filósofo, cientista, matemático, diplomata e bibliotecário alemão. [...] Demonstrou genialidade também nos campos da lei, religião, política, historia, literatura, lógica, metafísica e filosofia. (FONTE: Wikipédia)*

obras se encontra o Novum Organum (Novo Órganon), datada de 1620. Ele contestou o silogístico do Órganon.

No século XVII teve início a lógica moderna. Gottfried Wilhelm Leibniz que desenvolveu o projeto de mecanização da lógica concebida por Raimundo Lúlio, propôs uma ligação entre as operações algébricas e as operações lógicas, além da criação de símbolos universais que facilitariam as operações lógicas.

As novas ideias de George Boole[21] (1815 – 1864) representaram um grande progresso para a lógica. Ele conseguiu criar um sistema simbólico para a lógica, surgindo assim a lógica simbólica ou lógica matemática, ou ainda logístico. Essa lógica matemática representa um cálculo lógico conhecido como álgebra de Boole, que se baseia na lógica binária de "verdadeiro" ou "falso", dando origem à lógica computacional. Nesse mesmo período, Augustus De Morgan[22] (1806 – 1871), publicou "Formal Logic".

Surge então Gottlob Frege[23] (1848 – 1925), filósofo e matemático alemão que teve uma visão cujas conseqüências derrubariam a concepção da lógica – de um período que tem início com Aristóteles e vai até o século XIX – que viera a ser concebida como das leis que governam o pensamento. De acordo com Frege, as relações lógicas são independentes do pensamento humano. Em 1879, Frege publicou BegriffssChrift[24]. No qual pela primeira vez é desenvolvido axiomaticamente o cálculo sentencial, usando negação e implicação com conceitos primitivos, seis axiomas e regras de *modus ponens* e de substituição. Ele procurou encontrar uma caracterização do que é uma demonstração matemática, sistematizando o raciocínio matemático. Frege formalizou regra de demonstração iniciando com regras elementares.

---

[21] *George Boole (2 de Novembro de 1815 — 8 de Dezembro de 1864) foi um matemático e filósofo britânico, criador da Álgebra Booleana, fundamental para o desenvolvimento da computação moderna. (FONTE: Wikipédia)*

[22] *Augustus De Morgan (Madura, Índia, 27 de junho de 1806 — Londres, 18 de março de 1871) foi um matemático e lógico. Foi o primeiro a introduzir o termo e tornar rigorosa a idéia da indução matemática. [...] Sua maior contribuição para o conhecimento foi como reformador da lógica. (FONTE: Wikipédia)*

[23] *Friedrich Ludwig Gottlob Frege (Wismar, 8 de novembro de 1848 — Bad Kleinen, 26 de julho de 1925) foi um matemático, lógico e filósofoalemão. Trabalhando na fronteira entre a filosofia e a matemática, Frege foi o principal criador da lógica matemática moderna, sendo considerado, ao lado de Aristóteles, o maior lógico de todos os tempos. (FONTE: Wikipédia)*

[24] *Trata-se de um livro no qual Frege apresentou os conceitos lógicos primitivos, introduziu símbolos que representavam estes conceitos e estabeleceu regras "gramaticais" a partir das quais poderíamos formar símbolos mais complexos, que representavam conceitos mais complexos. (FONTE: http://www.frege.hdfree.com.br/ebl_alessandro_duarte/node1.html)*

Do mesmo modo que Frege, Giuseppe Peano (1858 – 1932), matemático e lógico italiano, que ao desenvolver o sistema de notação empregada pelos lógicos e matemáticos deu origem a quase toda simbologia da matemática, também defendia que os enunciados matemáticos não são obtidos por intuição, mas sim deduzidos a partir de premissas.

Quando Alfred North Whitehead[25] (1861 - 1947) e Bertrand Russell[26] (1872 – 1970) publicaram a monumental obra *Principia Mathematica* (1910 – 1913), tentaram mostrar - usando uma notação diferente da de Frege – que toda a matemática podia ser reduzida a um ramo da lógica, ou seja, que toda a aritmética poderia ser derivada simplesmente de verdades lógicas. E, assim, surgiu o logicismo.

Como filósofo, Russell acreditava que todo nosso conhecimento do mundo exterior, tanto nosso conhecimento cotidiano quanto nosso conhecimento científico derivava da experiência. Então, achou natural aplicar as técnicas da análise lógica a alegações ordinárias de conhecimento, e mostrou que duas proposições podem ter exatamente a mesma forma gramatical e, contudo dois conjuntos totalmente diferentes de implicações lógicas, dando origem a chamada filosofia analítica. A questão geral era analisar o que estamos realmente dizendo, quando dizemos isso e aquilo.

Entre os que observaram a abordagem de Russel, está o Círculo de Viena[27], cuja filosofia se tornaria conhecida como positivismo lógico. Para os positivistas lógicos, somente proposições empiricamente verificáveis são

---

[25] *Alfred North Whitehead (Ramsgate, 15 de fevereiro de 1861 — Cambridge, 30 de dezembro de 1947) foi um filósofo e matemático britânico.Renomado pesquisador na área da filosofia da ciência, principalmente no que diz respeito aos fundamentos da matemática. Juntamente com Bertrand Russell, escreveu Principia Mathematica. É também o desenvolvedor da chamada teologia do processo. (FONTE: Wikipédia)*

[26] *Bertrand Arthur William Russell, 3º Conde Russell (Ravenscroft, País de Gales, 18 de Maio de 1872 — Penrhyndeudraeth, País de Gales, 2 de Fevereiro de 1970) foi um dos mais influentes matemáticos, filósofos e lógicos que viveram no século XX. Político liberal, activista e um popularizador da filosofia. [...] Durante sua longa vida Russell elaborou algumas das mais influentes teses filosóficas do século XX, e, com elas, ajudou a fomentar uma das suas tradições filosóficas, a assim chamada Filosofia Analítica. Dentre essas teses, destacam-se a tese logicista, ou da lógica simbólica, de fundamentação da Matemática. Segundo Russell, todas as verdades matemáticas - e não apenas as da aritmética, como pensava Gottlob Frege - poderiam ser deduzidas a partir de umas poucas verdades lógicas, e todos os conceitos matemáticos reduzidos a uns poucos conceitos lógicos primitivos. (FONTE: Wikipédia)*

[27] *Fundado pelo filósofo Mortiz Schlick (1882 – 1936), este grupo de cientistas, filósofos e matemáticos se reunia em Viena para investigar a linguagem e a metodologia científicas. (MAGGE, 2005, p.199)*

empiricamente significativas e o significado real de qualquer proposição dada é revelado pelo modo de verificação.

As ideias de Russell incentivaram também a filosofia da linguagem ou análise da linguagem e seu critério era o uso ordinário da linguagem. O nome mais influente dessa ramificação da lógica é Ludwig Wittgenstein[28] (1889 – 1951), um discípulo de Russell.

Entre o grande número de lógicos atuais, mencionamos: David Hilbert[29] (1862 – 1943), Alfred Tarski[30] (1901- 1983) e Kur Gödel[31] (1906 – 1978). Com suas contribuições desenvolveram a lógica matemática até sua forma contemporânea que se distancia da lógica filosófica. Porém, ainda assume e prolonga os resultados da lógica clássica aristotélica. Temos também, L. A. Zadeh[32] (Universidade de Berkeley – USA) com a lógica Fuzzy e as contribuições dessa lógica para informática, no campo da inteligência artificial com os sistemas especialistas.

No Brasil, a lógica chegou através de textos traduzidos e logo também expressos com textos originais. Ressaltando os nomes de Newton Carneiro Afonso da Costa,[33] (Universidade de São Paulo) idealizador da lógica paraconsistente,

---

[28] Ludwig Joseph Johann Wittgenstein (Viena, 26 de Abril de 1889 — Cambridge, 29 de Abril de 1951), filósofo austríaco, naturalizado britânico, foi um dos principais atores da virada linguística na filosofia do século XX. Suas principais contribuições foram feitas nos campos da lógica,filosofia da linguagem, filosofia da matemática e filosofia da mente. (FONTE: Wikipédia)

[29] David Hilbert (Königsberg, 23 de janeiro de 1862 — Göttingen, 14 de fevereiro de 1943) foi um matemático alemão. David Hilbert é um dos mais notáveis matemáticos, e os tópicos de suas pesquisas são fundamentais em diversos ramos da matemática atual. Em 1895 foi nomeado para Göttingen, onde ele ensinou até se aposentar, em 1930. (FONTE: Wikipédia)

[30] Alfred Tarski (Varsóvia, então Império Russo, hoje Polônia, 14 de janeiro de 1901 — Berkeley, Estados Unidos, 26 de outubro de 1983) foi um lógico,matemático e filósofo polonês. [...] Seu trabalho possui grande relevância filosófica. É considerado um dos maiores lógicos da história, juntamente com Aristóteles,Frege e Kurt Gödel. (FONTE: Wikipédia)

[31] Kurt Gödel (em alemão, pronuncia-se AFI: [kʊʁt ˈɡøːdl̩] ouça) (Brünn, Áustria-Hungria[1], 28 de Abril de 1906 — Princeton, Estados Unidos,14 de Janeiro de 1978) foi um matemático austríaco, naturalizado americano. (FONTE: Wikipédia)

[32] Lotfali Askar-Zadeh, em azeri: Lütfi Əsgərzadə, em persa: odicehnoc siam , □□□□ □□ □□ □□□□ □□ como Lotfi A. Zadeh (Baku, 4 de fevereiro de 1921), é um matemático, engenheiro eletrônico e cientista da computação estadunidense nascido no Azerbaijão. (FONTE: Wikipédia)
O conceito de Lógica Fuzzy foi modelado pelo professor Lotfi A. Zadeh da Universidadeda Califórnia em Berkeley em 1960. Seu objetivo foi desenvolver um modelo que poderiadescrever mais de perto o processo de linguagem natural. (FONTE: http://www.fatecinformatica.com/wp-content/uploads/2010/10/5-logica-fuzzy-parte2-trabalho.pdf)

[33] Newton Carneiro Affonso da Costa (Curitiba, 16 de setembro de 1929) é um matemático, lógico e filósofo brasileiro, de reputação internacional devido principalmente aos seus trabalhos em lógica. Conseguiu três graduações pela Universidade Federal do Paraná: em 1952 formou-se emengenharia civil, e em 1955 e 1956 obteve o bacharelado e licenciatura em Matemática ambos pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras. Especializou-se em licenciatura de Matemática no ano de 1957, e concluiu o seu doutorado de análise matemática e análise superior no ano de1961, sob a orientação de Edison Farah. Newton da

Vicente Ferreira da Silva, Eurílalo Canabrava e Godofredo Telles Júnior, autor da obra: Tratado da Conseqüência (1949). Ainda que existam divergências entre as lógicas, a lógica constitui um instrumento imprescindível na análise do conhecimento científico e filosófico.

Costa foi professor catedrático da UFPR, professor titular de Matemática e de Filosofia na USP, e professor titular na Unicamp. Foi, também, visitante em muitas entidades de pesquisa nas Américas e na Europa. Hoje é professor visitante do Departamento de Filosofia da UFSC. (FONTE: Wikipédia)

CAPÍTULO II
2. FUNDAMENTOS DA LÓGICA

Na busca de encontrar o que pode distinguir os homens dos demais animais, foram analisados vários fatores. Mais, precisamente, com Hannah Arendt (1991) no seu trabalho intitulado "A condição humana" podemos observar uma análise bem convincente desta distinção. Ao examinar as idéias de labor, de trabalho e de ação, a autora conclui que apenas na ação que seria possível distinguir com nitidez os homens dos animais. Pois, o labor consistia na atividade que visa a manutenção da vida em sentido biológico e o trabalho está associado à produção material, à fabricação de artefatos que vão além do nosso corpo. Nisto não nos distinguimos de qualquer dos animais. Já a ação é o fazer juntamente com a palavra, com a consciência, com a significação, com a compreensão, com a razão, com a narrativa, que ajuda a memória e possibilita história.

Contemplando por um sentido positivo o significado da palavra "ação", teremos simetricamente um sentido negativo para a palavra a "coação" que nos sugere a não conter a violência e assim estimulando a desconfiança na força da palavra. Com isso, enfraquecendo o poder da argumentação e impossibilitando o diálogo.

É a partir da relação entre o fazer e a palavra, em busca de uma atividade racional, que torna o homem um ser racional, diferente dos demais animais que a busca é apenas pela sobrevivência, sem precisar se preocupar com o diálogo. Nessa perspectiva, o fazer pela palavra também não tem nada de racional. Conforme afirma Machado e Cunha (2005, p.13):

> Ao pensar no ser humano como animal racional, a racionalidade é entendida como essa confiança na força da palavra, no poder de convencimento dos argumentos concretos, na capacidade de mobilização das pessoas para agir em nome de uma causa considerada defensável diante dos outros a partir de pressupostos aceitáveis para todos os envolvidos.

O filósofo chamado Jürgen Habermas[34] dedicou a atenção ao exercício da racionalidade como marca da condição humana, desenvolvendo uma teoria da ação comunicativa, defendendo que as ações humanas deveriam ser orientadas pela busca do entendimento, fazendo com que a razão e a argumentação não fossem essencialmente instrumentais. Para ele, a ideia de razão deveria ser entendida como uma racionalidade comunicativa e não como uma racionalidade técnica. Habermas procurou fundamentar uma ética do discurso, na qual toda autoridade seja delegada à palavra, à ação comunicativa, valorizando a força da argumentação, e assim, dando espaço para que todos os participantes de um debate desfrutem de uma situação ideal de fala onde terão vez e voz, sem preconceitos ou discriminações. Como afirma Habermas (apud. idem, p.14): “Se não acreditarmos na força da argumentação, de que alternativa dispomos? Descrer da palavra é abrir as portas para a violência”.

Os estudos que deram origem à procura da competência na argumentação tiveram início com Aristóteles, com sua caracterização das formas legítimas de argumentação.

2.1. A LÓGICA ARISTOTÉLICA

Aristóteles trata das formas adequadas de argumentação, ou seja, ele não considera os conteúdos das sentenças que compõem uma argumentação, mas

---

[34] *Jürgen Habermas (Düsseldorf, 18 de Junho 1929) é um filósofo e sociólogo alemão. [...] Em 1968, transferiu-se para Nova York, passando a lecionar na New School for Social Research de Nova York. A partir de 1971, dirigiu o Instituto Max Planck, em Starnberg, na Baviera. Em 1983, transferiu-se para a Universidade Johann Wolfgang von Goethe, de Frankfurt, onde permaneceu até aposentar-se, em 1994. [...] Filósofo e sociólogo alemão concebe a razão comunicativa - e a ação comunicativa, ou seja, a comunicação livre, racional e crítica - como alternativa à razão instrumental e superação da razão iluminista - "aprisionada" pela lógica instrumental, que encobre a dominação. Segundo o autor, duas esferas coexistem na sociedade: o sistema e o mundo da vida. O sistema refere-se à 'reprodução material', regida pela lógica instrumental (adequação de meios a fins), incorporada nas relações hierárquicas (poder político) e de intercâmbio (economia). O mundo da vida é a esfera de 'reprodução simbólica', da linguagem, das redes de significados que compõem determinada visão de mundo, sejam eles referentes aos fatos objectivos, às normas sociais ou aos conteúdos subjectivos. (FONTE: Wikipédia)*

apenas as formas. Esse processo de formalização é o fundamento do tema que é conhecido como Lógica Formal.

Na Lógica Formal, como dito anteriormente, há uma separação entre a forma e o conteúdo das sentenças, porém, normalmente, isso não ocorre na linguagem ordinária – o que pode gerar incertezas e ambiguidades. Assim, a Lógica Formal tem por objeto apenas a relação formal existente entre as sentenças de uma argumentação.

A título de exemplo: se alguém disser que tem sorte e que para ganhar na loteria é preciso sorte, logo concluiremos que esse indivíduo irá ganhar o prêmio da loteria. Tal conclusão depende apenas da forma de argumentação. Pelo mesmo raciocínio lógico, temos que se todo a é b e todo b é c, então podemos concluir que todo a é c e essa conclusão independe do significado de a, b e c.

Diante disto, a linguagem lógica podendo ser representada a partir de símbolos assim como a Matemática tem sua linguagem específica apoiada em símbolos, podemos perceber uma associação entre a linguagem lógica e a linguagem matemática, o que também caracteriza a lógica como simbólica. Porém, a lógica tem como fundamento de estudo a estrutura da língua e não as técnicas matemáticas. Contudo, a lógica se relaciona com a matemática, na tentativa de elaborar uma linguagem científica universal, de uma linguagem que elimine as falácias[35] que podem ocorrer a partir da linguagem natural na construção de um discurso científico.

Ainda na linguagem ordinária, utilizamos frases imprecisas que podem exprimir dúvidas quanto ao seu entendimento e há também frases que podem ser classificadas como verdadeira ou falsa, nunca sendo as duas coisas ao mesmo tempo. Estas são chamadas de proposições. Uma proposição é uma sentença declarativa. Dessa forma podemos concluir que apenas frases declarativas recebem um valor verdade (verdadeiro ou falso). Por esse fato, tanto na Lógica quanto na Matemática são tratadas apenas proposições, excluindo as sentenças exclamativas ou interrogativas. Entretanto, substituímos as interrogações por afirmações simbólicas envolvendo elementos desconhecidos (incógnitas ou variáveis), dependendo do contexto. Por exemplo, se perguntarem: “Qual é o número que

---

[35] *Sofismas ou falácias são raciocínios que pretendem demonstrar como verdadeiros os argumentos que logicamente são falsos (KELLER e BASTOS, 2002, p. 24).*

somado com 3 dá 4?", podemos responder reescrevendo a sentença da seguinte maneira, x + 3 = 4: onde se faz uma afirmativa solicitando que se encontre o valor de x.

Aristóteles - que provavelmente iniciou sua análise linguística na estrutura da língua grega em prol de uma argumentação que não desse espaço para dúvidas ou incerteza - substituía frases imprecisas do tipo: "em geral, para ser um matemático é necessário diploma", ou "a maior parte dos matemáticos tem diplomas", por frases do tipo: "todo matemático tem diploma" ou "alguns matemáticos tem diplomas". Para estas novas sentenças resultantes, ele as denominou de proposições categóricas que constituem quatro tipos básicos:

- Afirmação universal: Todo a é b.
- Negação universal: Nenhum a é b.
- Afirmação particular: Algum a é b.
- Negação particular: Algum a não é b.

2.2. O ARGUMENTO COMO INSTRUMENTO DE CONVENCIMENTO

Na tentativa de fundamentar uma conclusão de um argumento, a partir de um cálculo mental é realizado construções com a finalidade de convencer a validade dessa conclusão, seguindo uma ordem própria e utilizando conceitos dados por diversas experiências humanas.

2.2.1. VERDADE X VALIDADE

Um argumento logicamente válido é um encadeamento de razões que devem conduzir a uma conclusão fundamentalmente racional. Essas razões são as premissas do argumento que pode ser constituído por uma ou mais premissas e uma conclusão.

Um argumento é válido, ou seja, é coerente quando existe uma relação entre as premissas e a conclusão, de tal forma que é impossível termos ao mesmo tempo, as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, ou seja, um argumento bem construído. Deste modo, uma falácia ou um sofisma é um argumento mal construído, isto é, não é válido ou não é coerente. Deste modo não podemos ter argumento válidos com premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Vejamos dois exemplos básicos: um de argumento válido e outro de argumento não-válido.

Exemplo I – Argumento válido ou coerente:

Premissas: Todos os paraibanos são nordestinos
João é paraibano
Conclusão: Portanto, João é nordestino.

Este é um exemplo de argumento válido. Observemos que as premissas são verdadeiras e a conclusão também é verdadeira.

Logo, podemos notar que é impossível termos as premissas verdadeiras e a conclusão falsa em uma argumentação coerente.

Exemplo II – Argumento não–coerente ou não-válido:

Premissas: Todos os paraibanos são brasileiros
João é brasileiro
Conclusão: Logo, João é paraibano.

Podemos observar que, embora os termos do argumento possam ser verdadeiros, isto não garante sua validade. Assim, há certa imprecisão do argumento, pois as premissas não estão garantindo a veracidade da conclusão, pois caso João seja português, situação em que a conclusão seria verdadeira, ainda assim o argumento não seria coerente, porque a verdade da conclusão não seria consequência da verdade das premissas.

Portanto, um argumento é uma pretensão de justificar a verdade da conclusão a partir da verdade das premissas. Uma questão podemos colocar: O que se consegue quando temos, necessariamente, a verdade das premissas e uma argumentação coerente? Machado e Cunha (idem, p. 23) afirma:

> Se pelo menos uma das premissas é falsa, mesmo argumentando de modo coerente, não podemos garantir a verdade da conclusão. E mesmo partindo de premissas verdadeiras, se recorremos a uma argumentação não-coerente, a verdade da conclusão não pode ser garantida.

No entanto, a verificação da veracidade das premissas depende diretamente do conteúdo, podendo não ser uma tarefa fácil. Porém, isso não é uma atribuição da lógica. Uma vez que, se o conteúdo de uma premissa estiver relacionado a um ato de fé, uma autoridade ou for uma questão experimental não podemos, iminentemente, atribuir uma valor lógico a essa premissa.

Notemos que, dado um argumento com a seguinte forma:

Todo X é Y
Todo Y é Z
Logo, todo X é Z

Podemos afirmar que, independentemente do conteúdo das proposições, do que representam os símbolos X, Y e Z o argumento é válido ou coerente.

2.2.2. SILOGISMOS E FALÁCIAS.

Um sofisma ou falácia são argumentos sem validade lógica, pois o seu convencimento é através da base linguísticas ou psíquica, sem consistência verídica. Argumentos que apresentam a forma, como a apresentada anteriormente, com duas premissas e uma conclusão, são chamados de silogismos[36] e foram apresentadas e examinados de forma minuciosa por Aristóteles. Já argumentos formados por um número maior de premissas eram decompostos em silogismos com conclusões parciais. Esse processo consistia em, mantendo um encadeamento entre as partes decompostas, encadear o raciocínio até conseguir a obtenção da conclusão final. Em um silogismo aristotélico, cada proposição envolve dois termos: um sujeito e um predicado. As premissas devem ser vinculadas por um elemento em comum, denominando de termo médio, que pode ser o sujeito ou o predicado. Observemos o argumento a seguir, como exemplo:

Premissa 1: Todos os homens são animais racionais
Premissa 2: Todos os cachorros são ferozes
Conclusão: ?

É possível notar a inexistência do termo médio e, portanto, não podemos ter uma conclusão. Aristóteles, para determinar se um silogismo era um argumento coerente ou um sofisma, estabeleceu intuitivamente regras sobre as formas legítimas de argumentação. Das quais temos:

1. Se ambas as premissas são afirmativas, a conclusão deve ser afirmativa.

   Exemplo:

   P_1: Todos os gatos brincam
   P_2: Alguns animais brincam
   Q: Todos os gatos são animais

2. Se ambas as premissas são particulares, nada se pode concluir.

   Exemplo:

---

[36] *A palavra silogismo provém do grego súllogos, que significa reunião, ação de recolher, de interconectar palavras ao raciocinar (MACHADO e CUNHA, 2005, p. 34).*

P_1: Alguns gatos brincam

P_2: Alguns animais não brincam

Q: ?

Nenhuma conclusão pode ser obtida. Contudo, na lógica formal é a forma do argumento que determina sua validade, independentemente da verdade das premissas.

2.2.3. O ARGUMENTO EM MATEMÁTICA

Consultando o dicionário Aurélio (2000, p. 59), encontramos a seguinte definição da palavra "Argumento".

Argumento: sm. Raciocínio pelo qual se tira uma consequência ou dedução.

Era através de um exercício argumentativo que se baseava toda atividade democrática na Grécia Antiga, passando necessariamente, por discussão em praça pública a fim de que, por meio de uma argumentação, se pudesse chegar a uma conclusão única, um juízo comum a todos.

Esse exercício, esse processo argumentativo, esse método do pensamento e da linguagem é chamado de dialética. A dialética, como já foi comentada no capítulo anterior, era defendida por Platão, como forma de se atingir as verdades através do uso das ideias universais ou puras. Foi com Sócrates que Platão aprendeu essa técnica de perguntar, responder e refutar, o que torna capaz de definir e distinguir os conceitos envolvidos na discussão. Contudo, é necessário que os interlocutores de um diálogo compartilhem uma mesma linguagem, e assim, possibilitando à troca de idéias e/ou a sustentação de juízos a serem emitidos.

Argumentar usando uma linguagem coerente em que o conteúdo das premissas não se apóia na autoridade, no senso comum, em princípios ou dogmas religiosos é o caminho para o desenvolvimento de um pensamento crítico. Por outro lado, até mesmo argumentos justificados no conhecimento científico podem levantar certas imprecisões. Isto porque em um determinado momento, dado conhecimento pode ser coerente, mas futuramente, pode ser invalidado com a evolução da ciência. Machado e Cunha (Idem, p. 50) afirmam:

> Mesmo o conhecimento chamado de “científico” está em permanente estado de construção e fatos que eram considerados verdades indiscutíveis ontem podem não mais sê-los hoje: o átomo já foi indivisível, o tempo já foi absoluto, a Terra já foi plana... etc.

A Matemática, assim como a Lógica Formal, se baseia em pressupostos filosóficos que possibilitam a construção de um conceito de uma determinada coisa concreta ou abstrata, mas em geral as hipóteses matemática são consistentes, coerentes. A partir de uma representação mental e compreensiva da coisa em questão, o processo de idealização consiste em considerar um elemento necessário que constitui a coisa no que ela é a fim de se raciocinar coerentemente de chegar a uma verdade, denominada tese. Para um aprofundamento sobre conceito, podemos citar Keller e Bastos (2002, p.72-73)

> A essência ou natureza é o elemento necessário que torna possível a identificação das coisas entre si, que faz com que cada coisa seja aquilo que é. [...] Além de abstrato e universal, o conceito é compreensivo porque é constituído de um conjunto de aspectos inteligíveis ou propriedades que a inteligência discerne como constituintes da natureza em essência ou coisa

Também é notório que na produção de um conceito, de forma argumentativa, deve se constituir a compreensão e a extensão para escolha das palavras que serão usadas. A compreensão é a apreensão dos elementos que distingue as coisas entre si e a extensão refere-se ao número de indivíduos nos quais o conceito pode ser aplicado. Já que existe uma lei de razão inversa entre a compreensão e a extensão, ou seja, quanto maior for o número de detalhes na compreensão menor será o campo de aplicação da extensão.

O fato é que todas essas considerações imparciais nos mostram a necessidade de uma proficiência dos aspectos e significados linguísticos e suas possíveis representações da língua materna para o processo de construção e compreensão de discursos significativos em Matemática. Deste modo, a escrita é uma grande contribuinte para garantir a condução do raciocínio. Sem desconsiderar a linguagem oral ou gestual, que também são modos de comunicação, porém por estas manifestações comunicativas, o campo de apreensão de uma ideia matemática se torna mais limitado.

É nesse ponto que a Matemática é construída na linguagem, uma vez que a linguagem é um produto da mente humana e a existência da Matemática, assim como a da lógica, independe do pensamento humano. Para complementar essa posição, Bryan Magee (2001, p. 194) cita uma ideia de Frege:

> As relações lógicas são independentes do pensamento humano. É claro que nós, humanos, podemos conhecê-las, aprendê-las, desconsiderá-las, entendê-las, erradamente e assim por diante, mas podemos fazer tudo isso com muitas outras coisas que existem independentemente de nós.

Na formulação de um conceito matemático, tanto, é importante o uso da língua corrente como o uso de símbolos que representam “ideias” (operações, relações, conjuntos, etc.). Assim, a escrita é uma representação da apreensão dessas ideias que conduzem à construção de um conceito ou discurso matemático. Contudo, a simbologia usada nos enunciados é uma mediação para a captura dos significados e revelando o que está sendo dito.

Como seria a representação de uma ideia sem estruturas de linguagem e sem a simbologia usada para se provar ou demonstrar na forma de um discurso, os seus enunciados? Provavelmente não haveria apreensão dos significados se não fosse a visualização escrita de palavras e dos signos que dão forma ao exercício da compreensão da ideia. O que há é uma materialização, em termos simbólicos com o uso adequado da linguagem natural na comunicação escrita em Matemática, que a torna precisa e concisa, em sua representação. E, facilitando em partes, a própria escrita. Temos a sentença escrita por extenso: “três mais três é igual a seis”, também podemos escrevê-la de forma reduzida usando símbolos matemáticos: “3 + 3 = 6”.

A Lógica Formal usa esse mesmo artifício, de substituir proposições (sentenças) por símbolos. Dizemos que a proposição é simples quando apresenta um conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento completo, de caráter afirmativo declarativo. Com o auxílio de conectivos (palavras ou símbolos que se usam para unir duas ou mais proposições simples) são formadas as proposições compostas.

2.3. CONECTIVOS

Em um discurso matemático, é importante a atenção à peculiaridades que os conectivos podem expressar, já que eles interligam proposições simples originando assim, proposições compostas. Das quais, o seu valor lógico é fortemente determinado tanto pelos valores lógicos de suas sentenças componentes, como pelos conectivos lógicos.

Já vimos que uma proposição simples é uma sentença declarativa, que é portadora de um valor-verdade ou valor lógico, podendo ser verdadeira ou falsa, nunca as duas coisas ao mesmo tempo (princípio de não-contradição). Verifica-se também que não pode ter um terceiro caso, ou seja, ou é verdadeira ou é falsa (princípio do terceiro excluído).

O valor lógico de uma sentença pode ser representado pelas letras:

- V Quando a sentença for verdadeira;
- F Quando a sentença for falsa.

O valor lógico de uma proposição composta pode ser determinado com o auxílio de tabelas, chamadas de tabelas-verdade.

2.3.1. NEGAÇÃO

Quando uma proposição verdadeira é negada, se obtém uma nova proposição cujo valor-lógico é a falsidade e vice-versa. Por exemplo: a negação da proposição “Campina Grande é a capital da Paraíba” é a proposição “Campina Grande <u>não</u> é a capital da Paraíba” ou de forma equivalente, “é falso que Campina Grande é a capital da Paraíba”. Contudo, negar uma proposição não é apenas afirmar algo diferente do que foi afirmado, isto é, negar proposição “5 + 5 = 11” não é escrever “5 + 5 = 10”, e sim “5 + 5 ≠ 11”.

Podemos representar simbolicamente o que foi dito, de tal forma: se P é uma proposição, a negação de P é a proposição “não P”. A notação da negação é ¬P ou ~P. Logo “se P é verdadeira, então ¬P é falsa” e “se P é falsa, então ¬P é verdadeira”. O valor lógico da negação de uma proposição expressando em uma tabela-verdade temos:

P	~P
V	F
F	V

Observação: Daqui em diante adotaremos a notação P, Q, R, S... para representar as proposições.

2.3.2. CONJUNÇÃO

A conjunção de duas proposições simples se obtém a partir do uso da conjunção “e”. Exemplos:

- João é paraibano e 3 é um número par;
- Maria é bonita e 5 + 7 = 10

Para o conectivo “e” usamos a notação “∧”. Assim, para representar a composta pela conjunção de P e Q usamos a notação P ∧ Q.

A conjunção (P ∧ Q) de duas proposições é verdadeira quando ambas as proposições P e Q são verdadeiras. Para que P ∧ Q seja falsa, basta que uma das proposições seja falsa, P ou Q. Construindo a tabela-verdade da conjunção, temos:

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

2.3.3. DISJUNÇÃO

A disjunção de duas proposições simples se obtém a partir do uso do conectivo “ou”. Exemplos:

- 5 é maior do que 3 ou 4 é igual a 3 ou $5 > 3 \vee 3 = 4$
- Um gato é um mamífero ou é um felino.

Na linguagem natural, a partícula “ou” pode exprimir uma idéia, tanto exclusiva como uma não-exclusiva (inclusiva). Na lógica formal, este conectivo é usado com o sentido não-exclusivo. Para o conectivo “ou” usamos a notação “v”. Assim, consequentemente, para representar a disjunção de P e Q usamos a notação P v Q. A disjunção (P v Q) de duas proposições é falsa quando ambas as proposições componentes (P e Q) são falsas. Para que P v Q seja verdadeira, basta que pelo menos uma delas, P ou Q seja verdadeira. Construindo a tabela-verdade na disjunção, temos:

P	Q	P v Q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

2.3.4. CONDICIONAL

A condicional de duas proposições simples se obtém a partir do uso do conectivo “se..., então...”. Exemplos:

- Se não chover, então José irá trabalhar;
- Se a Paraíba é um Estado nordestino, então todo paraibano é nordestino.

O valor lógico de uma proposição condicional depende da relação de “causa” e “efeito” entre as proposições componentes e não a verdade ou a falsidade das proposições componentes.

Para o conectivo “se..., então...” usamos a notação “→”. Consequentemente a representação da condicional P e Q é a notação P → Q. Construindo a tabela-verdade da condicional, temos:

P	**Q**	**P → Q**
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**V**
F	**F**	**V**

Na linguagem natural podemos expressar de modos distintos uma mesma informação. Do ponto de vista da Lógica Formal, quando duas proposições afirmavam a mesma coisa, temos uma bi-condicional.

2.3.5. BI-CONDICIONAL

A bi-condicional, como o próprio nome indica, é constituída por duas condicionais interligadas e, assim, formando uma conjunção, (P → Q) ∧ (Q → P). A bi-condicional é obtida a partir da utilização do conectivo “se, e somente, se...”, cuja notação lógica é: “↔”. Consequentemente, temos: P ↔ Q. Exemplos:

- Todo paraibano é nordestino se, e somente, se a Paraíba for um Estado nordestino;
- José irá trabalhar se, e somente, se não chover.

A proposição bi-condicional é verdadeira quando ambas as proposições componentes possuem o mesmo valor lógico (verdade ou falsidade) e falsa quando tem valores lógicos contrários. Construindo a tabela-verdade da bi-condicional, temos:

P	**Q**	**P ↔ Q**
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**F**
F	**F**	**V**

Ainda no âmbito da Lógica Formal, podemos encontrar contradições e tautologias. Uma contradição é toda afirmação do tipo P ^ ~P” (P e não-P). Assim, a sentença “José trabalha <u>e</u> José não trabalha” é contraditória. Já a proposição tautológica nada nos informa de novo, como podemos observar no seguinte exemplo: “José trabalha <u>ou</u> José não trabalha”, que certamente afirma uma verdade: P ^ ~P (P ou não-P). Uma proposição composta é uma contradição se o seu valor lógico é falsidade independente dos valores lógicos envolvidos. (sentença é uma contradição quando assume apenas o valor lógico falso (F)), enquanto proposição composta é uma tautologia se o seu valor lógico é sempre verdadeira independente dos valores lógicos das sentenças envolvidas. (uma sentença tautológica sempre assume o valor lógico verdade (V).)

CAPÍTULOS III

3. DEMONSTRAÇÃO E PROVA: ARGUMENTOS MATEMÁTICOS

Quando queremos convencer alguém sobre determinado fato e este alguém contesta, dizendo: "Você vai ter que provar", é como se um muro se erguesse diante de nós, tornando necessária uma estratégia para que, ao momento que esse seja demonstrado, a pessoa fique convencida o que dizemos. É evidente que nos nossos colóquios diários, podemos desenvolver um argumento que convença ao indagador, mas não tem caráter universal. Essa mesma estratégia é utilizada com rigor pela Matemática para tratar a verdade. Uma vez que a Matemática tem como um de seus objetivos descobrir e provar se certas afirmações são verdadeiras: os argumentos desenvolvidos ou raciocínios são lógicos e universais incontestáveis. As afirmações infalíveis (ou casos particulares), ou seja, as que para qualquer instância são verdadeiras, recebem classificações como axiomas e teoremas.

Um teorema é uma proposição cuja validade é garantida por uma demonstração. Essa proposição é condicional e suas estruturas são as *hipóteses* e a *tese*. As hipóteses são as condições que conduzem a um fato bem definido, que é a tese. Uma afirmação só é considerada um teorema quando, dentro do universo do discurso, se mostra válida para toda e qualquer instância sua. Caso contrário, essa instância é chamada de contra-exemplo e, assim, invalida o teorema.

Portanto, ao elaborar um discurso em Matemática deve-se ter prudência e procurar por argumentos bem fundados. Já que, o enunciado de um teorema depende da maneira de redigir, sendo uma opção pessoal. Os axiomas, por sua vez, são afirmações consideradas válidas e aceitas de forma incontestável e as afirmações cuja falsidade ou verdade ainda não foi possível demonstrar, recebem o nome de conjecturas.

Em um processo de construção de uma demonstração, podemos usar uma argumentação indutiva ou uma argumentação dedutiva.

3.1. RACIOCÍNIO INDUTIVO

A argumentação indutiva tem como principal característica a possibilidade de uma generalização a partir de casos particulares observados, ou seja, aplica-se única e exclusivamente de um caso determinado baseando-se na probabilidade de que um caso futuro seja semelhante ao caso experimentado, comportando uma conexão de ordem psicológica e não lógica. Por exemplo:

O ferro conduz eletricidade
O ferro é metal
O ouro conduz eletricidade
O ouro é metal
O cobre conduz eletricidade
O cobre é metal
Logo, os metais conduzem eletricidade.

3.2. RACIOCÍNIO DEDUTIVO

O raciocínio dedutivo é a operação própria da inteligência que se caracteriza por possibilitar que se obtenham informações acerca de casos particulares a partir de casos gerais, ou seja, faz caminho inverso da indução, pois parte do geral para o particular. A argumentação dedutiva é empregada na construção de proposições em que a conclusão é implicação direta de premissas conhecidas, de tal modo que se as premissas são verdadeiras então a conclusão é verdadeira. É importante notar que, na dedução, deseja-se concluir que o caso particular segue como consequência da observação feita de casos gerais. Neste caso há de observar que o objeto da conclusão tem propriedades inerentes aos elementos constituintes do universo observado. Por exemplo:

Todo vertebrado possui vértebras.
Todos os cavalos são vertebrados.
Logo, todos os cavalos têm vértebras.

3.3. DEMONSTRAR E PROVAR: É A MESMA COISA?

"É preciso ir além do que observar e aceitar que certos fatos valem, é preciso demonstrá-los para acreditarmos neles" (FILHO, 2010, p. 11). É com essas palavras de Daniel de Morais Filho tiradas do seu livro intitulado "Um convite à Matemática" que iremos iniciar nosso comentário sobre demonstrações matemáticas.

Uma demonstração é um procedimento que, além de garantir a validade de um teorema, caracteriza a Matemática da maneira como é e a difere de outras ciências, como a Física, a Química, a Biologia, a Estatística ou Economia, cujos resultados são geralmente estabelecidos e aceitos simplesmente por meio da observação, da análise de dados e da experimentação (o que as caracterizam como "Ciências Experimentais").

O objetivo de uma demonstração é, de modo geral, provar que todo objeto matemático satisfazendo as condições das hipóteses, cumpre necessariamente o que afirma a tese. Isso é feito por meio de argumentos válidos, formando um encadeamento dedutivo de raciocínio lógico.

Demonstrar não é uma tarefa fácil. Antes de começar os trabalhos de uma demonstração de qualquer resultado matemático é necessário entendê-lo, identificar a hipótese e a tese e saber plenamente o que cada uma significa em um determinado resultado.

Vale salientar que uma demonstração consiste de uma estrutura lógica e da sua apresentação, ou seja, a maneira como esta estrutura lógica é redigida, como é apresentada a outra pessoa a fim de convencê-la de um determinado fato.

> Demonstrar é um ato de persuasão, de convencimento, baseado em argumentações lógico-dedutivas, por isso é tão importante (também) saber redigi-las. Ninguém deve acreditar em um fato matemático, mas deve ser convencido por meio de uma demonstração que ele é válido (Idem, p. 115).

Embora muitos matemáticos não se preocupem com a distinção entre *demonstração* e *prova* essa distinção nos leva a uma discussão concernente ao conteúdo deste trabalho. Uma vez que a falta de clareza dessas diferenças pode contribuir para a formação de obstáculos na construção de discursos matemáticos.

Assim, uma *prova* pode ser uma evidência de um fato, uma explicação aceita por outros em um determinado momento, mas não necessariamente uma sequência lógico-dedutiva de argumentos. Já uma demonstração é um encadeamento de argumentos lógico-dedutivo que deve convencer qualquer leitor, de modo que a veracidade de tal proposição fique comprovada de forma irrefutável.

Por isso, para garantir a validade de um teorema é necessário apresentar uma demonstração e, devemos ter cuidado para não confundir uma instância de um teorema com a prova deste, pois basta um único contraexemplo para assegurar que o teorema não é válido, e assim, sendo uma sentença qualquer.

OBSERVAÇÃO: Dependendo do contexto e para evitar as repetições, visando a elegância da escrita, a palavra teorema pode ser substituída por outras como: corolário, lema e proposição.

3.4. TIPOS DE TEOREMAS E TÉCNICAS DE DEMONSTRAÇÕES.

Vale salientar: antes de começar qualquer tipo de demonstração é importante identificar e compreender a hipótese e a tese de um teorema e certificar-se de que conhece plenamente a definição matemática dos objetos envolvidos. Além disto, tanto a hipótese quanto a tese de um teorema podem ser constituídas por um número finito de sentenças.

Para ficar mais fácil de identificar a hipótese e a tese de um teorema é só reescrevê-lo de forma condicional ou implicativa de tais maneiras: “Se P, então Q” ou “$P \rightarrow Q$”, sendo P a hipótese (ou as hipóteses, quando constituída por conjunções simples) e Q é a tese (mesmo formada por mais de uma sentença usamos a palavra “tese” no singular). Também é aconselhado reescrevê-lo quando a hipótese ou a tese do teorema não se apresenta de forma clara.

3.4.1. TEOREMA NA FORMA CONDICIONAL.

Quando se quer demonstrar um teorema condicional ("Se P, então Q" ou "$P \Rightarrow Q$"), admite-se que a hipótese P seja verdadeira e parte-se para provar que Q é verdadeira. Exemplo:

Teorema 3.4.1.1: Sejam r, s duas restas quaisquer do plano. Se $r \neq s$ então, r é paralela a s ou r e s se interseptam num ponto.

Identificando a Hipótese e a tese, temos:

H: $r \neq s$ T: $r//s \vee r \cap s = \{P\}$

3.4.2. TEOREMA NA FORMA BICONDICIONAL.

Esse tipo de teorema é formado por uma condicional e sua recíproca, caracterizado pelo conectivo "se, e somente se". Sua demonstração consiste em aplicar o procedimento anterior da seção 3.2-1 às sentenças "$P \Rightarrow Q$" $\wedge$ "$Q \Rightarrow P$", estabelecendo-se a equivalência: $P \Leftrightarrow Q$. Ficando comprovada a validade das duas sentenças o teorema será considerado válido. Exemplo:

Teorema 3.4.2.1: Um triângulo ABC é isósceles, com base BC, se e somente si, os ângulos da base são congruentes.

Vemos que neste caso, temos uma dupla implicação. Se consideramos: P: ΔABC é isósceles com base BC e Q: $\angle B = \angle C$, então o enunciado pode ser posto, em forma simbólica:

$$P \Leftrightarrow Q.$$

Desta forma para efetivar a demonstração procedemos:

i) $P \Rightarrow Q$ ii) $Q \Rightarrow P$

No caso (i), a hipótese e P e a Tese é Q, enquanto no caso (ii), a hipótese é Q e a Tese é P. Antes de prosseguir com comentários sobre teoremas, é conveniente tratarmos da demonstração por redução ao absurdo.

3.4.3. DEMONSTRAÇÃO POR REDUÇÃO AO ABSURDO.

Este método consiste em acrescentar ao conjunto de hipóteses do teorema uma nova hipótese de contradição, para início da demonstração supomos que seja verdadeira (para que diante das condições dadas pelo teorema a conclusão por ele anunciado seja falsa) e por um processo lógico-dedutivo válido deduzimos uma sentença falsa. No entanto, não se pode deduzir uma sentença falsa partindo-se de uma sentença verdadeira. Caso isso ocorra, será uma contradição. Logo, a suposição inicial (a hipótese de contradição) é falsa. Por exemplo, vamos demonstrar o seguinte teorema. Temos que ter muita atenção neste tipo de demonstração. Temos duas vertentes a considerar:

i) Quando estamos desenvolvendo toda uma teoria axiomática, ela é desenvolvida até o momento em que desejamos demonstrar uma determinada proposição que é considerada como Hipótese e aplicamos a contrapositiva de uma condicional.

ii) Por exemplo, suponhamos que desejamos demonstrar a seguinte:

“Se $n \in N$, n^2 é par, então n é par”,

Cuja contrapositiva é:

“Se $n \in N$ é impar, então n^2 é impar.”

Observa-se que, provar a contrapositiva é mais fácil do que provar a primeira condicional. Neste caso, consideram-se como hipótese, além do fato de *n* ser impar, todas as verdades estudadas sobre o conjunto dos números naturais. Uma segunda opção é negarmos a Tese, aceitarmos como verdadeira a hipótese e chegarmos a uma contradição a algum fato da teoria axiomática anterior. Por exemplo:

Teorema 3.3.3.1: Sejam r, s duas restas quaisquer do plano. Se $r \neq s$ então, r é paralela a s ou r e s se interseptam num ponto.

Identificando a Hipótese e a tese temos:

H: $r \neq s$ T: $r // s \vee r \cap s = \{P\}$

Para se demonstrar seguindo a orientação dada neste caminho, tomamos como hipótese a negação da Tese, aceitamos a Hipótese e chegamos a um absurdo no segundo axioma da Geometria Euclidiana plana. Isto é:

H: *r* não é paralela a *s* e a intersecção de r e s ocorre em mais de um ponto, em dois por exemplo. Além disso, aceita-se o fato de $r \neq s$.

Considerando estas afirmações como verdadeira, chega-se a um absurdo no axioma que afirma: “dois pontos distintos do plano, determina uma única reta.”

3.4.4. TEOREMAS DE EXISTÊNCIA E UNICIDADE.

Quando se afirma a existência e a unicidade de um objeto matemático que possua determinada propriedade é necessário que em sua demonstração prove a existência do objeto em questão e a unicidade deste objeto, ou seja, dividir a demonstração em duas partes. Primeiro, prova-se a existência do objeto matemático e logo após, a sua unicidade.

Uma maneira de demonstrar a existência de algum objeto seria exibir esse objeto, construindo um exemplo concreto dele. Porém, a construção de certos objetos matemáticos não é uma tarefa muito simples, sendo, às vezes, até impossível. Mas, com o método de redução ao absurdo podemos garantir a existência do objeto sem precisar exibi-lo, basta mostrar que sua não-existência conduz a uma contradição.

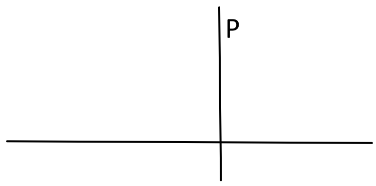
Já para demonstrar a unicidade, podemos supor a existência de dois objetos (x e y) que satisfaçam a condição dada e que tenham as mesmas propriedades determinadas. A pretensão é provar por redução ao absurdo a igualdade desses objetos (x = y), ou seja, sendo eles iguais fica assegurada a unicidade.

Vejamos uma técnica de demonstração de teorema de existência e unicidade:

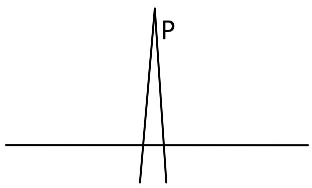
Teorema 3.3.4.1: Por um ponto fora de uma reta, pode-se traçar uma única perpendicular à reta dada.

Este é um exemplo de teorema de existência e unicidade em que se deve seguir o seguinte procedimento:

i) **Existência.**
Procura-se, dado um ponto fora de uma reta, construir uma reta que contém este ponto e é perpendicular à reta data.



ii) **Unicidade.**
Supõe a existência de duas perpendiculares à reta contendo o ponto e conclui-se que elas são iguais.



Depois de expor alguns tipos de teoremas e técnicas de demonstração com o objetivo de fornecer uma base teórica para a continuidade da leitura do trabalho e favorecendo seu entendimento, partimos para o próximo capítulo. No qual, relatamos as análises feitas posteriormente às observações em sala de aula sobre o uso da linguagem matemática.

CAPÍTULO IV

4. UMA REFLEXÃO SOBRE A ATIVIDADE DOCENTE QUANTO A LINGUAGEM MATEMATICA À LUZ DA LÓGICA

Depois da breve abordagem que foi feita sobre o pensamento lógico desde o surgimento da filosofia passando pela sua sistematização desenvolvida por Aristóteles até os dias atuais, faremos uma análise de como a lógica é tratada no ensino de Matemática no Ensino Básico, a partir de nossa própria experiência como docente e das observações realizadas em sala de aula junto a dois docentes no Ensino Fundamental.

Iniciaremos com os apontamentos das nossas experiências como discente e como docente. Embora ainda não tenha concluído o curso de Licenciatura Plena em Matemática, venhamos vivenciando a prática docente há cinco anos, como professor de uma escola pública.

4.1. UM RELATO DE EXPERIÊNCIA VIVIDA COMO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.

Analisando a vivência em particular nos conteúdos de matemática, desde as séries iniciais até o ensino superior observamos que:

i) as diferentes metodologias utilizadas pelos professores para ensinar e repassar os conteúdos e são resultantes das concepções na qual foram formados;

ii) os currículos, sob orientação do MEC, eram sempre alterados no sentido de Interferir na formação do novo professor, a fim de que ele pudesse, efetivamente, trabalhando em novas metodologias e com novas concepções de trabalho nos conteúdos de matemática, viesse dar continuidade ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática, dentro de novas concepções adquiridas no curso;

iii) Embora haja um empenho desenvolvido nas novas grades curriculares, o mais importante era o cumprimento de programas pré-estabelecido, na sequência da tradição de que o currículo é o mais importante, levam os novos professores a absorver as tradições dos processos de ensino aprendizagem do passado, levando a um círculo vicioso e mecânico de uma formação voltada apenas para o currículo, no qual o resultado final (as notas das provas) é o mais importante, ainda que a linguagem do professor seja reproduzida de forma inconsciente;

iv) o ensino de matemática era desenvolvido, ano após ano, de modo quase automático, sem a necessária conscientização de que matemática é um conteúdo que exige um pensar lógico, um raciocínio que nos leve a interdisciplinaridade e a contextualização. Isto é, ensinava-se uma infinidade de formas sem o uso adequado da linguagem matemática e sem reflexões de sua aplicabilidade na vida prática.

Em nosso primeiro ano de experiência como professores de Matemática do ensino fundamental, percebemos que a maneira como os próprios alunos compreendem a Matemática, mesmo que de forma prévia, mecânica e básica pode influenciar, consideravelmente, na postura do professor em relação à ministração das aulas, agindo de forma maleável ao nível da turma, levando o aluno a refletir sobre o aprendizado do conteúdo. De que forma podemos melhorar as nossas metodologias e a maneira de ver os conteúdos matemáticos, de modo que estes venham contribuir com a conscientização do cidadão no usufruto que pode advir, na sociedade, com o seu uso correto e consciente? A não verificação destes preceitos pode ser algo nocivo à formação contínua do professor como educador, conforme afirma Freire[37]: "ensinar a aprender e aprender ensinando".

---

[37] Paulo Reglus Neves Freire (Recife, 19 de setembro de 1921 — São Paulo, 2 de maio de 1997) foi um educador e filósofo brasileiro. Destacou-se por seu trabalho na área da educação popular, voltada tanto para a escolarização como para a formação da consciência política. Autor de "Pedagogia do Oprimido", um método de alfabetização dialético, se diferenciou do "vanguardismo" dos intelectuais de esquerda tradicionais e sempre defendeu o diálogo com as pessoas simples, não só como método, mas como um modo de ser realmente democrático. É considerado um dos pensadores mais notáveis na história da Pedagogia mundial, tendo influenciado o movimento chamado pedagogia crítica. A sua prática didática fundamentava-se na crença de que o educando assimilaria o objeto de estudo fazendo uso de uma prática dialética com a realidade, em contraposição à por ele denominada educação bancária, tecnicista e alienante; o educando criaria sua própria educação, fazendo ele próprio o caminho, e não seguindo um já previamente construído; libertando-se de chavões alienantes, o educando seguiria e criaria o rumo do seu aprendizado. (FONTE: Wikipédia)

Encontramos alunos desmotivados, apáticos, sem nenhum interesse em compreender os conceitos matemáticos. Foi visível que, o fato da Matemática ser vista como algo difícil, pronto e acabado e que só serve para poucos (considerados como “gênios”), os únicos a possuírem a capacidade e a competência de compreendê-la e aprendê-la, contribui com esse quadro depreciativo.

Notamos também que os alunos estavam mecanizados através de um processo de ensino que se propaga de geração em geração, sem que despertem o prazer para o exercício do raciocínio. Isso não só na área do conhecimento matemático como também nas demais áreas do sistema curricular, onde o fazer pragmático voltado para os números, é apenas o que os alunos conhecem como Matemática. Sendo, praticamente, impossível usar o raciocínio dedutivo para outros fins, a não ser numéricos e bem objetivos em problemas caracterizados por verbos como: calcular, determinar, encontrar, esboçar, etc. Mesmo assim, contudo a linguagem e a lógica matemática são incompreendidas, o que resulta em um raciocínio dedutivo inconsciente.

E tratar de outros temas durante as aulas de matemática, mesmo que envolva o conhecimento matemático, não é bem aceitável por parte do alunado, devido ao pragmatismo mecânico que estão acostumados. Não é diferente quando se refere a avaliação. As questões de uma prova devem ser semelhantes as que já foram resolvidas durante as aulas e por esse procedimento de repetições que o aluno conseguirá realizar com sucesso a avaliação, pois todo o processo de resolução está memorizado, ou seja, será utilizado um raciocínio mecânico na resolução de um problema.

A deficiência da leitura e da escrita matemática, ocasionada pela falta de prática e/ou pela desvalorização da Matemática, foram os piores fatores que encontramos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Disto surgiu a dúvida: Será que se era a nossa concepção da Matemática nos fazia enxergar por esse ângulo ou isso também acontecia nas salas de aula de outros professores com diferentes concepções adotadas em diferentes contextos sociais? Então, procuramos vivenciar experiências em salas de aula de outros professores inseridos em contextos sociais diferentes: um do ensino privado e outro do ensino público.

4.2. UM RELATO DE EXPERIÊNCIA VIVENCIADA DURANTE AS OBSERVAÇÕES DAS AULAS DE UM PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA PRIVADA.

De início, notamos que o professor adotava uma postura de ensino de acordo com os padrões culturais pretendidos pela escola na formação do aluno, com o ponto de partida no prestígio social e nos interesses “futuros” dos pais dos alunos. Isso, pelo fato de entenderem como um investimento a educação de seus filhos, no qual o resultado não necessita ter significados, basta apenas ser satisfatório. Por estarem “comprando” a educação, observamos que os alunos que não se inibiam com a presença do professor, pois eles tinham a consciência de que o salário do professor era resultado das mensalidades efetuadas pelos seus pais.

Ao começar a explanação do conteúdo (uma aula sobre “raiz de números racionais”), também foi visível a falta de interesse dos alunos em aprenderem Matemática e, que foi relatado pelo próprio professor no questionário aplicado, sendo uma das dificuldades encontradas na pratica docente, além da desvalorização da profissão e a falta de estrutura oferecida para o exercício da docência. No decorrer da aula, foram surgindo dúvidas e, consequentemente, as perguntas, mostrando a dificuldade de compreensão e leitura da linguagem matemática. Por exemplo, quando o professor escreveu no quadro, 4/9, enquanto os demais alunos não fizeram nenhuma objeção, um deles perguntou se tal objeto matemático era positivo ou negativo, pelo simples fato de não aparecer algum símbolo (“+” positivo ou “-“ negativo) que caracterizasse seu valor. Todavia, a resposta para esse questionamento não é uma simples contextualização ao conhecimento prévio do aluno e, sim, referente às regras sintáticas da escrita matemática a qual através da prática vai se compreendendo cada vez mais.

Ainda assim, o professor entrou em contradição. Ao ser questionado se achava importante as demonstrações matemáticas e se trabalhava a linguagem matemática em suas aulas, a sua resposta a estas indagações foram, respectivamente, sim e não. Sua justificativa era: como realizar uma demonstração sem o uso da linguagem? E acrescentou referindo-se às demonstrações como um auxilio para explicar resultados matemáticos, e isso, apenas quando os alunos perguntavam. Já, sobre o uso da linguagem, a sua queixa foi que o curso de licenciatura não ofereceu nenhuma instrução de como trabalhar a linguagem matemática em sala de aula, durante a formação do novo professor.

Diante das respostas dadas pelo professor, detectamos que os alunos julgavam a Matemática como um “jogo” no qual, para se obter êxito, basta apenas aprender suas “regras”. Porém, é um jogo que não oferece nenhum prazer em aprendê-lo. E mais, ao resolver um problema a resolução deste seria a mesma para os demais problemas do exercício.

Nessa perspectiva, como seriam as avaliações? Antes vale salientar que não tivemos acesso a nenhuma forma de avaliação exercida pelo professor, só as respostas do questionário referente ao tema. Pelo questionário percebemos certo pragmatismo em suas avaliações, independentemente, de ser objetiva ou subjetiva. Sendo bem objetivo ao comentar sobre a importância de como avaliar o aluno: de forma oral ou/e pela escrita. Referiu-se à escrita como uma habilidade que o aluno possui para expressar, tornar concreto o conhecimento absorvido e ao se expressar pela fala o aluno mostra que aprendeu o conteúdo sem decorar.

No entanto, o ato de se expressar pela escrita ou oralmente pode ser uma ação mecânica, inconsciente sem o uso do raciocínio dedutivo. Isso pode ser um reflexo da forma como o professor concebe a Matemática. Para ele, a Matemática “é um conhecimento que estar voltado para o desenvolvimento tecnológico” e que contribui para a comodidade do ser humano resultando em uma vida “melhor”, etc. Além de ser um reflexo de uma formação que o professor recebeu do curso de licenciatura de acordo com as políticas pedagógicas existentes, sem levar em consideração o que estabelece os Parâmetros Curriculares Nacionais, principalmente no que diz respeito de como os conteúdos devem ser implementados e como eles são abordados, principalmente de como a Matemática é contextualizada e empregada na várias disciplinas que servirão de suporte aos futuros profissionais de ensino.

4.3. UM RELATO DE EXPERIÊNCIA VIVENCIADA DURANTE AS OBSERVAÇÕES DE AULAS DE UM PROFESSOR DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA PÚBLICA.

Sem generalizar, diferente do ensino privado, no qual a educação é vista como um investimento (do qual a consequência esperada por todo conhecimento obtido é um futuro promissor, com empregos de alta remuneração), na escola pública o sentimento é a esperança de mudar a condição sócio-econômica da qual os alunos se encontram, e assim o prazer em aprender Matemática é resumido apenas às fórmulas e cálculos básicos que serão úteis para conseguir um emprego que contribua, mesmo que basicamente, com suas necessidades diárias, fazendo com que o professor adote uma postura, acerca da Matemática, voltada para as necessidades dos alunos.

Ao contrário do professor da escola privada - que considera por igual à importância de todos os conteúdos matemáticos no plano curricular – o da escola pública difere quanto aos níveis de importância dos conteúdos de acordo com o nível de conhecimento dos alunos. Em outras palavras, para ele há conteúdos matemáticos mais importantes que outros no nível de escolaridade em que os conteúdos estão sendo abordados. São importantes também as demonstrações como comprovação de resultados matemáticos para os alunos, sem deixar de trabalhar a linguagem lógica da Matemática, tratando dos símbolos que lhes são próprios. Para ele, o fato de “entendê-los facilita a aprendizagem da Matemática e de outras ciências”. Sempre procurando usar uma linguagem “mais popular”, mais próxima dos alunos para explicar o conteúdo.

Um caso interessante ocorreu durante uma aula de probabilidade: Ao escrever no quadro a simbologia da união de eventos (ou a união de um determinado evento e seu complementar) “$EU\overline{E}=U$”, o professor usou as mesmas letras para representar o evento e seu complementar, que foi diferenciado com uma barra superior (como um conjugado de um número complexo), fato este que levou um aluno a perguntar ao professor se estava se tratando de um conjugado, em função de ter visto um conjugado de um número complexo no bimestre anterior. Demonstrando, assim, que ambiguidades existentes na língua portuguesa também existem na língua especifica da Matemática. O que faz com que o professor tenha uma sensibilidade maior ao conferir a avaliação do aluno.

Conforme o professor, citado no momento, se referiu dizendo: “a avaliação não pode ser vista como punição, portanto devemos considerar qualquer manifestação do aluno (manifestações adequadas)”. E ele, ainda, considera a avaliação subjetiva como sendo a mais adequada. Notamos uma atenção considerável do professor para com os alunos. Contudo, a "carência de aprendizagem e a dificuldade de assimilação dos conteúdos”, aliado a “falta de materiais adicionais”, que auxiliam para o exercício da prática docente, dificultam ainda mais o processo de ensino-aprendizagem.

Em ambos os casos de experiência vivenciada durante as observações de aulas dos dois professores, verificamos que a Matemática está sendo tratada de forma pragmática, tanto por parte dos docentes quanto dos discentes. Não nos cabe imputar erro a nenhuma das partes. Avaliamos, no entanto, que esse pragmatismo da Matemática vem se propagando de geração a geração, como um ciclo vicioso.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compreender e descrever o mundo através da linguagem para que haja entendimento nas diferentes relações sociais, deveria, a nosso ver, ser a meta a ser alcançada por cada indivíduo de uma determinada sociedade. Por mais longo que seja o seu percurso, esse deve ser o caminho no qual se deve chegar. Para isto, a educação é um meio eficaz para alcançá-lo, apresentando-o com consistência e clareza para todo aquele que deseja sem bem compreendido, já que em um processo de causa-efeito, ambas as partes (educação e sociedade) dependem uma da outra. Na nossa avaliação, há uma corrida capitalista desenfreada, na qual o currículo configura o prestígio social, no qual o resultado satisfatório é o acúmulo de capital. Essa é a única meta, hoje, a ser alcançada através da Educação, tornando-a pragmática, fazendo com que a Matemática também padeça desse mesmo sentimento.

O que era para ser uma Educação voltada à igualdade de oportunidades e acesso a um ensino de qualidade, independente da situação sócio-econômica, na verdade não é. Isso não acontece de fato. A educação, como é exercida, é excludente, pois ela e a sociedade estão entrelaçadas em um processo de produção do ser-social, construindo sistemas escolares baseados em parâmetros curriculares que convertem a cultura e a linguagem da classe social dominante em um saber tido com legítimo e impõem esse saber aos indivíduos de outras camadas sociais menos favorecidas, sem ameaçar a estrutura social mantendo o sistema em favor da classe dominante, (Fadel, 2008) reproduzindo as desigualdades sociais, motivando as diferenças do rendimento escolar dos alunos. De um lado, o reflexo da camada socioeconômica menos favorecida são as dificuldades de aprendizagem, fracasso e o abandono escolar e do outro lado da camada, socialmente privilegiada, o resultado esperado é apenas o sucesso, que reflete o prestígio social e os cargos de maior remuneração profissional. Como afirma Souza (apud. Oliveira, 2007, p. 07):

> O método tradicional vigente, no Ensino da Matemática na Universidade, tem se constituído, “grosso modo” no único método pelo qual a Matemática é ensinada. Isso tem feito, com que, sistematicamente, a aprendizagem da Matemática se tenha tornado uma questão de repetições do processo pelo qual alguns alunos triunfam e a maioria fracassa.

Nessa perspectiva, inserida na grade curricular, a Matemática está servindo como um selecionador de possíveis “talentos”, um “separador de águas” e assim, tornando o seu conhecimento neutro como fator social. Ou seja, os avanços realizados pela Matemática não interfere na sociedade. O aluno que não consegue se adaptar às concepções culturais que lhe são oferecidos pela escola é visto como incapaz levando-o, na maioria dos casos, a desmotivação e apatia em relação à Matemática, resultando no desinteresse, no desprazer em aprender sua língua e sua lógica especifica e na obtenção de seus conteúdos. O insucesso do aluno em se expressar de acordo com que se espera, o faz julgar que o conhecimento matemático é algo difícil, pronto e acabado que só serve para poucos (os “gênios”) que possuem a capacidade e competência de compreendê-la e aprendê-la. Essa concepção torna o diálogo da sala de aula um monólogo, no qual o professor é o narrador e o único detentor do conhecimento. A consequência disso é que o conhecimento matemático se torna algo distante a se alcançar ou/e até mesmo excluindo o aluno da sociedade escolar e levando-o ao “insucesso profissional”.

A maioria dos alunos e os professores estão acostumados a usarem fórmulas matemáticas e reproduzirem a sua linguagem de forma mecânica. Para eles, essa ação impensada já é o bastante. O fazer, agir e pensar a Matemática como os matemáticos não é mais significativo. No entanto, ter a habilidade de entender e compreender a linguagem e a lógica matemática de forma consciente não só no ato da leitura é o que favorece a abstração de conceitos matemáticos.

Uma observação importante é que as ambiguidades que existem em qualquer língua, assim como as redundâncias, também existem na língua específica da Matemática. O que pode ocasionar uma confusão no ato da leitura, dificultando a compreensão do conhecimento matemático e, consequentemente, causando a insegurança do aluno durante um processo avaliativo. Isso também vale para os professores, pois, ao conferir uma avaliação de um aluno, o professor faz uma leitura de todas as suas expressões. Por isso, uma avaliação nem sempre mostra a realidade do conhecimento assimilado pelo aluno, uma vez que a maioria deles não compreende a linguagem e muito menos a lógica matemática. Além de não haver interesse nas descobertas.

Contudo, a educação está passando por um processo de sucateamento, o que é visível pela desvalorização dos cursos de licenciatura. O mais grave é não ter mais a preocupação de formar um sujeito como um verdadeiro cidadão consciente dos seus atos e da situação social vigente. Como afirma D'Ambrosio (apud. Oliveira, 2007, p. 07):

> A alternativa que proponho é orientar o currículo matemático para criatividade, para curiosidade e para critica e questionamento permanentes, contribuindo para a formação de um cidadão na sua plenitude não para ser instrumento, da vontade das classes dominantes. A invenção matemática é acessível a todo individuo e a importância dessa intervenção depende do contexto social, politico, econômico e sociológico.

Por isso, não adianta apenas culpar um ou outro nível de formação acadêmica, pois para mudar esse quadro pragmático no qual a Matemática esta inserida, seria necessário uma revolução em todo o sistema de ensino. Onde o sentimento de mudança fosse dividido por todos os indivíduos em prol, não só do progresso cientifico, mas também do progresso social contribuindo para evolução de ambos no mesmo sentido.

Esperamos que esta pesquisa contribua para uma reflexão a respeito do ensino da matemática, em especial no que diz respeito a sua linguagem e ao modo lógico de como o seu conteúdo é ministrado. Que a reflexão lógica do ensino de matemática seja uma constante a partir do Ensino Fundamental e que, os futuros professores advindos das Escolas de Formação de Professores de Matemática, conscientize-se da necessidade de melhor aprimorar os seus conhecimentos levando os alunos do Ciclo Básico a, efetivamente, trabalharem a matemática de forma lógica e que eles possam tê-la como conteúdo agradável e de importância fundamental em suas vidas de relação na sociedade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÂFICAS

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Miniaurélio século XXI Escolar: O minidicionário da língua portuguesa.** 4. Ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000. p. 59.

FILHO, Daniel Cordeiro de Morais. **Um Convite à Matemática: Fundamentos lógicos, com técnicas de demonstrações, notas históricas e curiosidades.** 3. ed. Campina Grande: Fabrica de Ensino, 2010.

KELLER, Vicente; BASTOS, Cleverson Leite. **Aprendendo lógica.** 10. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

MACHADO, Nilson; CUNHA, Marisa Ortegozada. **Lógica e linguagem cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MAGEE, Bryan. **História da filosofia** (Tradução: Marcos Bagno). 3ª ed. São Paulo: Loyola, 2001.

RUSSELL, Bertrand. **Introdução à filosofia matemática**. (Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges). Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2007.

Alfred North Whitehead. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Alfred_North_Whitehead. Acesso em: nov. 2011.

Alfred Tarski. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Alfred_Tarski. Acesso em: nov. 2011.

ALMOULOUD, Saddo. **Prova e demonstração em matemática: problemática de seus** processos de ensino e aprendizagem. Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/prova.pdf. Acesso em: fev. 2011.

Augustus de Morgan. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Augustus_De_Morgan. Acesso em: nov. 2011.

BegriffssChrift . Disponível em: http://www.frege.hdfree.com.br/ebl_alessandro_duarte/node1.html. Acesso em: nov. 2011.

Bertrand Russell. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Bertrand_Russell. Acesso em: nov. 2011.

Boécio. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Bo%C3%A9cio. Acesso em: nov. 2011.

BREGALDA, Maíra Meyer. **Aspectos da lógica estóica e da lógica em Sêneca**. Disponível em: http://www.letras.ufmg.br/nuntius/data1/arquivos/003.09-Maira106-120.pdf. Acesso em: ago. 2010.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Pesquisa foucaultiana: uma alternativa entre caminhos alternativos.** Disponível em: http://mat.ufrgs.br/~vclotilde/publicacoes/FOUPUC.pdf. Acesso em: fev. 2011.

CHAGAS, Elza Mariza Paiva de Figueiredo. **Apresentando alguns aspectos históricos do desenvolvimento da lógica clássica, ciência das idéias e dos processos da mente.** Disponível em: http://www.ipv.pt/millenium/millenium29/18.pdf. Acesso em: ago. 2010.

Conceitos de lógica matemática. Disponível em: http://estudantedefilosofia.com.br/conceitos/conceitosdelogicamatematica.php. Acesso em: ago. 2010.

Crisipo de Solis. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Crisipo_de_Solis. Acesso em: nov. 2011.

David Hilbert. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/David_Hilbert. Acesso em: nov. 2011.

Dialética. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Dial%C3%A9tica. Acesso em: nov. 2011.

Duns Escototo. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Duns_Escoto. Acesso em: nov. 2011.

Erística. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Er%C3%ADstica. Acesso em: nov. 2011.

Escola eleática. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Escola_ele%C3%A1tica. Acesso em: nov. 2011.

Escola megárica. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Escola_meg%C3%A1rica. Acesso em: nov. 2011.

Estoicismo. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Estoicismo. Acesso em: nov. 2011.

FADEL, Flávia Trópia Barreto de Andrade**. Variações do discurso na sala de aula de matemática.** Disponível em: http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/1843/FAEC-85BQ35/1/disserta_ao_fl_via_fadel.pdf. Acesso em: fev. 2011.

George Boole. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/George_Boole. Acesso em: nov. 2011.

Gottlob Frege. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Gottlob_Frege. Acesso em: nov. 2011.

Guilherme de Ockham. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Guilherme_de_Ockham. Acesso em: nov. 2011.

Guilherme de Sherwood. Disponível em: http://translate.google.com.br/translate?hl=pt-BR&langpair=en%7Cpt&u=http://en.wikipedia.org/wiki/William_of_Sherwood. Acesso em: nov. 2011.

Historia da lógica. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Lógica. Acesso em: jul. 2010.

Historia da lógica. Disponível em: http://www.filosofia.com.br/historia_show.php?id=26. Acesso em: jul. 2010.

Historia da lógica. Disponível em: http://www.passosecompassos.com.br/matedanca/historialogica.htm. Acesso em: jul. 2010.

Historia da lógica. Disponível em: http://www.simpozio.ufsc.br/Port/1-enc/y-mega-filosgeral/logicamagna/4646y060.htm. Acesso em: jul. 2010.

Jean Buridan. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Jean_Buridan. Acesso em: nov. 2011.

Jürgen Habermas. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/J%C3%BCrgen_Habermas. Acesso em: nov. 2011.

Kurt Gödel. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Kurt_G%C3%B6del. Acesso em: nov. 2011.

Leibniz. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Leibniz. Acesso em: nov. 2011.

Lógica na idade média. Disponível em: http://www.estudantedefilosofia.com.br/conceitos/logicanaidademedia.php. Acesso em: ago. 2010.

Lógica no renascimento. Disponível em: http://www.estudantedefilosofia.com.br/conceitos/logicanorenascimento.php. Acesso em: ago. 2010.

Lógica moderna. Disponível em: http://www.estudantedefilosofia.com.br/conceitos/logicamoderna.php. Acesso em ago. de 2010.

Lógica no século XX. Disponível em: http://www.estudantedefilosofia.com.br/conceitos/logicanoseculoxx.php. Acesso em: ago. 2010.

Lógica matemática. Disponível em: http://estudantedefilosofia.com.br/conceitos/logicamatematica.php. Acesso em: ago. 2010.

Lotfali Askar-Zadeh. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Lotfali_Askar-Zadeh. Acesso em: nov. 2011.

Ludwig Wittgenstein. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Wittgenstein. Acesso em: nov. 2011.

Newton da Cunha. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Newton_da_Costa. Acesso em: nov. 2011.

OLIVEIRA, Alessandro Fábio Fonseca de. **Dificuldades de Aprendizagem da Matemática: Leitura e Escrita Matemática.** Disponível em: http://www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/doc/comunica1.pdf. Acesso em: fev. 2011.

OLIVEIRA, Cláudio José de. **Discursos sobre a matemática escolar: um estudo a partir da revista nova escola.** Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/discurso2.pdf. Acesso em: fev. 2011.

Ontologia. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ontologia. Acesso em: nov. 2011.

Paulo Freire. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Paulo_freire. Acesso em: nov. 2011.

Paulo Vêneto. Disponível em: http://www.cassiciaco.it/navigazione/monachesimo/monaci/teologi/veneto.html. Acesso em: nov. 2011.

Pedro Abelardo. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Pedro_abelardo. Acesso em: nov. 2011.

Petrus Ramus. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Petrus_Ramus. Acesso em: nov. 2011.

Pórtico. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/P%C3%B3rtico. Acesso em: nov. 2011.

Raimundo Lúlio. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Raimundo_L%C3%BAlio. Acesso em: nov. 2011.

Retórica. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Retorica. Acesso em: nov. 2011.

SILVA, Antonio Sales da. **Argumentação em Matemática do curso de Licenciatura em Matemática.** Disponível em: http://portal.virtual.ufpb.br/biblioteca-virtual/files/pub_1291086249.pdf. Acesso em: set. 2010.

Sistemas e subsistemas lógicos. Disponível em: http://estudantedefilosofia.com.br/conceitos/sistemasesubsistemaslogicos.php. Acesso em: ago. 2010.

Zenão de Cítio. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Zen%C3%A3o_de_C%C3%ADtio. Acesso em: nov. 2011.

ANEXO

Questionário

Objetivo Geral: Ter contato com um profissional de Ensino de Matemática a fim de receber informações importantes para o exercício futuro, da docência.

Objetivo Especifico: Ter oportunidade de assistir uma aula do professor, com aquiescência, a fim de receber informação e contato com a pratica docente no que diz respeito a postura do profissional e conteúdos ministrados.

Questões

I) Quanto à formação:

I.1 – Qual seu nível de formação acadêmica?

Médio ☐ Graduação ☐ Pós-Graduação ☐

I.1.1 – Se você cursou a graduação informe o curso:

____

I.1.2 – Se você cursou a pós-graduação informe a área:

____

I.2 – Há quanto tempo leciona?

____

I.3 – Quais dificuldades encontradas na pratica docente:

I.3.1 – Quanto ao exercício da docência?

____

____

____

I.3.2 – Quanto a ministração dos conteúdos?

____

____

____

II) Quanto ao conteúdo:

II.1 – Há algum conteúdo matemático mais importante que você considere?

Sim ☐ Não ☐

II.1.1 – Se você respondeu sim, informe qual(is); justifique porque:

____

____

____

II.2 – Você acha importante as demonstrações matemáticas nas séries do ensino médio?

Sim ☐ Não ☐

II.2.1 – Qualquer que seja sua resposta diga o porque:

____

____

____

II.3 – Você trabalha a linguagem matemática em suas aulas?

Sim ☐ Não ☐

II.3.1 – Qualquer que seja sua resposta justifique porque:

____

____

____

III) Quanto à avaliação:

III.1 – Qual(is) o(s) tipo(s) de avalição(ões) você exercita na ministração de seus conteúdos?

Objetiva ☐ Subjetiva ☐

III.1.1 – Dependendo de sua resposta, diga porque este tipo de avaliação é mais eficaz:

____

____

____

III.2 – Para você o que é mais importante na avaliação?

i) O conhecimento absorvido pelo aluno na forma como ele se expressa pela escrita ☐

ii) O conhecimento absorvido pelo aluno na forma como ele se expressa pela fala ☐

iii) Ambas ☐

III.2.1 – Qualquer seja sua resposta justifique o porque:

____

____

____